

## FIRST MID-TERM TEST - 2022

Reg. No.

## XII - BUSINESS MATHEMATICS &amp; STATISTICS

Maximum Marks: 50

Time Allowed : 1:30 Hrs.

## PART - I

Note i) Answer all the questions  
ii) Choose the most appropriate answer from the given four alternatives and write the option code and the corresponding answer. (10×1=10)

- Rank of a null matrix is  
a) 0                      b) -1                      c)  $\infty$                       d) 1
- Which of the following is not an elementary transformation?  
a)  $R_i \leftrightarrow R_j$                       b)  $R_i \rightarrow 2R_i + 2C_j$   
c)  $R_i \rightarrow 2R_i - 4R_j$                       d)  $C_i \rightarrow C_i + 5C_j$
- If  $T = \begin{matrix} A & B \\ \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.6 & x \end{bmatrix} \end{matrix}$  is a transition probability matrix, then the value of x is  
a) 0.2                      b) 0.3                      c) 0.4                      d) 0.7
- If  $\rho(A) \neq \rho(A, B)$ , then the system is  
a) Consistent and has infinitely many solutions  
b) Consistent and has a unique solution  
c) Inconsistent  
d) Consistent
- If  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$  then  $\rho(A)$  is  
a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) n
- $\int \frac{1}{x^3} dx$  is  
a)  $\frac{-3}{x^2} + c$                       b)  $\frac{-1}{2x^2} + c$                       c)  $\frac{-1}{3x^2} + c$                       d)  $\frac{-2}{x^2} + c$
- $\int \frac{2x^3}{4+x^4} dx$  is  
a)  $\log|4+x^4| + c$                       b)  $\frac{1}{2} \log|4+x^4| + c$                       c)  $\frac{1}{4} \log|4+x^4| + c$                       d)  $\log \left| \frac{2x^3}{4+x^4} \right| + c$
- $\int_0^1 \sqrt{x^4(1-x)^2} dx$  is  
a)  $\frac{1}{12}$                       b)  $\frac{-7}{12}$                       c)  $\frac{7}{12}$                       d)  $\frac{-1}{12}$
- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan x dx$  is  
a)  $\log 2$                       b) 0                      c)  $\log \sqrt{2}$                       d)  $2 \log 2$
- $\int \left( \frac{3}{2} \right)$  is  
a)  $\sqrt{\pi}$                       b)  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$                       c)  $2\sqrt{\pi}$                       d)  $\frac{3}{2}$

**PART - II**

**Answer any five questions. Question Number 17 is compulsory. (5x2=10)**

11. Find the rank of the matrix  $\begin{pmatrix} -5 & -7 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$
12. Solve by Cramer's Rule  $5x + 3y = 17$ ,  $3x + 7y = 31$
13. Show that the equations  $2x + y = 5$ ,  $4x + 2y = 10$  are consistent and solve them.
14. If  $f'(x) = 8x^3 - 2x$  and  $f(2) = 8$  then find  $f(x)$
15. Evaluate :  $\int \frac{dx}{9 - 16x^2}$
16. Evaluate :  $\int x e^x dx$
17. Evaluate :  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \sin x dx$

**PART - III**

**Answer any five questions. Question no. 24 is compulsory. (5x3=15)**

18. Find the rank of the matrix  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & -2 \\ 3 & 6 & 3 & -7 \end{pmatrix}$
19. The Total cost of 11 pencils and 3 erasers is ₹64 and the total cost of 8 pencils and 3 erasers is ₹49. Find the cost of each pencil and each eraser by Cramer's rule.
20. Parithi is either sad (S) or happy (H) each day. If he is happy in one day, he is sad on the next day by four times out of five. If he is sad on one day, he is happy on the next day by two times out of three. Over a long run, what are the chances that Parithi is happy on any given day?
21. Find K, if the equations  $x + y + z = 7$ ,  $x + 2y + 3z = 18$ ,  $y + kz = 6$  are inconsistent.
22. Evaluate :  $\int \frac{3x^2 + 6x + 1}{(x+3)(x^2+1)} dx$
23. Evaluate :  $\int_1^4 f(x) dx$  where  $f(x) = \begin{cases} 7x+3, & \text{if } 1 \leq x \leq 3 \\ 8x & , \text{if } 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$
24. Evaluate :  $\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + \cos x} dx$

**PART - IV**

**Answer all the questions.**

**(3x5=15)**

25. a. Solve by Cramer's rule :  $x + y + z = 6$ ,  $2x + 3y - z = 5$ ,  $6x - 2y - 3z = -7$

**(OR)**

b. Evaluate :  $\int e^{2x} \left[ \frac{2x-1}{4x^2} \right] dx$

26. a. Two types of soaps A and B are in the market. Their present market shares are 15% for A and 85% for B. Of those who bought A the previous year, 65% continue to buy it again while 35% switch over to B. Of those who bought B the previous year, 55% buy it again and 45% switch over to A. Find their market shares after one year and when is the equilibrium reached? **(OR)**

b. Evaluate :  $\int \frac{dx}{2x^2 + 6x - 8}$

27. a. Evaluate :  $\int_2^5 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{7-x}} dx$  **(OR)**

b. Evaluate : the integral as the limit of a sum  $\int_0^1 x dx$

## XII - வணிகக் கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல்

நேரம் : 1-30 மணி

மொத்த மதிப்பெண்கள் : 50

## பகுதி - I

- குறிப்பு: i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.  
ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும். (10×1=10)

- பூஜ்ஜிய அணியின் தரம்  
a) 0 b) -1 c)  $\infty$  d) 1
- பின்வருவனவற்றில் எது ஒரு அணிக்கான அடிப்படை உருமாற்றம் ஆகாது?  
a)  $R_i \leftrightarrow R_j$  b)  $R_i \rightarrow 2R_i + 2C_j$   
c)  $R_i \rightarrow 2R_i - 4R_j$  d)  $C_i \rightarrow C_i + 5C_j$
- $T = \begin{bmatrix} A & 0.7 & 0.3 \\ B & 0.6 & x \end{bmatrix}$  என்பது மாறுதல் நிகழ்வு அணி எனில் x ன் மதிப்பு  
a) 0.2 b) 0.3 c) 0.4 d) 0.7
- $\rho(A) \neq \rho(A, B)$  எனில் தொகுப்பானது  
a) ஒருங்கமைவு உடையது மற்றும் எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகள் பெற்றுள்ளது  
b) ஒருங்கமைவு உடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றுள்ளது  
c) ஒருங்கமைவு அற்றது  
d) ஒருங்கமைவு உடையது
- $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$  எனில்  $\rho(A)$  a) 0 b) 1 c) 2 d) n
- $\int \frac{1}{x^3} dx$  ன் மதிப்புச் சார்பு a)  $\frac{-3}{x^2} + c$  b)  $\frac{-1}{2x^2} + c$  c)  $\frac{-1}{3x^2} + c$  d)  $\frac{-2}{x^2} + c$
- $\int \frac{2x^3}{4+x^4} dx$  ன் மதிப்புச் சார்பு  
a)  $\log|4+x^4| + c$  b)  $\frac{1}{2} \log|4+x^4| + c$  c)  $\frac{1}{4} \log|4+x^4| + c$  d)  $\log \left| \frac{2x^3}{4+x^4} \right| + c$
- $\int_0^1 \sqrt{x^4(1-x)^2}$  ன் மதிப்பு a)  $\frac{1}{12}$  b)  $\frac{-7}{12}$  c)  $\frac{7}{12}$  d)  $\frac{-1}{12}$
- $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$  ன் மதிப்பு a)  $\log 2$  b) 0 c)  $\log \sqrt{2}$  d)  $2 \log 2$
- $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)$  ன் மதிப்பு a)  $\sqrt{\pi}$  b)  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$  c)  $2\sqrt{\pi}$  d)  $\frac{3}{2}$

## பகுதி - II

- II ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கு விடையளி. வினா எண் 17-க்கு கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும். (5×2=10)

- $\begin{pmatrix} -5 & -7 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$  என்ற அணியின் தரத்தினைக் காண்க.
- கிரேமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க.  $5x + 3y = 17$ ,  $3x + 7y = 31$
- $2x + y = 5$ ,  $4x + 2y = 10$  ஆகிய சமன்பாடுகள் ஒருங்கமைவு உடையது எனில் அவற்றைத் தீர்க்க.

14.  $f'(x) = 8x^3 - 2x$  மற்றும்  $f(2) = 8$  எனில்  $f(x)$  - ஐக் காண்க.

15. மதிப்பிடுக.  $\int \frac{dx}{9-16x^2}$

16. மதிப்பிடுக.  $\int x e^x dx$

17. மதிப்பிடுக.  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \sin x dx$

### பகுதி - III

III ஏதேனும் 5 வினாக்களுக்கு விடையளி. வினா எண் 24-க்கு கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும். (5x3=15)

18.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & -2 \\ 3 & 6 & 3 & -7 \end{pmatrix}$  என்ற அணியின் தரத்தைக் காண்க.

19. 11 பென்சில்கள் மற்றும் 3 அழிப்பான்களின் மொத்த விலை ₹64. மேலும் 8 பென்சில்கள் மற்றும் 3 அழிப்பான்களின் மொத்தவிலை ₹49. கிரேமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி ஒரு பென்சில் மற்றும் ஒரு அழிப்பான் விலையைக் காண்க.

20. பரிதி என்பவர் ஒவ்வொரு நாளும் சோகமாகவோ (S) அல்லது மகிழ்ச்சியாகவோ (H) உள்ளார். ஒரு நாள் மகிழ்ச்சியாக இருந்தால், அடுத்த நாள் 5-ல் 4 பங்கு சோகமாக இருப்பார். ஒரு நாள் சோகமாக இருந்தால், அடுத்த நாள் 3-ல் 2 பங்கு மகிழ்ச்சியாக இருப்பார் எனில், நீண்டகால அடிப்படையில் ஏதோவது ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் மகிழ்ச்சியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

21. தரப்பட்ட சமன்பாடுகள் ஒருங்கமைவு அற்றவை எனில் K ன் மதிப்பு காண்க.  
 $x + y + z = 7$ ,  $x + 2y + 3z = 18$ ,  $-y + kz = 6$

22. மதிப்பிடுக.  $\int \frac{3x^2 + 6x + 1}{(x+3)(x^2+1)} dx$

23.  $f(x) = \begin{cases} 7x+3, & 1 \leq x \leq 3 \\ 8x, & 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$  எனில்  $\int_1^4 f(x) dx$  ஐ மதிப்பிடுக.

24. மதிப்பிடுக.  $\int_0^{\pi/2} \sqrt{1+\cos x} dx$

### பகுதி - IV

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி. (3x5=15)

25. அ. கிராமரிப் விதிப்படி தீர்க்க.

$$x + y + z = 6, \quad 2x + 3y - z = 5, \quad 6x - 2y - 3z = 7 \quad (\text{அல்லது})$$

ஆ. மதிப்பிடுக.  $\int e^{2x} \left[ \frac{2x-1}{4x^2} \right] dx$

26. அ. சந்தையில் உள்ள A மற்றும் B இருவகையான சோப்புகளின் தற்போதைய சந்தைப் பங்கிடு 15% மற்றும் 85% ஆகும். சென்ற ஆண்டு A வாங்கியவர்களின் 65% பேர் மீண்டும் அதை இந்த ஆண்டும் வாங்குகிறார்கள். 35% பேர் B க்கு மாறிவிடுகின்றனர். சென்ற ஆண்டு B வாங்கியவர்களில் 55% பேர் இந்த ஆண்டு மீண்டும் அதை வாங்குகிறார்கள். 45% A க்கு மாறிவிடுகிறார்கள். ஒரு ஆண்டுக்குப் பிறகு அவற்றின் சந்தை பங்கீடுகளைக் காண்க. மேலும் சந்தையில் சமநிலை எப்போது எட்டப்படும். (அல்லது)

ஆ. மதிப்பிடுக.  $\int \frac{dx}{2x^2 + 6x - 8}$

27. அ. மதிப்பிடுக.  $\int_5^2 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{7-x}} dx$  (அல்லது)

ஆ. வரையறுத்த தொகையீட்டை ஒரு கூட்டலின் எல்லை எனக் கொண்டு தொகையீடுகளை மதிப்பிடுக.  $\int_0^1 x dx$

XII - First Mid Term - Trichy Dt. (2022-23)  
Business Maths

Part - I

One mark key:

1. (a) 0
2. (b)  $R_j = 2R_i + 2C_j$
3. (c) 0.4
4. (c) Inconsistent
5. (c) 2
6. (b)  $\frac{1}{2x^2} + c$
7. (b)  $\frac{1}{2} \log |4 + x^4| + c$
8. (a)  $\frac{1}{12}$
9. (a)  $\log 2$
10. (b)  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{26}{26} = 1$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{104}{26} = 4$$

$$13. AX = B$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$(A|B) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 4 & 2 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1$$

$$\therefore \rho(A) = 1 \text{ and } \rho(A|B) = 1$$

$$\therefore \rho(A|B) = \rho(A) < n$$

$\therefore$  The given system is consistent and has infinitely many sol.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow 2x + y = 5$$

$$\text{Let } y = k, k \in \mathbb{R}.$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}(5 - k), y = k, k \in \mathbb{R}$$

Part - II

Two mark Q & A:

$$11. A = \begin{pmatrix} -5 & -7 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}_{2 \times 2}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} -5 & -7 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = -35 + 35$$

$$|A| = 0 \therefore \rho(A) \neq 2$$

$$\text{Now, } A = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}_{1 \times 1} \Rightarrow |A| = 7 \therefore \rho(A) = 1$$

$$12. \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 35 - 9 = 26 \neq 0$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 17 & 3 \\ 31 & 7 \end{vmatrix} = 119 - 93 = 26$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 5 & 17 \\ 3 & 31 \end{vmatrix} = 155 - 51 = 104$$

$$14. f'(x) = 8x^3 - 2x$$

$$\int f'(x) dx = f(x) = 2x^4 - x^2 + C$$

$$f(2) = 8 \Rightarrow 8 - 28 = C$$

$$C = -20$$

$$\therefore f(x) = 2x^4 - x^2 - 20$$

$$15. \int \frac{1}{9-16x^2} dx = \frac{1}{16} \times \frac{2}{3} \log \left| \frac{3+4x}{3-4x} \right|$$

$$= \frac{1}{24} \log \left| \frac{3+4x}{3-4x} \right|$$

$$\begin{aligned}
 16. \int x e^x dx & \quad u = x \\
 & \quad du = dx \\
 & = uv - \int v du \\
 & = x e^x - \int e^x dx \\
 & = x e^x - e^x + C \\
 & = e^x (x-1) + C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 17. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx & = [-\cos x]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \\
 & = -[\cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{6}] \\
 & = \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)
 \end{aligned}$$

Part-III Three mark QA

$$18. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & -2 \\ 3 & 6 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -8 \\ 3 & 6 & 3 & -7 \end{pmatrix} \quad R_2 \rightarrow R_2 - 2R_1$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -8 \\ 0 & 0 & 6 & -16 \end{pmatrix} \quad R_3 \rightarrow R_3 - 2R_2$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & -18 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P(A) = 2$$

$$\begin{aligned}
 19. \quad 11x + 3y & = 64 \\
 8x + 3y & = 49
 \end{aligned}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & 3 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = 9 \neq 0$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 64 & 3 \\ 49 & 3 \end{vmatrix} = 45$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 11 & 64 \\ 8 & 49 \end{vmatrix} = 27$$

$$\therefore x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{45}{9} = 5$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{27}{9} = 3$$

20.

$$T = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

$$(S \ H) \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} = (S \ H)$$

Here  $S+H=1$ 

$$\frac{1}{3}S + \frac{4}{5}H = S$$

$$\frac{1}{3}(1-H) + \frac{4}{5}H = 1-H$$

$$\therefore H = \frac{5}{11} \text{ and } S = \frac{6}{11}$$

21.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 18 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$(A|B) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 18 \\ 0 & 1 & k & 6 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 1 & k & 6 \end{pmatrix}$$

$$R_2 \rightarrow R_2 - 3R_1$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - 7R_1$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & k-5 & -5 \end{pmatrix}$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - R_2$$

$$\therefore P(A|B) \neq P(A)$$

$$k-2=0 \Rightarrow k=2$$

$$\int \frac{3x^2+6x+1}{(x+3)(x^2+1)} dx = \int \left( \frac{1}{x+3} + \frac{2x}{x^2+1} \right) dx$$

$$= \log(x+3) + \log(x^2+1)$$

$$= \log[(x+3)(x^2+1)] + C$$

$$= \log[x^3+3x^2+x+3] + C$$

$$23. \int_1^4 f(x) dx = \int_1^3 (7x+3) dx + \int_3^4 8x dx$$

$$= \left( \frac{7x^2}{2} + 3x \right)_1^3 + \left( \frac{8x^2}{2} \right)_3^4$$

$$= \frac{63}{2} + 9 - \frac{13}{2} + 64 - 36$$

$$= 62$$

$$24. I = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1+\cos 2x} dx$$

$$= \int_0^{\pi/2} \sqrt{2\cos^2 \frac{x}{2}} dx$$

$$= \sqrt{2} \int_0^{\pi/2} \cos \frac{x}{2} dx$$

$$= \sqrt{2} \left( \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{1}{2}} \right)_0^{\pi/2}$$

$$= 2\sqrt{2} [\sin \frac{\pi}{4} - \sin 0]$$

$$= 2\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 2$$

Part - IV

Five mark key

25(a)

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 6 & -2 & -3 \end{vmatrix} = -33 \neq 0$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ -7 & -2 & -3 \end{vmatrix} = -33$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & -1 \\ 6 & -7 & -3 \end{vmatrix} = -66$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 5 \\ 6 & -2 & -7 \end{vmatrix} = -99$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-33}{-33} = 1$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-66}{-33} = 2$$

$$z = \frac{\Delta z}{\Delta} = \frac{-99}{-33} = 3$$

25(b)

$$\int e^{2x} \left( \frac{2x-1}{4x^2} \right) dx$$

$$= \frac{1}{4} \int e^{2x} \left[ 2 \left( \frac{1}{x} \right) + \frac{-1}{x^2} \right] dx$$

$$= \frac{1}{4} \int e^{ax} [a f(x) + f'(x)] dx$$

$$= \frac{1}{4} [e^{ax} f(x)] + C$$

$$= \frac{1}{4} e^{2x} + C$$

26(a)

$$T = \begin{matrix} & A & B \\ A & \begin{pmatrix} 0.65 & 0.35 \\ 0.45 & 0.55 \end{pmatrix} \\ B & \end{matrix}$$

$$A = 0.15, \quad B = 0.85$$

Percentage after one year is,

$$= (0.15 \ 0.85) \begin{pmatrix} 0.65 & 0.35 \\ 0.45 & 0.55 \end{pmatrix}$$

$$= (0.48 \ 0.52)$$

$$\therefore A = 48\% \quad \text{and} \quad B = 52\%$$

At equilibrium,

$$(A \ B)T = (A \ B)$$

$$(A \ B) \begin{pmatrix} 0.65 & 0.35 \\ 0.45 & 0.55 \end{pmatrix} = (A \ B)$$

$$0.65A + 0.45B = A$$

$$0.65A + 0.45(1-A) = A$$

$$0.45 = 0.35A \Rightarrow A = 56.25\%$$

$$\therefore B = 43.75\%$$

$$27(a) \quad I = \int_a^b \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{7-x}} dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$$

$$I = \int_2^5 \frac{\sqrt{7-x}}{\sqrt{7-x} + \sqrt{x}} dx \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(1) + (2)} \Rightarrow 2I = \int_2^5 \frac{\sqrt{x} + \sqrt{7-x}}{\sqrt{x} + \sqrt{7-x}} dx$$

$$2I = \int_2^5 dx = (x)_2^5 = 5 - 2 = 3$$

$$I = \frac{3}{2}$$

27(b)

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \frac{1}{n} h \cdot f(a+rh)$$

$$a=0, \quad b=1, \quad h = \frac{1}{n}, \quad f(x) = x$$

$$f(a+rh) = \frac{x}{n}$$

$$\int_0^1 x dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n \frac{1}{n} \cdot \frac{x}{n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{r=1}^n r$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \frac{(1 + \frac{1}{n})}{2}$$

$$= \frac{1+0}{2}$$

$$\int_0^1 x dx = \frac{1}{2}$$

26(b)

$$\int \frac{1}{2x^2 + 6x - 8} dx = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{(x + \frac{3}{2})^2 - \frac{25}{4}}$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{dx}{(x + \frac{3}{2})^2 - (\frac{5}{2})^2}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{2 \times \frac{5}{2}} \log \left| \frac{x + \frac{3}{2} - \frac{5}{2}}{x + \frac{3}{2} + \frac{5}{2}} \right| + C$$

$$= \frac{1}{10} \log \left| \frac{x-1}{x+4} \right| + C$$

Prepared By:

S. Venkatesan.

Dattin Hr. sec. sch.

Dalmiapuram.