



10

கணக்கு

வீனா வங்கி

பாடப் புத்தகம்: புதிய பதிப்பு-2020

Compiled By: M.PALANIYAPPAN, MSc, BEd, MPhil,
SGHSS, NERKUPPALI. Mobile: 99429 04874

அலகு-I

உறவுகளும் சார்புகளும்

எ.கா. 1.1 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3\}$ எனில், (i) $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ ஐக் காண்க
(ii) $A \times B = B \times A$ ஆகுமா? இல்லையெனில் ஏன்?
(iii) $n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B)$ எனக் காட்டுக.

எ.கா 1.2 $A \times B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$, எனில் A மற்றும் B ஐக் காண்க.

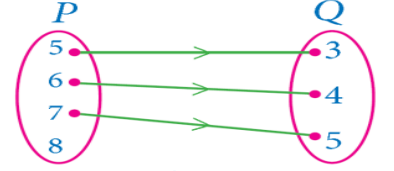
எ.கா.1.3 $A = \{x \in N / 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in W | 0 \leq x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in N | x < 3\}$ என்க.
(i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ (ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
என்பவற்றைச் சரிபார்க்க. (HY-19)

பயிற்சி -1.1

- பின்வருவனவற்றிற்கு $A \times B$, $A \times A$ மற்றும் $B \times A$ ஐக் காண்க
(i) $A = \{2, -2, 3\}$ மற்றும் $B = \{1, -4\}$ (ii) $A = B = \{p, q\}$ (iii) $A = \{m, n\}$; $B = \emptyset$. (PTA-1)
- $A = \{1, 2, 3\}$ மற்றும் $B = \{x/x \text{ என்பது } 10\text{-ஐ விட சிறிய பகா எண்}\}$ எனில், $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
- $B \times A = \{(-2, 3), (-2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)\}$ எனில், A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க.
- $A = \{5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, $C = \{5, 6, 7\}$ எனில், $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ எனக் காட்டுக.
- $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{3, 4\}$ மற்றும் $D = \{1, 3, 5\}$ எனில்,
 $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.
- $A = \{x \in W / x < 2\}$, $B = \{x \in N / 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$ எனில், கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க
(i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ (PTA-2)
(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ (PTA-5) (iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$
- A என்பது 8- ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8- ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க. (i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ (ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$ (PTA-1)

எ.கா. 1.4 $A = \{3, 4, 7, 8\}$ மற்றும் $B = \{1, 7, 10\}$ எனில் கீழ் உள்ள கணங்களில் எவை A -யிலிருந்து B -க்கு ஆன உறவைக் குறிக்கிறது? (i) $R_1 = \{(3, 7), (4, 7), (7, 10), (8, 1)\}$
(ii) $R_2 = \{(3, 1), (4, 12)\}$ (iii) $R_3 = \{(3, 7), (4, 10), (7, 7), (7, 8), (8, 11), (8, 7), (8, 10)\}$

- எ.கா.1.5** படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள அம்புக்குறி படமானது P மற்றும் Q கணங்களுக்கான உறவைக் குறிக்கின்றது. இந்த உறவை (i) கணக்கட்டமைப்பு முறை (ii) பட்டியல் முறைகளில் எழுதுக. (iii) R -ன் மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க.



பயிற்சி - 1.2

- $A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$ எனில், பின்வருவனவற்றில் எவை A -யிலிருந்து B -க்கான உறவுகளாகும்?
 - $R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$
 - $R_2 = \{(-1, 1)\}$
 - $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$
 - $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$
- $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 45\}$ மற்றும் R என்ற உறவு " A -ன் மீது, ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால், R ஐ $A \times A$ -யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும், R -க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க. **(PTA-5)**
- R என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y) \mid y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் கண்டறிக.
- கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம் (3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.
 - $\{(x, y) \mid x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$
 - $\{(x, y) \mid y = x + 3, x, y \text{ ஆகியவை இயல் எண்கள்} < 10\}$
- ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A) எழுத்தர்கள் (C) மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E) ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ரூ.10,000, ரூ.25,000, ரூ.50,000 மற்றும் ரூ.1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள். C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள் M_1, M_2, M_3 ஆகியோர் மேலாளர்கள் மற்றும் E_1, E_2 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர். xRy என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் R -என்ற உறவை, வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அம்புக்குறி படம் மூலமாகவும் குறிப்பிடுக.

- எ.கா.1.6** $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ மற்றும் $R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$. எனில், R -ஆனது ஒரு சார்பு எனக் காட்டுக. மேலும், அதன் மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க.

- எ.கா.1.7** $f: X \rightarrow Y$ என்ற உறவானது $f(x) = x^2 - 2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு, $X = \{-2, -1, 0, 3\}$ மற்றும் $Y = R$ எனக் கொண்டால் (i) f -ன் உறுப்புகளைப் பட்டியலிடுக. (ii) f - ஒரு சார்பாகுமா? **(PTA-1)**

- எ.கா. 1.8** $X = \{-5, 1, 3, 4\}$ மற்றும் $Y = \{a, b, c\}$ எனில் X -லிருந்து Y -க்கு பின்வரும் உறவுகளில் எவை சார்பாகும்? (i) $R_1 = \{(-5, a), (1, a), (3, b)\}$ (ii) $R_2 = \{(-5, b), (1, b), (3, a), (4, c)\}$ (iii) $R_3 = \{(-5, a), (1, a), (3, b), (4, c), (1, b)\}$

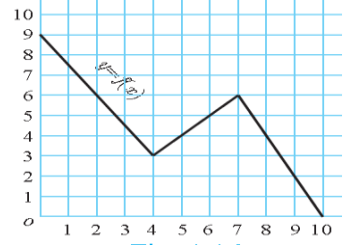
- எ.கா.1.9** $f(x) = 2x - x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில், (i) $f(1)$ (ii) $f(x + 1)$ (iii) $f(x) + f(1)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

பயிற்சி - 1.3

- $f = \{(x, y) \mid x \in N \text{ மற்றும் } y = 2x\}$ ஆனது N -ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?
- $X = \{3, 4, 6, 8\}$ என்க. $R = \{(x, f(x)) \mid x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$ என்ற உறவானது X -லிருந்து N -க்கு ஒரு சார்பாகுமா?

3. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f: x \rightarrow x^2 - 5x + 6$ எனில், (i) $f(-1)$ (ii) $f(2a)$ (iii) $f(2)$ (iv) $f(x-1)$ ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

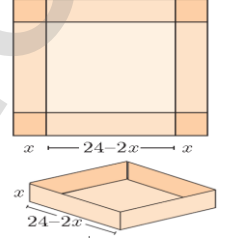
4. படத்தில் கொடுக்கப்பட்ட வரைபடம் $f(x)$ -யின் மூலமாக, $f(9) = 2$ என்பது தெளிவாகிறது. (i) பின்வரும் சார்புகளின் மதிப்புகளைக் காண்க (அ) $f(0)$ (ஆ) $f(7)$ (இ) $f(2)$ (ஈ) $f(10)$ (ii) x -ன் எம்மதிப்பிற்கு $f(x) = 1$ ஆக இருக்கும்? (iii) படத்தில் (1) மதிப்பகம் (2) வீச்சகம் காண்க. (iv) f என்ற சார்பில் 6-ன் நிழல் உரு என்ன?



5. $f(x) = 2x + 5$ என்க. $x \neq 0$ எனில், $\frac{f(x+2)-f(2)}{x}$ -ஐக் காண்க

6. ஒரு சார்பு f ஆனது $f(x) = 2x - 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால், (i) $\frac{f(0)+f(1)}{2}$ -ஐக் காண்க (ii) $f(x) = 0$ எனில் x -ஐக் காண்க. (iii) $f(x) = x$ எனில் x -ஐக் காண்க. (iv) $f(x) = f(1-x)$ எனில் x -ஐக் காண்க.

7. 24 செ.மீ. பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவத் துண்டிலிருந்து, நான்கு மூலைகளிலும் சம அளவுள்ள சதுரங்களை வெட்டி படத்தில் உள்ளவாறு மேல்புறம் திறந்த ஒரு பெட்டி செய்யப்படுகிறது. இந்தப் பெட்டியின் கன அளவு எனில், V -ஐ x -யின் சார்பாகக் குறிப்பிடுக.



8. f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $f(x^2) = f((x))^2$ எனில், x -ஐக் காண்க.

9. ஒரு விமானம் 500 கி.மீ./மணி வேகத்தில் பறக்கிறது. விமானம் d தொலைவு செல்வதற்கு ஆகும் காலத்தை t (மணியில்) -ன் சார்பாக வெளிப்படுத்துக.

10. அருகில் உள்ள அட்டவணையில் நான்கு நபர்களின் முன்னங்கைகளின் நீளம் மற்றும் அவர்களுடைய உயரங்களின் தகவல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர், உயரம் (y) மற்றும் முன்னங்கையின் நீளம் (x) -க்கான உறவை $y = ax + b$ எனக் கண்டுபிடித்தனர். இங்கு a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலிகள். (i) இந்த உறவானது சார்பாகுமா என ஆராய்க. (ii) a மற்றும் b -ஐக் காண்க. (iii) முன்னங்கையின் நீளம் 40 செ.மீ. எனில், அந்த நபரின் உயரத்தைக் காண்க. (iv) உயரம் 53.3 அங்குலம் எனில், அந்த நபரின் முன்னங்கையின் நீளத்தைக் காண்க. (PTA-4)

முன்னங்கைகளின் நீளம் (செ.மீ) ' x '	உயரம் (அங்குலம்) ' y '
35	56
45	65
50	69.5
55	74

எ.கா. 1.10 குத்துக்கோடு சோதனையைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் வரைபடங்களில் எவை சார்பினைக் குறிக்கும் எனத் தீர்மானிக்கவும்.

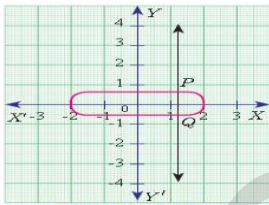


Fig. 1.18(a)

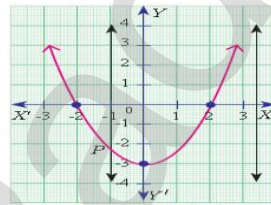


Fig. 1.18(b)

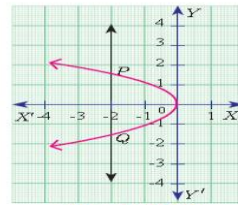


Fig. 1.18(c)

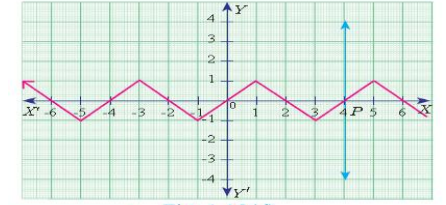
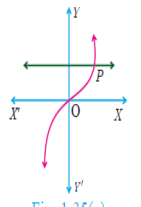
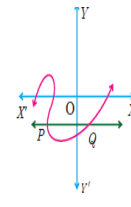
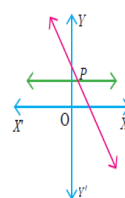


Fig. 1.18(d)

எ.கா. 1.11 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f: A \rightarrow B$ என்னும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினைக் கொண்டு (i) அம்புக்குறி படம் (ii) அட்டவணை (iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (iv) வரைபடம் ஆகியவற்றைக் குறிக்க. (PTA-3)

எ.கா. 1.12 கிடைமட்டக்கோடு சோதனையைப் பயன்படுத்தி கீழ்க்கண்ட சார்புகளில் எவை ஒன்றுக்கு ஒன்றானவை எனக் காண்க.

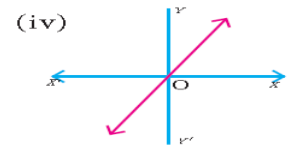
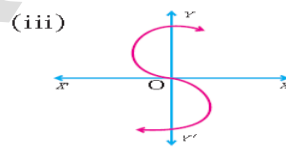
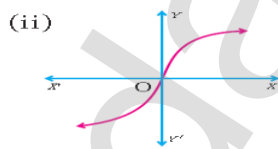
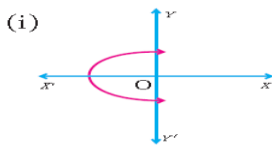


- எ.கா. 1.13** $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ மற்றும் $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ ஆனது A -லிருந்து B -க்கான சார்பு ஆகும். f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு ஆனால் மேல்சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.
- எ.கா. 1.14** $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ மற்றும் $f: A \rightarrow B$ என்ற சார்பானது $f(x) = x^2 + x + 1$ மேல் சார்பு எனில், B -ஐக் காண்க.
- எ.கா. 1.15** $f: N \rightarrow N$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2$, $x \in N$ என வரையறுக்கப்பட்டால் (i) 1, 2, 3-ன் நிழல் உருக்களைக் காண்க (ii) 29 மற்றும் 53-யின் முன் உருக்களைக் காண்க. **(PTA-2)**
(iii) சார்பின் வகையைக் காண்க **(DMQ)**
- எ.கா.1.16** தடயவியல் விஞ்ஞானிகள், தொடை எலும்புகளைக் கொண்டு ஒருவருடைய உயரத்தை (செ.மீட்டரில்) கணக்கிடுகிறார்கள். அவர்கள் பொதுவாக, $h(b) = 2.47b + 54.10$ என்ற சார்பை இதற்குப் பயன்படுத்துகிறார்கள். இங்கு, b ஆனது தொடை எலும்பின் நீளமாகும். (i) h ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றானதா எனச் சரிபார்க்க. (ii) தொடை எலும்பின் நீளம் 50 செ.மீ. எனில், அந்த நபரின் உயரத்தைக் காண்க. (iii) நபரின் உயரம் 147.96 செ.மீ எனில், அவர் தொடை எலும்பின் நீளத்தைக் காண்க.
- எ.கா.1.17** f ஆனது R -லிருந்து R -க்கு ஆன சார்பு. மேலும் அது $(x) = 3x - 5$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $(a, 4)$ மற்றும் $(1, b)$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் a மற்றும் b -யின் மதிப்புகளைக் காண்க. **(PTA-5)**

- எ.கா. 1.18** சார்பு $f: R \rightarrow R$ ஆனது $f(x) = \begin{cases} 2x + 7 & \text{if } x < -2 \\ x^2 - 2 & \text{if } -2 \leq x < 3 \\ 3x - 2 & \text{if } x \geq 3 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்
(i) $f(4)$ (ii) $f(-2)$ (iii) $f(4) + 2f(1)$ (iv) $\frac{f(1)-3f(4)}{f(-3)}$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

பயிற்சி - 1.4

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட வரைபடங்கள் சார்பைக் குறிக்கின்றனவா எனத் தீர்மானிக்கவும். விடைகளுக்கான காரணத்தையும் கொடுக்கவும்.



2. $f: A \rightarrow B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு, $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$ ஆக இருக்கும்போது சார்பு f -ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க. (i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (ii) அட்டவணை (iii) அம்புக்குறி படம் (iv) வரைபடம் **(DMQ)**
3. $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$ என்ற சார்பினை (i) அம்புக்குறி படம் (ii) அட்டவணை (iii) வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்.
4. $f: N \rightarrow N$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால், அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான ஆனால் மேல் சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.
5. $f: N \rightarrow N$ என்ற சார்பு $f(m) = m^2 + m + 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால், அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு எனக் காட்டுக.

6. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = N$ என்க. மேலும், $f: A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = x^3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், (i) f -யின் வீச்சகத்தைக் காண்க. (ii) f எவ்வகை சார்பு எனக் காண்க. **(PTA-2)**
7. கீழே கொடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு சார்பும் இருபுறச் சார்பா, இல்லையா? உன் விடைக்கான காரணத்தைக் கூறுக (i) $f: R \rightarrow R$ ஆனது $f(x) = 2x + 1$ (ii) $f: R \rightarrow R$ ஆனது $f(x) = 3 - 4x^2$
8. $A = \{-1, 1\}$ மற்றும் $B = \{0, 2\}$ என்க. மேலும், $f: A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = ax + b$ என வரையறுக்கப்பட்ட மேல்சார்பு எனில், a மற்றும் b -ஐக் காண்க.
9. f என்ற சார்பானது $f(x) = \begin{cases} x + 2 & ; & x > 1 \\ 2 & ; & -1 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & ; & -3 < x < -1 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்
(i) $f(3)$ (ii) $f(0)$ (iii) $f(-1.5)$ (iv) $f(2) + f(-2)$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.
10. $f: [-5, 9] \rightarrow R$ என்ற சார்பானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது **(PTA-4)**
 $f(x) = \begin{cases} 6x + 1 & ; & -5 \leq x < 2 \\ 5x^2 - 1 & ; & 2 \leq x < 6 \\ 3x - 4 & ; & 6 \leq x \leq 9 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
(i) $f(-3) + f(2)$ (ii) $f(7) - f(1)$ (iii) $2f(4) + f(8)$ (iv) $\frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)}$
11. புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக t வினாடிகளில் ஒரு பொருள் கடக்கம் தூரமானது $S(t) = \frac{1}{2}gt^2 + at + b$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள் (g ஆனது புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக ஏற்படும் முடுக்கம்) $S(t)$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகுமா என ஆராய்க. **(PTA-3)**
12. ' t ' என்ற சார்பானது செல்சியஸில் (C) உள்ள வெப்பநிலையையும், பாரன்ஹீட்டில் (F) உள்ள வெப்பநிலையையும் இணைக்கும் சார்பாகும். மேலும், அது $t(C) = F$ என வரையறுக்கப்பட்டால், (இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$). (i) $t(0)$ (ii) $t(28)$ (iii) $t(-10)$ (iv) $t(C) = 212$ ஆக இருக்கும்போது C -ன் மதிப்பு (v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும்போது வெப்பநிலை ஆகியவற்றைக் கண்டறிக. **(PTA-1)**
- எ.கா.1.19** $f(x) = 2x + 1$ மற்றும் $g(x) = x^2 - 2$ எனில் $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ -ஐக் காண்க.
- எ.கா. 1.20** $f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ -ஐ இரு சார்புகளின் சேர்ப்பாகக் குறிக்க.
- எ.கா.1.21** $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = 2x + k$ மற்றும் $f \circ g = g \circ f$ எனில் k -யின் மதிப்பைக் காண்க.
- எ.கா. 1.22** $f \circ f(k) = 5$, $f(k) = 2k - 1$ எனில், k -யின் மதிப்பைக் காண்க. **(PTA-2&4)**
- எ.கா. 1.23** $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 1 - 2x$ மற்றும் $h(x) = 3x$ எனில் $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$ என நிறுவுக. **(PTA-5)**
- எ.கா. 1.24** $f(x) = 3x + 1$ மற்றும் $g(x) = x + 3$ ஆகியவை இரு சார்புகள். மேலும், $gff(x) = fgg(x)$ எனில் x -ஐக் காண்க.

பயிற்சி - 1.5

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள f மற்றும் g எனும் சார்புகளைப் பயன்படுத்தி $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ -ஐக் காண்க. $f \circ g = g \circ f$ என்பது சரியா சோதிக்க.
 - (i) $f(x) = x - 6$, $g(x) = x^2$ (ii) $f(x) = \frac{2}{x}$, $g(x) = 2x^2 - 1$ (iii) $f(x) = \frac{x+6}{3}$, $g(x) = 3 - x$
 - (iv) $f(x) = 3 + x$, $g(x) = x - 4$ **(DMQ)** (v) $f(x) = 4x^2 - 1$, $g(x) = 1 + x$
2. $f \circ g = g \circ f$ எனில் k -யின் மதிப்பைக் காண்க. (i) $f(x) = 3x + 2$, $g(x) = 6x - k$ **(HY-19)**
 (ii) $f(x) = 2x - k$, $g(x) = 4x + 5$
3. $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = \frac{x+1}{2}$ எனில், $f \circ g = g \circ f = x$ எனக் காட்டுக.
4. $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = x - 2$ மற்றும் $g \circ f(a) = 1$ எனில் a -ஐக் காண்க.
5. $A, B, C \subseteq N$ மற்றும் $f: A \rightarrow B$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x + 1$ எனவும், மற்றும் $g: B \rightarrow C$ ஆனது $g(x) = x^2$ எனவும் வரையறுக்கப்பட்டால், $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ -யின் வீச்சகத்தைக் காண்க.
6. $f(x) = x^2 - 1$ எனில் (i) $f \circ f$ (ii) $f \circ f \circ f$ -ஐக் காண்க.
7. $f: R \rightarrow R$ மற்றும் $g: R \rightarrow R$ ஆனது முறையே $f(x) = x^5$ and $g(x) = x^4$ என வரையறுக்கப்பட்டால், f, g ஆகியவை ஒன்றுக்கு ஒன்றானதா மற்றும் $f \circ g$ ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகுமா என்று ஆராய்க. **(PTA-6)**
8. கொடுக்கப்பட்ட $f(x), g(x), h(x)$ ஆகியவற்றைக் கொண்டு $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ எனக் காட்டுக
 - (i) $f(x) = x - 1$, $g(x) = 3x + 1$ மற்றும் $h(x) = x^2$
 - (ii) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x$ மற்றும் $h(x) = x + 4$.
 - (iii) $f(x) = x - 4$, $g(x) = x^2$ மற்றும் $h(x) = 3x - 5$. **(PTA-2)**
9. $f = \{(-1, 3), (0, -1), (2, -9)\}$ ஆனது Z லிருந்து Z க்கான ஒரு நேரிய சார்பு எனில், $f(x)$ -ஐக் காண்க.
10. ஒரு மின்சுற்றுக் கோட்பாட்டின்படி, $C(t)$ என்ற ஒரு நேரிய சுற்று, $C(at_1 + bt_2) = aC(t_1) + bC(t_2)$ -ஐ பூர்த்தி செய்கிறது. மேலும், இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள் எனில், $C(t) = 3t$ ஆனது ஒரு நேரிய சுற்று எனக் காட்டுக.

அலகு பயிற்சி - 1

1. $(x^2 - 3x, y^2 + 4y)$ மற்றும் $(-2, 5)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில் x மற்றும் y -ஐக் காண்க.
2. $A \times A$ கார்டீசியன் பெருக்கல் பலனின், 9 உறுப்புகளில், உறுப்புகள் $(-1, 0)$ மற்றும் $(0, 1)$ -யும் இருக்கிறது எனில், A -யில் உள்ள உறுப்புகளைக் காண்க. மற்றும் $A \times A$ -ன் மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.
3. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 4 & x < 1 \end{cases}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால்,
 (i) $f(0)$ (ii) $f(3)$ (iii) $f(a+1)$ ($a \geq 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) ஆகியவற்றைக் காண்க.
4. $A = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$ என்க. மற்றும் $f: A \rightarrow N$ ஆனது $f(n) = n$ -ன் அதிகப்பட்சப் பகா காரணி $n \in A$ என வரையறுக்கப்பட்டால் f -ன் வரிசைச் சோடிகளின் கணத்தை எழுதுக மற்றும் f -ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.

5. $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}$ என்ற சார்பின் மதிப்பகத்தைக் காண்க.
6. $f(x) = x^2$, $g(x) = 3x$ மற்றும் $h(x) = x - 2$ எனில் $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ என நிறுவுக.
7. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{5, 6\}$ மற்றும் $D = \{5, 6, 7, 8\}$ எனில் $A \times C$ ஆனது $B \times D$ உட்கணமா எனச் சரிபார்க்க.
8. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $x \neq -1$ என்க. $x \neq 0$ எனில், $f(f(x)) = \frac{-1}{x}$ எனக் காட்டுக.
9. சார்பு f மற்றும் g ஆகியவை $f(x) = 6x + 8$; $g(x) = \frac{x-2}{3}$ எனில் (i) $gg\left[\frac{1}{2}\right]$ -யின் மதிப்பைக் காண்க. (ii) $gf(x)$ -ஐ எளிய வடிவில் எழுதுக.
10. பின்வருவனவற்றின் மதிப்பகங்களை எழுதுக.
- (i) $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$ (PTA-6) (ii) $p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$
- (iii) $g(x) = \sqrt{x-2}$ (PTA-6) (iv) $h(x) = x + 6$

அலகு-2

எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

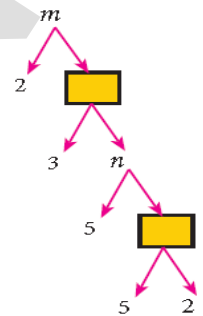
- எ.கா.2.1** நம்மிடம் 34 கேக் துண்டுகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் 5 கேக்குகள் மட்டுமே வைக்க இயலுமெனில், கேக்குகளை வைக்க எத்தனை பெட்டிகள் தேவை மற்றும் எத்தனை கேக்குகள் மீதமிருக்கும் எனக் காண்க.
- எ.கா.2.2** பின்வரும் ஒவ்வொன்றிலும் a -யை b ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் ஈவு மற்றும் மீதியைக் காண்க. (i) $a = -12$, $b = 5$ (ii) $a = 17$, $b = -3$ (iii) $a = -19$, $b = -4$
- எ.கா.2.3** ஒற்றை முழுக்களின் வர்க்கமானது $4q + 1$, (இங்கு q ஆனது முழுக்கள்) என்ற வடிவில் அமையும் எனக் காட்டுக.
- எ.கா.2.4** 210 மற்றும் 55 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுத்தியை $55x - 325$ என்ற வடிவில் எழுதினால், x -யின் மதிப்புக் காண்க.
- எ.கா.2.5** 445 மற்றும் 572 -ஐ ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணால் வகுக்கும்போது முறையே மீதி 4 மற்றும் 5 -ஐத் தரக்கூடிய மிகப்பெரிய எண்ணைக் கண்டறிக.
- எ.கா. 2.6** 396, 504, 636 ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க.

பயிற்சி -2.1

1. 3 ஆல் வகுக்கப்போது மீதி 2-ஐத் தரக்கூடிய அனைத்து மிகை முழுக்களையும் காண்க.
2. ஒரு நபரிடம் 532 பூந்தொட்டிகள் உள்ளன. அவர் வரிசைக்கு 21 பூந்தொட்டிகள் வீதம் அடுக்க விரும்பினார். எத்தனை வரிசைகள் முழுமை பெறும் எனவும் மற்றும் எத்தனை பூந்தொட்டிகள் மீதமிருக்கும் எனவும் காண்க. (PTA-1)
3. தொடர்ச்சியான இரு மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் 2 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.
4. a , b மற்றும் c என்ற மிகை முழுக்களை 13ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகள் முறையே 9, 7 மற்றும் 10 எனில் $a + b + c$ ஆனது 13ஆல் வகுபடும் என நிரூபி.

5. எந்த மிகை முழுவின் வர்க்கத்தையும் 4 ஆல் வகுக்கும்போது மீதி 0 அல்லது 1 மட்டுமே கிடைக்கும் என நிறுவுக.
6. யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் மீ.பொ.வ. காண்க.
(i) 340 மற்றும் 412 (ii) 867 மற்றும் 255
(iii) 10224 மற்றும் 9648 (iv) 84, 90 மற்றும் 120.
7. 1230 மற்றும் 1926 ஆகிய எண்களை வகுக்கும்போது மீதி 12-ஐத் தரக்கூடிய மிகப்பெரிய எண்ணைக் காண்க.
8. 32 மற்றும் 60 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி d என்க. $d = 32x + 60y$ எனில் x மற்றும் y என்ற முழுக்களைக் காண்க.
9. ஒரு மிகை முழுவை 88ஆல் வகுக்கும்போது மீதி 61 கிடைக்கிறது. அதே மிகை முழுவை 11 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.
10. எந்த இரு அடுத்தடுத்த மிகை முழுக்கள் சார்பகா எண்கள் என நிறுவுக.

எ.கா. 2.7 கொடுக்கப்பட்ட காரணி பிரித்தலில், m மற்றும் n என்ற எண்களைக் காண்க.



எ.கா. 2.8 6^n ஆனது n ஓர் இயல் எண் என்ற வடிவில் அமையும் எண்கள் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு அமையுமா? உனது விடைக்கான காரணத்தைக் கூறுக.

எ.கா. 2.9 $7 \times 5 \times 3 \times 2 + 3$ என்பது ஒரு பகு எண்ணா? உனது விடையை நியாயப்படுத்துக. **(PTA-3)**

எ.கா.2.10 $a^b \times b^a = 800$ என்றவாறு அமையும் இரு மிகை முழுக்கள் ' a ' மற்றும் ' b ' ஐக் காண்க.

(HY-19)

பயிற்சி - 2.2

1. n ஓர் இயல் எண் எனில், எந்த n மதிப்புகளுக்கு 4^n ஆனது 6 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்?
2. m மற்றும் n இயல் எண்கள் எனில், எந்த m -யின் மதிப்புகளுக்கு $2^n \times 5^m$ என்ற எண் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்?
3. 252525 மற்றும் 363636 என்ற எண்களின் மீ.பொ.வ. காண்க.
4. $13824 = 2^a \times 3^b$ எனில், a மற்றும் b -யின் மதிப்புக் காண்க.
5. $p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4} = 113400$ இங்கு p_1, p_2, p_3, p_4 , என்பன ஏறு வரிசையில் அமைந்த பகா எண்கள் மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 என்பன முழுக்கள் எனில், p_1, p_2, p_3, p_4 , மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.
6. அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி 408 மற்றும் 170 என்ற எண்களின் மீ.பொ.ம. மற்றும் மீ.பொ.வ. காண்க.
7. 24, 15, 36 ஆகிய எண்களால் மீதியின்றி வகுபடும் மிகப்பெரிய ஆறிலக்க எண்ணைக் காண்க.
8. 35, 56 மற்றும் 91 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 7-ஐத் தரக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் எது?
9. முதல் 10 இயல் எண்களால் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய சிறிய எண் எது?

எ.கா. 2.11 70004 மற்றும் 778 ஆகிய எண்களை 7ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.

எ.கா. 2.12 $15 \equiv 3 \pmod{d}$ என்றவாறு அமையும் d -யின் மதிப்பைத் தீர்மானிக்க.

எ.கா. 2.13 பின்வருவனவற்றிற்குப் பொருந்தக்கூடிய குறைந்தபட்ச மிகை x -யைக் காண்க.

(i) $67 + x \equiv 1 \pmod{4}$ (PTA-2) (ii) $98 \equiv (x+4) \pmod{5}$

எ.கா. 2.14 தீர்க்க: $8x \equiv 1 \pmod{11}$

எ.கா. 2.15 $10^4 \equiv x \pmod{19}$ என்றவாறு அமையும் x மதிப்பைக் கணக்கிடுக. (DMQ)

எ.கா. 2.16 $3x \equiv 1 \pmod{15}$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு எத்தனை முழு எண் தீர்வுகள் உள்ளன எனக் காண்க. (PTA-6)

எ.கா.2.17 ஒருவர் சென்னையிலிருந்து டெல்லிக்குச் செல்ல இரயிலில் புறப்படுகிறார். அவர் தனது பயணத்தைப் புதன்கிழமை 22:30 மணிக்குத் தொடங்குகிறார். எந்தவிதத் தாமதமுமின்றி இரயில் செல்வதாகக் கொண்டால் மொத்தப் பயண நேரம் 32 மணி நேரம் ஆகும். அவர் எப்பொழுது டெல்லியைச் சென்றடைவார்?

எ.கா.2.18 கலா மற்றும் வாணி இருவரும் நண்பர்கள். “இன்று எனது பிறந்தநாள்” எனக் கலா கூறினாள். வாணியிடம், “உனது பிறந்தநாளை எப்போது நீ கொண்டாடினாய்?” எனக் கேட்டாள். அதற்கு வாணி “இன்று திங்கள்கிழமை. நான் என்னுடைய பிறந்த நாளை 75 நாட்களுக்கு முன் கொண்டாடினேன்” எனப் பதிலளித்தாள். வாணியின் பிறந்தநாள் எந்தக் கிழமையில் வந்திருக்கும் எனக் காண்க.

பயிற்சி -2.3

- பின்வரும் சமன்பாடுகளை நிறைவு செய்யக்கூடிய குறைந்தபட்ச மிகை முழு x -ன் மதிப்புகளைக் காண்க. (i) $71 \equiv x \pmod{8}$ (ii) $78 + x \equiv 3 \pmod{5}$
(iii) $89 \equiv (x + 3) \pmod{4}$ (iv) $96 \equiv \frac{x}{7} \pmod{5}$ (v) $5x \equiv 4 \pmod{6}$
- x ஆனது மட்டு 17-யின் கீழ் 13 உடன் ஒருங்கிசைவாக உள்ளது எனில், $7x - 3$ ஆனது எந்த எண்ணுடன் ஒருங்கிசைவாக இருக்கும்?
- தீர்க்க $5x \equiv 4 \pmod{6}$
- தீர்க்க $3x - 2 \equiv 0 \pmod{11}$
- முற்பகல் 7 மணிக்கு 100 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு நேரம் என்ன?
- பிற்பகல் 11 மணிக்கு 15 மணி நேரத்திற்கு முன்பு நேரம் என்ன?
- இன்று செவ்வாய்கிழமை. என்னுடைய மாமா நாட்களுக்குப் பிறகு வருவதாகக் கூறியுள்ளார். என்னுடைய மாமா எந்தக் கிழமையில் வருவார்?
- எந்த ஒரு மிகை முழு எண் n -ற்கும் $2^n + 6 \times 9^n$ ஆனது 7-ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.
- 2^{81} ஐ 17 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதி காண்க.
- பிரிட்டிஷ் ஏர்லைன்ஸ் விமானத்தில் சென்னையிலிருந்து லண்டன் செல்லப் பயணநேரம் தோராயமாக 11 மணிநேரம். விமானம் தனது பயணத்தை ஞாயிற்றுக்கிழமை 23:30 மணிக்குத் தொடங்கியது. சென்னையின் திட்ட நேரமானது லண்டனின் திட்ட நேரத்தைவிட 4.30 மணிநேரம் முன்னதாக இருக்குமெனில், விமானம் லண்டனில் தரையிறங்கும் நேரத்தைக் காண்க.

எ.கா. 2.19 பின்வரும் தொடர்வரிசைகளின் அடுத்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

$$(i) \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{14}, \dots \quad (ii) 5, 2, -1, -4, \dots \quad (iii) 1, 0.1, 0.001, \dots$$

எ.கா. 2.20 பின்வரும் தொடர்வரிசைகளின் பொது உறுப்பு காண்க.

$$(i) 3, 6, 9, \dots \quad (ii) \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots \quad (iii) 5, -25, 125, \dots$$

எ.கா. 2.21 ஒரு தொடர்வரிசையின் பொது உறுப்பு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$a_n = \begin{cases} n(n+3); & \text{ஓர் ஒற்றை எண்} \\ n^2 + 1; & \text{ஓர் இரட்டை எண்} \end{cases}$$

11-வது உறுப்பு மற்றும் 18-வது உறுப்புக் காண்க.

எ.கா. 2.22 பின்வரும் தொடர்வரிசையின் முதல் ஐந்து உறுப்புகளைக் காண்க.

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = \frac{a_{n-1}}{a_{n-2} + 3}; n \geq 3, n \in N$$

பயிற்சி - 2.4

1. பின்வரும் தொடர்வரிசைகளின் அடுத்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

$$(i) 8, 24, 72, \dots \quad (ii) 5, 1, -3, \dots \quad (iii) \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \dots$$

2. பின்வரும் n -வது உறுப்புகளைக் கொண்ட தொடர்வரிசைகளின் முதல் நான்கு உறுப்புகளைக் காண்க.

$$(i) a_n = n^3 - 2 \quad (ii) a_n = (-1)^{n+1} n(n+1) \quad (iii) a_n = 2n^2 - 6$$

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொடர்வரிசைகளின் n -வது உறுப்பைக் காண்க.

$$(i) 2, 5, 10, 17, \dots \quad (ii) 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \dots \quad (iii) 3, 8, 13, 18, \dots$$

4. கீழ்க்கண்ட தொடர்வரிசைகள் ஒவ்வொன்றிலும் n -வது உறுப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

$$(i) a_n = \frac{5n}{n+2}; a_6 \text{ மற்றும் } a_{13} \quad (ii) a_n = -(n^2 - 4); a_4 \text{ மற்றும் } a_{11}$$

5. $a_n = \begin{cases} \frac{n^2-1}{n+3}; & \text{ஓர் இரட்டை எண் } n \in N \\ \frac{n^2}{2n+1}; & \text{ஓர் ஒற்றை எண் } n \in N \end{cases}$ என்பது n -வது உறுப்பு எனில், a_8 மற்றும் a_{15} காண்க.

6. $a_1=1, a_2=1$ மற்றும் $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 3, n \in N$ எனில், தொடர்வரிசையின் முதல் ஆறு உறுப்புகளைக் காண்க.

எ.கா. 2.23 பின்வரும் தொடர்வரிசைகள் கூட்டுத்தொடர்வரிசையா இல்லையா எனச் சோதிக்க.

$$(i) x + 2, 2x + 3, 3x + 4, \dots \quad (ii) 2, 4, 8, 16, \dots \quad (iii) 3\sqrt{2}, 5\sqrt{2}, 7\sqrt{2}, 9\sqrt{2}, \dots$$

எ.கா. 2.24 முதல் உறுப்பு 20 ஆகவும் பொது வித்தியாசம் 8 ஆகவும் கொண்ட கூட்டுத் தொடர்வரிசையை எழுதவும்

எ.கா. 2.25 3, 15, 27, 39, ... என்ற தொடர்வரிசையின் 15-வது 24-வது மற்றும் n -வது உறுப்பு (பொது உறுப்பு) காண்க.

எ.கா. 2.26 3, 6, 9, 12, ..., 111 என்ற கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

- எ.கா.2.27** ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் 7-வது உறுப்பு -1 மற்றும் 16-வது உறுப்பு 17 எனில், அதன் பொது உறுப்பைக் காண்க.
- எ.கா.2.28** ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் l , m மற்றும் n ஆவது உறுப்புகள் முறையே x, y மற்றும் z எனில் (i) $x(m-n) + y(n-l) + z(l-m) = 0$ (ii) $(x-y)n + (y-z)l + (z-x)m = 0$
- எ.கா.2.29** ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் அடுத்தடுத்த நான்கு உறுப்புகளின் கூடுதல் 28 மற்றும் அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 276. அந்த நான்கு எண்களைக் காண்க.
- எ.கா.2.30** ஒரு தாய் தன்னிடம் உள்ள ரூ.207-ஐ கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் அமையும் மூன்று பாகங்களாகப் பிரித்துத் தனது மூன்று குழந்தைகளுக்கும் கொடுக்க விரும்பினார். அவற்றில் இரு சிறிய தொகைகளின் பெருக்கற்பலன் ரூ.4623 ஆகும். ஒவ்வொரு குழந்தையும் பெறும் தொகையினைக் காண்க.

பயிற்சி - 2.5

- பின்வரும் தொடர்வரிசைகள் ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையா எனச் சோதிக்கவும்.

(i) $a-3, a-5, a-7, \dots$ (ii) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$ (iii) $9, 13, 17, 21, 25, \dots$

(iv) $\frac{-1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots$ (iv) $1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$
- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முதல் உறுப்பு a மற்றும் பொது வித்தியாசம் d -க்குக் கூட்டுத் தொடர்வரிசைகளைக் காண்க.

(i) $a = 5, d = 6$ (ii) $a = 7, d = -5$ (iii) $a = \frac{3}{4}, d = \frac{1}{2}$
- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பொது உறுப்புகளுடைய கூட்டுத் தொடர்வரிசைகளின் முதல் உறுப்பு மற்றும் பொது வித்தியாசம் காண்க. (i) $t_n = -3 + 2n$ (ii) $t_n = 4 - 7n$
- $-11, -15, -19, \dots$ என்ற கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் 19-வது உறுப்பைக் காண்க.
- $16, 11, 6, 1, \dots$ என்ற கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் -54 என்பது எத்தனையாவது உறுப்பு?
- $9, 15, 21, 27, \dots, 183$ என்ற கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் n உறுப்புகளைக் காண்க.
- ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் ஒன்பதாவது உறுப்பின் ஒன்பது மடங்கும், பதினைந்தாவது உறுப்பின் பதினைந்து மடங்கும் சமம் எனில் இருபத்து நான்காவது உறுப்பின் ஆறு மடங்கானது பூச்சியம் என நிறுவுக.
- $3+k, 18-k, 5k+1$ என்பவை ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில், k -யின் மதிப்புக் காண்க.
- $x, 10, y, 24, z$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில் x, y, z ஆகியவற்றின் மதிப்பு காண்க.
- ஒரு சினிமா அரங்கின் முதல் வரிசையில் 20 இருக்கைகளும் மொத்தம் 30 வரிசைகளும் உள்ளன. அடுத்தடுத்த ஒவ்வொரு வரிசையிலும் அதற்கு முந்தைய வரிசையைவிட இரண்டு இருக்கைகள் கூடுதலாக உள்ளன. கடைசி வரிசையில் எத்தனை இருக்கைகள் இருக்கும்?
- ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 27 மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் 288 எனில், அந்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.
- ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் 6-வது மற்றும் 8-வது உறுப்புகளின் விகிதம் 7:9 எனில், 9-வது மற்றும் 13-வது உறுப்புகளின் விகிதம் காண்க.

13. ஒரு குளிர்காலத்தில் திங்கள்கிழமை முதல் வெள்ளிக்கிழமை வரை ஊட்டியின் வெப்பநிலை கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன. திங்கள்கிழமை முதல் புதன்கிழமை வரை உள்ள வெப்பநிலைகளின் கூடுதல் 0°C மற்றும் புதன்கிழமை முதல் வெள்ளிக்கிழமை வரை உள்ள வெப்பநிலைகளின் கூடுதல் 18°C எனில், ஐந்து நாட்களின் வெப்பநிலைகளைக் காண்க.
14. பிரியா தனது முதல் மாத வருமானமாக ரூ.15,000 ஈட்டுகிறார். அதன் பிறகு ஒவ்வொரு ஆண்டும் அவரது மாத வருமானம் ரூ.1500 உயர்கிறது. அவளுடைய முதல் மாத செலவு ரூ.13,000 மற்றும் அவளது மாதாந்திரச் செலவு ஒவ்வொரு ஆண்டும் ரூ.900 உயர்கிறது. பிரியாவின் மாதாந்திரச் சேமிப்பு ரூ.20,000 அடைய எவ்வளவு காலம் ஆகும்?

எ.கா. 2.31 $8, 7\frac{1}{4}, 6\frac{1}{2}, 5\frac{3}{4}, \dots$ என்ற கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் முதல் 15 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

எ.கா. 2.32 $0.40 + 0.43 + 0.46 + \dots + 1$ என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்க.

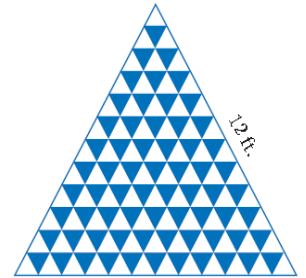
எ.கா. 2.33 $1+5+9+\dots$ என்ற தொடரில் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் 190 கிடைக்கும்?

எ.கா. 2.34 ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் 13-வது உறுப்பு 3 மற்றும் முதல் 13 உறுப்புகளின் கூடுதல் 234 எனில், கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் பொது வித்தியாசம் மற்றும் முதல் 21 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

எ.கா. 2.35 ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $\frac{5n^2}{2} + \frac{3n}{2}$ எனில், 17-வது உறுப்பைக் காண்க.

எ.கா. 2.36 300-க்கும் 600-க்கும் இடையே 7-ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

எ.கா.2.37 சிறிய தரையோடுகளைக் கொண்டு 12 அடி பக்க அளவுள்ள சமபக்க முக்கோண தரையோடுகள் (Mosaic) அமைக்கப்படுகிறது. அவற்றில் உள்ள ஒவ்வொரு தரையோடும் 12 அங்குல அளவிலான சமபக்க முக்கோண வடிவில் உள்ளது. சிறிய தரையோடுகளின் வண்ணங்கள் படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது போல மாறி மாறி உள்ளன. ஒவ்வொரு வண்ணத்திலும் உள்ள தரையோடுகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட அமைப்பில் உள்ள மொத்த தரையோடுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.



எ.கா.2.38 ஒரு தெருவிலுள்ள வீடுகளுக்கு 1 முதல் 49 வரை தொடர்ச்சியாகக் கதவிலக்கம் வழங்கப்பட்டுள்ளது. செந்திலின் வீட்டிற்கு முன்னதாக உள்ள வீடுகளின் கதவிலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகையானது செந்திலின் வீட்டிற்கு பின்னதாக உள்ள வீடுகளின் கதவிலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமம் எனில் செந்திலின் வீட்டுக் கதவிலக்கத்தைக் காண்க. (PTA-2)

எ.கா. 2.39 S_1, S_2 மற்றும் S_3 என்பன முறையே ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல் $n, 2n$ மற்றும் $3n$ உறுப்புகளின் கூடுதல் ஆகும். $S_3 = 3(S_2 - S_1)$ என நிறுவுக (DMQ)

பயிற்சி -2.6

- பின்வருவனவற்றின் கூடுதல் காண்க (i) $3, 7, 11, \dots, 40$ உறுப்புகள் வரை (ii) $102, 97, 92, \dots, 27$ உறுப்புகள் வரை (iii) $6+13+20 + \dots + 97$.
- 5-லிருந்து தொடங்கி எத்தனை தொடர்ச்சியான ஒற்றை முழுக்களைக் கூட்டினால் கூடுதல் 480 கிடைக்கும்?
- ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் n -வது உறுப்பு $4n - 3$ எனில், அதன் முதல் 28 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

4. ஒரு குறிப்பிட்ட தொடரின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $2n^2 - 3n$ எனில், அது ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை என நிரூபிக்க.
5. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 104-வது உறுப்பு மற்றும் 4-வது உறுப்புகள் முறையே 125 மற்றும் 0. அத்தொடர்வரிசையின் முதல் 35 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.
6. 450-க்குக் குறைவாக உள்ள அனைத்து ஒற்றை மிகை முழுக்களின் கூடுதல் காண்க.
7. 602-க்கும் 902-க்கும் இடையே 4 ஆல் வகுபடாத இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.
8. இரகு ஒரு மடிக்கணினி வாங்க விரும்புகிறார். அவர் அதற்கான தொகையான ரூ.40,000 -ஐ உடனடியாக பணமாகவும் செலுத்தலாம் அல்லது 10 மாதத் தவணைகளில் முதல் தவணை ரூ.4,800, இரண்டாம் தவணை ரூ.4,750, மூன்றாம் தவணை ரூ.4,700 என்ற அடிப்படையிலும் செலுத்தலாம். அவர் இந்த வகையில் பணம் செலுத்துகிறார் எனில்,
 (i) 10 மாதத் தவணைகளில் அவர் செலுத்திய மொத்தத் தொகை
 (ii) மாதத் தவணை அடிப்படையில் பணம் செலுத்தும்போது அவர் அசலைக் காட்டிலும் கூடுதலாகச் செலுத்திய தொகை ஆகியவற்றைக் காண்க
9. ஒருவர் தான் பெற்ற ரூ.65,000 கடனை திருப்பிச் செலுத்த முதல் மாதம் ரூ.400 செலுத்துகிறார். அதன் பிறகு ஒவ்வொரு மாதமும் முந்தைய மாதம் செலுத்தியதைவிட ரூ.300 கூடுதலாகச் செலுத்துகிறார். அவர் இந்தக் கடனை அடைக்க எவ்வளவு காலம் தேவைப்படும்? **(PTA-5)**
10. செங்கற்களினால் கட்டப்பட்ட ஒரு படிக்கட்டில் மொத்தம் 30 படிக்கட்டுகள் உள்ளன. கீழ்ப் படிக்கட்டை அமைப்பதற்கு 100 செங்கற்கள் தேவைப்படுகிறது. அடுத்தடுத்த படிக்கட்டுகள் அமைப்பதற்கு முந்தைய படிக்கட்டை விட இரண்டு செங்கற்கள் குறைவாகத் தேவைப்படுகிறது. (i) உச்சியிலுள்ள படிக்கட்டை அமைப்பதற்கு எத்தனை செங்கற்கள் தேவை? (ii) படிக்கட்டுகள் முழுவதும் அமைப்பதற்கு எத்தனை செங்கற்கள் தேவை?
11. $S_1, S_2, S_3, \dots, S_m$ என்பன m வெவ்வேறு கூட்டுத்தொடர்வரிசைகளின் n உறுப்புகளின் கூடுதலாகும். முதல் உறுப்புகள் $1, 2, 3, \dots, m$ மற்றும் பொது வித்தியாசங்கள் $1, 3, 5, \dots, (2m - 1)$ முறையே அமைந்தால், அந்தக் கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_m = \frac{1}{2} mn (mn + 1)$ என நிரூபிக்க.
12. $\left[\frac{a-b}{a+b} + \frac{3a-2b}{a+b} + \frac{5a-3b}{a+b} + \dots + 12 \right]$ உறுப்புகள்] -என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்க.

எ.கா. 2.40 பின்வரும் தொடர்வரிசைகளில் எவை பெருக்குத் தொடர்வரிசையாகும்?

- (i) 7, 14, 21, 28, ... (ii) $\frac{1}{2}, 1, 2, 4, \dots$ (iii) 5, 25, 50, 75, ...

எ.கா. 2.41 பின்வருவனவற்றின் முதல் உறுப்பு மற்றும் பொது விகிதம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதனுடைய பெருக்குத்தொடர் வரிசைகளைக் காண்க.

- (i) $a = -7, r = 6$ **(PTA-5)** (ii) $a = 256, r = 0.5$

எ.கா. 2.42 9, 3, 1, ... என்ற பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் 8-வது உறுப்பைக் காண்க.

எ.கா. 2.43 ஒரு பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் 4-வது உறுப்பு $\frac{8}{9}$ மற்றும் 7-வது உறுப்பு $\frac{64}{243}$ எனில், அந்தப் பெருக்குத் தொடர்வரிசையைக் காண்க.

எ.கா. 2.44 ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் 343 மற்றும் அவற்றின் கூடுதல் $\frac{91}{3}$ எனில், அந்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

எ.கா. 2.45 ஒரு இயந்திரத்தின் தற்போதைய மதிப்பு ரூ.40,000 மற்றும் ஒவ்வொரு வருடமும் அதன் மதிப்பு 10% குறைகிறது. 6-வது வருடத்தில் இயந்திரத்தின் தோராய மதிப்பைக் காண்க.

பயிற்சி -2.7

- பின்வரும் தொடர்வரிசைகளில் எவை பெருக்குத் தொடர்வரிசையாகும்?
 - 3, 9, 27, 81,...
 - 4, 44, 444, 4444,...
 - 0.5, 0.05, 0.005,...
 - $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \dots$
 - 1, -5, 25, -125,...
 - 120, 60, 30, 18,...
 - 16, 4, 1, $\frac{1}{4}, \dots$
- கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முதல் உறுப்பு மற்றும் பொதுவிகிதம் உடைய பெருக்கத் தொடர்வரிசையின் முதல் மூன்று உறுப்புகளை எழுதுக.
 - $a = 6, r = 3$
 - $a = \sqrt{2}, r = \sqrt{2}$
 - $a = 1000, r = \frac{2}{5}$
- 729, 243, 81, ... என்ற பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் 7-ஆவது உறுப்பைக் காண்க..
- $x + 6, x + 12$ மற்றும் $x + 15$ என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் தொடர்ச்சியான மூன்று உறுப்புகள் எனில், x -யின் மதிப்பைக் காண்க. **(PTA-2)**
- பின்வரும் பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க
 - 4, 8, 16, ..., 8192
 - $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots, \frac{1}{2187}$
- ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் 9-வது உறுப்பு 32805 மற்றும் 6-வது உறுப்பு 1215 எனில், 12-வது உறுப்பைக் காண்க.
- ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் 8-வது உறுப்பு 768 மற்றும் பொது விகிதம் 2 எனில், அதன் 10-வது உறுப்பைக் காண்க.
- a, b, c என்பன ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் அமையும் எனில், $3^a, 3^b, 3^c$ ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் அமையும் எனக் காட்டுக.
- ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் 27 மற்றும் அவைகளில் இரண்டிரண்டு உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனின் கூடுதல் $\frac{57}{2}$ எனில், அந்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.
- ஒரு நபர் ஒரு நிறுவனத்தில் துணை மேலாளராகப் பணியில் சேர்கிறார். அவருக்க அந்நிறுவனம் முதல் மாத ஊதியமாக ரூ.60,000 வழங்குகிறது மற்றும் ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5% வழங்குவதாக ஒப்புக்கொள்கிறது. 5 வருட முடிவில் அவருடைய மாத உதியம் எவ்வளவு? **(PTA-6)**
- சிவமணி ஒரு பணிக்கான நேர்காணலில் பங்கேற்கிறார். அந்நிறுவனம் அவருக்கு இரண்டு விதமான வாய்ப்புகளை வழங்குகிறது. **வாய்ப்பு A:** முதல் மாத ஊதியம் ரூ.20,000 மற்றும் நிச்சயமான 6% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 ஆண்டுகளுக்கு. **வாய்ப்பு B:** முதல் மாத ஊதியம் ரூ.22,000 மற்றும் நிச்சயமான 3% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 ஆண்டுகளுக்கு. A மற்றும் B ஆகிய இரு வாய்ப்புகளிலும் அவருடைய 4-வது வருட ஊதியம் எவ்வளவு?
- a, b, c என்பன ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் உள்ள மூன்று அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் மற்றும் x, y, z என்பன ஒரு பெருக்கு தொடர்வரிசையின் மூன்று அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் எனில் $x^{b-c} \times y^{c-a} \times z^{a-b} = 1$ என நிறுவுக.

எ.கா.2.46 1, -3, 9, -27, ... என்ற பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முதல் 8 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

எ.கா. 2.47 ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் $S_6 = 4095$ மற்றும் $r = 4$ எனில், அதன் முதல் உறுப்பைக் காண்க.

எ.கா. 2.48 $1 + 4 + 16 + \dots$ என்ற தொடரின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் கூடுதல் 1365 கிடைக்கும்?

எ.கா. 2.49 $3 + 1 + \frac{1}{3} + \dots \infty$ என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்க.

எ.கா. 2.50 $0.6666\dots$ என்ற எண்ணின் விகிதமுறு வடிவம் காண்க.

எ.கா. 2.51 $5 + 55 + 555 + \dots$ என்ற தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க. **(PTA-4)**

எ.கா. 2.52 $1+6+6^2+\dots+6^n > 5000$ என்றவாறு அமையும் மிகச் சிறிய மிகைமுழு n எண் காண்க

எ.கா. 2.53 ஒரு நபர் ஒவ்வொரு ஆண்டும் அதற்கு முந்தைய ஆண்டு சேமித்த தொகையில் பாதியைச் சேமிக்கிறார். 6 ஆண்டுகளில் அவர் ரூ.7875-ஐச் சேமிக்கிறார் எனில், முதல் ஆண்டில் அவர் சேமித்த தொகை எவ்வளவு?

பயிற்சி -2.8

1. பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

(i) $5, -3, \frac{9}{5}, \frac{-27}{25}, \dots$ (ii) $256, 64, 16, \dots$

2. $5, 15, 45, \dots$ என்ற பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முதல் 6 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

3. ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் பொது விகிதம் 5 மற்றும் முதல் 6 உறுப்புகளின் கூடுதல் 46872 எனில், அதன் முதல் உறுப்பைக் காண்க.

4. பின்வரும் முடிவறா தொடர்களின் கூடுதல் காண்க. (i) $9 + 3 + 1 + \dots$ (ii) $21 + 14 + \frac{28}{3} + \dots$

5. ஒரு முடிவறா பெருக்குத் தொடரின் முதல் உறுப்பு 8 மற்றும் முடிவறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல் $\frac{32}{3}$ எனில் அதன் பொது விகிதம் காண்க.

6. பின்வரும் தொடர்களின் n உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க

(i) $0.4 + 0.44 + 0.444 + \dots n$ உறுப்புகள் வரை (ii) $3 + 33 + 333 + \dots n$ உறுப்புகள் வரை

7. $3 + 6 + 12 + \dots + 1536$ என்ற பெருக்குத் தொடரின் கூடுதல் காண்க. **(PTA-3)**

8. குமார் தனது நான்கு நண்பர்களுக்கு கடிதம் எழுதுகிறார். மேலும், தனது நண்பர்களை அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் நான்கு வெவ்வேறு நண்பர்களுக்குக் கடிதம் எழுதுமாறும் மற்றும் இந்தச் செயல்முறையைத் தொடருமாறும் கூறுகிறார். இந்தச் செயல்முறை தொடர்ச்சியாக நடைபெறுகின்றது. ஒரு கடிதத்திற்கான செலவு ரூ.2 எனில், 8 நிலைகள் வரை கடிதங்கள் அனுப்புவதற்கு ஆகும் மொத்தச் செலவைக் காண்க.

9. $0.\overline{123}$ என்ற எண்ணின் விகிதமுறு வடிவம் காண்க.

10. $S_n = (x + y) + (x^2 + xy + y^2) + (x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) + \dots n$ உறுப்புகள் வரை எனில்,

$(x - y)S_n = \left[\frac{x^2(x^n - 1)}{x - 1} - \frac{y^2(y^n - 1)}{y - 1} \right]$ என நிறுவுக. **(PTA-1)**

- எ.கா. 2.54 மதிப்பு காண்க. (i) $1 + 2 + 3 + \dots + 50$ (ii) $16 + 17 + 18 + \dots + 75$
- எ.கா. 2.55 கூடுதல் காண்க (i) $1 + 3 + 5 + \dots + 40$ உறுப்புகள் வரை
(ii) $2 + 4 + 6 + \dots + 80$ (iii) $1 + 3 + 5 + \dots + 55$
- எ.கா. 2.56 கூடுதல் காண்க. (i) $1^2 + 2^2 + \dots + 19^2$ (ii) $5^2 + 10^2 + 15^2 + \dots + 105^2$
(iii) $15^2 + 16^2 + 17^2 + \dots + 28^2$
- எ.கா. 2.57 கூடுதல் காண்க. (i) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 16^3$ (ii) $9^3 + 10^3 + \dots + 21^3$
- எ.கா. 2.58 $1 + 2 + 3 + \dots + n = 666$ எனில், n -யின் மதிப்புக் காண்க. **(PTA-2)**

பயிற்சி - 2.9

- பின்வரும் தொடர்களின் கூடுதலைக் காண்க.
(i) $1 + 2 + 3 + \dots + 60$ (ii) $3 + 6 + 9 + \dots + 96$ (iii) $51 + 52 + 53 + \dots + 92$
(iv) $1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 225$ (v) $6^2 + 7^2 + 8^2 + \dots + 21^2$
(vi) $10^3 + 11^3 + 12^3 + \dots + 20^3$ **(PTA-5)** (vii) $1 + 3 + 5 + \dots + 71$
- $1 + 2 + 3 + \dots + k = 325$ எனில் $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3$ -யின் மதிப்பு காண்க.
- $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 44100$ எனில் $1 + 2 + 3 + \dots + k$ -யின் மதிப்புக் காண்க.
- $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots$ என்ற தொடரின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் கூடுதல் 14400 கிடைக்கும்?
- முதல் n இயல் எண்களின் கணங்களின் கூடுதல் 2025 எனில் n -யின் மதிப்பு காண்க.
- ரேகாவிடம் 10 செ.மீ., 11 செ.மீ., 12 செ.மீ.,..., 24 செ.மீ. என்ற பக்க அளவுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காதிதங்கள் உள்ளன. இந்த வண்ணக் காதிதங்களைக் கொண்டு எவ்வளவு பரப்பை அடைத்து அலங்கரிக்க முடியும்? **(PTA-1) (HY-19)**
- $(2^3 - 1^3) + (4^3 - 3^3) + (6^3 - 5^3) + \dots$ என்ற தொடர்வரிசையின் (i) n உறுப்புகள் வரை
(ii) 8 உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க

அலகு பயிற்சி - 2

- எல்லா மிகை முழுக்கள் n -க்கும் $n^2 - n$ ஆனது 2-ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.
- ஒரு பால்காரரிடம் 175 லிட்டர் பசும் பாலும் 105 லிட்டர் எருமைப்பாலும் உள்ளது. இவற்றை அவர் சம கொள்ளளவுக் கொண்ட இருவகையான கலன்களில் அடைத்து விற்க விருப்பப்படுகிறார். (i) இவ்வாறு விற்பதற்குத் தேவைப்படும் கலன்களின் அதிகபட்ச கொள்ளளவு எவ்வளவு? இவ்வாறாக (ii) எத்தனை கலன் பசும்பால் மற்றும் (iii) எருமைப்பால் விற்கப்பட்டிருக்கும்?
- a, b, c என்ற எண்களை 13 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதிகள் முறையே 9, 7 மற்றும் 10. $a + 2b + 3c$ ஐ 13-ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.
- 107 ஆனது $4q + 3$, q என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு என்ற வடிவில் அமையும் என நிறுவுக.
- ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் $(m + 1)$ வது உறுப்பானது $(n + 1)$ வது உறுப்பின் இரு மடங்கு எனில், $(3m + 1)$ வது உறுப்பானது $(m + n + 1)$ வது உறுப்பின் இரு மடங்கு என நிறுவுக.
- $-2, -4, -6, \dots, -100$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் இறுதி உறுப்பிலிருந்து 12வது உறுப்பைக் காண்க.

7. இரண்டு கூட்டுத் தொடர்வரிசைகள் ஒரே பொது வித்தியாசம் கொண்டுள்ளன. ஒரு தொடர் வரிசையின் முதல் உறுப்பு 2 மற்றும் மற்றொரு தொடர்வரிசையின் முதல் உறுப்பு 7. இரு தொடர்வரிசைகளின் 10வது உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம், 21-வது உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசத்திற்குச் சமம் என நிரூபித்து உள்ளது. இந்த வித்தியாசம் அந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசைகளின் பொது வித்தியாசத்திற்குச் சமமாக உள்ளது என நிறுவுக.
8. ஒரு நபர் 10 வருடங்களில் ரூ.16,500 ஐ சேமிக்கிறார். ஒவ்வொரு வருடமும் அவர் சேமிக்கும் தொகையானது அதற்கு முந்தைய வருடம் சேமிக்கும் தொகையை விட ரூ. 100 அதிகம். அவர் முதல் வருடம் எவ்வளவு சேமித்திருப்பார்? **(PTA-4)**
9. ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் 2-வது உறுப்பு $\sqrt{6}$ மற்றும் 6-வது உறுப்பு $9\sqrt{6}$ எனில் அந்தத் தொடர்வரிசையைக் காண்க.
10. ஒரு வாகனத்தின் மதிப்பு ஒவ்வொரு ஆண்டும் 15% குறைகிறது. வாகனத்தின் தற்போதைய மதிப்பு ரூ.45,000 எனில் 3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு வாகனத்தின் மதிப்பு என்ன?

அலகு-3

இயற்கணிதம்

- எ.கா. 3.1** தந்தையின் வயதானது மகனின் வயதைப் போல ஆறு மடங்கு ஆகும். ஆறு வருடங்களுக்குப் பிறகு தந்தையின் வயதானது மகனின் வயதைப்போல் நான்கு மடங்கு அதிகம். தந்தை மற்றும் மகனின் தற்போதைய வயதை (வருடங்களில்) காண்க.
- எ.கா. 3.2** தீர்க்க: $2x - 3y = 6$, $x + y = 1$
- எ.கா. 3.3** பின்வரும் மூன்று மாறிகளில் அமைந்த நேரிய சமன்பாட்டுத் தொகுப்பினைத் தீர்க்க
 $3x - 2y + z = 2$, $2x + 3y - z = 5$, $x + y + z = 6$.
- எ.கா. 3.4** பள்ளிகளுக்கிடையேயான ஒரு தடகளப் போட்டியில், மொத்தப் பரிசுகள் 24 கொண்ட தனிநபர் போட்டிகளில் ஒட்டுமொத்தமாக 56 புள்ளிகள் ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது. முதலிடம் பெறுபவருக்கு 5 புள்ளிகளும், இரண்டாமிடம் பெறுபவருக்கு 3 புள்ளிகளும், மூன்றாமிடம் பெறுபவருக்கு 1 புள்ளியும் அளிக்கப்படும். மூன்றாமிடம் பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கை முதல் மற்றும் இரண்டாம் இடங்களைப் பிடித்தவர்களின் எண்ணிக்கையின் கூடுதலுக்குச் சமம் எனில், முதல், இரண்டாம் மற்றும் மூன்றாமிடம் பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- எ.கா. 3.5** தீர்க்க $x + 2y - z = 5$; $x - y + z = -2$; $-5x - 4y + z = -11$
- எ.கா. 3.6** தீர்க்க $3x + y - 3z = 1$; $-2x - y + 2z = 1$; $-x - y + z = 2$.
- எ.கா. 3.7** தீர்க்க $\frac{x}{2} - 1 = \frac{y}{6} + 1 = \frac{z}{7} + 2$; $\frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 13$
- எ.கா. 3.8** தீர்க்க $\frac{1}{2x} + \frac{1}{4y} - \frac{1}{3z} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{x} = \frac{1}{3y}$; $\frac{1}{x} - \frac{1}{5y} + \frac{4}{z} = 2\frac{2}{15}$ **(PTA-1)**
- எ.கா.3.9** முதல் எண்ணின் மும்மடங்கு, இரண்டாம் எண் மற்றும் மூன்றாம் எண்ணின் இரு மடங்கு ஆகியவற்றின் கூடுதல் 5. முதல் எண் மற்றும் மூன்றாம் எண்ணின் மும்மடங்கு ஆகியவற்றின் கூடுதலிலிருந்து இரண்டாம் எண்ணின் மும்மடங்கைக் கழிக்க நாம் பெறுவது 2. முதல் எண்ணின் இரு மடங்கு மற்றும் இரண்டாம் எண்ணின் மும்மடங்கு ஆகியவற்றின் கூடுதலிலிருந்து மூன்றாம் எண்ணைக் கழிக்க நாம் பெறுவது 1. இவ்வாறு அமைந்த மூன்று எண்களைக் காண்க.

பயிற்சி - 3.1

1. கீழ்க்காணும் மூன்று மாறிகளில் அமைந்த ஒருங்கமை நேரியல் சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகளைத் தீர்க்க.
 - (i) $x + y + z = 5$; $2x - y + z = 9$; $x - 2y + 3z = 16$ (PTA-5)
 - (ii) $\frac{1}{x} - \frac{2}{y} + 4 = 0$; $\frac{1}{y} - \frac{1}{z} + 1 = 0$; $\frac{2}{z} + \frac{3}{x} = 14$
 - (iii) $x + 20 = \frac{3y}{2} + 10 = 2z + 5 = 110 - (y + z)$
2. கீழ்க்காணும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகளின் தீர்வுகளின் தன்மையைக் காண்க.
 - (i) $x + 2y - z = 6$; $-3x - 2y + 5z = -12$; $x - 2z = 3$
 - (ii) $2y + z = 3(-x + 1)$; $-x + 3y - z = -4$; $3x + 2y + z = -\frac{1}{2}$
 - (iii) $\frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{3} = \frac{x+y}{2}$; $x + y + z = 27$
3. தாத்தா, தந்தை மற்றும் வாணி ஆகிய மூவரின் சராசரி வயது 53. தாத்தாவின் வயதில் பாதி, தந்தையின் வயதில் மூன்றில் ஒரு பங்கு மற்றும் வாணியின் வயதில் நான்கில் ஒரு பங்கு ஆகியவற்றின் கூடுதல் 65, நான்கு ஆண்டுகளுக்கு முன் தாத்தாவின் வயது வாணியின் வயதைப்போல் நான்கு மடங்கு எனில் மூவரின் தற்போதைய வயதைக் காண்க. (PTA-2)
4. ஒரு மூவிலக்க எண்ணில், இலக்கங்களின் கூடுதல் 11. இலக்கங்களை இடமிருந்து வலமாக வரிசை மாற்றினால் புதிய எண் பழைய எண்ணின் ஐந்து மடங்கைவிட 46 அதிகம். பத்தாம் இட இலக்கத்தின் இரு மடங்கோடு நூறாம் இட இலக்கத்தைக் கூட்டினால் ஒன்றாம் இட இலக்கம் கிடைக்கும் எனில், அந்த மூவிலக்க எண்ணைக் காண்க.
5. ஐந்து, பத்து மற்றும் இருபது ரூபாய் நோட்டுகளின் மொத்த மதிப்பு ரூ.105 மற்றும் மொத்த நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை 12. முதல் இரண்டு வகை நோட்டுகளின் எண்ணிக்கையை இடமாற்றம் செய்தால் முந்தைய மதிப்பை விட ரூ.20 அதிகரிக்கிறது எனில், எத்தனை ஐந்து, பத்து மற்றும் இருபது ரூபாய் நோட்டுகள் உள்ளன?

எ.கா. 3.10 $x^3 + x^2 - x + 2$ மற்றும் $2x^3 - 5x^2 + 5x - 3$ ஆகிய பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க.

எ.கா. 3.11 $6x^3 - 30x^2 + 60x - 48$ மற்றும் $3x^3 - 12x^2 + 21x - 18$ ஆகிய பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க.

எ.கா. 3.12 பின்வருவனவற்றிற்கு மீ.பொ.ம காண்க. (i) $8x^4y^2$, $48x^2y^4$ (ii) $5x - 10$, $5x^2 - 20$
(iii) $x^4 - 1$, $x^2 - 2x + 1$ (iv) $x^3 - 27$, $(x - 3)^2$, $x^2 - 9$

பயிற்சி - 3.2

1. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க. (i) $x^4 + 3x^3 - x - 3$, $x^3 + x^2 - 5x + 3$
(ii) $x^4 - 1$, $x^3 - 11x^2 + x - 11$ (iii) $3x^4 + 6x^3 - 12x^2 - 24x$, $4x^4 + 14x^3 + 8x^2 - 8x$
(iv) $3x^3 + 3x^2 + 3x + 3$, $6x^3 + 12x^2 + 6x + 12$
2. பின்வருவனவற்றிற்கு மீ.பொ.ம காண்க. (i) $4x^2y$, $8x^3y^2$ (ii) $9a^3b^2$, $12a^2b^2c$
(iii) $16m$, $12m^2n^2$, $8n^2$ (iv) $p^2 - 3p + 2$, $p^2 - 4$ (v) $2x^2 - 5x - 3$, $4x^2 - 36$
(vi) $(2x^2 - 3xy)^2$, $(4x - 6y)^3$, $8x^3 - 27y^3$

பயிற்சி -3.3

- பின்வருவனவற்றில் முறையே $f(x)$ மற்றும் $g(x)$ ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ. மற்றும் மீ.பொ.ம. காண்க. மேலும், $f(x) \times g(x) = (\text{மீ.பொ.ம}) \times (\text{மீ.பொ.வ})$ என்பதைச் சரிபார்க்க.
 - $21x^2y, 35xy^2$
 - $(x^3-1)(x+1), (x^3+1)$
 - $(x^2y+xy^2), (x^2+xy)$
- கீழ்க்கண்ட ஒவ்வொரு சோடி பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.ம. காண்க.
 - $a^2 + 4a - 12, a^2 - 5a + 6$ இவற்றின் மீ.பொ.வ. $a - 2$ (PTA-6)
 - $x^4 - 27a^3x, (x - 3a)^2$ இவற்றின் மீ.பொ.வ. $(x - 3a)$
- பின்வரும் ஒவ்வொரு சோடி பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் மீ.பொ.வ. காண்க.
 - $12(x^4 - x^3), 8(x^4 - 3x^3 + 2x^2)$ இவற்றின் மீ.பொ.ம. $24x^3(x - 1)(x - 2)$
 - $(x^3+y^3), (x^4+x^2y^2+y^4)$ இவற்றின் மீ.பொ.ம. $(x^3 + y^3)(x^2 + xy + y^2)$
- $p(x), q(x)$ என்ற இரு பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.ம. மற்றும் மீ.பொ.வ. கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றிலிருந்து கீழ்க்கண்டவற்றைக் கண்டறிந்து நிரப்புக.

எண்	மீ.பொ.ம	மீ.பொ.வ	$p(x)$	$q(x)$
(i)	$a^3 - 10a^2 + 11a + 70$	$a - 7$	$a^2 - 12a + 35$	
(ii)	$(x^2 + y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$	$(x^2 - y^2)$		$(x^4 - y^4)(x^2 + y^2 - xy)$

எ.கா. 3.13 விகிதமுறு கோவைகளை எளிய வடிவில் சுருக்குக. (i) $\frac{x-3}{x^2-9}$ (ii) $\frac{x^2-16}{x^2+8x+16}$

எ.கா. 3.14 பின்வரும் கோவைகளின் விலக்கப்பட்ட மதிப்பு காண்க.

(i) $\frac{x+10}{8x}$ (ii) $\frac{7p+2}{8p^2+13p+5}$ (iii) $\frac{x}{x^2+1}$

பயிற்சி -3.4

- பின்வரும் விகிதமுறு கோவைகளை எளிய வடிவிற்குச் சுருக்குக.
 - $\frac{x^2-1}{x^2+x}$
 - $\frac{x^2-11x+18}{x^2-4x+4}$
 - $\frac{9x^2+81x}{x^3+8x^2-9x}$
 - $\frac{p^2-3p-40}{2p^3-24p^2+64p}$
- கீழ்க்கண்ட கோவைகளுக்கு விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் இருப்பின் அவற்றைக் காண்க.
 - $\frac{y}{y^2-25}$
 - $\frac{t}{t^2-5t+6}$
 - $\frac{x^2+6x+8}{x^2+x-2}$
 - $\frac{x^3-27}{x^3+x^2-6x}$

எ.கா. 3.15 (i) $\frac{x^3}{9y^2}$ -ஐ $\frac{27y}{x^5}$ -ஆல் பெருக்குக (ii) $\frac{x^4b^2}{x-1}$ -ஐ $\frac{x^2-1}{a^4b^3}$ -ஆல் பெருக்குக

எ.கா. 3.16 பின்வருவனவற்றைக் காண்க (i) $\frac{14x^4}{y} \div \frac{7x}{3y^4}$ (ii) $\frac{x^2-16}{x+4} \div \frac{x-4}{x+4}$
 (iii) $\frac{16x^2-2x-3}{3x^2-2x-1} \div \frac{8x^2+11x+3}{3x^2-11x-4}$

பயிற்சி -3.5

- சுருக்குக (i) $\frac{4x^2y}{2z^2} \times \frac{6xz^3}{20y^4}$ (DMQ) (ii) $\frac{p^2-10p+21}{p-7} \times \frac{p^2+p-12}{(p-3)^2}$ (iii) $\frac{5t^3}{4t-8} \times \frac{6t-12}{10t}$

2. சுருக்குக (i) $\frac{x+4}{3x+4y} \times \frac{9x^2-16y^2}{2x^2+3x-20}$

(ii) $\frac{x^3-y^3}{3x^2+9xy+6y^2} \times \frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$

3. சுருக்குக (i) $\frac{2a^2+5a+3}{2a^2+7a+6} \div \frac{a^2+6a+5}{-5a^2-35a-50}$

(ii) $\frac{b^2+3b-28}{b^2+4b+4} \div \frac{b^2-49}{b^2-5b-14}$

(iii) $\frac{x+2}{4y} \div \frac{x^2-x-6}{12y^2}$

(iv) $\frac{12t^2-22t+8}{3t} \div \frac{3t^2+2t-8}{2t^2+4t}$

4. $x = \frac{a^2+3a-4}{3a^2-3}$ மற்றும் $y = \frac{a^2+2a-8}{2a^2-2a-4}$ எனில் x^2y^{-2} -ன் மதிப்பைக் காண்க. **(PTA-3)**

5. $p(x) = x^2 - 5x - 14$ என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையை $q(x)$ என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையால் வகுக்க $\frac{x-7}{x+2}$ எனும் விடை கிடைக்கிறது எனில், $q(x)$ -ஐக் காண்க. **(PTA-2)**

எ.கா. 3.17 $\frac{x^2+20x+36}{x^2-3x-28} - \frac{x^2+12x+4}{x^2-3x-28}$ -ஐக் காண்க.

எ.கா. 3.18 சுருக்குக $\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2-8x+15}$

பயிற்சி -3.6

1. கூட்டுக (i) $\frac{x(x+1)}{x-2} + \frac{x(1-x)}{x-2}$

(ii) $\frac{x+2}{x+3} + \frac{x-1}{x-2}$

(iii) $\frac{x^3}{x-y} + \frac{y^3}{y-x}$

2. கழிக்க (i) $\frac{(2x+1)(x-2)}{x-4} - \frac{(2x^2-5x+2)}{x-4}$

(ii) $\frac{4x}{x^2-1} - \frac{x+1}{x-1}$

3. $\frac{2x^3+x^2+3}{(x^2+2)^2}$ -யிலிருந்து $\frac{1}{x^2+2}$ -ஐக் கழிக்க.

4. $\frac{x^2+6x+8}{x^3+8}$ -யிலிருந்து எந்த விகிதமுறு கோவையைக் கழித்தால் $\frac{3}{x^2-2x+4}$ என்ற கோவை கிடைக்கும்? **(PTA-4)**

5. $A = \frac{2x+1}{2x-1}$ மற்றும் $B = \frac{2x-1}{2x+1}$ எனில், $\frac{1}{A-B} - \frac{2B}{A^2-B^2}$ காண்க.

6. $A = \frac{x}{x+1}$ மற்றும் $B = \frac{1}{x+1}$ எனில் $\frac{(A+B)^2 + (A-B)^2}{A \div B} = \frac{2(x^2+1)}{x(x+1)^2}$ என நிரூபிக்க

7. ஒரு வேலையை 4 மணி நேரத்தில் பாரி செய்கிறார். யுவன் அதே வேலையை 6 மணி நேரத்தில் செய்கிறார் எனில் இருவரும் சேர்ந்து அந்த வேலையைச் செய்து முடிக்க எத்தனை மணி நேரமாகும்

(DMQ)

8. இனியா 50 கி.கி. எடையுள்ள ஆப்பிள்கள் மற்றும் வாழைப்பழங்கள் வாங்கினார். ஒரு கிலோகிராமுக்கு ஆப்பிள்களின் விலை வாழைப்பழங்களின் விலையைப் போல இருமடங்கு ஆகும். வாங்கப்பட்ட ஆப்பிள்களின் விலை ரூ.1800 மற்றும் வாழைப்பழங்களின் விலை ரூ.600 எனில், இனியா வாங்கிய இருவகை பழங்களின் எடையைக் கிலோகிராமில் காண்க.

எ.கா.3.19 கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க.

(i) $256(x-a)^8 (x-b)^4 (x-c)^{16} (x-d)^{20}$

(ii) $\frac{144a^8b^{12}c^{16}}{81f^{12}g^4h^{14}}$ **(PTA-5)**

எ.கா. 3.20 கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க.

(i) $16x^2 + 9y^2 - 24xy + 24x - 18y + 9$ (ii) $(6x^2 + x - 1)(3x^2 + 2x - 1)(2x^2 + 3x + 1)$

(iii) $[\sqrt{15}x^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{10})x + \sqrt{2}] [\sqrt{5}x^2 + (2\sqrt{5}+1)x + 2] [\sqrt{3}x^2 + (\sqrt{2}+2\sqrt{3})x + 2\sqrt{2}]$

பயிற்சி -3.7

1. பின்வருவனவற்றின் வர்க்கமூலம் காண்க.

(i) $\frac{400x^4y^{12}z^{16}}{100x^8y^4z^4}$

(ii) $\frac{7x^2+2\sqrt{14}x+2}{x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}}$

(iii) $\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}(b-c)^4}$

2. கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க.

(i) $4x^2+20x+25$

(ii) $9x^2-24xy+30xz-40yz+25z^2+16y^2$

(iii) $(4x^2-9x+2)(7x^2-13x-2)(28x^2-3x-1)$

(iv) $(2x^2+\frac{17}{6}x+1)(\frac{3}{2}x^2+4x+2)(\frac{4}{3}x^2+\frac{11}{3}x+2)$

எ.கா. 3.21 $64x^4-16x^3+17x^2-2x+1$ என்பதின் வர்க்கமூலம் காண்க.

எ.கா. 3.22 $9x^4+12x^3+28x^2+ax+b$ ஆனது ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் a, b ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க **(PTA-5) (HY-19)**

பயிற்சி -3.8

1. வகுத்தல் முறையில் பின்வரும் பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க

(i) $x^4-12x^3+42x^2-36x+9$

(ii) $37x^2-28x^3+4x^4+42x+9$

(iii) $16x^4+8x^2+1$

(iv) $121x^4-198x^3-183x^2+216x+144$

2. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் முழு வர்க்கங்கள் எனில் a மற்றும் b -யின் மதிப்பு காண்க.

(i) $4x^4-12x^3+37x^2+bx+a$ **(PTA-4)**

(ii) $ax^4+bx^3+361x^2+220x+100$

3. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் முழு வர்க்கங்கள் எனில் m மற்றும் n -யின் மதிப்பு காண்க

(i) $36x^4-60x^3+61x^2-mx+n$

(ii) $x^4-8x^3+mx^2+nx+16$

எ.கா. 3.23 $x^2+8x+12$ என்ற இருபடி கோவையின் பூச்சியங்களைக் காண்க.

எ.கா. 3.24 மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கல் கீழ்க்காணுமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன எனில், அவற்றுக்குத் தகுந்த இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் கண்டறிக.

(i) 9, 14

(ii) $\frac{-7}{2}, \frac{5}{2}$

(iii) $\frac{-3}{5}, \frac{-1}{2}$

எ.கா. 3.25 கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் ஆகியவற்றைக் காண்க.

(i) $x^2+8x-65=0$

(ii) $2x^2+5x+7=0$

(iii) $kx^2-k^2x-2k^3=0$

பயிற்சி -3.9

1. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(i) -9, 20

(ii) $\frac{5}{3}, 4$

(iii) $\frac{-3}{2}, -1$

(iv) $-(2-a)^2, (a+5)^2$

2. கீழ்க்காணும் இருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் காண்க.

(i) $x^2+3x-28=0$

(ii) $x^2+3x=0$

(iii) $3+\frac{1}{a}=\frac{10}{a^2}$

(iv) $3y^2-y-4=0$

எ.கா. 3.26 தீர்க்க : $2x^2-2\sqrt{6}x+3=0$ **(PTA-6)**

எ.கா. 3.27 தீர்க்க : $2m^2+19m+30=0$

எ.கா. 3.28 தீர்க்க : $x^4 - 13x^2 + 42 = 0$ (PTA-1)

எ.கா. 3.29 தீர்க்க : $\frac{x}{x-1} + \frac{x-1}{x} = 2\frac{1}{2}$

பயிற்சி -3.10

1. காரணிப்படுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $4x^2 - 7x - 2 = 0$ (ii) $3(p^2 - 6) = p(p+5)$ (iii) $\sqrt{a(a-7)} = 3\sqrt{2}$
 (iv) $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$ (v) $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

2. n அணிகள் பங்குபெறும் ஒரு கையுந்து விளையாட்டு (Volley ball) போட்டியில் ஒவ்வொரு அணியும் மற்ற அனைத்து அணிகளோடும் விளையாட வேண்டும். 15 போட்டிகள் கொண்ட தொடரில் மொத்தப் போட்டிகளின் எண்ணிக்கை $G(n) = \frac{n^2 - n}{2}$ எனில், பங்கேற்கும் அணிகளின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

எ.கா. 3.30 தீர்க்க : $x^2 - 3x - 2 = 0$

எ.கா. 3.31 தீர்க்க : $2x^2 - x - 1 = 0$

எ.கா. 3.32 சூத்திர முறையில் $x^2 + 2x - 2 = 0$ தீர்க்கவும்

எ.கா. 3.33 சூத்திர முறையைப் பயன்படுத்தி $2x^2 - 3x - 3 = 0$ -ஐத் தீர்க்க.

எ.கா. 3.34 $3p^2 + 2\sqrt{5}p - 5 = 0$ -ஐ சூத்திர முறையில் தீர்க்கவும்

எ.கா. 3.35 தீர்க்க. $pqx^2 - (p+q)^2x + (p+q)^2 = 0$

பயிற்சி -3.11

1. கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாடுகளை வர்க்கப் பூர்த்தி முறையில் தீர்க்க.

(i) $9x^2 - 12x + 4 = 0$ (ii) $\frac{5x+7}{x-1} = 3x+2$ (PTA-3)

2. சூத்திர முறையைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. (i) $2x^2 - 5x + 2 = 0$
 (ii) $\sqrt{2}f^2 - 6f + 3\sqrt{2} = 0$ (iii) $3y^2 - 20y - 23 = 0$ (iv) $36y^2 - 12ay + (a^2 - b^2) = 0$

3. சாய்வு தளத்தில் t -வினாடிகளில் ஒரு பந்து கடக்கும் தூரம் $d = t^2 - 0.75t$ அடிகளாகும். 11.25 அடி தொலைவைக் கடக்க பந்து எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் எவ்வளவு?

எ.கா.3.36 குமரனின் தற்போதைய வயதின் இருமடங்கோடு ஒன்றைக் கூட்டினால் கிடைப்பது, குமரனின் இரண்டாண்டுகளுக்கு முந்தைய வயதையும் அவரின் 4 ஆண்டுகளுக்குப் பிந்தைய வயதையும் பெருக்கக் கிடைப்பதற்குச் சமம் எனில், அவரின் தற்போதைய வயதைக் காண்க. (PTA-1)

எ.கா.3.37 17 அடி நீளமுள்ள ஓர் ஏணி ஒரு சுவரின் மீது சாய்ந்துள்ளது. தரை, ஏணி மற்றும் செங்குத்துச் சுவர் மூன்றும் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை உருவாக்குகின்றன. சுவரின் அடியிலிருந்து ஏணியின் அடி முனை வரை உள்ள தூரம் ஏணியின் மேல் முனை சுவரைத் தொடும் உயரத்தைவிட அடி 7 குறைவு எனில், சுவரின் உயரம் காண்க.

எ.கா.3.38 ஓர் இடத்தில் x^2 அன்னங்கள் கூட்டமாக இருந்தன. மேகங்கள் கூடியதால், $10x$ அன்னங்கள் எரிக்குச் சென்றன. எட்டில் ஒரு பங்கு தோட்டத்திற்குப் பறந்தன. மீதமுள்ள மூன்று ஜோடிகள் நீரில் விளையாடின எனில், மொத்த அன்னங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

எ.கா.3.39 சென்னையிலிருந்து விருத்தாச்சலத்திற்கு 240 கி.மீ. தூரத்தைக் கடக்க ஒரு பயணிகள் தொடர்வண்டிக்கு ஒரு விரைவு தொடர்வண்டியைவிட 1 மணி நேரம் கூடுதலாகத் தேவைப்படுகிறது. பயணிகள் தொடர்வண்டியின் வேகம், விரைவு தொடர்வண்டியின் வேகத்தைவிட 20 கி.மீ./மணி குறைவு எனில், இரு தொடர்வண்டிகளின் சராசரி வேகங்களைக் கணக்கிடுக.

பயிற்சி - 3.12

1. ஓர் எண் மற்றும் அதன் தலைகீழி ஆகியவற்றின் வித்தியாசம் $\frac{24}{5}$ எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க
(PTA-6)
2. $12\text{ மீ} \times 16\text{ மீ}$ அளவுகள் கொண்ட ஒரு செவ்வக வடிவப் பூங்காவைச் சுற்றி 'w' மீட்டர் அகலமுள்ள நடைபாதை அமைக்கப்படும்போது, அதன் மொத்தப் பரப்பு 285 சதுர மீட்டராக அதிகரிக்கிறது. நடைபாதையின் அகலத்தைக் கணக்கிடுக.
3. ஒரு பேருந்து 90 கி.மீ. தொலைவைச் சீரான வேகத்தில் கடக்கிறது. அதன் வேகம் 15 கி.மீ./ மணி அதிகரிக்கப்பட்டால், பயண நேரம் 30 நிமிடங்கள் குறைகிறது எனில், பேருந்தின் வேகத்தைக் கணக்கிடுக.
4. ஒரு பெண்ணின் வயது அவரது சகோதரியின் வயதைப் போல இருமடங்கு ஆகும். ஐந்து ஆண்டுகளுக்குப் பின் இரு வயதுகளின் பெருக்கற்பலன் 375 எனில், சகோதரிகளின் தற்போதைய வயதைக் காண்க.
(PTA-4)
5. 20 மீ விட்டமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் பரிதியில் கம்பம் ஒன்று பொருத்தப்பட வேண்டும். ஏதேனும் ஒரு விட்டத்தின் இரு முனைகளில் பொருத்தப்பட்டுள்ள P மற்றும் Q எனும் கதவுகளில் இருந்து கம்பத்திற்கு இடைப்பட்ட தொலைவுகளின் வித்தியாசம் 4 மீ உள்ளவாறு கம்பம் நடமுடியுமா? ஆம் எனில், இரு கதவுகளிலிருந்து கம்பத்தை எவ்வளவு தொலைவில் பொருத்த வேண்டும்?
6. $2x^2$ எண்ணிக்கையுடைய கருப்பு தேனீக்களின் கூட்டத்திலிருந்து கூட்டத்தின் பாதியின் வர்க்கமூல எண்ணிக்கை கொண்ட தேனீக்கள் ஒரு மரத்துக்குச் செல்கின்றன. மீண்டும் கூட்டத்திலிருந்து ஒன்பதில் எட்டுப் பங்கு கொண்ட தேனீக்கள் அதே மரத்துக்குச் செல்கின்றன. மீதமுள்ள இரண்டு தேனீக்கள் மணம் கமழும் மலரில் சிக்கிக் கொண்டன எனில், மொத்தத் தேனீக்களின் எண்ணிக்கை எத்தனை?
7. 70 மீ இடைப்பட்ட தொலைவில் உள்ள இரு அரங்குகளில் இசை ஒலிக்கப்படுகிறது. முதல் அரங்கில் 4 பாடகர்களும் இரண்டாம் அரங்கில் 9 பாடகர்களும் பாடுகிறார்கள். சம ஒலி அளவில் இசையைக் கேட்க விரும்பும் ஒரு நபர் இரு அரங்கங்களுக்கு இடையில் எங்கு நிற்க வேண்டும்? (குறிப்பு ஒலி அளவுகளின் விகிதமும், இடைப்பட்ட தொலைவுகளின் வர்க்கத்தின் விகிதமும் சமம்)
8. 10 மீ பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவ நிலத்தின் நடுவில், ஒரு சதுர மலர் மேடையும் அதனைச் சுற்றிச் சீரான அகலமுள்ள சரளை பாதையும் அமைக்கப்படுகிறது. ஒரு சதுர மீட்டர் மேடை மற்றும் பாதை அமைக்க முறையே ரூ.3 மற்றும் ரூ.4 என்றவாறு மொத்தச் செலவு ரூ.364 எனில், சரளை பாதையின் அகலம் என்ன?
9. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் 25 செ.மீ. மற்றும் அதன் சுற்றளவு 56 செ.மீ. எனில், முக்கோணத்தின் சிறிய பக்கத்தின் அளவைக் காண்க.

எ.கா.3.40 பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் தன்மையைக் காண்க.

$$(i) x^2 - x - 20 = 0$$

$$(ii) 9x^2 - 24x + 16 = 0$$

$$(iii) 2x^2 - 2x + 9 = 0$$

எ.கா.3.41 (i) இருபடிச் சமன்பாடு $kx^2 - (8k+4)x + 81 = 0$ -யின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில், 'k' -யின் மதிப்பைக் காண்க. (ii) $(k+9)x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ -யின் மூலங்கள் மெய் இல்லை எனில், 'k' -யின் மதிப்பைக் காண்க.

எ.கா.3.42 $x^2(p^2+q^2) + 2x(pr+qs) + r^2+s^2 = 0$ எனும் சமன்பாட்டிற்கு மெய் மூலங்கள் இல்லை எனக் காட்டுக. மேலும் $ps = qr$ எனில், மூலங்கள் மெய்யானவை மற்றும் சமம் என நிறுவுக.

பயிற்சி -3.13

1. பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் தன்மையைக் கூறுக.

(i) $15x^2 + 11x + 2 = 0$	(ii) $x^2 - x - 1 = 0$	(iii) $\sqrt{2}t^2 - 3t + 3\sqrt{2} = 0$
(iv) $9y^2 - 6\sqrt{2}y + 2 = 0$	(v) $9a^2b^2x^2 - 24abcdx + 16c^2d^2 = 0, a \neq 0, b \neq 0$	
2. கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகளின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில், 'k'-யின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $(5k - 6)x^2 + 2kx + 1 = 0$	(ii) $kx^2 + (6k+2)x + 16 = 0$
---------------------------------	--------------------------------
3. $(a - b)x^2 + (b - c)x + (c - a) = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில், b, a, c ஆகியவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையை அமைக்கும் என நிறுவுக. (HY-19)
4. a மற்றும் b மெய் எண்கள் எனில், $(a - b)x^2 - 6(a + b)x - 9(a - b) = 0$ -யின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமில்லை என நிரூபிக்கவும்.
5. $(c^2 - ab)x^2 - 2(a^2 - bc)x + b^2 - ac = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் மூலங்கள் சமம் மற்றும் மெய் எனில், $a = 0$ அல்லது $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ என நிரூபி. (PTA-6)
- எ.கா.3.43** $x^2 - 13x + k = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் வித்தியாசம் 17 எனில், k -யின் மதிப்புக் காண்க.
- எ.கா.3.44** $x^2 + 7x + 10 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், பின்வருவனவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

(i) $(\alpha - \beta)$	(ii) $\alpha^2 + \beta^2$	(iii) $\alpha^3 - \beta^3$
(iv) $\alpha^4 + \beta^4$	(v) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$	(vi) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$
- எ.கா.3.45** $3x^2 + 7x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளைக் காண்க.

(i) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$	(ii) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$
---	--
- எ.கா.3.46** $2x^2 - x - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், கீழே கொடுக்கப்பட்ட மூலங்களையுடைய இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(i) $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$	(ii) $2\beta, \beta^2\alpha$ (DMQ)	(iii) $2\alpha + \beta, 2\beta + \alpha$
---	--	--

பயிற்சி -3.14

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட கோவைகளை $\alpha + \beta$ மற்றும் $\alpha\beta$ வாயிலாக மாற்றி எழுதுக.

(i) $\frac{\alpha}{3\beta} + \frac{\beta}{3\alpha}$	(ii) $\frac{1}{\alpha^2\beta} + \frac{1}{\beta^2\alpha}$	(iii) $(3\alpha - 1)(3\beta - 1)$	(iv) $\frac{\alpha+3}{\beta} + \frac{\beta+3}{\alpha}$
---	--	-----------------------------------	--
2. $2x^2 - 7x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், பின்வருவனவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க (குறிப்பு: தீர்வு தேவையில்லை)

(i) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$	(ii) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$	(iii) $\frac{\alpha+2}{\beta+2} + \frac{\beta+2}{\alpha+2}$
--	--	---
3. $x^2 + 6x - 4 = 0$ -யின் மூலங்கள் α, β எனில், கீழ்க்கண்டவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(i) α^2 மற்றும் β^2	(ii) $\frac{2}{\alpha}$ மற்றும் $\frac{2}{\beta}$	(iii) $\alpha^2\beta$ மற்றும் $\beta^2\alpha$
----------------------------------	---	---
4. α, β என்பன $7x^2 + ax + 2 = 0$ -யின் மூலங்கள் மற்றும் $\beta - \alpha = \frac{-13}{7}$ எனில், a -யின் மதிப்புக் காண்க.

(PTA-6)

5. $2y^2 - ay + 64 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் மற்றவை போல இருமடங்கு எனில் a -யின் மதிப்புக் காண்க.
6. மெய்யெண்களை மூலங்களாகக் கொண்ட $3x^2 + kx + 81 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் மற்றொரு மூலத்தின் வர்க்கம் எனில், k -யின் மதிப்புக் காண்க. **(PTA-3)**

எ.கா.3.47 to எ.கா.3.50: மாறுபாடுகளின் வரைபடம்

பயிற்சி -3.15 -வரைபடம்

எ.கா.3.51 to எ.கா. 3.55: இருபடிசமன்பாடுகளின் வரைபடம்

பயிற்சி -3.16 -வரைபடம்

எ.கா.3.56 I, II, III என்ற மூன்று தொழிற்சாலைகளில் பணிபுரியும் ஆண்கள், பெண்கள் பற்றிய விவரம் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தொழிற்சாலை	ஆண்கள்	பெண்கள்
I	23	18
II	47	36
III	15	16

மேற்கண்ட தகவலை ஓர் அணி அமைப்பில் எழுதுக. இதில் இரண்டாவது நிரை மற்றும் முதலாவது நிரல் இடத்திலுள்ள உறுப்பு எதனைக் குறிக்கிறது ?

எ.கா. 3.57 ஒரு அணியானது 16 உறுப்புகளைக் கொண்டிருந்தால், அந்த அணிக்கு எத்தனை விதமான வரிசைகள் இருக்கும்?

எ.கா. 3.58 $a_{ij} = i^2 j^2$ என்ற அமைப்பைக் கொண்ட 3×3 வரிசையையுடைய அணியைக் காண்க.

எ.கா. 3.59 $\begin{pmatrix} a-b & 2a+c \\ 2a-b & 3c+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ என்ற அணி சமன்பாட்டிலிருந்து a, b, c, d மதிப்புகளைக் காண்க.

பயிற்சி -3.17

1. $A = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 4 & 3 \\ -1 & \sqrt{7} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ 6 & 8 & -11 & 1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியில் (i) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(ii) அணியின் வரிசையைக் காண்க. (iii) $a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{34}, a_{43}, a_{44}$ ஆகிய உறுப்புகளை எழுதுக.

2. 18 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்? ஓர் அணியின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 6 எனில், எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்?

3. பின்வருவனவற்றைக் கொண்டு 3×3 வரிசையைக் கொண்ட அணி $A = [a_{ij}]$ -யினைக் காண்க.

(i) $a_{ij} = |i - 2j|$ (ii) $a_{ij} = \frac{(i+j)^3}{3}$

4. $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 9 \\ 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ எனில், A -யின் நிரை நிரல் மாற்று அணியைக் காண்க.

5. $A = \begin{pmatrix} \sqrt{7} & -3 \\ -\sqrt{5} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix}$ எனில், $-A$ -யின் நிரை நிரல் மாற்று அணியைக் காண்க. **(PTA-2)**

6. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ எனில், $(A^T)^T = A$ என்பதனை சரிபார்க்க. **(HY-19)**

7. கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளில் இருந்து x, y மற்றும் z -யின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $\begin{pmatrix} 12 & 3 \\ x & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & z \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ **(DMQ)** (ii) $\begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ (iii) $\begin{pmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$

எ.கா.3.60 . $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ எனில் $A + B$ -ஐக் காண்க

எ.கா.3.61 குழு 1, குழு 2, குழு 3 எனும் மூன்று குழுக்களில் உள்ள மாணவர்களுக்கு இரண்டு தேர்வுகள் நடத்தப்பட்டுத் தமிழ், ஆங்கிலம், அறிவியல் மற்றும் கணிதம் ஆகிய பாடங்களில் அவர்கள் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண்களை A மற்றும் B என்ற அணிகளாகக் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில், மூன்று குழுக்களில் உள்ள மாணவர்கள், இரண்டு தேர்வுகளிலும் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்களைக் காண்க.

	தமிழ்	ஆங்கிலம்	அறிவியல்	கணிதம்	
A	குழு 1	22	15	14	23
	குழு 2	50	62	21	30
	குழு 3	53	80	32	40
	தமிழ்	ஆங்கிலம்	அறிவியல்	கணிதம்	
B	குழு 1	20	38	15	40
	குழு 2	18	12	17	80
	குழு 3	81	47	52	18

எ.கா.3.62 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 5 & -4 & 6 \\ -3 & 2 & 9 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 3 & 4 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$ எனில், $A + B$ -ஐக் காண்க.

எ.கா.3.63 $A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 1 & 3 & 9 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ எனில், $2A + B$ -ஐக் காண்க. **(PTA-3)**

எ.கா.3.64 $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & \sqrt{2} \\ 1 & 9 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -7 & 4 & -3 \\ \frac{1}{4} & \frac{7}{2} & 3 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix}$ எனில், $4A - 3B$ -ஐக் காண்க.

எ.கா.3.65 கீழ்க்கண்ட அணிச் சமன்பாட்டிலிருந்து a, b, c, d ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க

$$\begin{pmatrix} d & 8 \\ 3b & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & a \\ -2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2a \\ b & 4c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$$

எ.கா.3.66 $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 8 & 7 & 6 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 8 & -6 & -4 \\ 2 & 11 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ -1 & -7 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ எனில்,

பின்வருவனவற்றைக் காண்க (i) $3A + 2B - C$ (ii) $\frac{1}{2}A - \frac{3}{5}B$.

பயிற்சி -3.18

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ எனில், பின்வருவனவற்றைக் சரிபார்க்க.

(i) $A + B = B + A$ (ii) $A + (-A) = (-A) + A = O$

$$2. A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ மற்றும் } C = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} \text{ எனில்,}$$

$A + (B + C) = (A + B) + C$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

$$3. X + Y = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \text{ மற்றும் } X - Y = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \text{ எனில், } X \text{ மற்றும் } Y \text{ ஆகிய அணிகளைக் காண்க}$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \text{ எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க (i) } B - 5A \text{ (ii) } 3A - 9B$$

(PTA-5)

5. பின்வரும் அணிச் சமன்பாடுகளில் இருந்து x, y மற்றும் z -களின் மதிப்புகளைக் காண்க.

$$(i) \begin{pmatrix} x-3 & 3x-z \\ x+y+7 & x+y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} \quad (ii) \begin{pmatrix} x & y-z & z+3 \\ y & 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 16 \end{pmatrix}$$

$$6. x \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ எனில், } x \text{ மற்றும் } y \text{-ன் மதிப்புகளைக் காண்க.}$$

$$7. x \begin{pmatrix} 2x & 2 \\ 3 & x \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ 4 & 4x \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x^2 + 8 & 24 \\ 10 & 6x \end{pmatrix} \text{ என்ற அணிச் சமன்பாட்டில் } x \text{-ன் பூச்சியமற்ற மதிப்பைக் காண்க. (PTA-4)}$$

$$8. x, y \text{-ஐத் தீர்க்க: } \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -2x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{எ.கா. 3.67 } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ எனில், } AB \text{-ஐக் காண்க.}$$

$$\text{எ.கா.3.68 } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ எனில், } AB \text{ மற்றும் } BA \text{ காண்க. மேலும் } AB = BA \text{ என்பது சரியா என ஆராய்க.}$$

$$\text{எ.கா. 3.69 } A = \begin{pmatrix} 2 & -2\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2 \end{pmatrix} \text{ மற்றும் } B = \begin{pmatrix} 2 & 2\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & 2 \end{pmatrix} \text{ எனில், அணியின் பெருக்கலைப் பொறுத்து } A \text{ மற்றும் } B \text{ என்ற அணிகளுக்குப் பரிமாற்று விதி உண்மை எனக் காட்டுக.}$$

$$\text{எ.கா. 3.70 தீர்க்க } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{எ.கா. 3.71 } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ மற்றும் } C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \text{ எனில், } (AB)C = A(BC) \text{ எனக் காட்டுக}$$

$$\text{எ.கா. 3.72 } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ எனில், } A(B + C) = AB + AC \text{ என்பதைச் சரிபார்க்க}$$

(PTA-1)

$$\text{எ.கா. 3.73 } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ மற்றும் } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ எனில், } (AB)^T = B^T A^T \text{ என்பதைச் சரிபார்க்க.}$$

பயிற்சி -3.19

1. A, B என்ற அணிகள் கீழ்க்கண்டவாறு இருப்பின் AB -யின் வரிசையைக் காண்க.

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
A -யின் வரிசைகள்	3×3	4×3	4×2	4×5	1×1
B -யின் வரிசைகள்	3×3	3×2	2×2	5×1	1×3

2. அணி A -யின் வரிசை $p \times q$ மற்றும் அணி B -யின் வரிசை $q \times r$ இரு அணிகளையும் பெருக்கமுடியும் எனில், AB மற்றும் BA ஆகியவற்றின் வரிசையைக் காண்க. **(PTA-1)**

3. அணி A -யில் ' a ' நிரைகளும் ' $a + 3$ ' நிரல்களும் மற்றும் அணி B -யில் ' b ' நிரைகளும் ' $17 - b$ ' நிரல்களும் உள்ளன. பெருக்கல் அணிகள் AB மற்றும் BA -ஐக் காண முடியும் எனில் a மற்றும் b -யின் மதிப்பைக் காண்க.

4. $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ எனில், AB மற்றும் BA -ஐக் காண்க. மேலும், $AB = BA$ சரியா என ஆராய்க

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ எனில், $A(B + C) = AB + AC$ -ஐச் சரிபார்க்கவும்

6. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ எனில், இவ்விரு அணிகளுக்கும் பரிமாற்றுப் பண்பு $AB = BA$ உண்மை என நிறுவுக.

7. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில், கீழ்க்கண்டவற்றை நிரூபிக்கவும்

(i) $A(BC) = (AB)C$

(ii) $(A - B)C = AC - BC$

(iii) $(A - B)^T = A^T - B^T$

(HY-19)

8. $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} \sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 + B^2 = I$ என நிறுவுக **(PTA-2)**

9. $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ எனில், $AA^T = I$ எனக் காட்டுக.

10. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ எனில், $A^2 = I$ என்பதைச் சரிபார்க்க

11. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ எனில், $A^2 - (a + d)A = (bc - ad)I_2$ என நிறுவுக.

12. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ எனில், $(AB)^T = B^T A^T$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும் **(PTA-3)**

13. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில், $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$ என நிறுவுக.

அலகு பயிற்சி -3

1. தீர்க்க: $\frac{1}{3}(x + y - 5) = y - z = 2x - 11 = 9 - (x + 2z)$

2. ஒரு பள்ளியில் A , B மற்றும் C என்ற மூன்று பிரிவுகளில் 150 மாணவர்கள் புதிதாகச் சேர்க்கப்படுகின்றனர். பிரிவு A -யிலிருந்து பிரிவு C -க்கு 6 மாணவர்கள் மாற்றப்பட்டால், இரு பிரிவுகளிலும் சமமான மாணவர்கள் இருப்பர். C பிரிவு மாணவர்களின் எண்ணிக்கையின் 4 மடங்கு மற்றும் A பிரிவு மாணவர்களின் எண்ணிக்கை இவற்றின் வித்தியாசம் B பிரிவு மாணவர்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமம் எனில், மூன்று பிரிவுகளில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
3. ஒரு மூன்றிலக்க எண்ணின், பத்தாம் இட மற்றும் நூறாம் இட இலக்கங்களை இடமாற்றுவதன் மூலம் கிடைக்கும் புதிய எண், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் மும்மடங்கைவிட 54 அதிகம் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணோடு 198-ஐக் கூட்டினால் இலக்கங்கள் இட-வலப்பக்கமாக வரிசை மாறும். ஒன்றாம் இட இலக்கத்தைவிட அதிகமுள்ள பத்தாம் இட இலக்கத்தின் இரு மடங்கு நூறாம் இட இலக்கத்தை விட அதிகமுள்ள பத்தாம் இட இலக்கத்தின் இரு மடங்கு நூறாம் இட இலக்கத்தை விட அதிகமுள்ள பத்தாம் இட இலக்கத்திற்குச் சமம் எனில், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணைக் காண்க.
4. $xy(k^2+1)+k(x^2+y^2)$ மற்றும் $xy(k^2-1)+k(x^2-y^2)$ ஆகியவற்றின் மீ.பொ.ம. காண்க.
5. வகுத்தல் படிமுறையைப் பயன்படுத்தி $2x^4 + 13x^3 + 27x^2 + 23x + 7$, $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$, $x^2 + 2x + 1$ ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ. காண்க.
6. பின்வரும் விகிதமுறு கோவைகளை எளிய வடிவில் சுருக்குக.
- (i) $\frac{x^{3a} - 8}{x^{2a} + 2x^a + 4}$ (ii) $\frac{10x^3 - 25x^2 + 4x - 10}{-4 - 10x^2}$
7. சுருக்குக: $\frac{\frac{1}{p} + \frac{1}{q+r}}{\frac{1}{p} - \frac{1}{q+r}} \times \left(1 + \frac{q^2+r^2-p^2}{2qr}\right)$
8. அருள், மதன் மற்றும் இராம் மூவரும் இணைந்து ஒரு கடையை 6 மணி நேரத்தில் சுத்தம் செய்கின்றனர். தனித்தனியாகச் சுத்தம் செய்தால் அருளைப் போல இருமடங்கு நேரம் மதன் எடுத்துக் கொள்கிறார். மேலும், இராம், அருளின் நேரத்தைப்போல மும்மடங்கு எடுத்துக்கொள்கிறார் எனில், மூவரும் தனித்தனியாக எவ்வளவு நேரம் எடுத்துக் கொள்வார்கள்.
9. $289x^4 - 612x^3 + 970x^2 - 684x + 361$ -யின் வர்க்கமூலம் காண்க.
10. தீர்க்க $\sqrt{y+1} + \sqrt{2y-5} = 3$
11. 36 கி.மீ தூரத்தை ஒரு படகு நீரோட்டத்தின் திசையில் கடக்கும் நேரத்தைவிட எதிர்திசையில் கடக்கும் நேரம் 1.6 மணி நேரம் அதிகமாக எடுத்துக் கொள்கிறது. நீரோட்டத்தின் வேகம் 4 கி.மீ./மணி எனில், அசைவற்ற நீரில் படகின் வேகம் என்ன?
12. 320 மீ சுற்றளவும் 4800 ச.மீ. பரப்பளவும் கொண்ட செவ்வக வடிவப் பூங்காவை அமைக்க முடியுமா? ஆம் எனில், அதன் நீளம், அகலம் காண்க.
13. ஒரு கடிதாரத்தில் பிற்பகல் 2 மணியிலிருந்து t நிமிடங்களுக்குப் பிறகு 3 மணியை அடைவதற்குரிய கால அளவானது $\frac{t^2}{4}$ -ஐ விட மூன்று நிமிடங்கள் குறைவு எனில், t -யின் மதிப்பைக் காண்க.
14. ஓர் அரங்கில், ஒரு வரிசையில் உள்ள இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை அந்த அரங்கில் உள்ள மொத்த வரிசைகளின் எண்ணிக்கைக்குச் சமம். ஒவ்வொரு வரிசையில் உள்ள இருக்கைகளை 5 குறைத்து மொத்த வரிசைகளின் எண்ணிக்கையை இரட்டிப்பாக்கினால் அரங்கில் உள்ள இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை முன்பைவிட 375 அதிகரிக்கும். அரங்கில் துவக்கத்தில் இருந்த வரிசைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
15. $f(x) = x^2 - 2x + 3$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், கீழ்க்கண்டவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட பல்லுறுப்புக் கோவையைக் காண்க. (i) $\alpha + 2$, $\beta + 2$ (ii) $\frac{\alpha-1}{\alpha+1}$, $\frac{\beta-1}{\beta+1}$

16. $x^2+px - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலம் -4 மற்றும் $x^2+px + q = 0$ -யின் மூலங்கள் சமம் எனில், p மற்றும் q -யின் மதிப்புக் காண்க.

17. திலகன், கௌசிகன் என்ற இரு விவசாயிகள் அரிசி, கோதுமை மற்றும் கேழ்வரகு ஆகிய மூன்று தானியங்களைப் பயிரிட்டனர். ஏப்ரல் மாதத்தில் இருவருக்குமான தானியங்களின் விற்பனை விலை கீழ்க்கண்ட அணியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

ஏப்ரல் மாத விற்பனை (ரூபாயில்)

$$A = \begin{pmatrix} \text{அரிசி} & \text{கோதுமை} & \text{கேழ்வரகு} \\ 500 & 1000 & 1500 \\ 2500 & 1500 & 500 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{திலகன்} \\ \text{கௌசிகன்} \end{matrix}$$

மேலும், மே மாத விலை ஏப்ரல் மாத விலையின் இருமடங்கு எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.

(i) ஏப்ரல், மே மாதங்களின் சராசரி விற்பனை யாது?

(ii) இதேபோல் விலை தொடர்ந்து வரும் மாதங்களில் ஏற்றமடைந்தால் ஆகஸ்டு மாத விலையைக் காண்க.

18. $\cos\theta \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} + \sin\theta \begin{pmatrix} x & -\cos\theta \\ \cos\theta & x \end{pmatrix} = I_2$ எனில் x -ஐக் காண்க.

19. $A = \begin{pmatrix} p & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & -q \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ மற்றும் $BA = C^2$ எனில் p, q -ஐக் காண்க.

20. $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ எனில், $CD - AB = 0$ எனுமாறு அணி D -ஐக் காண்க.

அலகு-4

வடிவியல்

பின்வரும் தேற்றங்களை எழுதி நிறுவுக:

தேற்றம் 1: அடிப்படை விகிதசம தேற்றம் (அல்லது) தேல்ஸ் தேற்றம் **(PTA-2)**

தேற்றம் 2: அடிப்படை விகிதசம தேற்றத்தின் மறுதலை (அல்லது) தேல்ஸ் தேற்றத்தின் மறுதலை

தேற்றம் 3: கோண இருசமவெட்டி தேற்றம் **(PTA-5)**

தேற்றம் 4: கோண இருசமவெட்டி தேற்றத்தின் மறுதலை **(PTA-3)**

தேற்றம் 5: பிதாகரஸ் தேற்றம் (அல்லது) பெளதயன் தேற்றம் **(PTA-1&2) (HY-19)**

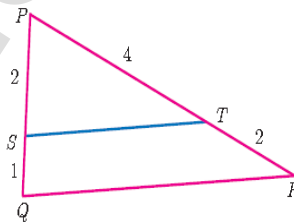
தேற்றம் 6: மாற்று வட்டத்துண்டு தேற்றம் (அல்லது) தொடுகோடு-நாண் தேற்றம் **(PTA-4)**

தேற்றம் 7: சீவாஸ் தேற்றம் (கூற்று மட்டும்)

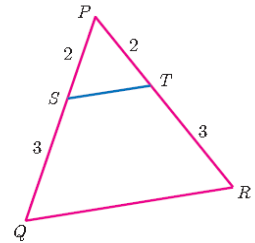
தேற்றம் 8: மெனிலாஸ் தேற்றம் (கூற்று மட்டும்)

எ.கா.4.1 $\Delta PST \sim \Delta PQR$ எனக் காட்டுக (i)

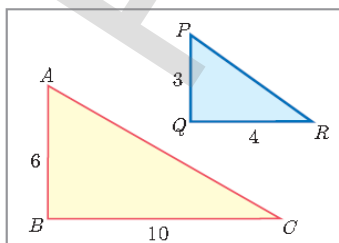
(PTA-1)



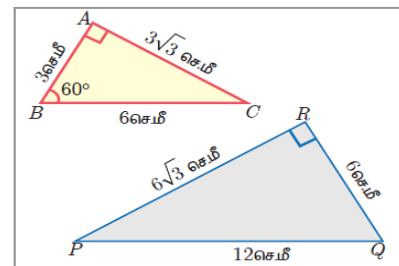
(ii)



எ.கா.4.2 $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ஆக இருக்குமா?

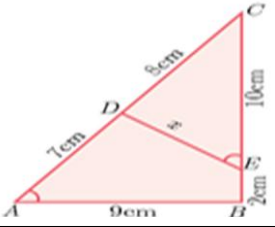


எ.கா.4.3 படத்திலிருந்து $\angle P$ -ஐக் காண்க

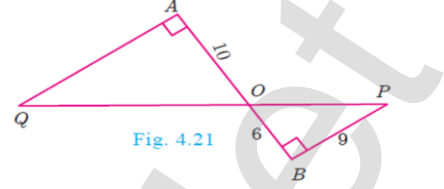


எ.கா.4.4 90 செ.மீ. உயரமுள்ள ஒரு சிறுவன் விளக்கு கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 1.2 மீ/வினாடி வேகத்தில் நடந்து செல்கிறான். தரையிலிருந்து விளக்கு கம்பத்தின் உயரம் 3.6 மீ எனில், 4 வினாடிகள் கழித்துச் சிறுவனுடைய நிழலின் நீளத்தைக் காண்க.

எ.கா.4.5 படத்தில் $\angle A = \angle CED$ எனில், $\Delta CAB \sim \Delta CED$ என நிரூபிக்கவும். x -யின் மதிப்பு காண்க.



எ.கா.4.6 படத்தில், QA மற்றும் PB ஆனது AB -க்கு செங்குத்தாகும். $AO = 10$ செ.மீ. $BO = 6$ செ.மீ மற்றும் $PB = 9$ செ.மீ AQ -ஐக் காண்க.



எ.கா.4.7 வடிவொத்த முக்கோணங்கள் ABC மற்றும் PQR -ன் சுற்றளவுகள் முறையே 36 செ.மீ. மற்றும் 24 செ.மீ. ஆகும். $PQ = 10$ செ.மீ. எனில், AB -ஐக் காண்க.

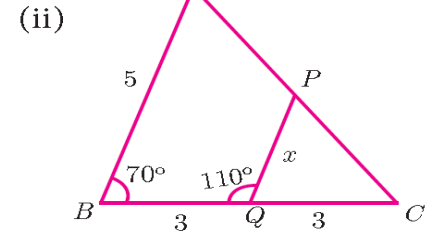
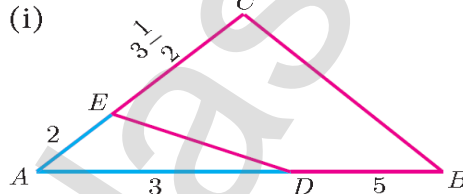
எ.கா.4.8 ΔABC ஆனது ΔDEF -க்கு வடிவொத்தவை. மேலும், $BC = 3$ செ.மீ, $EF = 4$ செ.மீ மற்றும் முக்கோணம் ABC -யின் பரப்பு = 54 செ.மீ² எனில், ΔDEF -யின் பரப்பைக் காண்க. (PTA-2)

எ.கா.4.9 'p' மீட்டர் இடைவெளியில் 'a' மீட்டர் மற்றும் 'b' மீட்டர் உயரமுள்ள இரண்டு தூண்கள் உள்ளன. தூண்களின் உச்சியிலிருந்து எதிரேயுள்ள தூண்களின் அடிக்கு வரையப்படும் கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியின் உயரமானது $\frac{ab}{a+b}$ மீட்டர் என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா. 4.10 & 4.11 - செய்முறை வடிவியல்

பயிற்சி -4.1

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டவற்றில் எந்த முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை என்பதைச் சோதிக்கவும். மேலும், x -யின் மதிப்புக் காண்க.

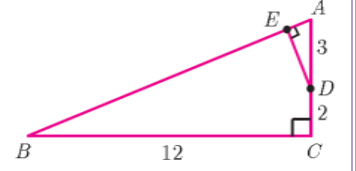


2. ஒரு பெண் விளக்கு கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 6.6 மீ தொலைவிலுள்ள கண்ணாடியில் விளக்கு கம்ப உச்சியின் பிரதிபலிப்பைக் காண்கிறாள். 1.25 மீ உயரமுள்ள அப்பெண் கண்ணாடியிலிருந்து 2.5 மீ தொலைவில் நிற்கிறாள். கண்ணாடியானது வானத்தை நோக்கி வைக்கப்பட்டுள்ளது. அப்பெண், கண்ணாடி மற்றும் விளக்கு கம்பம் ஆகியவை எல்லாம் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைவதாக எடுத்துக் கொண்டால், விளக்குக் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

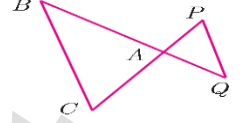
3. 6 மீ உயரமுள்ள செங்குத்தாக நிற்கும் கம்பமானது தரையில் 400 செ.மீ.நீளமுள்ள நிழலை ஏற்படுத்துகிறது. ஒரு கோபுரமானது 28 மீ நீளமுள்ள நிழலை ஏற்படுத்துகிறது. கம்பம் மற்றும் கோபுரம் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைவதாகக் கருதி வடிவொத்த தன்மையைப் பயன்படுத்தி, கோபுரத்தின் உயரம் காண்க.

4. QR -ஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்ட இரு முக்கோணங்கள் QPR மற்றும் QSR -யின் புள்ளிகள் P மற்றும் S -யில் செங்கோணங்களாக அமைந்துள்ளன. இரு முக்கோணங்களும் QR -யின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்துள்ளன. PR மற்றும் SQ என்ற பக்கங்கள் T என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றன எனில், $PT \times TR = ST \times TQ$ என நிறுவுக.

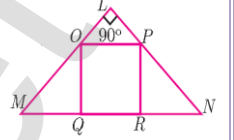
5. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், C -ஐ செங்கோணமாகக் கொண்ட ΔABC -யில் $DE \perp AB$ எனில் $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ என நிரூபிக்க. மேலும், AE மற்றும் DE ஆகியவற்றின் நீளங்களைக் காண்க.



6. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $\Delta ACB \sim \Delta APQ$. $BC = 8$ செ.மீ., $PQ = 4$ செ.மீ., $BA = 6.5$ செ.மீ., மற்றும் $AP = 2.8$ செ.மீ. எனில், CA மற்றும் AQ யின் மதிப்பைக் காண்க.

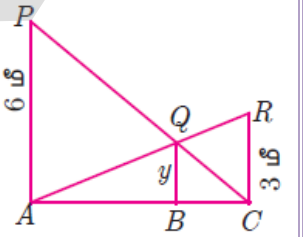


7. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $OPRQ$ ஆனது சதுரம் மற்றும் $\angle MLN = 90^\circ$ எனில், கீழ்க்கண்டவற்றை நிரூபிக்கவும். (i) $\Delta LOP \sim \Delta QMO$ (ii) $\Delta LOP \sim \Delta RPN$ (iii) $\Delta QMO \sim \Delta RPN$ (iv) $QR^2 = MQ \times RN$.



8. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ -ல், ΔABC -யின் பரப்பு 9 செ.மீ.², ΔDEF -யின் பரப்பு 16 செ.மீ.² மற்றும் $BC = 2.1$ செ.மீ எனில், EF -யின் நீளம் காண்க.

9. 6 மீ மற்றும் 3 மீ உயரமுள்ள இரண்டு செங்கத்தான தூண்கள் AC என்ற தரையின் மேல் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு ஊன்றப்பட்டுள்ளது எனில், y -யின் மதிப்பு காண்க. (PTA-5)

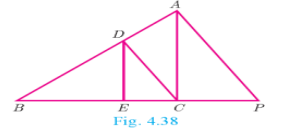


கே.எண்: 10 முதல் 13 வரை செய்முறை வடிவியல்

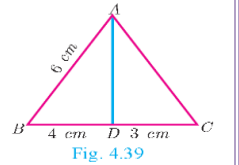
எ.கா.4.12 ΔABC -யில் $DE \parallel BC$, $AD = x$, $DB = x - 2$, $AE = x + 2$ மற்றும் $EC = x - 1$ எனில், பக்கங்கள் AB மற்றும் AC -யின் நீளங்களைக் காண்க.

எ.கா.4.13 ΔABC -யின் பக்கங்கள் AB மற்றும் AC -ல் அமைந்த புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E மேலும், $AB = 5.6$ செ.மீ, $AD = 1.4$ செ.மீ, $AC = 7.2$ செ.மீ. மற்றும் $AE = 1.8$ செ.மீ. எனில், $DE \parallel BC$ எனக் காட்டுக.

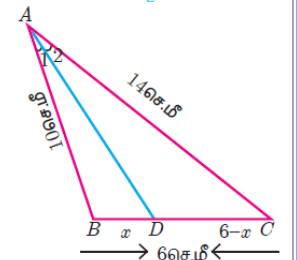
எ.கா. 4.14 படத்தில், $DE \parallel AC$ மற்றும் $DC \parallel AP$ எனில், $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ என நிறுவுக. (PTA-4)



எ.கா. 4.15 படத்தில், $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டி AD ஆகும். $BD = 4$ செ.மீ, $DC = 3$ செ.மீ மற்றும் $AB = 6$ செ.மீ. எனில், AC -யைக் காண்க? (PTA-5)



எ.கா.4.16 படத்தில், AD என்பது $\angle BAC$ -யின் இருசமவெட்டியாகும். $AB = 10$ செ.மீ, $AC = 14$ செ.மீ மற்றும் $BC = 6$ செ.மீ, எனில் BD மற்றும் DC -ஐக் காண்க. (PTA-3)

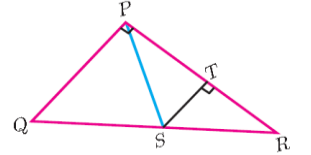
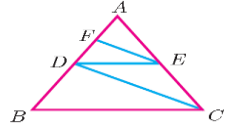
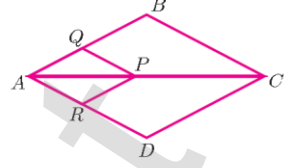


எ.கா. 4.17, 4.18 & 4.19: செய்முறை வடிவியல்

பயிற்சி -4.2

1. ΔABC -யின் பக்கங்கள் AB மற்றும் AC -யின் மீதுள்ள புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E ஆனது $DE \parallel BC$ என்றவாறு அமைந்துள்ளது. (i) $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ மற்றும் $AC = 15$ செ.மீ எனில் AE -யின் மதிப்பு காண்க. (ii) $AD = 8x - 7$, $DB = 5x - 3$, $AE = 4x - 3$ மற்றும் $EC = 3x - 1$ எனில் x -ன் மதிப்பு காண்க.

2. $ABCD$ என்ற ஒரு சரிவகத்தில் $AB \parallel DC$ மற்றும் P, Q என்பன முறையே பக்கங்கள் AD மற்றும் BC -யின் மீது அமைந்துள்ள புள்ளிகள் ஆகும். மேலும் $PQ \parallel DC$, $PD = 18$ செ.மீ, $BQ = 35$ செ.மீ மற்றும் $QC = 15$ செ.மீ எனில், AD காண்க.
3. ΔABC -யில் D மற்றும் E என்ற புள்ளிகள் முறையே பக்கங்கள் AB மற்றும் AC ஆகியவற்றின் மீது அமைந்துள்ளன. பின்வருவனவற்றிற்கு $DE \parallel BC$ என நிறுவுக. $AB = 12$ செ.மீ, $AD = 8$ செ.மீ, $AE = 12$ செ.மீ மற்றும் $AC = 18$ செ.மீ
4. படத்தில் $PQ \parallel BC$ மற்றும் $PR \parallel CD$ எனில் (i) $\frac{AR}{AD} = \frac{AQ}{AB}$ (ii) $\frac{QB}{AQ} = \frac{DR}{AR}$ என நிறுவுக.
5. ΔABC -யின் உள்ளே $\angle B$ ஐ ஒரு கோணமாகக் கொண்ட சாய்சதுரம் $PQRB$ அமைந்துள்ளது. P, Q மற்றும் R என்பன முறையே பக்கங்கள் AB, AC மற்றும் BC மீது அமைந்துள்ள புள்ளிகள் ஆகும். $AB = 12$ செ.மீ. மற்றும் $BC = 6$ செ.மீ எனில், சாய்சதுரத்தின் பக்கங்கள் PQ, RB -யைக் காண்க.
6. சரிவகம் $ABCD$ -யில் $AB \parallel DC$, E மற்றும் F என்பன முறையே இணையற்ற பக்கங்கள் AD மற்றும் BC -ன் மீது அமைந்துள்ள புள்ளிகள், மேலும் $EF \parallel AB$ என அமைந்தால் $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ என நிறுவுக.
7. படத்தில் $DE \parallel BC$ மற்றும் $CD \parallel EF$ எனில் $AD^2 = AB \times AF$ என நிறுவுக.
8. பின்வருவனவற்றுள் ΔABC -யில் AD ஆனது $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டி ஆகுமா எனச் சோதிக்கவும்.
(i) $AB = 5$ செ.மீ, $AC = 10$ செ.மீ, $BD = 1.5$ செ.மீ மற்றும் $CD = 3.5$ செ.மீ
(ii) $AB = 4$ செ.மீ $AC = 6$ செ.மீ $BD = 1.6$ செ.மீ மற்றும் $CD = 2.4$ செ.மீ.
9. படத்தில் $\angle QPR = 90^\circ$, PS ஆனது $\angle P$ -ன் இருசமவெட்டி. மேலும், $ST \perp PR$ எனில், $ST \times (PQ + PR) = PQ \times PR$ என நிறுவுக. (PTA-2)
10. நாற்கரம் $ABCD$ -யில் $AB = AD$, $\angle BAC$ மற்றும் $\angle CAD$ -யின் கோண இருசமவெட்டிகள் BC மற்றும் CD ஆகிய பக்கங்களை முறையே E மற்றும் F என்ற புள்ளிகளில் சந்திக்கின்றன எனில், $EF \parallel BD$ என நிறுவுக.



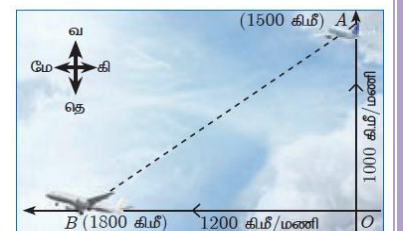
கே.எண்: 11 முதல் 16 வரை - செய்முறை வடிவியல்

எ.கா.4.20 ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் உயரம் 6 மீ. அதன் அடியிலிருந்து 8 மீ தொலைவில் உள்ள ஒரு பூச்சி, கம்பத்தை நோக்கி ஒரு குறிப்பிட்ட தொலைவு நகர்கிறது. கம்பத்தின் உச்சிக்கும் தற்பொழுது பூச்சி இருக்கும் இடத்திற்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு, பூச்சி கம்பத்தை நோக்கி நகர்ந்த தொலைவிற்குச் சமம் எனில், கம்பத்தின் அடியிலிருந்து பூச்சி தற்பொழுது எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது?

எ.கா.4.21 ΔABC -யில் C ஆனது செங்கோணம் ஆகும். பக்கங்கள் CA மற்றும் CB -யின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P மற்றும் Q எனில் $4(AQ^2 + BP^2) = 5AB^2$ என நிறுவுக. (DMQ)

எ.கா.4.22 சுவரின் அடியிலிருந்து 4 அடி தொலைவில் உள்ள ஏணியானது சுவரின் உச்சியை 7 அடி உயரத்தில் தொடுமெனில் தேவையான ஏணியின் நீளத்தைக் காண்க. விடையை ஒரு தசம இடத்திற்குத்தமாக தருக.

எ.கா.4.23 ஒரு விமானம் விமானநிலையத்தை விட்டு மேலெழுந்து வடக்கு நோக்கி 1000 கி.மீ/மணி வேகத்தில் பறக்கிறது. அதே நேரத்தில் மற்றொரு விமானம் அதே விமான நிலையத்தை விட்டு மேலெழுந்து மேற்கு நோக்கி 1200 கி.மீ/மணி வேகத்தில் பறக்கிறது. $1\frac{1}{2}$ மணி நேரத்திற்குப் பிறகு இரு விமானங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு எவ்வளவு இருக்கும்?



பயிற்சி -4.3

1. ஒரு மனிதன் 18 மீ கிழக்கே சென்று பின்னர் 24 மீ வடக்கே செல்கிறான். தொடக்க நிலையிலிருந்து அவர் இருக்கும் தொலைவைக் காண்க.

2. சாராவின் வீட்டிலிருந்து ஜேம்ஸின் வீட்டிற்குச் செல்ல இரண்டு வழிகள் உள்ளன. ஒரு வழி C என்ற தெரு வழியாகச் செல்வதாகும். மற்றொரு வழி B மற்றும் A ஆகிய தெருக்கள் வழியாகச் செல்வதாகும். நேரடி பாதை C வழி செல்லும்போது தொலைவு எவ்வளவு குறையும்? (படத்தைப் பயன்படுத்துக)



3. A என்ற புள்ளியில் இருந்து B என்ற புள்ளிக்குச் செல்வதற்கு ஒரு குளம் வழியாக, நடந்து செல்ல வேண்டும். குளம் வழியே செல்வதைத் தவிர்க்க 34 மீ தெற்கேயும், 41 மீ கிழக்கு நோக்கியும் நடக்க வேண்டும். குளம் வழியாகச் செல்வதற்குப் பாதை அமைத்து அப்பாதை வழியே சென்றால் எவ்வளவு மீட்டர் தொலைவு சேமிக்கப்படும்?

4. WXYZ என்ற செவ்வகத்தில், $XY + YZ = 17$ செ.மீ மற்றும் $XZ + YW = 26$ செ.மீ எனில், செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தைக் கணக்கிடுக.



5. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் சிறிய பக்கத்தின் 2 மடங்கை விட 6 மீ. அதிகம். மேலும், மூன்றாவது பக்கமானது கர்ணத்தை விட 2 மீ குறைவு எனில், முக்கோணத்தின் பக்கங்களைக் காண்க.

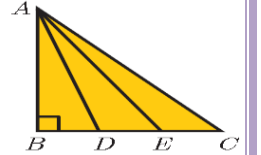
(PTA-3)

6. 5 மீ நீளமுள்ள ஓர் ஏணியானது ஒரு செங்குத்து சுவர் மீது சாய்த்து வைக்கப்படுகிறது. ஏணியின் மேல் முனை சுவரை 4 மீ உயரத்தில் தொடுகிறது. ஏணியின் கீழ்முனை சுவரை நோக்கி 1.6 மீ நகர்த்தப்படும்போது, ஏணியின் மேல்முனை சுவரில் எவ்வளவு தொலைவு மேல்நோக்கி நகரும் எனக் கண்டுபிடி.

7. ΔPQR -யில் அடிப்பக்கம் QR -க்கு செங்குத்தாக உள்ள PS ஆனது QR -ஐ S -யில் சந்திக்கிறது. மேலும், $QS = 3SR$ எனில், $2PQ^2 = 2PR^2 + QR^2$ என நிறுவுக.

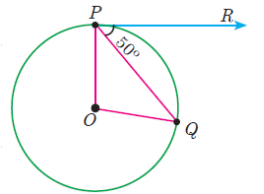
(PTA-6)

8. படத்தில், செங்கோண முக்கோணம் ABC -யில் கோணம் B ஆனது செங்கோணம் மற்றும் D, E என்ற புள்ளிகள் பக்கம் BC -ஐ மூன்று சமபகுதிகளாக பிரிக்கிறது எனில், $8AE^2 = 3AC^2 + 5AD^2$ என நிறுவுக.



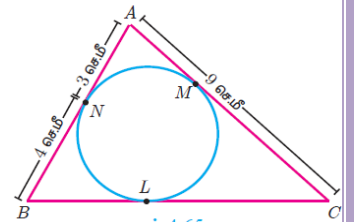
எ.கா.4.24 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 5 செ.மீ தொலைவில் உள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் நீளம் காண்க.

எ.கா.4.25 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டத்தில் PQ ஆனது 8 செ.மீ நீளமுள்ள நாண் ஆகும். P மற்றும் Q -வின் வழியே செல்லும் தொடுகோடுகள் T என்ற புள்ளியில் சந்திக்கிறது எனில், TP என்ற தொடுகோட்டின் நீளம் காண்க. **(DMQ)**



எ.கா.4.26 படத்தில், O ஆனது வட்டத்தின் மையம். PQ ஆனது ஒரு நாண் ஆகும். தொடுகோடு PR ஆனது நாண் PQ -வுடன் P -யில் 50° கோணத்தை ஏற்படுத்தினால் $\angle POQ$ காண்க.

எ.கா.4.27 படத்தில், ΔABC ஆனது ஒரு வட்டத்தைத் தொட்டுக்கொண்டு வட்டத்தைச் சுற்றி அமைந்துள்ளது எனில், BC -யின் நீளத்தைக் காண்க.



எ.கா.4.28 இரண்டு பொது மைய வட்டங்களின் ஆரங்கள் 4 செ.மீ, 5 செ.மீ ஆகும். ஒரு வட்டத்தின் நாணானது மற்றொரு வட்டத்திற்குத் தொடுகோடாக அமைந்தால் அவ்வட்டத்தின் நாணின் நீளம் காண்க.

எ.கா.4.29, 4.30 & 4.31: செய்முறை வடிவியல்

எ.கா.4.32 ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் எனக் காட்டுக.

எ.கா.4.33 AB, AC மற்றும் BC ஆகியவற்றின் நீளங்கள் முறையே 13, 14 மற்றும் 15 ஆகும். $\frac{AF}{FB} = \frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{CE}{EA} = \frac{5}{8}$ எனில், BD மற்றும் DC காண்க.

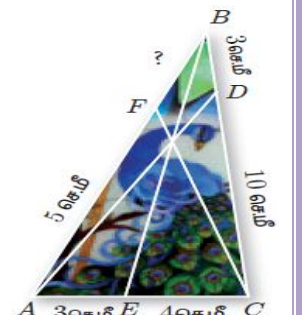
எ.கா.4.34 பல மரங்களைக் கொண்ட ஒரு தோட்டத்தில் P, Q, R என்ற மூன்று மரங்கள் பின்வருமாறு அமைந்துள்ளன. ABC என்ற முக்கோணத்தில் BC -யின் மீது P -யும், AC -யின் மீது Q -யும், AB -யின் மீது R -ம் புள்ளிகளாக உள்ளன. மேலும் $BP = 2$ மீ, $CQ = 3$ மீ, $RA = 10$ மீ, $PC = 6$ மீ, $QA = 5$ மீ, $RB = 2$ மீ ஆகும். மரங்கள் P, Q, R ஒரே நேர்கோட்டில் அமையுமா எனச் சோதிக்கவும்.

பயிற்சி -4.4

- வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 25 செ.மீ தொலைவில் உள்ள P என்ற புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் நீளம் 24 செ.மீ எனில், வட்டத்தின் ஆரம் என்ன?
- செங்கோண முக்கோணம் LMN -யில் $\angle L = 90^\circ$ ஆகும். ஒரு வட்டமானது செங்கோண முக்கோணத்தின் உள்ளே அதன் பக்கங்களைத் தொடுமாறு வரையப்படுகிறது. செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களின் நீளங்கள் 6 செ.மீ மற்றும் 8 செ.மீ எனில், வட்டத்தின் ஆரம் காண்க.
- படத்தில் காட்டியுள்ளபடி, 8 செ.மீ, 10 செ.மீ மற்றும் 12 செ.மீ பக்கங்கள் உடைய முக்கோணத்தினுள் ஒரு வட்டம் அமைந்துள்ளது எனில், AD, BE மற்றும் CF ஐக் காண்க.
- O -வை மையமாக உடைய வட்டத்திற்கு P -யிலிருந்து வரையப்பட்ட தொடுகோடு PQ . QOR ஆனது விட்டம் ஆகும். வட்டத்தில் $\angle POR = 120^\circ$ எனில், $\angle OPQ$ -ஐக் காண்க.
- தொடுகோடு ST வட்டத்தினை B என்ற புள்ளியில் தொடுகிறது. $\angle ABT = 65^\circ$. AB என்பது ஒரு நாண் எனில், $\angle AOB$ -ஐக் காண்க. இதில் " O " என்பது வட்டத்தின் மையம் ஆகும்.
- கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் O -வை மையமாக உடைய வட்டத்தின் ஆரம் 5 செ.மீ ஆகும். T -யானது $OT = 13$ செ.மீ என அமைந்த ஒரு புள்ளி மற்றும் OT -யானது வட்டத்தை E -யில் வெட்டுகிறது. வட்டத்தில் E என்ற புள்ளியின் வழியாகச் செல்லும் ஒரு தொடுகோடு AB எனில், AB -யின் நீளம் காண்க.
- இரண்டு பொது மைய வட்டங்களில், 16 செ.மீ நீளமுடைய பெரிய வட்டத்தின் நாணானது 6 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறிய வட்டத்திற்குத் தொடுகோடாக அமைந்தால், பெரிய வட்டத்தின் ஆரம் காண்க.
- O மற்றும் O' -ஐ மையப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட இரு வட்டங்களின் ஆரங்கள் முறையே 3 செ.மீ மற்றும் 4 செ.மீ ஆகும். இவை இரண்டும் P, Q என்ற புள்ளிகளில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. OP மற்றும் $O'P$ ஆகியவை வட்டங்களின் இரு தொடுகோடுகள் எனில், பொது நாண் PQ -யின் நீளம் காண்க.
- ஒரு முக்கோணத்தின் கோண இருசம வெட்டிகள் ஒரு புள்ளியின் வழியாகச் செல்லும் எனக் காட்டுக.

(PTA-4)

- படத்தில் உள்ளவாறு ஒரு முக்கோண வடிவக் கண்ணாடி ஜன்னலை முழுமையாக உருவாக்க ஒரு சிறிய கண்ணாடித்துண்டு ஒரு கலை நிபுணருக்குத் தேவைப்படும். மற்ற கண்ணாடி துண்டுகளின் நீளங்களைப் பொருத்து அவருக்குத் தேவையான கண்ணாடித் துண்டின் நீளத்தைக் கணக்கிடவும்.

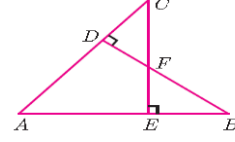


கே.எண்: 11 முதல் 16 வரை: செய்முறை வடிவியல்

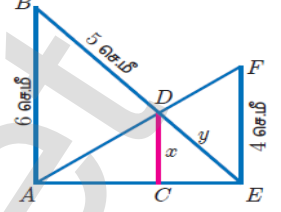
அலகு பயிற்சி -4

1. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $BD \perp AC$ மற்றும் $CE \perp AB$ எனில்

(i) $\Delta AEC \sim \Delta ADB$ (ii) $\frac{CA}{AB} = \frac{CE}{DB}$ என நிரூபிக்கவும்.

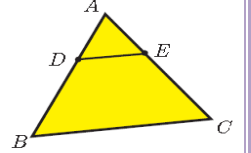


2. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $AB \parallel CD \parallel EF$. $AB = 6$ செ.மீ, $CD = x$ செ.மீ, $EF = 4$ செ.மீ, $BD = 5$ செ.மீ மற்றும் $DE = y$ செ.மீ எனில், x மற்றும் y -ன் மதிப்பு காண்க.



3. O ஆனது முக்கோணம் ABC -யின் உள்ளே அமைந்த ஒரு புள்ளி ஆகும். $\angle AOB$, $\angle BOC$ மற்றும் $\angle COA$ -யின் இருசமவெட்டிகள், பக்கங்கள் AB , BC மற்றும் CA -வை முறையே D , E மற்றும் F -ல் சந்திக்கின்றன எனில், $AD \times BE \times CF = DB \times EC \times FA$ எனக் காட்டுக.

4. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ABC -யில் $AB = AC$ ஆகும். $AD = AE$ என இருக்குமாறு D மற்றும் E என்ற புள்ளிகள் முறையே பக்கங்கள் AB மற்றும் AC -யின் மீது அமைந்துள்ளன. B , C , E மற்றும் D என்ற புள்ளிகள் ஒரே வட்டத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக.



5. இரண்டு தொடர்வண்டிகள் ஒரே நேரத்தில் ஒரு தொடர்வண்டி நிலையத்திலிருந்து புறப்படுகின்றன. முதல் வண்டி மேற்கு நோக்கியும், இரண்டாவது வண்டி வடக்கு நோக்கியும் செல்கின்றன. முதல் தொடர்வண்டி 20 கி.மீ/மணி வேகத்திலும், இரண்டாவது வண்டி 30 கி.மீ/மணி வேகத்திலும் செல்கின்றன. இரண்டு மணி நேரத்திற்குப் பின்னர் அவைகளுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு எவ்வளவு?

6. BC -யின் மையப்புள்ளி D மற்றும் $AE \perp BC$. $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $ED = x$, $AD = p$ மற்றும் $AE = h$ எனில் (i) $b^2 = p^2 + ax + \frac{a^2}{4}$ (ii) $c^2 = p^2 - ax + \frac{a^2}{4}$ (iii) $b^2 + c^2 = 2p^2 + \frac{a^2}{2}$ என நிரூபி.

7. 2 மீ உயரமுள்ள மனிதர் ஒரு மரத்தின் உயரத்தைக் கணக்கிட விரும்புகிறார். மரத்தின் அடியிலிருந்து 20 மீ தொலைவில் B என்ற புள்ளியில் ஒரு கண்ணாடி கிடைமட்டமாக மேல் நோக்கி வைக்கப்படுகிறது. கண்ணாடியிலிருந்து 4 மீ தொலைவில் C என்ற புள்ளியில் நிற்கும் மனிதர் மரத்தின் உச்சியின் பிரதிபலிப்பைக் கண்ணாடியில் காண முடிகிறது எனில், மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. (மரத்தின் அடி, கண்ணாடி, மனிதர் ஒரே நேர்கோட்டில் உள்ளதாகக் கொள்க)

8. 30 அடி உயரமுள்ள ஒரு தூணின் அடிப்பகுதியிலிருந்து 8 அடி உயரமுள்ள ஒரு ஈழு கோழி விலகி நடந்து செல்கிறது. ஈழு கோழியின் நிழல் அது நடந்து செல்லும் திசையில் அதற்கு முன் விழுகிறது. ஈழு கோழியின் நிழலின் நீளத்திற்கும், ஈழு தூணிலிருந்து இருக்கும் தொலைவிற்கும் இடையே உள்ள தொடர்பைக் காண்க.

9. A மற்றும் B என்ற புள்ளிகளில் இரு வட்டங்கள் வெட்டிக்கொள்கின்றன. ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளி P -யிலிருந்து வரையப்படும் PAC மற்றும் PBD என்ற கோடுகள் இரண்டாவது வட்டத்தினை முறையே C மற்றும் D -யில் வெட்டுகின்றன எனில், CD -யானது P வழியே வரையப்படும் தொடுகோட்டிற்கு இணை என நிரூபிக்கவும்.

10. ABC என்ற ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் AB , BC , AC -யின் (அல்லது பக்கங்களின் நீட்சி) மீது முறையே D , E , F என்ற புள்ளிகள் உள்ளன. $AD:DB = 5:3$, $BE:EC = 3:2$ மற்றும் $AC = 21$ எனில், கோட்டுத்துண்டு CF -யின் நீளம் காண்க.

அலகு-5

ஆயத்தொலை வடிவியல்

- எ.கா.5.1** $(-3, 5)$, $(5, 6)$ மற்றும் $(5, -2)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பைக் காண்க.
- எ.கா.5.2** $P(-1.5, 3)$, $Q(6, -2)$ மற்றும் $R(-3, 4)$ ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும் எனக் காட்டுக. **(PTA-4)**
- எ.கா.5.3** $A(-1, 2)$, $B(k, -2)$ மற்றும் $C(7, 4)$ ஆகியவற்றை வரிசையான முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 22 சதுர அலகுகள் எனில், k -யின் மதிப்புக் காண்க. .
- எ.கா.5.4** $P(-1, -4)$, $Q(b, c)$ மற்றும் $R(5, -1)$ என்பன ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் என்க. மேலும் $2b + c = 4$ எனில், b மற்றும் c -யின் மதிப்பு காண்க.
- எ.கா.5.5** ஓர் அறையின் தளமானது ஒரே மாதிரியான முக்கோண வடிவத் தரை ஓடுகளைக் கொண்டு (tiles) அமைக்கப்படுகிறது. அதில், ஓர் ஓட்டின் முனைகள் $(-3, 2)$, $(-1, -1)$ மற்றும் $(1, 2)$ ஆகும். தரைத்தளத்தை முழுமையாக அமைக்க 110 ஓடுகள் தேவைப்படுகின்றது எனில், அதன் பரப்பைக் காண்க.
- எ.கா.5.6** $(8, 6)$, $(5, 11)$, $(-5, 12)$ மற்றும் $(-4, 3)$ ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.
- எ.கா.5.7** கொடுக்கப்பட்ட படமானது ஒரு வளாகத்தில் புதிய வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்த அமைக்கப்பட்ட பகுதியைக் காட்டுகிறது. இதை அமைப்பதற்கு ஒரு சதுர அடிக்கு ரூ.1300 செலவாகும் என மதிப்பிடப்படுகிறது எனில், வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்துவற்குத் தேவையான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடவும்.

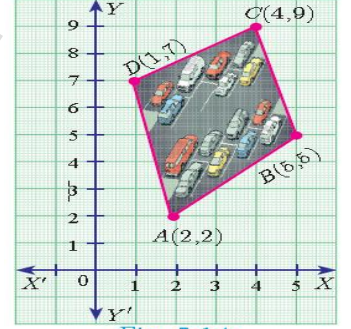


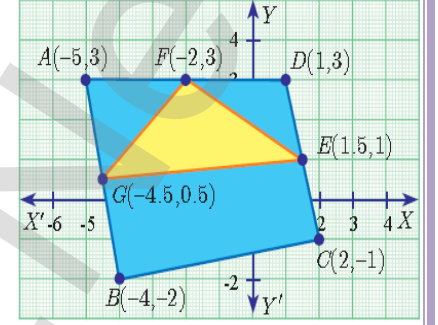
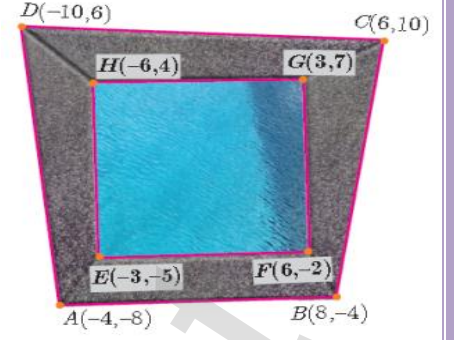
Fig. 5.14

பயிற்சி -5.1

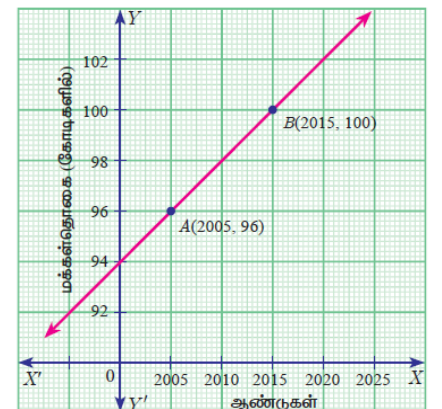
- கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.
 - $(1, -1)$, $(-4, 6)$ மற்றும் $(-3, -5)$ **(HY-19)**
 - $(-10, -4)$, $(-8, -1)$ மற்றும் $(-3, -5)$
- கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையுமா எனத் தீர்மானிக்கவும்.
 - $(-\frac{1}{2}, 3)$, $(-5, 6)$ மற்றும் $(-8, 8)$
 - $(a, b + c)$, $(b, c + a)$ மற்றும் $(c, a + b)$
- வரிசையில் அமைந்த முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகளும், அதன் பரப்பளவுகளும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ' p '-யின் மதிப்பைக் காண்க

எண்	முனைப் புள்ளிகள்	பரப்பு (சதுர அலகில்)
(i)	$(0, 0)$, $(p, 8)$, $(6, 2)$	20
(ii)	(p, p) , $(5, 6)$, $(5, -2)$	32
- கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு கோட்டில் அமைந்தவை எனில், ' a '-யின் மதிப்பைக் காண்க.
 - $(2, 3)$, $(4, a)$ மற்றும் $(6, -3)$
 - $(a, 2-2a)$, $(-a + 1, 2a)$ மற்றும் $(-4 - a, 6 - 2a)$
- கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.
 - $(-9, -2)$, $(-8, -4)$, $(2, 2)$ மற்றும் $(1, -3)$
 - $(-9, 0)$, $(-8, 6)$, $(-1, -2)$ மற்றும் $(-6, -3)$
- $(-4, -2)$, $(-3, k)$, $(3, -2)$ மற்றும் $(2, 3)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 28 ச.அலகுகள் எனில், k -யின் மதிப்புக் காண்க. **(PTA-5)**

7. $A(-3, 9)$, $B(a, b)$ மற்றும் $C(4, -5)$ என்பன ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகள் மற்றும் $a + b = 1$ எனில், a மற்றும் b -யின் மதிப்பைக் காண்க.
8. ΔABC -யின் பக்கங்கள் AB , BC மற்றும் AC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே $P(11, 7)$, $Q(13.5, 4)$ மற்றும் $R(9.5, 4)$ என்க. முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் A , B மற்றும் C காண்க. மேலும், ΔABC -யின் பரப்பை ΔPQR -யின் பரப்புடன் ஒப்பிடுக.
9. நாற்கர வடிவ நீச்சல் குளத்தின் கான்கிரீட் உள்முற்றமானது படத்தில் காட்டியுள்ளபடி அமைக்கப்பட்டுள்ளது எனில், உள்முற்றத்தின் பரப்பு காண்க **(PTA-1)**
10. $A(-5, -4)$, $B(1, 6)$ மற்றும் $C(7, -4)$ ஆகியவற்றை முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோண வடிவக் கண்ணாடிக்கு வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 6 சதுர அடி பரப்புக்கு வர்ணம் பூச ஒரு வாளி தேவைப்படுகிறது எனில், கண்ணாடியின் முழுப் பகுதியையும் ஒரு முறை வர்ணம் பூச எத்தனை வாளிகள் தேவைப்படும்?
11. படத்தைப் பயன்படுத்திப் பரப்பைக் காண்க. (i) முக்கோணம் AGF
(ii) முக்கோணம் FED (iii) நாற்கரம் $BCEG$.



- எ.கா.5.8** (i) ஒரு கோட்டின் சாய்வுக்கோணம் 30° எனில், அக்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.
(ii) ஒரு கோட்டின் சாய்வு $\sqrt{3}$ எனில், அக்கோட்டின் சாய்வுக் கோணம் காண்க.
- எ.கா.5.9** கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.
(i) $(-6, 1)$ மற்றும் $(-3, 2)$ (ii) $(\frac{-1}{3}, \frac{1}{2})$ மற்றும் $(\frac{2}{7}, \frac{3}{7})$ (iii) $(14, 10)$ மற்றும் $(14, -6)$
- எ.கா.5.10** $(-2, 2)$, $(5, 8)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோடு r மற்றும் $(-8, 7)$, $(-2, 0)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோடு s ஆகும் எனில், நேர்கோடு r -ஆனது நேர்கோடு s -க்கு செங்குத்தாக அமையுமா?
- எ.கா.5.11** $(3, -2)$, $(12, 4)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோடு p மற்றும் $(6, -2)$ மற்றும் $(12, 2)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோடு q ஆகும். p ஆனது q -க்கு இணையாகுமா?
- எ.கா.5.12** $(-2, 5)$, $(6, -1)$ மற்றும் $(2, 2)$ ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகள் எனக் காட்டு.
- எ.கா.5.13** $A(1, -2)$, $B(6, -2)$, $C(5, 1)$ மற்றும் $D(2, 1)$ என்பன நான்கு புள்ளிகள் எனில், (i) (a) AB (b) CD என்ற கோட்டுத் துண்டுகளின் சாய்வுகளைக் காண்க. (ii) (a) BC (b) AD என்ற கோட்டுத் துண்டுகளின் சாய்வுகளைக் காண்க. (iii) விடைகளிலிருந்து நீங்கள் அறிவது என்ன?
- எ.கா.5.14** கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மக்கள் தொகைப் பெருக்கம் (கோடிகளில்) மற்றும் ஆண்டிற்கான வரைபடத்தில் AB என்ற நேர்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க. மேலும் 2030-ம் ஆண்டிற்கான மக்கள் தொகையையும் கணக்கிடுக.
- எ.கா.5.15** பிதாசரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தாமல், $(1, -4)$, $(2, -3)$ மற்றும் $(4, -7)$ என்ற முனைப்புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.



எ.கா.5.16 ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டானது, மூன்றாவது பக்கத்திற்கு இணையாகவும் மூன்றாவது பக்கத்தின் பாதியாகவும் இருக்கும் எனத் தொலைவு மற்றும் சாய்வு கருத்தைப் பயன்படுத்தி நிரூபிக்க

பயிற்சி -5.2

1. X அச்சுடன் மிகை திசையில் சாய்வு கோணத்தைக் கொண்ட கோட்டின் சாய்வு என்ன? (i) 90° (ii) 0°
2. பின்வரும் சாய்வுகளைக் கொண்ட நேர்கோடுகளின் சாய்வுக் கோணம் என்ன? (i) 0 (ii) 1 **(PTA-3)**
3. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.
(i) $(5, \sqrt{5})$ மற்றும் ஆதிப்புள்ளி (ii) $(\sin \theta, -\cos \theta)$ மற்றும் $(-\sin \theta, \cos \theta)$ **(PTA-2)**
4. $A(5, 1)$ மற்றும் P ஆகியவற்றை இணைக்கும் கோட்டிற்குச் செங்குத்தான கோட்டின் சாய்வு என்ன? இதில் P என்பது $(4, 2)$ மற்றும் $(-6, 4)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி ஆகும்.
5. $(-3, -4), (7, 2)$ மற்றும் $(12, 5)$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனக் காட்டுக.
6. $(3, -1), (a, 3)$ மற்றும் $(1, -3)$ ஆகிய மூன்று புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனில் a -யின் மதிப்பு காண்க.
7. $(-2, a)$ மற்றும் $(9, 3)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $-\frac{1}{2}$ எனில், a -யின் மதிப்பு காண்க. **(HY-19)**
8. $(-2, 6)$ மற்றும் $(4, 8)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோடானது $(8, 12)$ மற்றும் $(x, 24)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டிற்குச் செங்குத்து எனில், x -யின் மதிப்பு காண்க. **(PTA-6)**
9. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக. மேலும் பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யுமா என ஆராய்க. (i) $A(1, -4), B(2, -3)$ and $C(4, -7)$ **(PTA-4)**
(ii) $L(0, 5), M(9, 12)$ and $N(3, 14)$
10. $A(2.5, 3.5), B(10, -4), C(2.5, -2.5)$ மற்றும் $D(-5, 5)$ ஆகியன இணைகரத்தின் முனைப்புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.
11. $A(2, 2), B(-2, -3), C(1, -3)$ மற்றும் $D(x, y)$ ஆகிய புள்ளிகள் என்ற சரிவகத்தை அமைக்கும் எனில், x மற்றும் y -யின் மதிப்பைக் காண்க.
12. $A(3, -4), B(9, -4), C(5, -7)$ மற்றும் $D(7, -7)$ ஆகிய புள்ளிகள் $ABCD$ என்ற சரிவகத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.
13. $A(-4, -2), B(5, -1), C(6, 5)$ மற்றும் $D(-7, 6)$ ஆகியவற்றை முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் ஓர் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

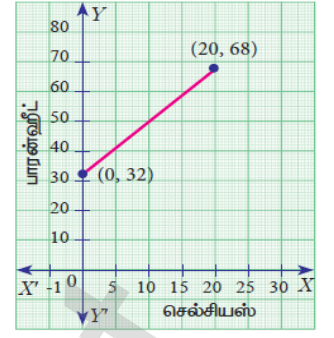
எ.கா.5.17 $(5, 7)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதும் (i) X அச்சுக்கு இணையாகவும் (ii) Y அச்சுக்கு இணையாகவும் அமைந்த நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

எ.கா.5.18 பின்வரும் விவரங்களைப் பயன்படுத்தி நேர்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

- (i) சாய்வு 5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு -9
- (ii) சாய்வு கோணம் 45° மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 11

எ.கா.5.19 $8x - 7y + 6 = 0$ என்ற கோட்டின் சாய்வு மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக

எ.கா.5.20 வரைபடமானது y அச்சில் பாரன்ஹீட் டிகிரி வெப்பநிலையையும் x அச்சில் செல்சியஸ் டிகிரி வெப்பநிலையையும் குறிக்கிறது எனில், (a) கோட்டின் சாய்வு மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு காண்க. (b) கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக. (c) பூமியின் சராசரி வெப்பநிலை 25° செல்சியஸாக இருக்கும்போது பூமியின் சராசரி வெப்பநிலையைப் பாரன்ஹீட்டில் காணவும்.



எ.கா.5.21 $(3, -4)$ என்ற புள்ளியின் வழி செல்வதும், $\frac{-5}{7}$ -ஐ சாய்வாக உடையதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

எ.கா.5.22 $(2, 5)$ மற்றும் $(4, 7)$ என்ற புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் நேர்கோட்டிற்குச் செங்குத்தாகவும், $A(1, 4)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

எ.கா.5.23 $(5, -3)$ மற்றும் $(7, -4)$ என்ற இரு புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

எ.கா.5.24 வெவ்வேறு உயரங்கள் கொண்ட இரண்டு கட்டடங்கள் ஒன்றுக்கொன்று எதிரெதிராக உள்ளன. ஒரு கனமான கம்பியானது கட்டடங்களின் மேற்புறங்களை $(6, 10)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $(14, 12)$ என்ற புள்ளி வரை இணைக்கிறது எனில், கம்பியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

எ.கா.5.25 ஆய அச்சுகளுடன் சமமாகவும், எதிர் குறியும் உடைய வெட்டுத்துண்டுகளை ஏற்படுத்தி, $(5, 7)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

எ.கா.5.26 $4x - 9y + 36 = 0$ என்ற நேர்கோடு ஆய அச்சுகளில் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க.

எ.கா.5.27 ஓர் அலைபேசி மின்கலத்தின் சக்தி 100% இருக்கும்போது (battery power) அலைபேசியைப் பயன்படுத்தத் தொடங்குகிறோம். x மணி நேரம் பயன்படுத்திய பிறகு மீதி இருக்கும் மின்கலத்தின் சக்தி y சதவீதம் (தசமத்தில்) ஆனது $y = -0.25x + 1$ ஆகும்.

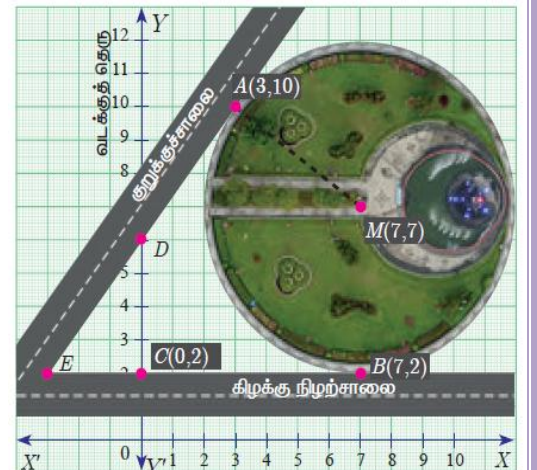
(i) எத்தனை மணி நேரத்திற்குப் பிறகு மின்கலத்தின் சக்தி 40% ஆகக் குறைந்திருக்கும் எனக் காண்க.

(ii) மின்கலம் தனது முழுச் சக்தியை இழக்க எடுத்துக்கொள்ளும் கால அளவு எவ்வளவு?

எ.கா.5.28 $(-3, 8)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும், ஆய அச்சுகளின் மிகை வெட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல் 7 உடையதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

எ.கா.5.29 கிழக்கு நிழற்சாலை மற்றும் குறுக்குச் சாலைகளால் ஒரு வட்ட வடிவத் தோட்டம் சூழப்பட்டுள்ளது. குறுக்குச் சாலையானது வடக்குத் தெருவை D -யிலும், கிழக்குச் சாலையை E -யிலும் சந்திக்கிறது. தோட்டத்திற்கு $A(3, 10)$ என்ற புள்ளியில் AD ஆனது தொடுகோடாக அமைகிறது. படத்தைப் பயன்படுத்தி (a) பின்வருவனவற்றின் சமன்பாட்டினைக் காண்க. (i) கிழக்கு நிழற்சாலை (ii) வடக்குத் தெரு (iii) குறுக்குச் சாலை (b) குறுக்குச்சாலை கீழ்க்கண்டவற்றைச் சந்திக்கின்ற புள்ளியைக் காண்க. (i) வடக்குத் தெரு

(ii) கிழக்கு நிழற்சாலை.



பயிற்சி -5.3

1. $(1, -5)$ மற்றும் $(4, 2)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி வழியாகச் செல்வதும், கீழ்க்கண்டவற்றிற்கு இணையானதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (i) X அச்ச (ii) Y அச்ச.
2. $2(x - y) + 5 = 0$ என்ற நேர்கோட்டு சமன்பாட்டின் சாய்வு, சாய்வு கோணம் மற்றும் y -வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் காண்க.
3. சாய்வு கோணம் 30° மற்றும் y -வெட்டுத்துண்டு -3 ஆகியவற்றைக் கொண்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
4. $\sqrt{3}x + (1 - \sqrt{3})y = 3$ என்ற நேர்கோட்டு சமன்பாட்டின் சாய்வு, y -வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் காண்க.
5. $(-2, 3)$ மற்றும் $(8, 5)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் கோடானது, $y = ax + 2$ என்ற நேர்கோட்டிற்குச் செங்குத்தானது எனில், ' a '-யின் மதிப்பு காண்க.
6. $(19, 3)$ என்ற புள்ளியை அடியாகக் கொண்ட குன்றானது செங்கோண முக்கோண வடிவில் உள்ளது. தரையுடன் குன்று ஏற்படுத்தும் சாய்வுக் கோணம் 45° எனில், குன்றின் அடி மற்றும் உச்சியை இணைக்கும் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. **(PTA-2)**
7. கொடுக்கப்பட்ட இரு புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
(i) $(2, \frac{2}{3})$ மற்றும் $(-\frac{1}{2}, -2)$ (ii) $(2, 3)$ மற்றும் $(-7, -1)$
8. ஒரு பூனை xy -தளத்தில் $(-6, -4)$ என்ற புள்ளியில் உள்ளது. $(5, 11)$ என்ற புள்ளியில் ஒரு பால் புட்டி வைக்கப்பட்டுள்ளது. பூனை மிகக் குறுகிய தூரம் பயணித்துப் பால் அருந்த விரும்புகிறது எனில், பாலைப் பருகுவதற்குத் தேவையான பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
9. $A(6, 2), B(-5, -1)$ மற்றும் $C(1, 9)$ -ஐ முனைகளாகக் கொண்ட ΔABC -யின் முனை A -யிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோட்டு மற்றும் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. **(PTA-6)**
10. $(-1, 2)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதும், சாய்வு $-\frac{5}{4}$ உடையதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
11. நீங்கள் ஒரு பாடலைப் பதிவிறக்கம் செய்யும்போது, x வினாடிகளுக்குப் பிறகு பதிவிறக்கம் செய்யவேண்டிய மீதமுள்ள பாடலின் சதவீதம் (மொகா பைட்டில்) y -ஆனது (தசமத்தில்) $y = -0.1x + 1$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலம் குறிக்கப்பட்டால்,
(i) பாடலின் மொத்த MB அளவைக் காண்க (ii) 75% பாடலைப் பதிவிறக்கம் செய்ய எவ்வளவு வினாடிகள் ஆகும்? (iii) எத்தனை வினாடிகள் கழித்துப் பாடல் முழுமையாகப் பதிவிறக்கம் செய்யப்படும்?
12. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள x, y வெட்டுத்துண்டுகளைக் கொண்ட நேர்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. (i) $4, -6$ (ii) $-5, \frac{3}{4}$
13. கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோடுகளின் சமன்பாட்டிலிருந்து ஆய அச்சுகளின் மேல் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க. (i) $3x - 2y - 6 = 0$ (ii) $4x + 3y + 12 = 0$.
14. நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
(i) $(1, -4)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும், வெட்டுத்துண்டுகளின் விகிதம் $2 : 5$ **(DMQ)**
(ii) $(-8, 4)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும், ஆய அச்சுகளின் வெட்டுத்துண்டுகள் சமம்.

எ.கா.5.30 $6x + 8y + 7 = 0$ என்ற நேர்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

எ.கா.5.31 (i) $3x - 7y = 11$ -க்கு இணையான (ii) $2x - 3y + 8 = 0$ -க்கு செங்குத்தான நேர்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

எ.கா.5.32 $2x + 3y - 8 = 0$, $4x + 6y + 18 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் இணை எனக் காட்டுக.

எ.கா.5.33 $x - 2y + 3 = 0$, $6x + 3y + 8 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனக் காட்டுக. **(PTA-5)**

எ.கா.5.34 $3x - 7y = 12$ என்ற நேர்கோட்டிற்கு இணையாகவும் $(6, 4)$ என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

எ.கா.5.35 $y = \frac{4}{3}x - 7$ என்ற நேர்கோட்டிற்குச் செங்குத்தானதும், $(7, -1)$ என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

எ.கா.5.36 $4x + 5y = 13$, $x - 8y + 9 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும், Y - அச்சுக்கு இணையாகவும் உள்ள நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

எ.கா.5.37 $A(0, 5)$ மற்றும் $B(4, 1)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடானது $C(4, 4)$ -ஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் தொடுகோடு எனில், (i) AB என்ற கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (ii) C வழியாகவும் AB என்ற கோட்டிற்குச் செங்குத்தாக உள்ள நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (iii) AB என்ற கோடானது வட்டத்தைத் தொடும் புள்ளியைக் காண்க.

பயிற்சி -5.4

1. பின்வரும் நேர்கோடுகளின் சாய்வைக் காண்க. (i) $5y - 3 = 0$ (ii) $7x - \frac{3}{17} = 0$
2. (i) $y = 0.7x - 11$ -க்கு இணையாக (ii) $x = -11$ க்கு செங்குத்தாக அமையும் நேர்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.
3. கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோடுகள் இணையானவையா அல்லது செங்குத்தானவையா எனச் சோதிக்கவும்.
(i) $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{1}{7} = 0$ மற்றும் $\frac{2x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{1}{10} = 0$ (ii) $5x + 23y + 14 = 0$ மற்றும் $23x - 5y + 9 = 0$
4. $12y = -(p + 3)x + 12$, $12x - 7y = 16$ ஆகிய நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து எனில், 'p'-யின் மதிப்பைக் காண்க.
5. $Q(3, -2)$ மற்றும் $R(-5, 4)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டிற்கு இணையானதும், $P(-5, 2)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
6. $(6, 7)$ மற்றும் $(2, -3)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டிற்குச் செங்குத்தானதும் $(6, -2)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
7. ΔABC -யின் முனைகள் $A(-3, 0)$, $B(10, -2)$ மற்றும் $C(12, 3)$ எனில், A மற்றும் B -யிலிருந்து முக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்திற்கு வரையப்படும் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. **(HY-19)**
8. $A(-4, 2)$ மற்றும் $B(6, -4)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் மையக் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
9. $7x + 3y = 10$, $5x - 4y = 1$ ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும், $13x + 5y + 12 = 0$ என்ற நேர்கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

10. $5x - 6y = 2$, $3x + 2y = 10$ ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும் $4x - 7y + 13 = 0$ என்ற நேர்கோட்டிற்குச் செங்குத்தாகவும் அமையும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. **(PTA-3)**
11. $7x - 3y = -12$ மற்றும் $2y = x + 3$ ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியையும், $3x + y + 2 = 0$ மற்றும் $x - 2y - 4 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
12. $8x + 3y = 18$, $4x + 5y = 9$ ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியின் வழியாகவும், $(5, -4)$ மற்றும் $(-7, 6)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

அலகுப் பயிற்சி ~ 5

1. $P(-1, -1)$, $Q(-1, 4)$, $R(5, 4)$ மற்றும் $S(5, -1)$ ஆகிய புள்ளிகளால் ஆன செவ்வகம் $PQRS$ -யில் A, B, C மற்றும் D என்பன முறையே பக்கங்கள் PQ, QR, RS மற்றும் SP -யின் நடுப்புள்ளிகள் ஆகும். $ABCD$ என்ற நாற்கரமானது ஒரு சதுரம், செவ்வகம் அல்லது சாய்சதுரமா? உங்கள் விடையைக் காரணத்தோடு விளக்குக.
2. ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பு 5 ச.அலகுகள் $(2, 1)$ மற்றும் $(3, -2)$ என்பன முக்கோணத்தின் இரண்டு முனைப் புள்ளிகள் ஆகும். மூன்றாம் முனைப் புள்ளி (x, y) என்பதில் $y = x + 3$ என இருந்தால் அப்புள்ளியைக் காண்க. **(PTA-1)**
3. $3x + y - 2 = 0$, $5x + 2y - 3 = 0$ மற்றும் $2x - y - 3 = 0$ ஆகிய கோடுகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.
4. $A(-5, 7)$, $B(-4, k)$, $C(-1, -6)$ மற்றும் $D(4, 5)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 72 ச.அலகுகள் எனில், k -யின் மதிப்பைக் காண்க.
5. தொலைவு காணும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தாமல், $(-2, -1)$, $(4, 0)$, $(3, 3)$ மற்றும் $(-3, 2)$ என்பன இணைகரத்தின் முனைப் புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.
6. இரு வெட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல் மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் முறையே 1, -6 எனில், நேர்கோடுகளின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
7. ஒரு பால்கடை உரிமையாளர் 1 லிட்டர் ரூ.16 வீதம் ஒரு வாரத்திற்கு 1220 லிட்டரும், 1 லிட்டர் ரூ.14 வீதம் ஒரு வாரத்திற்கு 980 லிட்டரும் விற்பனை செய்கிறார். விற்பனை விலையானது தேவையோடு நேரிய தொடர்பு உடையது என ஊகித்துக் கொண்டால், 1 லிட்டர், ரூ.17 வீதம் ஒரு வாரத்திற்கு எத்தனை லிட்டர் விற்பனை செய்வார்?
8. $x + 3y = 7$ என்ற நேர்கோட்டினைச் சமதள ஆடியாகக் கொண்டு என்ற $(3, 8)$ புள்ளியின் பிம்பப் புள்ளியைக் காண்க.
9. $4x + 7y - 3 = 0$ மற்றும் $2x - 3y + 1 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும், ஆய அச்சுகளின் வெட்டுத் துண்டுகள் சமமானதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
10. $2x - 3y + 4 = 0$ மற்றும் $3x + 4y - 5 = 0$ என்ற நேர்கோடுகளால் குறிக்கப்படும் இரண்டு பாதைகள் சந்திக்கும் புள்ளியில் நிற்கும் ஒருவர் $6x - 7y + 8 = 0$ என்ற நேர்கோட்டால் குறிக்கப்படும் பாதையைக் குறுகிய நேரத்தில் சென்றடைய விரும்புகிறார் எனில், அவர் செல்ல வேண்டிய பாதையின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

அலகு.6

முக்கோணவியல்

எ.கா.6.1 $\tan^2 \theta - \sin^2 = \tan^2 \theta \sin^2 \theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா.6.2 $\frac{\sin A}{1 + \cos A} = \frac{1 - \cos A}{\sin A}$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா.6.3 $1 + \frac{\cot^2 \theta}{1 + \operatorname{cosec} \theta} = \operatorname{cosec} \theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா.6.4 $\sec \theta - \cos = \tan \theta \sin \theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா.6.5 $\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும். (DMQ)

எ.கா.6.6 $\frac{\sec \theta}{\sin \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \cot \theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா.6.7 $\sin^2 A \cos^2 B + \cos^2 A \sin^2 B + \cos^2 A \cos^2 B + \sin^2 A \sin^2 B = 1$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா.6.8 $\cos \theta + \sin = \sqrt{2} \cos \theta$ எனில், $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$ என நிரூபிக்க.

எ.கா.6.9 $(\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta)(\sec \theta - \cos \theta)(\tan \theta + \cot \theta) = 1$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா.6.10 $\frac{\sin A}{1 + \cos A} + \frac{\sin A}{1 - \cos A} = 2 \operatorname{cosec} A$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா.6.11 $\operatorname{cosec} \theta + \cot = P$ எனில், $\cos \theta = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1}$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா.6.12 $\tan^2 A - \tan^2 B = \frac{\sin^2 A - \sin^2 B}{\cos^2 A \cos^2 B}$ என்பதை நிரூபிக்கவும்

எ.கா.6.13 $\left(\frac{\cos^3 A - \sin^3 A}{\cos A - \sin A} \right) - \left(\frac{\cos^3 A + \sin^3 A}{\cos A + \sin A} \right) = 2 \sin A \cos A$ என்பதை நிரூபிக்கவும் (PTA-6)

எ.கா.6.14 $\frac{\sin A}{\sec A + \tan A - 1} + \frac{\cos A}{\operatorname{cosec} A + \cot A - 1} = 1$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா.6.15 $\left(\frac{1 + \tan^2 A}{1 + \cot^2 A} \right) = \left(\frac{1 - \tan A}{1 - \cot A} \right)^2$ எனக் காட்டுக.

எ.கா.6.16 $\frac{(1 + \cot A + \tan A)(\sin A - \cos A)}{\sec^3 A - \operatorname{cosec}^3 A} = \sin^2 A \cos^2 A$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

எ.கா.6.17 $\frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} = p$ மற்றும் $\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} = q$ எனில், $p^2 q^2 (p^2 + q^2 + 3) = 1$ என நிரூபிக்க.

பயிற்சி -6.1

1. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்

(i) $\cot \theta + \tan \theta = \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$

(ii) $\tan^4 \theta + \tan^2 \theta = \sec^4 \theta - \sec^2 \theta$

2. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்

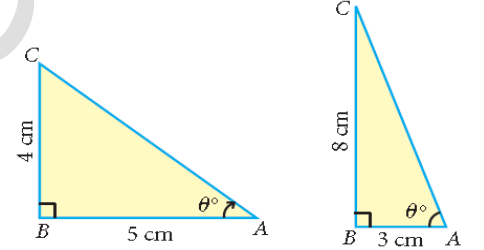
(i) $\frac{1 - \tan^2 \theta}{\cot^2 \theta - 1} = \tan^2 \theta$ (ii) $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \sec \theta - \tan \theta$

3. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்

(i) $\sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} = \sec \theta + \tan \theta$

(ii) $\sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} + \sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}} = 2 \sec \theta$

4. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும் (i) $\sec^6 \theta = \tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta \sec^2 \theta + 1$
(ii) $(\sin \theta + \sec \theta)^2 + (\cos \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 = 1 + (\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2$
5. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும் (i) $\sec^4 \theta (1 - \sin^4 \theta) - 2 \tan^2 \theta = 1$
(ii) $\frac{\cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta} = \frac{\operatorname{cosec} \theta - 1}{\operatorname{cosec} \theta + 1}$ (PTA-4)
6. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும் (i) $\frac{\sin A - \sin B}{\cos A + \cos B} + \frac{\cos A - \cos B}{\sin A + \sin B} = 0$
(ii) $\frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A} = 2$
7. (i) $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{3}$ எனில், $\tan \theta + \cot \theta = 1$ என்பதை நிரூபிக்கவும்
(ii) $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = 0$ எனில், $\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$ என நிறுவுக. (PTA-3)
8. (i) $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = m$ மற்றும் $\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = n$ எனக் கொண்டு $(m^2 + n^2) \cos^2 \beta = n^2$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.
(ii) $\cot \theta + \tan \theta = x$ மற்றும் $\sec \theta - \cos \theta = y$ எனில், $(x^2 y)^{\frac{2}{3}} - (xy^2)^{\frac{2}{3}} = 1$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.
9. (i) $\sin \theta + \cos \theta = p$ மற்றும் $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = q$ எனில், $q(p^2 - 1) = 2p$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.
(ii) $\sin(1 + \sin^2 \theta) = \cos^2 \theta$ எனில், $\cos^6 \theta - 4 \cos^4 \theta + 8 \cos^2 \theta = 4$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.
10. $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1}{a}$ எனில், $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = \sin \theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.



எ.கா.6.18 பின்வரும் முக்கோணங்களில் $\angle BAC$ -ஐ காண்க.
($\tan 38.7^\circ = 0.8011$, $\tan 69.4^\circ = 2.6604$)

எ.கா.6.19 ஒரு கோபுரம் தரைக்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. கோபுரத்தின் அடிப்பகுதியிலிருந்து தரையில் 48 மீ, தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. (PTA-1)

எ.கா.6.20 தரையிலிருந்து ஒரு பட்டம் 75 மீ உயரத்தில் பறக்கிறது. ஒரு நூல் கொண்டு தற்காலிகமாகத் தரையின் ஒரு புள்ளியில் பட்டம் கட்டப்பட்டுள்ளது. நூல் தரையுடன் ஏற்படுத்தும் சாய்வுக் கோணம் 60° எனில், நூலின் நீளம் காண்க. (நூலை ஒரு நேர்கோடாக எடுத்துக் கொள்ளவும்)

எ.கா.6.21 இரு கப்பல்கள் கலங்கரை விளக்கத்தின் இரு பக்கங்களிலும் கடலில் பயணம் செய்கின்றன. இரு கப்பல்களிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 45° ஆகும். கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் 200 மீ எனில், இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$) (PTA-5)

எ.கா.6.22 தரையின்மீது ஒரு புள்ளியிலிருந்து 30 மீ உயரமுள்ள கட்டத்தின் மேலுள்ள ஒரு கோபுரத்தின் அடி மற்றும் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 45° மற்றும் 60° எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$) (HY-19)

எ.கா.6.23 ஒரு கால்வாயின் கரையில் ஒரு தொலைக்காட்சிக் கோபுரம் செங்குத்தாக உள்ளது. கால்வாயின் மறு கரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து காணும்பொழுது கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 58° ஆக உள்ளது. அப்புள்ளியிலிருந்து விலகி ஒரே நேர்கோட்டில் 20 மீ

தொலைவில் சென்றவுடன் கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தையும், கால்வாயின் அகலத்தையும் காண்க. ($\tan 58^\circ = 1.6003$)

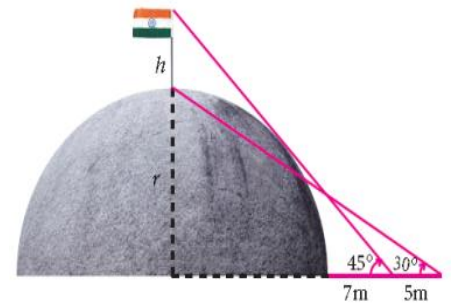
எ.கா.6.24 ஒரு விமானம் G-யிலிருந்து 24° கோணத்தைத் தாங்கி 250 கி.மீ. தொலைவிலுள்ள H –ஐ நோக்கிச் செல்கிறது. மேலும் H-லிருந்து 55° விலகி 180கி.மீ. தொலைவிலுள்ள J-ஐ நோக்கிச் செல்கிறது எனில், (i) G-ன் வடக்கு திசையிலிருந்து H-ன் தொலைவு என்ன? (ii) G-ன் கிழக்கு திசையிலிருந்து H-ன் தொலைவு என்ன? (iii) H-ன் வடக்கு திசையிலிருந்து J-ன் தொலைவு என்ன? (iv) H-ன் கிழக்கு திசையிலிருந்து J-ன் தொலைவு என்ன?

($\sin 24^\circ = 0.4067$ $\sin 11^\circ = 0.1908$)
($\cos 24^\circ = 0.9135$ $\cos 11^\circ = 0.9816$)

எ.கா.6.25 படத்தில் உள்ளவாறு ஒரு சமதளத் தரையில் இரண்டு மரங்கள் உள்ளன. தரையில் உள்ள X என்ற புள்ளியிலிருந்து இரு மர உச்சிகளின் ஏற்றக்கோணமும் 40° ஆகும். புள்ளி X – லிருந்து சிறிய மரத்திற்கான கிடைமட்டத் தொலைவு 8 மீ மற்றும் இரண்டு மரங்களின் உச்சிகளுக்கிடையே உள்ள தொலைவு 20 மீ எனில், (i) புள்ளி X-க்கும் சிறிய மரத்தின் உச்சிக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு (ii) இரண்டு மரங்களுக்கும் இடையேயுள்ள கிடைமட்டத் தொலைவு ($\cos 40^\circ = 0.7660$) ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

பயிற்சி -6.3

- $10\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் காண்க. (HY-19) (PTA-2)
- ஒரு சாலையின் இருபுறமும் இடைவெளியே இல்லாமல் வரிசையாக வீடுகள் தொடர்ச்சியாக உள்ளன. அவற்றின் உயரம் $4\sqrt{3}$ மீ. பாதசாரி ஒருவர் சாலையின் மையப் பகுதியில் நின்றனுகொண்டு வரிசையாக உள்ள வீடுகளை நோக்குகிறார். 30° ஏற்றக்கோணத்தில் பாதசாரி வீட்டின் உச்சியை நோக்குகிறார் எனில், சாலையின் அகலத்தைக் காண்க.
- ஒருவர் அவருடைய வீட்டிற்கு வெளியில் நின்றனுகொண்டு ஒரு ஜன்னலின் உச்சி மற்றும் அடி ஆகியவற்றை 60° முறையே 45° மற்றும் ஆகிய ஏற்றக்கோணங்களில் காண்கிறார். அவரின் உயரம் 180 செ.மீ. மேலும் வீட்டிலிருந்து 5 மீ தொலைவில் அவர் உள்ளார் எனில், ஜன்னலின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3}=1.732$).
- 1.6 மீ உயரமுள்ள சிலை ஒன்று பீடத்தின் மேல் அமைந்துள்ளது. தரையிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து 60° ஏற்றக்கோணத்தில் சிலையின் உச்சி அமைந்துள்ளது. மேலும் அதே புள்ளியிலிருந்து பீடத்தின் உச்சியானது 40° ஏற்றக்கோணத்தில் உள்ளது எனில், பீடத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\tan 40^\circ = 0.8391, \sqrt{3} = 1.732$)
- 'r' மீ ஆரம் கொண்ட அரைக் கோளக் குவிமாடத்தின் மீது 'h' மீ உயரமுள்ள ஒரு கொடிக்கம்பம் நிற்கிறது. குவிமாடத்தின் அடியிலிருந்து 7 மீ தொலைவில் ஒருவர் நிற்கிறார். அவர் கொடிக்கம்பத்தின் உச்சியை 45° ஏற்றக்கோணத்திலும் நிற்குமிடத்திலிருந்து மேலும் 5 மீ தொலைவு விலகிச் சென்று கொடிக்கம்பத்தின் அடியை 30° ஏற்றக் கோணத்திலும் பார்க்கிறார் எனில், (i) கொடிக்கம்பத்தின் உயரம் (ii) அரைக்கோள குவிமாடத்தின் ஆரம் ஆகியவற்றைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)
- 15 மீ உயரமுள்ள ஒரு கோபுரம் உள்ளது. ஒரு மின் கம்பத்தின் அடி மற்றும் உச்சியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியை முறையே $60^\circ, 30^\circ$ என்ற ஏற்றக்கோணங்களில் பார்த்தால் மின்கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



- எ.கா.6.26** 20மீ உயரமுள்ள கட்டடத்தின் உச்சியில் ஒரு விளையாட்டு வீரர் அமர்ந்துகொண்டு தரையிலுள்ள ஒரு பந்தை 60° இறக்கக்கோணத்தில் காண்கிறார் எனில், கட்டட அடிப்பகுதிக்கும் பந்திற்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$) **(PTA-3)**
- எ.கா.6.27** இரண்டு கட்டடங்களுக்கு இடையேயுள்ள கிடைமட்டத் தொலைவு 140மீ. இரண்டாவது கட்டிடத்தின் உச்சியிலிருந்து முதல் கட்டடத்தின் உச்சிக்கு உள்ள 30° இறக்கக்கோணம் ஆகும். முதல் கட்டடத்தின் உயரம் 60 மீ எனில் இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)
- எ.கா.6.28** 50 மீ உயரமுள்ள ஒரு கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து ஒரு மரத்தின் உச்சி மற்றும் அடி ஆகியவற்றின் இறக்கக்கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 45° எனில், மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)
- எ.கா.6.29** 60 மீ உயரமுள்ள கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியிலிருந்து ஒருவர் கடல்மட்டத்திலுள்ள இரு கப்பல்களை முறையே 28° மற்றும் 45° இறக்கக்கோணத்தில் பார்க்கிறார். ஒரு கப்பல் மற்றொரு கப்பலுக்குப் பின்னால் ஒரே திசையில் கலங்கரை விளக்கத்துடன் நேர்கோட்டில் உள்ளது எனில், இரண்டு கப்பல்களுக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\tan 28^\circ = 0.5317$) **(PTA-1)**
- எ.கா.6.30** ஒருவர், கோபுரத்திலிருந்து விலகி கடலில் சென்று கொண்டிருக்கும் படகு ஒன்றை, கோபுர உச்சியிலிருந்து பார்க்கிறார். கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 200 மீ தொலைவில் படகு இருக்கும்போது, படகை அவர் 60° இறக்கக்கோணத்தில் காண்கிறார். 10 வினாடிகள் கழித்து 45° இறக்கக்கோணம் ஆக மாறுகிறது எனில், படகு செல்லும் வேகத்தினைத் (கி.மீ/மணியில்) தோராயமாகக் கணக்கிடுக. மேலும், படகு நிலையான தண்ணீரில் செல்கிறது எனக் கருதுக. ($\sqrt{3} = 1.732$)

பயிற்சி - 6.3

1. $50\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள ஒரு பாறையின் உச்சியிலிருந்து 30° இறக்கக்கோணத்தில் தரையிலுள்ள மகிமுந்து ஒன்று பார்க்கப்படுகிறது எனில், மகிமுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. **(PTA-6)**
2. இரண்டு கட்டடங்களுக்கு இடைப்பட்ட கிடைமட்டத் தொலைவு 70 மீ ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து முதல் கட்டடத்தின் உச்சிக்கு உள்ள இறக்கக்கோணம் 45° ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயரம் 120 மீ எனில் முதல் கட்டடத்தின் உயரத்தைக் காண்க.
3. 60 மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து செங்குத்தாக உள்ள ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் இறக்கக்கோணங்கள் முறையே 38° மற்றும் 60° எனில், விளக்குக் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\tan 38^\circ = 0.7813$, $\sqrt{3} = 1.732$) **(DMQ)**
4. 1800 மீ உயரத்தில் பறக்கும் ஒரு விமானத்திலிருந்து ஒரே திசையில் விமானத்தை நோக்கிச் செல்லும் இரு படகுகள் பார்க்கப்படுகிறது. விமானத்திலிருந்து இரு படகுகளை முறையே 60° மற்றும் 30° இறக்கக்கோணங்களில் உற்று நோக்கினால், இரண்டு படகுகளுக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)
5. ஒரு கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியிலிருந்து எதிரெதிர் பக்கங்களில் உள்ள இரண்டு கப்பல்கள் 30° மற்றும் 60° இறக்கக்கோணத்தில் பார்க்கப்படுகின்றன. கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் h மீ. இரு கப்பல்கள் மற்றும் கலங்கரை விளக்கத்தின் அடிப்பகுதி ஆகியவை ஒரே நேர்கோட்டில் அமைகின்றன எனில், இரண்டு கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $\frac{4h}{\sqrt{3}}$ மீ என நிரூபிக்க.

6. 90 அடி உயரமுள்ள கட்டடத்தின் மேலிருந்து ஒளி ஊடுருவும் கண்ணாடிச் சுவர் கொண்ட மின் தூக்கியானது கீழ் நோக்கி வருகிறது. கட்டடத்தின் உச்சியில் மின் தூக்கி இருக்கும்போது பூந்தோட்டத்தில் உள்ள ஒரு நீருற்றின் இறக்கக்கோணம் 60° ஆகும். இரண்டு நிமிடம் கழித்து அதன் இறக்கக்கோணம் 30° ஆக குறைகிறது. மின்தூக்கியின் நுழைவு வாயிலிருந்து நீருற்று $30\sqrt{3}$ அடி தொலைவில் உள்ளது எனில், மின்தூக்கி கீழே வரும் வேகத்தைக் காண்க.

எ.கா.6.31 12 மீ உயரமுள்ள கட்டிடத்தின் உச்சியிலிருந்து மின்சாரக் கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 60° மற்றும் அதன் அடியின் இறக்கக்கோணம் 30° எனில், மின்சாரக் கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

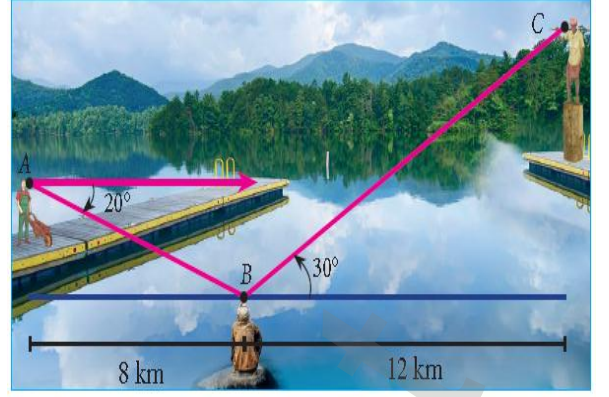
எ.கா.6.32 ஒரு கோபுர உச்சியின் மீது 5 மீ உயரமுள்ள கம்பம் பொருத்தி வைக்கப்பட்டுள்ளது. தரையில் உள்ள 'A' என்ற புள்ளியிலிருந்து கம்பத்தின் உச்சியை 60° ஏற்றக்கோணத்திலும், கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து 'A' என்ற புள்ளியை 45° இறக்கக் கோணத்திலும் பார்த்தால், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3}=1.732$)

எ.கா.6.33 ஒரு தெருவில் உள்ள ஒரு வீட்டின் சன்னலிலிருந்து, (சன்னல் தரைக்கு மேல் h மீ உயரத்தில் உள்ளது) தெருவின் எதிர்ப் பக்கத்தில் உள்ள மற்றொரு வீட்டின் உச்சி, அடி ஆகியவற்றின் ஏற்றக்கோணம், இறக்கக்கோணம் முறையே θ_1 மற்றும் θ_2 எனில், எதிர்பக்கத்தில் அமைந்த வீட்டின் உயரம் $h \left[1 + \frac{\cot \theta_2}{\cot \theta_1} \right]$ என நிரூபிக்க.

பயிற்சி -6.4

- 13 மீ உயரமுள்ள ஒரு மரத்தின் உச்சியிலிருந்து மற்றொரு மரத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் ஏற்றக்கோணம் மற்றும் இறக்கக்கோணம் முறையே 45° மற்றும் 30° எனில், இரண்டாவது மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$).
- கடலின் நீர் மட்டத்திலிருந்து 40 மீட்டருக்கு மேலே உள்ள ஒரு கப்பலின் மேல் பகுதியில் நின்று கொண்டிருக்கிற ஒருவர், குன்றின் உச்சியை 60° ஏற்றக்கோணத்திலும் அடிப்பகுதியை 30° இறக்கக் கோணத்திலும் காண்கிறார் எனில், கப்பலிலிருந்து குன்றுக்கு உள்ள தொலைவையும், குன்றின் உயரத்தையும் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$).
- ஏரியின் நீர் மட்டத்திலிருந்து ' h ' மீ உயரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு மேகத்தின் ஏற்றக்கோணம் θ_1 மற்றும் ஏரி நீரில் விழும் மேகப் பிம்பத்தின் இறக்கக்கோணம் θ_2 எனில், தரையிலிருந்து மேகத்தின் உயரம் $\frac{h (\tan \theta_1 + \tan \theta_2)}{\tan \theta_2 - \tan \theta_1}$ என நிரூபிக்கவும்.
- உயரமான அடுக்குமாடிக் குடியிருப்பின் அடியிலிருந்து அலைபேசி கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 60° மற்றும் குடியிருப்பின் உச்சியிலிருந்து கோபுர அடியின் இறக்கக் கோணம் 30° ஆகும். அடுக்குமாடி குடியிருப்பின் உயரம் 50 மீ எனில், அலைபேசிக் கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. கதிர்வீச்சுக் கட்டுப்பாடு விதியின்படி அலைபேசிக் கோபுரத்தின் குறைந்தபட்ச உயரம் 120 மீ இருக்க வேண்டும். மேற்கண்ட அலைக்கோபுரம் இந்தக் கட்டுப்பாட்டிற்கு உட்படுகிறதா?
- 66 மீ உயரமான அடுக்குமாடிக் குடியிருப்பின் உச்சியிலிருந்து ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் ஏற்றக்கோணம் மற்றும் இறக்கக்கோணம் முறையே 60° , 30° எனில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க. (i) விளக்குக் கம்பத்தின் உயரம் (ii) விளக்குக் கம்ப உயரத்திற்கும் அடுக்குமாடியின் உயரத்திற்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் (iii) விளக்குக் கம்பத்திற்கும் அடுக்குமாடிக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு ($\sqrt{3} = 1.732$)

6. A, B மற்றும் C என்ற மூன்று கிராமவாசிகள் ஒரு பள்ளத்தாக்கில் ஒருவருக்கொருவர் தொலைநோக்கியில் பார்க்குமாறு உள்ளனர். A -க்கும், B -க்கும் இடைப்பட்ட கிடைமட்டத் தொலைவு 8 கி.மீ. மற்றும் B -க்கும், C -க்கும் இடைப்பட்ட கிடைமட்டத் தொலைவு 12 கி.மீ. A -லிருந்து B -க்கு உள்ள இறக்கக்கோணம் 20° மற்றும் B -லிருந்து C -க்கு உள்ள ஏற்றக்கோணம் 30° எனில், பின்வருவனவற்றைக் கணக்கிடுக. (i) A -க்கும் B -க்கும் இடையேயுள்ள செங்குத்து உயரம். (ii) B -க்கும் C -க்கும் இடையேயுள்ள செங்குத்து உயரம். ($\tan 20^\circ = 0.3640$, $\sqrt{3} = 1.732$)



அலகுப் பயிற்சி ~ 6

1. நிரூபிக்கவும்: (i) $\cot^2 A \left(\frac{\sec A - 1}{1 + \sin A} \right) + \sec^2 A \left(\frac{\sin A - 1}{1 + \sec A} \right) = 0$ (ii) $\frac{\tan^2 \theta - 1}{\tan^2 \theta + 1} = 1 - 2 \cos^2 \theta$
2. $\left(\frac{1 + \sin \theta - \cos \theta}{1 + \sin \theta + \cos \theta} \right) = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.
3. $x \sin^3 \theta + y \cos^3 \theta = \sin \theta \cos \theta$ மற்றும் $x \sin \theta = y \cos \theta$ எனில் $x^2 + y^2 = 1$ என நிரூபிக்கவும்.
4. $a \cos \theta - b \sin \theta = c$ எனில், $(a \sin \theta + b \cos \theta) = \pm \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ என நிரூபிக்கவும்.
5. 80 மீ உயரமுள்ள மரத்தின் உச்சியில் ஒரு பறவை இருக்கிறது. தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பறவையின் ஏற்றக்கோணம் 45° , பறவை ஒரே உயரத்தில் கிடைமட்டத்தில் பறந்து செல்கிறது. 2 வினாடிகள் கழித்து அதே புள்ளியிலிருந்து பறவையின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனில், பறவை பறக்கும் வேகத்தினைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)
6. விமானம் ஒன்று புவிப் பரப்பிற்கு இணையாக 600 மீ உயரத்தில் 175 மீ/வி வேகத்தில் செல்கிறது. புவியின் மீது ஒரு புள்ளியிலிருந்து விமானத்திற்கு உள்ள ஏற்றக்கோணம் 37° ஆகும். அதே புள்ளியிலிருந்து ஏற்றக்கோணம் 53° -க்கு அதிகரிக்க எவ்வளவு நேரம் தேவைப்படும்? ($\tan 53^\circ = 1.3270$, $\tan 37^\circ = 0.7536$)
7. ஒரு பறவை A என்ற இடத்திலிருந்து 30 கி.மீ. தொலைவில் B என்ற இடத்திற்கு 35° கோணத்தில் பறக்கிறது. B -ல் 48° கோணத்திலிருந்து விலகி 32 கி.மீ. தொலைவில் உள்ள என்ற C இடத்திற்குச் செல்கிறது, (i) A -ன் வடக்குப் புறமாக B -ன் தொலைவு எவ்வளவு? (ii) A -ன் மேற்குப் புறமாக B -ன் தொலைவு எவ்வளவு? (iii) B -ன் வடக்குப் புறமாக C -ன் தொலைவு எவ்வளவு? (iv) B -ன் கிழக்குப் புறமாக C -ன் தொலைவு எவ்வளவு? ($\sin 55^\circ = 0.8192$, $\cos 55^\circ = 0.5736$, $\sin 42^\circ = 0.6691$, $\cos 42^\circ = 0.7431$)
8. கலங்கரை விளக்கம் இருக்கும் இடத்திலிருந்து கடலில் எதிரெதிர் திசையில் இரு கப்பல்கள் பயணம் செய்கின்றன. கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியிலிருந்து இரு கப்பல்களின் இறக்கக் கோணங்கள் முறையே 60° மற்றும் 45° . கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு $200 \left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} \right)$ மீ எனில், கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் காண்க.
9. ஒரு தெருவில் கட்டடமும், சிலையும் எதிரெதிர்த் திசையில் 35 மீ இடைவெளியில் அமைந்துள்ளன. கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து, சிலை உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 24° மற்றும் சிலை அடியின் இறக்கக்கோணம் 34° எனில், சிலையின் உயரம் என்ன? ($\tan 24^\circ = 0.4452$, $\tan 34^\circ = 0.6745$)

அலகு-7

அளவியல்

எ.கா.7.1 ஓர் உருளை வடிவப் பீப்பாயின் உயரம் 20 செ.மீ. மற்றும் அடிப்புற ஆரம் 14 செ.மீ. எனில், அதன் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

எ.கா.7.2 88 ச.செ.மீ. வளைபரப்புடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் உயரம் 14 செ.மீ. எனில், உருளையின் விட்டம் காண்க.

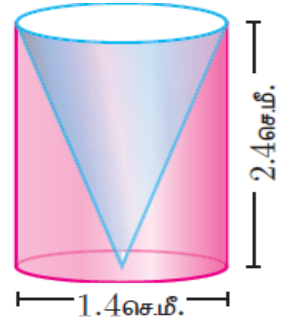
எ.கா.7.3 நீளம் 3 மீ மற்றும் விட்டம் 2.8 மீ உடைய ஒரு சமன்படுத்தும் உருளையைக் கொண்டு ஒரு தோட்டம் சமன்படுத்தப்படுகிறது. 8 சுற்றுகளில் எவ்வளவு பரப்பை உருளை சமன் செய்யும்?

எ.கா.7.4 தடிமன் 2 மீ, உட்புற ஆரம் 6 மீ மற்றும் உயரம் 25 மீ உடைய ஓர் உருளை வடிவச் சுரங்கப்பாதையின் உள் மற்றும் வெளிப்புறப் பரப்புகளுக்கு வர்ணம் பூசப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் வர்ணத்தைக் கொண்டு 10 ச.மீ. பூச முடியுமானால், சுரங்கப்பாதைக்கு வர்ணம் பூச எத்தனை லிட்டர் வர்ணம் தேவை?

எ.கா. 7.5 கித்தானைக் கொண்டு 7 மீ ஆரமும் 24 மீ உயரமும் உடைய ஒரு கூம்பு வடிவக் கூடாரம் உருவாக்கப்படுகிறது. செவ்வக வடிவக் கித்தானின் அகலம் 4 மீ எனில், அதன் நீளம் காண்க.

எ.கா. 7.6 704 ச.செ.மீ. மொத்தப் புறப்பரப்பு கொண்ட ஒரு கூம்பின் ஆரம் 7 செ.மீ. எனில், அதன் சாயுயரம் காண்க.

எ.கா.7.7 2.4 செ.மீ. உயரமுள்ள ஒரு திண்ம உருளையின் விட்டம் 1.4 செ.மீ. ஆகும். உருளையினுள் அதே ஆரமுள்ள கூம்பு வடிவக் குழிவு (படத்தில் உள்ளபடி) உருளையின் உயரத்திற்கு ஏற்படுத்தப்படுகிறது எனில், மீதமுள்ள திண்மத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு காண்க.



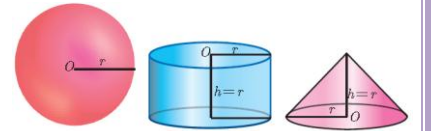
எ.கா. 7.8 ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 154 ச.மீ எனில், அதன் விட்டம் காண்க.

எ.கா.7.9 ஒரு கோள வடிவ வளிக்கூண்டினுள் (balloon) காற்று உந்தப்படும்போது அதன் ஆரம் 12 செ.மீ -லிருந்து 16 செ.மீ ஆக உயருகிறது. இரு புறப்பரப்புகளின் விகிதம் காண்க. (HY-19)

எ.கா.7.10 ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் அடிப்புறப்பு 1386 ச.மீ. எனில், அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

எ.கா.7.11 ஓர் உள்ளீடற்ற அரைக்கோள ஓட்டின் உள் மற்றும் வெளிப்புற ஆரங்கள் முறையே 3மீ மற்றும் 5மீ ஆகும். ஓட்டின் மொத்தப் புறப்பரப்பு மற்றும் வளைபரப்பைக் காண்க.

எ.கா.7.12 ஒரு கோளம், உருளை மற்றும் கூம்பு ஆகியவற்றின் ஆரங்கள் சமம். படத்தில் உள்ளபடி கூம்பு மற்றும் உருளையின் உயரங்கள் ஆரத்திற்குச் சமம் எனில், அவற்றின் வளைபரப்புகளின் விகிதம் காண்க.



எ.கா. 7.13 ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்டச் சாயுயரம் 5 செ.மீ. ஆகும். அதன் இரு ஆரங்கள் 4செ.மீ. மற்றும் 1செ.மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பைக் காண்க.

எ.கா.7.14 ஒரு தொழிற்சாலையின் உலோக வாளி, கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் உள்ளது. அதன் மேற்புற, அடிப்புற விட்டங்கள் முறையே 10மீ மற்றும் 4மீ ஆகும். அதன் உயரம் 4மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

பயிற்சி -7.1

1. ஓர் உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரங்களின் விகிதம் 5:7 ஆகும். அதன் வளைபரப்பு 5500 ச.செ.மீ எனில், உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காண்க.
2. ஒரு திண்ம இரும்பு உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 1848 ச.மீ. மேலும் அதன் வளைபரப்பு, மொத்தப் புறப்பரப்பில் ஆறில் ஐந்து பங்காகும் எனில், இரும்பு உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காணவும்.
3. ஓர் உள்ளீடற்ற மர உருளையின் வெளிப்புற ஆரம் மற்றும் நீளம் முறையே 16 செ.மீ. மற்றும் 13 செ.மீ. ஆகும். அதன் தடிமன் 4 செ.மீ. எனில் உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு எவ்வளவு?
4. PQR என்ற செங்கோண முக்கோணத்தில் $QR = 16$ செ.மீ, $PR = 20$ செ.மீ மற்றும் $\angle Q = 90^\circ$ ஆகும். QR மற்றும் PQ -ஐ மைய அச்சகளாகக்கொண்டு சுழற்றும்போது உருவாகும் கூம்புகளின் வளைபரப்புகளை ஒப்பிடுக.
5. சாயுயரம் 19 மீ கொண்ட கூம்பு வடிவக் கூடாரத்தில் நால்வர் உள்ளனர். ஒருவருக்கு 22 ச.மீ. பரப்பு தேவை எனில், கூடாரத்தின் உயரத்தைக் கணக்கிடவும்.
6. ஒரு சிறுமி தனது பிறந்த நாளைக் கொண்டாடக் கூம்பு வடிவத் தொப்பிகளை 5720 ச.செ.மீ பரப்புள்ள காகிதத்தாளை பயன்படுத்தித் தயாரிக்கிறாள். 5 செ.மீ. ஆரமும், 12 செ.மீ. உயரமும் கொண்ட எத்தனை தொப்பிகள் தயாரிக்க முடியும்?
7. சம உயரங்களையுடைய இரு நேர் வட்டக் கூம்புகளின் ஆரங்கள் 1:3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. கூம்புகளின் உயரம் சிறிய கூம்பின் ஆரத்தின் மூன்று மடங்கு எனில், வளைபரப்புகளின் விகிதம் காண்க.

(PTA-2)

8. ஒரு கோளத்தின் ஆரம் 25% அதிகரிக்கும்போது, அதிகமாகும் புறப்பரப்பின் சதவீதம் காண்க.

9. உள்ளீடற்ற ஓர் அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்திற்கு ஒரு சதுர செ.மீ.-க்கு வர்ணம் பூச ரூ.0.14 வீதம் செலவாகும். அதன் உட்புற மற்றும் வெளிப்புற விட்டங்கள் முறையே 20 செ.மீ. மற்றும் 28 செ.மீ எனில், அதனை முழுமையாக வர்ணம் பூச எவ்வளவு செலவாகும்?



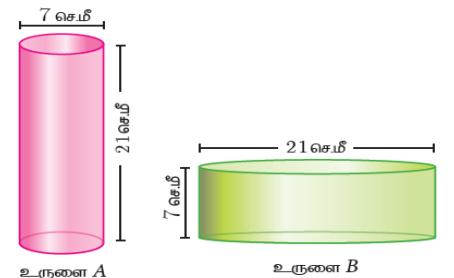
10. ஒரு மேஜை விளக்கின் வெளிப்புறத்திற்கு (மேல்பகுதியுடன்) மட்டும் வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 1 ச.செ.மீ வர்ணம் பூச ரூ.2 செலவாகுமெனில், விளக்கிற்கு வர்ணம் பூசுவதற்கான மொத்தச் செலவையும் கணக்கிடுக.

எ.கா.7.15 உயரம் 2 மீ மற்றும் அடிப்பரப்பு 250 ச.மீ கொண்ட ஓர் உருளையின் கனஅளவைக் காண்க.

எ.கா.7.16 ஓர் உருளை வடிவ தண்ணீர் தொட்டியின் கன அளவு 1.078×10^6 லிட்டர் ஆகும். தொட்டியின் விட்டம் 7 மீ எனில், அதன் உயரம் காண்க.

எ.கா.7.17 ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையின் உயரம், உட்புற மற்றும் வெளிப்புற ஆரங்கள் முறையே 9 செ.மீ, 21 செ.மீ மற்றும் 28 செ.மீ. ஆகும். உருளையை உருவாக்கத் தேவைப்படும் இரும்பின் கன அளவைக் காண்க.

எ.கா.7.18 படத்தில் உள்ள உருளை A மற்றும் B-ல் (i) எந்த உருளையின் கன அளவு அதிகமாக இருக்கும்? (ii) அதிகக் கன அளவு கொண்ட உருளையின் மொத்தப்புறப்பரப்பு அதிகமாக இருக்குமா எனச் சோதிக்க. (iii) உருளை A மற்றும் B-ன் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.



- எ.கா.7.19** ஒரு நேர் வட்டக் கூம்பின் கன அளவு 11088 க.செ.மீ. ஆகும். கூம்பின் உயரம் 24 செ.மீ. எனில், அதன் ஆரம் காண்க. **(PTA-1) (HY-19)**
- எ.கா.7.20** இரு கூம்புகளுடைய கன அளவுகளின் விகிதம் 2:3 ஆகும். இரண்டாம் கூம்பின் உயரம் முதல் கூம்பின் உயரத்தைப் போல் இரு மடங்கு எனில், அவற்றின் ஆரங்களின் விகிதம் காண்க.
- எ.கா.7.21** ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு 29106 க.செ.மீ. மூன்றில் இரண்டு பங்கு கன அளவுள்ள மற்றோர் அரைக்கோளம் இதிலிருந்து செதுக்கப்படுமானால் புதிய அரைக்கோளத்தின் ஆரம் என்ன?
- எ.கா.7.22** ஓர் உள்ளீடற்ற பித்தனை கோளத்தின் உள்விட்டம் 14 செ.மீ, தடிமன் 1 மி.மீ. மற்றும் பித்தளையின் அடர்த்தி 17.3 கிராம்/க.செ.மீ எனில், கோளத்தின் எடையைக் கணக்கிடுக. **(DMQ)**
- எ.கா.7.23** 45 செ.மீ. உயரமுள்ள ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இரு புற ஆரங்கள் முறையே 28 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் கன அளவைக் காண்க. **(PTA-5)**

பயிற்சி - 7.2

- 10 மீ உட்புற விட்டம் மற்றும் 14 மீ ஆழம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவக் கிணற்றிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மண் கொண்டு 5 மீ அகலத்தில் கிணற்றைச் சுற்றி மேடை அமைக்கப்படுகிறது எனில், மேடையின் உயரத்தைக் காண்க.
- விட்டம் 20 செ.மீ. உள்ள ஓர் உருளை வடிவக் கண்ணாடிக் குவளையில் 9 செ.மீ உயரத்திற்கு நீர் உள்ளது. ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் உயரம் 4 செ.மீ உடைய ஓர் சிறிய உலோக உருளை, நீரில் முழுமையாக மூழ்கும்போது ஏற்படும் நீரின் உயர்வைக் கணக்கிடுக.
- 484 செ.மீ. சுற்றளவுள்ள ஒரு மரக்கூம்பின் உயரம் 105 செ.மீ. எனில், கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.
- ஆரம் 10 மீட்டரும், உயரம் 15 மீட்டரும் உடைய ஒரு கூம்பு வடிவக் கொள்கலன் முழுமையாகப் பெட்ரோலால் நிரம்பியுள்ளது. நிமிடத்திற்கு 25 கன மீட்டர் பெட்ரோல் கொள்கலனின் அடிப்புறம் வழியாக வெளியேற்றப்பட்டால் எத்தனை நிமிடங்களில் கொள்கலன் காலியாகும். விடையை நிமிடத் திருத்தமாகத் தருக..
- 6 செ.மீ, 8 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ. பக்க அளவுகள் கொண்ட ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அதன் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களை மைய அச்சுகளாகக் கொண்டு சுழற்றும்போது ஏற்படும் திண்மங்களின் கன அளவுகளின் வித்தியாசம் காண்க.
- சம ஆரங்கள் கொண்ட இரு கூம்புகளின் கன அளவுகள் 3600 க.செ.மீ. மற்றும் 5040 க.செ.மீ. எனில், உயரங்களின் விகிதம் காண்க. **(PTA-4)**
- இரு கோளங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் 4:7 எனில், அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.
- ஒரு திண்மக் கோளம் மற்றும் திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு சமமானதாக இருக்குமானால் அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் $3\sqrt{3}:4$ என நிரூபி. **(PTA-6)**
- ஓர் உள்ளீடற்ற தாமிரக் கோளத்தின் வெளிப்புற, உட்புறப் புறப்பரப்புகள் முறையே 576π ச.செ.மீ. மற்றும் 324π ச.செ.மீ எனில், கோளத்தை உருவாக்கத் தேவையான தாமிரத்தின் கனஅளவைக் காண்க.

10. உயரம் 16 செ.மீ உடைய ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் அமைந்த கொள்கலன் ஒன்றின் மேற்புறம் திறந்த நிலையில் உள்ளது. கீழ்ப்புற ஆரம் 8 செ.மீ. மற்றும் மேற்புற ஆரம் 20 செ.மீ கொண்ட கொள்கலனில் முழுமையாகப் பால் நிரப்பப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை ரூ.40 எனில், நிரப்பப்படும் பாலின் மொத்த விலையைக் காண்க.

எ.கா.7.24 ஓர் உருளையின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் இணைந்தவாறு உள்ள ஒரு பொம்மையின் மொத்த உயரம் 25 செ.மீ. ஆகும். அதன் விட்டம் 12 செ.மீ எனில், பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

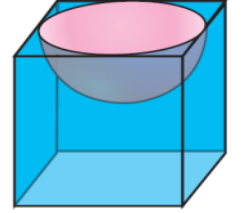
எ.கா.7.25 ஒரு கனசெவ்வகத்தின் மீது அரை உருளை உள்ளவாறு ஒரு நகைப்பெட்டி (படத்தில் உள்ளவாறு) உள்ளது. கன செவ்வகத்தின் பரிமாணங்கள் 30 செ.மீ \times 15 செ.மீ \times 10 செ.மீ எனில், நகைப்பெட்டியின் கன அளவு காண்க.



எ.கா.7.26 அருள் தனது குடும்ப விழாவிற்கு 150 நாட்கள் தங்குவதற்கு ஒரு கூடாரம் அமைக்கிறார். கூடாரத்தின் அடிப்பகுதி உருளை வடிவிலும், மேற்பகுதி கூம்பு வடிவிலும் உள்ளது. ஒருவர் தங்குவதற்கு 4 ச.மீ. அடிப்பகுதி பரப்பும் 40 க.மீ. காற்றும் தேவைப்படுகிறது. கூடாரத்தில் உருளையின் உயரம் 8 மீ எனில், கூம்பின் உயரம் காண்க. (PTA-1)

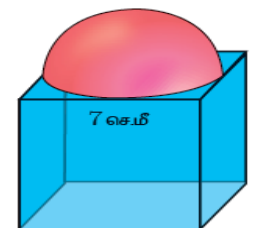
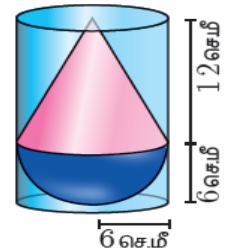
எ.கா.7.27 ஓர் உருளையின் மீது ஓர் இடைக்கண்டம் இணைந்தவாறு அமைந்த ஒரு புனலின் (funnel) மொத்த உயரம் 20 செ.மீ. உருளையின் உயரம் 12 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 12 செ.மீ. ஆகும். இடைக்கண்டத்தின் மேற்புற விட்டம் 24 செ.மீ. எனில், புனலின் வெளிப்புறப் பரப்பைக் கணக்கிடுக.

எ.கா.7.28 கனச்சதுரத்தின் ஒரு பகுதியில் l அலகுகள் விட்டமுள்ள (கனசதுரத்தின் பக்கஅளவிற்குச் சமமான) ஓர் அரைக்கோளம் (படத்தில் உள்ளதுபோல) வெட்டப்பட்டால், மீதமுள்ள திண்மத்தின் புறப்பரப்பைக் காண்க.



பயிற்சி - 7.3

1. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மேல் ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையைப் பொருத்திய வடிவத்தில் அமைந்த ஒரு கிண்ணத்தின் விட்டம் 14 செ.மீ. மற்றும் உயரம் 13 செ.மீ எனில், அதன் கொள்ளளவைக் காண்க.
2. நாதன் என்ற பொறியியல் மாணவர் ஓர் உருளையின் இருபுறமும் கூம்புகள் உள்ளவாறு மாதிரி ஒன்றை உருவாக்கினார். மாதிரியின் நீளம் 12 செ.மீ. மற்றும் விட்டம் 3 செ.மீ ஆகும். ஒவ்வொரு கூம்பின் உயரமும் 2 செ.மீ இருக்குமானால் நாதன் உருவாக்கிய மாதிரியின் கனஅளவைக் காண்க.
3. உயரம் 2.4 செ.மீ. மற்றும் விட்டம் 1.4 செ.மீ. கொண்ட ஒரு திண்ம உருளையில் இருந்து அதே விட்டமும் உயரமும் உள்ள ஒரு கூம்பு வெட்டி எடுக்கப்பட்டால் மீதமுள்ள திண்மத்தின் கனஅளவு எவ்வளவு கன செ.மீ ஆகும்?
4. ஒரு திண்மத்தின் அடிப்புறம் 6 செ.மீ. ஆரம் உடைய அரைக்கோள வடிவிலும் மேற்புறம் 12 செ.மீ உயரமும் 6 செ.மீ ஆரமும் கொண்ட கூம்பு வடிவிலும் உள்ளது. முழுவதும் நீரால் நிரப்பப்பட்ட ஓர் உருளையின் அடிப்புறத்தைத் தொடுமாறு அத்திண்மம் வைக்கப்படும்போது வெளியேறும் நீரின் கனஅளவைக் காண்க. உருளையின் ஆரம் 6 செ.மீ மற்றும் உயரம் 18 செ.மீ. எனக் கொள்க.
5. ஒரு மருந்துக் குப்பி, ஓர் உருளையின் இருபுறமும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவில் உள்ளது. குப்பியின் மொத்த நீளம் 12 மி.மீ மற்றும் விட்டம் 3 மி.மீ. எனில், அதில் அடைக்கப்படும் மருந்தின் கனஅளவைக் காண்க.
6. 7 செ.மீ பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரத்தின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் படத்தில் உள்ளவாறு பொருந்தியுள்ளது. திண்மத்தின் புறப்பரப்பு காண்க.



7. ஆரம் r அலகுகள் கொண்ட ஒரு கோளம் ஒரு நேர் வட்ட உருளையினுள் மிகச் சரியாகப் பொருத்தப்பட்டுள்ளது எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைக் கணக்கிடுக. (i) கோளத்தின் புறப்பரப்பு (ii) உருளையின் வளைபரப்பு (iii) (i) மற்றும் (ii)-ல் பெறப்பட்ட பரப்புகளின் விகிதம்.

எ.கா.7.29 16 செ.மீ. ஆரமுள்ள ஓர் உலோகப் பந்து, உருக்கப்பட்டு 2 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறு பந்துகளாக ஆக்கப்பட்டால், எத்தனை பந்துகள் கிடைக்கும்?

எ.கா.7.30 கனிமண் கொண்டு செய்யப்பட்ட 24 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு கூம்பை ஒரு குழந்தை அதே ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றுகிறது எனில் உருளையின் உயரம் காண்க. **(PTA-3)**

எ.கா.7.31 6 செ.மீ. ஆரம் மற்றும் 15 செ.மீ உயரம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவப் பாத்திரத்தில் முழுவதுமாக பனிக்கூழ் (*ice – cream*) உள்ளது. அந்தக் பனிக்கூழானது, கூம்பு மற்றும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவத்தில் நிரப்பப்படுகிறது. கூம்பின் உயரம் 9 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 3 செ.மீ. எனில், பாத்திரத்தில் உள்ள பனிக்கூழை நிரப்ப எத்தனை கூம்புகள் தேவை? **(PTA-5&6)**

பயிற்சி -7.4

- 12 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் அலுமினியக் கோளம் உருக்கப்பட்டு 8 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. உருளையின் உயரம் காண்க.
- 14 செ.மீ விட்டமுள்ள குழாயிலிருந்து 15 கி.மீ/மணி என்ற வேகத்தில் 50 மீ நீளம் மற்றும் 44 மீ அகலம் கொண்ட ஒரு செவ்வக வடிவத் தொட்டியினுள் தண்ணீர் பாய்கிறது. எவ்வளவு நேரத்தில் தண்ணீரின் மட்டம் 21 செ.மீ-க்கு உயரும்.
- முழுமையாக நீரால் நிரம்பியுள்ள ஒரு கூம்பு வடிவக் குடுவையின் ஆரம் r அலகுகள் மற்றும் உயரம் h அலகுகள் ஆகும். நீரானது xr அலகுகள் ஆரமுள்ள மற்றொரு உருளை வடிவக் குடுவைக்கு மாற்றப்பட்டால் நீரில் உயரம் காண்க.
- விட்டம் 14 செ.மீ, உயரம் 8 செ.மீ உடைய ஒரு திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பு, ஓர் உள்ளீடற்ற கோளமாக உருமாற்றப்படுகிறது. கோளத்தின் வெளிவிட்டம் 10 செ.மீ. எனில், உள்விட்டத்தைக் காண்க.
- சீனு வீட்டின் மேல்நிலை நீர்த்தொட்டி உருளை வடிவில் உள்ளது. அதன் ஆரம் 60 செ.மீ மற்றும் உயரம் 105 செ.மீ. $2\text{மீ} \times 1.5\text{மீ} \times 1\text{மீ}$ பரிமாணங்களை உடைய ஒரு கனசெவ்வகக் கீழ்நிலை நீர் தொட்டியிலிருந்து நீர் உந்தப்பட்டு மேலேயுள்ள உருளை வடிவத் தொட்டி முழுமையாக நிரப்பப்படுகிறது. தொடக்கத்தில் கீழ்த் தொட்டியில் நீர் முழுமையாக இருப்பதாகக் கருதுக. மேல் தொட்டிக்கு நீர் ஏற்றிய பிறகு மீதமுள்ள நீரின் கனஅளவைக் காண்க.
- ஓர் உள்ளீடற்ற அரைக்கோள ஓட்டின் உட்புற மற்றும் வெளிப்புற விட்டங்கள் முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ ஆகும். அது உருக்கப்பட்டு 14 செ.மீ விட்டமுள்ள ஒரு திண்ம உருளையாக்கப்பட்டால், அவ்வுருளையின் உயரம் காண்க.
- 6 செ.மீ. ஆரமுள்ள ஒரு திண்மக் கோளம் உருக்கப்பட்டுச் சீரான தடிமனுள்ள ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. உருளையின் வெளி ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் உயரம் 32 செ.மீ எனில், உருளையின் தடிமனைக் காண்க.
- ஓர் அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்தின் விளிம்பு வரையில் பழச்சாறு நிரம்பியுள்ளது. உயரத்தைவிட 50% அதிக ஆரம் கொண்ட உருளை வடிவப் பாத்திரத்திற்குப் பழச்சாறு மாற்றப்படுகிறது. அரைக்கோளம் மற்றும் உருளை ஆகியவற்றின் விட்டங்கள் சமமானால் கிண்ணத்திலிருந்து எவ்வளவு சதவீதப் பழச்சாறு உருளை வடிவப் பாத்திரத்திற்கு மாற்றப்படும்?

அலகு பயிற்சி -7

1. 7 செ.மீ நீளமுள்ள ஓர் உருளை வடிவ மை குடுவையின் விட்டம் 5 மி.மீ ஆகும். மை முழுமையாக உள்ள உருளையைக் கொண்டு சராசரியாக 330 வார்த்தைகள் எழுதலாம். ஒரு லிட்டரில் ஐந்தில் ஒரு பங்கு மை ஒரு பாட்டிலில் உள்ளது எனில், அதனைப் பயன்படுத்தி எத்தனை வார்த்தைகள் எழுதலாம்?
2. ஆரம் 1.75 மீ உள்ள ஓர் அரைக்கோள வடிவத் தொட்டி முற்றிலும் நீரால் நிரப்பப்பட்டுள்ளது. ஒரு குழாயின் மூலம் விநாடிக்கு 7 லிட்டர் வீதம் தொட்டியிலிருந்து நீர் வெளியேற்றப்படுமானால், தொட்டியை எவ்வளவு நேரத்தில் முழுவதுமாகக் காலி செய்யலாம்?
3. r அலகுகள் ஆரம் கொண்ட ஒரு திண்ம அரைக் கோளத்திலிருந்து வெட்டி எடுக்கப்படும் கூம்பின் மீப்பெரு கனஅளவு என்ன?
4. ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்டம், 10 செ.மீ. நீளமுள்ள ஓர் உருளையுடன் இணைக்கப்பட்ட எண்ணெய்ப் புனலின் மொத்த உயரம் 22 செ.மீ. ஆகும். உருளையின் விட்டம் 8 செ.மீ. மற்றும் புனலின் மேற்புற விட்டம் 18 செ.மீ. எனில், புனலை உருவாக்கத் தேவையான தகர அட்டையின் பரப்பைக் காண்க.
5. உயரம் 10 செ.மீ. மற்றும் விட்டம் 4.5 செ.மீ உடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையை உருவாக்க 1.5 செ.மீ விட்டமும் 2 மி.மீ தடிமன் கொண்ட எத்தனை வட்ட வில்லைகள் தேவை? **(PTA-1)**
6. ஓர் உள்ளீடற்ற உலோக உருளையின் வெளிப்புற ஆரம் 4.3 செ.மீ, உட்புற ஆரம் 1.1 செ.மீ மற்றும் நீளம் 4 செ.மீ. உலோக உருளையை உருக்கி 12 செ.மீ நீளமுள்ள வேறொரு திண்ம உருளை உருவாக்கப்பட்டால் புதிய உருளையின் விட்டத்தைக் கணக்கிடுக.
7. ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இரு முனைகளின் சுற்றளவுகள் 18மீ, 16மீ மற்றும் அதன் சாயுயரம் 4மீ ஆகும். ஒரு சதுர மீட்டருக்கு ரூ.100 வீதம் இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பில் வர்ணம் பூச ஆகும் மொத்தச் செலவு என்ன?
8. ஓர் உள்ளீடற்ற அரைக்கோளக் கிண்ணத்தை உருவாக்கப் பயன்பட்ட பொருளின் கனஅளவு $\frac{436\pi}{3}$ க.செ.மீ. ஆகும். கிண்ணத்தின் வெளிவிட்டம் 14 செ.மீ எனில், அதன் தடிமனைக் கணக்கிடுக.
9. ஒரு கூம்பின் கனஅளவு $1005\frac{5}{7}$ க.செ.மீ. மற்றும் கீழ் வட்டப்பரப்பு $201\frac{1}{7}$ ச.செ.மீ. எனில், அதன் சாயுயரம் காண்க.
10. ஒரு வட்டக்கோண வடிவில் உள்ள உலோகத் தகட்டின் ஆரம் 21 செ.மீ மற்றும் மையக்கோணம் 216° ஆகும். வட்டக்கோணப் பகுதியின் ஆரங்களை இணைத்து உருவாக்கப்படும் கூம்பின் கன அளவைக் காண்க. **(PTA-2)**

அலகு-8

புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்

எ.கா.8.1 கொடுக்கப்பட்ட தரவுப் புள்ளிகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக்கெழு ஆகியவற்றைக் காண்க:
25, 67, 48, 53, 18, 39, 44.

எ.கா.8.2 கொடுக்கப்பட்ட பரவலின் வீச்சு காண்க. **(PTA-5)**

வயது (வருடங்களில்)	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26	26-28
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	0	4	6	8	2	2

எ.கா.8.3 ஒரு தரவின் வீச்சு 13.67 மற்றும் மிகப் பெரிய மதிப்பு 70.08 எனில், மிகச் சிறிய மதிப்பைக் காண்க. **(PTA-4)**

- எ.கா.8.4** ஒரு வாரத்தின் ஒவ்வொரு நாளிலும் விற்கப்பட்ட தொலைக்காட்சிப் பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு 13, 8, 4, 9, 7, 12, 10. இந்தத் தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.
- எ.கா.8.5** ஒரு குறிப்பிட்ட பருவத்தில் 6 நாட்களில் பெய்யும் மழையின் அளவானது 17.8 செ.மீ, 19.2செ.மீ, 16.3செ.மீ, 12.5செ.மீ, 12.8செ.மீ, 11.4செ.மீ: எனில், இந்த தரவிற்கு திட்டவிலக்கம் காண்க.
- எ.கா.8.6** ஒரு வகுப்புத் தேர்வில், 10 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் 25, 29, 30, 33, 35, 37, 38, 40, 44, 48 ஆகும். மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.
- எ.கா.8.7** ஒரு பள்ளி சுற்றுலாவில் குழந்தைகள் தின்பண்டங்கள் வாங்குவதற்காக செலவு செய்த தொகையானது முறையே 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 ஆகும். படி விலக்க முறையைப் பயன்படுத்தி அவர்கள் செய்த செலவிற்கு திட்ட விலக்கம் காண்க.
- எ.கா.8.8** கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவிற்கு திட்டவிலக்கம் காண்க. 7, 4, 8, 10, 11. இதன் எல்லா மதிப்புகளுடனும் 3-யை கூட்டும்போது கிடைக்கும் புதிய தரவிற்கு திட்டவிலக்கம் காண்க.
- எ.கா.8.9** கொடுக்கப்பட்ட தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க. 2, 3, 5, 7, 8. ஒவ்வொரு தரவுப் புள்ளியையும் 4-ஆல் பெருக்கினால் கிடைக்கும் புதிய தரவின் மதிப்பிற்கு திட்ட விலக்கம் காண்க.
- எ.கா.8.10** முதல் n இயல் எண்களின் சராசரி மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரிகளைக் காண்க.
- எ.கா.8.11** ஒரு குறிப்பிட்ட வாரத்தில் 48 மாணவர்கள் தொலைக்காட்சி பார்ப்பதற்காகச் செலவிட்ட நேரம் கேட்டறியப்பட்டது. அந்தத் தகவலின் அடிப்படையில், கீழ்க்காணும் தரவின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

x	6	7	8	9	10	11	12
f	3	6	9	13	8	5	4

- எ.கா.8.12** வகுப்புத்தேர்வில் மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவர்களின் மதிப்பெண்ணிற்குத் திட்ட விலக்கம் காண்க. **(PTA-1)**

x	4	6	8	10	12
f	7	3	5	9	5

- எ.கா.8.13** ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள், குறிப்பிட்ட பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	8	12	17	14	9	7	4

இத்தரவிற்குத் திட்ட விலக்கம் காண்க.

- எ.கா.8.14** 15 தரவுப் புள்ளிகளின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் முறையே 10, 5 என கண்டறியப்பட்டு உள்ளது. அதை சரிபார்க்கும்பொழுது, கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒரு தரவுப் புள்ளி 8 என தவறுதலாக குறிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் சரியான தரவுப்புள்ளி 23 என இருந்தால் சரியான தரவின் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் காண்க.

பயிற்சி -8.1

1. கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழுவைக் காண்க.
(i) 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68 (ii) 43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.8

2. ஒரு தரவின் வீச்சு மற்றும் மிகச் சிறிய மதிப்பு ஆகியன முறையே 36.8 மற்றும் 13.4 எனில், மிகப்பெரிய மதிப்பைக் காண்க **(HY-19)**

3. கொடுக்கப்பட்ட தரவின் வீச்சைக் காண்க.

வருமானம்	400-450	450-500	500-550	550-600	600-650
ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	8	12	30	21	6

4. ஓர் ஆசிரியர் மாணவர்களை, அவர்களின் செய்முறைப் பதிவேட்டின் 60 பக்கங்களை நிறைவு செய்து வருமாறு கூறினார். எட்டு மாணவர்கள் முறையே 32, 35, 37, 30, 33, 36, 35, 37 பக்கங்கள் மட்டுமே நிறைவு செய்திருந்தனர். மாணவர்கள் நிறைவு செய்த பக்கங்களின் திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க.

5. 10 ஊழியர்களின் ஊதியம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஊதியங்களின் விலக்க வர்க்கச் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் காண்க. ரூ.310, ரூ.290, ரூ.320, ரூ.280, ரூ.300, ரூ.290, ரூ.320, ரூ.310, ரூ.280.

6. ஒரு சுவர் கடிகாரம் 1 மணிக்கு 1 முறையும், 2 மணிக்கு 2 முறையும், 3 மணிக்கு 3 முறையும் ஒலி எழுப்புகிறது எனில், ஒரு நாளில் அக்கடிகாரம் எவ்வளவு முறை ஒலி எழுப்பும்? மேலும் கடிகாரம் எழுப்பும் ஒலி எண்ணிக்கைகளின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

7. முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க. **(PTA-6)**

8. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் 4.5 ஆகும். அதில் இருக்கும் தரவுப் புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 5-ஐ கழிக்க கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

9. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் 3.6 ஆகும். அதன் ஒவ்வொரு புள்ளியையும் 3 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரியைக் காண்க.

10. ஒரு வாரத்தில் ஐந்து மாவட்டங்களில் வெவ்வேறு இடங்களில் பெய்த மழையின் அளவானது பதிவு செய்யப்பட்டு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. கொடுக்கப்பட்டுள்ள மழையளவின் தரவிற்கு திட்ட விலக்கம் காண்க.

மழையளவு (மி.மீ)	45	50	55	60	65	70
இடங்களின் எண்ணிக்கை	5	13	4	9	5	4

11. வைரஸ் காய்ச்சலைப் பற்றிய கருத்துக் கணிப்பில், பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இத்தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

வயது (வருடங்களில்)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை	3	5	16	18	12	7	4

12. ஒரு தொழிற்சாலையில் தயாரிக்கப்பட்ட தட்டுகளின் விட்ட அளவுகள் (செ.மீ -ல்) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதன் திட்ட விலக்கம் காண்க..

விட்டங்கள் (செ.மீ)	21-24	25-28	29-32	33-36	37-40	41-44
தட்டுகளின் எண்ணிக்கை	15	18	20	16	8	7

13. 50 மாணவர்கள் 100 மீட்டர் தூரத்தை கடக்க எடுத்துக்கொண்ட கால அளவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் திட்ட விலக்கம் காண்க. **(PTA-5)**

எடுத்துக்கொண்ட நேரம் (வினாடியில்)	8.5-9.5	9.5-10.5	10.5-11.5	11.5-12.5	12.5-13.5
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	6	8	17	10	9

14. 100 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு குழுவில், அவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்களின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கமானது முறையே 60 மற்றும் 15 ஆகும். பின்னர் 45 மற்றும் 72 என்ற இரு மதிப்பெண்களுக்குப் பதிலாக முறையே 40 மற்றும் 27 என்று தவறாகப் பதிவு செய்யப்பட்டது தெரிய வந்தது. அவற்றைச் சரி செய்தால் கிடைக்கப்பெறும் புதிய தரவின் சராசரியும் திட்ட விலக்கமும் காண்க.
15. ஏழு தரவுப் புள்ளிகளின் சராசரி மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரி முறையே 8, 16 ஆகும். அதில் ஐந்து தரவுப் புள்ளிகள் 2, 4, 10, 12 மற்றும் 14 எனில் மீதம் உள்ள இரு தரவுப் புள்ளிகளைக் கண்டறிக.

- எ.கா.8.15** தரவின் சராசரியானது 25.6 மற்றும் அதன் மாறுபாட்டுக் கெழுவானது 18.75 எனில், அதன் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க. **(PTA-3)**

- எ.கா.8.16** பின்வரும் அட்டவணையில் ஒரு பள்ளியின் பத்தாம் வகுப்பு மாணவர்களின் உயரம் மற்றும் எடைகளின் சராசரி மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரி ஆகிய மதிப்புகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றில் எது அதிக நிலைப்புத் தன்மை உடையது? **(PTA-6)**

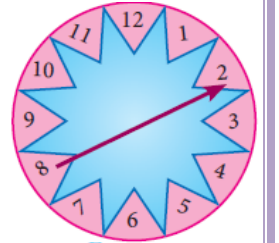
	உயரம்	எடை
சராசரி	155 செ.மீ	46.50 கி.கி
விலக்க வர்க்கச் சராசரி	72.25 செ.மீ ²	28.09 கி.கி ²

பயிற்சி - 8.2

- ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் சராசரி ஆகியன முறையே 6.5 மற்றும் 12.5 எனில் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க. **(DMQ)**
- ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு ஆகியன முறையே 1.2 மற்றும் 25.6 எனில் அதன் சராசரியைக் காண்க.
- ஒரு தரவின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு முறையே 15 மற்றும் 48 எனில் அதன் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.
- $n = 5$, $\bar{x} = 6$, $\sum x^2 = 765$ எனில், மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.
- 24, 26, 33, 37, 29, 31 ஆகியவற்றின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க. **(DMQ)**
- 8 மாணவர்கள் ஒரு நாளில் வீட்டுப் பாடத்தை முடிப்பதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவுகள் (நிமிடங்களில்) பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 38, 40, 47, 44, 46, 43, 49, 53. இத்தரவின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.
- சத்யா மற்றும் வித்யா இருவரும் 5 பாடங்களில் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்கள் முறையே 460 மற்றும் 480 ஆகும். மேலும், அதன் திட்ட விலக்கங்கள் முறையே 4.6 மற்றும் 2.4 எனில், யாருடைய செயல்திறன் மிகுந்த நிலைத் தன்மை கொண்டது?
- ஒரு வகுப்பில் உள்ள 40 மாணவர்கள், கணிதம், அறிவியல் மற்றும் சமூக அறிவியல் ஆகிய மூன்று பாடங்களில் பெற்ற மதிப்பெண்களின் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இந்த மூன்று பாடங்களில் எது அதிக நிலைத் தன்மை கொண்டது மற்றும் எது குறைந்த நிலைத்தன்மை கொண்டது?

பாடங்கள்	சராசரி	திட்ட விலக்கம்
கணிதம்	56	12
அறிவியல்	65	14
சமூக அறிவியல்	60	10

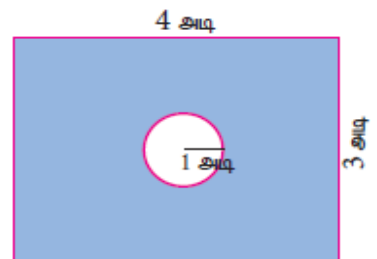
- எ.கா.8.17** மர வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படும்போது கிடைக்கும் கூறுவெளியை எழுதுக.
- எ.கா.8.18** ஒரு பையில் 5 நீல நிறப்பந்துகளும், 4 பச்சை நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. பையிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. எடுக்கப்படும் பந்தானது (i) நீலமாக (ii) நீலமாக இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
- எ.கா.8.19** இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கிடைக்கப்பெறும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் (i) 4-க்குச் சமமாக (ii) 10-ஐ விட பெரிதாக (iii) 13-ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.
- எ.கா.8.20** இரண்டு நாணயங்கள் ஒன்றாகச் சுண்டப்படுகின்றன. இரண்டு நாணயங்களிலும் வெவ்வேறு முகங்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?
- எ.கா.8.21** நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட சீட்டுக்கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i) சிவப்பு நிறச் சீட்டு (ii) ஹார்ட் சீட்டு (iii) சிவப்பு நிற இராசா (iv) முக சீட்டு (v) எண் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் கண்டறிக.
- எ.கா.8.22** ஒரு நெட்டாண்டில் (leap year) 53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?
- எ.கா.8.23** ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலை கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க.
- எ.கா.8.24** ஒரு பையில் 6 பச்சை நிறப்பந்துகளும், சில கருப்பு மற்றும் சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை, சிவப்பு பந்துகளைப் போல் இருமடங்காகும். பச்சை பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு சிவப்பு பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் போல் மூன்று மடங்காகும். இவ்வாறெனில், (i) கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை (ii) மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.
- எ.கா.8.25** படத்தில் காட்டியுள்ள அம்புக்குறி சுழற்றும் விளையாட்டில் 1, 2, 3, ..., 12 என்ற எண்கள் சமவாய்ப்பு முறையில் கிடைக்க வாய்ப்புள்ளது. அம்புக்குறியானது (i) 7 (ii) பகா எண் (iii) பகு எண் ஆகியவற்றில் நிற்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் கண்டறிக.



பயிற்சி - 8.3

- மூன்று நாணயங்கள் சுண்டப்படும்போது கிடைக்கும் கூறுவெளியை மர வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி எழுதுக.
- ஒரு பையிலுள்ள 1 முதல் 6 வரை எண்கள் குறிக்கப்பட்ட 6 பந்துகளிலிருந்து, இரண்டு பந்துகள் எடுப்பதற்கான கூறுவெளியை மர வரைபடம் மூலமாகக் குறிப்பிடுக. **(PTA-4)**
- ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி A என்க. இங்கு $P(A) : P(\bar{A}) = 17:15$ மற்றும் $n(S) = 640$ எனில், (i) $P(\bar{A})$ (ii) $n(A)$ -ஐக் காண்க. **(PTA-3)**
- ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன ?

5. ஒரு பொது விழாவில், 1 முதல் 1000 வரை எண்களிட்ட அட்டைகள் ஒரு பெட்டியில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. விளையாடும் ஒவ்வொருவரும் ஒரு அட்டையைச் சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கிறார்கள். எடுத்த அட்டை திரும்ப வைக்கப்படவில்லை. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அட்டையில் எண் 500-ஐ விட அதிகமாக உள்ள வர்க்க எண் இருந்தால், அவர் வெற்றிக்கான பரிசைப் பெறுவார். (i) முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெற (ii) முதலாமவர் வெற்றி பெற்ற பிறகு, இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் வெற்றி பெற ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.
6. ஒரு பையில் 12 நீல நிறப்பந்துகளும், x சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. (i) அது சிவப்பு நிறப்பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. (ii) 8 புதிய சிவப்பு நிறப்பந்துகள் அப்பையில் வைத்த பின்னர், ஒரு சிவப்பு நிறப்பந்தை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது (i)-யில் பெறப்பட்ட நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்கு எனில், x -ன் மதிப்பினைக் காண்க.
7. இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன.
 (i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க
 (ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க
 (iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க
 (iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1-ஆக இருக்க
 ஆகிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.
8. மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன.
 (i) அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க (ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க (PTA-5)
 (iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க (PTA-5) (iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க
 ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.
9. ஒரு பையில் 5 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும், 6 வெள்ளை நிறப் பந்துகளும், 7 பச்சை நிறப் பந்துகளும் 8 கருப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் பையிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பந்து (i) வெள்ளை (ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு (iii) வெள்ளையாக இல்லாமல் (iv) வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.
10. ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகளும் ஒரு சில குறைபாடுடைய விளக்குகளும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு விளக்கானது குறைபாடுடையதாக இருப்பதற்கான வாய்ப்பு $\frac{3}{8}$ எனில், குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
11. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டில், டைமண்ட் சீட்டுகளிலிருந்து இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகளும், ஹார்ட் சீட்டுகளிலிருந்து, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகளும், ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து, மந்திரி மற்றும் இராசா சீட்டுகளும் நீக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து, ஒரு சீட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகிறது. அந்த சீட்டானது (i) க்ளாவர் ஆக (ii) சிவப்பு இராணியாக (iii) கருப்பு இராசாவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.
12. மாணவர்கள் விளையாடும் ஒரு விளையாட்டில் அவர்களால் எறியப்படும் கல்லானது வட்டப்பரிதிக்குள் விழுந்தால் அதை வெற்றியாகவும், வட்டப்பரிதிக்கு வெளியே செவ்வகத்திற்குள் விழுந்தால் அதைத் தோல்வியாகவும் கருதப்படுகிறது. விளையாட்டில் வெற்றி கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? ($\pi = 3.14$)



14. ஒரு விளையாட்டிற்கான, நுழைவுக் கட்டணம் ரூ.150. அந்த விளையாட்டில் ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. தனா, ஒரு நுழைவுச் சீட்டு வாங்கினாள். அவ்விளையாட்டில் ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் விழுந்தால் அவள் செலுத்திய நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பக் கிடைத்துவிடும். மூன்று தலைகள் கிடைத்தால் அவளது நுழைவுக் கட்டணம் இரண்டு மடங்காகக் கிடைக்கும். இல்லையென்றால், அவளுக்கு எந்தக் கட்டணமும் திரும்பக் கிடைக்காது. இவ்வாறெனில், (i) இரண்டு மடங்காக (ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற (iii) நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு, ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தேற்றம் 1: A மற்றும் B ஆகியவை ஒரு சமவாய்ப்பு சோதனையின் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் எனில்,

$$(i) P(A \cap \bar{B}) = P(A \text{ மட்டும்}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$(ii) P(\bar{A} \cap B) = P(B \text{ மட்டும்}) = P(B) - P(A \cap B) \text{ என நிறுவுக.}$$

தேற்றம் 2: நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

எ.கா.8.26 $P(A) = 0.37$, $P(B) = 0.42$, $P(A \cap B) = 0.09$ எனில், $P(A \cup B)$ -ஐக் காண்க.

எ.கா.8.27 நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கும்போது ஓர் இராசா அல்லது ஓர் இராணி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

எ.கா.8.28 இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. இரண்டு முக மதிப்புகளும் சமமாக இருக்க அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. **(HY-19)**

எ.கா.8.29 A மற்றும் B ஆகியவை $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ மற்றும் $P(A \text{ மற்றும் } B) = \frac{1}{8}$ என இருக்குமாறு அமையும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
(i) $P(A \text{ அல்லது } B)$ (ii) $P(A \text{ -ம் இல்லை மற்றும் } B \text{ -ம் இல்லை})$

எ.கா.8.30 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகின்றது. அந்தச் சீட்டு இராசா அல்லது ஹார்ட் அல்லது சிவப்பு நிறச் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. **(PTA-3)**

எ.கா.8.31 50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், 28 பேர் NCC-யிலும், 30 பேர் NSS-லும் மற்றும் 18 பேர் NCC மற்றும் NSS-லும் சேர்கிறார்கள். ஒரு மாணவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்து எடுக்கப்படுகிறார். அவர் (i) NCC-யில் இருந்து, ஆனால் NSS-ல் இல்லாமல் (ii) NSS-ல் இருந்து, ஆனால் NCC-யில் இல்லாமல் (iii) ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க. **(PTA-1&4)**

எ.கா.8.32 A மற்றும் B ஆகிய இரு விண்ணப்பதாரர்கள் IIT-யில் சேர்வதற்காகக் காத்திருப்பவர்கள். இவர்களில் A தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.5, A மற்றும் B இருவரும் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.3 எனில், B தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான அதிகபட்ச நிகழ்தகவு 0.8 என நிரூபிக்க. **(PTA-6)**

பயிற்சி - 8.4

1. $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{2}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ எனில், $P(A \cap B)$ காண்க. **(PTA-1)**

2. A மற்றும் B ஆகியவை இரு நிகழ்ச்சிகள். மேலும், $P(A) = 0.42$, $P(B) = 0.48$ மற்றும் $P(A \cap B) = 0.16$ எனில், (i) $P(A \text{ இல்லை})$ (ii) $P(B \text{ இல்லை})$ (iii) $P(A \text{ அல்லது } B)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

3. ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் A, B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள். மேலும் $P(A \text{ இல்லை}) = 0.45$, $P(A \cup B) = 0.65$ எனில் $P(B)$ -ஐக் காண்க. **(PTA-2)**
4. A மற்றும் B -யில், குறைந்தது ஏதாவது ஒன்று நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.6. A மற்றும் B ஒரே நேரத்தில் நடைபெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.2 எனில், $P(\overline{A}) + P(\overline{B})$ -ஐக் காண்க.
5. நிகழ்ச்சி A -க்கான நிகழ்தகவு 0.5 மற்றும் B -க்கான நிகழ்தகவு 0.3. A மற்றும் B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில், A -ம், B -ம் நிகழாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
6. இரண்டு பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டப்படுகின்றன. முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப்படை எண் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
7. நன்கு கலைத்து அடுக்கிய 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது சிவப்பு இராசாவாக அல்லது கருப்பு இராணியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
8. ஒரு பெட்டியில் 3, 5, 7, 9, ..., 35, 37 என்ற எண்கள் குறிக்கப்பட்ட சீட்டுகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் ஒரு சீட்டு ஆனது 7-ன் மடங்காக அல்லது பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
9. சீரான மூன்று நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. அதிகபட்சம் 2 பூக்கள் அல்லது குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
10. ஒருவருக்கு மின்சார ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{5}$ மற்றும் குழாய்கள் பொருத்துவதற்கான ஒப்பந்தம் கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{8}$ ஆகும். மேலும், குறைந்தபட்சம் ஏதாவது ஒரு ஒப்பந்தம் கிடைக்கப்பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{7}$ எனில், இரண்டு ஒப்பந்தங்களும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?
11. 8000 மக்கள்தொகை கொண்ட ஒரு நகரத்தில், 1300 பேர் 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவர்கள் மற்றும் 3000 பேர் பெண்கள். மேலும், 50 வயதிற்கு மேற்பட்ட பெண்கள் 30% உள்ளனர் எனவும் தெரியவருகிறது. தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு நபர், பெண்ணாக அல்லது 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
12. ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. சரியாக இரண்டு தலைகள் அல்லது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ அல்லது அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. **(PTA-2)**
13. A, B, C என்பன ஏதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள். மேலும், B கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A -ன் நிகழ்தகவைப் போல இரு மடங்காகவும், C கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A -ஐ விட மூன்று மடங்காகவும் உள்ளன. மேலும், $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, $P(B \cap C) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap C) = \frac{1}{8}$, $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{10}$, $P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{15}$ எனில், $P(A)$, $P(B)$ மற்றும் $P(C)$ -ஐக் காண்க?
14. 35 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில் ஒவ்வொருவருக்கும் 1 முதல் 35 வரை எண்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மாணவர்களுக்கும் மாணவிகளுக்கும் உள்ள விகிதமானது 4 : 3 ஆகும். வரிசை எண்கள் மாணவர்களில் தொடங்கி மாணவிகளில் முடிவடைகிறது. ஒருவர் வகுப்பிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர் பகா எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவராகவோ அல்லது பகு எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவியாகவோ அல்லது இரட்டை எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்டவராகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

அலகு பயிற்சி - 8

1. பின்வரும் நிகழ்வெண் பரவலின் சராசரியானது 62.8 மற்றும் அனைத்து நிகழ்வெண்களின் கூடுதல் 50. விடுபட்ட நிகழ்வெண்கள் f_1 மற்றும் f_2 ஐக் கணக்கிடுக.

பிரிவு இடைவெளி	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
நிகழ்வெண்	5	f_1	10	f_2	7	8

2. ஒரு வடிவமைப்பில் வரையப்பட்ட வட்டங்களின் விட்ட அளவுகள் (மி.மீ-ல்) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. திட்ட விலக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

விட்டங்கள்	33-36	37-40	41-44	45-48	49-52
வட்டங்களின் எண்ணிக்கை	15	17	21	22	25

3. ஒரு நிகழ்வெண் பரவல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

x	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$	$6k$
f	2	1	1	1	1	1

அட்டவணையில், k ஒரு மிகை முழு விலக்கவர்க்கச் சராசரியானது 160 எனில், k -ன் மதிப்பைக் காண்க.

4. செல்சியஸில் குறிக்கப்பட்ட வெப்பநிலை தரவின் திட்டவிலக்கமானது 5. இந்த வெப்பநிலை தரவை .பாரன்ஹீட் ஆக மாற்றும்பொழுது கிடைக்கும் தரவின் விலக்க வர்க்கச் சராசரியைக் காண்க.

5. ஒரு பரவலில் $\Sigma(x - 5) = 3$, $\Sigma(x - 5)^2 = 43$, மற்றும் மொத்த தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை 18 எனில் சராசரி, திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

6. இரண்டு நகரங்களின் பல்வேறு இடங்களில் விற்பனை செய்யும் நிலக்கடலை பொட்டலங்களின் விலைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. எந்த நகரத்தில் விலைகளானது மிகவும் நிலையானதாக உள்ளது?

நகரம் A-ன் விலைகள்	20	22	19	23	16
நகரம் B-ன் விலைகள்	10	20	18	12	15

7. ஒரு புள்ளி விவரத்தின் வீச்சு மற்றும் வீச்சுக்கெழு முறையே 20 மற்றும் 0.2 எனில், விவரங்களின் மிகப்பெரிய மதிப்பு மற்றும் மிகச்சிறிய மதிப்புகளைக் காண்க.

8. இரண்டு முறையான பகடைகள் உருட்டப்படும் பொழுது, முக மதிப்புகளின் பெருக்கல் 6 ஆகவோ அல்லது முக மதிப்புகளின் வித்தியாசம் 5 ஆகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

9. இரண்டு குழந்தைகள் உள்ள ஒரு குடும்பத்தில், குறைந்தது ஒரு பெண்ணாவது இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

10. ஒரு பையில் 5 வெள்ளை மற்றும் சில கருப்பு பந்துகள் உள்ளன. பையிலிருந்து கருப்பு பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது வெள்ளைப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் போல் இரு மடங்கு எனில், கருப்புப் பந்துகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

11. ஒரு மாணவன் இறுதித் தேர்வில் ஆங்கிலம் மற்றும் தமிழில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.5, ஒன்றிலும் தேர்ச்சி அடையாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.1 ஆங்கிலத் தேர்வில் தேர்ச்சி அடைவதற்கான நிகழ்தகவு 0.75 எனில், தமிழ் தேர்வில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

12. 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக் கட்டில் ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து இராசா, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகள் நீக்கப்படுகின்றன. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i) ஒரு டைமண்ட் (ii) ஓர் இராணி (iii) ஒரு ஸ்பேடு (iv) 5 என்ற எண் கொண்ட ஹார்ட் சீட்டு ஆகியனவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.