

2022-23  
EDITION

SURA'S

10<sup>TH</sup> STD  
SCHOOL GUIDES

10 ஆம்  
வகுப்பு

100% வெற்றி

2022-23  
பதிப்பு

சுராவின்

SURA'S  
SUPER  
GUIDE

# கணக்கு

புதிய பாடத்திட்டம் மற்றும் புதிய பாடப்புத்தகத்தின்படி தயாரிக்கப்பட்டது

- பாட நூலில் உள்ள பயிற்சி வினாக்களுக்கு முழுமையான, எளிமையான தீர்வுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- ஒவ்வொரு பாடத்திற்கும் நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- சுவடுதவான பயிற்சி வினா விடைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- ஒவ்வொரு பாடத்தின் இறுதியிலும் அவகுத் தேர்வு வினாத்தாள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- மாதிரி வினாத்தாள்கள் 1 முதல் 6 வரை (PTA) வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- அரசு மாதிரி வினாத்தாள் [Govt. MQP-2019], காலாண்டு பொதுத்தேர்வு [QY-2019], அரையாண்டு பொதுத்தேர்வு [HY-2019] மற்றும் அரசு துணைத்தேர்வு (செப்.- 2020 & 2021) வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- அரசு துணைத் தேர்வு செப்டம்பர் - 2021 வினாத்தாள் விடைகளுடன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



ENGLISH  
& TAMIL  
MEDIUM



Call @  
9600175757  
8124301000

orders@surabooks.com

Buy Online @

surabooks.com

Kindly send me your answer keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

## சுராவின்

இலவசம்  
சுய மதிப்பீடு  
பயிற்சி நூல்

# கணக்கு

## 10<sup>ஆம்</sup> வகுப்பு

புதிய பாடப்புத்தகத்தின்படி தயாரிக்கப்பட்டது

### சீறப்பம்சங்கள்

- ✦ பாட நூலில் உள்ள பயிற்சி வினாக்களுக்கு முழுமையான, எளிமையான தீர்வுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- ✦ ஒவ்வொரு பாடத்திற்கும் நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- ✦ கூடுதலான பயிற்சி வினா விடைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- ✦ ஒவ்வொரு பாடத்தின் இறுதியிலும் அலகுத் தேர்வு வினாத்தாள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- ✦ மாதிரி வினாத்தாள்கள் 1 முதல் 6 வரை (PTA) வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- ✦ அரசு மாதிரி வினாத்தாள் [Govt. MQP-2019], காலாண்டு பொதுத்தேர்வு [QY-2019], அரையாண்டு பொதுத்தேர்வு [HY-2019] மற்றும் அரசு துணைத்தேர்வு (செப்.- 2020 & 2021) வினாக்கள் ஆங்காங்கே சுட்டிக்காட்டப்பட்டுள்ளன.
- ✦ அரசு துணைத் தேர்வு செப்டம்பர் - 2021 வினாத்தாள் விடைகளுடன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



சுரா பப்ளிகேஷன்ஸ்

சென்னை

orders@surabooks.com

Ph:9600175757 / 8124301000

Kindly send me your answer keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

2022-23 புதிய பதிப்பு

© வெளியீட்டாளர்கள்

ISBN : 978-93-92559-30-3

குறியீட்டு எண். : SG 49

All rights reserved © SURA Publications.

No part of this book may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, digitally, electronically, mechanically, photocopying, recorded or otherwise, without the written permission of the publishers. Strict action will be taken.

எழுத் தொகுப்பவர் :

திருமதி. S. தாமரை, M.Sc., M.A., M.Ed., M.Phil

சென்னை

திருத்தியவர் :

திரு. S. சதீஷ் M.Sc., M.Phil

மதிப்பாளர் :

திரு. S. நிரஞ்சன், B.Tech, (NITT)PGDM (IIM)

சென்னை

## பதீப்பாசீரியர் உரை

10ஆம் வகுப்பிற்கான சுராவின் கணக்கு வழிகாட்டியை வெளியிடுவதில் பெருமிதமும் மகிழ்ச்சியும் அடைகிறோம்.

விதிகள், பயிற்சிகள் ஆகியவற்றை முழுமையாக புரிந்து கொள்வதற்கு தேவைப்படும் அனைத்து விளக்கங்களையும் நமது வழிகாட்டி உள்ளடக்கித் திகழ்கிறது.

ஆசிரியர்களுக்கு கற்பிக்க உறுதுணையாகவும், மாணவர்களுக்கு கற்க உறுதுணையாகவும் இந்த வழிக்காட்டி இருக்கும் வகையில் பயிற்சிகளுக்கான தீர்வுகள் விளக்கமாகவும் எளிதில் புரிந்து கொள்ளும்படியும் தரப்பட்டுள்ளன.

பாடப்புத்தகத்தின் அனைத்து பாடங்களையும் திறமையுடன் கற்றுக் கொள்வதற்கு உதவும் வகையில் விரிவான கூடுதல் பயிற்சிகளும் தரப்பட்டுள்ளன.

நமது வழிகாட்டி பல சிறப்பம்சங்களை கொண்டிருப்பினும், ஆசிரியர்கள் மாணவர்களுக்கு கற்பிப்பதின் பாங்கினை குறைத்து மதிப்பிட முடியாது. அது நிறைந்த மதிப்புடையது.

மாணவச் செல்வங்களின் தேவைகளை நிறைவு செய்யவும், ஆசிரியப் பெருந்தகையினரின் கற்பிக்கும் பாங்கினை மேம்படுத்தவும் இந்த வழிகாட்டி பெரிதும் உதவும் என்று உறுதியுடன் நம்புகிறோம்.

மாணவமணிகள் தேர்வில் முழு வெற்றி பெற இறையருளை வேண்டுகிறோம்.

சுபாஷ் ராஜ், B.E., M.S.

- பதிப்பகத்தார்.

வாழ்த்துக்கள் !!!

தலைமை அலுவலகம்:

1620, 'ஜே' பிளாக், 16-ஆவது பிரதான சாலை,  
அண்ணா நகர், சென்னை-600 040.

☎ 044-4862 9977, 044-486 27755

☎ 80562 94222 / 80562 15222 /

வாட்ஸ்அப்: 81242 01000

e-mail : orders @surabooks.com

website : www.surabooks.com

மேலும் விவரங்களுக்கு / தொடர்புக்கு

புத்தகத்தில் உள்ள சந்தேகங்களுக்கு : enquiry@surabooks.com

புத்தகங்கள் வாங்க : orders@surabooks.com

தொடர்புக்கு : 96001 75757 / 8124301000

வாட்ஸ்அப் : 8124201000 / 9840926027

ஆன்லைன் வலைதளம் : www.surabooks.com

பாடக் குறிப்புகளின் தொகுக்கப்பட்ட பகுதிகளை எமது http://tnkalvi.in

இணையதளத்திலிருந்து இலவசமாக பதிவிறக்கிக்கொள்ளலாம்

Also available for Std. - XI & XII

- ❖ சுராவின் தமிழ் உரைநூல்
- ❖ Sura's Smart English
- ❖ Sura's Mathematics (EM/TM)
- ❖ Sura's Physics (EM/TM)
- ❖ Sura's Chemistry (EM/TM)
- ❖ Sura's Bio-Botany & Botany (EM/TM)  
(Short Version & Long Version)
- ❖ Sura's Bio-Zoology & Zoology (EM/TM)  
(Short Version & Long Version)

- ❖ Sura's Computer Science (EM/TM)
- ❖ Sura's Computer Applications (EM/TM)
- ❖ Sura's Commerce (EM/TM)
- ❖ Sura's Economics (EM/TM)
- ❖ Sura's Accountancy (EM/TM)
- ❖ Sura's Business Maths (EM)

31-12-2021

## பொருளடக்கம்

பாட எண்	பாடத் தலைப்பு	பக்க எண்.
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	1 - 26
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	27 - 64
3	இயற்கணிதம்	65 - 136
4	வடிவியல்	137 - 176
5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	177 - 206
6	மூக்கோணவியல்	207 - 232
7	அளவியல்	233 - 254
8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	255 - 284
	அரசு துணைத் தேர்வு செப்டம்பர் - 2021 வினாத்தாள் விடைகளுடன்	285 - 300



## TO ORDER WITH US

### SCHOOLS and TEACHERS:

We are grateful for your support and patronage to 'SURA PUBLICATIONS'

Kindly prepare your order in your School letterhead and send it to us.

For Orders contact: 81242 01000 / 81243 01000

### DIRECT DEPOSIT

A/c Name : <b>Sura Publications</b>	A/c Name : <b>Sura Publications</b>
Our A/c No. : <b>36550290536</b>	Our A/c No. : <b>21000210001240</b>
Bank Name : <b>STATE BANK OF INDIA</b>	Bank Name : <b>UCO BANK</b>
Bank Branch : <b>PADI</b>	Bank Branch : <b>Anna Nagar West</b>
IFSC : <b>SBIN0005083</b>	IFSC : <b>UCBA0002100</b>
A/c Name : <b>Sura Publications</b>	A/c Name : <b>Sura Publications</b>
Our A/c No. : <b>6502699356</b>	Our A/c No. : <b>1154135000017684</b>
Bank Name : <b>INDIAN BANK</b>	Bank Name : <b>KVB BANK</b>
Bank Branch : <b>ASIAD COLONY</b>	Bank Branch : <b>Anna Nagar</b>
IFSC : <b>IDIB000A098</b>	IFSC : <b>KVBL0001154</b>

After Deposit, please send challan and order to our address.

email to : [orders@surabooks.com](mailto:orders@surabooks.com) / Whatsapp : 81242 01000.



For Google Pay :  
98409 26027



For PhonePe :  
98409 26027



### DEMAND DRAFT / CHEQUE

Please send Demand Draft / cheque in favour of 'SURA PUBLICATIONS' payable at **Chennai**.

The Demand Draft / cheque should be sent with your order in School letterhead.

### STUDENTS :

Order via Money Order (M/O) to



### SURA PUBLICATIONS

1620, 'J' Block, 16th Main Road, Anna Nagar,  
Chennai - 600 040.

Phones : 044-4862 9977, 044-486 27755.

Mobile : 96001 75757 / 81242 01000 / 81243 01000.

email : [orders@surabooks.com](mailto:orders@surabooks.com) Website : [www.surabooks.com](http://www.surabooks.com)



# உறவுகளும் சார்புகளும்

## நீனைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- A உடன் B -க்கான கார்டீசியன் பெருக்கலை  $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$  என வரையறுக்கலாம்.
- A-லிருந்து B-க்கான உறவு R ஆனது, AB-யின் உட்கணமாகும். அதாவது,  $R \subseteq A \times B$ .
- X லிருந்து Y க்கான உறவு f-ல் ஒவ்வொரு  $x \in X$  க்கும் ஒரே ஒரு  $y \in Y$  உண்டு எனில், அதை சார்பு என்கிறோம்.
- ஒரு சார்பைப் பின்வருமாறு குறிப்பிடலாம்
 

(i) அம்புக் குறிபடம்	(ii) அட்டவணை முறை
(iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்	(iv) வரைபட முறை
- சில வகையான சார்புகளாவன
 

(i) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு	(ii) மேல் சார்பு
(iii) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு	(iv) உட்சார்பு
- சமனிச் சார்பு  $f(x) = x$ .
- தலைகீழ்ச் சார்பு  $f(x) = \frac{1}{x}$
- மாறிலிச் சார்பு  $f(x) = c$ .
- நேரியச் சார்பு  $f(x) = ax + b, a \neq 0$ .
- இருப்படிச் சார்பு  $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ .
- முப்படிச் சார்பு (கனச்சார்பு)  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ .
- A, B மற்றும் C ஆகியவை மூன்று வெற்றில்லா கணங்கள்,  $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$   
ஆகியவை இரண்டு சார்புகள் எனில்,  $g \circ f: A \rightarrow C$  என்ற f மற்றும் g சார்புகளின் சேர்ப்பை  $g \circ f(x) = g(f(x))$  (அனைத்து  $x \in A$ ) என வரையறுக்கலாம்.
- f, g ஆகியவை ஏதேனும் இரு சார்புகள் எனில், பொதுவாக  $f \circ g \neq g \circ f$ .
- f, g மற்றும் h ஏதேனும் மூன்று சார்புகள் எனில்  $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$ .

## பயிற்சி 1.1

1. பின்வருவனவற்றிற்கு  $A \times B$ ,  $A \times A$  மற்றும்  $B \times A$  ஐக் காண்க.

(i)  $A = \{2, -2, 3\}$  மற்றும்  $B = \{1, -4\}$

(ii)  $A = B = \{p, q\}$

(iii)  $A = \{m, n\}$ ;  $B = \phi$  [பிடி - 1]

தீர்வு. (i)  $A = \{2, -2, 3\}$ ,  $B = \{1, -4\}$   
 $A \times B = \{(2, 1), (2, -4), (-2, 1), (-2, -4), (3, 1), (3, -4)\}$

$A \times A = \{(2, 2), (2, -2), (2, 3), (-2, 2), (-2, -2), (-2, 3), (3, 2), (3, -2), (3, 3)\}$

$B \times A = \{(1, 2), (1, -2), (1, 3), (-4, 2), (-4, -2), (-4, 3)\}$

(ii)  $A = B = \{p, q\}$

$A \times B = \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$

$A \times A = \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$

$B \times A = \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$

(iii)  $A = \{m, n\}$ ;  $B = \phi$

$A \times B = \{ \}$

$A \times A = \{(m, m), (m, n), (n, m), (n, n)\}$

$B \times A = \{ \}$

2.  $A = \{1, 2, 3\}$ , மற்றும்  $B = \{x \mid x \text{ என்பது } 10\text{-ஐ விடச் சிறிய பகா எண்}\}$  எனில்,  $A \times B$  மற்றும்  $B \times A$  ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு.  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 7\}$   
 $A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$

$B \times A = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (7, 1), (7, 2), (7, 3)\}$

3.  $B \times A = \{(-2, 3), (-2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)\}$  எனில்,  $A$  மற்றும்  $B$  ஆகியவற்றைக் காண்க.

[Qy-2019]

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட  $B \times A = \{(-2, 3), (-2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)\}$

இங்கு  $B = \{-2, 0, 3\}$

[எல்லா வரிசைச் சோடிகளின் முதல் உறுப்பு]

மற்றும்  $A = \{3, 4\}$

[எல்லா வரிசைச் சோடிகளின் இரண்டாம் உறுப்பு]

4.  $A = \{5, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$ ,  $C = \{5, 6, 7\}$  எனில்,  $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$  எனக் காட்டுக.

தீர்வு.  $A = \{5, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$ ,  $C = \{5, 6, 7\}$

$A \times A = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \dots(1)$

$B \times B = \{(4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \dots(2)$

$C \times C = \{(5, 5), (5, 6), (5, 7), (6, 5), (6, 6), (6, 7), (7, 5), (7, 6), (7, 7)\} \dots(3)$

$(B \times B) \cap (C \times C) = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \dots(4)$

(1) = (4)

$A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

5.  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 5\}$ ,  $C = \{3, 4\}$  மற்றும்  $D = \{1, 3, 5\}$ , எனில்  $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$  என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும். [Qy - 2019]

தீர்வு. LHS =  $\{(A \cap C) \times (B \cap D)\}$   
 $A \cap C = \{3\}$   
 $B \cap D = \{3, 5\}$   
 $(A \cap C) \times (B \cap D) = \{(3, 3), (3, 5)\} \dots(1)$

RHS =  $(A \times B) \cap (C \times D)$

$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)\}$

$C \times D = \{(3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)\}$

$(A \times B) \cap (C \times D) = \{(3, 3), (3, 5)\} \dots(2)$

$\therefore (1) = (2)$  எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6.  $A = \{x \in \mathbb{W} \mid x < 2\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 4\}$  மற்றும்  $C = \{3, 5\}$  எனில் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க.

(i)  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$  [பிடி - 2]

(ii)  $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

[பிடி - 5; செப். - 2021]

(iii)  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

தீர்வு.

(i)  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$A = \{x \in \mathbb{W} \mid x < 2\} = \{0, 1\}$

[2 ஐ விட குறைவான முழுக்கள்]

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 4\} = \{2, 3, 4\}$

[2 விருந்து 4 வரையிலான இயல் எண்கள்]

$C = \{3, 5\}$

LHS =  $A \times (B \cup C)$

$B \cup C = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$

$A \times (B \cup C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\} \dots(1)$

RHS =  $(A \times B) \cup (A \times C)$

$(A \times B) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$

$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (0, 5), (1, 5)\} \dots(2)$

(1) = (2), LHS = RHS

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

$$(ii) A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$LHS = A \times (B \cap C)$$

$$(B \cap C) = \{3\}$$

$$A \times (B \cap C) = \{(0, 3), (1, 3)\} \quad \dots(1)$$

$$RHS = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$(A \times B) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$$

$$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(0, 3), (1, 3)\} \quad \dots(2)$$

$$(1) = (2) \Rightarrow LHS = RHS.$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

$$(iii) (A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

$$LHS = (A \cup B) \times C$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$(A \cup B) \times C = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\} \quad \dots(1)$$

$$RHS = (A \times C) \cup (B \times C)$$

$$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$$

$$(B \times C) = \{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$$

$$(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\} \quad \dots(2)$$

$$(1) = (2)$$

$\therefore LHS = RHS$ . எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க.

$$(i) (A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C) \quad [\text{செப். - 2020}]$$

$$(ii) A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C) \quad [\text{பிடி.ஏ - 1}]$$

தீர்வு.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$C = \{2\}$$

[ $\therefore$  ஒரே இரட்டைப்படை பகா எண் 2 மட்டுமே ஆகும்]

$$(i) (A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$$

$$LHS = (A \cap B) \times C$$

$$A \cap B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$(A \cap B) \times C = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\} \quad \dots(1)$$

$$RHS = (A \times C) \cap (B \times C)$$

$$(A \times C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$$

$$(B \times C) = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$$

$$(A \times C) \cap (B \times C) = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\} \quad \dots(2)$$

$$(1) = (2)$$

$\therefore LHS = RHS$ . எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

$$(ii) A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$$

$$LHS = A \times (B - C)$$

$$(B - C) = \{3, 5, 7\}$$

$$A \times (B - C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\} \quad \dots(1)$$

$$RHS = (A \times B) - (A \times C)$$

$$(A \times B) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$$

$$(A \times C) = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$$

$$(A \times B) - (A \times C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\} \quad \dots(2)$$

$$(1) = (2) \Rightarrow LHS = RHS. \text{ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

### பயிற்சி 1.2

1.  $A = \{1, 2, 3, 7\}$  மற்றும்  $B = \{3, 0, -1, 7\}$ . எனில், பின்வருவனவற்றில் எவை A-லிருந்து B-க்கான உறவுகளாகும்? [செப். - 2021]

$$(i) R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$$

$$(ii) R_2 = \{(-1, 1)\}$$

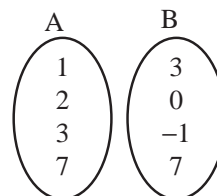
$$(iii) R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$$

$$(iv) R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$$

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட கணம்  $A = \{1, 2, 3, 7\}$  மற்றும்

$$B = \{3, 0, -1, 7\} \text{ ஆகும்.}$$

$$(i) R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$$



$1 \notin B$  என்பதால் 2 மற்றும் 7 ஐ ஒன்றோடு தொடர்பிட முடியாது.  
 $\therefore R_1$  உறவில்லை.

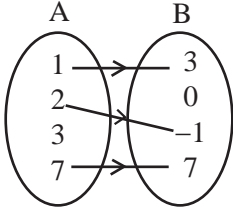


(ii)  $R_2 = \{(-1, 1)\}$

-1ஐ ஒன்றோடு தொடர்பிட முடியாது ஏனெனில்  $-1 \notin A$  மற்றும்  $1 \notin B$

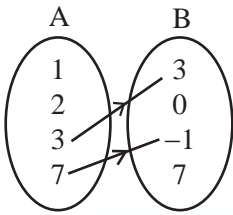
$\therefore R_2$  உறவில்லை

(iii)  $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$



2 ஐ -1ம், 7 ஐ 7ம் மற்றும் 1 ஐ 3ம் தொடர்பிடுவதால்.  $R_3$  உறவாகும்.

(iv)  $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$



(7, -1) மற்றும் (3, 3) ஜோடி உண்டு.  $0 \notin A$  ஆதலால் (0,3) மற்றும் (0, 7) ஜோடி இல்லை.  $\therefore R_4$  உறவில்லை.

2.  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 45\}$  மற்றும்  $R$  என்ற உறவு "A - யின் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால்.  $R$  -ஐ  $A \times A$  -யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும்  $R$  -க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க. [செப். - 2021]

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட கணம்  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 45\}$   
 $\therefore A \times A = \{(1, 1) (1, 2) (1,3) \dots (1, 45) (2, 1) (2, 2) \dots (2, 45) \dots (45, 1) (45, 2) (45, 3) \dots (45, 45)\} \dots (1)$

$R$  ஓர் எண்ணின் வர்க்கம் என வரையறுக்கப்படுகிறது.  
 $\therefore R = \{(1,1) (2,4) (3,9) (4,16) (5, 25) (6,36)\} \dots (2)$   
 [ $\therefore$  1இன் வர்க்கம் 1, 2 இன் வர்க்கம் 4 மற்றும் பிற]  
 (1) மற்றும் (2)லிருந்து,  $A \times A$  இன் உட்கணம்  $R$  ஆகும்.  
 $\therefore R \subset A \times A$

$R$  க்கான மதிப்பகம் =  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
 [(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் முதல் உறுப்பு]  
 $R$  இன் வீச்சகம் =  $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$   
 [(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் இரண்டாம் உறுப்பு]

3.  $R$  என்ற ஒரு உறவு  $\{(x, y) / y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$  எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் கண்டறிக [பிடி - 5]

தீர்வு.  $R = \{(x, y) / y = x + 3\}$  மற்றும்  $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.  
 $x = 0$  எனில்,  $y = 0 + 3 = 3$  [ $\therefore y = x + 3$ ]  
 $x = 1$  எனில்,  $y = 1 + 3 = 4$

$x = 2$  எனில்,  $y = 2 + 3 = 5$   
 $x = 3$  எனில்,  $y = 3 + 3 = 6$   
 $x = 4$  எனில்,  $y = 4 + 3 = 7$   
 $x = 5$  எனில்,  $y = 5 + 3 = 8$

$\therefore R = \{(0, 3), (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$   
 $\therefore R$  இன் மதிப்பகம் =  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

[ $R$  இல் உள்ள எல்லா முதல் உறுப்பு]

$R$  இன் வீச்சகம் =  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

[ $R$  இல் உள்ள எல்லா இரண்டாம் உறுப்பு]

4. கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம் (3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.

(i)  $\{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$   
 (ii)  $\{(x, y) | y = x + 3, x, y$  ஆகியவை இயல் எண்கள்  $< 10\}$

தீர்வு. (i)  $R = \{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}$  மற்றும்  $y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

$x = 2$  எனில்,  $y = \frac{x}{2} = \frac{2}{2} = 1$

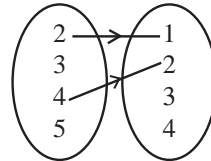
[ $\therefore x = 2y \Rightarrow y = \frac{x}{2}$ ]

$x = 3$  எனில்,  $y = \frac{3}{2}$

$x = 4$  எனில்,  $y = \frac{4}{2} = 2$

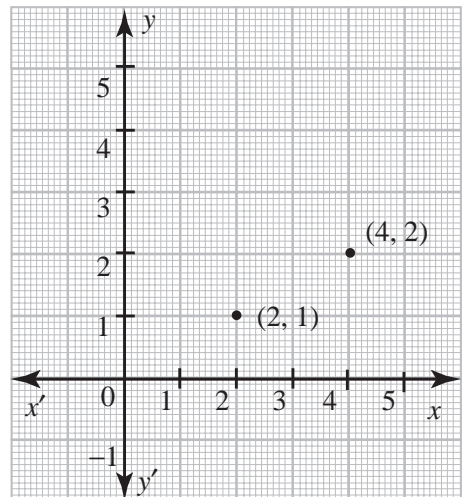
$x = 5$  எனில்,  $y = \frac{5}{2}$

(1) அம்புக்குறி படம்



$(3, \frac{3}{2})$  மற்றும்  $(5, \frac{5}{2})$  ஜோடி இல்லை

(2)



(3) பட்டியல் முறை :  $R = \{(2, 1), (4, 2)\}$

(ii)  $R = \{(x, y) | y = x + 3\}$ ,

 $x$  மற்றும்  $y$  இயல் எண்கள்  $< 10$ 

$x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

[ $\therefore x$  மற்றும்  $y$  10ஐ விட குறைவான இயல் எண்கள்]கொடுக்கப்பட்ட  $y = x + 3$ 

$x = 1$  எனில்,  $y = 1 + 3 = 4$

$x = 2$  எனில்,  $y = 2 + 3 = 5$

$x = 3$  எனில்,  $y = 3 + 3 = 6$

$x = 4$  எனில்,  $y = 4 + 3 = 7$

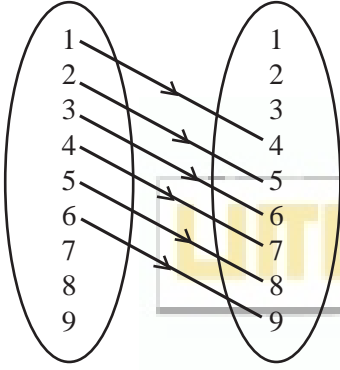
$x = 5$  எனில்,  $y = 5 + 3 = 8$

$x = 6$  எனில்,  $y = 6 + 3 = 9$

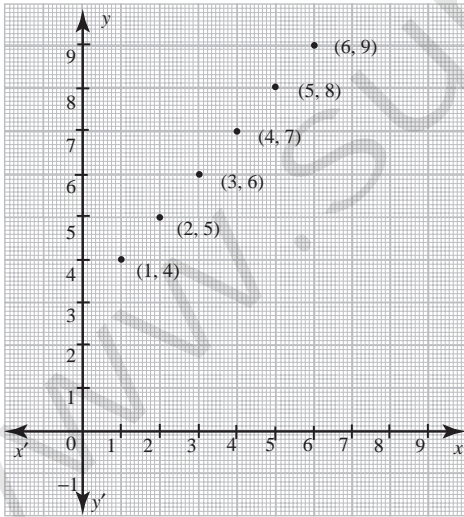
$$\begin{cases} x = 7 \text{ எனில், } y = 7 + 3 = 10 \\ x = 8 \text{ எனில், } y = 8 + 3 = 11 \\ x = 9 \text{ எனில், } y = 9 + 3 = 12 \end{cases} \{10, 11, 12 \notin y\}$$

$R = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)\}$

(1)



(2)



(3)  $R = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)\}$

5. ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A), எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E). ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ₹10,000, ₹25,000, ₹50,000 மற்றும் ₹1,00,000 ஆகும்.  $A_1, A_2, A_3, A_4$  மற்றும்  $A_5$  ஆகியோர் உதவியாளர்கள்;

$C_1, C_2, C_3, C_4$  ஆகியோர் எழுத்தர்கள்;  $M_1, M_2, M_3$  ஆகியோர்கள் மேலாளர்கள் மற்றும்  $E_1, E_2$  ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர்.  $x \mathbb{R} y$  என்ற உறவில்  $x$  என்பது  $y$  என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில்  $\mathbb{R}$  என்ற உறவை, வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அமபுக்குறி படம் மூலமாகவும் குறிப்பிடுக.

தீர்வு. A – உதவியாளர்கள்  $\rightarrow A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$

C – எழுத்தர்கள்  $\rightarrow C_1, C_2, C_3, C_4$

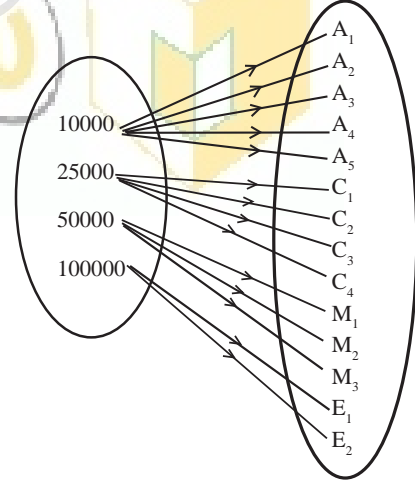
M – மேலாளர்கள்  $\rightarrow M_1, M_2, M_3$

E – நிர்வாகிகள்  $\rightarrow E_1, E_2$

$x \mathbb{R} y$  என்ற உறவில்  $x$  என்பது உதவியாளர்களுக்கு ₹10,000, எழுத்தர்களுக்கு ₹25,000, மேலாளர்களுக்கு ₹50,000 மற்றும் நிர்வாகிகளுக்கு ₹1,00,000 கொடுக்கப்படும் ஊதியமாகும்.

(a)  $\therefore R = \{(10,000, A_1), (10,000, A_2), (10,000, A_3), (10,000, A_4), (10,000, A_5), (25,000, C_1), (25,000, C_2), (25,000, C_3), (25,000, C_4), (50,000, M_1), (50,000, M_2), (50,000, M_3), (1,00,000, E_1), (1,00,000, E_2)\}$

(b) அம்புக்குறி படம் :



### பயிற்சி 1.3

1.  $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N} \text{ மற்றும் } y = 2x\}$  ஆனது  $\mathbb{N}$ -ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்ட  $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N} \text{ மற்றும் } y = 2x\}$  எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$x = 1$  எனில்,  $y = 2(1) = 2$

$x = 2$  எனில்,  $y = 2(2) = 4$

$x = 3$  எனில்,  $y = 2(3) = 6$

$x = 4$  எனில்,  $y = 2(4) = 8$  மற்றும் பிற

$R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10), \dots\}$

## அலகுத் தேர்வு

நேரம் : 45 நிமிடங்கள்

மதிப்பெண்கள் : 25

பகுதி - அ  $5 \times 1 = 5$ 

- $R = \{(x, x^2) | x \text{ ஆனது } 13\text{-ஐ விடக்குறைவான பகா எண்கள்}\}$  என்ற உறவின் வீச்சகமானது  
(அ)  $\{2,3,5,7\}$  (ஆ)  $\{2,3,5,7,11\}$   
(இ)  $\{4,9,25,49,121\}$  (ஈ)  $\{1,4,9,25,49,121\}$
- $A = \{a, b, p\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ ,  $C = \{p, q, r, s\}$  எனில்  $n[(A \cup C) \times B]$  ஆனது.  
(அ) 8 (ஆ) 20 (இ) 12 (ஈ) 16
- $A = \{1,2,3,4\}$ ,  $B = \{4,8,9,10\}$  என்க. சார்பு  $f: A \rightarrow B$  ஆனது  $f = \{(1, 4), (2, 8), (3, 9), (4, 10)\}$  எனக் கொடுக்கப்பட்டால்  $f$  என்பது  
(அ) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு  
(ஆ) சமனிச் சார்பு  
(இ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு  
(ஈ) உட்சார்பு
- $g = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$  என்ற சார்பானது  $g(x) = \alpha x + \beta$  எனக் கொடுக்கப்பட்டால்  $\alpha$  மற்றும்  $\beta$  -வின் மதிப்பானது  
(அ)  $(-1, 2)$  (ஆ)  $(2, -1)$   
(இ)  $(-1, -2)$  (ஈ)  $(1, 2)$
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  -லிருந்து  $B$  என்ற கணத்திற்கு 1024 உறவுகள் உள்ளது எனில்  $B$  -ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை  
(அ) 3 (ஆ) 2 (இ) 4 (ஈ) 8

பகுதி - ஆ  $5 \times 2 = 10$ 

- $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 45\}$  மற்றும்  $R$  என்ற உறவு "A - யின் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால்.  $\mathbb{R}$ -ஐ  $A \times A$  -யின் உட்கணமாக எழுதுக.  $\mathbb{R}$  -க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.
- $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N} \text{ மற்றும் } y = 2x\}$  ஆனது  $\mathbb{N}$ -ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?
- $f$  என்ற சார்பு  $f(x) = 3 - 2x$  என வரையறுக்கப்படுகிறது.  $f(x^2) = (f(x))^2$  எனில்  $x$  -ஐக் காண்க.

- $A, B, C \subseteq \mathbb{N}$  மற்றும்  $f: A \rightarrow B$  என்ற சார்பு  $f(x) = 2x + 1$  எனவும் மற்றும்  $g: B \rightarrow C$  ஆனது  $g(x) = x^2$  எனவும் வரையறுக்கப்பட்டால்,  $f \circ g$  மற்றும்  $g \circ f$  -யின் வீச்சகத்தைக் காண்க.
- $A = \{-1, 1\}$  மற்றும்  $B = \{0, 2\}$  என்க. மேலும்  $f: A \rightarrow B$  ஆனது  $f(x) = ax + b$  மற்றும்  $f(-1) = 0$ ,  $f(1) = 2$  என வரையறுக்கப்பட்ட மேல் சார்பு எனில்,  $a$  மற்றும்  $b$  -ஐக் காண்க.

பகுதி - இ  $2 \times 5 = 10$ 

- $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  என்ற சார்பு  $f(x) = 2x - 1$  என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான ஆனால் மேல்சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.
- $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$  என்ற சார்பினை  
(i) அம்புகுறி படம்  
(ii) அட்டவணை  
(iii) வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்

## விடைகள்

பகுதி - அ

- (இ)  $\{4,9,25,49,121\}$
- (இ) 12
- (இ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு
- (ஆ)  $(2, -1)$
- (ஆ) 2

பகுதி - ஆ

- பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.2; கேள்வி எண்.2
- பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.3; கேள்வி எண்.1
- பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.3; கேள்வி எண்.8
- பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.5; கேள்வி எண்.5
- பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.4; கேள்வி எண்.8

பகுதி - இ

- பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.4; கேள்வி எண்.4
- பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.4; கேள்வி எண்.3



## 2

எண்களும்  
தொடர்வரிசைகளும்

## நீனைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத் தேற்றம் :  $a$  மற்றும்  $b$  இரு மிகை முழுக்கள் எனில்,  $a = bq + r$ ,  $0 \leq r < b$  என்றவாறு  $q, r$  எனும் தனித்த மிகை முழுக்கள் கிடைக்கும்.
- அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றம் : எல்லாப் பகு எண்களும் தனித்த பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாகக் காரணிப்படுத்த இயலும், பகா எண்களின் வரிசை மாறலாம்.
- கூட்டுத் தொடர்வரிசை :
- (i) கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் பொதுவடிவம்  $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$   $n$ -வது உறுப்பு  $t_n = a + (n - 1)d$
- (ii) கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல்  $n$  உறுப்புகளின் கூடுதல்  $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$
- (iii) கடைசி உறுப்பு  $l$  ( $n$  வது உறுப்பு) கொடுக்கப்பட்டால்  $S_n = \frac{n}{2} [a + l]$
- பெருக்குத் தொடர்வரிசை :
- (i) பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் பொது வடிவம்  $a, ar, ar^2, \dots, ar^{n-1}$ .  
 $n$ -வது உறுப்பு  $t_n = ar^{n-1}$
- (ii) பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முதல்  $n$  உறுப்புகளின் கூடுதல்  $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$   
இங்கு,  $r \neq 1$
- (iii)  $r = 1$  எனில்,  $S_n = na$
- (iv) பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முடிவற்ற உறுப்புகள் வரை கூடுதல்  $a + ar + ar^2 + S_\infty = \frac{a}{1 - r}$ ,  
இங்கு,  $-1 < r < 1$ .
- சிறப்புத் தொடர்கள் :
- (i) முதல்  $n$  இயல் எண்களின் கூடுதல்  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
- (ii) முதல்  $n$  இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- (iii) முதல்  $n$  இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல்  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$
- (iv) முதல்  $n$  ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல்  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$





### பயிற்சி 2.1

1. 3 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 2 -ஐத் தரக்கூடிய அனைத்து மிகை முழுக்களையும் காண்க.

**தீர்வு.** யுகளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றம்

$$a = bq + r, 0 \leq r < b.$$

$$a = 3q + 2 \text{ இங்கு } q = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$q = 0 \text{ எனில், } a = 3(0) + 2 = 2$$

$$q = 1 \text{ எனில், } a = 3(1) + 2 = 5$$

$$q = 2 \text{ எனில், } a = 3(2) + 2 = 8$$

$$q = 3 \text{ எனில், } a = 3(3) + 2 = 11$$

3ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 2-ஐத் தரக்கூடிய மிகை முழுக்கள் 2, 5, 8, 11, ...

2. ஒரு நபரிடம் 532 பூந்தொட்டிகள் உள்ளன. அவர் வரிசைக்கு 21 பூந்தொட்டிகள் வீதம் அடுக்க விரும்பினார். எத்தனை வரிசைகள் முழுமை பெறும் எனவும் மற்றும் எத்தனை பூந்தொட்டிகள் மீதமிருக்கும் எனவும் காண்க. [பிடிஎ - 1]

**தீர்வு.** யுகளிடின் வகுத்தல் வழிமுறை,

$$a = bq + r, 0 \leq r < b.$$

$$\text{இங்கு } 532 = 21q + r \dots (1)$$

$$\Rightarrow 532 = 21(25) + 7 \dots (2)$$

$$\therefore q = 25, \text{ மற்றும் } r = 7$$

[ (1) மற்றும் (2) -ஐ ஒப்பிட]

$\therefore$  முழுமை பெறும் வரிசைகள் = 25 மற்றும் மீதமுள்ள பூந்தொட்டிகள் = 7.

3. தொடர்ச்சியான இரு மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் 2 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

**தீர்வு.**  $(n-1)$ ,  $n$  என்பன இரு அடுத்தடுத்த மிகை முழுக்கள் என்க, அவற்றின் பெருக்கற்பலன் =  $(n-1)n$ .

$$\Rightarrow (n-1)n = n^2 - n.$$

எந்த ஒரு மிகை முழுவும்  $2q$  அல்லது  $2q + 1$  என்ற வடிவில் அமையும்.  $q$  என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு.

**நிலை I :**  $n = 2q$  எனில்,

$$n^2 - n = (2q)^2 - 2q = 4q^2 - 2q = 2q(2q - 1)$$

$$\Rightarrow n^2 - n = 2r, \text{ இங்கு } r = q(2q - 1)$$

$$\Rightarrow n^2 - n \text{ என்பது } 2 \text{ ஆல் வகுபடும்}$$

**நிலை II :**  $n = 2q + 1$  எனில்

$$\text{இங்கு } n^2 - n = (2q + 1)^2 - (2q + 1)$$

$$= (2q + 1)(2q + 1 - 1) = 2q(2q + 1)$$

$$\Rightarrow n^2 - n = 2r, \text{ இங்கு } r = q(2q + 1).$$

$$\Rightarrow n^2 - n \text{ என்பது } 2 \text{ ஆல் வகுபடும்.}$$

எனவே,  $(n^2 - n)$  ஆனது அனைத்து மிகை முழுக்கள்  $n$  -ற்கும் 2 -ஆல் வகுபடும். நிரூபிக்கப்பட்டது.

4.  $a$ ,  $b$  மற்றும்  $c$  என்ற மிகை முழுக்களை 13 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகள் முறையே 9, 7, 10 எனில்  $a + b + c$  ஆனது 13 ஆல் வகுபடும் என நிரூபி.

**தீர்வு.** 13ஆல்  $a$  வகுக்கப்பட்டால் மீதி 9.

யுகளிடின் வகுத்தல் தேற்றத்தின்படி,

$$a = bq + r, 0 \leq r < b$$

$$\Rightarrow a = 13q + 9 \dots (1)$$

அதை போல மிகை முழுக்கள்  $b$  மற்றும்  $c$  ஐ 13ஆல் வகுத்தால் மீதி 7 மற்றும் 10.

$$\therefore b = 13q + 7 \dots (2)$$

$$\text{மற்றும் } c = 13q + 10 \dots (3)$$

(1), (2) மற்றும் (3) ஐ கூட்ட கிடைப்பது,

$$a + b + c = 13q + 9 + 13q + 7 + 13q + 10$$

$$= 39q + 26 = 13(3q + 2)$$

இது 13 ஆல் வகுப்பதும்.

$$\therefore a + b + c \text{ ஆனது } 13 \text{ ஆல் வகுப்பதும்.}$$

5. எந்த மிகை முழுவின் வர்க்கத்தையும் 4 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 0 அல்லது 1 மட்டுமே கிடைக்கும் என நிறுவுக.

**தீர்வு.**  $x$  ஒரு முழு என்க.  $x$  இன் வர்க்கம்  $x^2$  ஆகும்.

**நிலை (i) :**  $x$  ஒரு இரட்டைப்படை எண் என்க.

$$\Rightarrow x = 2q \quad [\because x \text{ ஒரு இரட்டைப்படை}]$$

இங்கு  $q$  ஏதேனும் ஒரு முழு என்க.

$$\Rightarrow x^2 = (2q)^2 = 4q^2 \Rightarrow x^2 = 4(q^2)$$

$$\Rightarrow x^2 \text{ என்பது } 4 \text{ ஆல் வகுபடும்.}$$

$$\therefore x^2 \text{ என்பது } 4 \text{ ஆல் வகுப்பட்டால் மீதி } 0 \text{ கிடைக்கும்.}$$

**நிலை (ii) :**  $x$  ஒரு ஒற்றைப்படை முழு என்க.

$$\therefore x = 2k + 1$$

ஏதேனும் ஒரு முழு  $k$  என்க.

$$\therefore x^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

$$= 4k(k + 1) + 1$$

$$= 4q + 1 \text{ இங்கு } q = k(k + 1)$$

$$\Rightarrow x^2 = 4q + 1 \text{ ஐ } 4 \text{ ஆல் வகுத்தால் கிடைக்கும் மீதி } 1 \text{ ஆகும்.}$$

நிலை (i) மற்றும் நிலை (ii) லிருந்து எந்த மிகை முழுவின் வர்க்கத்தையும் 4 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 0 அல்லது 1 மட்டுமே கிடைக்கும் என நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. யுகளிடின் வகுத்தல் வழி முறையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க.

(i) 340 மற்றும் 412

(ii) 867 மற்றும் 255

(iii) 10224 மற்றும் 9648

(iv) 84, 90 மற்றும் 120



- தீர்வு.** (i) 340, 412 -ன் மீ.பொ.வ வை யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி காண்போம்.  
 $412 = 340 \times 1 + 72$   
 இங்கு மீதி 72  $\neq 0$   
 மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $340 = 72 \times 4 + 52$   
 இங்கு மீதி 52  $\neq 0$ .  
 மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $72 = 52 \times 1 + 20$   
 இங்கு மீதி 20  $\neq 0$ .  
 மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $52 = 20 \times 2 + 12$   
 இங்கு மீதி 12  $\neq 0$ .  
 மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $20 = 12 \times 1 + 8$   
 இங்கு மீதி 8  $\neq 0$ .  
 மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $12 = 8 \times 1 + 4$   
 இங்கு மீதி 4  $\neq 0$ .  
 மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $8 = 4 \times 2 + 0$   
 இங்கு மீதி 0.  
 எனவே 340 மற்றும் 412 -ன் மீ.பொ.வ = 4
- (ii) 867 மற்றும் 255 -ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி நாம் பெறுவது  
 $867 = 255 \times 3 + 102$   
 இங்கு மீதி 102  $\neq 0$ .  
 மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $255 = 102 \times 2 + 51$   
 இங்கு மீதி 51  $\neq 0$ .  
 மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $102 = 51 \times 2 + 0$   
 இங்கு மீதி 0  
 எனவே 867 மற்றும் 255 -ன் மீ.பொ.வ 51 ஆகும்.
- (iii) 10224, 9648 -ன் மீ.பொ.வ வை யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி காண்போம்.  
 $10224 = 9648 \times 1 + 576$   
 இங்கு மீதி 576  $\neq 0$ .  
 மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $9648 = 576 \times 16 + 432$   
 இங்கு மீதி 432  $\neq 0$ .  
 மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $576 = 432 \times 1 + 144$   
 இங்கு மீதி 144  $\neq 0$ .  
 மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $432 = 144 \times 3 + 0$   
 இங்கு மீதி 0  
 எனவே 10224 மற்றும் 9648 -ன் மீ.பொ.வ = 144.
- (iv) 84, 90 மற்றும் 120 -ன் மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி நாம் பெறுவது.  
 $90 = 84 \times 1 + 6$   
 இங்கு மீதி 6  $\neq 0$ .

மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி  
 $84 = 6 \times 14 + 0$

இங்கு மீதி 0

எனவே 84 மற்றும் 90 -ன் மீ.பொ.வ 6.

மீண்டும் 6, 120 -ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி

$$120 = 6 \times 20 + 0$$

இங்கு மீதி 0.

எனவே 84, 90 மற்றும் 120 -ன் மீ.பொ.வ 6 ஆகும்.

7. 1230 மற்றும் 1926 ஆகிய எண்களை வகுக்கும் போது மீதி 12 -ஐத் தரக்கூடிய மிகப்பெரிய எண்ணைக் காண்க.

**தீர்வு.** தேவையான எண்ணானது

$$1230 - 12 = 1218 \text{ மற்றும்}$$

$1926 - 12 = 1914$  இவற்றின் மீ.பொ.வ ஆகும்.

எனவே 1218, 1914 -ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி

$$1914 = 1218 \times 1 + 696$$

இங்கு மீதி 696  $\neq 0$ .

மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி

$$1218 = 696 \times 1 + 522$$

இங்கு மீதி 522  $\neq 0$ .

மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி

$$696 = 522 \times 1 + 174$$

இங்கு மீதி 174  $\neq 0$ .

மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி

$$522 = 174 \times 3 + 0$$

இங்கு மீதி 0

$\therefore$  எனவே 1218 மற்றும் 1914 -ன் மீ.பொ.வ 174.

தேவையான எண்ணானது 174.

8. 32 மற்றும் 60 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி  $d$  என்க.  $d = 32x + 60y$  எனில்  $x$  மற்றும்  $y$  என்ற முழுக்களைக் காண்க.

**தீர்வு.**  $d = 32x + 60y$  ... (i)

32, 60 -ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி

$$60 = 32 \times 1 + 28 \quad \dots(ii)$$

இங்கு மீதி 28  $\neq 0$ .

மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி

$$32 = 28 \times 1 + 4 \quad \dots(iii)$$

இங்கு மீதி 4  $\neq 0$ .

மீண்டும் யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி

$$28 = 4 \times 7 + 0 \quad \dots(iv)$$

இங்கு மீதி 0

எனவே 32, 60 -ன் மீ.பொ.வ 4 ஆகும்.

(iii) -லிருந்து நாம் பெறுவது

$$32 = 28 \times 1 + 4$$

$$\Rightarrow 4 = 32 - 28$$

$$\Rightarrow 4 = 32 - (60 - 32)$$

$$[\because 28 = (60 - 32) \times 1]$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow & 4 = 32 - 60 + 32 \\ \Rightarrow & 4 = 32 \times 2 + (-1) \times 60 \dots (v) \\ \therefore & x = 2 \text{ மற்றும் } y = -1 \end{aligned}$$

[ $\therefore$  (v) மற்றும் (i)-ஐ ஒப்பிட]

9. ஒரு மிகை முழுவை 88 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 61 கிடைக்கிறது. அதே மிகை முழுவை 11 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.

**தீர்வு.** ஒரு மிகை முழுவை  $x$  என்க

$$x = 88 \times y + 61$$

$$61 = 11 \times 5 + 6$$

( $\therefore$  88, 55 என்பன 11 ஆல் மீதியின்றி வகுபடும்)

$\therefore$  இங்கு மீதி 6.

10. எந்த இரு அடுத்தடுத்த மிகை முழுக்கள் சார்பகா எண்கள் என நிறுவுக.

**தீர்வு.**  $n$  மற்றும்  $n + 1$  இரு அடுத்தடுத்த முழுக்கள் என்க.

$$\text{மீ.பொ.வ } (n, n + 1) = p \text{ என்க}$$

$$\Rightarrow p \text{ ஆல் } n \text{ வகுபடும்} \dots (1)$$

$$\text{மற்றும் } p \text{ ஆல் } (n + 1) \text{ வகுபடும்} \dots (2)$$

$$\Rightarrow p \text{ ஆல் } (n + 1 - n) \text{ வகுபடும் [(2)லிருந்து - (1)]}$$

$$\Rightarrow p \text{ ஆல் } 1 \text{ வகுபடும்}$$

1 ஐ 1 தவிர வேறு எந்த எண்ணும் வகுக்காது

$$\Rightarrow p = 1$$

$$\therefore \text{மீ.பொ.வ } (n, n + 1) = 1.$$

$$\Rightarrow n \text{ மற்றும் } (n + 1) \text{ சார்பகா எண்கள்.}$$

## பயிற்சி 2.2

1.  $n$  ஓர் இயல் எண் எனில், எந்த  $n$  மதிப்புகளுக்கு  $4^n$  ஆனது 6 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்?

**தீர்வு.**  $4^n = (2 \times 2)^n = 2^n \times 2^n$

2 ஆனது  $4^n$ -ன் ஓர் காரணி.

எனவே,  $4^n$  ஆனது எப்பொழுதும் இரட்டை எண் மற்றும் 4, 6 -ல் முடியும் எண்கள்.

$\therefore n$  ஆனது இரட்டை எண் எனில்  $4^n$  ஆனது 6 -ல் முடியும்.

$$\therefore n = 2, 4, 6, 8$$

**உதாரணங்கள்:**

$$4^2 = 16$$

$$4^3 = 64$$

$$4^4 = 256$$

$$4^5 = 1,024$$

$$4^6 = 4,096$$

$$4^7 = 16,384$$

$$4^8 = 65,536$$

$$4^9 = 262,144$$

2.  $m$  மற்றும்  $n$  இயல் எண்கள் எனில், எந்த  $m$  யின் மதிப்புகளுக்கு  $2^n \times 5^m$  என்ற எண் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்? [செப. - 2020]

**தீர்வு.**  $2^n \times 5^m$

$2^n$  ஆனது  $n$ -ன் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் இரட்டை எண்ணாக உள்ளது.

$5^m$  ஆனது  $m$ -ன் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் ஒற்றையாகவும் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடிகிறது.

ஆனால்  $2^n \times 5^m$  எப்பொழுதும் இரட்டை எண்ணாகவும் 0 -ல் முடியும் எண்ணாகவும் உள்ளது.

[ $\therefore$  இரட்டைப்படல எண்  $X$  ஒற்றைப்படல = இரட்டைப்படல எண்]

$\therefore 2^n \times 5^m$  ஆனது  $m$ -ன் எம்மதிப்பிற்கும் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியாது.

3. 252525 மற்றும் 363636 என்ற எண்களின் மீ.பொ.வ காண்க.

**தீர்வு.** 252525, 363636 இவற்றின் மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த,

$$363636 = 252525 \times 1 + 111111$$

$$\text{இங்கு மீதி } 111111 \neq 0.$$

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$252525 = 111111 \times 2 + 30303$$

$$\text{இங்கு மீதி } 30303 \neq 0.$$

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$111111 = 30303 \times 3 + 20202$$

$$\text{இங்கு மீதி } 20202 \neq 0.$$

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$30303 = 20202 \times 1 + 10101$$

$$\text{இங்கு மீதி } 10101 \neq 0.$$

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$20202 = 10101 \times 2 + 0$$

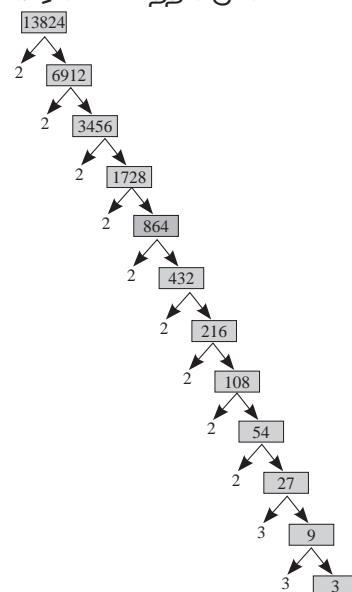
$$\text{இங்கு மீதி } 0.$$

10101 ஆனது 363636 மற்றும் 252525 இவற்றின் மீ.பொ.வ ஆகும்.

4.  $13824 = 2^a \times 3^b$  எனில்,  $a$  மற்றும்  $b$  -யின் மதிப்புகள் காண்க.

**தீர்வு.**  $13824 = 2^a \times 3^b$  எனில்

காரணிப் பிரித்தல் மூலம்



## அலகுத் தேர்வு

நேரம் : 45 நிமிடங்கள்

மதிப்பெண் : 25

பிரிவு - அ (5 × 1 = 5)

- யுகளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, எந்த மிகை முழுவின் கணத்தையும் 9 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதிகள்  
(அ) 0, 1, 8 (ஆ) 1, 4, 8  
(இ) 0, 1, 3 (ஈ) 1, 3, 5
- 1729 -ஐ பகாக் காரணிப்படுத்தும் போது, அந்தப் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் கூடுதல்.  
(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4
- 65 மற்றும் 117 -யின் மீ.பொ.வ -வை  $65m - 117$  என்ற வடிவில் எழுதும்போது,  $m$  -ன் மதிப்பு  
(அ) 4 (ஆ) 2 (இ) 1 (ஈ) 3
- ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் முதல் உறுப்பு 1 மற்றும் பொது வித்தியாசம் 4. இந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் அதன் கூடுதல் கிடைக்கும் 120?  
(அ) 6 (ஆ) 7 (இ) 8 (ஈ) 9
- $(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 15^3) - (1 + 2 + 3 + \dots + 15)$  யின் மதிப்பு  
(அ) 14400 (ஆ) 14200  
(இ) 14280 (ஈ) 14520

பிரிவு - ஆ (5 × 2 = 10)

- 3 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 2 -ஐத் தரக்கூடிய அனைத்து மிகை முழுக்களையும் காண்க.
- $n$  ஓர் இயல் எண் எனில்,  $n$  மதிப்புகளுக்கு  $4^n$  ஆனது 6 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்?
- முற்பகல் 7 மணிக்கு 100 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு நேரம் என்ன?
- $-11, -15, -19, \dots$  என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 19 -வது உறுப்பைக் காண்க.
- முதல்  $n$  இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 285 மற்றும் முதல்  $n$  இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் 2025 எனில்  $n$  -ன் மதிப்பு காண்க.

பிரிவு - இ (2 × 5 = 10)

- சிவமணி ஒரு பணிக்கான நேர்க்காணலில் பங்கேற்கிறார். அந்நிறுவனம் அவருக்கு இரண்டு விதமான வாய்ப்புகளை வழங்குகிறது.  
வாய்ப்பு A: முதல் மாத ஊதியம் ₹20,000 மற்றும் நிச்சமயான 6% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 ஆண்டுகளுக்கு.  
வாய்ப்பு B: முதல் மாத ஊதியம் ₹22,000 மற்றும் நிச்சமயான 3% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 ஆண்டுகளுக்கு. A மற்றும் B ஆகிய இரு வாய்ப்புகளிலும் அவருடைய நான்காவது வருட ஊதியம் எவ்வளவு?  
2. குமார் தனது நான்கு நண்பர்களுக்கு கடிதம் எழுதுகிறார். மேலும் தனது நண்பர்களை அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் நான்கு வெவ்வேறு நண்பர்களுக்குக் கடிதம் எழுதுமாறும் மற்றும் இந்தச் செயல்முறையைத் தொடருமாறும் கூறுகிறார். இந்தச் செயல்முறை தொடர்ச்சியாக நடைபெறுகின்றது. ஒரு கடிதத்திற்கான செலவு ₹2 எனில் 8 நிலைகள் வரை கடிதங்கள் அனுப்புவதற்கு ஆகும் மொத்த செலவைக் காண்க.

## விடைகள்

பிரிவு - அ

- (அ) 0, 1, 8
- (இ) 3
- (ஆ) 2
- (இ) 8
- (இ) 14280

பிரிவு - ஆ

- பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.1 வினா எண். 1
- பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.2 வினா எண். 1
- பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.3 வினா எண். 5
- பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.5 வினா எண். 4
- பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.9 வினா எண். 5

பிரிவு - இ

- பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.7 வினா எண். 11
- பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.8 வினா எண். 8





## 3

## இயற்கணிதம்

## நீனைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- இரு படி சமன்பாடுகளின் மூலங்கள்,  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- $x^2 - (\text{மூலங்களின் கூடுதல்})x + \text{மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்} = 0$  (பொதுவடிவம்)
- ஓர் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களை பற்றி தன்மை காட்டி மூலம் ( $\Delta = b^2 - 4ac$ ) பின்வருமாறு அறியலாம்.
  - (i)  $\Delta > 0$  எனில், மூலங்கள் மெய், சமமல்ல. (ii)  $\Delta = 0$  எனில், மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம்.
  - (iii)  $\Delta < 0$  எனில், மூலங்கள் மெய் எண்கள் அல்ல.
- செவ்வக வடிவில் நிரை மற்றும் நிரல்களால் உறுப்புகளை வரிசைப்படுத்தும் அமைப்பு அணி எனப்படும்.
- 'A' என்ற அணியில்  $m$  நிரைகளும்  $n$  நிரல்களும் இருப்பின் 'A'யின் வரிசை (நிரைகளின் எண்ணிக்கை)  $\times$  (நிரல்களின் எண்ணிக்கை) ஆகும். இதனை  $m \times n$  என எழுதலாம்.  $m \times n$  என்பது  $m$  மற்றும்  $n$ -யின் பெருக்கற்பலன் அல்ல என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.
- அணிகளின் வகைகள்
  - (i) ஓர் அணியில் ஒரே ஒரு நிரையும், பல நிரல்களும் இருந்தால் அவ்வணி நிரை அணி எனப்படும். நிரை அணியை நிரை வெக்டர் (row vector) எனவும் கூறலாம்.
  - (ii) ஓர் அணியில் ஒரே ஒரு நிரலும், பல நிரைகளும் இருந்தால், அவ்வணி நிரல் அணி எனப்படும். நிரல் அணியை நிரல் வெக்டர் எனவும் கூறலாம்.
  - (iii) ஓர் அணியின் நிரைகளின் எண்ணிக்கையானது நிரல்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருப்பின் அவ்வணி சதுர அணி எனப்படும்.
  - (iv) ஓர் அணியிலுள்ள அனைத்து உறுப்புகளும் பூச்சியம் எனில், அந்த அணி பூச்சிய அணி அல்லது வெற்று அணி எனப்படும்.
  - (v) A என்ற அணியின் நிரைகளை நிரல்களாகவும் அல்லது நிரல்களை நிரைகளாகவும் மாற்றக் கிடைக்கும் அணி A-யின் நிரை நிரல் மாற்று அணி எனப்படும். இதனை  $A^T$  எனக் குறிக்கலாம்.
  - (vi) ஒரு சதுர அணியில் முதன்மை மூலை விட்டத்திற்கு மேலேயும் கீழேயும் உள்ள அனைத்து உறுப்புகளும் பூச்சியங்கள் எனில் அந்த அணி மூலை விட்ட அணி எனப்படும்.
  - (vii) ஒரு மூலை விட்ட அணியில் முதன்மை மூலை விட்ட உறுப்புகள் அனைத்தும் சமமாக இருப்பின் அந்த அணி திசையிலி அணி எனப்படும்.
  - (viii) ஒரு சதுர அணியில் முதன்மை மூலை விட்ட உறுப்புகள் ஒவ்வொன்றும் 1 ஆகவும் மற்ற அனைத்து உறுப்புகளும் பூச்சியம் எனில், அந்த அணி சமனி அணி அல்லது அலகு அணி எனப்படும்.
  - (ix) ஒரு சதுர அணியில் முதன்மை மூலை விட்டத்திற்கு மேலே உள்ள உறுப்புகள் அனைத்தும் பூச்சியம் எனில், அந்த அணி கீழ்முக்கோண அணி எனப்படும். ஒரு சதுர அணியில் முதன்மை மூலை விட்டத்திற்கு கீழே உள்ள உறுப்புகள் அனைத்தும் பூச்சியமாக இருந்தால் அந்த அணி மேல் முக்கோண அணி எனப்படும்.
  - (x) அணிகள் A மற்றும் B ஆகியவற்றின் வரிசைகள் மற்றும் A-யில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் B-யில் உள்ள ஒத்த உறுப்புகளுக்குச் சமம் எனில், A மற்றும் B ஆகியவை சம அணிகள் எனப்படும். அதாவது,  $a_{ij} = b_{ij} = \forall i, j$ .

## பயிற்சி 3.1

1. கீழ்க்காணும் மூன்று மாறிகளில் அமைந்த ஒருங்கமை நேரியல் சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகளைத் தீர்க்க.

(i)  $x + y + z = 5$ ;  $2x - y + z = 9$ ;  $x - 2y + 3z = 16$

[Hy - 2019; பிடி.ஏ - 5; செப். - 2021]

(ii)  $\frac{1}{x} - \frac{2}{y} + 4 = 0$ ;  $\frac{1}{y} - \frac{1}{z} + 1 = 0$ ;  $\frac{2}{z} + \frac{3}{x} = 14$

(iii)  $x + 20 = \frac{3y}{2} + 10 = 2z + 5 = 110 - (y + z)$

தீர்வு: (i)  $x + y + z = 5$  ... (1)

$2x - y + z = 9$  ... (2)

$x - 2y + 3z = 16$  ... (3)

(1) + (2)  $\Rightarrow x + \cancel{y} + z = 5$

$2x - \cancel{y} + z = 9$

கூட்டி,  $3x + 2z = 14$  ... (4)

(2)  $\times 2 \Rightarrow 4x - 2\cancel{y} + 2z = 18$

(3)  $\Rightarrow \begin{matrix} (-) & (+) & (-) & (-) \\ x - 2\cancel{y} + 3z = 16 \end{matrix}$

கழிக்க,  $3x - z = 2$  ... (5)

(4) - (5)  $\Rightarrow 3x + 2z = 14$

$\Rightarrow \begin{matrix} (-) & (+) & (-) \\ 3x - z = 2 \end{matrix}$

கழிக்க,  $3z = 12$

$z = 4$

$z = 4$  என (4) ல் பிரதியிட

$3x + 2(4) = 14$

$3x + 8 = 14$

$3x = 6$

$x = 2$

$x = 2, z = 4$  என (1) ல் பிரதியிட

$2 + y + 4 = 5 \Rightarrow y = -1$

$x = 2, y = -1, z = 4$

(ii)  $\frac{1}{x} - \frac{2}{y} + 4 = 0$  ... (1)

$\frac{1}{y} - \frac{1}{z} + 1 = 0$  ... (2)

$\frac{2}{z} + \frac{3}{x} = 14$  ... (3)

$\frac{1}{x} = a$  என்க

$\frac{1}{y} = b$

$\frac{1}{z} = c$

என (1), (2) மற்றும் (3) ல் பிரதியிட

$a - 2b + 4 = 0 \Rightarrow a - 2b = -4$  ... (1)

$b - c + 1 = 0 \Rightarrow b - c = -1$  ... (2)

$2c + 3a = 14 \Rightarrow 2c + 3a = 14$  ... (3)

(1)  $\Rightarrow a - 2b = -4$

(2)  $\times 2 \Rightarrow -2c + 2b = -2$

$a - 2c = -6$  ... (4)

கூட்டி,  $3a + 2c = 14$

(4) + (3)  $\Rightarrow 4a = 8$

$a = 2$

$a = 2$  என (1) ல் பிரதியிட

$2 - 2b = -4$

$-2b = -6$

$b = 3$

$b = 3$  என (2) ல் பிரதியிட

$3 - c = -1$

$-c = -4$

$\Rightarrow c = 4$

$a = \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$b = \frac{1}{y} = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$

$c = \frac{1}{z} = 4 \Rightarrow z = \frac{1}{4}$

$x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}, z = \frac{1}{4}$  தீர்வு கணம்  $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right\}$

(iii) கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகள்

I II III IV

$x + 20 = \frac{3y}{2} + 10 = 2z + 5 = 110 - (y + z)$

கருதுக  $x + 20 = \frac{3y}{2} + 10$  [I மற்றும் II இலிருந்து]

$\Rightarrow x = \frac{3y}{2} + 10 - 20$

$\Rightarrow x = \frac{3y}{2} - 10$

2 ஆல் பெருக்க கிடைப்பது,  $2x = 3y - 20$

$\Rightarrow 2x - 3y = -20$  ... (1)

[I மற்றும் III இலிருந்து]

இங்கு,  $x + 20 = 2z + 5$

$\Rightarrow x - 2z = 5 - 20$

$\Rightarrow x - 2z = -15$  ... (2)

[I மற்றும் IV இலிருந்து]

மேலும்  $x + 20 = 110 - (y + z)$

$$\begin{aligned} \text{மேலும் } x + 20 &= 110 - y - z \\ \Rightarrow x + y + z &= 110 - 20 \\ \Rightarrow x + y + z &= 90 \quad \dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \times 2 &\Rightarrow 2x + 2y + 2z = 180 \\ (2) &\Rightarrow \frac{x - 2z = -15}{\text{கூட்ட } 3x + 2y = 165} \quad \dots (4) \end{aligned}$$

(1) மற்றும் (4) சமன்பாடுகளை கருதுக.

$$\begin{aligned} (1) \times 3 &\Rightarrow \frac{6x - 9y = -60}{\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ 6x + 4y = 330 \\ \hline -13y = -390 \end{array}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{கழிக்க} \\ \Rightarrow y &= \frac{-390}{-13} = 30 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 30}$$

$y = 30$  என (1)ல் பிரதியிட கிடைப்பது

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2x - 3(30) &= -20 \\ 2x - 90 &= -20 \\ \Rightarrow 2x &= -20 + 90 = 70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= \frac{70}{2} = 35 \\ \therefore x &= 35 \end{aligned}$$

$x = 35$  என (2)ல் பிரதியிட கிடைப்பது

$$\begin{aligned} 35 - 2z &= -15 \\ \Rightarrow 35 + 15 &= 2z \\ \Rightarrow 50 &= 2z \\ \Rightarrow z &= \frac{50}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore z = 25$$

தீர்வு கணம்  $\{35, 30, 25\}$

எனவே தொகுப்பிற்கு ஒரே தீர்வு.

2. கீழ்க்காணும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகளின் தீர்வுகளின் தன்மையைக் காண்க.

$$(i) \quad x + 2y - z = 6 ; -3x - 2y + 5z = -12 ; x - 2z = 3$$

$$(ii) \quad 2y + z = 3 (-x + 1) ; -x + 3y - z = -4$$

$$3x + 2y + z = -\frac{1}{2}$$

$$(iii) \quad \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{3} = \frac{x+y}{2} ; x+y+z = 27$$

$$\text{தீர்வு: (i) } x + 2y - z = 6 \quad \dots (1)$$

$$-3x - 2y + 5z = -12 \quad \dots (2)$$

$$x - 2z = 3 \quad \dots (3)$$

மற்றும் கருது

$$x + 2y - z = 6 \quad \dots (1)$$

$$-3x - 2y + 5z = -12 \quad \dots (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow -2x + 4z = -6$$

$$-x + 2z = -3$$

$$x - 2z = 3$$

$$(3) \quad \begin{array}{r} x - 2z = 3 \\ (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$

$\therefore$  சமன்பாட்டு தொகுப்புகளுக்கு எண்ணற்ற தீர்வுகள் உண்டு.

(ii) கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகள்  $2y + z = 3(-x + 1)$ ;

$$-x + 3y - z = -4, 3x + 2y + z = -\frac{1}{2}$$

$$\text{கருதுக } 2y + z = 3(-x + 1)$$

$$\Rightarrow 2y + z = -3x + 3$$

$$\Rightarrow 3x + 2y + z = 3 \quad \dots (1)$$

$$\text{இங்கு, } -x + 3y - z = -4 \quad \dots (2)$$

$$\text{மேலும், } 3x + 2y + z = -\frac{1}{2}$$

2 ஆல் பெருக்க கிடைப்பது,

$$6x + 4y + 2z = -1 \quad \dots (3)$$

(1) மற்றும் (2)ஐ கருதுக

$$(1) \Rightarrow 3x + 2y + z = 3$$

$$(2) \times 3 \Rightarrow -3x + 9y - 3z = -12$$

$$\text{கூட்ட } 11y - 2z = -9 \quad \dots (4)$$

(2) மற்றும் (3)ஐ கருதுக

$$(2) \times 6 \Rightarrow -6x + 18y - 6z = -24$$

$$(3) \Rightarrow 6x + 4y + 2z = -1$$

$$\text{கூட்ட } 22y - 4z = -25 \quad \dots (5)$$

$$\text{இங்கு } (4) \times 2 \Rightarrow 22y - 4z = -18$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (+) \\ \hline 22y - 4z = -25 \end{array}$$

$$(5) \Rightarrow 22y - 4z = -25$$

$$\text{கழிக்க, } 0 = 7$$

தவறான சமன்பாடு தொகுப்பு முரண்பாடானது மற்றும் தீர்வு இல்லை.

(iii) கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$\frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{3} = \frac{x+y}{2} \text{ மற்றும் } x+y+z=27$$

$$\text{I} \quad \text{II} \quad \text{III}$$

$$x + y + z = 27 \text{ என்க.} \quad \dots (1)$$

I மற்றும் II லிருந்து கிடைப்பது,

$$\frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{3}$$

குறுக்கில் பெருக்க கிடைப்பது,  $3(y+z) = 4(z+x)$

$$\Rightarrow 3y + 3z = 4z + 4x$$

$$\Rightarrow 3y + 3z - 4z - 4x = 0$$

$$\Rightarrow -4x + 3y - z = 0 \quad \dots (2)$$

II மற்றும் II லிருந்து கிடைப்பது,

$$\frac{z+x}{3} = \frac{x+y}{2}$$

குறுக்கில் பெருக்க கிடைப்பது,  $2(z+x) = 3(x+y)$

$$\Rightarrow 2z + 2x = 3x + 3y$$

$$\Rightarrow 2z + 2x - 3x - 3y = 0$$

$$\Rightarrow -x - 3y + 2z = 0 \quad \dots (3)$$

(1) மற்றும் (3)ஐ கருதுக,

$$(1) \Rightarrow x + y + z = 27$$

$$(3) \Rightarrow -x - 3y + 2z = 0$$

$$\text{கூட்ட,} \quad -2y + 3z = 27 \quad \dots (4)$$

(1) மற்றும் (2)ஐ கருதுக,

$$(1) \times 4 \Rightarrow 4x + 4y + 4z = 108$$

$$(2) \Rightarrow -4x + 3y - z = 0$$

$$\text{கூட்ட,} \quad 7y + 3z = 108 \quad \dots (5)$$

இங்கு, (4) மற்றும் (5)ஐ கருதுக,

$$(4) \Rightarrow -2y + 3z = 27$$

$$(5) \Rightarrow 7y + 3z = 108$$

$$\text{கழிக்க,} \quad -9y = -81 \Rightarrow y = \frac{-81}{-9} = 9$$

$$\therefore y = 9$$

$y = 9$  என (4)ல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$$-2(9) + 3z = 27$$

$$\Rightarrow -18 + 3z = 27$$

$$\Rightarrow 3z = 27 + 18 = 45$$

$$\Rightarrow z = \frac{45}{3} = 15$$

$$\boxed{z = 15}$$

$y$  மற்றும்  $z$  என (1)ல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$$x + 9 + 15 = 27$$

$$\Rightarrow x + 24 = 27$$

$$\Rightarrow x = 27 - 24 = 3$$

$$\therefore x = 3$$

தீர்வு கணம்  $\{3, 9, 15\}$

எனவே தொகுப்பிற்கான ஒரே தீர்வு

3. தாத்தா, தந்தை மற்றும் வாணி ஆகிய மூவரின் சராசரி வயது 53. தாத்தாவின் வயதில் பாதி, தந்தையின் வயதில் மூன்றில் ஒரு பங்கு மற்றும் வாணியின் வயதில் நான்கில் ஒரு பங்கு ஆகியவற்றின் கூடுதல் 65. நான்கு ஆண்டுகளுக்கு முன் தாத்தாவின் வயது வாணியின் வயதை போல் நான்கு மடங்கு எனில் மூவரின் தற்போதைய வயதைக் காண்க?

[பிடி - 2]

**தீர்வு:** வாணியின் வயது  $x$  என்க, அவருடைய தந்தையின் வயது  $y$ , தாத்தாவின் வயது  $z$ .

கொடுக்கப்பட்ட அவர்களின் சராசரி வயது 53

$$\Rightarrow \frac{x+y+z}{3} = 53$$

$$\Rightarrow x + y + z = 3(53) = 159 \quad \dots (1)$$

$$\text{மேலும்,} \quad \frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 65$$

$$\frac{3x+4y+6z}{12} = 65$$

[ $\therefore$  மீ.பொ.ம (2, 3, 4) யின் மதிப்பு 12]

$$\Rightarrow 3x + 4y + 6z = 65(12) = 780 \quad \dots (2)$$

நான்கு ஆண்டுகளுக்கு முன்பு தாத்தாவின் வயது  $(z-4)$  மற்றும் வாணியின் வயது  $(x-4)$ .

$$\therefore z-4 = 4(x-4)$$

$$\Rightarrow z-4 = 4x-16$$

$$\Rightarrow 4x-z = -4+16$$

$$\Rightarrow 4x-z = 12 \quad \dots (3)$$

(1) மற்றும் (2)ஐ கருதுக,

$$(1) \times 4 \Rightarrow 4x + 4y + 4z = 636$$

$$(-) \quad (-) \quad (-) \quad (-)$$

$$(2) \Rightarrow 3x + 4y + 6z = 780$$

$$\text{கழிக்க,} \quad x - 2z = -144 \quad \dots (4)$$

$$(-) \quad (-) \quad (-)$$

$$(3) \times 2 \Rightarrow 8x - 2z = 24$$

$$\text{கழிக்க,} \quad -7x = -168$$

$$\Rightarrow x = \frac{-168}{-7} = 24$$

$x = 24$  என (3) ல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$$4(24) - z = 12$$

$$\Rightarrow 96 - 12 = z$$

$$\Rightarrow \boxed{z = 84}$$

$x$  மற்றும்  $z$  யின் மதிப்பை (1) ல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$$\Rightarrow 24 + y + 84 = 159$$

$$\Rightarrow 108 + y = 159$$

$$\Rightarrow y = 159 - 108 = 51$$

ஆகையால் வாணியின் வயது 24, அவர் தந்தையின் வயது 51 மற்றும் தாத்தாவின் வயது 84.

4. ஒரு மூவிலக்க எண்ணில், இலக்கங்களின் கூடுதல் 11. இலக்கங்களை இடமிருந்து வலமாக வரிசை மாற்றினால் புதிய எண் பழைய எண்ணின் ஐந்து மடங்கைவிட 46 அதிகம். பத்தாம் இட இலக்கத்தின் இரு மடங்கோடு நூறாம் இட இலக்கத்தைக் கூட்டினால் ஒன்றாம் இட இலக்கம் கிடைக்கும் எனில், அந்த மூவிலக்க எண்ணைக் காண்க.



## அலகுத் தேர்வு

நேரம் : 45 நிமிடங்கள்

மதிப்பெண்கள் : 45

## பிரிவு - அ (5 × 1 = 5)

- மூன்று மாறிகளில் அமைந்த மூன்று நேரியல் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பிற்கு தீர்வுகள் இல்லையெனில், அத்தொகுப்பில் உள்ள தளங்கள்.  
(அ) ஒரே ஒரு புள்ளியில் வெட்டுகின்றன  
(ஆ) ஒரே ஒரு கோட்டில் வெட்டுகின்றன  
(இ) ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்தும்  
(ஈ) ஒன்றையொன்று வெட்டாது
- $(2x - 1)^2 = 9$  -யின் தீர்வு  
(அ) -1 (ஆ) 2  
(இ) -1, 2 (ஈ) இதில் எதுவுமில்லை
- நிரல்கள் மற்றும் நிரைகள் சம எண்ணிக்கையில்லாத அணி  
(அ) மூலைவிட்ட அணி (ஆ) செவ்வக அணி  
(இ) சதுர அணி (ஈ) அலகு அணி
- ஒரு நிரல் அணியின், நிரை நிரல் மாற்று அணி  
(அ) அலகு அணி (ஆ) மூலைவிட்ட அணி  
(இ) நிரல் அணி (ஈ) நிரை அணி
- $x^2 - 2x - 24$  மற்றும்  $x^2 - kx - 6$  -ன் மீ.பொ.வ  $(x - 6)$  எனில்,  $k$  -ன் மதிப்பு  
(அ) 3 (ஆ) 5 (இ) 6 (ஈ) 8

## பிரிவு - ஆ (7 × 2 = 14)

- ஐந்து, பத்து மற்றும் 20 ரூபாய் நோட்டுகளின் மொத்த மதிப்பு ₹105 மற்றும் மொத்த நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை 12 முதல் இரண்டு வகை நோட்டுகளின் எண்ணிக்கையை இடமாற்றம் செய்தால் முந்தைய மதிப்பை விட ₹20 அதிகரிக்கிறது எனில், எத்தனை ஐந்து பத்து மற்றும் இருபது நோட்டுகள் உள்ளன?
- $p(x) = x^2 - 5x - 14$  என்ற பல்லுருப்புக் கோவையை  $q(x)$  என்ற பல்லுருப்புக் கோவையால் வகுக்க  $\frac{x-7}{x+2}$  எனும் விடை கிடைக்கிறது எனில்  $q(x)$  -ஐக் காண்க.
- இனியா 50 கி.கி எடையுள்ள ஆப்பிள்கள் மற்றும் வாழைப்பழங்கள் வாங்கினார். ஒரு கிலோகிராமுக்கு ஆப்பிள்களின் விலை வாழைப்பழங்களின் விலையைப் போல இரு மடங்கு ஆகும். வாங்கப்பட்ட ஆப்பிள்களின் விலை ₹ 1800 மற்றும் வாழைப்பழங்களின் விலை ₹600 எனில், இனியா வாங்கிய இருவகைப் பழங்களின் எடையைக் கிலோகிராமில் காண்க.

- சாய்வு தளத்தில்  $t$  -வினாடிகளில் ஒரு பந்து கடக்கும் தூரம்  $d = t^2 - 0.75t$  அடிகளாகும். 11.25 அடி தொலைவைக் கடக்கப் பந்து எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் எவ்வளவு?
- 12 மீ × 16 மீ அளவுகள் கொண்ட ஒரு செவ்வக வடிவ பூங்காவைச் சுற்றி 'w' மீட்டர் அகலமுள்ள நடைபாதை அமைக்கப்படும் போது, அதன் மொத்தப் பரப்பு 285 சதுர மீட்டராக அதிகரிக்கிறது. நடைபாதையின் அகலத்தை கணக்கிடுக.
- கீழ்க்கண்ட ஒவ்வொரு சோடி பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.ம காண்க.  
(i)  $a^2 + 4a - 12$ ,  $a^2 - 5a + 6$  இவற்றின் மீ.பொ.வ  $a - 2$
- பின்வருவனவற்றின் வர்க்கமூலம் காண்க.

$$\frac{400x^4y^{12}z^{16}}{100x^8y^4z^4}$$

## பிரிவு - இ (2 × 5 = 10)

- வகுத்தல் முறையில் பின்வரும் பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் வர்க்க மூலம் காண்க.  
(i)  $x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$   
(ii)  $37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9$   
(iii)  $16x^4 + 8x^2 + 1$   
(iv)  $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$
- பின்வருவனவற்றில் முறையே  $f(x)$  மற்றும்  $g(x)$  ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ மற்றும் மீ.பொ.ம காண்க மேலும்  $f(x) \times g(x) = (\text{மீ.பொ.ம}) \times (\text{மீ.பொ.வ})$  என்பதைச் சரிபார்க்க.  
(i)  $21x^2y$ ,  $35xy^2$  (ii)  $(x^3 - 1)(x + 1)$ ,  $x^3 + 1$   
(ii)  $(x^3 - 1)(x + 1)$ ,  $(x^3 - 1)$   
(iii)  $(x^2y + xy^2)$ ,  $(x^2 + xy)$ .

## பிரிவு - ஈ (2 × 8 = 16)

- $y = x^2 - 4$  வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி  $x^2 - x - 12 = 0$  என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.
- $y = x^2 + x$  -யின் வரைபடம் வரைந்து,  $x^2 + 1 = 0$  என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

## 4

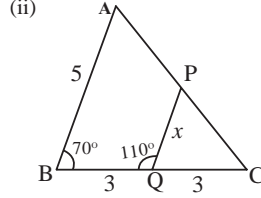
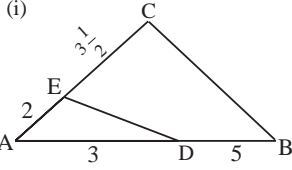
## வடிவியல்

## நனைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- ❑ **ப்தாகரஸ் தேற்றத்தின் கூற்று:**  
ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.
- ❑ **வடிவொத்தவைக்கான AA விதமுறை**  
ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் முறையே மற்றொரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்களுக்குச் சமமானால், அவ்விரு முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவை ஆகும். ஏனெனில் இரு முக்கோணங்களிலும் மூன்றாவது கோணம் சமமாக இருக்கும்.
- ❑ **வடிவொத்தவைக்கான SAS விதமுறை**  
ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் மற்றொரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்திற்கு சமமாகவும், அவை உள்ளிட்ட பக்கங்களும் விகித சமமாக இருந்தால் அவ்விரண்டு முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவை ஆகும்.

## பயிற்சி 4.1

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டவற்றில் எந்த முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை என்பதைச் சோதிக்கவும் மேலும்  $x$  -ன் மதிப்பு காண்க.



தீர்வு: கருது  $\triangle ADE$  மற்றும்  $\triangle ABC$

$$(i) \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$$

(ஒத்த முக்கோணங்கள் எனில்)

$$\left[ \because 3 \frac{1}{2} + 2 = 5 \frac{1}{2} = \frac{11}{2} \right]$$

ஆனால் இங்கு,  $\frac{2}{\frac{11}{2}} \neq \frac{3}{8}$

$$2 \times \frac{2}{11} \neq \frac{3}{8}$$

$$\frac{4}{11} \neq \frac{3}{8}$$

$\therefore$  இவை வடிவொத்தவை இல்லை

(ii)  $\triangle ABC$  மற்றும்  $\triangle PQC$ ,

$$\angle PQC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\angle ABC = \angle PQC = 70^\circ$$

$$\angle C = \angle C \text{ (பொதுவான கோணம்)}$$

$$\therefore \angle A = \angle QPC \text{ (}\therefore \text{AAA விதிமுறை)}$$

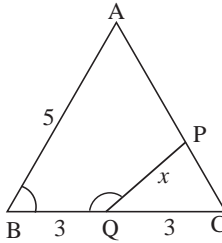
$\therefore \triangle ABC$  மற்றும்  $\triangle PQC$  வடிவொத்தவை

$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QC}$$

$$\frac{5}{x} = \frac{3+3}{3}$$

குறுக்கு பெருக்கல்  $6x = 15$

$$x = \frac{15}{6} = 2.5$$



2. ஒரு பெண் விளக்கு கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 6.6 மீ தொலைவிலுள்ள கண்ணாடியில் விளக்கு கம்ப உச்சியின் பிரதிபலிப்பைக் காண்கிறாள் 1.25 மீ உயரமுள்ள அப்பெண் கண்ணாடியிலிருந்து 2.5 மீ தொலைவில் நிற்கிறாள். கண்ணாடியானது வானத்தை நோக்கி வைக்கப்பட்டுள்ளது. அப்பெண்,

கண்ணாடி மற்றும் விளக்குகம்பம் ஆகியவை எல்லாம் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைவதாக எடுத்துக் கொண்டால், விளக்குக் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

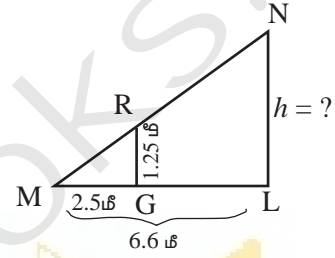
தீர்வு: M என்பது கண்ணாடியின் நிலை, G என்பது பெண்ணின் நிலை மற்றும் L என்பது விளக்கின் நிலை. GR என்பது பெண்ணின் உயரம் என்க.

$\Rightarrow GR = 1.25$  மீ மற்றும் NL என்பது விளக்கு கம்பத்தின் உயரம்  $\Rightarrow NL = h$ .

$\triangle MLN$ ,  $\triangle MGR$  ஒத்த முக்கோணங்கள்

$$[\because M \text{ பொது } \angle BGL = \angle NLG = 90^\circ$$

AA வரையறைப்படி]



$$\frac{GR}{LN} = \frac{MG}{ML}$$

$$\frac{1.25}{h} = \frac{2.5}{6.6}$$

$$1.25 \times 6.6 = 2.5 \times h$$

$$h = \frac{1.25 \times 6.6}{2.5}$$

$$h = \frac{125}{100} \times \frac{66}{10} \times \frac{10}{25}$$

$$= \frac{33}{10} = 3.3 \text{ மீ}$$

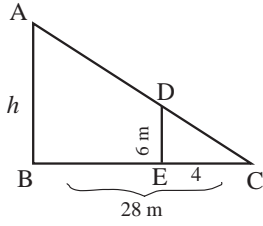
$\therefore$  விளக்கு கம்பத்தின் உயரம் = 3.3 மீ.

3. 6 மீ உயரமுள்ள செங்குத்தாக நிற்கும் கம்பமானது தரையில் 400 செ.மீ நீளமுள்ள நிழலை ஏற்படுத்துகிறது. ஒரு கோபுரமானது 28 மீ நீளமுள்ள நிழலை ஏற்படுத்துகிறது. கம்பம் மற்றும் கோபுரம் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைவதாகக் கருதி வடிவொத்த தன்மையைப் பயன்படுத்தி, கோபுரத்தின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:  $AB = h$  மீ என்பது கோபுரத்தின் உயரம் என்க

$DE = 6$  மீ என்பது கம்பத்தின் நீளம் என்க

மேலும்,  $BC = 28$  மீ என்பது கோபுரத்தின் நிழல் மற்றும்  $EC = 400$  செ.மீ = 4 மீ கம்பின் நிழல் படத்தில்  $\triangle ABC$ ,  $\triangle DEC$  ஒத்த முக்கோணங்கள்



$\Delta ABC$  மற்றும்  $\Delta DEC$ ,  $\angle C$  யில் பொது மற்றும்  $\angle ABC = \angle DEC = 90^\circ$

$\therefore$  AA வரையறைப்படி,  $\Delta ABC$  மற்றும்  $\Delta DEC$  வடிவொத்தது.

$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{6} = \frac{28}{4} \Rightarrow \frac{h}{6} = 7$$

$$\Rightarrow h = 6 \times 7$$

$$\Rightarrow h = 42 \text{ m}$$

$\therefore$  கோபுரத்தின் உயரம் = 42 மீ.

4. QR ஐ அடிப்பக்கமாகக் கொண்ட இரு முக்கோணங்கள் QPR மற்றும் QSR -ன் புள்ளிகள் P மற்றும் S -யில் செங்கோணங்களாக அமைந்துள்ளன. இரு முக்கோணங்களும் QR -யின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்துள்ளன. PR மற்றும் SQ என்ற பக்கங்கள் T என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றன எனில்,  $PT \times TR = ST \times TQ$  என நிறுவுக. [பி.டி.ஏ - 6]

தீர்வு:  $\Delta PQT$  மற்றும்  $\Delta TSR$  கருதுக,

$$\angle P = \angle S = 90^\circ \text{ மற்றும்}$$

$$\angle PTQ = \angle STR$$

[நேருக்கு நேர் எதிர்கோணங்கள்]

$\therefore$  AA வரையறைப்படி வடிவொத்தவை

$\Delta PQT$  க்கு  $\Delta TSR$  வடிவொத்தது,

$$\therefore \Delta PQT \sim \Delta TSR$$

இரண்டு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தது எனில் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமமுடையது.

$\Delta PQT$  யில்  $\angle 1$  மற்றும்

$\angle 2$  -க்கு இடையேயான பக்கம் PT

அதைப் போல  $\Delta TSR$ யில்  $\angle 1$  மற்றும்

$\angle 2$  யில் TSக்கு இடையேயான பக்கம். ... (1)

அதைப் போல  $\Delta PQT$  யில்  $\angle 2$  மற்றும்  $\angle 3$ யில் QT

மற்றும்  $\Delta TSR$ -க்கு இடையேயான பக்கம்  $\angle 2$  மற்றும்

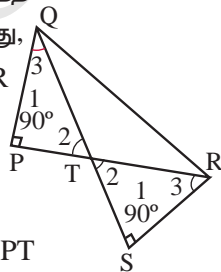
$\angle 3$  யில் TRக்கு இடையேயான பக்கம் ... (2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து [ $\because \Delta PQT \sim \Delta TSR$ ]

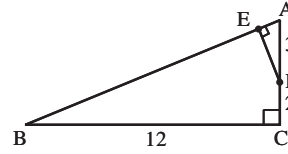
$$\Rightarrow PT \cdot TR = TS \cdot QT$$

$$\Rightarrow PT \times TR = ST \times TQ$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.



5. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், C-ஐ செங்கோணமாகக் கொண்ட  $\Delta ABC$ -யில்  $DE \perp AB$  எனில்,  $\Delta ABC \sim \Delta ADE$  என நிரூபிக்க. மேலும் AE மற்றும் DE ஆகியவற்றின் நீளங்களைக் காண்க.



தீர்வு: கணக்கின்படி,  $\angle C = 90^\circ = \angle DEA$

$\angle A$  ஆனது  $\Delta ABC$  மற்றும்  $\Delta ADE$  இரண்டிற்கும் பொதுவானது.

[ $\Delta ABC$  ஒரு செங்கோண முக்கோணம்

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$= 12^2 + 5^2 = 144 + 25$$

$$= 169]$$

$\therefore$  AA விதிமுறைப்படி

$\Delta ABC \sim \Delta ADE$

$\therefore$  அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதம் சமம்

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

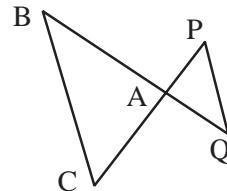
$$\frac{3}{13} = \frac{AE}{5} = \frac{DE}{12}$$

$$\frac{AE}{5} = \frac{3}{13} \Rightarrow AE = \frac{3 \times 5}{13} = \frac{15}{13}$$

$$\frac{DE}{12} = \frac{3}{13} \Rightarrow DE = \frac{3 \times 12}{13} = \frac{36}{13}$$

$$\therefore AE = \frac{15}{13}; DE = \frac{36}{13}$$

6. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில்,  $\Delta ACB \sim \Delta APQ$ .  $BC = 8$  செ.மீ,  $PQ = 4$  செ.மீ,  $BA = 6.5$  செ.மீ மற்றும்  $AP = 2.8$  செ.மீ எனில், CA மற்றும் AQ -யின் மதிப்பைக் காண்க.



தீர்வு:  $\Delta ABC \sim \Delta APQ \Rightarrow$  ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமமுடையது

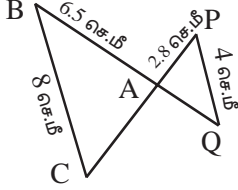
$$\frac{AB}{AQ} = \frac{BC}{PQ} = \frac{CA}{AP}$$

$$\Rightarrow \frac{6.5}{AQ} = \frac{8}{4} = \frac{CA}{2.8}$$



$$\Rightarrow \frac{6.5}{AQ} = \frac{2}{1} = \frac{CA}{2.8}$$

I            II        III



II மற்றும் III விருந்து

$$\Rightarrow CA = 2 \times 2.8 \Rightarrow CA = 5.6 \text{ செ.மீ}$$

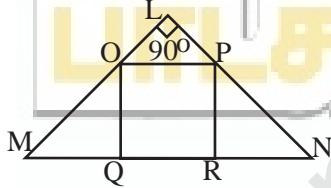
I மற்றும் II விருந்து

$$\Rightarrow 6.5 = 2AQ$$

$$\Rightarrow AQ = \frac{6.5}{2} \Rightarrow AQ = 3.25 \text{ செ.மீ}$$

7. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் OPRQ ஆனது சதுரம் மற்றும்  $\angle MLN = 90^\circ$  எனில், கீழ்க்கண்டவற்றை நிரூபிக்கவும்.

- (i)  $\triangle LOP \sim \triangle QMO$  (ii)  $\triangle LOP \sim \triangle RPN$   
(iii)  $\triangle QMO \sim \triangle RPN$  (iv)  $QR^2 = MQ \times RN$ .



- தீர்வு:** (i)  $\triangle LOP$  மற்றும்  $\triangle QMO$  மூலம் நமக்கு கிடைப்பது,  
 $\angle OLP = \angle MQO$  (ஒவ்வொன்றும்  $90^\circ$  க்கு சமம்)  
மற்றும்  $\angle LOP = \angle OMQ$  (ஒத்த கோணங்கள்)  
 $\triangle LOP \sim \triangle QMO$  (வடிவொத்தவைக்கான AA வரையறைப்படி)

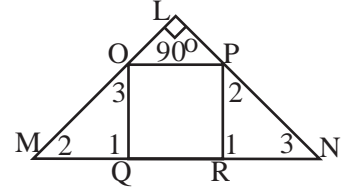
- (ii)  $\triangle LOP$  மற்றும்  $\triangle RPN$  மூலம் நமக்கு கிடைப்பது  
 $\angle PLO = \angle NRP$  (ஒவ்வொன்றும்  $90^\circ$  க்கு சமம்)  
 $\angle LPO = \angle PNR$  (ஒத்த முக்கோணங்கள்)  
 $\triangle LOP \sim \triangle RPN$  (வடிவொத்தவைக்கான AA வரையறைப்படி)

- (iii)  $\triangle QMO$  மற்றும்  $\triangle RPN$

ஏனெனில்  $\triangle LOP \sim \triangle QMO$  மற்றும்  $\triangle LOP \sim \triangle RPN$   
 $\triangle QMO \sim \triangle RPN$

- (iv) படி (iii)  $\triangle QMO \sim \triangle RPN$

எனவே ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமமுடையவை  $\triangle MQO$ , MQ யில்  $\angle 1$  மற்றும்  $\angle 2$  க்கு இடையே அமைந்துள்ளது.  $\triangle RPN$ , RP யில்  $\angle 1$  மற்றும்  $\angle 2$   
... (1)



மேலும்  $\triangle MQO$ , QO யில்  $\angle 1$  மற்றும்  $\angle 3$  க்கு இடையே அமைந்துள்ளது.  $\triangle RPN$ , RN யில்  $\angle 1$  மற்றும்  $\angle 3$   
... (2)

(1) மற்றும் (2) விருந்து,

$$\frac{MQ}{RP} = \frac{QO}{RN} \quad \dots (3)$$

ஆதலால் OPRQ சதுரம், QO = RP மற்றும் QO = QR

$$\Rightarrow QO = RP = QR$$

(3) விருந்து,

$$\frac{MQ}{QR} = \frac{QR}{RN}$$

$$\Rightarrow MQ \times RN = QR^2 \quad [\text{குறுக்கு பெருக்கல்}]$$

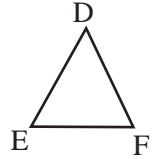
எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

8.  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  ல்,  $\triangle ABC$  -யின் பரப்பு 9 செ.மீ<sup>2</sup>,  $\triangle DEF$  -யின் பரப்பு 16 செ.மீ<sup>2</sup> மற்றும் BC = 2.1 செ.மீ எனில், EF -யின் நீளம் காண்க.

**தீர்வு:** வடிவொத்த முக்கோணங்களின் பரப்பளவானது அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களின் வர்க்கத்திற்கு சமம்.

$$\frac{\triangle ABC \text{ பரப்பு}}{\triangle DEF \text{ பரப்பு}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$$\frac{9}{16} = \frac{(2.1)^2}{EF^2}$$



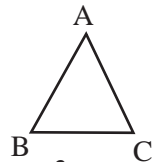
இரு புறமும் வர்க்க மூலம் காண

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{2.1}{EF}$$

$$3EF = 8.4$$

$$EF = \frac{8.4}{3} = 2.8 \text{ செ.மீ}$$

$$EF = 2.8 \text{ செ.மீ.}$$



9. 6மீ மற்றும் 3மீ உயரமுள்ள இரண்டு செங்குத்தான தூண்கள் AC என்ற தரையின் மேல் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு ஊன்றப்பட்டுள்ளது எனில், y ன் மதிப்பு காண்க.

[பிடி - 5]

அக்டோபர்

5

# ஆயத்தொலை வாழ்வியல்

நீளையில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் =  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளி =  $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
- AB உட்புறமாக  $m : n$  என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி P  $\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$
- வெளிப்புறமாக  $m : n$  என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி =  $\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$
- நடுக்கோட்டு மையம் =  $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$
- $\Delta$ -ன் பரப்பு =  $\{x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)\}$

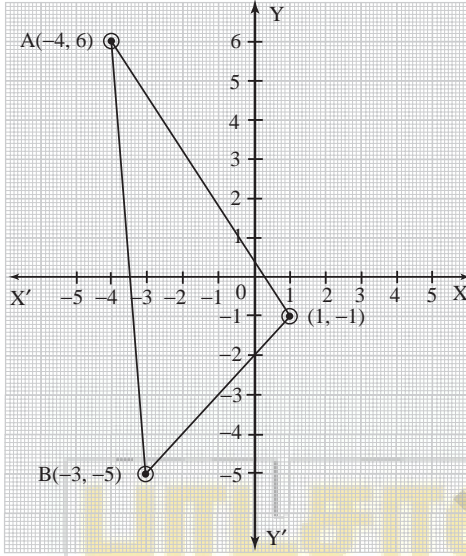
## பயிற்சி 5.1

1. கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.

(i)  $(1, -1)$ ,  $(-4, 6)$  மற்றும்  $(-3, -5)$  [Hy - 2019]

(ii)  $(-10, -4)$ ,  $(-8, -1)$  மற்றும்  $(-3, -5)$

தீர்வு : (i)  $(1, -1)$ ,  $(-4, 6)$  மற்றும்  $(-3, -5)$



$A(-4, 6)$ ,  $B(-3, -5)$ ,  $C(1, -1)$

$\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$   
 $(x_1, y_1)$   $(x_2, y_2)$   $(x_3, y_3)$

$\therefore \Delta ABC$  ன் பரப்பு =

$$\frac{1}{2} [(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1) - (x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_1 y_3)]$$

சதுர அலகுகள்

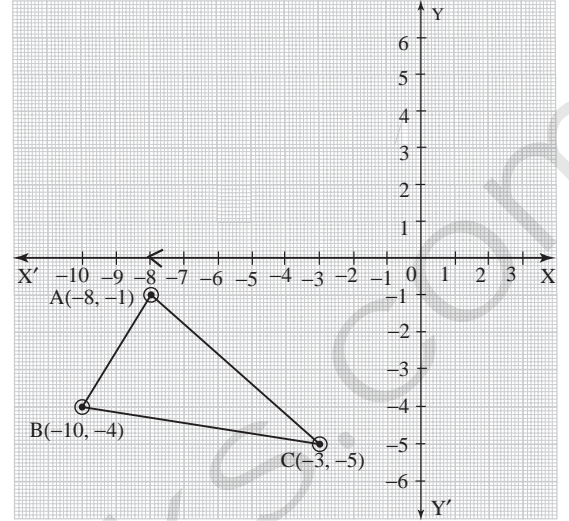
$$= \frac{1}{2} [((-4 \times -5) + (-3 \times -1) + (1 \times 6)) - ((-3 \times 6) + (1 \times -5) + (-4 \times -1))]$$

$$= \frac{1}{2} [(20 + 3 + 6) - (-18 - 5 + 4)]$$

$$= \frac{1}{2} [29 - (-19)] = \frac{1}{2} [29 + 19] = \frac{1}{2} \times 48$$

$$= 24 \text{ சதுர அலகுகள்.}$$

(ii)  $(-10, -4)$ ,  $(-8, -1)$  மற்றும்  $(-3, -5)$



$A(-8, -1)$ ,  $B(-10, -4)$   $C(-3, -5)$

$\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$   
 $(x_1, y_1)$   $(x_2, y_2)$   $(x_3, y_3)$

$\therefore \Delta ABC$  ன் பரப்பு

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -8 & -10 & -3 & -8 \\ -1 & -4 & -5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [((-8 \times -4) + (-10 \times -5) + (-3 \times -1)) - ((-1 \times -10) + (-4 \times -3) + (-5 \times -8))]$$

$$= \frac{1}{2} [(32 + 50 + 3) - (10 + 12 + 40)]$$

$$= \frac{1}{2} [85 - 62] = \frac{1}{2} \times 23 = 11.5 \text{ சதுர அலகுகள்}$$

2. கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையுமா எனத் தீர்மானிக்கவும்.

(i)  $(-\frac{1}{2}, 3)$ ,  $(-5, 6)$  மற்றும்  $(-8, 8)$

(ii)  $(a, b + c)$ ,  $(b, c + a)$  மற்றும்  $(c, a + b)$

தீர்வு : (i)  $A\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ ,  $B\left(-5, 6\right)$  மற்றும்  $C\left(-8, 8\right)$

$$\begin{aligned} \Delta ABC\text{-ன் பரப்பு} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} \text{ ச.அலகுகள்} \\ &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & -5 & -8 & -1 \\ 2 & 3 & 6 & 2 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \left[ \left( \left( \frac{-1}{2} \times 6 \right) + (-5 \times 8) + (-8 \times 3) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( (3 \times -5) + (6 \times -8) + \left( 8 \times \frac{-1}{2} \right) \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} [(-3 - 40 - 24) - (-15 - 48 - 4)] \\ &= \frac{1}{2} [-67 - (-67)] = \frac{1}{2} [-67 + 67] = 0 \text{ சதுர அலகுகள்} \end{aligned}$$

∴ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும்.

(ii)  $\Delta ABC$  -ன் பரப்பு

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்} \\ &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b & c & a \\ b+c & c+a & a+b & b+c \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \left[ (ac + a^2 + ab + b^2 + bc + c^2) \right. \\ &\quad \left. - (b^2 + bc + c^2 + ac + a^2 + ab) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ ac + a^2 + ab + b^2 + bc + c^2 \right. \\ &\quad \left. - b^2 - bc - c^2 - ac - a^2 - ab \right] \\ &= \frac{1}{2} (0) = 0 \text{ சதுர அலகுகள்} \end{aligned}$$

∴ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும்.

3. வரிசையில் அமைந்த முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகளும், அதன்பரப்பளவுகளும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. 'p'-யின் மதிப்பைக் காண்க.

எண்	முனைப் புள்ளிகள்	பரப்பு (சதுர அலகில்)
(i)	(0,0), (p, 8), (6, 2)	20
(ii)	(p, p), (5,6), (5, -2)	32

தீர்வு: (i) கொடுக்கப்பட்ட

$$A(0, 0), B(p, 8), C(6, 2)$$

பரப்பு 20 சதுர அலகுகள்

$$\Delta ABC\text{ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & p & 6 & 0 \\ 0 & 8 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 20$$

$$\Rightarrow [(0 + 2p + 0) - (0 + 48 + 0)] = 40$$

$$2p - 48 = 40$$

$$2p = 40 + 48 = 88$$

$$p = 44.$$

(ii) A(p, p), B(5, 6), C(5, -2)

பரப்பு = 32 சதுர அலகுகள்

$$\Delta ABC\text{ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} p & 5 & 5 & p \\ p & 6 & -2 & p \end{vmatrix} = 32$$

$$\Rightarrow [(6p - 10 + 5p) - (5p + 30 - 2p)] = 64$$

$$\Rightarrow (11p - 10 - 3p - 30) = 64$$

$$\Rightarrow 8p - 40 = 64$$

$$8p = 104$$

$$p = 13.$$

4. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு கோட்டில் அமைந்தவை எனில், 'a' -யின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) (2, 3), (4, a) மற்றும் (6, -3)

(ii) (a, 2 - 2a), (-a + 1, 2a) மற்றும்

$$(-4 - a, 6 - 2a)$$

தீர்வு: (i) கொடுக்கப்பட்ட  $\Delta ABC$  -ன் பரப்பு

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 & 2 \\ 3 & a & -3 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

(∵ புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமைந்தவை)

$$[(2a - 12 + 18) - (12 + 6a - 6)] = 0$$

$$(2a + 6) - (6 + 6a) = 0$$

$$2a + 6 - 6 - 6a = 0$$

$$-4a = 0$$

$$a = 0$$



(ii)  $\Delta ABC$ -ன் பரப்பு =  $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$  சதுர அலகுகள்

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & -a+1 & -4-a & a \\ 2-2a & 2a & 6-2a & 2-2a \end{vmatrix} = 0$$

$$[(2a^2 + (-a+1) \times (6-2a) + (-4-a) \times (2-2a)) - ((2-2a)(-a+1) + 2a(-4-a) + a(6-2a))] = 0$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 6a + 6 + 2a^2 - 2a + (-8) - 2a + 8a + 2a^2 - [-2a + 2a^2 + 2 - 2a - 8a - 2a^2 + 6a - 2a^2] = 0$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 6a + 6 + 2a^2 - 2a - 8 - 2a + 8a + 2a^2 + 2a - 2a^2 - 2 + 2a + 8a + 2a^2 - 6a + 2a^2 = 0$$

$$8a^2 + 4a - 4 = 0$$

$$2a^2 + a - 1 = 0$$

$$2a^2 + 2a - a - 1 = 0$$

$$2a(a+1) - 1(a+1) = 0$$

$$\Rightarrow (2a-1)(a+1) = 0$$

$$2a-1 = 0 \text{ அல்லது } a+1 = 0$$

$$2a = 1 \text{ அல்லது } a = -1$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ அல்லது } a = -1$$

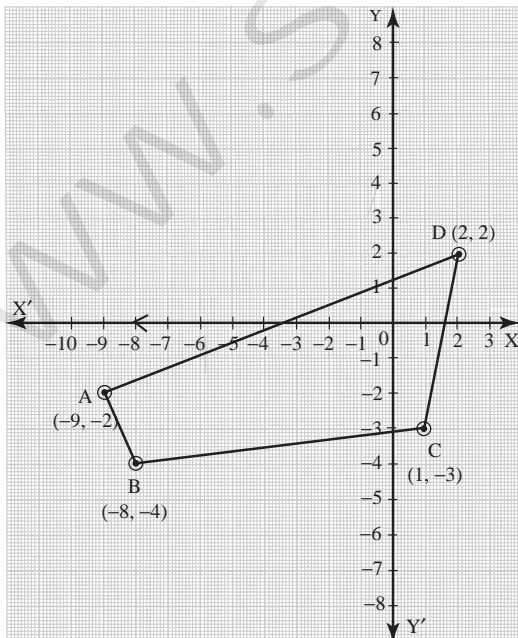
$$\therefore a = -1, \frac{1}{2}$$

5. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

(i)  $(-9, -2), (-8, -4), (2, 2)$  மற்றும்  $(1, -3)$

(ii)  $(-9, 0), (-8, 6), (-1, -2)$  மற்றும்  $(-6, -3)$

தீர்வு: (i)



$$A \begin{pmatrix} -9 & -2 \\ x_1 & y_1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} -8, & -4 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}, C \begin{pmatrix} 1, & -3 \\ x_3 & y_3 \end{pmatrix},$$

$$D \begin{pmatrix} 2, & 2 \\ x_4 & y_4 \end{pmatrix}$$

நாற்கரத்தின் பரப்பு

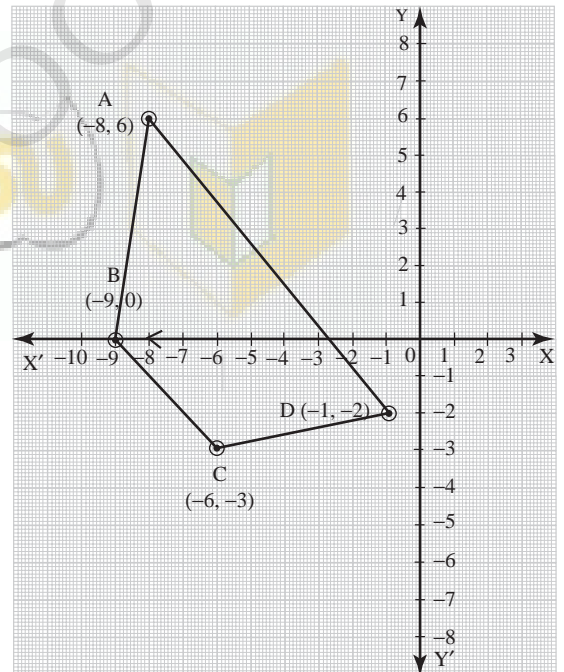
$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -9 & -8 & 1 & 2 & -9 \\ -2 & -4 & -3 & 2 & -2 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2} [(36 + 24 + 2 - 4) - (16 - 4 - 6 - 18)]$$

$$= \frac{1}{2} [58 - (-12)] = \frac{1}{2} (70) = 35 \text{ சதுர அலகுகள்}$$

(ii)



$$A \begin{pmatrix} x_1 & 6 \\ -8 & y_1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} x_2 & y_2 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}, C \begin{pmatrix} x_3 & y_3 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}, D \begin{pmatrix} x_4 & y_4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

நாற்கரம் ABCD-யின் பரப்பு

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -8 & -9 & -6 & -1 & -8 \\ 6 & 0 & -3 & -2 & 6 \end{vmatrix} \text{ ச. அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2} [(0 + 27 + 12 - 6) - (-54 + 0 + 3 + 16)] \text{ ச. அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2} (33 - (-35)) = \frac{1}{2} (33 + 35) = \frac{68}{2} = 34 \text{ ச. அலகுகள்}$$

6.  $(-4, -2), (-3, k), (3, -2)$  மற்றும்  $(2, 3)$  ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 28 ச. அலகுகள் எனில்,  $k$  -யின் மதிப்புக் காண்க. [செப். - 2020; பிடிஏ - 5]

தீர்வு:  $(-4, -2), (-3, k), (3, -2)$  மற்றும்  $(2, 3)$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (x_1, y_1) & (x_2, y_2) & (x_3, y_3) & (x_4, y_4) \end{array}$$

நாற்கரத்தின் பரப்பு

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & -3 & 3 & 2 & -4 \\ -2 & k & -2 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 28 \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow [(-4k + 6 + 9 - 4) - (6 + 3k - 4 - 12)] &= 56 \\ \Rightarrow 11 - 4k - (-10 + 3k) &= 56 \\ \Rightarrow -7k + 21 &= 56 \\ -7k &= 56 - 21 = 35 \\ k &= -5 \end{aligned}$$

7.  $A(-3, 9), B(a, b)$  மற்றும்  $C(4, -5)$  என்பன ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகள் மற்றும்  $a + b = 1$  எனில்,  $a$  மற்றும்  $b$  -யின் மதிப்பைக் காண்க. [Qy - 2019]

தீர்வு:

$$A(-3, 9), B(a, b) C(4, -5),$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (x_1, y_1) & (x_2, y_2) & (x_3, y_3) \end{array}$$

இவை ஒரே கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும்  $(a + b = 1)$ .

$$\therefore \Delta \text{-ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & a & 4 & -3 \\ 9 & b & -5 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

( $\therefore$  புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமைவன)

$$(-3b - 5a + 36) - (9a + 4b + 15) = 0$$

$$(-3b - 4b) + (-5a - 9a) + (36 - 15) = 0$$

$$-7b - 14a = -21$$

$$-7(b + 2a) = -21$$

$$b + 2a = 3$$

$$(b + a) + a = 3$$

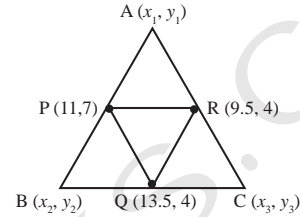
$$1 + a = 3$$

$$a = 2 \Rightarrow b = 1 - 2 = -1$$

$$\begin{array}{l} a = 2 \\ b = -1 \end{array}$$

8.  $\Delta ABC$ -யின் பக்கங்கள் AB, BC மற்றும் AC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே  $P(11, 7), Q(13.5, 4)$  மற்றும்  $R(9.5, 4)$  என்க. முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகள் A, B மற்றும் C காண்க. மேலும்,  $\Delta ABC$ -யின் பரப்பை  $\Delta PQR$  -யின் பரப்புடன் ஒப்பிடுக.

தீர்வு:  $P(11, 7), Q(13.5, 4)$  மற்றும்  $R(9.5, 4)$  இவை  $\Delta ABC$  ன் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள்.



$$\text{நடுப்புள்ளி } (x, y) = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$\therefore \text{AB-யின் நடுப்புள்ளி} = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$\left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = (11, 7)$$

$$\Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{2} = 11$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 22 \quad \dots(1)$$

$$\frac{y_1 + y_2}{2} = 7$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 = 14 \quad \dots(2)$$

$$\text{BC-யின் நடுப்புள்ளி} = \left( \frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2} \right)$$

$$= (13.5, 4)$$

$$\Rightarrow \frac{x_2 + x_3}{2} = 13.5$$

$$\Rightarrow x_2 + x_3 = 27.0 \quad \dots(3)$$

$$\Rightarrow \frac{y_2 + y_3}{2} = 4$$

$$\Rightarrow y_2 + y_3 = 8 \quad \dots(4)$$

$$\text{AC-யின் நடுப்புள்ளி} = \left( \frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{y_1 + y_3}{2} \right) = (9.5, 4)$$

$$\Rightarrow \frac{x_1 + x_3}{2} = 9.5$$

$$x_1 + x_3 = 19.0 \quad \dots(5)$$

$$\frac{y_1 + y_3}{2} = 4$$

$$y_1 + y_3 = 8 \quad \dots(6)$$

$$(1) + (3) + (5) \rightarrow 2(x_1 + x_2 + x_3) = 68$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 34 \quad \dots(7)$$

## 6

## முக்கோணவியல்

நீனைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- |                          |   |                          |  |
|--------------------------|---|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$        | <input type="checkbox"/> | $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec\theta$ |
| <input type="checkbox"/> | $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ | <input type="checkbox"/> | $\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$                 |
| <input type="checkbox"/> | $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$        | <input type="checkbox"/> | $\sec(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec}\theta$ |
| <input type="checkbox"/> | $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$                 | <input type="checkbox"/> | $\tan(90^\circ - \theta) = \cot\theta$                 |
| <input type="checkbox"/> | $\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$              | <input type="checkbox"/> | $\cot(90^\circ - \theta) = \tan\theta$                 |
|                          |   | <input type="checkbox"/> | $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$                      |
|                          |   | <input type="checkbox"/> | $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$                      |
|                          |   | <input type="checkbox"/> | $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$      |

## பயிற்சி 6.1

1. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

- (i)  $\cot \theta + \tan \theta = \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$   
(ii)  $\tan^4 \theta + \tan^2 \theta = \sec^4 \theta - \sec^2 \theta$

**தீர்வு :** (i) L.H.S =  $\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$

$$\left[ \because \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \text{ மற்றும் } \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right]$$

$$= \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta} \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$= \sec \theta \operatorname{cosec} \theta = \text{R.H.S}$$

(ii) L.H.S =  $\tan^2 \theta (\tan^2 \theta + 1)$ 

$$= \tan^2 \theta (\sec^2 \theta) = (\sec^2 \theta - 1)(\sec^2 \theta)$$

$$\text{குறிப்பு : } 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$\tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1$$

$$= \sec^4 \theta - \sec^2 \theta = \text{R.H.S}$$

2. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

(i)  $\frac{1 - \tan^2 \theta}{\cot^2 \theta - 1} = \tan^2 \theta$

(ii)  $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \sec \theta - \tan \theta$  [Qy - 2019]

**தீர்வு :** (i) L.H.S =  $\frac{1 - \tan^2 \theta}{\cot^2 \theta - 1} = \frac{1 - \tan^2 \theta}{\frac{1}{\tan^2 \theta} - 1}$

$$\left[ \because \cot^2 \theta = \frac{1}{\tan^2 \theta} \right]$$

$$= \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = 1 - \tan^2 \theta \times \frac{\tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$= \frac{\tan^2 \theta}{\tan^2 \theta} = \text{RHS}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(ii) L.H.S =  $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$

(பகுதி தொகுதியை  $(1 - \sin \theta)$  ஆல் பெருக்க

$$= \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} \times \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{\cos \theta - \cos \theta \sin \theta}{1 - \sin^2 \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta - \cos \theta \sin \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{\cos \theta \sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \sec \theta - \tan \theta = \text{R.H.S}$$

$$\text{குறிப்பு : } \frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$$

3. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

(i)  $\sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} = \sec \theta + \tan \theta$  [செப். - 2020]

(ii)  $\sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} + \sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}} = 2 \sec \theta$

**தீர்வு :** (i) L.H.S =  $\sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} \times \frac{1 + \sin \theta}{1 + \sin \theta}$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}} = \sqrt{\frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}}$$

$$[\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta]$$

$$= \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \sec \theta + \tan \theta = \text{R.H.S}$$

(ii) L.H.S =  $\sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} = \sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} \times \frac{\sqrt{1 + \sin \theta}}{\sqrt{1 + \sin \theta}}$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}} = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \sec \theta + \tan \theta \quad \dots (1)$$

$$\sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}} = \sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}} \times \frac{\sqrt{1 - \sin \theta}}{\sqrt{1 - \sin \theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}} = \frac{1 - \sin \theta}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \sec \theta - \tan \theta \quad \dots (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \sqrt{\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}} + \sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}}$$

$$= \sec \theta + \tan \theta + \sec \theta - \tan \theta$$

$$= 2 \sec \theta = \text{R.H.S} \quad \text{எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

4. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

(i)  $\sec^6 \theta = \tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta \sec^2 \theta + 1$

(ii)  $(\sin \theta + \sec \theta)^2 + (\cos \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 = 1 + (\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2$

**தீர்வு :** (i) L.H.S =  $\sec^6 \theta = (\sec^2 \theta)^3 = (1 + \tan^2 \theta)^3$

$$= (\tan^2 \theta + 1)^3$$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$  [இங்கு  $a = \tan^2 \theta$ ,  $b = 1$ ]

$$(\tan^2 \theta)^3 + 3(\tan^2 \theta)^2 \times 1 + 3 \times \tan^2 \theta \times 1^2 + 1$$

$$= \tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta \times (\sec^2 \theta - 1) + 3 \tan^2 \theta + 1$$

$$[\because \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1]$$

$$= \tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta \sec^2 \theta - 3 \tan^2 \theta + 3 \tan^2 \theta + 1$$

$$= \tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta \sec^2 \theta + 1 = \text{R.H.S}$$

$$(ii) \text{ L.H.S} = (\sin \theta + \sec \theta)^2 + (\cos \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2$$

$$= \sin^2 \theta + 2\sin \theta \sec \theta + \sec^2 \theta + \cos^2 \theta$$

$$+ 2\cos \theta \operatorname{cosec} \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2\sin \theta \sec \theta + 2\cos \theta \operatorname{cosec} \theta$$

$$[\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$\left[ \because \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}; \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} \right]$$

$$= 1 + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \left( \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)$$

$$= 1 + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \left( \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \right)$$

$$= 1 + \sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2 \times \left( \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \right)$$

$$= 1 + (\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + 2\sec \theta \operatorname{cosec} \theta)$$

$$= 1 + (\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 = \text{R.H.S}$$

### 5. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

$$(i) \sec^4 \theta (1 - \sin^4 \theta) - 2\tan^2 \theta = 1$$

$$(ii) \frac{\cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta} = \frac{\operatorname{cosec} \theta - 1}{\operatorname{cosec} \theta + 1}$$

$$\text{தீர்வு: (i) L.H.S} = \sec^4 \theta (1 - \sin^4 \theta) - 2\tan^2 \theta$$

$$= \frac{1}{\cos^4 \theta} (1 - \sin^4 \theta) - 2\tan^2 \theta$$

$$= \frac{1}{\cos^4 \theta} - \frac{\sin^4 \theta}{\cos^4 \theta} - 2\tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^4 \theta} - \frac{\sin^4 \theta}{\cos^4 \theta} - \frac{2\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{1 - \sin^4 \theta - 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\cos^4 \theta}$$

$$[\because \cos^4 \theta \text{ ஐ மீ.பொ.வ எடுக்க}]$$

$$= \frac{1 + \cos^4 \theta - \cos^4 \theta - \sin^4 \theta - 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\cos^4 \theta}$$

$$[\text{தொகுதியில் } \cos^4 \theta \text{ வை சுட்டி கழிக்க}]$$

$$= \frac{1 + \cos^4 \theta - [\sin^4 \theta + 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta + \cos^4 \theta]}{\cos^4 \theta}$$

$$[(-) \text{ ஐ மூன்று உறுப்புகளிலிருந்து பொதுவில் எடுக்க}]$$

$$= \frac{1 + \cos^4 \theta - (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2}{\cos^4 \theta}$$

$$[\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ இங்கு } a = \sin^2 \theta, b = \cos^2 \theta]$$

$$= \frac{1 + \cos^4 \theta - 1}{\cos^4 \theta} \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$= \frac{\cos^4 \theta}{\cos^4 \theta} = 1 = \text{RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது}$$

$$(ii) \text{ LHS} \frac{\cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta} = \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \cos \theta}{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \cos \theta}$$

$$= \frac{\cancel{\cos \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} - 1 \right)}{\cancel{\cos \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} + 1 \right)} \quad \left[ \because \frac{1}{\sin \theta} = \operatorname{cosec} \theta \right]$$

$$= \frac{\operatorname{cosec} \theta - 1}{\operatorname{cosec} \theta + 1} = \text{R.H.S}$$

### 6. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

$$(i) \frac{\sin A - \sin B}{\cos A + \cos B} + \frac{\cos A - \cos B}{\sin A + \sin B} = 0$$

$$(ii) \frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A} = 2$$

$$\text{தீர்வு: (i) LHS} = \frac{\sin A - \sin B}{\cos A + \cos B} + \frac{\cos A - \cos B}{\sin A + \sin B}$$

$$= \frac{(\sin A - \sin B)(\sin A + \sin B) + (\cos A + \cos B)(\cos A - \cos B)}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}$$

$$= \frac{\sin^2 A - \sin^2 B + \cos^2 A - \cos^2 B}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}$$

$$= \frac{(\sin^2 A + \cos^2 A) - (\sin^2 B + \cos^2 B)}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}$$

$$= \frac{1 - 1}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)} = 0 = \text{R.H.S}$$

$$(ii) \text{ LHS} = \frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A}$$

$$= \frac{(\sin A + \cos A)^3 - 3\sin A \cos A (\sin A + \cos A)}{\sin A + \cos A}$$

$$+ \frac{(\sin A - \cos A)^3 + 3\sin A \cos A (\sin A - \cos A)}{\sin A - \cos A}$$

$$[\because a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) \text{ மற்றும் } a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \text{ இங்கு } a = \sin A \text{ மற்றும் } b = \cos A]$$

$$= \frac{(\sin A + \cos A)^2 - 3\sin A \cos A}{\sin A + \cos A}$$

$$+ \frac{(\sin A - \cos A)^2 + 3\sin A \cos A}{\sin A - \cos A}$$

$$[\because (\sin A + \cos A) \text{ ஐ முதல் உறுப்பிலிருந்து பொதுவில் எடுக்க மற்றும் } (\sin A - \cos A) \text{ வை இரண்டாம் உறுப்பிலிருந்து பொதுவில் எடுக்க}]$$

$$= (\sin A + \cos A)^2 - 3\sin A \cos A + (\sin A - \cos A)^2 + 3\sin A \cos A$$



$$= \sin^2 A + \cos^2 A + 2 \sin A \cos A - 3 \sin A \cos A + \sin^2 A + \cos^2 A - 2 \sin A \cos A + 3 \sin A \cos A$$

$$= 2 \sin^2 A + 2 \cos^2 A = 2 (\sin^2 A + \cos^2 A) = 2$$

$$= \text{RHS. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

7. (i)  $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{3}$  எனில்,  $\tan \theta + \cot \theta = 1$  என்பதை நிரூபிக்கவும்.

(ii)  $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = 0$  எனில், [பிடி - 3]  
 $\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$  என நிறுவுக.

**தீர்வு:** (i) கொடுக்கப்பட்ட  $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{3}$   
 இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த  
 $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sqrt{3}^2$   
 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = 3$   
 $1 + 2 \sin \theta \cos \theta = 3$   
 $2 \sin \theta \cos \theta = 3 - 1 = 2 \sin \theta \cos \theta = 2$   
 $\therefore \sin \theta \cos \theta = \frac{2}{2} = 1 \quad \dots (1)$

$$\text{L.H.S} = \tan \theta + \cot \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta}$$

$$= \frac{1}{\cos \theta \sin \theta} \quad [\text{1ஐப் பயன்படுத்தி}]$$

$$= \frac{1}{1} = 1 = \text{R.H.S. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

(ii) கொடுக்கப்பட்ட  $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = 0$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \sin \theta = \cos \theta$$

இருபுறமும்  $\cos \theta$  ஆல் வகுக்க

$$\frac{\sqrt{3} \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos \theta}{\cos \theta}$$

$$\frac{\sqrt{3} \sin \theta}{\cos \theta} = 1 \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30^\circ \quad \left[ \because \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$$

$$\text{L.H.S} = \tan 3\theta = \tan(3 \times 30) = \tan 90 = \infty$$

$$\text{R.H.S} = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ என பிரதியிட கிடைப்பது}$$

$$\text{RHS} = \frac{3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3}{1 - 3 \times \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{3\sqrt{3}}}{1 - 1} = \frac{9 - 1}{0} = \frac{8}{0} = \infty \dots (2)$$

$$\therefore (1) = (2)$$

$$\left[ \because \frac{\text{எந்த எண்}}{0} = \infty \right]$$

$$\therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

8. (i)  $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = m$  மற்றும்  $\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = n$ , எனக் கொண்டு  $(m^2 + n^2) \cos^2 \beta = n^2$  என்பதை நிரூபிக்கவும்.

(ii)  $\cot \theta + \tan \theta = x$  மற்றும்  $\sec \theta - \cos \theta = y$  எனில்,  $(x^2 y)^{\frac{2}{3}} - (xy^2)^{\frac{2}{3}} = 1$  என்பதை நிரூபிக்கவும்.

**தீர்வு:** (i) கொடுக்கப்பட்ட  $m = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$ ,  $n = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta}$

கருது

$$\text{LHS} = (m^2 + n^2) \cos^2 \beta$$

$$= \left[ \left( \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right)^2 + \left( \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \right)^2 \right] \cos^2 \beta$$

$$= \left[ \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta} \right] \cos^2 \beta$$

$$= \left( \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta} \right) \times \cos^2 \beta$$

$$= \left( \frac{\cos^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta \cdot \sin^2 \beta} \right) \cos^2 \beta$$

$$= \frac{\cos^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta}$$

$$= \frac{\cos^2 \alpha \cancel{\sin^2 \beta} + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta}{\sin^2 \beta}$$

$$= \cos^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta)}{\sin^2 \beta} \quad [\because \cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta]$$

$$= \cos^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2 \beta}$$

$$= \cos^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta} - \frac{\cos^2 \alpha \cancel{\sin^2 \beta}}{\cancel{\sin^2 \beta}}$$

$$= \cos^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta} - \cos^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta} = \left( \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \right)^2$$

$$= n^2 = \text{RHS} \quad \text{எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

$$(ii) \text{ கொடுக்கப்பட்ட } x = \cot \theta + \tan \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$y = \sec \theta - \cos \theta = \frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}$$

$$\therefore x^2 y = \frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} \times \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos^3 \theta}$$

$$xy^2 = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \times \frac{\sin^4 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin^3 \theta}{\cos^3 \theta}$$

$$(x^2 y)^{\frac{2}{3}} = \left( \frac{1}{\cos^3 \theta} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{\cos^{\frac{2}{3} \times \frac{3}{1}}} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$(xy^2)^{\frac{2}{3}} = \left( \frac{\sin^3 \theta}{\cos^3 \theta} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$\text{LHS} = \frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 1 = \text{R.H.S}$$

9. (i)  $\sin \theta + \cos \theta = p$  மற்றும்  $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = q$  எனில்,  $q(p^2 - 1) = 2p$  என்பதை நிரூபிக்கவும். [Qy - 2019]

(ii)  $\sin \theta (1 + \sin^2 \theta) = \cos^2 \theta$  எனில்,  $\cos^6 \theta - 4\cos^4 \theta + 8\cos^2 \theta = 4$  என்பதை நிரூபிக்கவும்.

**தீர்வு:** (i) கொடுக்கப்பட்ட  $p = \sin \theta + \cos \theta$   
 $\Rightarrow p^2 = (\sin \theta + \cos \theta)^2$   
 $p^2 = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{1} + 2\sin \theta \cos \theta$   
 $\Rightarrow p^2 = 1 + 2\sin \theta \cos \theta \quad \dots (1)$   
 $p^2 - 1 = 2\sin \theta \cos \theta$

கொடுக்கப்பட்ட  $q = \sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta}$   
 $= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}$

$\therefore \text{L.H.S} = q(p^2 - 1) = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} \times 2\sin \theta \cos \theta$   
 $[ (1) \text{ஐ பயன்படுத்தி} ]$   
 $= 2(\sin \theta + \cos \theta) = 2p = \text{R.H.S}$

(ii) கொடுக்கப்பட்ட  $\sin \theta (1 + \sin^2 \theta) = \cos^2 \theta \quad \dots (1)$

(1) -ன் இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த கிடைப்பது  
 $\sin^2 \theta (1 + \sin^2 \theta)^2 = \cos^4 \theta$   
 $(1 - c^2) (1 + 1 - c^2)^2 = c^4$   
 $(1 - c^2) (2 - c^2)^2 = c^4$

$[\because \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \text{ மற்றும் } \cos \theta = c \text{ என பிரதியிடு}]$   
 $(1 - c^2) (4 + c^4 - 4c^2) = c^4$

$$4 + c^4 - 4c^2 - 4c^2 - c^6 + 4c^4 = c^4$$

$$-c^6 + 4c^4 - 8c^2 = -4$$

$$c^6 - 4c^4 + 8c^2 = 4 \quad [ \because c = \cos \theta ]$$

$$\Rightarrow \cos^6 \theta - 4\cos^4 \theta + 8\cos^2 \theta = 4 = \text{R.H.S}$$

$\therefore$  எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

10.  $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1}{a}$  எனில்,  $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = \sin \theta$  என்பதை நிரூபிக்கவும்.

**தீர்வு:**  $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1}{a} \quad \therefore a = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$

நிரூபிக்க வேண்டியது  $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = \sin \theta$

இடப்பக்கம்  $= \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$

$$= \frac{\left( \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right)^2 - 1}{\left( \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right)^2 + 1} = \frac{\frac{1^2 + \sin^2 \theta + 2\sin \theta}{\cos^2 \theta} - 1}{\frac{1^2 + \sin^2 \theta + 2\sin \theta}{\cos^2 \theta} + 1}$$

$$= \frac{1 + \sin^2 \theta + 2\sin \theta - \cos^2 \theta}{1 + \sin^2 \theta + 2\sin \theta + \cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{(1 - \cos^2 \theta) + \sin^2 \theta + 2\sin \theta}{\cos^2 \theta} \times \frac{\cos^2 \theta}{1 + (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + 2\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + \sin^2 \theta + 2\sin \theta}{1 + 1 + 2\sin \theta} \quad \left[ \begin{array}{l} \because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \\ 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta \end{array} \right]$$

$$= \frac{2\sin^2 \theta + 2\sin \theta}{2 + 2\sin \theta} = \frac{2\sin \theta (\sin \theta + 1)}{2(1 + \sin \theta)}$$

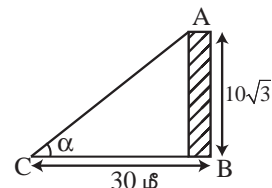
$$= \sin \theta = \text{வலப்பக்கம்}$$

### பயிற்சி 6.2

1.  $10\sqrt{3}$  மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணத்தைக் காண்க.

[Hy - 2019; பிடி.ஏ - 2; செப். - 2021]

**தீர்வு:**



## அலகுத் தேர்வு

நேரம் : 45 நிமிடங்கள்

மதிப்பெண்கள் : 25

## பகுதி - A

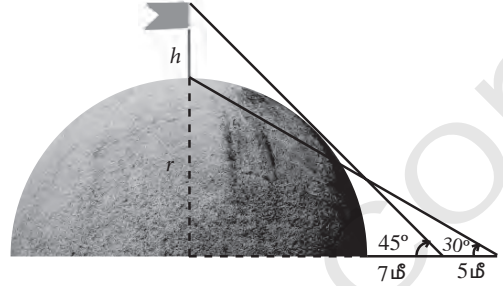
5 × 1 = 5

1.  $\tan \theta \operatorname{cosec}^2 \theta - \tan \theta$  is equal to  
(அ)  $\sec \theta$  (ஆ)  $\cot^2 \theta$   
(இ)  $\sin \theta$  (ஈ)  $\cot \theta$
2.  $\sin \theta + \cos \theta = a$  மற்றும்  $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = b$ ,  
எனில்  $b(a^2 - 1)$  -ன் மதிப்பு  
(அ)  $2a$  (ஆ)  $3a$  (இ)  $0$  (ஈ)  $2ab$
3. இரண்டு நபர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு  $x$  மீ ஆகும். முதல் நபரின் உயரமானது இரண்டாவது நபரின் உயரத்தைப் போல இரு மடங்காக உள்ளது. அவர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு நேர்கோட்டின் மையப் புள்ளியிலிருந்து இரு நபர்களின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணங்கள் நிரப்புக்கோணங்கள் எனில், குட்டையாக உள்ள நபரின் உயரம் (மீட்டரில்) காண்க.  
(அ)  $\sqrt{2}x$  (ஆ)  $\frac{x}{2\sqrt{2}}$  (இ)  $\frac{x}{\sqrt{2}}$  (ஈ)  $2x$
4. ஒரு கோபுரத்தின் உயரத்திற்கும் அதன் நிழலின் நீளத்திற்கும் உள்ள விகிதம்  $\sqrt{3} : 1$ , எனில் சூரியனைக் காணும் ஏற்றக் கோண அளவானது  
(அ)  $45^\circ$  (ஆ)  $30^\circ$  (இ)  $90^\circ$  (ஈ)  $60^\circ$
5. ஓர் ஏரியின் மேலே  $h$  மீ உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து மேகத்திற்கு உள்ள ஏற்றக்கோணம்  $\beta$ . மேக பிம்பத்தின் இறக்கக் கோணம்  $45^\circ$  எனில், ஏரியில் இருந்து மேகத்திற்கு உள்ள உயரமானது.  
(அ)  $\frac{h(1 + \tan \beta)}{1 - \tan \beta}$  (ஆ)  $\frac{h(1 - \tan \beta)}{1 + \tan \beta}$   
(இ)  $h \tan(45^\circ - \beta)$  (ஈ) இவை ஏதுமில்லை

## பகுதி - B

5 × 2 = 10

1. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.  
(i)  $\sec^6 \theta = \tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta \sec^2 \theta + 1$   
(ii)  $(\sin \theta + \sec \theta)^2 + (\cos \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 = 1 + (\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2$
2. 'r' மீ ஆரம் கொண்ட அரைக்கோளக் குவிமாடத்தின் மீது 'h' மீ உயரமுள்ள ஒரு கொடிக்கம்பம் நிற்கிறது. குவிமாடத்தின் அடியிலிருந்து 7 மீ தொலைவில் ஒருவர் நிற்கிறார். அவர் கொடிக்கம்பத்தின் உச்சியை  $45^\circ$  ஏற்றக் கோணத்திலும் நிற்குமிடத்திலிருந்து மேலும் 5 மீ தொலைவில் விளக்கிச் சென்று கொடிக்கம்பத்தின் அடியை  $30^\circ$  ஏற்றக் கோணத்திலும் பார்க்கிறார் எனில்,  
(i) கொடிக்கம்பத்தின் உயரம் (ii) அரைக் கோளக் குவிமாடத்தின் ஆரம் ஆகியவற்றைக் காண்க.



3. இரண்டு கட்டடங்களுக்கு இடைப்பட்ட கிடைமட்டத் தொலைவு 70 மீ ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து முதல் கட்டடத்தின் உச்சிக்கு உள்ள இறக்கக்கோணம்  $45^\circ$  ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயரம் 120 மீ எனில் முதல் கட்டடத்தின் உயரத்தைக் காண்க.
4.  $x \sin^3 \theta + y \cos^3 \theta = \sin \theta \cos \theta$  மற்றும்  $x \sin \theta = y \cos \theta$  எனில்,  $x^2 + y^2 = 1$  என நிரூபிக்கவும்.
5. 90அடி உயரமுள்ள கட்டத்தின் மேலிருந்து ஒளி ஊடுருவும் கண்ணாடிச் சுவர் கொண்ட மின் தூக்கியானது கீழ் நோக்கி வருகிறது. கட்டத்தின் உச்சியில் மின் தூக்கி இருக்கும் போது பூந்தோட்டத்தில் உள்ள ஒரு நீரற்றின் இறக்கக்கோணம்  $60^\circ$  ஆகும். இரண்டு நிமிடம் கழித்து அதன் இறக்கக்கோணம்  $30^\circ$  ஆக குறைகிறது. மின்தூக்கியின் நுழைவு வாயிலிருந்து நீரற்று 30 $\sqrt{3}$  அடி தொலைவில் உள்ளது எனில் மின்தூக்கி கீழே வரும் வேகத்தைக்காண்க.

## பகுதி - C

2 × 5 = 10

1. முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.  
(i)  $\frac{1 - \tan^2 \theta}{\cot^2 \theta - 1} = \tan^2 \theta$   
(ii)  $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \sec \theta - \tan \theta$
2. 80 மீ உயரமுள்ள மரத்தின் உச்சியில் ஒரு பறவை இருக்கிறது. தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பறவையின் ஏற்றக்கோணம்  $45^\circ$ . பறவை ஒரே உயரத்தில் கிடைமட்டத்தில் பறந்து செல்கிறது. 2 வினாடிகள் கழித்து அதே புள்ளியிலிருந்து பறவையின் ஏற்றக்கோணம்  $30^\circ$  எனில், பறவை பறக்கும் வேகத்தினைக் காண்க. ( $\sqrt{3} = 1.732$ )



# அளவியல்

## நீனைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- நேர்வட்ட உருளையின் வளைபரப்பு =  $2\pi rh$  சதுர அலகுகள்
- நேர்வட்ட உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு =  $2\pi r (h+r)$  சதுர அலகுகள்
- உள்ளீடற்ற உருளையின் வளைபரப்பு =  $2\pi Rh + 2\pi rh$ .
- நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு =  $\pi rl$ .
- நேர்வட்டக் கூம்பின் மொத்தப் புறப்பரப்பு =  $\pi r (l + r)$ .
- அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு =  $2\pi r^2$ .
- அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு =  $3\pi r^2$ .
- உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு =  $2\pi (R^2 + r^2)$ .
- நேர்வட்டக் கூம்பின் இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு =  $\pi(R + r)l$ .
- நேர்வட்டக் கூம்பின் இடைக்கண்டத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு =  $\pi (R + r)l + \pi R^2 + \pi r^2$ .

## பயிற்சி 7.1

1. ஓர் உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரங்களின் விகிதம் 5:7 ஆகும். அதன் வளைபரப்பு 5500 ச.செ.மீ எனில், உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காண்க.

**தீர்வு:** கொடுக்கப்பட்ட  $r : h = 5 : 7$

$$r = 5x \text{ மற்றும்}$$

$$h = 7x$$

$$\text{உருளையின் வளைபரப்பு} = 2\pi rh$$

$$\therefore 5500 = 2 \times \frac{22}{7} \times 5x \times 7x$$

$$220x^2 = 5500$$

$$x^2 = \frac{550}{22} = 25$$

$$\therefore x = 5$$

$$\therefore \text{உருளையின் ஆரம்} = 5 \times 5 = 25 \text{ செ.மீ}$$

$$[\because r = 5x \text{ மற்றும் } x = 5]$$

$$\text{உயரம்} = 7 \times 5 = 35 \text{ செ.மீ}$$

2. ஒரு திண்ம இரும்பு உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு 1848 ச.மீ மேலும் அதன் வளைபரப்பு, மொத்தப் புறப்பரப்பில் ஆறில் ஐந்து பங்காகும் எனில், இரும்பு உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காணவும்.

**தீர்வு:** உருளையின் வளைபரப்பு =  $\frac{5}{6}$  உருளையின் மொத்தப்பரப்பு

$$\text{மொத்தப் பரப்பு} = 1848 \text{ மீ}^2$$

$$2\pi r(h+r) = 1848 \text{ மீ}^2$$

$$2\pi rh + 2\pi r^2 = 1848 \text{ மீ}^2$$

$$\frac{5}{6} \times 1848 + 2\pi r^2 = 1848$$

$$[\because 2\pi rh = \frac{5}{6} \times \text{மொத்தப் பரப்பு}]$$

$$1540 + 2\pi r^2 = 1848$$

$$2\pi r^2 = 1848 - 1540 = 308$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 308$$

$$\Rightarrow r^2 = 308 \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{22}$$

$$\Rightarrow r^2 = 49$$

$$\Rightarrow r = 7 \text{ மீ.}$$

$$2\pi rh = \frac{5}{6} \times 1848$$

$$2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times h = \frac{5}{6} \times 1848$$

$$\Rightarrow h = 35 \text{ மீ}$$

$$\therefore \text{ஆரம் } r = 7 \text{ மீ, உயரம்} = 35 \text{ மீ.}$$

3. ஓர் உள்ளீடற்ற மர உருளையின் வெளிப்புற ஆரம் மற்றும் நீளம் முறையே 16 செ.மீ மற்றும் 13 செ.மீ ஆகும். அதன் தடிமன் 4 செ.மீ எனில் உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு எவ்வளவு?

**தீர்வு:** கொடுக்கப்பட்ட  $R = 16$  செ.மீ  $r = R -$  தடிமன்

$$h = 13 \text{ செ.மீ} = 16 - 4 = 12 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{தடிமன்} = 4 \text{ செ.மீ} \Rightarrow r = 12 \text{ செ.மீ}$$

உள்ளீடற்ற உருளையின் மொத்தப்பரப்பு =  $2\pi(R+r)$   
( $R-r+h$ ) சதுர அலகுகள்

$$\begin{aligned} \text{மொத்த பரப்பு} &= 2 \times \frac{22}{7} (16+12)(16-12+13) \\ &= \frac{44}{7} (28)(17) \end{aligned}$$

$$\text{மொத்தப்புறப்பரப்பு} = 2992 \text{ ச.செ.மீ}^2$$

4. PQR என்ற செங்கோண முக்கோணத்தில்  $QR = 16$  செ.மீ,  $PR = 20$  செ.மீ மற்றும்  $\angle Q = 90^\circ$  ஆகும். QR மற்றும் PQ -ஐ மைய அச்சுகளாகக் கொண்டு சுழற்றும் போது உருவாகும் கூம்பு களின் வளைபரப்புகளை ஒப்பிடுக.

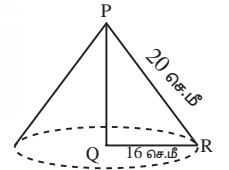
**தீர்வு:** PQ மைய அச்சாக கொண்டு சுழற்றும் போது உருவாகும் கூம்பின் வளைபரப்பு =  $\pi r l$ .

[இங்கு  $r = 16, l = 20$ ]

$$= \frac{22}{7} \times 16 \times 20$$

$$= \frac{7040}{7}$$

$$= 1005.71 \text{ செ.மீ}^2$$



QR ஐ மைய அச்சாகக் கொண்டு சுழற்றும் போது கூம்பின் வளைபரப்பு.

$$= \pi r l. \quad [\text{இங்கு } h = 16, l = 20]$$

$$\text{இங்கு } r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{20^2 - 16^2}$$

$$= \sqrt{400 - 256} = \sqrt{144} = 12 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{வளைபரப்பு} = \pi r l = \frac{22}{7} \times 12 \times 20$$

$$= \frac{5280}{7} = 754.28 \text{ செ.மீ}^2.$$

$$1005.71 > 754.28.$$

எனவே, PQ மைய பொருத்து சுழற்றும் போது கூம்பின் புறப்பரப்பு அதிகமாக இருக்கும்.

5. சாயுயரம் 19 மீ கொண்ட கூம்பு வடிவக் கூடாரத்தில் நால்வர் உள்ளனர். ஒருவருக்கு 22 ச.மீ பரப்பு தேவை எனில், கூடாரத்தின் உயரத்தைக் கணக்கிடவும்.

**தீர்வு:** கொடுக்கப்பட்ட  $l = 19$  மீ

$$\text{கூம்பின் அடிப்பரப்பு} = \pi r^2 \text{ சதுர அலகுகள்}$$



$$\pi r^2 = 4 \times 22 \text{ மீ}^2 \Rightarrow \frac{22}{7} \times r^2 = 88$$

$$[\because 4 \text{ நபர்களுக்கான பரப்பளவு} = 4 \times 22]$$

$$r^2 = 8 \cancel{8} \times \frac{7}{2 \cancel{2}}$$

$$= \frac{616}{22} = 28 \text{ மீ}^2$$

$$l = 19 \text{ மீ}$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2}$$

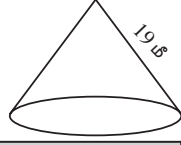
$$[\because l^2 = h^2 + r^2]$$

$$= \sqrt{19^2 - 28}$$

$$= \sqrt{361 - 28}$$

$$= \sqrt{333}$$

$$h = 18.25 \text{ மீ}$$



குறிப்பு :

	18.2
1	33300
1	233
28 × 8	224
362 × 2	900
	724
3645 × 5	17600

எனவே கூம்பின் உயரம் = 18.25 மீ.

6. ஒரு சிறுமி தனது பிறந்த நாளைக் கொண்டாடக் கூம்பு வடிவத் தொப்பிகளை 5720 ச.செ.மீ பரப்புள்ள காகிதத்தாளை பயன்படுத்தித் தயாரிக்கிறாள். 5 செ.மீ ஆரமும், 12 செ.மீ உயரமும் கொண்ட எத்தனை தொப்பிகள் தயாரிக்க முடியும்?

தீர்வு :

$$r = 5 \text{ செ.மீ}$$

$$h = 12 \text{ செ.மீ}$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{r^2 + h^2} \Rightarrow l = \sqrt{25 + 144}$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{169} \Rightarrow l = 13 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{தேவையான தொப்பிகள்} = \frac{\text{காகிதத்தின் பரப்பு}}{1 \text{ தொப்பியின் பரப்பு}}$$

$$= \frac{5720}{\pi r l} = \frac{22}{7} \times 5 \times 13$$

$$\text{ஒரு தொப்பியின் பரப்பு} = \frac{22}{7} \times 5 \times 13$$

$$= \frac{5720}{1430} = 5720 \times \frac{7}{1430} = \frac{4004}{143}$$

$$= 28 \text{ தொப்பிகள்}$$

எனவே 28 தொப்பிகள் தயாரிக்க முடியும்.

7. சம உயரங்களையுடைய இரு நேர்வட்டக் கூம்புகளின் ஆரங்கள் 1:3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. கூம்புகளின் உயரம் சிறிய கூம்பின் ஆரத்தின் மூன்று மடங்கு எனில், வளைபரப்புகளின் விகிதம் காண்க. [பிடிஎ - 2]

தீர்வு :  $r_1, r_2$  நேர்வட்டக் கூம்புகளின் ஆரங்கள் மற்றும் உயரங்கள் முறையே  $h_1, h_2$ .

கொடுக்கப்பட்ட  $r_1 : r_2 = 1 : 3 \Rightarrow r_1 = 1(x)$  மற்றும்  $r_2 = 3(x)$  இங்கு  $x$  என்பது ஒரு மிகை எண்.

இங்கு  $r_1 = x$  என்பது சிறிய கூம்பின் ஆரம் ... (1)

மேலும், கொடுக்கப்பட்ட  $h_1 = 3$  (சிறிய கூம்பின் ஆரம்) மற்றும்  $h_2 = 3$  (சிறிய கூம்பின் ஆரம்)

$$\Rightarrow h_1 = 3x \text{ மற்றும் } h_2 = 3x \quad [(1) \text{ ஐ பயன்படுத்தி}]$$

இங்கு  $l_1, l_2$  நேர்வட்டக் கூம்பின் சாயுரம் என்க.

$$l_1 = \sqrt{h_1^2 + r_1^2} = \sqrt{(3x)^2 + x^2} = \sqrt{9x^2 + x^2}$$

$$= \sqrt{10x^2} = x\sqrt{10} \text{ மற்றும் } l_2 = \sqrt{h_2^2 + r_2^2}$$

$$= \sqrt{9x^2 + 9x^2} = \sqrt{18x^2} = \sqrt{9 \times 2 \times x^2}$$

$$\Rightarrow l_2 = 3x\sqrt{2}$$

$CSA_1$  மற்றும்  $CSA_2$  முறையே வளைபரப்புகள் என்க.

$$\therefore CSA_1 = \pi r_1 l_1 = \pi (x) (x) \sqrt{10} = \pi x^2 \sqrt{10}$$

$$\dots (3)$$

$$\text{மற்றும் } CSA_2 = \pi r_2 l_2 = \pi (3x) (3x\sqrt{2}) = 9x^2\pi\sqrt{2}$$

$$\dots (4)$$

$\therefore CSA$  இரண்டு நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பின் விகிதங்கள்.

$$\frac{CSA_1}{CSA_2} = \frac{\pi x^2 \sqrt{10}}{9x^2 \pi \sqrt{2}}$$

$$[(3) \text{ ஐ } (4) \text{ ஆல் வகுக்க}]$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{9\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{9 \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{9}$$

$$\Rightarrow CSA_1 : CSA_2 = \sqrt{5} : 9$$

8. ஒரு கோளத்தின் ஆரம் 25% அதிகரிக்கும் போது, அதிகமாகும் புறப்பரப்பின் சதவீதம் காண்க.

[அ.மா.வி - 2019]

தீர்வு :  $r$  ஆரம் மற்றும்  $r'$  புதிய கோளத்தின் ஆரம் என்க.

$$r' = r + 25\% r$$

$$[\because \text{ஆரம் அதிகரிக்கப்பட்டதால் } 25\%]$$

$$r' = r + \frac{25}{100} r = r + 0.25r$$

$$= r(1 + 0.25) = 1.25r$$

$$\text{பழைய புறப்பரப்பு} = 4\pi r^2$$

$$\text{புதிய புறப்பரப்பு} = 4\pi (r')^2 \dots (1)$$

$$= 4\pi (1.25r)^2 = 4\pi (1.25)(1.25)r^2$$

$$= 4(1.5625)r^2 \dots (2)$$

$$\text{புறப்பரப்பின் மாற்றம்} = 4\pi (1.5625)r^2 - 4\pi r^2$$

$$[(2) - (1)]$$

$$= 4\pi r^2 (1.5625 - 1)$$

$$[4\pi r^2 \text{ ஐ பொதுவில் எடுக்க}]$$

$$= 4\pi r^2 (0.5625)$$

∴ புறப்பரப்பில் அதிகரிப்பு சதவீதம்

$$= \frac{\text{புறப்பரப்பின் மாற்றம்} \times 100}{\text{பழைய பரப்பு}}$$

$$= \frac{4\pi r^2 (.5625) \times 100}{4\pi r^2} = 0.5625 \times 100 = 56.25\%$$

எனவே புறப்பரப்பின் சதவீத அதிகரிப்பு = 56.25%

9. உள்ளீடற்ற ஓர் அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்திற்கு ஒரு சதுர செ.மீ-க்கு வர்ணம் பூசு ₹ 0.14 வீதம் செலவாகும். அதன் உட்புற மற்றும் வெளிப்புற விட்டங்கள் முறையே 20 செ.மீ மற்றும் 28 செ.மீ எனில், அதனை முழுமையாக வர்ணம் பூசு எவ்வளவு செலவாகும்?

**தீர்வு :** வெளி விட்டம்  $D = 28$  செ.மீ  
உள் விட்டம்  $d = 20$  செ.மீ

$$\therefore R = \frac{28}{2} = 14 \text{ செ.மீ}, r = \frac{20}{2} = 10 \text{ செ.மீ}$$

அரைக்கோளக் கிண்ணத்தின் மொத்தப்பரப்பு

$$= \pi(3R^2 + r^2) = \frac{22}{7} (3 \times 14^2 + 10^2)$$

$$= \frac{22}{7} (3 \times 196 + 100) = \frac{22}{7} \times 688$$

$$= \frac{15136}{7} = 2162.28 \text{ செ.மீ}^2$$



1 செ.மீ<sup>2</sup> வர்ணம் பூசு ஆகும் செலவு ₹ 0.14 எனில்  
2162.28 செ.மீ<sup>2</sup> வர்ணம் பூசு ஆகும் செலவு  
= 2162.28 × 0.14 = ₹ 302.72

10. ஒரு மேஜை விளக்கின் வெளிப்புறத்திற்கு (மேல் பகுதியுடன்) மட்டும் வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 1 ச.செ.மீ வர்ணம் பூசு ₹ 2 செலவாகுமெனில் விளக்கிற்கு வர்ணம் பூசுவதற்கான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடுக.

**தீர்வு :** கொடுக்கப்பட்டுள்ள  $R = 12$  செ.மீ

$$r = 6 \text{ செ.மீ}$$

$$h = 8 \text{ செ.மீ}$$

$$l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + (12 - 6)^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36}$$

$$l = \sqrt{100} = 10 \text{ செ.மீ}$$

∴ மேஜை விளக்கின் வெளிப்புறப்பரப்பு

$$= \pi(R + r)l$$



$$= \frac{22}{7} (12 + 6)10 = \frac{220}{7} \times 18$$

$$= \frac{3960}{7} = 565.71 \text{ செ.மீ}^2 \dots (1)$$

மேல் பாகத்தின் பரப்பு =  $\pi r^2$

$$= \frac{22}{7} \times 6 \times 6$$

$$= \frac{792}{7} = 113.14 \text{ மீ}^2 \dots (2)$$

∴ வர்ணம் பூசு வேண்டிய பரப்பு

$$= 565.71 + 113.14 [(1) + (2)]$$

$$= 678.85 \text{ செ.மீ}^2$$

1 ச.செ.மீ<sup>2</sup> வர்ணம் பூசு ஆகும் செலவு ₹ 2 எனில்,  
678.85 செ.மீ<sup>2</sup> வர்ணம் பூசு ஆகும் செலவு  $2 \times 678.85$   
= ₹ 1357.72

எனவே விளக்கிற்கு வர்ணம் பூசுவதற்கான மொத்தச் செலவு = ₹ 1357.72

## பயிற்சி 7.2

1. 10 மீ உட்புற விட்டம் மற்றும் 14 மீ ஆழம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவக் கிணற்றிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மண் கொண்டு 5 மீ அகலத்தில் கிணற்றைச் சுற்றி மேடை அமைக்கப்படுகிறது. எனில், மேடையின் உயரத்தைக் காண்க.

**தீர்வு :** கொடுக்கப்பட்ட உட்புற விட்டம் = 10 மீ

$$\Rightarrow \text{உட்புற ஆரம்} = \frac{10}{2} = 5 \text{ மீ}$$

மற்றும் உயரம் ( $h$ ) = 14 மீ

உருளையின் கொள்ளளவு = எடுக்கப்பட்ட மண்ணின் கொள்ளளவு

$$= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 14 = 1100 \text{ மீ}^3 \dots (1)$$

கிணற்றை சுற்றி மேடை அமைக்கப்படுகிறது.

= உள்ளீடற்ற உருளையின் கன அளவு =  $\pi (R^2 - r^2)$

வெளிப்புற ஆரம் ( $R$ ) = உட்புற ஆரம் + அகலம்  
= 5 + 5 = 10 மீ

$$r = 5 \text{ மீ}$$

மற்றும்  $h = ?$  [கொடுக்கப்படவில்லை]

∴ கிணற்றை சுற்றி மேடை அமைக்கப்படுகிறது.

$$= \frac{22}{7} (10^2 - 5^2) = \frac{22}{7} (100 - 25) h$$

$$= \frac{22}{7} \times 75 \times h \dots (2)$$

மேலும் கொடுக்கப்பட்ட மண் கொண்டு = கிணற்றை சுற்றி மேடை அமைக்கப்படுகிறது.

(1) மற்றும் (2) சமப்படுத்த கிடைப்பது,

அக்டோபர் 2015

8

# புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்

## நீனைவில் கொள்ள வேண்டியவை

- ❑ வீச்சு  $R = L - S$ .
- ❑ வீச்சுக் கெழு  $= \frac{L - S}{L + S}$ ,  $L$  - மிகப் பெரிய மதிப்பு  $S$  - சிறிய மதிப்பு
- ❑ திட்ட விலக்கம்  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$ .
- ❑ விலக்க வர்க்க சராசரி  $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$
- ❑ வடிவிலக்க முறை  $\sigma = c \times \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum d_i}{n}\right)^2}$

## பயிற்சி 8.1

1. கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழுவைக் காண்க.

(i) 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68

(ii) 43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.8

தீர்வு:

$$\text{வீச்சு } R = L - S.$$

$$\text{வீச்சின் கெழு} = \frac{L - S}{L + S}$$

L - மீப்பெரு மதிப்பு, S - மீச்சிறு மதிப்பு

(i) 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68.

$$\text{இங்கு மீப்பெரு மதிப்பு } L = 125$$

$$\text{மீச்சிறு மதிப்பு } S = 63$$

$$\therefore R = L - S = 125 - 63 = 62$$

$$\text{வீச்சுக் கெழு (அ) குணகம்} = \frac{L - S}{L + S} = \frac{125 - 63}{125 + 63}$$

$$= \frac{62}{188} = 0.33$$

(ii) 43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.8

$$L = 61.4$$

$$S = 13.6$$

$$R = L - S = 61.4 - 13.6 = 47.8$$

$$\text{வீச்சுக் கெழு} = \frac{L - S}{L + S} = \frac{47.8}{75} = 0.64$$

2. ஒரு தரவின் வீச்சு மற்றும் மிகச் சிறிய மதிப்பு ஆகியன முறையே 36.8 மற்றும் 13.4 எனில், மிகப்பெரிய மதிப்பைக் காண்க. [Hy - 2019]

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட வீச்சு = 36.8 மற்றும்

$$\text{மீச்சிறு மதிப்பு} = 13.4 (S)$$

$$\text{மீப்பெரு மதிப்பு } L = R + S \quad [ \because \text{வீச்சு} = L - S ]$$

$$= 36.8 + 13.4 = 50.2$$

3. கொடுக்கப்பட்ட தரவின் வீச்சைக் காண்க.

வருமானம்	400-450	450-500	500-550	550-600	600-650
ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	8	12	30	21	6

தீர்வு: இங்கு மீப்பெரு மதிப்பு = 650

$$\text{மீச்சிறு மதிப்பு} = 400$$

$$\therefore \text{வீச்சு} = L - S = 650 - 400 = 250$$

4. ஓர் ஆசிரியர் மாணவர்களை, அவர்களின் செய்முறைப் பதிவேட்டின் 60 பக்கங்களை நிறைவு செய்து வருமாறு கூறினார். எட்டு மாணவர்கள் முறையே 32, 35, 37, 30, 33, 36, 35, 37 பக்கங்கள் மட்டுமே நிறைவு செய்திருந்தனர். மாணவர்கள் நிறைவு செய்த பக்கங்களின் திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு: நிறைவு செய்ய வேண்டிய மொத்த பக்கங்கள் = 60

32, 35, 37, 30, 33, 36, 310, 35, 37

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{275}{8} = 34.3$$

$x_i$	$x_i^2$
32	1020
35	1225
37	1369
30	900
33	1089
36	1296
35	1225
37	1369
$\sum x_i = 275$	$\sum x_i^2 = 9497$

திட்டவிலக்கம்

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{9497}{8} - \left(\frac{275}{8}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{9497 \times 8 - 275 \times 275}{8 \times 8}} = \sqrt{\frac{75976 - 75625}{64}} = \sqrt{\frac{351}{64}}$$

$$\sigma = \sqrt{5.48}$$

$$\therefore \text{திட்டவிலக்கம் } \sigma = 2.34$$

5. 10 ஊழியர்களின் ஊதியம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஊதியங்களின் விலக்க வர்க்கச் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் காண்க. ₹ 310, ₹ 290, ₹ 320, ₹ 280, ₹ 300, ₹ 290, ₹ 320, ₹ 310, ₹ 280.

தீர்வு: ஊதியங்களை ஏறுவரிசையில் எழுத ₹ 280, ₹ 280, ₹ 290, ₹ 290, ₹ 300, ₹ 310, ₹ 310, ₹ 320, ₹ 320.

$$\text{கூட்டுச் சராசரி} = \frac{280 + 280 + 290 + 290 + 300 + 310 + 310 + 320 + 320}{9}$$

$$\bar{x} = \frac{2700}{9} = 300$$

$x_i$	$d_i = x_i - \bar{x} = x_i - 300$	$d_i^2$
280	-20	400
280	-20	400
290	-10	100
290	-10	100
300	0	0
310	10	100
310	10	100
320	20	400
320	20	400
	0	$\sum d_i^2 = 2000$

$$\text{திட்ட விலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n}} \Rightarrow \sigma = \frac{2000}{9}$$

$$\sigma = \sqrt{222.222...} = 14.907 = 14.91$$

$$\text{மேலும் } \sigma = \sqrt{222.222} \text{ எனில்}$$

$$\text{விலக்க வர்க்கச் சராசரி } \sigma^2 = 222.22$$

$$\therefore \text{விலக்க வர்க்கச் சராசரி} = 222.22 \text{ மற்றும் திட்ட விலக்கம்} = 14.91$$

6. ஒரு சுவர் கடிகாரம் 1 மணிக்கு 1 முறையும், 2 மணிக்கு 2 முறையும், 3 மணிக்கு 3 முறையும் ஒலி எழுப்புகிறது எனில், ஒரு நாளில் அக்கடிகாரம் எவ்வளவு முறை ஒலி எழுப்பும்? மேலும் கடிகாரம் எழுப்பும் ஒலி எண்ணிக்கைகளின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

**தீர்வு:**

$x$	$d = x - \bar{x}$	$d^2$
(1 + 1) = 2	-11	121
(2 + 2) = 4	-9	81
(3 + 3) = 6	-7	49
(4 + 4) = 8	-5	25
(5 + 5) = 10	-3	9
(6 + 6) = 12	-1	1
(7 + 7) = 14	1	1
(8 + 8) = 16	3	9
(9 + 9) = 18	5	25
(10 + 10) = 20	7	49
(11 + 11) = 22	9	81
(12 + 12) = 24	11	121
156		572

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 13$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{\frac{572}{12}} = \sqrt{47.66} \cong 6.9$$

7. முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க. [பிடி.ஏ - 6]

**தீர்வு:** முதல்  $n$  இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம்

$$= \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}}$$

$\therefore$  முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம்

$$= \sqrt{\frac{21^2 - 1}{12}} = \sqrt{\frac{441 - 1}{12}} = \sqrt{\frac{440}{12}}$$

$$= \sqrt{36.66} \cong 6.05$$

முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம் = 6.05

8. ஒரு தரவின் திட்டவிலக்கம் 4.5 ஆகும். அதில் இருக்கும் தரவுப்புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 5 ஐ கழிக்க கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

**தீர்வு:** ஒரு தரவின் திட்டவிலக்கம் 4.5 அதில் இருக்கும் தரவுப்புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 5 ஐக் கழிப்பதால் புதிய தரவின் திட்டவிலக்கம் மாறுவதில்லை, எனவே புதிய திட்டவிலக்கமும் = 4.5.

9. ஒரு தரவின் திட்டவிலக்கம் 3.6 ஆகும். அதன் ஒவ்வொரு புள்ளியையும் 3 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்டவிலக்கம் மற்றும் விலக்கவர்க்க சராசரியைக் காண்க.

**தீர்வு:** ஒரு தரவின் திட்டவிலக்கம் = 3.6, அதன் ஒவ்வொரு புள்ளியையும் 3 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்டவிலக்கமும் 3 ஆல் வகுபடும்.

$$\therefore \text{புதிய திட்டவிலக்கம் } \sigma = \frac{3.6}{3} = 1.2$$

$$\text{புதிய விலக்கவர்க்க சராசரி} = \sigma^2 = 1.2^2 = 1.44$$

10. ஒரு வாரத்தில் ஐந்து மாவட்டங்களில் வெவ்வேறு இடங்களில் பெய்த மழையின் அளவானது பதிவு செய்யப்பட்டு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. கொடுக்கப்பட்டுள்ள மழையளவின் தரவிற்கு திட்டவிலக்கம் காண்க.

மழையளவு (மி.மீ)	45	50	55	60	65	70
இடங்களின் எண்ணிக்கை	5	13	4	9	5	4

**தீர்வு:**

மழையளவு $x_i$ (மி.மீ)	இடங்களின் எண்ணிக்கை $f_i$	$f_i x_i$	$d = x - \bar{x}$	$d^2$	$f_i d^2$
45	5	225	-11	121	605
50	13	650	-6	36	468
55	4	220	-1	1	4
60	9	540	4	16	144
65	5	325	9	81	405
70	4	280	14	196	784
N = 40		$\sum x_i f_i = 2240$		$\sum f_i d^2 = 2410$	

$$\text{சராசரி, } \bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{N} = \frac{2240}{40} = 56$$

$\therefore$  திட்டவிலக்கம்

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i d^2}{N}} = \sqrt{\frac{2410}{40}}$$

$$= \sqrt{60.25} = 7.76$$



10 ஆம்  
வகுப்பு

அரசு துணைத்தேர்வு, செப்டம்பர் - 2021

பதிவு எண்.

PART - III

கணிதம் (விடைகளுடன்)

[மொத்த மதிப்பெண்கள் : 100]

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்]

- அறிவுரைகள் : (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின் அறை கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாக தெரிவிக்கவும்.
- (2) நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

குறிப்பு : இவ்வினாத்தாள் நான்கு பகுதிகளை கொண்டது.

## பகுதி - I

குறிப்பு : (i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்

(ii) கொடுக்கப்பட்ட நான்கு விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்ந்தெடுத்து, குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

14 × 1 = 14

1.  $n(A \times B) = 6$  மற்றும்  $A = \{1, 3\}$  எனில்,  $n(B)$  ஆனது :

- (அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 6

2. 1729 ஐ பகாக் காரணிப்படுத்தும்போது, அந்தப் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் கூடுதல் :

- (அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4

3.  $F_1 = 1, F_2 = 3$  மற்றும்  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  எனக் கொடுக்கப்பட்டின்  $F_5$  ஆனது :

- (அ) 3 (ஆ) 5 (இ) 8 (ஈ) 11

4.  $\frac{256x^8y^4z^{10}}{25x^6y^6z^6}$  யின் வர்க்கமூலம் :

- (அ)
- $\frac{16}{5} \left| \frac{x^2z^4}{y^2} \right|$
- (ஆ)
- $16 \left| \frac{y^2}{x^2z^4} \right|$

- (இ)
- $\frac{16}{5} \left| \frac{y}{xz^2} \right|$
- (ஈ)
- $\frac{16}{5} \left| \frac{xz^2}{y} \right|$

5. ஒரு நேரிய சமன்பாட்டின் வரைபடம் ஒரு \_\_\_\_\_ ஆகும்.

- (அ) நேர்க்கோடு (ஆ) வட்டம்
- 
- (இ) பரவளையம் (ஈ) அதிபரவளையம்

6.  $a^m, a^{m+1}, a^{m+2}$  ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ. :

- (அ)
- $a^m$
- (ஆ)
- $a^{m+1}$
- 
- (இ)
- $a^{m+2}$
- (ஈ) 1

7.  $\Delta ABC$  யில்  $DE \parallel BC$ ,  $AB = 3.6$  செ.மீ,  $AC = 2.4$  செ.மீ மற்றும்  $AD = 2.1$  செ.மீ எனில்,  $AE$  யின் நீளம் :

- (அ) 1.4 செ.மீ (ஆ) 1.8 செ.மீ
- 
- (இ) 1.2 செ.மீ (ஈ) 1.05 செ.மீ

8. வட்டத்தின் வெளிப்புறப் புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு எத்தனை தொடுகோடுகள் வரையலாம்?

- (அ) ஒன்று (ஆ) இரண்டு
- 
- (இ) முடிவற்ற எண்ணிக்கை (ஈ) பூஜ்ஜியம்

9.  $(-5, 0), (0, -5)$  மற்றும்  $(5, 0)$  ஆகிய புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு :
- (அ) 0 ச.அலகுகள் (ஆ) 25 ச.அலகுகள்  
(இ) 5 ச.அலகுகள் (ஈ) எதுவுமில்லை
10.  $(0, 0), (1, 0)$  மற்றும்  $(0, 1)$  என்ற புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் சுற்றளவு :
- (அ)  $\sqrt{2}$  (ஆ) 2 (இ)  $2 + \sqrt{2}$  (ஈ)  $2 - \sqrt{2}$
11. ஒரு கோபுரத்தின் உயரத்திற்கும் அதன் நிழலின் நீளத்திற்கும் உள்ள விகிதம்  $\sqrt{3} : 1$  எனில், சூரியனைக் காணும் ஏற்றக் கோண அளவானது :
- (அ)  $45^\circ$  (ஆ)  $30^\circ$  (இ)  $90^\circ$  (ஈ)  $60^\circ$
12. ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் சாயுயரம் 13 செ.மீ உடைய நேர் வட்டக் கூம்பின் உயரம் :
- (அ) 12 செ.மீ (ஆ) 10 செ.மீ (இ) 13 செ.மீ (ஈ) 5 செ.மீ
13. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு அதன் ஆரத்தினுடைய வர்க்கத்தின் \_\_\_\_\_ மடங்காகும்.
- (அ)  $\pi$  (ஆ)  $4\pi$  (இ)  $3\pi$  (ஈ)  $2\pi$
14. ஒரு புத்தகத்திலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பக்கம் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பக்க எண்ணின் ஒன்றாம் இட மதிப்பானது 7 ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவானது :
- (அ)  $\frac{3}{10}$  (ஆ)  $\frac{7}{10}$  (இ)  $\frac{3}{9}$  (ஈ)  $\frac{7}{9}$

### பகுதி - II

குறிப்பு : எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 28 க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்.

10 × 2 = 20

15.  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 3\}$  எனில்  $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$  எனக் காட்டுக.
16.  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 45\}$  மற்றும்  $R$  என்ற உறவு “A -யின் மீது, ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்” என வரையறுக்கப்பட்டால்  $R -$ ஐ  $A \times A -$ யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும்  $R -$ க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.
17. 3, 6, 9, 12, ..., 111 என்ற கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
18.  $3 + k, 18 - k, 5k + 1$  என்பவை ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் உள்ளன எனில்,  $k$  யின் மதிப்பு காண்க.
19. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன்  $-9$  மற்றும்  $20$  எனில், இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
20.  $15x^2 + 11x + 2 = 0$  என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையைக் காண்க.
21.  $\triangle ABC$  யின் பக்கங்கள்  $AB$  மற்றும்  $AC$  யின் மீதுள்ள புள்ளிகள் முறையே  $D$  மற்றும்  $E$  ஆனது  $DE \parallel BC$  என்றவாறு அமைந்துள்ளது.  $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$  மற்றும்  $AC = 15$  செ.மீ. எனில்,  $AE$  யின் மதிப்பு காண்க .
22.  $(-3, -4), (7, 2)$  மற்றும்  $(12, 5)$  ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனக்காட்டுக.
23.  $8x - 7y + 6 = 0$  என்ற கோட்டின் சாய்வு மற்றும்  $y$  வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.
24.  $3x - 2y - 6 = 0$  என்ற நேர்கோடு ஆய அச்சுகளின் மேல் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத் துண்டுகளைக் காண்க.
25.  $10\sqrt{3}$  மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து  $30$  மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணத்தைக் காண்க.
26. உயரம்  $2$  மீ மற்றும் அடிப்பரப்பு  $250$  ச.மீ. கொண்ட ஓர் உருளையின் கன அளவைக் காண்க.
27. ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலை கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க.
28. இரு நேர்வட்டக் கூம்பின் உயரங்களின் விகிதம்  $1 : 2$  மற்றும் அவற்றின் அடிப்பக்கச் சுற்றளவின் விகிதம்  $3 : 4$  எனில், அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.

## பகுதி - III

குறிப்பு : எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண். 42 க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்.

10 × 5 = 50

29.  $A = \{x \in W \mid x < 2\}$ ,  $B = \{x \in N \mid 1 < x \leq 4\}$  மற்றும்  $C = \{3, 5\}$  எனில்  $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$  என்பதனைச் சரிபார்க்கவும்.
30. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 27 மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் 288 எனில், அந்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.
31. 396, 504, 636 ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க.
32. தீர்க்க :  $x + y + z = 5$ ;  $2x - y + z = 9$ ;  $x - 2y + 3z = 16$ .
33.  $64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$  என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க.
34. பிதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுதி, நிறுவுக.
35. ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் எனக் காட்டுக.
36.  $A(6, 2)$   $B(-5, -1)$  மற்றும்  $C(1, 9)$  -ஐ முனைகளாகக் கொண்ட  $\Delta ABC$  யின் முனை A யிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
37.  $P(-1, -4)$ ,  $Q(b, c)$  மற்றும்  $R(5, -1)$  என்பன ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் என்க. மேலும்  $2b + c = 4$  எனில்  $b$  மற்றும்  $c$  -யின் மதிப்பு காண்க.
38. இரு கப்பல்கள் கலங்கரை விளக்கத்தின் இரு பக்கங்களிலும் கடலில் பயணம் செய்கின்றன. இரு கப்பல்களிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே  $30^\circ$  மற்றும்  $45^\circ$  ஆகும். கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் 200 மீ எனில், இரு கப்பல்களுக்கும் இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க. ( $\sqrt{3} = 1.732$ ).
39. 45 செ.மீ உயரமுள்ள ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இரு புற ஆரங்கள் முறையே 28 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ. எனில், இடைக்கண்டத்தின் கன அளவைக் காண்க.
40. ஓர் உருளையின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் இணைந்தவாறு உள்ள ஒரு பொம்மையின் மொத்த உயரம் 25 செ.மீ. ஆகும். அதன் விட்டம் 12 செ.மீ. எனில், பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.
41. இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கிடைக்கப் பெறும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் (i) 4 -க்குச் சமமாக (ii) 10 -ஐ விட அதிகமாக (iii) 13 -ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.
42. சமன்பாடு  $(1 + m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$  -ன் மூலங்கள் சமம் எனில்  $c^2 = a^2(1 + m^2)$  என நிறுவுக.

## பகுதி - IV

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

2 × 8 = 16

43. (அ)  $PQ = 4.5$  செ.மீ,  $\angle R = 35^\circ$  மற்றும் உச்சி R -லிருந்து வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் நீளம்  $RG = 6$  செ.மீ என அமையுமாறு  $\Delta PQR$  வரைக.  
(அல்லது)  
(ஆ) 6 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 8 செ.மீ தொலைவில் P என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளியிலிருந்து PA மற்றும் PB என்ற இரு தொடுகோடுகள் வரைந்து அவற்றின் நீளங்களை அளவிடுக.
44. (அ)  $x^2 + x - 12 = 0$  என்ற சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைந்து, தீர்வின் தன்மையைக் கூறுக.  
(அல்லது)  
(ஆ)  $y = x^2 + 3x - 4$  -யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி  $x^2 + 3x - 4 = 0$  என்ற சமன்பாட்டினைத் தீர்க்கவும்.

\*\*\*\*\*

## விடைகள்

## பகுதி - I

1. (இ) 3
2. (இ) 3
3. (ஈ) 11
4. (ஈ)  $\frac{16}{5} \left| \frac{xz^2}{y} \right|$
5. (அ) நேர்க்கோடு
6. (அ)  $a^m$
7. (அ) 1.4 செ.மீ
8. (ஆ) இரண்டு
9. (ஆ) 25 ச.அலகுகள்
10. (இ)  $2 + \sqrt{2}$
11. (ஈ)  $60^\circ$
12. (அ) 12 செ.மீ
13. (இ)  $3\pi$
14. (ஆ)  $\frac{7}{10}$

## பகுதி - II

15.  $A = \{1, 3, 5\}$   $B = \{2, 3\}$   
 $n(A) = 3; n(B) = 2$   
 $\therefore n(A) \times n(B) = 3 \times 2 = 6$  ... (1)  
 $A \times B = \{(1, 2) (1, 3) (3, 2) (3, 3) (5, 2) (5, 3)\}$   
 $\therefore n(A \times B) = 6$  ... (2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து கிடைப்பது

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$$

16. கொடுக்கப்பட்ட  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 45\}$   
 $\therefore A \times A = \{(1, 1) (1, 2) (1, 3) \dots (1, 45) (2, 1) (2, 2) \dots (2, 45) (45, 1) (45, 2) (45, 3) \dots (45, 45)\}$  ... (1)  
 $R$  ஓர் எண்ணின் வர்க்கம் என வரையறுக்கப்படுகிறது.  
 $\therefore R = \{(1,1) (2,4) (3,9) (4,16) (5, 25) (6,36)\} \dots$  (2) [ $\because$  1இன் வர்க்கம் 1, 2 இன் வர்க்கம் 4 மற்றும் பிற]  
(1) மற்றும் (2)லிருந்து,  $A \times A$  இன் உட்கணம்  $R$  ஆகும்.  
 $\therefore R \subset A \times A$   
 $R$  க்கான மதிப்புகள் =  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் முதல் உறுப்பு]  
 $R$  இன் வீச்சுகள் =  $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$  [(2)ல் உள்ள எல்லா வரிசை சோடிகளின் இரண்டாம் உறுப்பு]

17. முதல் உறுப்பு  $a = 3$ ; பொது வித்தியாசம்

$$d = 6 - 3 = 3; \text{ கடைசி உறுப்பு } l = 111$$

$$n = \left( \frac{l - a}{d} \right) + 1 \text{ என நாம் அறிவோம்.}$$

$$n = \left( \frac{111 - 3}{3} \right) + 1 = 37$$

எனவே, இந்தக் கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் 37 உறுப்புகள் உள்ளன.



# 2022-23 EDITION

# SURAR'S

# 10<sup>TH</sup> STD SCHOOL GUIDES

**10<sup>th</sup> STD.** 100% வெற்றி 2022-23 உத்தியோகம்

**சுராவின்**

## தமிழ் உரைநூல்

புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.



- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.

**10<sup>th</sup> STD.** 100% SUCCESS 2022-23 EDITION

**SURAR'S SMART ENGLISH**

Based on the Latest Syllabus and New Updated Textbook




- Answers for all Section Questions.
- Key points and Summary for all the units of Prose.
- Model Questions Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in all sections of Prose, Poem and Supplementary.
- Question Paper contains 1 Question per step in the Prose section and 2 Questions per step in the Poem and Supplementary.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in all sections of Prose, Poem and Supplementary.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in all sections of Prose, Poem and Supplementary.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in all sections of Prose, Poem and Supplementary.

**10<sup>th</sup> STD.** 100% SUCCESS 2022-23 EDITION

**SURAR'S MATHEMATICS**

Based on the updated new textbook



- Prepared as per the New Textbook.
- Complete Solutions to Textbook Exercises.
- Extensive Additional Questions in all Chapters.
- Chapter-wise Link Tests with Answers.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in the appropriate sections.
- Chapter-wise Link Tests with Answers.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in the appropriate sections.
- Chapter-wise Link Tests with Answers.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in the appropriate sections.

**10<sup>th</sup> STD.** 100% SUCCESS 2022-23 EDITION

**SURAR'S SCIENCE**

Based on the updated new textbook



- Complete Solutions to Textbook Exercises.
- Extensive Additional Questions and Answers in all Chapters.
- Practice with Answers.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in the appropriate sections.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in the appropriate sections.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in the appropriate sections.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in the appropriate sections.

**10<sup>th</sup> STD.** 100% SUCCESS 2022-23 EDITION

**SURAR'S SOCIAL SCIENCE**

Based on the updated new textbook



- Complete Solutions to Textbook Exercises.
- Extensive Additional Questions and Answers in all Chapters.
- Use Text Questions with Answers for all Units.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in the appropriate sections.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in the appropriate sections.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in the appropriate sections.
- Model Question Papers 1 to 6 (PTA) Questions are incorporated in the appropriate sections.

**10<sup>th</sup> STD.** 100% வெற்றி 2022-23 உத்தியோகம்

**சுராவின்**

## கணக்கு

புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.



- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.

**10<sup>th</sup> STD.** 100% வெற்றி 2022-23 உத்தியோகம்

**சுராவின்**

## அறிவியல்

புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.



- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.

**10<sup>th</sup> STD.** 100% வெற்றி 2022-23 உத்தியோகம்

**சுராவின்**

## சமூக அறிவியல்

புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.



- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.
- புதிதான தரவரிசை துவாரிக்கொடுக்கிறது.

Call @

**9600175757**

**8124301000**

orders@surabooks.com

Updated New Edition

Buy Online @



**surabooks.com**

Kindly send me your answer keys to our email id - padasalai.net@gmail.com