www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

பள்ளிக்கல்வித்துறை
விழுப்புரம் மாவட்டம்

கணிதம்

10

வினா-விடை வங்கி
மற்றும் செப்டம்பர் 2020 வினாத்தாள்

2022-23

வாழ்த்துகளுடன்.....
திருமதி. K. கிருஷ்ணப்பிரியா, B.Sc., M.A., B.Ed.,
முதன்மைக் கல்வி அலுவலர், விழுப்புரம் மாவட்டம்.

மாநில அளவில் பத்தாம் வகுப்பு அரசுப் பொதுத் தேர்வில் 11 ஆம் இடத்தை, நம்முடைய கடின உழைப்பின் மூலம் அடைந்தது பாராட்டுக்குரியது.

தன்னம்பிக்கை + விடாமுயற்சி + கடின உழைப்பு = வெற்றி
"The Struggle you're in Today will definitely develop the strength you need for Tomorrow.

A. SIVAMOORTHY, Government High School, Perumbakkam, **Villupuram District.**
Mobile: 9750827997

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

வாழ்த்துச் செய்தி

அன்புடையீர் வணக்கம்!

2022 – 2023 ஆம் கல்வி ஆண்டில் பத்தாம் வகுப்பு பொதுத் தேர்வு எழுதவிருக்கும் அனைத்து மாணவர்களும் சிறப்பான முறையில் தேர்ச்சி பெற அயராது உழைத்துக் கொண்டிருக்கும் அனைத்து ஆசிரியர்களுக்கும் எனது இதயப் பூர்வமான நன்றியை தெரிவித்துக் கொள்கிறேன்.

மீத்திறன் மிக்க மாணவர்களையும், மெல்ல கற்கும் மாணவர்களையும் தங்கள் நிலையில் இருந்து முன்னேற்றம் அடைய அதிகபட்ச அக்கறை எடுத்துக் கொள்ளும் அனைத்து ஆசிரியர்களுக்கும் எனது வாழ்த்துகளை கூறிக் கொள்வதில் பெருமை கொள்கிறேன்.

மாநில அளவில் விழுப்புரம் மாவட்டத்தின் பத்தாம் வகுப்பு தேர்ச்சி சதவீதத்தை உயர்த்துவதே நமது பிராதன நோக்கம் ஆகும். "சேவை மனப்பான்மையுடனும், அர்ப்பணிப்பு உணர்வுடனும் பணியாற்றும் ஒரு ஆசிரியர் என்றும் கடவுளால் ஆசிர்வதிக்கப்படுவார் என்பது என்னுடைய கருத்து".

ஆதலால் பத்தாம் வகுப்பு எடுக்கும் அனைத்து ஆசிரியர்களும் ஏழை, ஆதரவற்ற, ஒடுக்கப்பட்ட, கிராமப்புற மாணவர்களின் நலன் மற்றும் முன்னேற்றம் கருதி அதிக நேரம் ஒதுக்கி அவர்களுடைய வாழ்க்கையில் ஒளியேற்ற வேண்டுமாறு கேட்டுக்கொள்கிறேன்.

வாழ்த்துகளுடன்,

திருமதி. மு. கிருஷ்ணப்பிரியா, B.Sc., M.A. B.Ed.,

முதன்மைக் கல்வி அலுவலர்,

விழுப்புரம் மாவட்டம்.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

Preface

This material has been prepared in accordance with The TamilNadu Government State Board Syllabus. I am very happy to inform you that by practicing all the problems in this material thoroughly will definitely make the students to score more than 90 percentage of marks in Mathematics in the Public Examination. I am in a position to express my hearty gratitude to our respected CEO Madam and DEO Sir for having encouraged my serious attempt to prepare this material for the welfare of the students. Constructive criticisms and valuable suggestions are always welcome.

A. SIVAMOORTHY,
Government High School,
Perumbakkam,
Villupuram District.

நிலை-1 மற்றும் நிலை-2 இரண்டையும் சேர்ந்து படித்தால் கிடைக்கும் தோராய மதிப்பெண்கள் விபரம்

அலகு	பாடத் தலைப்பு	நிலை - I				நிலை - 2			
		மதிப்பெண்கள்				மதிப்பெண்கள்			
		1	2	5	8	1	2	5	8
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	2	1	1	-	2	2	2	-
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	2	1	1	-	2	1	1	-
3	இயற்கணிதம்	2	1	1	1	2	1	2	1
4	வடிவியல்	2	1	1	1	2	1	1	1
5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	2	1	1	-	2	1	1	-
6	முக்கோணவியல்	1	1	-	-	1	1	1	-
7	அளவியல்	2	1	1	-	2	1	1	-
8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	1	2	1	-	1	2	1	2
	மொத்த வினாக்கள்	14(12)	14(9)	14(7)	2(2)	14(12)	14(10)	14(10)	2(2)
	மொத்த மதிப்பெண்கள்	12	18	35	16	12	20	50	16

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

STAGE - I

அலகு	பாடத் தலைப்பு	பக்க எண்
	வடிவியல் & வரைபடம்	5
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	32
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	41
3	இயற்கணிதம்	50
4	வடிவியல்	62
5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	69
6	முக்கோணவியல்	77
7	அளவியல்	81
8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	85
	விடைகள்	97
	அரசு பொதுத் தேர்வு வினாத்தாள் - செப்டம்பர் 2020	98

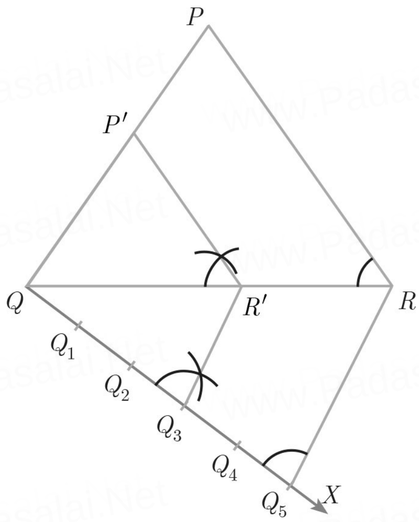
Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

4 வடிவியல்

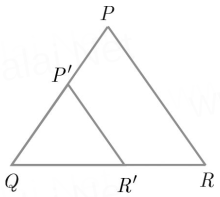
STAGE 1

1. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR-க்கு ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{3}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும்.
(அளவு காரணி $\frac{3}{5} < 1$)

தீர்வு:



உதவிப்படம்



PQR ஆனது கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ஆகும். PQR என்ற முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்கு $\frac{3}{5}$ அளவுடைய ஒத்த பக்கங்களின் மற்றொரு முக்கோணத்தை அமைப்போம்.

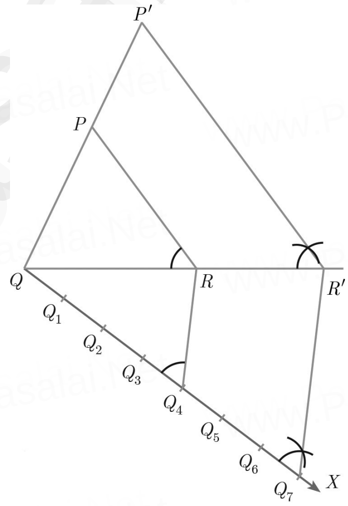
வரைதலின் படிகள்:

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக் கொண்டு ΔPQR வரையவும்.
2. QR என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு QX என்ற கதிரை P என்ற முனைப்புள்ளிக்கு எதிர் திசையில் வரையவும்.
3. QX-ன் மீது Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 மற்றும் Q_5 என்ற புள்ளிகளை (the greater of and 5 in $\frac{3}{5}$ -யில், 3 மற்றும் 5 ஆகியவற்றில் பெரியது 3 என்பதால்) $QQ_1 = Q_1Q_2 = Q_2Q_3 = Q_3Q_4 = Q_4Q_5$ என்றவாறு குறிக்கவும்.
4. Q_5R-ஐ இணைத்து Q_3 -யிலிருந்து (3-வது புள்ளி, அதாவது $\frac{3}{5}$ இல், 3 மற்றும் 5 ஆகியவற்றில் சிறியது) Q_5R-க்கு இணையாக ஒரு கோடு வரையவும். இது QR-ஐ R' இல் சந்திக்கிறது.
5. R' -லிருந்து RP -க்கு இணையாக வரையப்படும் கோடு QP-ஐ P' இல் சந்திக்கிறது. $\Delta P'QR'$ -யின் பக்கங்கள் ΔPQR -யின் ஒத்த பக்கங்களின் அளவில் 5 இல் 3 பங்கு ஆகும். $\Delta P'QR'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

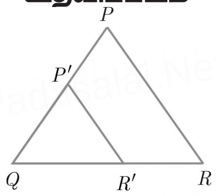
---

2. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR -க்கு ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{7}{4}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும்.
(அளவு காரணி (அளவு காரணி $\frac{7}{4} > 1$)

தீர்வு:



உதவிப்படம்



கொடுக்கப்பட்ட ΔPQR -ன் பக்கங்களைப் போல் $\frac{7}{4}$ பங்கு அளவுடைய ஒத்த பக்கங்களைக் கொண்ட மற்றொரு முக்கோணத்தை அமைப்போம்.

வரைதலின் படிகள்:

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக் கொண்டு ΔPQR வரையவும்.
2. QR என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு QX என்ற கதிரை P என்ற முனைப் புள்ளிக்கு எதிர் திசையில் வரையவும்.
3. QX-ன் மீது $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6,$ மற்றும் Q_7 என்ற புள்ளிகளை ($\frac{7}{4}$-யில், 7 மற்றும் 4 ஆகியவற்றில் பெரியது). $QQ_1 = Q_1Q_2$

$= Q_2Q_3 = Q_3Q_4 = Q_4Q_5$ என்றவாறு குறிக்கவும்.

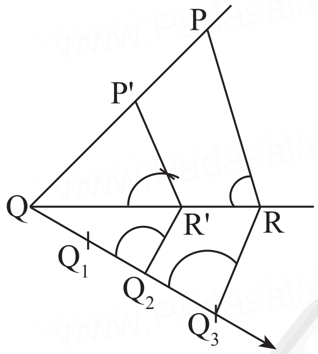
4. Q_4 -ஐ (4-வது புள்ளி, அதாவது $\frac{7}{4}$-யில், 7 மற்றும் 4 ஆகியவற்றில் சிறியது) புள்ளி R -வுடன் இணைக்க Q_4R -க்கு இணையாக Q_7-லிருந்து வரையப்படும் கோடு QR-ன் நீட்சியினை R' இல் சந்திக்கிறது.

5. R' -லிருந்து RP -க்கு இணையாக வரையப் படும் கோடு QP-யின் நீட்சியினை P'-யில் சந்திக்கிறது. $\Delta P'QR'$-யின் பக்கங்கள் ΔPQR-யின் ஒத்த பக்கங்களின் அளவில் 4-யில் 7 பங்கு ஆகும். $\Delta P'QR'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

---

3. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{2}{3}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும். (அளவு காரணி $\frac{2}{3} < 1$).

தீர்வு:



வரைதலின் படிகள்:

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக் கொண்டு PQR வரையவும்.

2. QR என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு QX என்ற கதிரை P என்ற முனைப்புள்ளிக்கு எதிர்திசையில் வரையவும்.

3. QX-ன் மீது Q_1, Q_2, Q_3 ஆகிய 3 புள்ளிகளை (2, 3, $\frac{2}{3}$ இல் பெரியது 3 என்பதால்) $QQ_1 = Q_1Q_2 = Q_2Q_3$ என்றவாறு குறிக்கவும்.

4. Q_3, R ஐ இணைத்து Q_2 -யிலிருந்து (2, 3, $\frac{2}{3}$ இல் சிறியது) Q_3R -க்கு இணையாக ஒரு கோடு வரையவும். இது QR-ஐ R' இல் சந்திக்கின்றது.

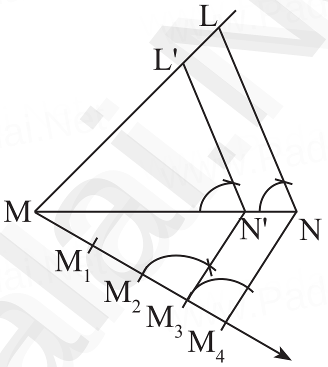
5. R' ல் இருந்து RP க்கு இணையாக ஒரு கோடு வரையவும். இது PQ வை P' இல் சந்திக்கிறது.

6. $\Delta P'QR'$ என்பது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

---

4. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் LMN-ன் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{4}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும். (அளவு காரணி $\frac{4}{5} < 1$).

தீர்வு:



வரைதலின் படிகள்:

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக் கொண்டு ΔLMN வரையவும்.

2. MN என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு MX என்ற கதிரை L என்ற முனைப்புள்ளிக்கு எதிர்திசையில் வரைந்து, அதில் $MM_1 = M_1M_2 = M_2M_3 = M_3M_4 = M_4M_5$ என்றவாறு குறிக்கவும்.

3. M_5N ஐ இணைத்து, இதற்கு இணையாக M_4N' வரையவும். N' லிருந்து LN க்கு இணையாக $L'N'$ வரையவும்.

4. $\Delta L'MN'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

---

5. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ABC-யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{6}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும். (அளவு காரணி $\frac{6}{5} > 1$). **செப்.20**

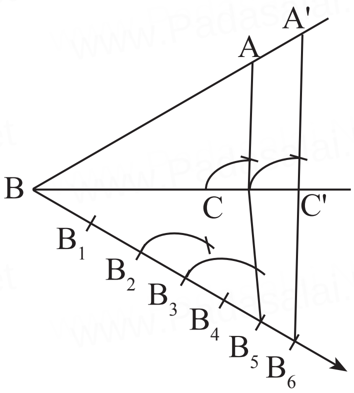
தீர்வு:

வரைதலின் படிகள்:

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக்கொண்டு ABC வரையவும்.

2. BC என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத் தை ஏற்படுத்துமாறு BX என்ற கதிரை A என்ற புள்ளிக்கு எதிர்திசையில் வரையவும்.

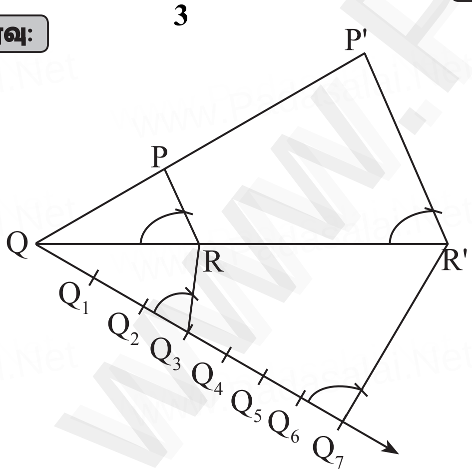
Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com



3. BX இல் B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, மற்றும் B_6 புள்ளிகளை (6, 5, $\frac{6}{5}$ இல் பெரியது)
$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5 = B_5B_6$ என்றவாறு குறிக்கவும்.
4. B_5 ஐ (5, 6, $\frac{6}{5}$ இல் சிறியது) C யுடன் இணைத்து B_5C -க்கு இணையாக B_6 இல் இருந்து ஒருகோடு வரையவும். இது BC-ஐ C' இல் என்ற இடத்தில் சந்திக்கும்.
5. C' லிருந்து CA விற்கு இணையாக ஒரு கோடு வரையவும். அது BA யின் நீட்சியினை A இல் தொடட்டும்.
6. $\Delta A'BC'$ என்பது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

6. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR -ன் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{7}{3}$ என்றவாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும்.
(அளவு காரணி $\frac{7}{3} > 1$). ஆக.22

தீர்வு:



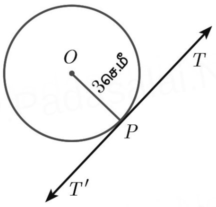
வரைதலின் படிகள்:
1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக்கொண்டு ΔPQR வரையவும்.
2. QR என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு QX என்ற கதிரை என்ற முனைப்புள்ளிக்கு எதிர் திசையில் வரைந்து, அதில் Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7 என்ற புள்ளிகளை சம அளவில் குறிக்கவும். $Q_3Q_4 = Q_4Q_5 = Q_5Q_6 = Q_6Q_7$
3. Q_3R ஐ இணைத்து, இதற்கு இணையாக Q_7R' வரையவும். R' லிருந்து RQக்கு இணையாக $R'Q'$ வரையவும்.
4. $\Delta P'QR'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

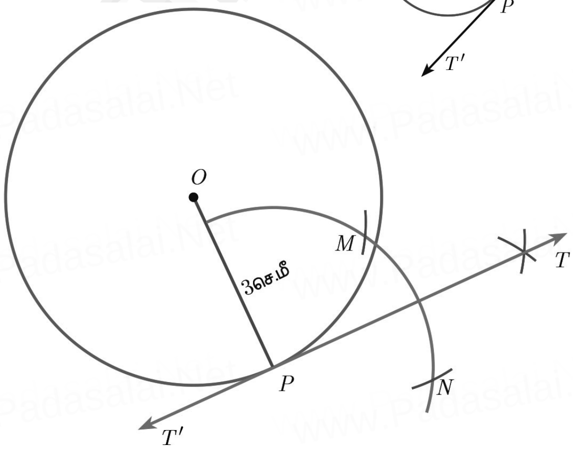
7. 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும். வட்டத்தின் மேல் P என்ற புள்ளியைக் குறித்து அப்புள்ளி வழியே தொடுகோடு வரையவும்.

தீர்வு:

ஆரம் r = 3 செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

உதவிப்படம்





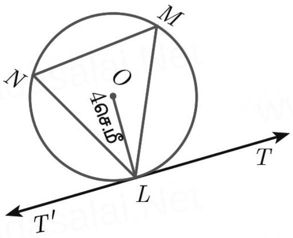
வரைமுறை:
1. O-வை மையமாகக் கொண்டு 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும்.
2. வட்டத்தின் மேல் P என்ற புள்ளியைக் குறித்து OP-ஐ இணைக்கவும்.
3. P என்ற புள்ளி வழியே OP-க்கு செங்குத்தாக TT' வரையவும்.
4. TT' ஆனது தேவையான தொடுகோடு ஆகும்.

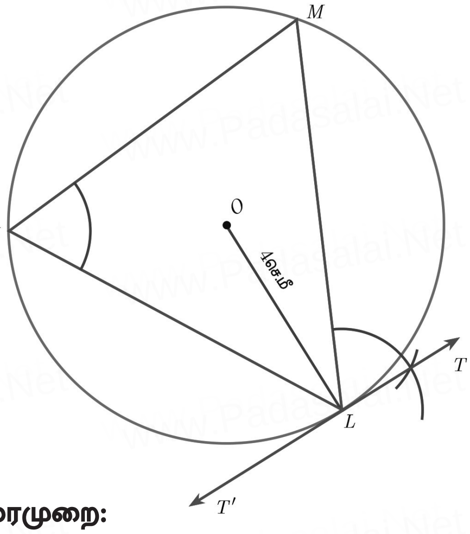
8. 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும். வட்டத்தின் மீதுள்ள L என்ற புள்ளி வழியாக மாற்று வட்டத்துண்டு தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி வட்டத்திற்குத் தொடுகோடு வரையவும்.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

தீர்வு:

உதவிப்படம்





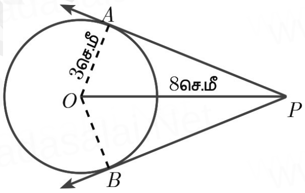
வரைமுறை:

1. O ஐ மையமாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும்.
2. வட்டத்தின் மேல் L என்ற புள்ளியை குறிக்கவும். L, M, N குறித்து இணைக்கவும்.
3. $\angle TLM = \angle MNL$ என அமையுமாறு L வழியே TT' என்ற தொடுகோடு வரையவும்.
5. TT' என்பது தேவையான தொடுகோடாகும்.

9. 6 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து, 8 செ.மீ தொலைவில் P என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளியிலிருந்து PA மற்றும் PB என்ற இரு தொடுகோடுகள் வரைந்து அவற்றின் நீளங்களை அளவிடுக.

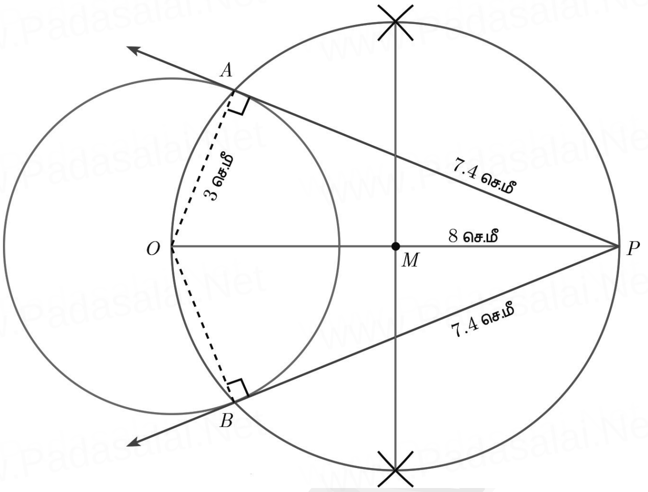
தீர்வு:

உதவிப்படம்



வரைமுறை:

1. O வை மையமாகக் கொண்டு 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும்.
2. 8 செ.மீ நீளமுள்ள OP என்ற கோடு வரையவும்.
3. OP க்கு மையக்குத்துக்கோடு வரையவும். அது OP யை M இல் சந்திக்கும்.



4. M யை மையமாகவும் MO வை ஆரமாகவும் கொண்டு வரைபட வட்டமானது முந்தைய வட்டத்தை A மற்றும் B இல் சந்திக்கிறது.
5. AP மற்றும் BP யை இணைக்கவும். AP மற்றும் BP தேவையான தொடு கோடுகளாகும். தொடுகோட்டின் நீளம் $PA = PB = 7.4$ செ.மீ

சரிபார்த்தல்:

செங்கோண முக்கோணம் OPA-யில்

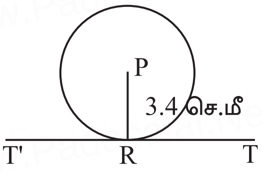
$PA^2 - OA^2 = 64 - 9 = 55$

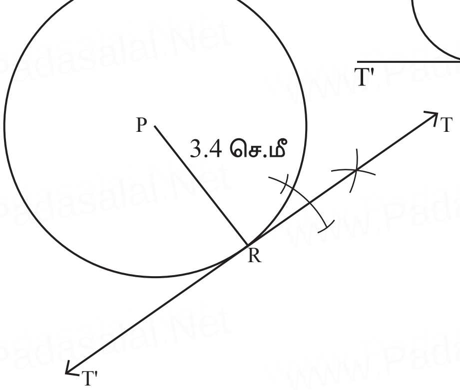
$PA = \sqrt{55} = 7.4$ செ.மீ (தோராயமாக)

10. P ஐ மையமாகக் கொண்ட 3.4 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்திற்கு R என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு வரையவும்.

தீர்வு:

உதவிப்படம்





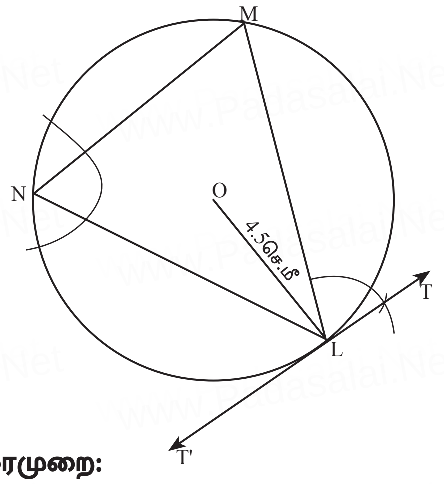
வரைமுறை:

1. P ஐ மையமாகக் கொண்டு 3.4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும்.
2. வட்டத்தின் R என்ற புள்ளியைக் குறித்து PR-ஐ இணைக்கவும்.
3. R என்ற புள்ளி PR க்கு செங்குத்தாக TT' வரையவும்.
4. TT' என்பது தேவையான தொடுகோடாகும்.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

11. 4.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும். வட்டத்தின் மீது ஏதேனும் ஒரு புள்ளிக்கு மாற்று வட்டத்துண்டு தேற்றத்தினைப் பயன்படுத்தித் தொடுகோடு வரையவும்.

தீர்வு: **உதவிப்படம்**



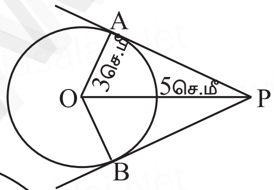
வரைமுறை:

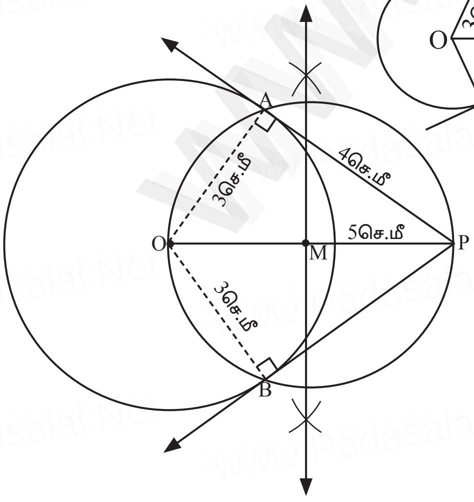
1. O ஐ மையமாகக் கொண்டு 4.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும்.
2. வட்டத்தின் மேல் L என்ற புள்ளியை குறிக்கவும். L, M, N குறித்து இணைக்கவும்.
3. $\angle TLM = \angle MNL$ என அமையுமாறு L வழியே TT' என்ற தொடுகோடு வரையவும்.
5. TT' என்பது தேவையான தொடுகோடாகும்.

---

12. 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 10 செ.மீ தொலைவிலுள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரையவும். மேலும் தொடுகோட்டின் நீளங்களைக் கணக்கிடுக. **செப்.20**

தீர்வு: **உதவிப்படம்**





வரைமுறை:

1. O வை மையமாகக் கொண்டு 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும்.
2. 10 செ.மீ நீளமுள்ள OP வரைந்து அதற்கு மையக்குத்துகோடு வரையவும். அது OP ஐ M இல் சந்திக்கிறது.
3. M ஐ மையமாகவும் MO வை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரையவும். அது முந்தைய வட்டத்தை A, B இல் சந்திக்கிறது. OP at M.
4. AP மற்றும் BP யை இணைக்கவும். இதுவே நமக்குத் தேவையான தொடுகோடாகும்.

சரிபார்த்தல்:

செங்கோண முக்கோணம் OPA இல்

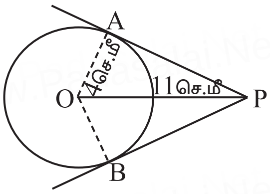
$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$

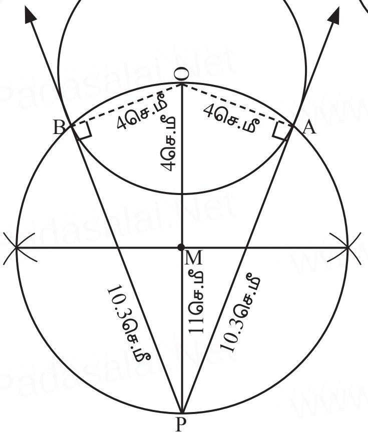
$PA = \sqrt{75} = 8.6$ செ.மீ (தோராயமாக)

---

13. 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைந்து அதன் மையத்திலிருந்து 11 செ.மீ தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியைக் குறித்து, அப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரண்டு தொடுகோடுகள் வரையவும்.

தீர்வு: **உதவிப்படம்**





வரைமுறை:

1. O வை மையமாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும்.
2. 11 செ.மீ நீளமுள்ள OP வரைந்து அதற்கு மையக்குத்துகோடு வரையவும். அது OP ஐ M இல் சந்திக்கிறது.
4. M ஐ மையமாகவும் MO வை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரையவும். அது முந்தைய வட்டத்தை A, B இல் சந்திக்கிறது.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

5. AP மற்றும் BP யை இணைக்கவும். இதுவே நமக்குத் தேவையான தொடுகோடாகும்.

சரிபார்த்தல்:

செங்கோண முக்கோணம் ΔOPA இல்

$AP^2 = OP^2 - OA^2$

$= 11^2 - 4^2 = 121 - 16 = 105$

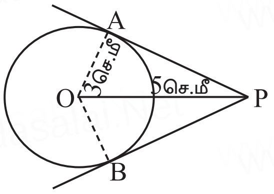
$AP = \sqrt{105} = 10.2$ செ.மீ

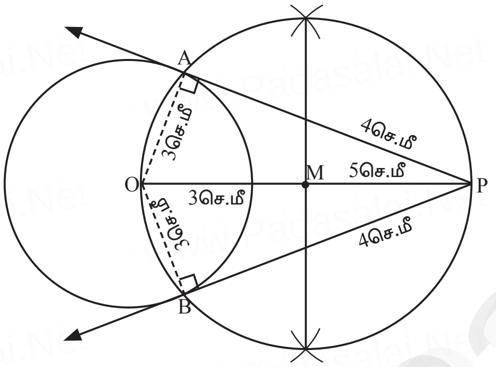
---

14. 6 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 5 செ.மீ தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரைந்து தொடுகோட்டின் நீளங்களைக் கணக்கிடுக. செப்.21 ஆக.22

தீர்வு:

உதவிப்படம்





வரைமுறை:

1. O வை மையமாகக் கொண்டு 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும்.
2. 5 செ.மீ நீளமுள்ள வரைந்து அதற்கு மையக்குத்துகோடு வரையவும். அது OP ஐ M இல் சந்திக்கிறது.
3. M ஐ மையமாகவும் MO வை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரையவும். அது முந்தைய வட்டத்தை A, B இல் சந்திக்கிறது.
4. AP மற்றும் BP யை இணைக்கவும். இதுவே நமக்குத் தேவையான தொடுகோடாகும்.

சரிபார்த்தல்:

செங்கோண முக்கோணம் ΔOPA இல்

$AP^2 = OP^2 - OA^2$

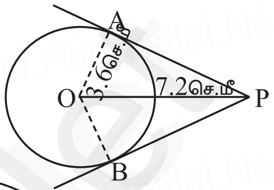
$= 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

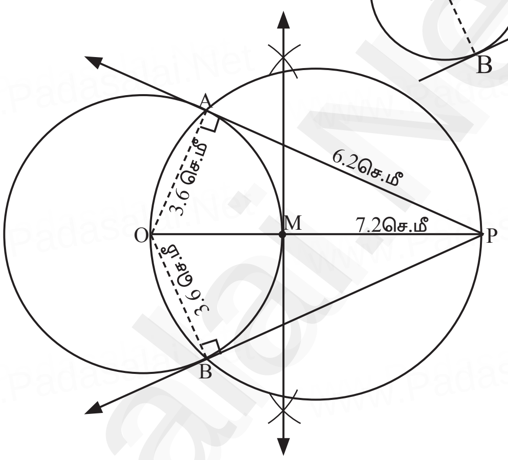
$AP = \sqrt{16} = 4$ செ.மீ

15. O-வை மையமாகக் கொண்ட 3.6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும். வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து. 7.2 செ.மீ தொலைவிலுள்ள P என்ற புள்ளியைக் குறித்து அப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரையவும்.

தீர்வு:

உதவிப்படம்





வரைமுறை:

1. O வை மையமாகக் கொண்டு 3.6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும்.
2. 7.2 செ.மீ நீளமுள்ள OP வரைந்து அதற்கு மையக்குத்துகோடு வரையவும். அது OP ஐ M இல் சந்திக்கிறது.
3. M ஐ மையமாகவும் MO வை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரையவும். அது முந்தைய வட்டத்தை A, B இல் சந்திக்கிறது.
4. AP மற்றும் BP யை இணைக்கவும். இதுவே நமக்குத் தேவையான தொடுகோடாகும்.

சரிபார்த்தல்:

செங்கோண முக்கோணம் OPA இல்

$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 7.2^2 - 3.6^2$

$= 51.84 - 12.96 = 38.88$

$PA = \sqrt{38.88} = 6.2$ செ.மீ (தோராயமாக)

பயிற்சிக்காக

1. $PQ = 8$ செ.மீ, $R = 60°$ உச்சி R -லிருந்து PQ-க்கு வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் நீளம் $RG = 5.8$ செ.மீ என இருக்குமாறு ΔPQR வரையவும். R-லிருந்து PQ-க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் காண்க.

2. $QR = 5$ செ.மீ, $\angle P = 30°$ மற்றும் P-யிலிருந்து QR-க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் 4.2 செ.மீ கொண்ட ΔPQR வரையவும்.

3. அடிப்பக்கம் $BC = 8$ செ.மீ, $A = 60°$மற்றும் $\angle A$ யின் இருசமவெட்டியானது BC ஐ D என்ற புள்ளியில் $BD = 6$ செ.மீ என்றவாறு சந்திக்கிறது எனில் முக்கோணம் ABC வரையவும்.

4. $PQ = 4.5$ செ.மீ, $\angle R = 35°$ மற்றும் உச்சி R-யிலிருந்து வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் நீளம் $RG = 6$ செ.மீ என அமையுமாறு ΔPQR வரைக. **செப்.21**

5. $QR = 5$ செ.மீ, $\angle P = 40°$ மற்றும் உச்சி P-யிலிருந்து QR-க்கு வரையப்பட்ட நடுக் கோட்டின் நீளம் $PG = 4.4$ செ.மீ என இருக்கும்படி ΔPQR வரைக. மேலும் P-லிருந்து QR-க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் காண்க.

6. $QR = 6.5$ செ.மீ, $P = 60°$ மற்றும் உச்சி P-யிலிருந்து QR-க்கு வரையப்பட்ட குத்துக் கோட்டின் நீளம் 4.5 செ.மீ உடைய ΔPQR வரைக.

7. $AB = 5.5$ செ.மீ, $C = 25°$ மற்றும் உச்சி C யிலிருந்து AB-க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் 4 செ.மீ உடைய ΔABC வரைக.

8. அடிப்பக்கம் $BC = 5.6$ செ.மீ $\angle A = 40°$ மற்றும் $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டியானது அடிப்பக்கம் BC ஐ $CD = 4$ செ.மீ என D-யில் சந்திக்குமாறு அமையும் முக்கோணம் ABC வரைக.

9. $PQ=6.8$ செ.மீ, உச்சிக்கோணம் $50°$ உச்சிக் கோணத்தின் இருசமவெட்டியானது அடிப்பக்கத்தை $PD = 5.2$ செ.மீ என D-யில் சந்திக்குமாறு அமையும் ΔPQR வரைக.

★★★

3 இயற்கணிதம்

STAGE 1

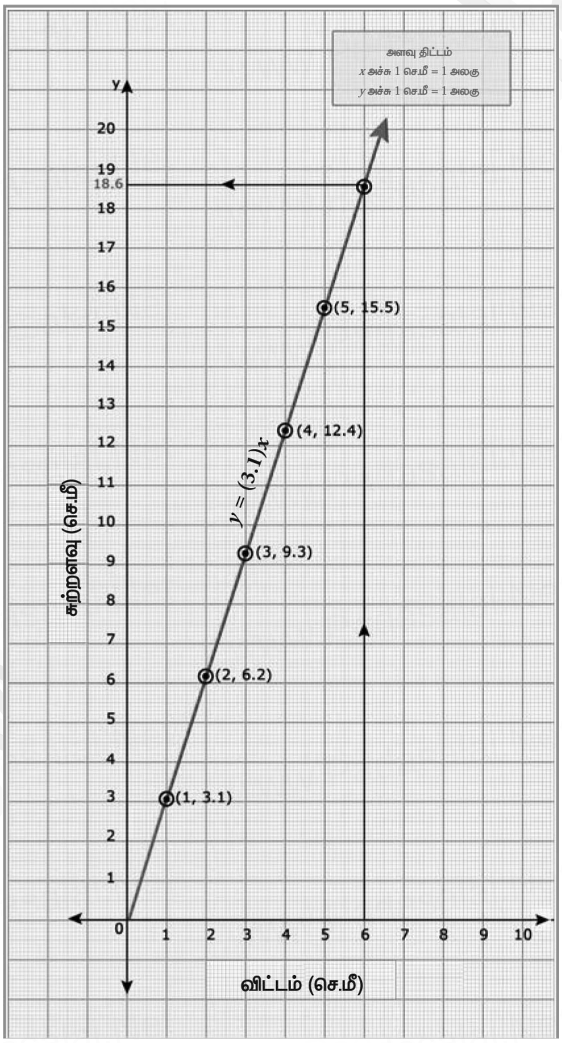
1. வர்ஷிகா வெவ்வேறு அளவுகளில் 6 வட்டங்களை வரைந்தாள். அட்டவணையில் உள்ளவாறு, ஒவ்வொரு வட்டத்தின் விட்டத்திற்கும் சுற்றளவிற்குமான ஒரு வரைபடம் வரையவும். அதனைப் பயன்படுத்தி, விட்டமானது 6 செ.மீ ஆக இருக்கும்போது வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

விட்டம் (x) செ.மீ	1	2	3	4	5
சுற்றளவு (y) செ.மீ	3.1	6.2	9.3	12.4	15.5

தீர்வு:

I. அட்டவணை (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

விட்டம் (x) செ.மீ	1	2	3	4	5
சுற்றளவு (y) செ.மீ	3.1	6.2	9.3	12.4	15.5



II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' யும் அதிகரிக்கிறது. ஆகவே, இது நேர்மாறுபாடு ஆகும்.

$y = kx$ என்க. இங்கு k என்பது விகிதசம மாறிலியாகும்.

$k = \frac{y}{x} = \frac{3.1}{1} = \frac{6.2}{2} = \frac{9.3}{3} = \frac{12.4}{4} = ... = 3.1$ $\therefore$ சமன்பாடு $y = 3.1x$

III. புள்ளிகள்:

(1, 3.1) (2, 6.2) (3, 9.3), (4, 12.4) மற்றும் (5, 15.5)

IV. தீர்வு:

வரைபடத்திலிருந்து விட்டம் 6 செ.மீ ஆக இருக்கும் பொழுது வட்டத்தின் சுற்றளவு 18.6 செ.மீ ஆகும். ஆகவே வட்டத்தின் சுற்றளவு 18.6 செ.மீ ஆகும்.

சரிபார்த்தல்:

$x = 6$, எனில் $y = (3.1) \times 6 = 18.6$

---

2. ஒரு பேருந்து மணிக்கு 50 கி.மீ/மணி என்ற சீரான வேகத்தில் பயணிக்கிறது. இத்தொடர்புக்கான தூரம் – நேரம் வரைபடம் வரைந்து, பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) விகிதசம மாறிலியைக் காண்க. (ii) 1½ மணி நேரத்தில் பயணிக்கும் தூரம் எவ்வளவு?

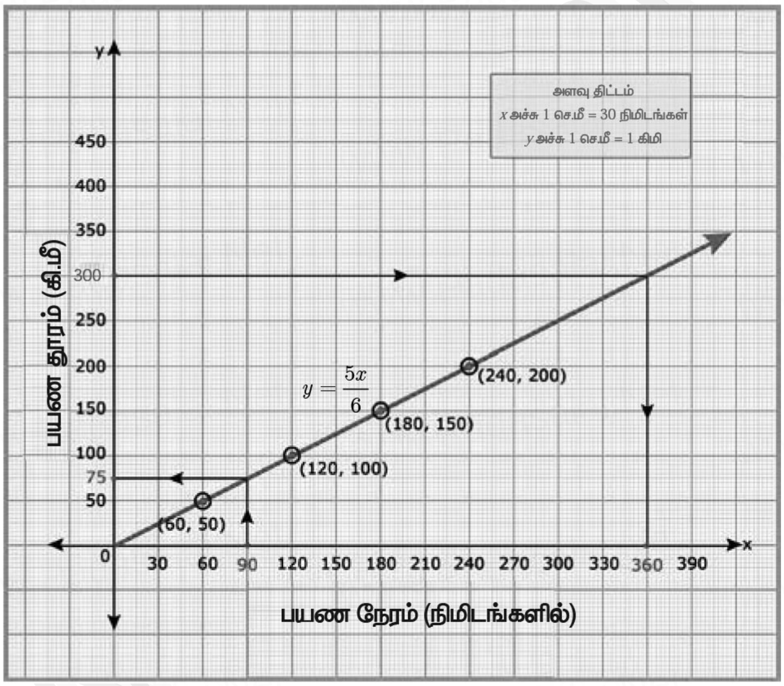
(iii) 300 கி.மீ தூரத்தை பயணிக்க எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

தீர்வு:

I. அட்டவணை:

x ஆனது நேரத்தையும் (நிமிடங்களில்), y ஆனது பயணித்த தூரத்தையும் (கி.மீ இல்) குறிப்பதாகக் கொள்வோம்.

பயண நேரம் x (நிமிடங்களில்)	60	120	180	240	300	360
பயண தூரம் y (கி.மீ-ல்)	50	100	150	200	250	300



II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' யும் அதிகரிக்கிறது. ஆகவே, இது நேர்மாறுபாடு ஆகும்.

$k = \frac{y}{x} = \frac{50}{60} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}$ $\therefore$ சமன்பாடு $y = \frac{5}{6}x$

III. புள்ளிகள்:

(60, 50), (120, 100), (180, 150), (240, 200), (300, 250)

IV. தீர்வு:

i) விகிதசம மாறிலி $k = \frac{y}{x} = \frac{5}{6}$

ii) வரைபடத்திலிருந்து $x = 90$ எனில் $y = \frac{5}{6} \times 90 = \frac{450}{6} = 75$ கி.மீ. எனவே 90 நிமிடங்களில் பயணித்த தூரமானது 75 கி.மீ ஆகும்.

iii) 300கி.மீ தூரம் பயணிக்க எடுத்துக்கொண்ட நேரம் 360 நிமிடங்கள், அதாவது 6 மணி நேரம்.

3. ஒரு நிறுவனமானது தொடக்கத்தில் 40 வேலையாள்களுடன் 150 நாள்களில் ஒரு வேலையை முடிக்கத் தொடங்கியது. பிறகு, வேலையை விரைவாக முடித்திட பின்வருமாறு வேலையாள்களை அதிகரித்தது.

வேலையாள்களின் எண்ணிக்கை (x)	40	50	60	75
நாள்களின் எண்ணிக்கை (y)	150	120	100	80

(i) மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து மாறுபாட்டின் வகையை அடையாளம் காண்க.

(ii) வரைபடத்திலிருந்து, நிறுவனமானது 120 வேலையாள்களை வேலைக்கு அமர்த்த விரும்பினால், வேலை முடிய எத்தனை நாள்கள் ஆகும் எனக் காண்க.

(iii) வேலையானது 30 நாள்களில் முடிய வேண்டும் எனில், எத்தனை வேலையாள்கள் தேவை?

தீர்வு:

I. அட்டவணை (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

வேலையாள்களின் எண்ணிக்கை (x)	40	50	60	75
நாள்களின் எண்ணிக்கை (y)	150	120	100	80

II. மாறுபாடு

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' குறைகிறது என நாம் காண்கிறோம்.

ஆகவே, இது எதிர்மாறுபாடு ஆகும்.

i.e. $xy = k$

$xy = 40 \times 150 = 50 \times 120 = \ldots.. 75 \times 80 = 6000 = k$

$\therefore$ சமன்பாடு $xy = 6000$

III. புள்ளிகள்:

(40, 150) (50, 120) (60, 100), (75, 80)

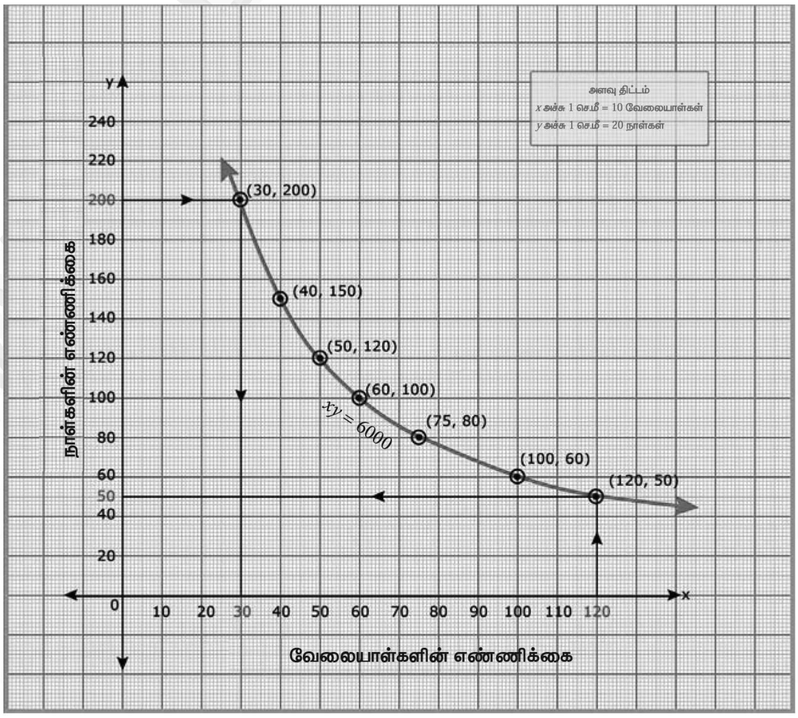
IV. தீர்வு:

i. இது ஒரு எதிர்மாறுபாடு ஆகும்.

ii. $x = 120$ எனில் $120 \times y = 6000 \Rightarrow y = \frac{6000}{120} = 50$. வரைபடத்திலிருந்து நிரூபணமானது.

120 வேலையாட்களுடன் வேலை செய்ய முடிவு செய்தால் அவ்வேலையானது 50 நாட்களில் முடிவடையும்.

iii. $y = 200$ எனில் $x \times 200 = 6000 \Rightarrow x = \frac{6000}{200} = 30$. வரைபடத்திலிருந்து 200 நாட்களில் வேலையை முடிக்க வேண்டும் எனில் தேவையான வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை 30 ஆகும்.



www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

4. நிஷாந்தி, 12 கி.மீ தூரத்திற்கான மாரத்தான் ஓட்டத்தின் வெற்றியாளர் ஆவார். அவர் மணிக்கு 12 கி.மீ என்ற சீரான வேகத்தில் ஓடி, இலக்கினை 1 மணி நேரத்தில் அடைந்தார். அவரைத் தொடர்ந்து ஆராதனா, பொன்மொழி, ஜெயந்த், சத்யா மற்றும் சுவேதா ஆகியோர் முறையே 6 கி.மீ/மணி, 4 கி.மீ/மணி, 3 கி.மீ/மணி மற்றும் 2 கி.மீ/மணி என்ற வேகத்தில் ஓடி வந்தனர். அவர்கள் அந்த தூரத்தை முறையே 2 மணி, 3 மணி, 4 மணி, மற்றும் 6 மணி நேரத்தில் அடைந்தனர். வேகம் – நேரம், வரைபடம் வரைந்து அதனைப் பயன்படுத்தி, மணிக்கு 2.4 கி.மீ/மணி வேகத்தில் சென்ற கௌசிக் எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

I. அட்டவணை:

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து நாம் ஒரு அட்டவணையை அமைப்போம்.

வேகம் (x) (கி.மீ/மணி)	12	6	4	3	2
நேரம் y மணி	1	2	3	4	6

II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து x குறையும்போது y அதிகரிக்கின்றது என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, இது எதிர் மாறுபாடு ஆகும்.

$\Rightarrow xy = k, k > 0$ இங்கு k என்பது விகிதசம மாறிலியாகும்.

இங்கு $xy = 12 \times 1 = 6 \times 2 = \ldots\ldots\ldots = 2 \times 6 = 12 = k$

$\therefore xy = 12$

III. புள்ளிகள்:

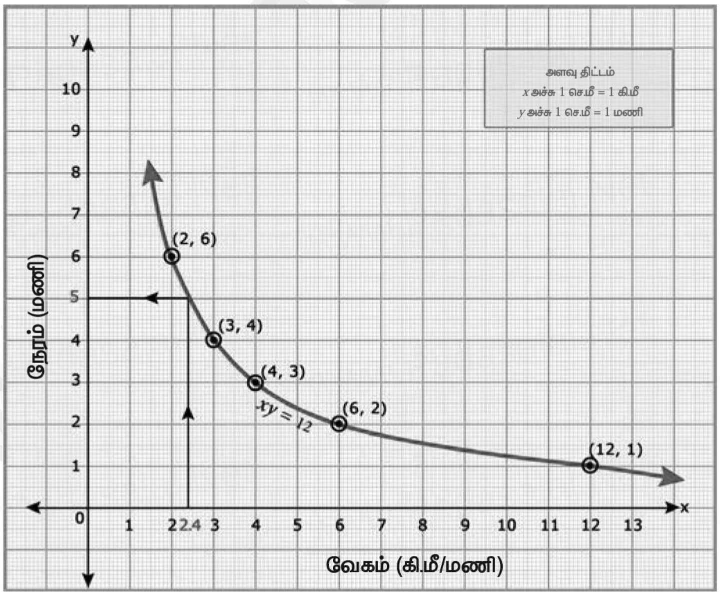
(12, 1), (6, 2), (4, 3), (3, 4), (2,6)

IV. தீர்வு:

$x = 2.4 \Rightarrow 2.4 \times y = 12$

$$y = \frac{12}{2.4} = 5$$

வரைபடத்திலிருந்து மணிக்கு 2.4 கி.மீ/மணி வேகத்தில் கௌசிக் எடுத்து கொண்ட நேரம் 5 மணி நேரமாகும்.



5. ஒரு துணிக்கடையானது தனது வாடிக்கையாளர்களுக்கு வாங்கும் ஒவ்வொரு பொருளின் மீதும் 50% தள்ளுபடியை அறிவிக்கிறது. குறித்த விலைக்கும் தள்ளுபடிக்குமான வரைபடம் வரையவும். மேலும்,

(i) வரைபடத்திலிருந்து, ஒரு வாடிக்கையாளர் ₹ 3250 ஐ தள்ளுபடியாகப் பெற்றால் குறித்த விலையைக் காண்க.

(ii) குறித்த விலையானது ₹ 2500 எனில் தள்ளுபடியைக் காண்க.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

தீர்வு:

I. அட்டவணை:

குறித்த தொகை ₹ (x)	1000	2000	3000	4000	5000	6000
தள்ளுபடி ₹ (y)	500	1000	1500	2000	2500	3000

II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' யும் அதிகரிக்கிறது என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, இது நேர் மாறுபாடு ஆகும்.

$y = kx$, இங்கு k என்பது விகிதசம மாறிலியாகும்.

$$k = \frac{y}{x} = \frac{500}{1000} = \frac{1000}{2000} = \frac{1}{2}$$

∴ தேவையான சமன்பாடு $y = \frac{1}{2}x$

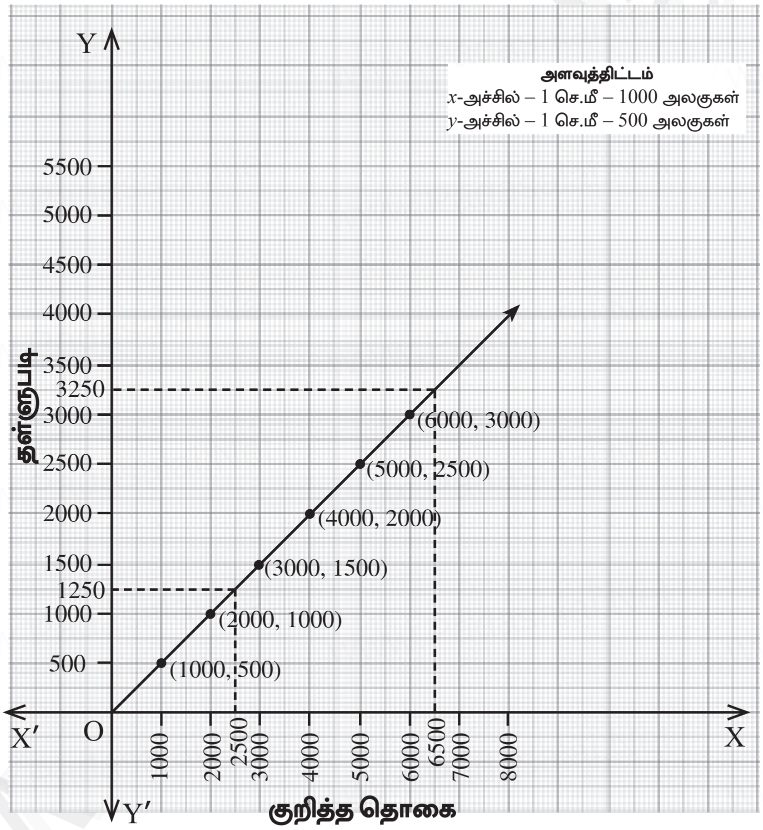
III. புள்ளிகள்:

(1000, 500), (2000, 1000), (3000, 1500), (4000, 2000), (5000, 2500), (6000, 3000)

IV. தீர்வு:

i. வரைபடத்திலிருந்து y = ₹3250 எனில் x = ₹6500 அதாவது குறித்த தொகை = ₹6500

ii. வரைபடத்திலிருந்து x = ₹2500 எனில் y = ₹1250. அதாவது தள்ளுபடி = ₹1250



---

6. $xy = 24$, $x, y > 0$ என்ற வரைபடத்தை வரையவும். வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி, (i) $x = 3$ எனில் y ஐக் காண்க மற்றும் (ii) $y = 6$ எனில் x–ஐக் காண்க.

தீர்வு:

I. அட்டவணை:

x	1	2	3	4	6	12	24
y	24	12	8	6	4	2	1

II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' குறைகிறது என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே இது எதிர்மாறுபாடு ஆகும்.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

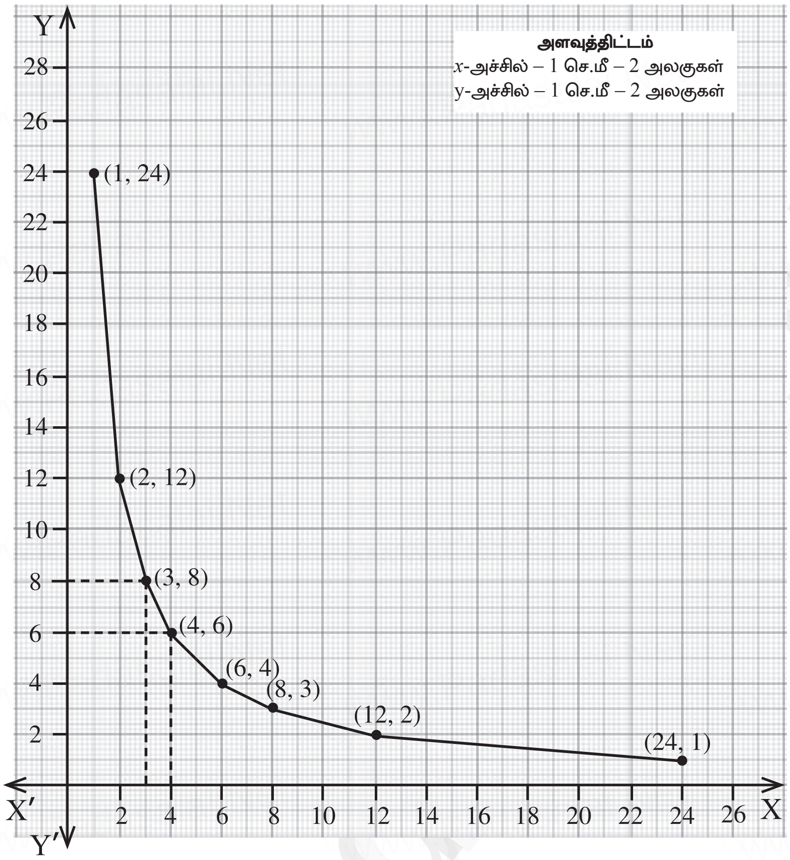
i.e. $xy = k$

$xy = 1 \times 24 = 2 \times 12 = ….. = 12 \times 2 = 24 \times 1 = 24 = k$

$\therefore xy = 24$

III. புள்ளிகள்:

(1, 24), (2, 12), (3, 8), (4, 6), (6, 4), (12, 2), (24, 1)



IV. தீர்வு:

i. $x = 3 \Rightarrow 3 \times y = 24$

$y = \frac{24}{3} = 8 \quad \therefore\ y = 8$

ii) $y = 6 \Rightarrow x \times 6 = 24$

$x = \frac{24}{6} = 4 \quad \therefore\ x = 4$

---

7. $y = \frac{1}{2}x$ என்ற நேரிய சமன்பாட்டின்/சார்பின் வரைபடம் வரையவும். விகிதசம மாறிலியை அடையாளம் கண்டு, அதனை வரைபடத்துடன் சரிபார்க்க. மேலும் (i) $x = 9$ எனில் y ஐக் காண்க. (ii) $y = 7.5$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு:

I. அட்டவணை:

x	2	4	6	8	10
y	1	2	3	4	5

II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' யும் அதிகரிக்கிறது என நாம் காண்கிறோம்.

ஆகவே, இது நேர்மாறுபாடு ஆகும்.

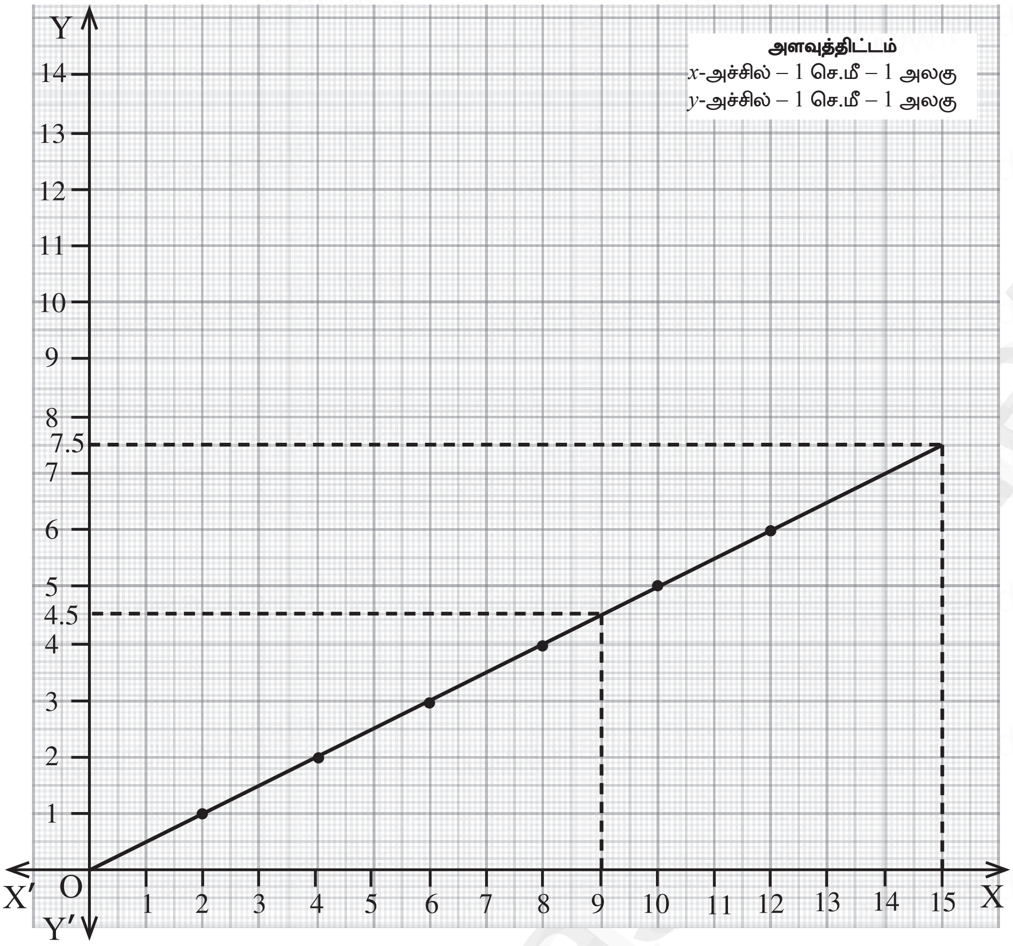
$y = kx$, இங்கு k என்பது விகிதசம மாறிலியாகும்.

$k = \frac{y}{x} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = …. = \frac{1}{2}$; $\therefore$ தேவையான சமன்பாடு $y = \frac{1}{2}x$

III. புள்ளிகள்:

(2, 1), (4, 2), (6, 3), (8, 4), (10, 5)

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com



IV. தீர்வு:

வரைபடத்திலிருந்து $x = 9$ எனில், $y = 4.5$

வரைபடத்திலிருந்து $y = 7.5$, எனில் $x = 15$

---

8. ஒரு தொட்டியை நிரப்பத் தேவையான குழாய்களின் எண்ணிக்கையும் அவை எடுத்துக் கொள்ளும் நேரமும் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

குழாய்களின் எண்ணிக்கை (x)	**2**	**3**	**6**	**9**
எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் (y) நிமிடங்களில்	**45**	**30**	**15**	**10**

மேற்காணும் தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து,
(i) 5 குழாய்களை பயன்படுத்தினால், தொட்டி நிரம்ப எடுத்துக் கொள்ளப்பட நேரத்தைக் காண்க.
(ii) 9 நிமிடங்களில் தொட்டி நிரம்பினால், பயன்படுத்தப்பட்ட குழாய்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

I. அட்டவணை (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

குழாய்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	3	6	9
எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் (y) நிமிடங்களில்	45	30	15	10

II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து ‘x’ அதிகரிக்க ‘y’ குறைகிறது என நாம் காண்கிறோம்.

ஆகவே, இது எதிர்மாறுபாடு ஆகும்.

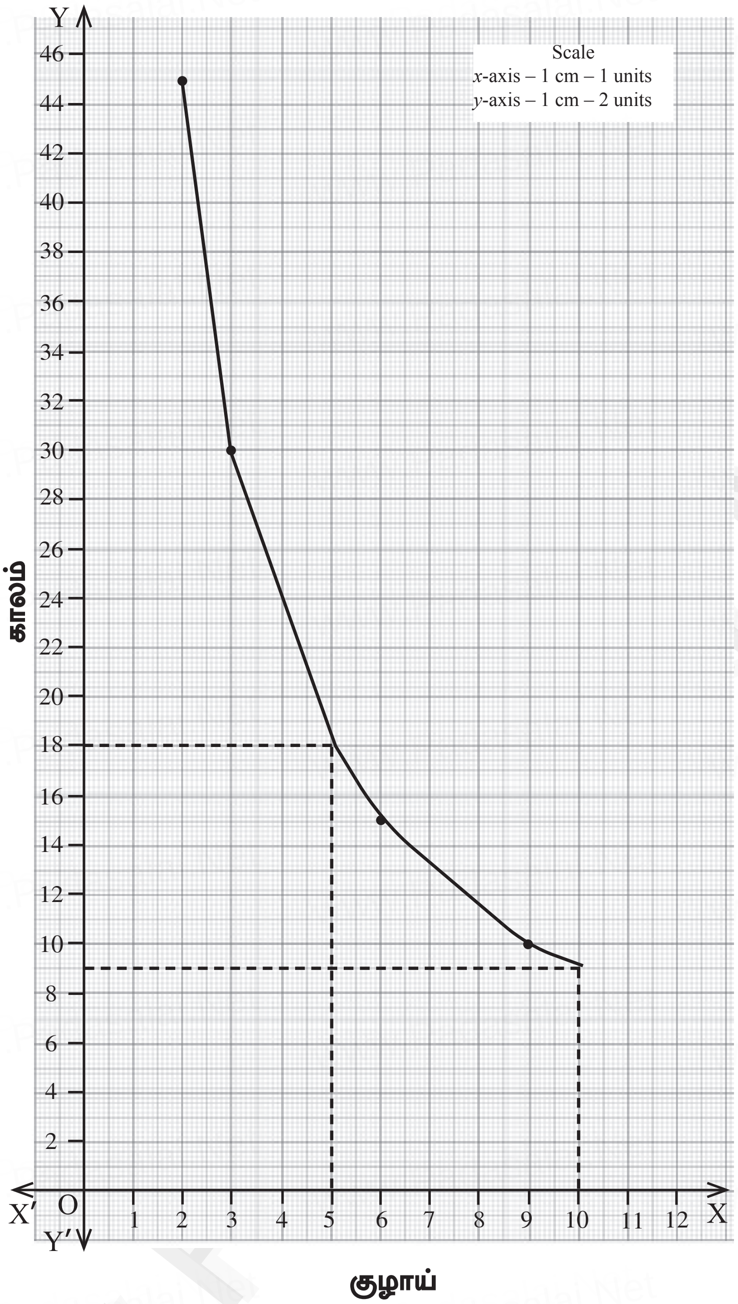
$i.e.\ xy = k$

$xy = 2 \times 45 = 3 \times 30 = \ldots.. = 9 \times 10 = 90\ (k)$

$\therefore$ தேவையான சமன்பாடு $xy = 90$

III. புள்ளிகள்:

(2, 45), (3, 30), (6, 15), (9, 10)



IV. தீர்வு:

வரைபடத்திலிருந்து $x = 5 \Rightarrow 5 \times y = 90$

$$y = \frac{90}{5} = 18$$

எனவே குழாய்களைக் கொண்டு தொட்டியை நிரப்ப எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் 18 நிமிடங்கள்.

வரைபடத்திலிருந்து $y = 9 \Rightarrow x \times 9 = 90 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{90}{9} = 10$

9 நிமிடங்களில் தொட்டியை நிரப்பத் தேவைப்படும் குழாய்களின் எண்ணிக்கை 10.

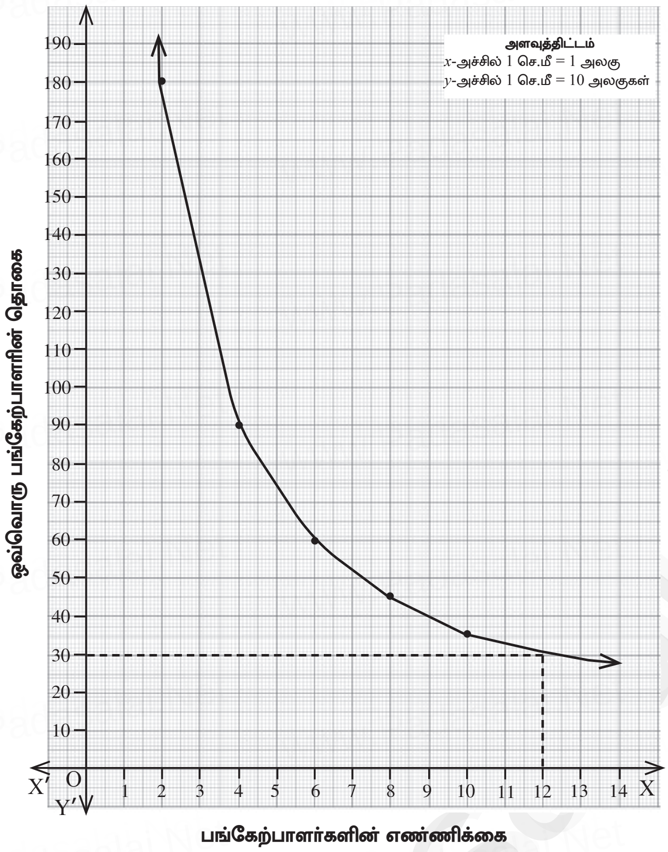
9. **ஒரு பள்ளியானது, குறிப்பிட்ட சில போட்டிகளுக்கு, பரிசுத் தொகையினை எல்லா பங்கேற்பாளர்களுக்கும் பின்வருமாறு சமமாக பிரித்து வழங்குவதாக அறிவிக்கிறது.**

பங்கேற்பாளர்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	4	6	8	10
ஒவ்வொரு பங்கேற்பாளரின் தொகை ₹ (y)	180	90	60	45	36

(i) விகிதசம மாறிலியைக் காண்க.

(ii) மேற்காணும் தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து, 12 பங்கேற்பாளர்கள் பங்கெடுத்துக் கொண்டால் ஒவ்வொரு பங்கேற்பாளரும் பெறும் பரிசுத் தொகை எவ்வளவு என்பதைக் காண்க.

தீர்வு:



I. அட்டவணை (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

பங்கேற்பாளர்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	4	6	8	10
ஒவ்வொரு பங்கேற்பாளரின் தொகை ₹ (y)	180	90	60	45	36

II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' குறைகிறது என நாம் காண்கிறோம்.

ஆகவே, இது எதிர்மாறுபாடு ஆகும்.

i.e. $xy = k$ இங்கு k என்பது விகிதசம மாறிலியாகும்.

$xy = 2 \times 180 = 4 \times 90 = ….. = 10 \times 36 = 360\ (k)$

$\therefore$ தேவையான சமன்பாடு $xy = 360$

III. புள்ளிகள்:

(2, 180), (4, 90), (6, 60), (8, 45), (10, 36)

IV. தீர்வு:

i. விகிதசம மாறிலி $k = xy = 2 \times 180 = 360$

ii. வரைபடத்திலிருந்து $x = 12$ எனில் $xy = 360 \Rightarrow 12y = 360$

$$y = \frac{360}{12} = 30$$

கலந்து கொள்ளும் ஒவ்வொருவரும் பெறும் தொகை ₹ 30

---

10. பேருந்து நிலையம் அருகே உள்ள இரு சக்கர வாகனம் நிறுத்துமிடத்தில் பெறப்படும் கட்டணத் தொகை பின்வருமாறு:

நேரம் (மணியில்) (x)	4	8	12	24
கட்டணத் தொகை ₹ (y)	60	120	180	360

பெறப்படும் கட்டணத் தொகையானது வாகனம் நிறுத்தப்படும் நேரத்திற்கு நேர் மாறுபாட்டில் உள்ளதா அல்லது எதிர் மாறுபாட்டில் உள்ளதா என ஆராய்க. கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளை வரைபடத்தில் குறிக்கவும். மேலும், (i) நிறுத்தப்படும் நேரம் 6 மணி எனில், கட்டணத்தொகையைக் காண்க. (ii) ₹150 ஐ கட்டணத் தொகையாகச் செலுத்தி இருந்தால், நிறுத்தப்பட்ட நேரத்தின் அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

I. அட்டவணை (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

நேரம் (மணியில்) (x)	4	8	12	24
கட்டணத் தொகை ₹ (y)	60	120	180	360

II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' யும் அதிகரிக்கிறது என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, இது நேர்மாறுபாடு ஆகும்.

$y = kx$, இங்கு k என்பது விகிதசம மாறிலியாகும்.

$$k = \frac{y}{x} = \frac{60}{4} = \frac{120}{8} = \ldots = \frac{30}{2} = 15\ (k)$$

$\therefore$ தேவையான சமன்பாடு $y = 15x$

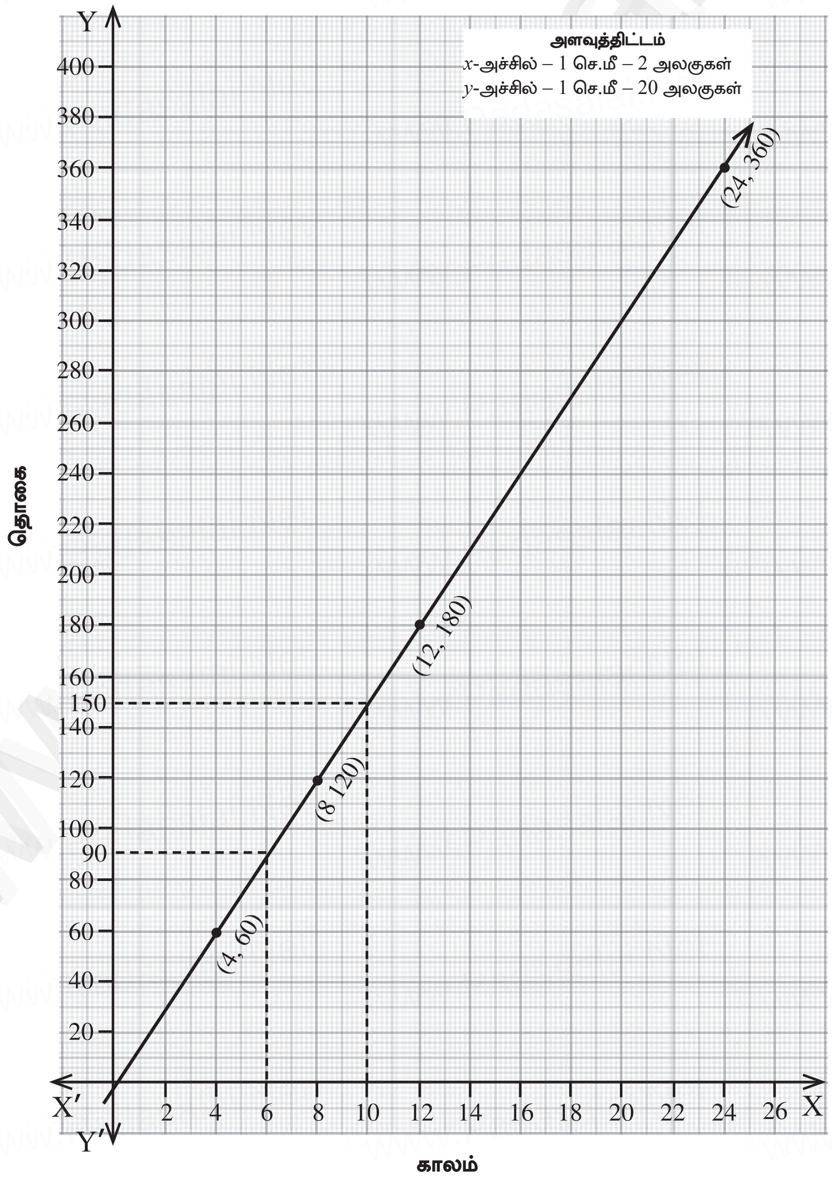
III. புள்ளிகள்:

(4, 60), (8, 120), (12, 180), (24, 360)

IV. தீர்வு:

வரைபடத்திலிருந்து, $x = 6$ எனில் $y = 15 \times 6 = 90$ அதாவது செலுத்த வேண்டிய தொகை ₹ 90.

வரைபடத்திலிருந்து $y = 150$ எனில் $x = \frac{150}{15} = 10$ அதாவது வாகனம் நிறுத்தப்பட அனுமதிக்கும் கால அளவு = 10 மணி



11. பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளின் தன்மையை வரைபடம் மூலம் ஆராய்க.

தீர்வு:

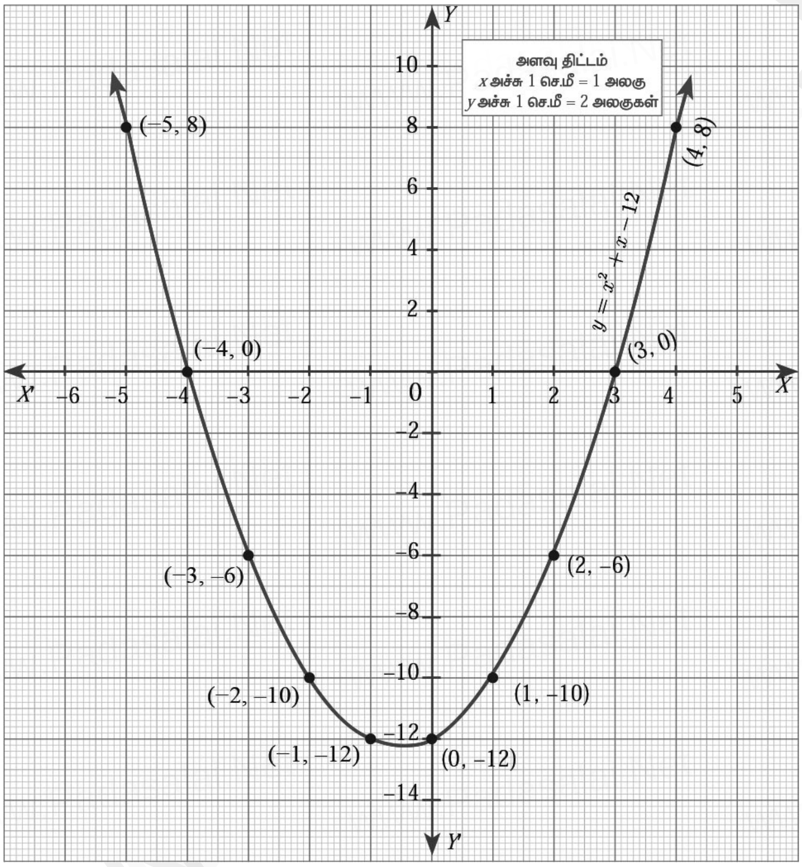
i. $x^2 + x - 12 = 0$ **செப்.20** **செப்.21**

அட்டவணை:

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
x^2	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16
x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
–12	–12	–12	–12	–12	–12	–12	–12	–12	–12	–12
y	8	0	–6	–10	–12	–12	–10	-6	0	8

புள்ளிகள்: (–4, 72), (–3, 56), (–2, 42), (–1, 30), (0, 20), (1,12), (2, 6), (3,2), (4, 0)

பரவளையம் x அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள்: (–4, 0) மற்றும் (3, 0). x- ஆயத்தொலைவுகள் –4 மற்றும் 3



தீர்வுகளின் தன்மை:

பரவளையம் x அச்சை ஒரே இருவேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. எனவே மூலங்கள் இரு சமமற்ற மெய்யெண்களாக இருக்கும்.

---

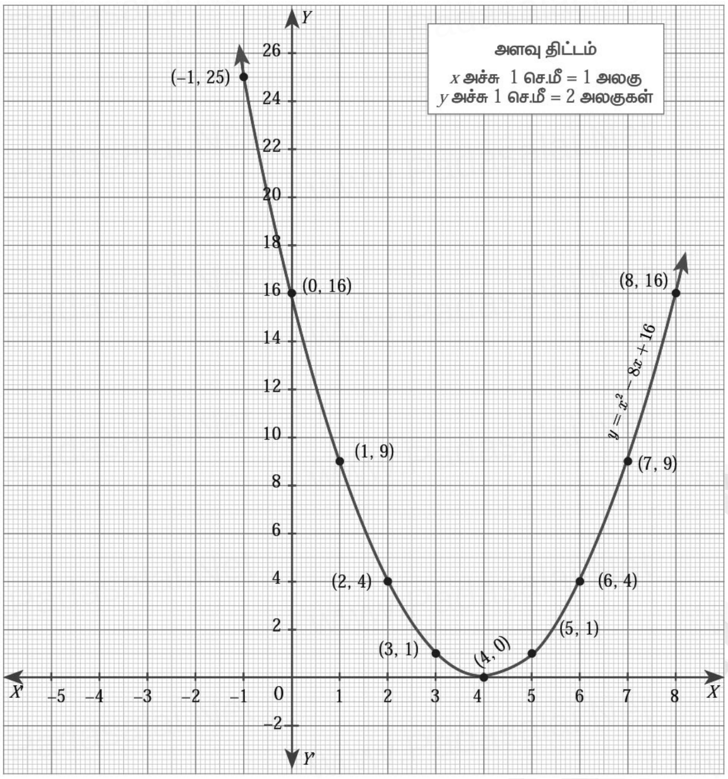
ii. $x^2 - 8x + 16 = 0$

அட்டவணை:

x	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x^2	1	0	1	4	9	16	25	36	49	64
$-8x$	8	0	–8	–16	–24	–32	–40	–48	–56	–64
+7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
y	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16

புள்ளிகள்: (–1, 25), (0, 16), (1, 9), (2, 4), (3, 1), (4,0), (5, 1), (6,4), (7, 9), (8, 16)

பரவளையம் x அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள்: (4, 0) x- ஆயத்தொலைவுகள் 4



தீர்வுகளின் தன்மை:

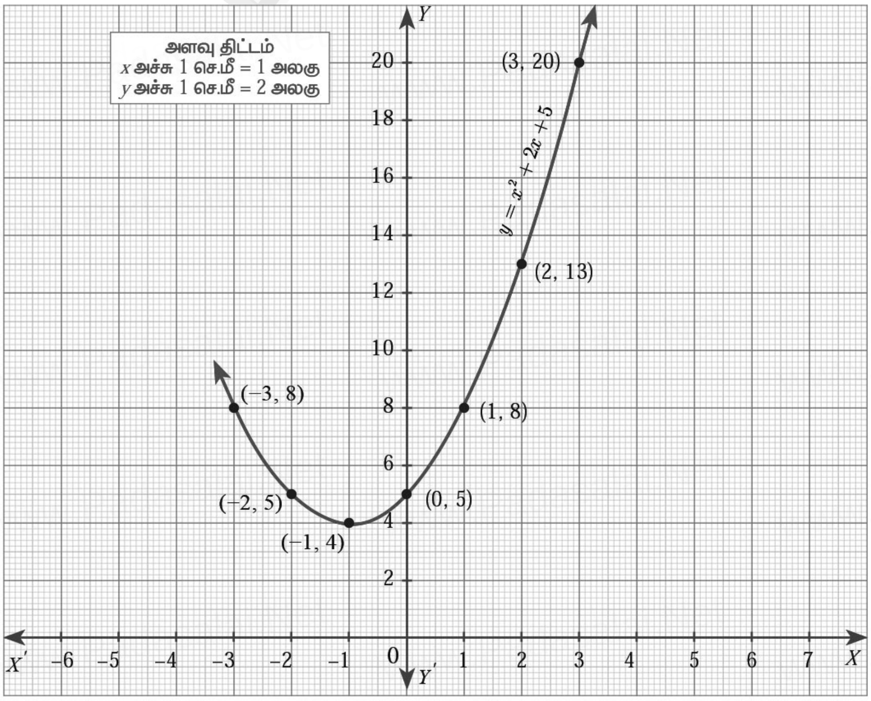
கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு மெய் மற்றும் சமமான தீர்வுகள் உண்டு.

iii. $x^2 + 2x + 5 = 0$ **செப்.20** **செப்.21**

x	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
x^2	9	4	1	0	1	4	9	16
$2x$	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
5	5	5	5	5	5	5	5	5
y	8	5	4	5	8	13	20	29

புள்ளிகள்: (−3, 8), (−2, 5), (−1, 4), (0, 5), (1, 8), (2,13), (3, 20), (4, 29)

பரவளையம் x அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள்: பரவளையம் x-அச்சை எந்தப் புள்ளியிலும் வெட்டவில்லை.



தீர்வுகளின் தன்மை:

கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு மெய்யெண் மூலங்கள் இல்லை.

---

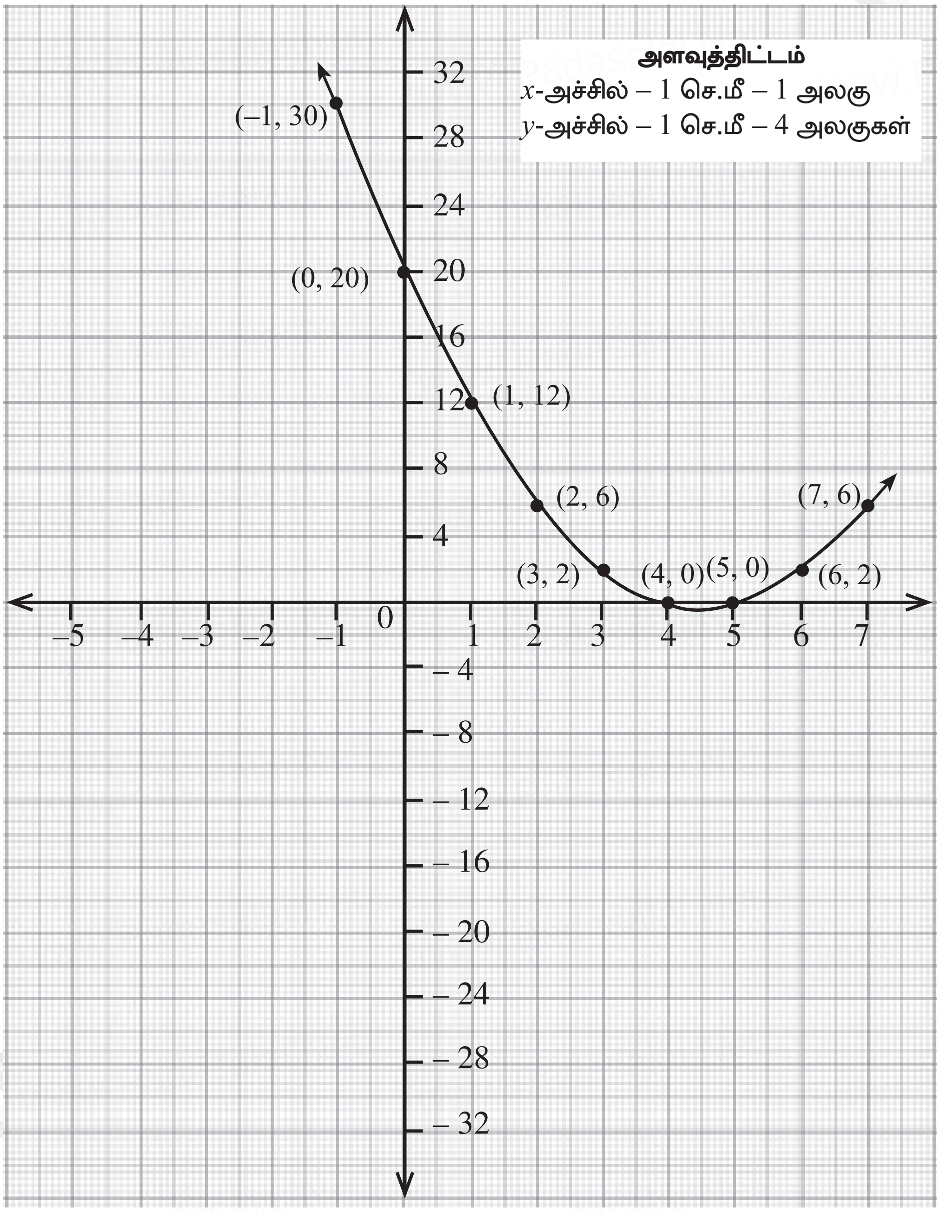
iv. $x^2 - 9x + 20 = 0$

அட்டவணை:

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$-9x$	36	27	18	9	0	–9	–18	–27	–36
+20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
y	72	56	42	30	20	12	6	2	0

புள்ளிகள் (–4, 72), (–3, 56), (–2, 42), (–1, 30), (0, 20), (1,12), (2, 6), (3,2), (4, 0)

பரவளையம் x அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள்: (4, 0) மற்றும் (5, 0). X-ஆயத்தொலைவுகள் 4 மற்றும் 5



தீர்வுகளின் தன்மை:

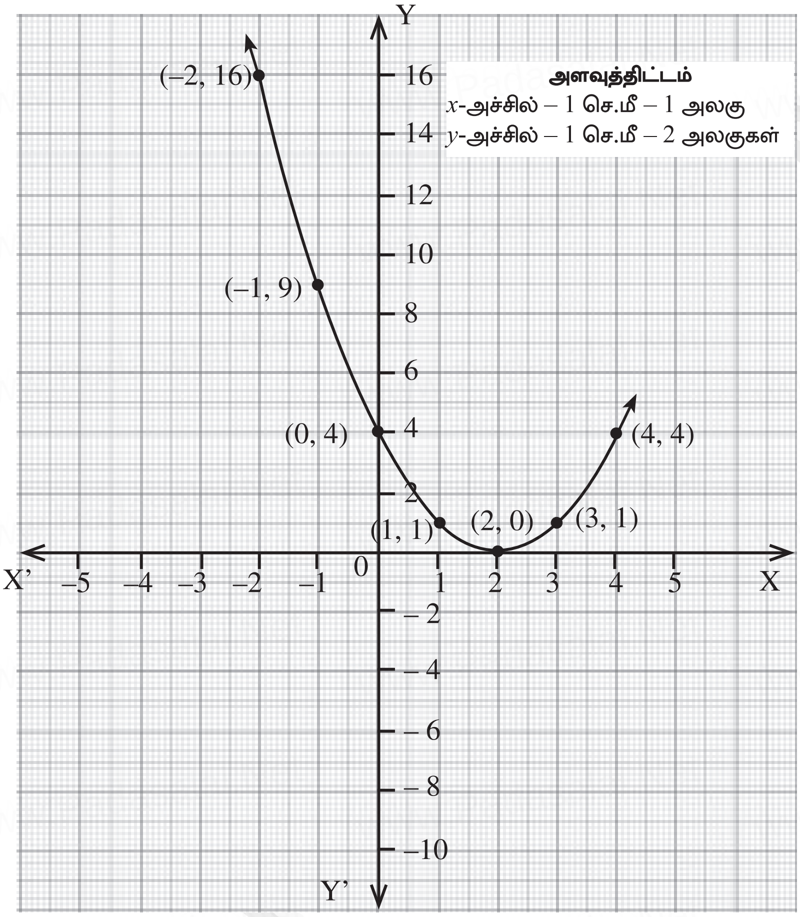
பரவளையம் x அச்சை இருவேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. எனவே மூலங்கள் மெய், சமமில்லை.

v. $x^2 - 4x + 4 = 0$

அட்டவணை:

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$-4x$	16	12	8	4	0	–4	–8	–12	–16
+4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
y	36	25	16	9	4	1	0	1	4

புள்ளிகள்: (–4, 36), (–3, 25), (–2, 16), (–1, 9), (0, 4), (1,1), (2, 0), (3,1), (4, 4)



தீர்வுகளின் தன்மை:

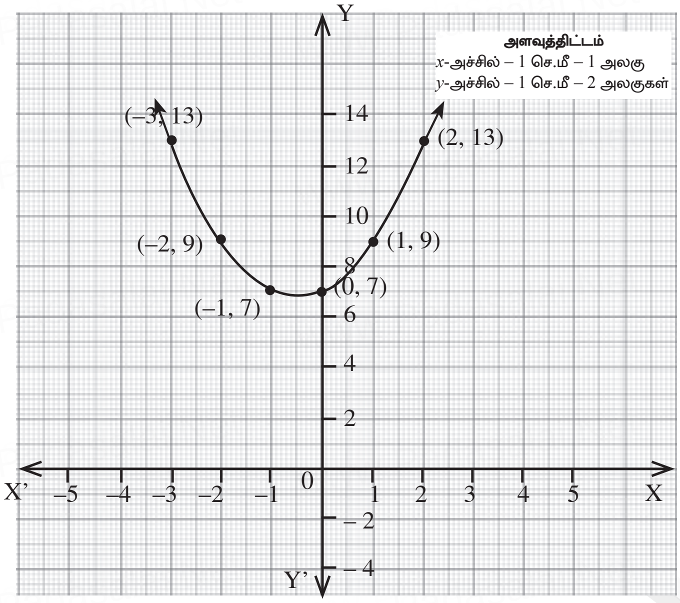
பரவளையம் x அச்சை ஒரே ஒரு புள்ளியில் தொட்டு வெட்டுகிறது. எனவே மூலங்கள் மெய், சமம்.

vi. $x^2 + x + 7 = 0$

அட்டவணை:

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$+x$	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
+7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
y	19	13	9	7	7	9	13	19	27

புள்ளிகள் (–4, 19), (–3, 13), (–2, 9), (–1, 7), (0, 7), (1,9), (2, 13), (3,9), (4, 27)



தீர்வுகளின் தன்மை:

பரவளையம் x – அச்சை வெட்டவும் இல்லை, தொட்டுச் செல்லவில்லை.

எனவே மூலங்கள் மெய்யல்ல.

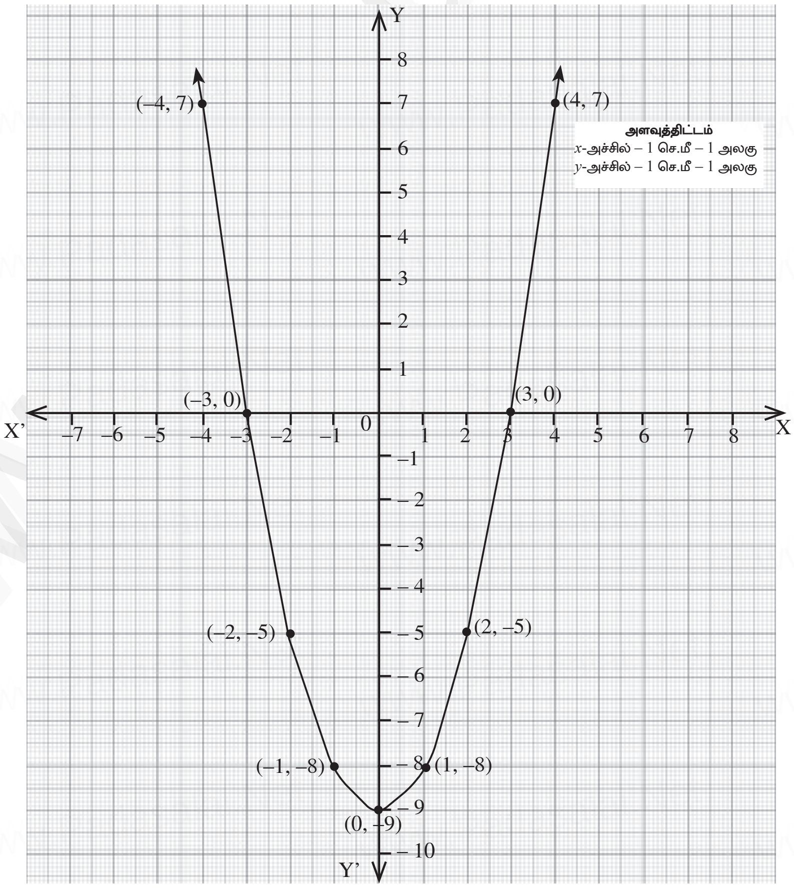
---

vii. $x^2 - 9 = 0$

அட்டவணை:

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
–9	–9	–9	–9	–9	–9	–9	–9	–9	–9
y	7	0	–5	–8	–9	–8	–5	0	7

புள்ளிகள்: (–4, 7), (–3, 0), (–2, –5), (–1, –8), (0, –9), (1,–8), (2, –5), (3, 0), (4, 7)



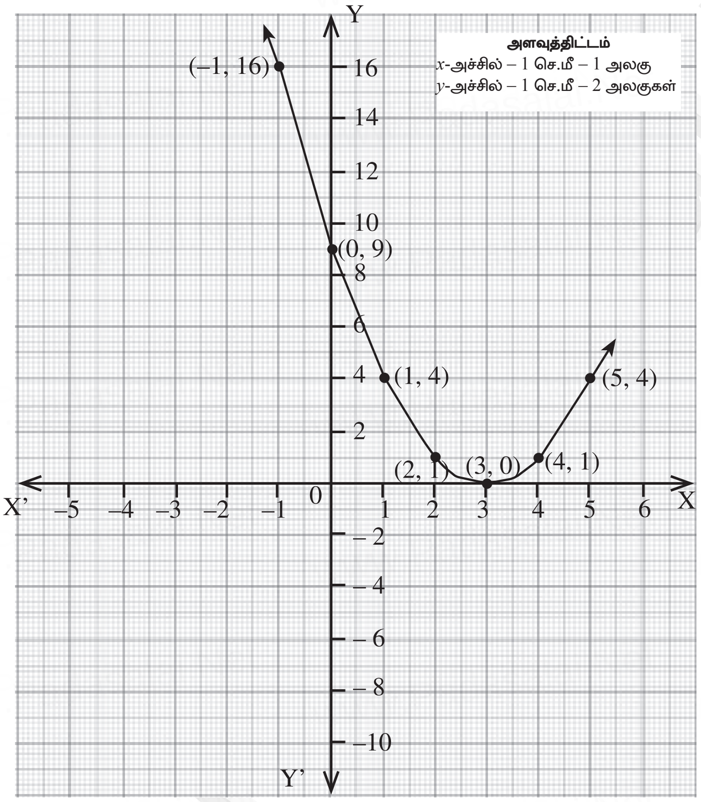
தீர்வுகளின் தன்மை: பரவளையம் x – அச்சை இருவேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது.
எனவே, மூலங்கள் மெய் சமமில்லை.

viii. $x^2 - 6x + 9 = 0$

அட்டவணை:

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$-6x$	24	18	12	6	0	–6	–12	–18	–24
$+9$	9	9	9	9	9	9	9	9	9
y	49	36	25	16	9	4	1	0	1

புள்ளிகள் (–4, 49), (–3,36), (–2, 25), (–1, 16), (0, 9), (1, 4), (2, 1), (3, 0), (4, 1)



தீர்வுகளின் தன்மை:

பரவளையம் x – அச்சை ஒரே ஒரு புள்ளியில் தொட்டு வெட்டுகிறது.
எனவே, மூலங்கள் மெய், சமம்.

---

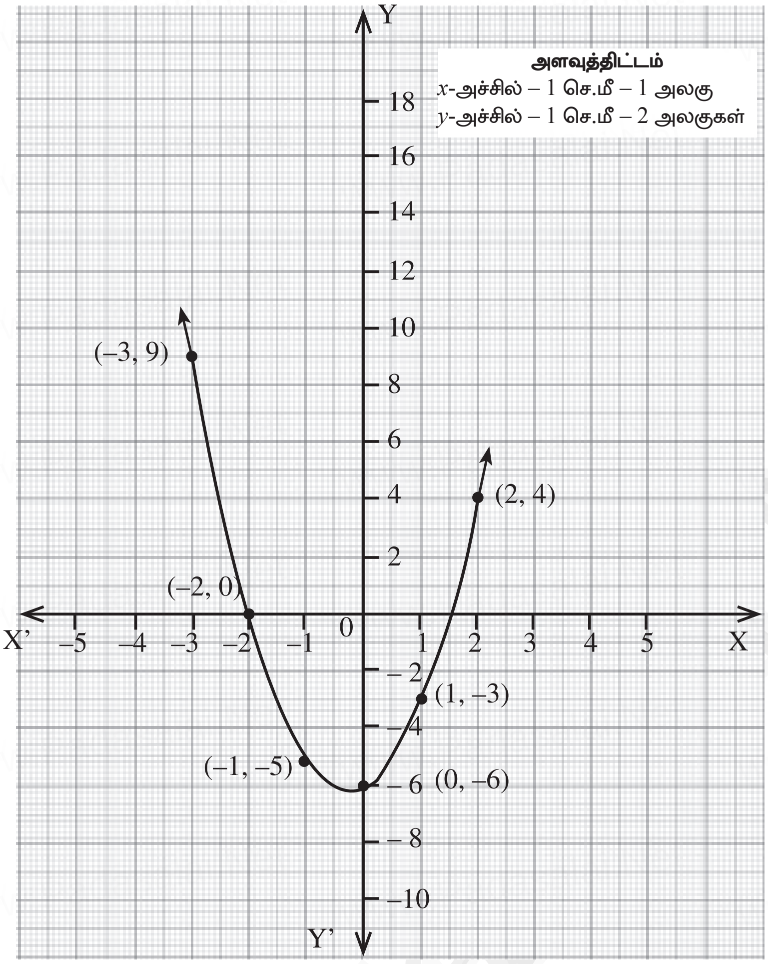
ix. $(2x - 3)(x + 2) = 0$

$y = (2x - 3)(x + 2) = 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 2x^2 + x - 6$

அட்டவணை:

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$2x^2$	32	18	8	2	0	2	8	18	32
$+x$	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
-6	–6	–6	–6	–6	–6	–6	–6	–6	–6
y	22	9	0	–5	–6	–3	4	15	30

புள்ளிகள்: (–4, 22), (–3,9), (–2, 0), (–1,–5), (0,–6), (1, –3), (2, 4), (3,15), (4, 30)



தீர்வுகளின் தன்மை:

பரவளையம் x-அச்சை ஒரே இருவேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது.

எனவே மூலங்கள் மெய், சமமில்லை.

---

12. $y = x^2 + x - 2$ -ன் வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $x^2 + x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டினைத் தீர்க்கவும்.

தீர்வு:

அட்டவணை:

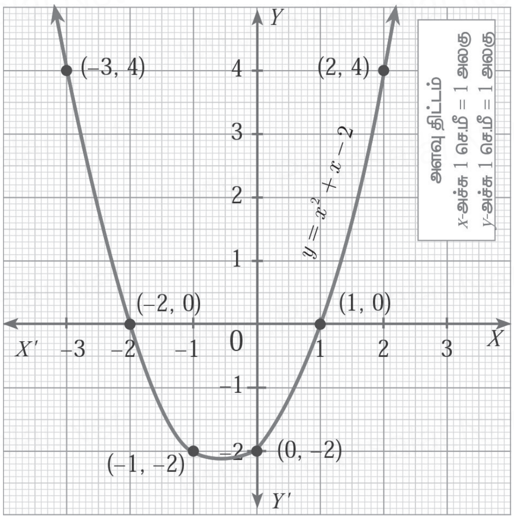
x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
+x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
–2	–2	–2	–2	–2	–2	–2	–2	–2	–2
y	10	4	0	–2	–2	0	4	10	18

புள்ளிகள்: (–4, 10), (–3, 4), (–2, 0), (–1, –2), (0, –2), (1, 0), (2, 4), (3, 10), (4, 18)

கழித்தல்:

$$y = x^2 + x - 2$$
$$0 = x^2 + x - 2$$
$$(-) \quad (-)\ (-)\ (-)$$
$$y = 0$$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com



தீர்வுகள்: −2 மற்றும் 1

---

13. **$y = x^2 + 3x - 4$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 + 3x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.** **செப்.21**

தீர்வு:

அட்டவணை:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$3x$	−12	−9	−6	-3	0	3	6	9	12
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
y	0	-4	-6	-6	-4	0	6	14	24

புள்ளிகள்: (−4, 0), (−3, −4), (−2, −6), (−1, −6), (0, −4), (1, 0), (2, 6), (3, 14), (4, 24)

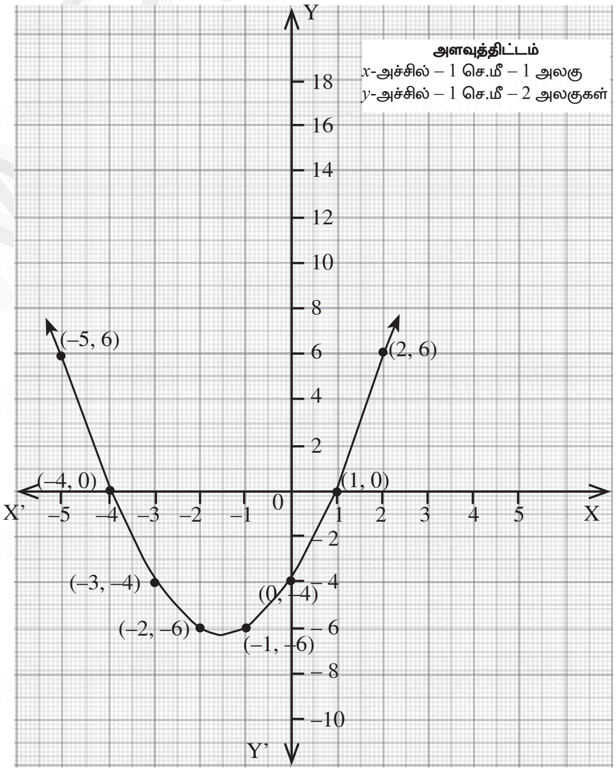
கழித்தல்:

$y = x^2 + 3x - 4$

$0 = x^2 + 3x - 4$

(−) (−) (−) (+)

$y = 0$



தீர்வு:

$x^2 + 3x - 4 = 0$ என்ற பரவளையம் x அச்சை $(-4, 0)$ மற்றும் $(1, 0)$ என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் இதற்கு மெய் மற்றும் சமமற்ற இரு தீர்வுகள் உண்டு. அவை $x = -4, x = 1$

14. $y = x^2 - 5x - 6$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - 5x - 14 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

தீர்வு:

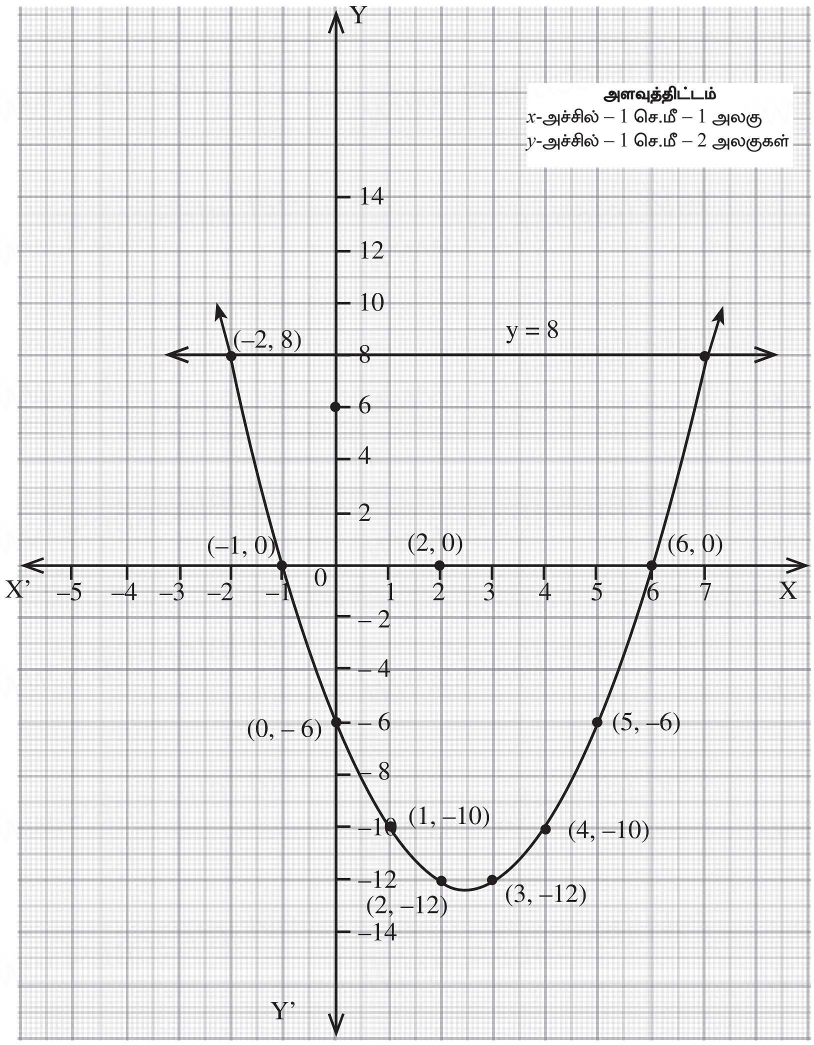
அட்டவணை:

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$-5x$	20	15	10	5	0	–5	–10	–15	–20
–6	–6	–6	–6	–6	–6	–6	–6	–6	–6
y	30	18	8	0	–6	–10	–12	–12	–10

புள்ளிகள்: (–4, 30), (–3, 4),(–2, 8), (–1, 0), (0, –6),(1, –10), (2, –12), (3, –12), (4, 10)

கழித்தல்:

$$y = x^2 - 5x - 6$$
$$0 = x^2 - 5x - 14$$
$$(-) \quad (-)\ (+)\ (+)$$
$$y = 8$$



தீர்வுகள்: –2 மற்றும் 7

★★★

பயிற்சிக்காக

1. $y = 2x^2$ என்ற வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $2x^2 - x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்க.
2. $y = x^2 + 4x + 3$-ன் வரைபடம் வரைந்து அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 + x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வைக் காண்க.
3. $y = x^2 - 4x + 3$ -யின் வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $x^2 - 6x + 9 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.
4. $y = x^2 - 4$ வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - x - 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.
5. $y = x^2 + x$ -யின் வரைபடம் வரைந்து, $x^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.
6. $y = x^2 + 3x + 2$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 + 2x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.
7. $y = 2x^2 - 3x - 5$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயனபடுத்தி $2x^2 - 4x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.
8. $y = (x - 1)(x + 3)$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும். **செப்.20**

★★★

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

1 உறவுகளும் சார்புகளும்

பயிற்சி 1.6

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. $n(A \times B) = 6$ மற்றும் $A = \{1, 3\}$ எனில், $n(B)$ ஆனது **செப்.21**
அ) 1 ஆ) 2 இ) 3 ஈ) 6

2. $A = \{a, b, p\}, B = \{2, 3\}, C = \{p, q, r, s\}$ எனில், $n[(A \cup C) \times B] =$
அ) 8 ஆ) 20 இ) 12 ஈ) 16

3. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{5, 6\}$ மற்றும் $D = \{5, 6, 7, 8\}$ எனில் கீழே கொடுக்கப் பட்டவைகளில் எது சரியான கூற்று? **செப்.20**
அ) $(A\times C) \subset (B\times D)$ ஆ) $(B\times D) \subset (A\times C)$
இ) $(A\times B) \subset (A\times D)$ ஈ) $(D\times A) \subset (B\times A)$

4. $A=\{1,2,3,4,5\}$ -லிருந்து, B என்ற கணத்திற்கு, 1024 உறவுகள் உள்ளது எனில் B -ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை **ஆக.22**
அ) 3 ஆ) 2 இ) 4 ஈ) 8

5. $R = \{(x, x^2) \mid x$ ஆனது 13-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்கள்$\}$ என்ற உறவின் வீச்சகமானது **ஆக.22**
அ) $\{2,3,5,7\}$ ஆ) $\{2,3,5,7,11\}$
இ) $\{4,9,25,49,121\}$ ஈ) $\{1,4,9,25,49,121\}$

6. $(a+2, 4)$ மற்றும் $(5, 2a+b)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில், (a, b) என்பது **மே 22**
அ) $(2, -2)$ ஆ) $(5,1)$ இ) $(2,3)$ ஈ) $(3, -2)$

7. $n(A) = m$ மற்றும் $n(B) = n$ என்க. A-லிருந்து B-க்குவரையறுக்கப்பட்ட வெற்றுகணமில்லாத உறவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை.
அ) m^n ஆ) n^m இ) $2^{mn} - 1$ ஈ) 2^{mn}

8. $\{(a, 8), (6, b)\}$ ஆனது ஒரு சமனிச் சார்பு எனில், a மற்றும் b மதிப்புகளாவன முறையே
அ) $(8, 6)$ ஆ) $(8, 8)$ இ) $(6, 8)$ ஈ) $(6, 6)$

9. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{4, 8, 9, 10\}$ என்க. சார்பு $f : A \to B$ ஆனது $f = \{(1, 4), (2, 8), (3, 9), (4, 10)\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் f-என்பது
அ) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு
ஆ) சமனிச் சார்பு
இ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு
ஈ) உட்சார்பு

10. $f(x) = 2x^2$ மற்றும் $g(x) = \dfrac{1}{3x}$, எனில் $f o g$ ஆனது
அ) $\dfrac{3}{2x^2}$ ஆ) $\dfrac{2}{3x^2}$ இ) $\dfrac{2}{9x^2}$ ஈ) $\dfrac{1}{6x^2}$

11. $f : A \to B$ ஆனது இருபுறச் சார்பு மற்றும் $n(B) = 7$ எனில் $n(A)$ ஆனது
அ) 7 ஆ) 49 இ) 1 ஈ) 14

12. f மற்றும் g என்ற இரண்டு சார்புகளும்
$f = \{(0, 1), (2, 0), (3, -4), (4, 2), (5, 7)\}$
$g = \{(0, 2), (1, 0), (2, 4), (-4, 2), (7, 0)\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் $f o g$ -ன் வீச்சகமானது
அ) $\{0, 2, 3, 4, 5\}$ ஆ) $\{-4, 1, 0, 2, 7\}$
இ) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ஈ) $\{0, 1, 2\}$

13. $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$ எனில்
அ) $f(xy) = f(x) . f(y)$
ஆ) $f(xy)^3 \geq f(x) . f(y)$
இ) $f(xy) \leq f(x) . f(y)$
ஈ) இவற்றில் ஒன்றுமில்லை

14. $g = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$ என்ற சார்பானது $g(x) = \alpha x + \beta$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் o f α மற்றும் β-வின் மதிப்பானது
அ) $(-1, 2)$ ஆ) $(2, -1)$
இ) $(-1, -2)$ ஈ) $(1, 2)$

15. $f(x) = (x + 1)^3 - (x - 1)^3$ குறிப்பிடும் சார்பானது
அ) நேரிய சார்பு ஆ) ஒரு கனச் சார்பு
இ) தலைகீழ்ச் சார்பு ஈ) இருபடிச் சார்பு

***

2 மதிப்பெண்கள் — STAGE 1

1. $A \times B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$ எனில் A மற்றும் B-ஐ காண்க. **செப்.20** **ஆக.22**

தீர்வு:

$A \times B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$

$A = \{A \times B$ -யின் முதல் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்$\}$. எனவே $A = \{3, 5\}$

$B = \{A \times B$ -யின் இரண்டாம் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்$\}$. எனவே $B = \{2, 4\}$

$A = \{3, 5\}$ மற்றும் $B = \{2, 4\}$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

2. பின்வருவனவற்றிற்கு $A \times B$, $A \times A$ மற்றும் $B \times A$ ஐக் காண்க.

i) $A=\{2, -2, 3\}$ மற்றும் $B = \{1, -4\}$

ii) $A = B = \{p, q\}$ iii) $A = \{m, n\}$; $B = \varphi$

தீர்வு:

i) $A \times B = \{2, -2, 3\} \times \{1, -4\}$

$= \{(2, 1), (2, -4), (-2, 1), (-2, -4), (3, 1), (3, -4)\}$

$A \times A = \{2, -2, 3\} \times \{2, -2, 3\}$

$= \{(2, 2),(2, -2),(2, 3),(-2, 2),(-2, -2), (-2, 3),(3, 2),(3, -2), (3, 3)\}$

$B \times A = \{1, -4\} \times \{2, -2, 3\}$

$= \{(1, 2), (1, -2), (1, 3), (-4, 2), (-4, -2), (-4, 3)\}$

ii) $A = B = \{p, q\}$

$A \times B = \{p, q\} \times \{p, q\}$

$= \{(p, p), (p, q), (q, p), (q ,q)\}$

$A \times A = \{p, q\} \times p, q\}$

$= \{(p, p), (p, q), (q, p),(q ,q)\}$

$B \times A = \{p, q\} \times \{p, q\}$

$= \{(p, p), (p, q), (q, p), (q ,q)\}$

iii) $A = \{m, n\}, B = \varphi$

$A \times B = \{(m, n) \times \{\ \} = \{\ \}$

$A \times A = \{(m, n)\} \times \{m, n\}$

$= \{(m, m), (m, n), (n, m), (n, n)\}$

$B \times A = \{\ \} \times \{m, n\} = \{\ \}$

3. $A = \{1, 2, 3\}$ மற்றும் $B = \{x \mid x$ என்பது 10 -ஐ விடச் சிறிய பகா எண்$\}$ எனில், $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ ஆகியவற்றைக் காண்க. மே 22

தீர்வு:

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$

$A \times B = \{1,2,3\} \times \{2,3,5,7\}$

$= \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$

$B \times A = \{2, 3, 5, 7\} \times \{1, 2, 3\}$

$= \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (7, 1), (7, 2), (7, 3)\}$

4. $B \times A = \{(-2, 3), (-2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)\}$ எனில், A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

$A = \{B \times A$-யின் இரண்டாவது ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்$\}$

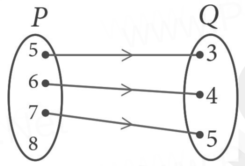
எனவே, $A = \{3, 4\}$

$B = \{B\times A$-யின் முதல் ஆயத் தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்$\}$

எனவே, $B = \{-2, 0, 3\}$

எனவே, $A = \{3, 4\}, B = \{-2, 0, 3\}$

5. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள (படம்) அம்புக்குறி படமானது P மற்றும் Q கணங்களுக்கான உறவைக் குறிக்கின்றது. இந்த உறவை



(i) கண கட்டமைப்பு முறை

(ii) பட்டியல் முறைகளில் எழுதுக.

(iii) R-ன் மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

i) R யின் கண கட்டமைப்பு முறை

$= \{(x, y) \mid y = x - 2, x \in P, y \in Q\}$

ii) R யின் பட்டியல் முறை

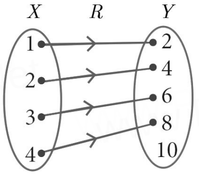
$= \{(5, 3), (6, 4), (7, 5)\}$

iii) R யின் மதிப்பகம் $= \{5, 6, 7\}$ மற்றும்

R யின் வீச்சகம் $= \{3, 4, 5\}$

6. $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ மற்றும் $R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$ எனில், R ஆனது ஒரு சார்பு எனக் காட்டுக. மேலும் அதன் மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு:



படத்தில் R குறிக்கப்பட்டுள்ளது.

ஒவ்வொரு $x \in X$-க்கும், ஒரே ஒரு $y \in Y$ உறுப்பு மட்டும் கிடைக்கிறது.

எனவே X-ன் எல்லா உறுப்புகளுக்கும் Y-ல் ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளது.

எனவே R-ஆனது ஒரு சார்பு ஆகும்.

மதிப்பகம் $X = \{1, 2, 3, 4\}$

துணை மதிப்பகம் $Y = \{ 2, 4, 6, 8, 10\}$

வீச்சகம் $f = \{2, 4, 6, 8\}$

7. $A = \{1, 2, 3, 4, ..., 45\}$ மற்றும் R என்ற உறவு "A-யின் மீது, ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால் R -ஐ $A\times A$-யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும் R-க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.

தீர்வு: செப்.21

$A = \{1, 2, 3, ..., 45\}$

$R = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25), (6, 36)\}$

R ஆனது $(A \times A)$ யின் உட்கணம் என்பது தெளிவாகிறது.

$\therefore$ மதிப்பகம் $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

வீச்சகம் $= \{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$

---

8. R என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y) / y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது இதன் மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் கண்டறிக.

தீர்வு:

$x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$f(x) = y = x + 3$

$f(0) = 3; f(1) = 4; f(2) = 5;$

$f(3) = 6; f(4) = 7; f(5) = 8$

$\therefore R = \{(0, 3), (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$

மதிப்பகம் $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

வீச்சகம் $= \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

---

9. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \to x^2 - 5x + 6$, எனில், (i) $f(-1)$ (ii) $f(2)$ ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

தீர்வு:

இங்கு $f : x \to x^2 - 5x + 6$

$\Rightarrow f(x) = x^2 - 5x + 6$

i) $f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 6$

$= 1 + 5 + 6$

$= 12$

iii) $f(2) = (2)^2 - 5(2) + 6$

$= 4 - 10 + 6$

$= 0$

---

10. f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப் படுகிறது. $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$f(x) = 3 - 2x$

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது $f(x^2) = [f(x)]^2$

$3 - 2x^2 = [3 - 2x]^2$

$\Rightarrow \quad 3 - 2x^2 = 9 + 4x^2 - 12x$

$3 - 2x^2 - 9 - 4x^2 + 12x = 0$

$\Rightarrow \quad -6x^2 + 12x - 6 = 0 \div -6$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x - 1)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1, 1$

---

11. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = N$ என்க. மேலும் $f : A \to B$ ஆனது $f(x) = x^3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், (i) f -யின் வீச்சகத்தைக் காண்க. (ii) f எவ்வகை சார்பு எனக் காண்க.

தீர்வு:

$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = N$

$f : A \to B, \ f(x) = x^3$

$f(1) = (1)^3 = 1; \quad f(2) = (2)^3 = 8;$

$f(3) = (3)^3 = 27; \quad f(4) = (4)^3 = 64$

i) வீச்சகம் $= \{1, 8, 27, 64\}$

ii) வீச்சகம் $\neq$ துணை மதிப்பகம் என்பதால் இது ஒரு உள் சார்பு ஆகும்.

★★★

5 மதிப்பெண்கள் STAGE I

1. $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 3\}$ எனில்

(i) $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ -ஐ காண்க.

(ii) $A \times B = B \times A$ ஆகுமா? இல்லையெனில் ஏன்?

(iii) $n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B)$ எனக் காட்டுக. செப்.21

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது: $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 3\}$

i) $A \times B = \{1, 3, 5\} \times \{2 \times 3\}$

$= \{(1, 2), (1, 3), (3, 2), (3, 3), (5, 2), (5, 3)\}$ ---- (1)

$B \times A = \{2 \times 3\} \times \{1, 3, 5\}$

$= \{(2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5)\}$ ---- (2)

ii) (1) மற்றும் (2)-ன் மூலமாக $A \times B \neq B \times A$ ஏனெனில் $(1, 2) \neq (2, 1)$ மற்றும் $(1, 3) \neq (3, 1)$...

iii) $n(A) = 3; n(B) = 2$

(1) மற்றும் (2)-லிருந்து நாம் காண்பது,

$n(A \times B) = n(B \times A) = 6;$

$n(A) \times n(B) = 3 \times 2 = 6$

ஆகவே, $n(A \times B) = n(B \times A)$

$= n(A) \times n(B)$

---

2. $A = \{x \in N \mid 1 < x < 4\}, B = \{x \in W \mid 0 \leq x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in N \mid x < 3\}$ என்க.

(i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பனவற்றைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$A = \{x \in N \mid 1 < x < 4\} = \{2, 3\},$

$B = \{x \in W \mid 0 \leq x < 2\} = \{0, 1\},$

$C = \{x \in N \mid x < 3\} = \{1, 2\}$

i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$B \cup C = \{0, 1\} \cup \{1, 2\} = \{0, 1, 2\}$

$A \times (B \cup C) = \{2, 3\} \times \{0, 1, 2\}$

$= \{(2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2)\}$ ---- (1)

$A \times B = \{2, 3\} \times \{0, 1\}$

$= (2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\}$

$A \times C = \{2, 3\} \times \{1, 2\}$

$= \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$

$(A\times B) \cup (A\times C) = \{(2,0), (2,1), (3, 0), (3,1)\} \cup \{(2,1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$

$= \{(2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2)\}$ ---- (2)

(1) = (2)

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

---

ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

$B \cap C = \{0, 1\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$

$A \times (B \cap C) = \{2, 3\} \times \{1\}$

$= \{(2, 1), (3, 1)\}$ ---- (1)

$A \times B = \{2, 3\} \times \{0, 1\}$

$= \{(2, 0), (2,1), (3, 0), (3, 1)\}$

$A \times C = \{2, 3\} \times \{1, 2\}$

$= \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$

$(A\times B) \cap (A\times C) = \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\} \cap \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$

$= \{(2, 1), (3, 1)\}$ ---- (2)

(1) = (2)

$\therefore A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

---

3. $A = \{5, 6\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{5, 6, 7\}$, எனில் $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ எனக் காட்டுக. ஆக.22

தீர்வு:

$A = \{5, 6\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{5, 6, 7\}$

LHS:

$A \times A = \{5, 6\} \times \{5, 6\}$

$= \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$ ---- (1)

RHS: $(B \times B) \cap (C \times C)$

$B \times B = \{4, 5, 6\} \times \{4, 5, 6\}$

$= \{(4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

$C \times C = \{5, 6, 7\} \times \{5, 6, 7\}$

$= \{(5, 5), (5, 6), (5, 7), (6, 5), (6, 6), (6, 7), (7, 5), (7, 6), (7, 7)\}$

$\therefore (B\times B) \cap (C\times C) = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6,6)\}$ ---- (2)

$\therefore$ (1) மற்றும் (2) லிருந்து LHS = RHS.

---

4. $A=\{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{3, 4\}$ மற்றும் $D = \{1, 3, 5\}$ எனில் $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

தீர்வு:

$A \cap C = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}$

$A \cap C = \{3\}$

$B \cap D = \{2, 3, 5\} \cap \{1, 3, 5\}$

$B \cap D = \{3, 5\}$

$(A \cap C) \times (B \cap D) = \{3\} \times \{3, 5\}$

$= \{(3, 3), (3, 5)\}$ ---- (1)

$A \times B = \{1, 2, 3\} \times \{2, 3, 5\}$

$= \{(1, 2), (1, 3), (1,5), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)\}$

$C \times D = \{3, 4\} \times \{1, 3, 5\}$

$= \{(3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)\}$

$(A \times B) \cap (C \times D) = \{(3, 3), (3, 5)\}$ ---- (2)

(1) மற்றும் (2) சமம்.

$\therefore (A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$

என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

---

5. $A = \{x \in W \mid x < 2\}$, $B = \{x \in N \mid 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$ எனில், கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க.

(i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ செப்.21

(iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

தீர்வு:

$A = \{x \in W / x < 2\} \Rightarrow A = \{0, 1\}$

$B = \{x \in N / 1 < x \leq 4\}$

$\Rightarrow B = \{2, 3, 4\}; C = \{3, 5\}$

i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

$B \cup C = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 5\}$

$B \cup C = \{2, 3, 4, 5\}$

$A \times (B \cup C) = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4, 5\}$

$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$ ---- (1)

$A \times B = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4\}$

$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$

$A \times C = \{0, 1\} \times \{3, 5\}$

$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$ ---- (2)

$\therefore$ (1) = (2) என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

$B \cap C = \{2, 3, 4\} \cap \{3, 5\} = \{3\}$

$A \times (B \cap C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$ ---- (1)

$A \times B = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4\}$

$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$

$A \times C = \{0, 1\} \times \{3, 5\}$

$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$ ---- (2)

$\therefore$ (1) = (2) என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

$A \cup B = \{0, 1\} \cup \{2, 3, 4\}$

$= \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$\therefore (A \cup B) \times C = \{0, 1, 2, 3, 4\} \times \{3, 5\}$

$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ ---- (1)

$A \times C = \{0, 1\} \times \{3, 5\}$

$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$B \times C = \{2, 3, 4\} \times \{3, 5\}$

$= \{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$

$\therefore (A \times C) \cup (B \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ ---- (2)

$\therefore$ (1) = (2) LHS = RHS

6. A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C = என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க.

(i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ செப்.20

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$ மே 22

தீர்வு:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$ $C = \{2\}$

நிரூபிக்க வேண்டியது:

i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 5, 7\}$

$= \{2, 3, 5, 7\}$

$(A \cap B) \times C = \{2, 3, 5, 7\} \times \{2\}$

$\therefore (A \cap B) \times C = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ---- (1)

$A \times C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2\}$

$= \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$

$B \times C = \{2, 3, 5, 7\} \times \{2\}$

$= \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$

$(A \times C) \cap (B \times C)$

$= \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ---- (2)

$\therefore$ (1) மற்றும் (2) லிருந்து, LHS = RHS.

ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

$B - C = \{2, 3, 5, 7\} - \{2\} = \{3, 5, 7\}$

$A \times (B - C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{3, 5, 7\}$

$= \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5,5), (5,7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$ ---- (1)

$A \times B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2, 3, 5, 7\}$

$= \{$~~(1,2)~~, (1,3), (1,5), (1,7), ~~(2,2)~~, (2,3), (2,5), (2,7), ~~(3,2)~~, (3,3), (3,5), (3,7), ~~(4,2)~~, (4,3), (4,5), (4,7), ~~(5,2)~~, (5,3), (5,5), (5,7), ~~(6,2)~~, (6,3), (6,5), (6,7), ~~(7,2)~~, (7,3), (7,5), (7,7)$\}$

$A \times C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2\}$

$= \{$~~(1,2)~~, ~~(2,2)~~, ~~(3,2)~~, ~~(4,2)~~, ~~(5,2)~~, ~~(6,2)~~, ~~(7,2)~~$\}$

$(A \times B) - (A \times C)$

$= \{(1,3), (1,5), (1,7), (2,3), (2,5), (2,7), (3,3), (3,5), (3,7), (4,3), (4,5), (4,7), (5,3), (5,5), (5,7), (6,3), (6,5), (6,7), (7,3), (7,5), (7,7)\}$ ---- (2)

(1) = (2)

$\therefore A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

7. $A = \{3, 4, 7, 8\}$ மற்றும் $B = \{1, 7, 10\}$ எனில் கீழ் உள்ள கணங்களில் எவை A லிருந்து B-க்கு ஆன உறவைக் குறிக்கின்றது?

(i) $R_1 = \{(3, 7), (4, 7), (7, 10), (8, 1)\}$

(ii) $R_2 = \{(3, 1), (4, 12)\}$

(iii) $R_3 = \{(3, 7), (4, 10), (7, 7), (7, 8), (8, 11), (8, 7), (8, 10)\}$

தீர்வு:

$A \times B = \{(3, 1), (3, 7), (3, 10), (4, 1), (4, 7), (4, 10), (7, 1), (7, 7), (7, 10), (8, 1), (8, 7), (8, 10)\}$

i) $R_1 \subseteq A \times B$ என்பதைக் காணலாம். எனவே, R_1 என்பது A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவு ஆகும்.

ii) இங்கு, $(4, 12) \in R_2$, ஆனால் $(4, 12) \notin A \times B$. எனவே R_2 ஆனது A-லிருந்து B-க்கு ஆன உறவு இல்லை.

iii) இங்கு, $(7, 8) \in R_3$, ஆனால் $(7, 8) \notin A \times B$. எனவே, R_3 ஆனது A-லிருந்து B-க்கு ஆன உறவு இல்லை.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

8. $A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$, பின்வருவனவற்றில் எவை A லிருந்து B-க்கான உறவுகளாகும்?

(i) $R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$ (ii) $R_2 = \{(-1, 1)\}$

(iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$

(iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$

தீர்வு:

$A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$

$\therefore A \times B = \{1, 2, 3, 7\} \times \{3, 0, -1, 7\}$

$= \{(1, 3), (1, 0), (1, -1), (1, 7), (2, 3), (2, 0), (2, -1), (2, 7), (3, 3), (3, 0), (3, -1), (3, 7), (7, 3), (7, 0), (7, -1), (7, 7)\}$

i) $R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}, (2, 1) \in R_1$

ஆனால் $(2, 1) \notin A \times B$

$\therefore R_1$ ஒரு உறவு அல்ல.

ii) $R_2 = \{(-1, 1)\}, (-1, 1) \in R_2$

ஆனால் $(-1, 1) \notin A \times B$

$\therefore R_2$ ஒரு உறவு அல்ல.

iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}, R_3 \subseteq A \times B$

$\therefore R_3$ ஒரு உறவு.

iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$,

$(0, 3), (0, 7) \in R_4$ என்பது $A \times B$ ல் உறுப்பு அல்ல.

$\therefore R_4$ ஒரு உறவு அல்ல.

---

9. கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம் (3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.

(i) $\{(x, y) \mid x = 2y, x \in \{2,3,4,5\}, y \in \{1,2,3,4\}$

(ii) $\{(x, y) \mid y = x + 3, x, y$ ஆகியவை இயல் எண்கள் $< 10\}$ **ஆக.22**

தீர்வு:

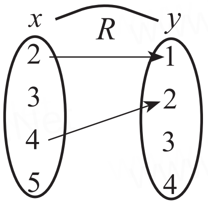
(i) $\{(x, y) \mid x = 2y, x \in \{2,3,4,5\}, y \in \{1,2,3,4\}$

$x = 2y$

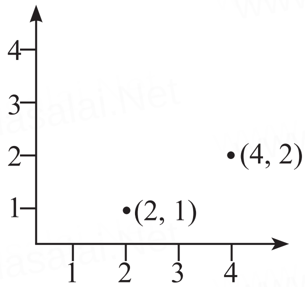
$f(x) = \frac{x}{2}$; $f(2) = \frac{2}{2} = 1$; $f(3) = \frac{3}{2}$;

$f(4) = \frac{4}{2} = 2$; $f(5) = \frac{5}{2}$

1. அம்புக்குறி படம்



2. வரைபடம்



3. வரிசை சோடி

$\{(2, 1), (4, 2)\}$

(ii) $\{(x, y) \mid y = x + 3, x, y$ ஆகியவை இயல் எண்கள் $< 10\}$

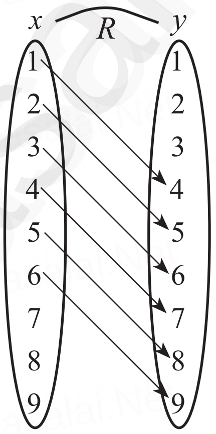
தீர்வு:

$f(x) = x + 3$;

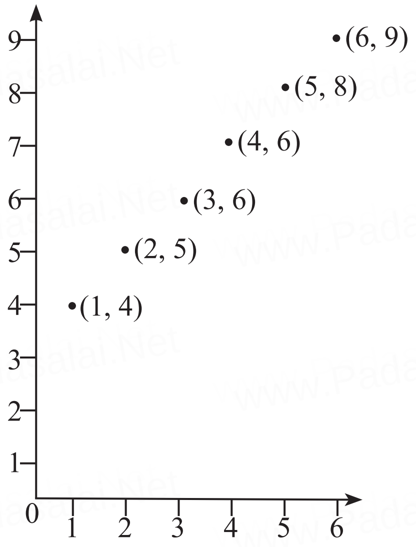
$f(1) = 4$; $f(2) = 5$; $f(3) = 6$; $f(4) = 7$;

$f(5) = 8$; $f(6) = 9$

1. அம்புக்குறி படம்:



2. வரைபடம்:



3. வரிசை சோடி:

$\{(1, 4), (2, 5), (3, 6),(4, 7), (5, 8), (6, 9)\}$

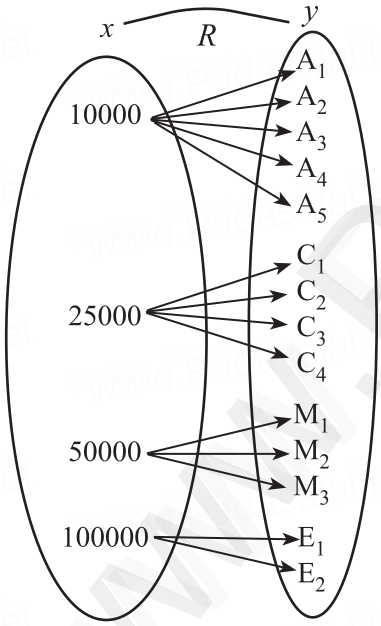
10. ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A), எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E) ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ₹ 10,000, ₹ 25,000, ₹ 50,000 மற்றும் ₹ 1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள் C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள் M_1, M_2, M_3 ஆகியோர்கள் மேலாளர்கள் மற்றும் E_1, E_2 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர். xRy என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் R-என்ற உறவை, வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அம்புக்குறி படம் மூலமாகவும் குறிப்பிடுக.

தீர்வு:

a) **வரிசை சோடி:**

{ $(10000, A_1), (10000, A_2), (10000, A_3), (10000, A_4), (10000, A_5)$ $(25000, C_1), (25000, C_2), (25000, C_3), (25000, C_4), (50000, M_1), (50000, M_2), (50000, M_3)$ $(100000, E_1), (100000, E_2)$ }

b) **அம்புக்குறி படம்:**



11. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f : A \to B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினைக் கொண்டு **செப்.20**

(i) அம்புக்குறி படம்

(ii) அட்டவணை

(iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

(iv) வரைபடம் ஆகியவற்றைக் குறிக்க.

தீர்வு:

$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$

$f(x) = 3x - 1$

$f(1) = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2;$

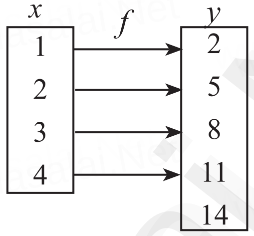
$f(2) = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$ $f(3) = 3(3) - 1$

$= 9 - 1 = 8;$

$f(4) = 3(4) - 1 = 12 - 1 = 11$

சார்பு R = {(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)}

i. அம்புக்குறி படம்:



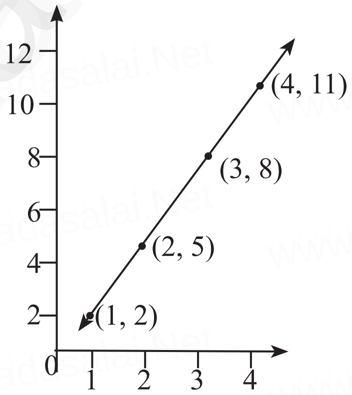
ii. அட்டவணை:

x	1	2	3	4
y	2	5	8	11

iii. வரிசை சோடி:

{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)}

iv. வரைபடம்:



12. $f : N \to N$ **என்ற சார்பானது** $f(x) = 3x + 2$, $x \in N$ **என வரையறுக்கப்பட்டால்**

(i) 1, 2, 3-யின் நிழல் உருக்களைக் காண்க.

(ii) 29 மற்றும் 53 -யின் முன் உருக்களைக் காண்க.

(ii) சார்பின் வகையைக் காண்க.

தீர்வு:

$f : N \to N$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

i) $x = 1$ எனில், $f(1) = 3(1) + 2 = 5$

$x = 2$ எனில், $f(2) = 3(2) + 2 = 8$

$x = 3$ எனில், $f(3) = 3(3) + 2 = 11$

1, 2, 3 -யின் நிழல் உருக்கள் முறையே 5, 8, 11 ஆகும்.

ii) 29-யின் முன் உரு x எனில், $f(x) = 29$. எனவே
$3x + 2 = 29;\ 3x = 27 \Rightarrow x = 9$.
இதைப்போலவே, 53-ன் முன் உரு x எனில்,
$f(x) = 53$. எனவே, $3x + 2 = 53$
$3x = 53 - 2 \Rightarrow 3x = 51 \Rightarrow x = 17$
எனவே, 29 மற்றும் 53 -யின் முன் உருக்கள் முறையே 9 மற்றும் 17 ஆகும்.

iii) N -யின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன.

$\therefore$ f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

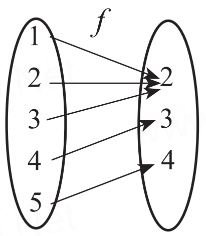
f -யின் துணை மதிப்பகமானது N.
வீச்சகம் $f = \{5, 8, 11, 14, 17, \ldots.\}$ ஆனது N-ன் தகு உட்கணமாகும்.
எனவே, f ஆனது மேல்சார்பு இல்லை.
அதாவது, f உட்சார்பு ஆகும்.
எனவே, f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் உட்சார்பு ஆகும்.

---

13. $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$ என்ற சார்பினை (i) அம்புக்குறி படம் (ii) அட்டவணை (iii) வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்.

தீர்வு:

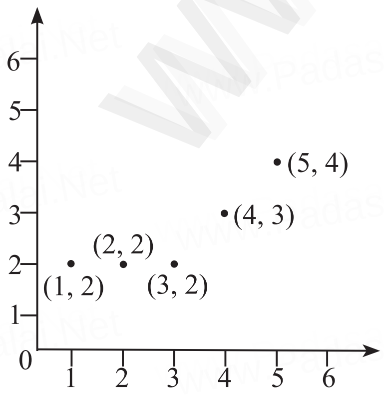
i. அம்புக்குறி படம்:



ii. அட்டவணை:

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	2	2	3	4

iii. வரைபடம்:



14. $f : A \to B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \dfrac{x}{2} - 1$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு, $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$. ஆக இருக்கும்போது சார்பு f-ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க.
i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்
ii) அட்டவணை
iii) அம்புக்குறி படம்
iv) வரைபடம்

தீர்வு:

$f(x) = \dfrac{x}{2} - 1$

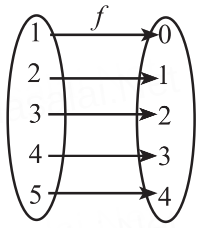
$x = 2 \Rightarrow f(2) = 1 - 1 = 0$
$x = 4 \Rightarrow f(4) = 2 - 1 = 1$
$x = 6 \Rightarrow f(6) = 3 - 1 = 2$
$x = 10 \Rightarrow f(10) = 5 - 1 = 4$
$x = 12 \Rightarrow f(12) = 6 - 1 = 5$

i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்:
$f = \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (10, 4), (12, 5)\}$

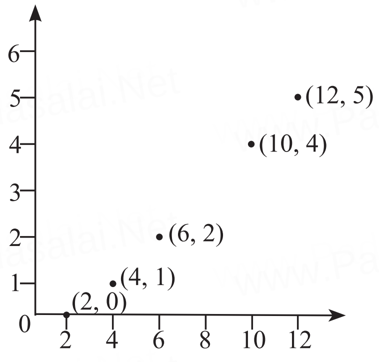
ii) அட்டவணை:

x	2	4	6	10	12
$f(x)$	0	1	2	4	5

iii) அம்புக்குறி படம்:



iv) வரைபடம்:



★★★

சூத்திரங்கள் மற்றும் வரையறைகள்

1.	**கார்டீசியன் பெருக்கல்**	A மற்றும் B என்பன இரண்டு வெற்றில்லா கணங்கள் எனில், இவற்றின் வரிசைச் சோடிகளின் கணமானது (a, b) $a \in$ A, $b \in$ B என இருக்கும். இதை A மற்றும் B யின் கார்டீசியன் பெருக்கல் என்கிறோம். எனவே A×B = $\{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$ A×B என்பதை (A கிராஸ் B) எனப் படிக்கவும்.
2.	**உறவுகள்**	A மற்றும் B என்பன இரண்டு வெற்றில்லா கணங்கள் என்க. A யிலிருந்து B க்கு உள்ள உறவு R ஆனது சில விதிமுறைகளை நிறைவு செய்து, A × B யின் உட்கணமாக இருக்கும். $x \in$ A விற்கும் $y \in$ B க்குமான உறவு R யின் வழியாக இருந்தால் xRy என எழுதலாம். xRy என இருந்தால், இருந்தால் மட்டும் $(x, y) \in$ R.
3.	**இன்மை உறவு**	ஓர் உறவில் உறுப்புகள் இல்லை எனில், அது இன்மை உறவு எனப்படும்.
4.	$n(A) = p$ மற்றும் $n(B) = q$, எனில் $\boldsymbol{n(A \times B) = pq}$	
5.	$n(A) = p$, $n(B) = q$, A மற்றும் B க்கான மொத்த உறவுகளின் எண்ணிக்கை $\boldsymbol{2^{pq}}$.	
6.	$n(A) = p$, $n(B) = q$, A யிலிருந்து B க்கு வரையறுக்கப்பட்ட வெற்று கணமில்லாத உறவுகளின் எண்ணிக்கை $\boldsymbol{2^{pq} - 1}$.	
7.	**சார்பின் வகைகள்**	(i) ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு (ii) பலவற்றிற்கு - ஒன்றான சார்பு (iii) மேல் சார்பு (iv) உள்நோக்கிய சார்பு (v) மாறிலி சார்பு (vi) சமனிச் சார்பு
8.	**மேல் சார்பு**	துணை மதிப்பகம் = வீச்சகம்

***

2 எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

பயிற்சி 2.10

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தின் படி, a மற்றும் b, என்ற மிகை முழுக்களுக்கு, தனித்த மிகை முழுக்கள் q மற்றும் r, $a = bq + r$ என்றவாறு அமையுமானால், இங்கு r ஆனது,
   அ) $1 < r < b$ ஆ) $0 > r > b$
   இ) $0 \le r < b$ ஈ) $0 < r \le b$

2. யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, எந்த மிகை முழுவின் கனத்தையும் 9 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகள் **செப்.20**
   அ) 0, 1, 8 ஆ) 1, 4, 8
   இ) 0, 1, 3 ஈ) 1, 3, 5

3. 65 மற்றும் 117 -யின் மீ.பொ.வ-வை $65m - 117$ என்ற வடிவில் எழுதும்போது, m-யின் மதிப்பு
   அ) 4 ஆ) 2 **மே 22**
   இ) 1 ஈ) 3

4. 1729-ஐ பகாக் காரணிப்படுத்தும் போது, அந்தப் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் கூடுதல்
   அ) 1 ஆ) 2 **செப்.21**
   இ) 3 ஈ) 4 **ஆக.22**

5. 1 முதல் 10 வரையுள்ள (இரண்டு எண்களும் உட்பட) அனைத்து எண்களாலும் வகுபடும் மிகச்சிறிய எண்
   அ) 2025 ஆ) 5220 இ) 5025 ஈ) 2520

6. $7^{4k} \equiv$ ______ (மட்டு 100)
   அ) 1 ஆ) 2 இ) 3 ஈ) 4

7. $F_1 = 1$, $F_2 = 3$ மற்றும் $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ எனக் கொடுக்கப்படின் F_5 ஆனது **செப்.21**
   அ) 3 ஆ) 5 இ) 8 ஈ) 11

8. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல் உறுப்பு 1 மற்றும் பொது வித்தியாசம் 4 எனில், பின்வரும் எண்களில் எது இந்தக் கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் அமையும்?
   அ) 4551 ஆ) 10091 இ) 7881 ஈ) 13531

9. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 6 வது உறுப்பின் 6 மடங்கும் 7 வது உறுப்பின் 7 மடங்கும் சமம் எனில், அக்கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 13-வது உறுப்பு
   அ) 0 ஆ) 6 இ) 7 ஈ) 13

10. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் 31 உறுப்புகள் உள்ளன. அதன் 16-வது உறுப்பு m எனில், அந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளின் கூடுதல்
   அ) $16\,m$ ஆ) $62\,m$ இ) $31\,m$ ஈ) $\frac{31}{2}\,m$

11. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் முதல் உறுப்பு 1 மற்றும் பொது வித்தியாசம் 4. இந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் அதன் கூடுதல் 120 கிடைக்கும்?
   அ) 6 ஆ) 7 இ) 8 ஈ) 9

12. $A = 2^{65}$ மற்றும் $B = 2^{64} + 2^{63} + 2^{62} + ... + 2^0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பின்வருவனவற்றில் எது உண்மை? **செப்.20**
   அ) B ஆனது A ஐ விட 2^{64} அதிகம்
   ஆ) A மற்றும் B சமம்
   இ) B ஆனது A-ஐ விட 1 அதிகம்
   ஈ) A ஆனது B-ஐ விட 1 அதிகம்

13. $\frac{3}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, \frac{1}{18}$ ... என்ற தொடர்வரிசையின் அடுத்த உறுப்பு
   அ) $\frac{1}{24}$ ஆ) $\frac{1}{27}$ இ) $\frac{2}{3}$ ஈ) $\frac{1}{81}$

14. $t_1, t_2, t_3, ...$ என்பது ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை எனில் $t_6, t_{12}, t_{18}, ...$ என்பது
   அ) ஒரு பெருக்குத்தொடர் வரிசை
   ஆ) ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசை
   இ) ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையுமல்ல, பெருக்குத்தொடர் வரிசையுமல்ல
   ஈ) ஒரு மாறிலித் தொடர் வரிசை

15. $(1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 15^3) - (1+2+3 +...+15)$ யின் மதிப்பு
   அ) 14400 ஆ) 14200
   இ) 14280 ஈ) 14520

2 மதிப்பெண்கள் STAGE 1

1. $a^b \times b^a = 800$ **என்றவாறு அமையும் இரு மிகை முழுக்கள் a மற்றும் b ஐ காண்க.**

தீர்வு:

$800 = a^b \times b^a$

2	800
2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
	5

$800 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$= 2^5 \times 5^2$

$\therefore\ a = 2, b = 5$ (அல்லது) $a = 5, b = 2$

2. 252525 மற்றும் 363636 என்ற எண்களின் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு:

2	363636
2	181818
3	90909
3	30303
3	10101
7	3367
13	481
37	37
	1

5	252525
5	50505
3	10101
7	3367
13	481
37	37
	1

$252525 = 3 \times 5^2 \times 7 \times 13 \times 37$

$363636 = 2^3 \times 3^3 \times 7 \times 13 \times 37$

252525 மற்றும் 363636 இன் மீ.பொ.வ

$= 3 \times 7 \times 13 \times 37$

$= 10101$

3. $13824 = 2^a \times 3^b$ **எனில், a மற்றும் b-யின் மதிப்பு காண்க.** **மே 22**

தீர்வு:

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
	3

$\Rightarrow 13824 = 2^9 \times 3^3$

$\therefore a = 9, b = 3$

4. அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி 408 மற்றும் 170 என்ற எண்களின் மீ.பொ.ம மற்றும் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு:

2	408
2	204
2	102
3	51
	17

2	170
5	85
	17

$408 = 2^3 \times 3 \times 17$

$170 = 2 \times 5 \times 17$

408, 170 இன் மீ.பொ.வ $= 2 \times 17 = 34$

408, 170 இன் மீ.சி.ம$= 2^3 \times 3 \times 5 \times 17$

$= 2040$

5. ஒரு தொடர்வரிசையின் பொது உறுப்பு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$a_n = \begin{cases} n(n+3); & n \in N \text{ ஓர் ஒற்றை எண்} \\ n^2+1; & n \in N \text{ ஓர் இரட்டை எண்} \end{cases}$$

11-வது உறுப்பு மற்றும் 18-வது உறுப்பு காண்க.

தீர்வு:

$n = 11$ என்பது ஒற்றை எண் என்பதால், a_{11} இன் மதிப்பு காண $n = 11$ என

$a_n = n\,(n + 3)$ யில் பிரதியிட,

11-வது உறுப்பு $a_{11} = 11\,(11 + 3) = 154$

$n = 18$ என்பது இரட்டைப்படை எண் என்பதால், a_{18} இன் மதிப்பு காண

$n = 18$ என $a_n = n^2 + 1$ யில் பிரதியிட

18 வது உறுப்பு $a_{18} = 18^2 + 1 = 325$

6. கீழ்க்கண்டதொடர்வரிசைகள்ஒவ்வொன்றிலும் n-வது உறுப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதில் குறிப்பிட்டுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

(i) $a_n = \dfrac{5n}{n+2}$; a_6 **மற்றும்** a_{13}

(ii) $a_n = -(n^2 - 4)$; a_4 **மற்றும்** a_{11}

தீர்வு:

i. $a_n = \dfrac{5n}{n+2}$

$a_6 = \dfrac{30}{8} = \dfrac{15}{4}$; $\quad a_{13} = \dfrac{65}{15} = \dfrac{13}{3}$

ii. $a_n = -(n^2 - 4)$

$a_4 = -(16 - 4) = -12$

$a_{11} = -(121 - 4) = -117$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

7. $a_n = \begin{cases} \dfrac{n^2-1}{n+3}; & \text{ஓர் இரட்டை எண்} \quad n \in N \\ \dfrac{n^2}{2n+1}; & \text{ஓர் ஒற்றை எண்} \quad n \in N \end{cases}$

என்பது n-வது உறுப்பு எனில், a_8 மற்றும் a_{15} காண்க.

தீர்வு:

n இரட்டை எனில் a_8 இன் மதிப்பு $\dfrac{n^2-1}{n+3}$

$a_8 = \dfrac{64-1}{11} = \dfrac{63}{11}$

n ஒற்றை எனில் a_{15} இன் மதிப்பு $\dfrac{n^2}{2n+1}$

$a_{15} = \dfrac{(15)^2}{30+1} = \dfrac{225}{31}$

8. –11, –15, –19, ... என்ற கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் 19-வது உறுப்பைக் காண்க. **ஆக.22**

தீர்வு:

கூட்டுத் தொடரின் n-வது உறுப்பு

$t_n = a + (n-1)d$

$a = -11;\ d = -15 + 11 = -4;\ n = 19$

$t_{19} = -11 + 18(-4)$

$= -11 - 72$

$t_{19} = -83$

9. 16, 11, 6, 1, ... என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் –54 என்பது எத்தனையாவது உறுப்பு? **மே 22**

தீர்வு:

$n = \left(\dfrac{l-a}{d}\right) + 1$

$a = 16;\ d = 11 - 16 = -5;\ l = -54$

$n = \dfrac{-54-16}{-5} + 1 \Rightarrow = \dfrac{-70}{-5} + 1$

$n = 14 + 1 \qquad \Rightarrow n = 15$

10. 9, 15, 21, 27, …, 183 என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் நடு உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$a = 9,\ d = 6,\ l = 183$

$n = \left(\dfrac{l-a}{d}\right) + 1$

$= \dfrac{183-9}{6} + 1 = \dfrac{174}{6} + 1 = 29 + 1 = 30$

$\therefore$ 15 ஆவது உறுப்பும் 16 ஆவது உறுப்பும் நடு உறுப்புகளாகும்.

$t_n = a + (n-1)d$

$\therefore t_{15} = a + 14d \qquad t_{16} = a + 15d$

$= 9 + 14(6) \qquad = 9 + 15(6)$

$= 9 + 84 \qquad = 9 + 90$

$= 93 \qquad = 99$

$\therefore$ 93, 99 என்பன இக்கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் நடு உறுப்புகளாகும்.

11. $3 + k$, $18 - k$, $5k + 1$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில், k யின் மதிப்புக் காண்க. **செப்.21**

தீர்வு:

$3 + k$, $18 - k$, $5k + 1$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை

$t_2 - t_1 = t_3 - t_2$

$(18-k) - (3+k) = (5k+1) - (18-k)$

$15 - 2k = 6k - 17$

$-2k - 6k = -17 - 15$

$-8k = -32$

$k = 4$

12. ஒரு சினிமா அரங்கின் முதல் வரிசையில் 20 இருக்கைகளும் மொத்தம் 30 வரிசைகளும் உள்ளன. அடுத்தடுத்த ஒவ்வொரு வரிசையிலும் அதற்கு முந்தைய வரிசையைவிட இரண்டு இருக்கைகள் கூடுதலாக உள்ளன. கடைசி வரிசையில் எத்தனை இருக்கைகள் இருக்கும்?

தீர்வு:

முதல் உறுப்பு $a = 20$

பொது வித்தியாசம் $d = 2$

$\therefore$ கடைசி வரிசையில் உள்ள இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை $t_n = a + (n-1)\, d$

$t_{30} = a + 29d$

$= 20 + 29\,(2)$

$= 20 + 58$

$= 78$

13. முதல் உறுப்பு 20 ஆகவும் பொது வித்தியாசம் 8 ஆகவும் கொண்ட கூட்டுத் தொடர்வரிசையை எழுதவும்.

தீர்வு:

முதல் உறுப்பு $a = 20$; பொது வித்தியாசம் $d = 8$

கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் பொது வடிவம்

$a,\ a+d,\ a+3d, \ldots$

இந்த நிகழ்வில் நாம் பெறுவது

20, 20+8, 20+2(8), 20+3(8), ...

எனவே, தேவையான கூட்டுத் தொடர்வரிசை

20, 28, 36, 44, … ஆகும்.

14. 3, 6, 9, 12, …, 111 என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. செப்.21

தீர்வு:

முதல் உறுப்பு $a = 3$,

பொது வித்தியாசம் $d = 6 - 3 = 3$

கடைசி உறுப்பு $l = 111$

$n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$ என நாம் அறிவோம்.

$n = \left(\frac{111-3}{3}\right) + 1 = 37$

எனவே, இந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் 37 உறுப்புகள் உள்ளன.

---

15. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முதல் உறுப்பு மற்றும் பொது விகிதம் உடைய பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முதல் மூன்று உறுப்புகளை எழுதுக.

(i) $a = 6, r = 3$ (ii) $a = \sqrt{2}, r = \sqrt{2}$

(iii) $a = 1000, r = \frac{2}{5}$

தீர்வு:

i. பொதுவடிவம் $G.P. \Rightarrow a, ar, ar^2, \ldots$

$a = 6, r = 3$

$G.P. \Rightarrow 6, 6(3), 6(3)^2 \ldots$

$\Rightarrow 6, 18, 54, \ldots$

ii. $G.P. \Rightarrow a, ar, ar^2, \ldots$

$a = \sqrt{2}, \; r = \sqrt{2}$

$G.P. \Rightarrow \sqrt{2}, \; \sqrt{2}(\sqrt{2}), \; \sqrt{2}\left(\sqrt{2}\right)^2$

$\Rightarrow \sqrt{2}, \; 2, \; 2\sqrt{2}$

iii. $G.P. \Rightarrow a, ar, ar^2, \ldots$

$a = 1000, \; r = \frac{2}{5}$

$G.P. \Rightarrow 1000, \; 1000 \times \frac{2}{5}, \; 1000 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 \ldots$

$G.P. \Rightarrow 1000, 400, 160, \ldots$

---

16. 729, 243, 81,… என்ற பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் 7-வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

பெருக்குத் தொடரின் n ஆவது உறுப்பு $t_n = ar^{n-1}$

$a = 729, r = \frac{243}{729} = \frac{1}{3}, n = 7$

$t_7 = 729 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{7-1} \Rightarrow 729 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6$

$t_7 = 729 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

---

17. $x + 6$, $x + 12$ மற்றும் $x + 15$ என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் தொடர்ச்சியான மூன்று உறுப்புகள் எனில், x-யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$x + 6, x + 12$ மற்றும் $x + 15$ என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசை

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$$

$$\frac{x+12}{x+6} = \frac{x+15}{x+12}$$

$$(x+12)^2 = (x+6)(x+15)$$

$$x^2 + 24x + 144 = x^2 + 21x + 90$$

$$24x - 21x = 90 - 144$$

$$3x = -54$$

$$x = -\frac{54}{3} = -18$$

---

18. பின்வரும் முடிவுறா தொடர்களின் கூடுதல் காண்க.

(i) $9 + 3 + 1 + \ldots$ (ii) $21 + 14 + \frac{28}{3} + \ldots$

தீர்வு:

i. $9 + 3 + 1 + \ldots$ இங்கு $a = 9, r = \frac{1}{3}$

$(\because -1 < r < 1)$

$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{9}{1-\frac{1}{3}} = \frac{27}{2}$

ii. $21 + 14 + \frac{28}{3} + \ldots$ இங்கு $a = 21, \; r = \frac{2}{3}$

$(\because -1 < \frac{2}{3} < 1)$

$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{9}{1-\frac{2}{3}} = 63$

---

19. ஒரு முடிவுறா பெருக்குத் தொடரின் முதல் உறுப்பு 8 மற்றும் முடிவுறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல் $\frac{32}{3}$ எனில் அதன் பொது விகிதம் காண்க.

தீர்வு:

$G.P. \quad a = 8, \quad S_\infty = \frac{32}{3}$

$\frac{a}{1-r} = S_\infty \quad \Rightarrow \frac{8}{1-r} = \frac{32}{3}$

$\Rightarrow 24 = 32 - 32r$

$\Rightarrow 32r = 8 \qquad \Rightarrow r = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

---

20. ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் $S_6 = 4095$ மற்றும் $r = 4$ எனில், அதன் முதல் உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

பொது விகிதம் $= 4 > 1$,

முதல் 6 உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_6 = 4095$

எனவே, $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1} = 4095$

$r = 4$, என்பதால் $\frac{a(4^6 - 1)}{4-1} = 4095$

$\Rightarrow \quad a \times \frac{4095}{3} = 4095$

முதல் உறுப்பு $a = 3$

---

21. மதிப்பு காண்க. $1 + 2 + 3 + ... + 50$

தீர்வு:

$1 + 2 + 3 + ... + 50$

$1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$ என்ற

சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த

$1 + 2 + 3 + ... + 50 = \frac{50 \times (50+1)}{2} = 1275$

---

22. கூடுதல் காண்க.

$1 + 3 + 5 + ...$ to 40 உறுப்புகள் வரை

தீர்வு:

$1 + 3 + 5 + ... + n$ உறுப்புகள் வரை

கூடுதல் $= n^2$

$1 + 3 + 5 + ... + 40$ உறுப்புகள் வரை

கூடுதல் $= (40)^2 = 1640$

---

23. கூடுதல் காண்க. $1^2 + 2^2 + ... + 19^2$

தீர்வு:

$1^2 + 2^2 + ... + 19^2$

$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{19 \times (19+1)(2 \times 19 + 1)}{6}$

$= \frac{19 \times 20 \times 39}{6} = 2170$

---

24. கூடுதல் காண்க. $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 16^3$

தீர்வு:

$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 16^3 = \left[\frac{16 \times 17}{2}\right]^2$

$= [136]^2$

$= 18496$

---

25. $1 + 2 + 3 + ... + n = 666$ எனில், n-யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$1 + 2 + 3 + ... + n = 666$

$\frac{n(n+1)}{2} = 666$

$n^2 + n = 1332$

$n^2 + n - 1332 = 0$

$(n - 36)(n + 37) = 0$

$n = -37$ அல்லது $n = 36$

$n \neq -37$ ($n \neq -37$ ஏற்கத்தக்கதல்ல)

$n = 36$

---

26. கூடுதல் காண்க.

(i) $2 + 4 + 6 + ... + 80$

(ii) $1 + 3 + 5 + ... + 55$

தீர்வு:

i. $2 + 4 + 6 + ... + 80$

$= 2\,[1 + 2 + 3 + ... + 40]$

$= 2\left[\frac{n(n+1)}{2}\right] = 40 \times 41 = 1640$

ii. $1 + 3 + 5 + ... + 55$

இந்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை கொடுக்கப்படவில்லை. நாம் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்போம்.

$n = \frac{(55 \quad 1)}{} + 1 = 28$

எனவே,

$1 + 3 + 5 + ... + 55 = (28)^2 = 784$

---

27. பின்வரும் தொடர்களின் கூடுதலைக் காண்க.

(i) $1 + 2 + 3 + ... + 60$

(ii) $3 + 6 + 9 + ... + 96$

(iii) $1 + 4 + 9 + 16 + ... + 225$

(iv) $1 + 3 + 5 + ... + 71$

தீர்வு:

i. $1 + 2 + 3 + ... + 60 = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{60 \times 61}{2}$

$= 30 \times 61 = 1830$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

ii. 3 + 6 + 9 + …. + 96

$= 3\ (1 + 2 + 3 + \ldots + 32)$

$= 3\left[\frac{32 \times 33}{2}\right]^2 = 3 \times 328 = 1584$

iii. 1 + 4 + 9 + 16 + …. + 225

$= 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots. + 15^2$

$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{15(15+1)(2\times15+1)}{6}$

$= \frac{15\times16\times31}{6} = 1240$

iv. 1 + 3 + 5 + …. + 71 = n^2

$n = \frac{l-a}{d} + 1 \Rightarrow \left(\frac{71-1}{2}\right) + 1 = 36$

$1 + 3 + 5 + \ldots. + 71 = 36^2 = 1296$

28. 1 + 2 + 3 + ... + k = 325, எனில் $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots.. + k^3$ யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$1 + 2 + 3 + \ldots.. + k = \frac{k(k+1)}{2} = 325$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots.. + k^3$

$= \left[\frac{k(k+1)}{2}\right]^2 = (325)^2 = 105625$

29. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots.. + k^3$ = 44100 எனில், 1 + 2 + 3 + ….. + k யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3 = 44100 = \left[\frac{k(k+1)}{2}\right]^2$

$1 + 2 + 3 + \ldots + k = \frac{k(k+1)}{2}$

$= 210$

30. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots..$ என்ற தொடரின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் கூடுதல் 14400 கிடைக்கும்?

தீர்வு:

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3 = \left[\frac{k(k+1)}{2}\right]^2$

$= 14400$

$\Rightarrow \frac{k(k+1)}{2} = \sqrt{14400} = 120$

$k\,(k + 1) = 240$

$k^2 + k - 240 = 0$

$(k - 15)\,(k + 16) = 0$

$k = +15$ அல்லது $k = -16$

இது பொருந்தாது.

$\therefore k = 15$

****

5 மதிப்பெண்கள் **STAGE 1**

1. $p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4}$ = 113400 இங்கு p_1, p_2, p_3, p_4 என்பன ஏறுவரிசையில் அமைந்த பகா எண்கள் மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 என்பன முழுக்கள் எனில் p_1, p_2, p_3, p_4 மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

2	113400
2	56700
2	28350
3	14175
3	4725
3	1575
3	525
5	175
5	35
7	7
	1

$11340 = 2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1$

$\therefore\ P_1 = 2,\ P_2 = 3,\ P_3 = 5,\ P_4 = 7$

$x_1 = 3,\ x_2 = 4,\ x_3 = 2,\ x_4 = 1$

2. $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ மற்றும் $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$ $n \geq 3$, $n \in N$, எனில் தொடர்வரிசையின் முதல் ஆறு உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$a_1 = a_2 = 1$ மற்றும் $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$ என்க.

$a_3 = 2a_2 + a_1 = 2\ (1) + 1 = 3$

$a_4 = 2a_3 + a_2 = 2\ (3) + 1 = 7$

$a_5 = 2a_4 + a_3 = 2\ (7) + 3 = 17$

$a_6 = 2a_5 + a_4 = 2\ (17) + 7 = 41$

3. x, 10, y, 24, z என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில், x, y, z ஆகியவற்றின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

x, 10, y, 24, z என்பன கூட்டுத் தொடர்வரிசை என்பதால் y என்பது 10, 24 இன் நடு உறுப்பாகும்.

அதாவது $y = \frac{10+24}{2} = \frac{34}{2} = 17$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

$\therefore$ A.P = x, 10, 17, 24, z

$d = 17 - 10 = 7$ என்பது இங்கு தெளிவாகிறது.

$\therefore x = 10 - 7 = 3$

$z = 24 + 7 = 31$

$\therefore x = 3,\ y = 17,\ z = 31.$

---

4. 5 + 55 + 555 + ... என்ற தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

$S_n = 5 + 55 + 555 + \ldots + n$ உறுப்புகள் வரை

$= 5[1 + 11 + 111 + \ldots + n$ உறுப்புகள் வரை$]$

$= \frac{5}{9}[9 + 99 + 999 + \ldots + n$ உறுப்புகள் வரை$]$

$= \frac{5}{9}[(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \ldots n$ உறுப்புகள் வரை$]$

$= \frac{5}{9}[(10 + 100 + 1000 + \ldots) - (1 + 1 + 1 + \ldots)]$

$$= \frac{5}{9}\left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n\right]$$

$$= \frac{50}{81}\left[(10^n - 1) - \frac{5}{9}n\right]$$

---

5. பின்வரும் தொடர்களின் n உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.

(i) 0.4 + 0.44 + 0.444 +..... n உறுப்புகள் வரை

(ii) 3 + 33 + 333 + ... n உறுப்புகள் வரை

தீர்வு:

i. $0.4 + 0.44 + 0.444 + \ldots\ n$ உறுப்புகள்

$$= \frac{4}{10} + \frac{44}{100} + \frac{444}{1000} + \ldots n \text{ உறுப்புகள்}$$

$$= 4\left[\frac{1}{10} + \frac{11}{100} + \frac{111}{1000} + \ldots n \text{ உறுப்புகள்}\right]$$

$$= \frac{4}{9}\left[\frac{9}{10} + \frac{99}{100} + \frac{999}{1000} + \ldots n \text{ உறுப்புகள்}\right]$$

$$= \frac{4}{9}\left[\left(1-\frac{1}{10}\right) + \left(1-\frac{1}{100}\right) + \left(1-\frac{1}{1000}\right) \ldots n \text{ உறுப்புகள்}\right]$$

$$= \frac{4}{9}\left[(1+1+1+\ldots n \text{ உறுப்புகள்}) - \left[\frac{1}{10} + \frac{11}{100} + \frac{111}{1000} + \ldots n \text{ உறுப்புகள்}\right]\right]$$

$$= \frac{4}{9}\left[n - \frac{1}{10}\left[\frac{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n}{1 - \frac{1}{10}}\right]\right]$$

$$= \frac{4}{9}\left[n - \frac{1}{9}\left(1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n\right)\right]$$

---

ii. 3 + 33 + 333 + ... n

$= 3(1 + 11 + 111 + \ldots + n$ உறுப்புகள்$)$

$= \frac{3}{9}(9 + 99 + 999 + \ldots + n$ உறுப்புகள்$)$

$= \frac{3}{9}((10-1) + (100-1) + (1000-1) + \ldots + n$ உறுப்புகள்$)$

$= \frac{3}{9}(10 + 100 + 1000 + \ldots + n$ உறுப்புகள்$) - (1 + 11 + 111 + \ldots + n$ உறுப்புகள்$)$

$$= \frac{3}{9}\left(10\left(\frac{10^n - 1}{9}\right) - n\right)$$

$$= \frac{30}{81}(10n - 1) - \frac{3n}{9}$$

---

6. 3 + 6 + 12 + ... + 1536 என்ற பெருக்குத் தொடரின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

$3 + 6 + 12 + \ldots + 1536$

$a = 3, r = 2$

$t_n = 1536$

$ar^{n-1} = 1536$

$3(2)^{n-1} = 1536$

$3(2)^{n-1} = 3(2)^9$

$2^{n-1} = 2^9$

$\therefore\ n = 10$

கூடுதல் $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$$S_{10} = \frac{1(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 3(1023)$$

$= 3069$

---

7. மதிப்பு காண்க. 16 + 17 + 18 + ... + 75

தீர்வு:

$16 + 17 + 18 + \ldots + 75$

$= (1 + 2 + 3 + \ldots + 75) - (1 + 2 + 3 + \ldots + 15)$

$$= \left[\frac{n(n+1)}{2}\right] - \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]$$

$$= \frac{75(75+1)}{2} - \frac{15(15+1)}{2}$$

$= 2850 - 120 = 2730$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

8. கூடுதல் காண்க. $9^3 + 10^3 + ... + 21^3$

தீர்வு:

$9^3 + 10^3 + ... + 21^3$

$= (1^3 + 2^3 + 3^3 ..... + 21^3) - (1^3 + 2^3 + 3^3 ..... + 8^3)$

$= \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 - \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

$= \left[\frac{21\times(21+1)}{2}\right]^2 - \left[\frac{8\times(8+1)}{2}\right]^2$

$= (231)^2 - (36)^2 = 52065$

9. பின்வரும் தொடர்களின் கூடுதலைக் காண்க.

(i) $6^2 + 7^2 + 8^2 + ... + 21^2$

(ii) $10^3 + 11^3 + 12^3 + ... + 20^3$

தீர்வு:

i. $6^2 + 7^2 + 8^2 + ... + 21^2$

$= (1^2 + 2^2 + 3^2 ..... + 21^2) - (1^2 + 2^2 + 3^2 ..... + 5^2)$

$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$= \frac{21\times(21+1)(42+1)}{6} - \frac{5\times(5+1)(10+1)}{6}$

$= \frac{21\times 22\times 43}{6} - \frac{5\times 6\times 11}{6}$

$= 3311 - 55 = 3256$

---

ii. **$10^3 + 11^3 + 12^3 + ... + 20^3$**

$= 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 20^3 - 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 9^3$

$= \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 - \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

$= \left[\frac{20\times 21}{6}\right]^2 - \left[\frac{9\times 10}{3}\right]^2$

$= [210]^2 - (45)^2 = 44100 - 2025$

$= 42075$

---

10. முதல் n இயல் எண்களின் கணங்களின் கூடுதல் 2025 எனில் n-யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் = 285

$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = 285$

$\frac{n(n+1)(2n+1)}{2\times 3} = 285$

$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 285$

$n(n+1)(2n+1) = 285 \times 6$ ----(1)

முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் = 2025

$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = 2025$

$\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 = 2025$

$\frac{n(n+1)}{2} = \sqrt{2025} = 45$

$n(n+1) = 45 \times 2$ ----(2)

$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{n(n+1)(2n+1)}{n(n+1)} = \frac{258\times 6}{45\times 2}$

$2n + 1 = 19$

$2n = 19 - 1$

$\Rightarrow 2n = 18$

$\therefore\ \therefore n = 9$

---

11. ரேகாவிடம் 10 செ.மீ, 11 செ.மீ, 12 செ.மீ…, 24 செ.மீ என்ற பக்க அளவுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்கள் உள்ளன. இந்த வண்ணக் காகிதங்களைக் கொண்டு எவ்வளவு பரப்பை அடைத்து அலங்கரிக்க முடியும்?

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்களின் பக்க அளவுகள்

10 செ.மீ + 11செ.மீ + 12செ.மீ + ... + 24செ.மீ

அதன் பரப்பு $= 10^2 + 11^2 + 12^2 + ... + 24^2$

$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 24^2) - (1^2 + 2^2 + ... + 9^2)$

$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$= \frac{24\times 25\times 49}{6} - \frac{9\times 10\times 19}{6}$

$= 4900 - 285$

$= 4615$ செ.மீ^{2}

*****

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

சூத்திரங்கள் மற்றும் வரையறைகள்

1.	யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றம்	a மற்றும் b $(a > b)$ என்பன ஏதேனும் இரு மிகை முழுக்கள் எனில், $a = bq + r$, $0 \le r < b$ என்றவாறு q, r எனும் தனித்த மிகை முழுக்கள் கிடைக்கும்.
2.	அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றம்	"1 ஐ தவிர்த்து மற்ற அனைத்து இயல் எண்களையும் பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாகக் காரணிப்படுத்த முடியும். மேலும் இந்தக் காரணிப்படுத்துதலானது (பகா எண்களை எழுதும் வரிசையைத் தவிர்த்து) ஒரே முறையில் அமையும்."
3.	கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் பொது வடிவம்	$a, a + d, a + 2d, a + 3d, ...$
4.	கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் பொது வேறுபாடு	$d = t_2 - t_1$
5.	கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் n ஆவது உறுப்பு	$t_n = a + (n - 1)\, d$
6.	கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் மொத்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	$n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$
7.	கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள்	$a - d, a, a + d$
8.	கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் அடுத்தடுத்த நான்கு உறுப்புகள்	$a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$
9.	a, b, c என்பன கூட்டுத் தொடர் வரிசையாக இருக்க நிபந்தனை	$2b = a + c$

10.	கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் n உறுப்புகளின் கூடுதல்	$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$ (அல்லது) $S_n = \frac{n}{2}[a+l]$
11.	பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் பொது வடிவம்	$a, ar, ar^2, ... ar^{n-1}$; a = முதல் உறுப்பு, r - பொது விகிதம்
12.	பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் பொது விகிதம்	$r = \frac{t_2}{t_1}$
13.	பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் n-ஆவது உறுப்பு	$t_n = ar^{n-1}$
14.	பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள்	$\frac{a}{r}, a, ar$
15.	a, b, c என்பன பெருக்குத்தொடர் வரிசையாக இருக்க நிபந்தனை	$b^2 = ac$
16.	ஒரு பெருக்குத்தொடர் வரிசையில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல்	$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r-1}, \ r \neq 1$
17.	பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் முடிவுறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல்	$S_\infty = \frac{a}{1-r} \quad -1<r<1$

***

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

3 இயற்கணிதம்

பயிற்சி 3.20

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. **மூன்று மாறிகளில் அமைத்த மூன்று நேரியல் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பிற்கு தீர்வுகள் இல்லையெனில், அத்தொகுப்பில் உள்ள தளங்கள்** ஆக.22
   அ) ஒரே ஒரு புள்ளியில வெட்டுகின்றன
   ஆ) ஒரே ஒரு கோட்டில் வெட்டுகின்றன
   இ) ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்தும்
   ஈ) ஒன்றையொன்று வெட்டாது

2. **$x + y - 3z = -6, -7y + 7z = 7, 3z = 9$ என்ற தொகுப்பின் தீர்வு** ஆக.22
   அ) $x = 1, y = 2, z = 3$
   ஆ) $x = -1, y = 2, z = 3$
   இ) $x = -1, y = -2, z = 3$
   ஈ) $x = 1, y = -2, z = 3$

3. **$x^2 - 2x - 24$ மற்றும் $x^2 - kx - 6$ யின் மீ.பொ.வ $(x - 6)$ எனில், k-யின் மதிப்பு** மே 22
   அ) 3 ஆ) 5 இ) 6 ஈ) 8

4. $\dfrac{3y-3}{y} \div \dfrac{7y-7}{3y^2} =$
   அ) $\dfrac{9y}{7}$ ஆ) $\dfrac{9y^3}{(21y-21)}$
   இ) $\dfrac{21y^2-42y+21}{3y^3}$ ஈ) $\dfrac{7(y^2-2y+1)}{y^2}$

5. **கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது $y^2 + \dfrac{1}{y^2}$ க்குச் சமம் இல்லை** ஆக.22
   அ) $\dfrac{y^4+1}{y^2}$ ஆ) $\left(\quad - \quad \right)$
   இ) $\left(y-\dfrac{1}{y}\right)^2+2$ ஈ) $\left(y+\dfrac{1}{y}\right)^2-2$

6. $\dfrac{x}{x^2-25} - \dfrac{8}{x^2+6x+5}$ **-யின் சுருங்கிய வடிவம்**
   அ) $\dfrac{x^2-7x+40}{(x-5)(x+5)}$ ஆ) $\dfrac{x^2+7x+40}{(x-5)(x+5)(x+1)}$
   இ) $\dfrac{x^2-7x+40}{(x^2-25)(x+1)}$ ஈ) $\dfrac{x^2+10}{(x^2-25)(x+1)}$

7. $\dfrac{256x^8y^4z^{10}}{25x^6y^6z^6}$ **-யின் வர்க்கமூலம்** செப்.21
   அ) $\dfrac{16}{5}\left|\dfrac{x^2z^4}{y^2}\right|$ ஆ) $16\left|\dfrac{y^2}{x^2z^4}\right|$
   இ) $\dfrac{16}{5}\left|\dfrac{y}{xz^2}\right|$ ஈ) $\dfrac{16}{5}\left|\dfrac{xz^2}{y}\right|$

8. **$x^4 + 64$ முழு வர்க்கமாக மாற்ற அதனுடன் பின்வருவனவற்றுள் எதைக் கூட்ட வேண்டும்?** மே 22
   அ) $4x^2$ ஆ) $16x^2$
   இ) $8x^2$ ஈ) $-8x^2$

9. **$(2x - 1)^2 = 9$ யின் தீர்வு**
   அ) -1 ஆ) 2
   இ) $-1, 2$ ஈ) இதில் எதுவும் இல்லை

10. **$4x^4 - 24x^3 + 76x^2 + ax + b$ ஒரு முழு வர்க்கம் எனில், a மற்றும் b -யின் மதிப்பு**
    அ) 100, 120 ஆ) 10, 12
    இ) -120, 100 ஈ) 12, 10

11. **$q^2x^2 + p^2x + r^2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் வர்க்கங்கள், $qx^2 + px + r = 0$, என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் q, p, r என்பன _____.**
    அ) ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன
    ஆ) ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன
    இ) கூட்டுத் தொடர்வரிசை மற்றும் பெருக்குத் தொடர்வரிசை இரண்டிலும் உள்ளன
    ஈ) இதில் எதுவும் இல்லை

12. **ஒரு நேரிய சமன்பாட்டின் வரைபடம் ஒரு _____ ஆகும்.** செப்.21
    அ) நேர்க்கோடு ஆ) வட்டம்
    இ) பரவளையம் ஈ) அதிபரவளையம்

13. **$x^2 + 4x + 4$ என்ற இருபடி பல்லுறுப்புக் கோவை X அச்சோடு வெட்டும் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை** மே 22
    அ) 0 ஆ) 1
    இ) 0 அல்லது 1 ஈ) 2

14. **கொடுக்கப்பட்ட அணி**
    $$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 9 & 11 & 13 & 15 \end{pmatrix}$$ **-க்கான நிரை நிரல் மாற்று அணியின் வரிசை**
    அ) 2×3 ஆ) 3×2 இ) 3×4 ஈ) 4×3

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

15. A என்ற அணியின் வரிசை 2×3, B என்ற அணியின் வரிசை 3×4 எனில், AB என்ற அணியின் நிரல்களின் எண்ணிக்கை

அ) 3 ஆ) 4 இ) 2 ஈ) 5

16. நிரல்கள் மற்றும் நிரைகள் சம எண்ணிக்கையில் இல்லாத அணி

அ) மூலைவிட்ட அணி

ஆ) செவ்வக அணி

இ) சதுர அணி

ஈ) அலகு அணி

17. ஒரு நிரல் அணியின், நிரை நிரல் மாற்று அணி

அ) அலகு அணி ஆ) மூலைவிட்ட அணி

இ) நிரல் அணி ஈ) நிரை அணி **செப்.20**

18. $2X+\begin{pmatrix}1&3\\5&7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&7\\9&5\end{pmatrix}$ எனில், X என்ற அணியைக் காண்க.

அ) $\begin{pmatrix}-2&-2\\2&-1\end{pmatrix}$ ஆ) $\begin{pmatrix}2&2\\2&-1\end{pmatrix}$

இ) $\begin{pmatrix}1&2\\2&2\end{pmatrix}$ ஈ) $\begin{pmatrix}2&1\\2&2\end{pmatrix}$

19. $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\\5&6\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}$ ஆகிய அணிகளைக் கொண்டு எவ்வகை அணிகளைக் கணக்கிட முடியும்?

(i) A^2 (ii) B^2 (iii) AB (iv) BA

அ) (i), (ii) மட்டும் ஆ) (ii), (iii) மட்டும்

இ) (ii), (iv) மட்டும் ஈ) அனைத்தும்

20. $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&0\\2&-1\\0&2\end{pmatrix}$ மற்றும் $C=\begin{pmatrix}0&1\\-2&5\end{pmatrix}$ எனில், பின்வருவனவற்றுள் எவை சரி?

(i) $AB+C=\begin{pmatrix}5&5\\5&5\end{pmatrix}$ (ii) $BC=\begin{pmatrix}0&1\\2&-3\\-4&10\end{pmatrix}$

(iii) $BA+C=\begin{pmatrix}2&5\\3&0\end{pmatrix}$ (iv) $(AB)C=\begin{pmatrix}-8&20\\-8&13\end{pmatrix}$

அ) (i) மற்றும் (ii) மட்டும்

ஆ) (ii) மற்றும் (iii) மட்டும்

இ) (iii) மற்றும் (iv) மட்டும்

ஈ) அனைத்தும்

2 மதிப்பெண்கள் — STAGE 1

1. பின்வருவனவற்றிற்கு மீ.பொ.ம காண்க.

(i) $4x^2y, 8x^3y^2$

(ii) $9a^3b^2, 12a^2b^2c$

(iii) $16m, 12m^2n^2, 8n^2$

(iv) p^2-3p+2, p^2-4

(v) $2x^2-5x-3, 4x^2-36$

(vi) $(2x^2-3xy)^2, (4x-6y)^3, 8x^3-27y^3$

தீர்வு:

i. $4x^2y, 8x^3y^2$

$4x^2y = 2^2x^2y$

$8x^3y^2 = 2^3x^3y^2$

$\therefore (4x^2y, 8x^3y^2)$ -ன் மீ.பொ.ம $=2^3x^3y^2 = 8x^3y^2$

ii. $9a^3b^2, 12a^2b^2c$

$9a^3b^2 = (1)(3)^2\,a^3b^2$

$12a^2b^2c = 2^2\times3\times a^2\times b^2\times c$

$\therefore (9a^3b^2, 12a^2b^2c)$ -ன் மீ.பொ.ம

$=(1)\times2^2\times3^2\times a^3\times b^2\times c = 36a^3b^2c$

iii. $16m, 12m^2n^2, 8n^2$

$16m = 2^4\times m$

$12m^2n^2 = 2^2\times3\times m^2\times n^2$

$8n^2 = 2^3\times n^2$

$\therefore (16m, 12m^2n^2, 8n^2)$ -ன் மீ.பொ.ம

$=2^4\times3\times m^2\times n^2 = 48m^2n^2$

iv. p^2-3p+2, p^2-4

$p^2-3p+2 = (p-1)(p-2)$

$p^2-4 = (p+2)(p-2)$

$\therefore (p^2-3p+2, p^2-4)$ -ன் மீ.பொ.ம

$=(p-1)(p+2)\ (p-2)$

v. $2x^2-5x-3, 4x^2-36$

$2x^2-5x-3 = (x-3)(2x+1)$

$4x^2-36 = 4(x+3)(x-3)$

$\therefore (2x^2-5x-3, 4x^2-36)$ -ன் மீ.பொ.ம

$=4(x-3)(x+3)(2x+1)$

vi. $(2x^2-3xy)^2, (4x-6y)^3, 8x^3-27y^3$

$(2x^2-3xy)^2 = x^2(2x-3y)^2$

$(4x-6y)^3 = 2^3(2x-3y)^3$

$8x^3-27y^3 = (2x)^3-(3y)^3$

$= (2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

$\therefore ((2x^2 - 3xy)^2, (4x - 6y)^3, (8x^3 - 27y^3)$ -ன் மீ.பொ.ம

$$= 2^3 \times x^2 \times (2x - 3y)^3\,(4x^2 + 6xy + 9y^2)$$
$$= 8x^2(2x - 3y)^3\,(4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

2. சுருக்குக.

i) $\dfrac{4x^2y}{2z^2} \times \dfrac{6xz^3}{20y^4}$

ii) $\dfrac{p^2-10p+21}{p-7} \times \dfrac{p^2+p-12}{(p-3)^2}$

தீர்வு:

i. $\dfrac{4x^2y}{2z^2} \times \dfrac{6xz^3}{20y^4} = \dfrac{3x^3z}{5y^3}$

ii. $\dfrac{p^2-10p+21}{p-7} \times \dfrac{p^2+p-12}{(p-3)^2}$

$= \dfrac{(p-7)(p-3)}{(\quad)} = \dfrac{(p+4)(p-3)}{(p-3)^2}$

$= (p+4)$

3. கூட்டுக: $\dfrac{x^3}{x-y} + \dfrac{y^3}{y-x}$

தீர்வு:

$\dfrac{x^3}{x-y} + \dfrac{y^3}{y-x} = \dfrac{x^3-y^3}{x-y}$

$= \dfrac{(x^2+xy+y^2)(x-y)}{(x-y)}$

$= x^2+xy+y^2$

4. பின்வரும் கோவைகளின் விலக்கப்பட்ட மதிப்பு காண்க. மே 22

i) $\dfrac{x+10}{8x}$ ii) $\dfrac{7p+2}{8p^2+13p+5}$

தீர்வு:

i. $\dfrac{x+10}{8x}$ என்ற கோவையானது

$8x = 0$ (அல்லது) $x = 0$ எனும்போது வரையறுக்க இயலாததாகிறது.
ஆகவே விலக்கப்பட்ட மதிப்பு 0 ஆகும்.

ii. $\dfrac{7p+2}{8p^2+13p+5}$ என்ற கோவையானது

$8p^2 + 13p + 5 = 0$ அதாவது

$(8p + 5)(p + 1) = 0$ விலிருந்து

$p = \dfrac{-5}{8}, p = -1$, எனும்போது கோவை வரையறுக்க இயலாததாகிறது.

எனவே, விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் $\dfrac{-5}{8}$ மற்றும் -1

5. கீழ்க்கண்ட கோவைகளுக்கு விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் இருப்பின் அவற்றைக் காண்க.

i) $\dfrac{y}{y^2-25}$ ii) $\dfrac{t}{t^2-5t+6}$

iii) $\dfrac{x^2+6x+8}{x^2+x-2}$ iv) $\dfrac{x^3-27}{x^3+x^2-6x}$

தீர்வு:

i. $\dfrac{y}{y^2-25}$ என்ற கோவையானது $y^2 - 5^2 = 0$

$y^2 - 5^2 = 0$

$(y + 5)(y - 5) = 0$

$y + 5 = 0, y - 5 = 0$

$y = -5, y = 5$

எனும்போது கோவை வரையறுக்க இயலாததாகிறது.

$\therefore$ விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் -5 மற்றும் 5.

ii. $\dfrac{t}{t^2-5t+6}$ என்ற கோவையானது

$t^2 - 5t + 6 = 0$

$t^2 - 5t + 6 = 0$

$(t - 2)(t - 3) = 0$

$t - 2 = 0, t - 3 = 0$

$t = 2, t = 3$

எனும்போது கோவை வரையறுக்க இயலாததாகிறது.

$\therefore$ விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் 2 மற்றும் 3.

iii. $\dfrac{x^2+6x+8}{x^2+x-2} = \dfrac{(x+4)(x+2)}{(x+2)(x-1)} = \dfrac{x+4}{x-1}$

$\dfrac{x+4}{x-1}$ என்பது $x - 1 = 0$ எனும்போது வரையறுக்கப்படவில்லை.

விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் 1.

iv. $\dfrac{x^3-27}{x^3+x^2-6x} = \dfrac{(x-3)(x^2+3x+9)}{x(x^2+x-6)}$

$= \dfrac{(x-3)(x^2+3x+9)}{(x)(x+3)(x-2)}$

$\frac{x^3-27}{x^3+x^2-6x}$ என்பது $x^3+x^2-6x=0$ எனும்போது வயைறுக்கப்படவில்லை.

$\Rightarrow (x)(x+3)(x-2)=0$

$\Rightarrow x=0$ அல்லது $x=-3$ அல்லது $x=2$

$\therefore$ விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் $0, -3, 2$

---

6. பின்வருவனவற்றின் வர்க்கமூலம் காண்க.

$$\frac{400x^4y^{12}z^{16}}{100x^8y^4z^4}$$ **ஆக.22**

தீர்வு:

$$\frac{400x^4y^{12}z^{16}}{100x^8y^4z^4} = \sqrt{\frac{4y^8z^{12}}{x^4}} = 2\left|\frac{y^4z^6}{x^2}\right|$$

---

7. கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க.

i) $256(x-a)^8(x-b)^4(x-c)^{16}(x-d)^{20}$

ii) $\frac{144a^8b^{12}c^{16}}{81f^{12}g^4h^{14}}$

தீர்வு:

i) $\sqrt{\left(256(x-a)^8(x-b)^4(x-c)^{16}(x-d)^{20}\right)}$

$= 16\,|(x-a)^4(x-b)^2(x-c)^8(x-d)10|$

ii) $\sqrt{\frac{144a^8b^{12}c^{16}}{81f^{12}g^4h^{14}}} = \frac{4}{3}\left|\frac{a^4b^6c^8}{f^6g^2h^7}\right|$

---

8. பின்வருவனவற்றின் வர்க்கமூலம் காண்க.

$$\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}(b-c)^4}$$

தீர்வு:

$$\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}(b-c)^4}$$

$$= \sqrt{\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}(b-c)^4}}$$

$$= \frac{11}{9}\left|\frac{(a+b)^4(x+y)^4}{(a-b)^6}\right|$$

---

9. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(i) $-9, 20$ *(ii)* $\frac{5}{3}, 4$ **செப்.21**

தீர்வு:

i. $-9, 20$

தேவையான இருபடி சமன்பாடு

$x^2-[\alpha+\beta]x+\alpha\beta=0$

$x^2-[-9]x+20=0$

$\Rightarrow \quad x^2+9x+20=0$

ii. $\frac{5}{3}, 4$

தேவையான இருபடி சமன்பாடு

x^2 – (மூலங்களின் கூடுதல் பலன்)x + மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $=0$

$x^2-\frac{5}{3}x+4=0$

இருபுறமும் 3 ஆல் பெருக்க

$3x^2-5x+12=0$

---

10. கீழ்க்காணும் இருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கல் காண்க.

(i) $x^2+3x-28=0$ (ii) $x^2+3x=0$

தீர்வு:

i) $x^2+3x-28=0$

$a=1, b=3, c=-28$

மூலங்களின் கூடுதல் பலன்

$=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-\frac{3}{1}=-3$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்

$=\alpha\beta=\frac{c}{a}=-\frac{28}{1}=-28$

ii) $x^2+3x=0$

$a=1, b=3, c=0$

மூலங்களின் கூடுதல் பலன்

$=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-\frac{3}{1}=-3$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்

$=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{0}{1}=0$

---

11. $A=\begin{pmatrix} 8 & 9 & 4 & 3 \\ -1 & \sqrt{7} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ 6 & 8 & -11 & 1 \end{pmatrix}$ **என்ற அணியில்,**

(*i*) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(*ii*) அணியின் வரிசை காண்க.

(*iii*) $a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{34}, a_{43}, a_{44}$. ஆகிய உறுப்புகளை எழுதுக.

தீர்வு:

i) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை
$= 4 \times 4 = 16$

ii) அணியின் வரிசை $= 4 \times 4$

iii) $a_{22} = \sqrt{7}$; $a_{23} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $a_{24} = 5$;

$a_{34} = 0$; $a_{43} = -11$; $a_{44} = 1$

12. கீழ்க்காணும் இருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கல் காண்க.
(i) $x^2 + 3x - 28 = 0$ (ii) $x^2 + 3x = 0$

தீர்வு:

i. $x^2 + 3x - 28 = 0$

a = 1, b = 3, c = –28

மூலங்களின் கூடுதல் பலன்

$= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்

$= \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{28}{1} = -28$

ii) $x^2 + 3x = 0$

a = 1, b = 3, c = 0

மூலங்களின் கூடுதல் பலன்

$= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்

$= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{0}{1} = 0$

13. 18 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்? ஓர் அணியின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 6 எனில், எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்?

தீர்வு:

18 உறப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு 1×18 (அ) 2×9 (அ) 3×6 (அ) 6×3 (அ) 9×2 (அ) 18×1 எனும் வகைகளில் வரிசை இருக்க இயலும்.

6 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு 1×6 (அ) 2×3 (அ) 3×2 (அ) 6×1 எனும் வகைகளில் வரிசை இருக்க இயலும்.

14. பின்வருவனவற்றைக் கொண்டு 3 × 3 வரிசையைக் கொண்ட அணி $A = [a_{ij}]$ யினைக் காண்க.

(i) $a_{ij} = i - 2j$ (ii) $a_{ij} = \frac{(i+j)^3}{3}$

தீர்வு:

i. $a_{ij} = |i - 2j|$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} |1-2| & |1-4| & |1-6| \\ |2-2| & |2-4| & |2-6| \\ |3-2| & |3-4| & |3-6| \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

ii. $a_{ij} = \frac{(i+j)^3}{3}$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{8}{3} & 9 & \frac{64}{3} \\ 9 & \frac{64}{3} & \frac{125}{3} \\ \frac{64}{3} & \frac{125}{3} & 72 \end{bmatrix}$$

15. $a_{ij} = i^2j^2$ என்ற அமைப்பைக் கொண்ட 3 × 3 வரிசையுடைய அணியைக் காண்க.

தீர்வு:

3×3 வரிசையுடைய அணியின் பொது வடிவம்

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad a_{ij} = i^2j^2$$

$a_{11} = 1^2\times1^2 = 1\times1 = 1$; $a_{12} = 1^2\times2^2 = 1\times4 = 4$;

$a_{13} = 1^2\times3^2 = 1\times9 = 9$; $a_{21} = 2^2\times1^2 = 4\times1 = 4$;

$a_{22} = 2^2\times2^2 = 4\times4 = 16$; $a_{23} = 2^2\times3^2 = 4\times9 = 36$

$a_{31} = 3^2\times1^2 = 9\times1 = 9$; $a_{32} = 3^2\times2^2 = 9\times4 = 36$;

$a_{33} = 3^2\times3^2 = 9\times9 = 81$

எனவே, தேவையான அணி $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 4 & 16 & 36 \\ 9 & 36 & 81 \end{pmatrix}$

16. $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 9 \\ 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ எனில், A யின் நிரை

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

நிரல் மாற்று அணியைக் காண்க.

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 9 \\ 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 4 & -7 & 8 \\ 3 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

---

17. $A = \begin{pmatrix} \sqrt{7} & -3 \\ -\sqrt{5} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix}$ **எனில்,** **$-A$ -யின் நிரை நிரல் மாற்று அணியைக் காண்க.** **செப்.20**

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} \sqrt{7} & -3 \\ -\sqrt{5} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix} \quad -A = \begin{pmatrix} -\sqrt{7} & 3 \\ \sqrt{5} & -2 \\ -\sqrt{3} & 5 \end{pmatrix}$$

$$(-A)^T = \begin{pmatrix} -\sqrt{7} & \sqrt{5} & -\sqrt{3} \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

---

18. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ **எனில்** **$(A^T)^T = A$ என்பதனைச் சரிபார்க்க.**

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad A^T = \begin{pmatrix} 5 & -\sqrt{17} & 8 \\ 2 & 0.7 & 3 \\ 2 & \frac{5}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A^T)^T = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$\therefore (A^T)^T = A$

---

19. கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளில் இருந்து x, y மற்றும் z -யின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $\begin{pmatrix} 12 & 3 \\ x & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & z \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$

தீர்வு:

i. $\begin{pmatrix} 12 & 3 \\ x & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & z \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow 12 = y;\ 3 = z;\ x = 3$

ii. $\begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow 5 + z = 5 \qquad x + y = 6;$

$z = 5 - 5 \qquad y = 6 - x;$

$z = 0$

$xy = 8$

$x(6-x) = 8$

$6x - x^2 - 8 = 0$

$\Rightarrow \quad x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x-2)(x-4) = 0$

$x - 2 = 0$ (அ) $x - 4 = 0$

$x = 2$ (or) $x = 4$

$x = 2$ எனில் $y = \frac{8}{x} = \frac{8}{2} = 4$

$x = 4$ எனில் $y = \frac{8}{4} = 2$

---

iii) $\begin{pmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$

$x + y + z = 9$ ---- (1)

$x + z = 5$ ---- (2)

$y + z = 7$ ---- (3)

(3) ஐ (1) ல் பிரதியிட

$x + 7 = 9 \Rightarrow x = 9 - 7 = 2$

$x = 2$ என (2) ல் பிரதியிட

$2 + z = 5 \Rightarrow z = 5 - 2 = 3$

$z = 3$ என (3) ல் பிரதியிட

$y + 3 = 7 \Rightarrow y = 7 - 3 \Rightarrow y = 4$

---

20. $A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 1 & 3 & 9 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ **எனில், $2A + B$ ஐக் காண்க.**

தீர்வு:

$$2A + B = 2\begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 1 & 3 & 9 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 16 & 12 \\ 2 & 6 & 18 \\ -8 & 6 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14+4 & 16+11 & 12-3 \\ 2-1 & 6+2 & 18+4 \\ -8+7 & 6+5 & -2+0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 18 & 27 & 9 \\ 1 & 8 & 22 \\ -1 & 11 & -2 \end{pmatrix}$$

---

21. $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & \sqrt{2} \\ 1 & 9 & 4 \end{pmatrix}$, **B** $= \begin{pmatrix} -7 & 4 & -3 \\ \frac{1}{4} & \frac{7}{2} & 3 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix}$,

எனில், 4A–3B ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$4A - 3B = 4\begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & \sqrt{2} \\ 1 & 9 & 4 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} -7 & 4 & -3 \\ \frac{1}{4} & \frac{7}{2} & 3 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 20 & 16 & -8 \\ 2 & 3 & 4\sqrt{2} \\ 4 & 36 & 16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 21 & -12 & 9 \\ -\frac{3}{4} & -\frac{21}{2} & -9 \\ -15 & 18 & -27 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 20+21 & 16-12 & -8+9 \\ 2-\frac{3}{4} & 3-\frac{21}{2} & 4\sqrt{2}-9 \\ 4-15 & 36+18 & 16-27 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 41 & 4 & 1 \\ \frac{5}{4} & -\frac{15}{2} & 4\sqrt{2}-9 \\ -11 & 54 & -11 \end{pmatrix}$$

---

22. $A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$, **B** $= \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

பின்வருவனவற்றைச் சரிபார்க்க.

(i) $A + B = B + A$

(ii) $A + (-A) = (-A) + A = O$

தீர்வு:

i. $A + B = B + A$

L.H.S.

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ 6 & 7 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{----- (1)}$$

R.H.S.

$$B + A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ 6 & 7 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{---- (2)}$$

(1), (2) $\Rightarrow A + B = B + A$

---

ii. $A + (-A) = (-A) + A = 0$

$$A + (-A) = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -3 & -4 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{---- (1)}$$

$$(-A) + A = \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -3 & -4 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{---- (2)}$$

(1), (2) $\Rightarrow A + (-A) = (-A) + A = 0$

---

23. $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, **B** $= \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$

எனில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $B - 5A$ (ii) $3A - 9B$

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

i. $B - 5A$

$$= \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -20 & -45 \\ -40 & -15 & -35 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & -17 & -37 \\ -39 & -11 & -26 \end{pmatrix}$$

---

ii. $3A - 9B$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

$$= 3\begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix} - 9\begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 12 & 27 \\ 24 & 9 & 21 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -63 & -27 & -72 \\ -9 & -36 & -81 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -63 & -15 & -45 \\ 15 & -27 & -60 \end{pmatrix}$$

5 மதிப்பெண்கள் **STAGE 1**

1. $64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$ என்பதன் வர்க்க மூலம் காண்க. செப்.21

தீர்வு:

8   −1   1

8 | 64   −16   17   −2   1
(−) 64

16   −1 | −16   17
(+) −16 (−) 1

16   −2 | 16   −2   1
1 | (−) 16 (+) −2 (−) 1

0

தேவையான வர்க்க மூலம் = $|8x^2 - x + 1|$

2. $9x^4 - 12x^3 + 28x^2 + ax + b$ ஆனது ஒரு முழுவர்க்கம் எனில் a, b ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

3   2   4

3 | 9   −12   28 a b
(−) 9

6   −2 | − 12   28
(+) −12 (−) 4

6   −4   4 | 24 a b
(−) 24 (+) −16 (−) 16

$a = -16$, $b = 16$

3. வகுத்தல் முறையில் பின்வரும் பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க. செப்.20 ஆக.22

தீர்வு:

i. $x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$

1   −6   3

1 | 1   −12   42   −36   9
(−) 1

2   −6 | −12   42
(+) −12 (−) 36

2   −12 | 6   −36   9
3 | (−) 6 (+) −36 (−) 9

0

தேவையான வர்க்கமூலம் = $|x^2 - 6x + 3|$

ii. $37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9$

2   −7   −3

2 | 4   −28   37   42   9
(−) 4

4   −7 | −28   37
(−) −28 (−) 49

4   −14 | −12   42   9
−3 | (+) −12 (−) 42 (−) 9

0

தேவையான வர்க்கமூலம் = $|2x^2 - 7x - 3|$

iii. $16x^4 + 8x^2 + 1$

4   0   1

4 | 16   0   8   0   1
(−) 16

8   0 | 0   8
0   0

8   0   1 | 8   0   1
(−) 8 (−)0 (−)1

0

தேவையான வர்க்கமூலம் = $|4x^2 + 1|$

iv. $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$

11   −9   −12

11 | 121   −198   −183   216   144
(−)121

22 − 9 | − 198   −183
(+) −198 (−)81

22 − 18 − 12 | − 264   216   144
(+) −264 (−)216 (−)144

0

தேவையான வர்க்கமூலம் = $|11x^2 - 9x - 12|$

4. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் முழு வர்க்கங்கள் எனில் a மற்றும் b–யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

i. $4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + bx + a$

2   −3   7

2	4 −12 37 b a
	(−) 4
4 −3	−12 37
	(+) −12 (−) 9
4 −6 7	28 b a
	(−) 28 (+)−42 (−) 49
	$a = 49$, $b = -42$

ii. $ax^4 + bx^3 + 361x^2 + 220x + 100$

	10 11 12
10	100 220 361 b a
	(−)100
20 11	220 361
	(−) 220 (−)121
20 22 12	240 b a
	(−) 240 (−)264 (−)144
	$a = 144$, $b = 264$

5. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் முழு வர்க்கங்கள் எனில், m மற்றும் n-யின் மதிப்பு.

தீர்வு:

(*i*) $36x^4 - 60x^3 + 61x^2 - mx + n$ **மே 22**

	6 −5 3
6	36 −60 61 $-m$ n
	(−) 36
12 −5	−60 61
	(+) −60 (−)25
12 −10 3	36 $-m$ n
	(−) 36 (+)− 30 (−) 9
	$-m = -30$, $m = 30$
	$n = 9$

ii. $x^4 - 8x^3 + mx^2 + nx + 16$

தீர்வு:

	1 −4 4
1	1 −8 m n 16
	(−) 1
2 −4	−8 m
	(+) −8 (−)16
2 −8 4	m−16 n 16
	(−) 8 (+)− 32 (−) 16
	0

$m - 16 = 8,$ $n = -32$

$m = 8 + 16$

$m = 24$

6. 18 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்? ஓர் அணியின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 6 எனில், எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்?

தீர்வு:

18 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு 1×18 (அ) 2×9 (அ) 3×6 (அ) 6×3 (அ) 9×2 (அ) 18×1 எனும் வகைகளில் வரிசை இருக்க இயலும்.

6 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு 1×6 (அ) 2×3 (அ) 3×2 (அ) 6×1 எனும் வகைகளில் வரிசை இருக்க இயலும்.

7. $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 8 & 7 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & -6 & -4 \\ 2 & 11 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix},$

$C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ -1 & -7 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ **எனில்,**

பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

$3A + 2B - C$

தீர்வு:

$3A + 2B - C$

$$= 3\begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 8 & 7 & 6 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 8 & -6 & -4 \\ 2 & 11 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ -1 & -7 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 24 & 9 \\ 9 & 15 & 0 \\ 24 & 21 & 18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 & -12 & -8 \\ 4 & 22 & -6 \\ 0 & 2 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & -3 & 0 \\ 1 & 7 & -2 \\ -1 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 9 & 1 \\ 14 & 44 & -8 \\ 23 & 19 & 25 \end{pmatrix}$$

8. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ **எனில்**

$A(B + C) = AB + AC$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$B + C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-7 & 2+6 \\ -4+3 & 2+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{LHS} = A(B + C)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -6-1 & 8+4 \\ 6-3 & -8+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-4 & 2+2 \\ -1-12 & -2+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -7+3 & 6+2 \\ 7+9 & -6+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{RHS} = AB + AC$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3-4 & 4+8 \\ -13+16 & 4+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$\therefore$ LHS = RHS

---

9. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **மற்றும்** $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ **செப்.20**

எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ **என்பதைச் சரிபார்க்க.**

தீர்வு:

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-2+0 & -1+8+2 \\ 4+1+0 & -2-4+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 9 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-2+0 & 4+1+0 \\ -1+8+2 & -2-4+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 9 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$\therefore$ LHS = RHS

---

10. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

எனில், $A(B+C) = AB + AC$ **ஐச் சரிபார்க்கவும்.**

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$A(B + C) = AB + AC$ சரிபார்க்க வேண்டும்

LHS

$$B + C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A(B + C) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-3 & 2+18 & 4+15 \\ 10+1 & 10-6 & 20-5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \quad \text{----(1)}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-12 & 3+3 & 2+9 \\ 5+4 & 15-1 & 10-3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -11 & 6 & 11 \\ 9 & 14 & 7 \end{pmatrix}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-12 & 3+3 & 2+9 \\ 5+4 & 15-1 & 10-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 6 & 11 \\ 9 & 14 & 7 \end{pmatrix}$$

$$AB+AC = \begin{pmatrix} 1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \quad \text{----(2)}$$

$(1), (2) \Rightarrow A(B + C) = AB + AC$

---

11. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ **எனில்,**

$(AB)^T = B^T A^T$ **என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.**

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 5+2+45 & 35+4-9 \\ 1+2+40 & 7+4-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52 & 30 \\ 43 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 52 & 43 \\ 30 & 3 \end{pmatrix}$$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

$$B^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad A^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 2 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 2 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5+2+45 & 1+2+40 \\ 35+4-9 & 7+4-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52 & 43 \\ 30 & 3 \end{pmatrix}$$

(1), (2) $\Rightarrow (AB)^T = B^T A^T$

12. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ **எனில்,** $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$ **என நிறுவுக.**

தீர்வு:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9-1 & 3+2 \\ -3-2 & -1+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$A^2 - 5A + 7I_2$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + 7\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8-15+7 & 5-5+0 \\ -5+5+0 & 3-10+7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$A^2 - 5A + 7I_2 = 0$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

சூத்திரங்கள் மற்றும் வரையறைகள்

1.	**மூன்று மாறிகளில் அமைந்த நேரிய சமன்பாடுகள்**	x, y, z என்ற மூன்று மாறிகளில் அமைந்த நேரிய சமன்பாட்டின் பொது வடிவம் $ax + by + cz + d = 0$	
		மூன்று மாறிகளில் அமைந்த நேரிய சமன்பாடானது ஒரு தளத்தைக் குறிக்கும்.	
		ஒரு நேரிய சமன்பாட்டின் தீர்வானது ஒருங்கமைவு உள்ளது எனில் தீர்வானது ஒரேயொரு (அ) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.	
		0 = 1 என்பது போன்ற தவறான முடிவு கிடைக்குமாயின் அந்தச் சமன்பாட்டு தொகுப்பிற்குத் தீர்வு இல்லை.	
		தவறான சமன்பாடுகள் கிடைக்காமல் **0 = 0** என்பது போன்ற முற்றொருமை கிடைக்குமாயின் அந்தச் சமன்பாட்டு தொகுப்பிற்கு எண்ணற்ற தீர்வுகள் இருக்கும்.	
2.	**விலக்கப்பட்ட மதிப்பு**	எந்த மெய் மதிப்பிற்கு $\frac{p(x)}{q(x)}$ (சுருங்கிய வடிவில்) எனும் விகிதமுறு கோவையை வரையறுக்கப்பட முடியவில்லையோ, அம்மதிப்பை. கொடுக்கப்பட்ட விகிதமுறு கோவையின் ‘விலக்கப்பட்ட மதிப்பு’ என்போம்.	
3.	**மீ.பொ.வ மற்றும் மீ.பொ.ம இடையேயான உறவு**		$f(x) \times g(x) = LCM \times GCD$
4.	**இருபடிச் சமன்பாட்டின் பொது வடிவம்**		$x^2 -$ (மூலங்களின் கூடுதல்)$x +$ மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $= 0$
			$x^2 - (\alpha + \beta)\, x + \alpha\beta = 0$
5.	**இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் காணும் வாய்பாடு**		$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
6.	α, β **என்பன** $ax^2 + bx + c = 0$ **என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில்**	மூலங்களின் கூடுதல்	$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{x \text{ ன் கெழு}}{x^2 \text{ ன் கெழு}}$
		மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்	$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{மாறிலி உறுப்பு}}{x^2 \text{ ன் கெழு}}$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மை

	தன்மைக்காட்டி $\Delta = b^2 - 4ac$		மூலங்களின் தன்மைகள்
7.	$\Delta > 0$		மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமில்லை.
8.	$\Delta = 0$		மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம்.
9.	$\Delta < 0$		மூலங்கள் மெய்யல்ல.
	α, β வின் தன்மைகள்		**இயற்கணித முற்றொருமைகள்**
10.	$\alpha - \beta = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}$	18.	$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
11.	$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$	19.	$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
12.	$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha+\beta)\left(\sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}\right)$	20.	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
13.	$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)$	21.	$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
14.	$\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)^3 + 3\alpha\beta(\alpha-\beta)$	22.	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
15.	$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2+\beta^2)^2 - 2(\alpha\beta)^2$	23.	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
16.	$\alpha^4 - \beta^4 = (\alpha+\beta)(\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2)$	24.	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
17.	$(\alpha+\beta)^2 - (\alpha-\beta)^2 = 4\alpha\beta$	25.	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

26.	மாறுபாடு	நேர் மாறுபாடு	(i) x ன் மதிப்பு அதிகரித்தால் y ன் மதிப்பும் அதிகரிக்கும். (ii) x ன் மதிப்பு குறைந்தால் y ன் மதிப்பும் குறையும்.
		நேர் மாறுபாட்டின் சமன்பாடு	$y = kx$
		எதிர் மாறுபாடு	(i) x ன் மதிப்பு அதிகரித்தால் y ன் மதிப்பு குறையும். (ii) x ன் மதிப்பு குறைந்தால் y ன் மதிப்பு அதிகரிக்கும்.
		எதிர் மாறுபாட்டின் சமன்பாடு	$xy = k$
27.	A, B, C, என்பன ஏதேனும் மூன்று அணிகள்		(i) A(B + C) = AB + AC (ii) A(BC) = (AB)C (iii) $(AB)^T = B^T . A^T$

***

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

4 வடிவியல்

பயிற்சி 4.7

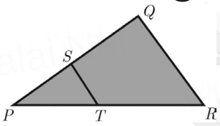
பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{FD}$ எனில், ABC மற்றும் EDF எப்பொழுது வடிவொத்தவையாக அமையும்.
   அ) $\angle B = \angle E$ ஆ) $\angle A = \angle D$
   இ) $\angle B = \angle D$ ஈ) $\angle A = \angle F$

2. ΔLMN-யில், $\angle L = 60°$, $\angle M = 50°$. மேலும், $\Delta LMN \sim \Delta PQR$ எனில், $\angle R$-யின் மதிப்பு **செப்.20**
   அ) $40°$ ஆ) $70°$
   இ) $30°$ ஈ) $110°$

3. இருசமபக்க முக்கோணம் ΔABC யில் $\angle C = 90°$ மற்றும் $AC = 5$ செ.மீ, எனில் AB ஆனது **மே 22**
   அ) 2.5 செ.மீ ஆ) 5 செ.மீ
   இ) 10 செ.மீ ஈ) $5\sqrt{2}$ செ.மீ

4. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $ST \parallel QR$, $PS = 2$ செ.மீ மற்றும் $SQ = 3$ செ.மீ. எனில், ΔPQR -யின் பரப்பளவுக்கும் ΔPST-யின் பரப்பளவுக்கும் உள்ள விகிதம்



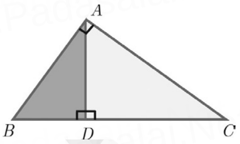
   அ) 25 : 4 ஆ) 25 : 7
   இ) 25 : 11 ஈ) 25 : 13

5. இரு வடிவொத்த முக்கோணங்கள் ΔABC மற்றும் ΔPQR-யின் சுற்றளவுகள் முறையே 36 செ.மீ மற்றும் 24 செ.மீ ஆகும். $PQ = 10$ செ.மீ எனில், AB-யின் நீளம்
   அ) $6\frac{2}{3}$ செ.மீ ஆ) $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ செ.மீ
   இ) $66\frac{2}{3}$ செ.மீ ஈ) 15 செ.மீ

6. ΔABC -யில், $DE \parallel BC$. $AB = 3.6$ செ.மீ, $AC = 2.4$ செ.மீ மற்றும் $AD = 2.1$ செ.மீ எனில், AE-யின் நீளம் **செப்.21** **ஆக.22**
   அ) 1.4 செ.மீ ஆ) 1.8 செ.மீ
   இ) 1.2 செ.மீ ஈ) 1.05 செ.மீ

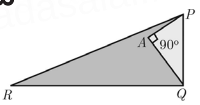
7. ΔABC-யில் AD ஆனது, $\angle BAC$-யின் இருசம வெட்டி. $AB = 8$ செ.மீ, $BD = 6$ செ.மீ மற்றும் $DC = 3$ செ.மீ எனில், பக்கம் AC-யின் நீளம் **மே 22**
   அ) 6 செ.மீ ஆ) 4 செ.மீ
   இ) 3 செ.மீ ஈ) 8 செ.மீ

8. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $\angle BAC = 90°$ மற்றும் $AD \perp BC$ எனில்,
   அ) $BD \cdot CD = BC^2$
   ஆ) $AB \cdot AC = BC^2$
   இ) $BD \cdot CD = AD^2$
   ஈ) $AB \cdot AC = AD^2$



9. 6 மீ மற்றும் 11 மீ உயரமுள்ள இரு கம்பங்கள் சமதளத் தரையில் செங்குத்தாக உள்ளன. அவற்றின் அடிகளுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு 12 மீ எனில் அவற்றின் உச்சிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு என்ன?
   அ) 13 மீ ஆ) 14 மீ
   இ) 15 மீ ஈ) 12.8 மீ

10. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $PR = 26$ செ.மீ, $QR = 24$ செ.மீ, $\angle PAQ = 90°$, $PA = 6$ செ.மீ மற்றும் $QA = 8$ எனில் $\angle PQR$ -ஐக் காண்க.
   அ) $80°$ ஆ) $85°$
   இ) $75°$ ஈ) $90°$

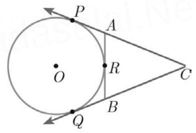


11. வட்டத்தின் தொடுகோடும் அதன் ஆரமும் செங்குத்தாக அமையும் இடம்
   அ) மையம் ஆ) தொடு புள்ளி
   இ) முடிவிலி ஈ) நாண்

12. வட்டத்தின் வெளிப்புறப் புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு எத்தனை தொடுகோடுகள் வரையலாம்? **செப்.21** **ஆக.22**
   அ) ஒன்று ஆ) இரண்டு
   இ) முடிவற்ற எண்ணிக்கை ஈ) பூஜ்ஜியம்

13. O-வை மையமாக உடைய வட்டத்திற்கு, வெளியேயுள்ள புள்ளி P-யிலிருந்து வரையப்பட்ட தொடுகோடுகள் PA மற்றும் PB ஆகும். $\angle APB = 70°$ எனில், $\angle AOB$-யின் மதிப்பு
   அ) $100°$ ஆ) $110°$
   இ) $120°$ ஈ) $130°$

14. படத்தில் O-வை மையமாக உடைய வட்டத்தின் தொடுகோடுகள் CP மற்றும் CQ ஆகும். ARB ஆனது வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளி R வழியாகச் செல்லும் மற்றொரு தொடுகோடு ஆகும். $CP = 11$ செ.மீ மற்றும் $BC = 7$ செ.மீ, எனில் BR யின் நீளம்
   அ) 6 செ.மீ ஆ) 5 செ.மீ
   இ) 8 செ.மீ ஈ) 4 செ.மீ



Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

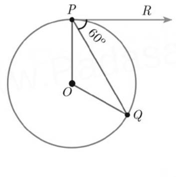
15. படத்தில் உள்ளவாறு O-வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் தொடுகோடு PR எனில் $\angle POQ$ ஆனது செப்.20

அ) 120°

ஆ) 100°

இ) 110°

ஈ) 90°



STAGE 1

2 மதிப்பெண்கள்

1. ΔABC ஆனது ΔDEF-க்கு வடிவொத்தவை. மேலும் BC = 3 செ.மீ, EF = 4 செ.மீ மற்றும் முக்கோணம் ΔABC -யின் பரப்பு = 54 செ.மீ^{2} எனில், ΔDEF-யின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

இரு வடிவொத்த முக்கோணங்களுடைய பரப்புகளின் விகிதமானது அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களுடைய வர்க்கங்களின் விகிதத்திற்குச் சமம் என்பதால்

$$\frac{\Delta ABC \text{ -யின் பரப்பளவு}}{\Delta DEF \text{ -யின் பரப்பளவு}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

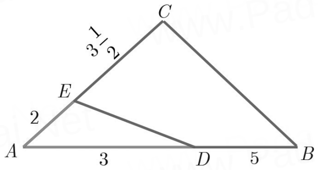
$$\frac{54}{\Delta DEF \text{ -யின் பரப்பளவு}} = \frac{3^2}{4^2}$$

$$\Delta DEF\text{-யின் பரப்பளவு} = \frac{16 \times 54}{9}$$

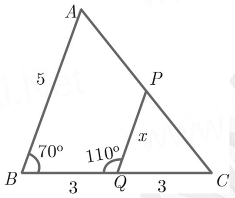
$$= 96 \text{ செ.மீ}^2$$

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டவற்றில் எந்த முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை என்பதைச் சோதிக்கவும். மேலும் x-யின் மதிப்பு காண்க.

i)



ii)



தீர்வு:

i. படத்திலிருந்து

$$\frac{AC}{AE} = \frac{3\frac{1}{2}+2}{2} = \frac{\frac{7}{2}+2}{2} = \frac{\frac{7+4}{2}}{2}$$

$$= \frac{11}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{4} \qquad \text{----(1)}$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{3+5}{3} = \frac{8}{3} \qquad \text{----(2)}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AC}{AE} \neq \frac{AB}{AD}$$

$\therefore \Delta ABC$ மற்றும் ΔADE வடிவொத்தவை அல்ல.

ii. படத்திலிருந்து ΔABC மற்றும் ΔPQC

$\angle ABC = \angle PQC = 70^\circ$ ----(1)

(ஒத்த கோணங்கள் சமம்)

$\angle C = \angle C$ (பொது கோணம்) ----(2)

$\therefore \angle A = \angle QPC$ ($\because AAA$ விதிப்படி)

ΔABC மற்றும் ΔPQC ஆகியன வடிவொத்த முக்கோணங்கள்.

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QC}$$

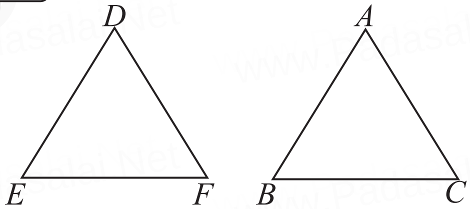
$$\Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

$$= 2.5$$

3. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$-ல், ΔABC-யின் பரப்பு 9செ.மீ^{2}, ΔDEF-யின் பரப்பு 16 செ.மீ^{2} மற்றும் BC = 2.1 செ.மீ எனில், EF-யின் நீளம் காண்க.

தீர்வு:



$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ என்க.

$$\frac{(\Delta ABC)\text{-ன் பரப்பளவு}}{(\Delta DEF)\text{-ன் பரப்பளவு}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$$= \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{16} = \frac{(2.1)^2}{EF^2}$$

$$\Rightarrow EF^2 = (2.1)^2 \times \frac{16}{9}$$

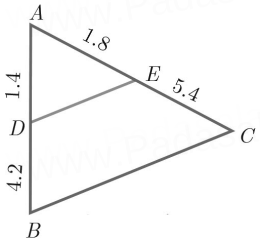
$$\Rightarrow EF = 2.1 \times \frac{4}{3}$$

$$= 2.8 \text{ செ.மீ}$$

4. ΔABC-யின் பக்கங்கள் AB மற்றும் AC-ல் அமைந்த புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E மேலும், AB = 5.6 செ.மீ, AD = 1.4 செ.மீ, AC = 7.2 செ.மீ, மற்றும் AE = 1.8 செ.மீ, எனில், $DE \parallel BC$ எனக் காட்டுக.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

தீர்வு:



$AB = 5.6$ செ.மீ, $AD = 1.4$ செ.மீ,

$AC = 7.2$ செ.மீ, $AE = 1.8$ செ.மீ

$BD = AB - AD = 5.6 - 1.4 = 4.2$ செ.மீ

$EC = AC - AE = 7.2 - 1.8 = 5.4$ செ.மீ

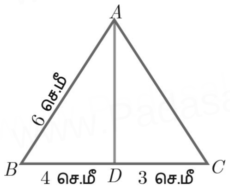
$\frac{AD}{DB} = \frac{1.4}{4.2} = \frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{AE}{EC} = \frac{1.8}{5.4} = \frac{1}{3}$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}.$$

$\therefore DE \parallel BC$

---

5. படத்தில் $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டி AD ஆகும். $BD = 4$ செ.மீ, $DC = 3$ செ.மீ மற்றும் $AB = 6$ செ.மீ எனில், AC-யைக் காண்க. **மே 22**



தீர்வு:

ΔABC-யில், $\angle A$-யின் இருசமவெட்டி AD.

எனவே, கோண இருசமவெட்டித் தேற்றத்தின் படி,

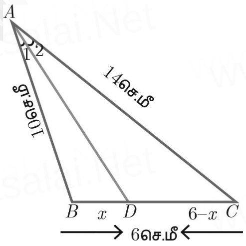
$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$\frac{4}{3} = \frac{6}{AC}$ லிருந்து $4AC = 18$

எனவே, $AC = \frac{9}{2} = 4.5$ செ.மீ

---

6. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் AD என்பது $\angle BAC$ -யின் இருசம வெட்டியாகும். $AB = 10$ செ.மீ, $AC = 14$ செ.மீ மற்றும் $BC = 6$ செ.மீ எனில், BD மற்றும் DC ஐ காண்க.



தீர்வு:

AD என்பது $\angle BAC$ -ன் இருசமவெட்டியாகும்.

$AB = 10$ செ.மீ, $AC = 14$ செ.மீ, $BC = 6$ செ.மீ

கோண இருசமவெட்டி தேற்றப்படி,

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{x}{6-x} = \frac{10}{14}$$

$$\frac{x}{6-x} = \frac{5}{7}$$

$$7x = 30 - 5x$$

$$12x = 30$$

$$x = \frac{30}{12} = 2.5 \text{ செ.மீ}$$

$\therefore BD = 2.5$ செ.மீ $DC = 3.5$ செ.மீ

---

7. ΔABC-யின் பக்கங்கள், AB மற்றும் AC யின் மீதுள்ள புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E ஆனது $DE \parallel BC$ என்றவாறு அமைந்துள்ளது.

(i) $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ மற்றும் $AC = 15$ செ.மீ எனில் AE-யின் மதிப்பு காண்க. **செப்.21**

(ii) $AD = 8x - 7$, $DB = 5x - 3$, $AE = 4x - 3$ மற்றும் $EC = 3x - 1$, எனில், x -ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

i. $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$, $AC = 15$ செ.மீ

$AE = x$, $EC = 15 - x$

$DE \parallel BC$ தேல்ஸ் தேற்றப்படி,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{}{15}$$

$$3(15 - x) = 4x$$

$$45 - 3x = 4x$$

$$45 = 7x$$

$$x = \frac{45}{} = 6.43 \text{ செ.மீ}$$

---

ii. கொடுக்கப்பட்டவை:

$AD = 8x - 7$, $DB = 5x - 3$,

$AE = 4x - 3$, $EC = 3x - 1$

$DE \parallel BC$ தேல்ஸ் தேற்றப்படி

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{8x-7}{5x-3} = \frac{4x-3}{3x-1}$$

$$\Rightarrow (8x-7)(3x-1) = (5x-3)(4x-3)$$

$$\Rightarrow 24x^2 - 29x + 7 = 20x^2 - 27x + 9$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 2x - 2 = 0$$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

$$\Rightarrow \quad 2x^2 - x - 1 = 0$$
$$(2x+1)(x-1) = 0$$
$$x = 1, x = -\frac{1}{2}$$
$$\therefore x = 1$$

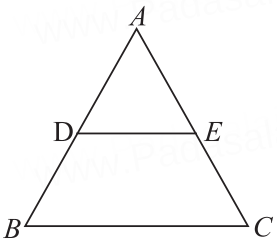
---

8. ΔABC-யில் D மற்றும் E என்ற புள்ளிகள் முறையே பக்கங்கள் AB மற்றும் AC ஆகியவற்றின் மீது அமைந்துள்ளன. பின்வருவனவற்றிற்கு $DE \parallel BC$ என நிறுவுக.

(i) $AB = 12$ செ.மீ, $AD = 8$ செ.மீ $AE = 12$ செ.மீ மற்றும் $AC = 18$ செ.மீ.

(ii) $AB = 5.6$ செ.மீ $AD = 1.4$ செ.மீ $AC = 7.2$ செ.மீ மற்றும் $AE = 1.8$ செ.மீ

தீர்வு:



i. $AB = 12$ செ.மீ, $AD = 8$ செ.மீ, $AE = 12$ செ.மீ, $AC = 18$ செ.மீ

$$\frac{AD}{AB} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \text{----(1)}$$
$$\frac{AE}{AC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \quad \text{----(2)}$$
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$
$$\therefore DE \parallel BC$$

---

ii. $AB = 5.6$ செ.மீ, $AD = 1.4$ செ.மீ, $AC = 7.2$ செ.மீ, $AE = 1.8$ செ.மீ

$$\frac{AD}{AB} = \frac{1.4}{5.6} = \frac{1}{4} \quad \text{----(1)}$$
$$\frac{AE}{AC} = \frac{1.8}{7.2} = \frac{1}{4} \quad \text{----(2)}$$
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$
$$\therefore DE \parallel BC$$

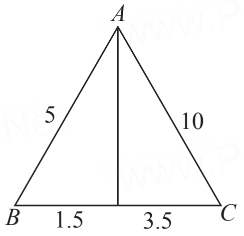
---

9. பின்வருவனவற்றுள் ΔABC-யில் AD ஆனது $\angle A$-யின் இருசமவெட்டி ஆகுமா எனச் சோதிக்கவும்.

(i) $AB = 5$ செ.மீ, $AC = 10$ செ.மீ, $BD = 1.5$ செ.மீ மற்றும் $CD = 3.5$ செ.மீ **செப்.20**

(ii) $AB = 4$ செ.மீ, $AC = 6$ செ.மீ, $BD = 1.6$ செ.மீ மற்றும் $CD = 2.4$ செ.மீ

தீர்வு:

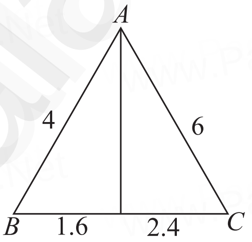


i. $AB = 5$ செ.மீ, $AC = 10$ செ.மீ, $BD = 1.5$ செ.மீ, $CD = 3.5$ செ.மீ

$$\frac{AB}{AC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad \text{----(1)}$$
$$\frac{BD}{CD} = \frac{1.5}{3.5} = \frac{3}{7} \quad \text{----(2)}$$
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AB}{AC} \neq \frac{BD}{CD}$$

($\because$ கோண இருசமவெட்டி தேற்றப்படி)

$\angle A$ -ன் கோண இருசமவெட்டி AD அல்ல



ii. $AB = 4$ செ.மீ, $AC = 6$ செ.மீ, $BD = 1.6$ செ.மீ, $CD = 2.4$ செ.மீ

$$\frac{AB}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \text{----(1)}$$
$$\frac{BD}{CD} = \frac{1.6}{2.4} = \frac{2}{3} \quad \text{----(2)}$$
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

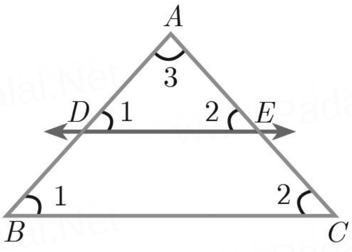
($\because$ கோண இருசமவெட்டி தேற்றப்படி)

$\angle A$ -ன் கோண இருசமவெட்டி AD ஆகும்.

5 மதிப்பெண்கள் STAGE 1

தேற்றம் 1

அடிப்படை விகிதசம தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக. (அல்லது) தேல்ஸ் தேற்றம். **மே 22**



www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

கூற்று:

ஓர் நேர்க்கோடு முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்திற்கு இணையாகவும் மற்ற இரு பக்கங்களை வெட்டுமாறும் வரையப்பட்டால் அக்கோடு அவ்விரண்டு பக்கங்களையும் சம விகிதத்தில் பிரிக்கிறது.

நிரூபணம்:

கொடுக்கப்பட்டவை:

ΔABC-யில், AB-யின் மேலுள்ள புள்ளி D, AC-யின் மேல் உள்ள புள்ளி E ஆகும்.

நிரூபிக்க: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

அமைப்பு: $DE \parallel BC$ வரைக.

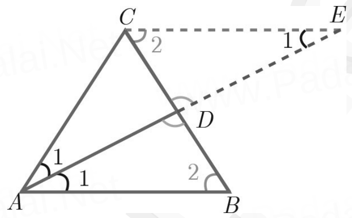
எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\angle ABC = \angle ADE = \angle 1$	ஒத்த கோணங்கள் சமம். ஏனெனில் $DE \parallel BC$
2.	$\angle ACB = \angle AED = \angle 2$	ஒத்த கோணங்கள் சமம். ஏனெனில் $DE \parallel BC$
3.	$\angle DAE = \angle BAC = \angle 3$	இரு முக்கோணங்களும் ஒரு பொதுவான கோணத்தைக் கொண்டுள்ளது.
	$\Delta ABC \sim \Delta ADE$	AAA விதிமுறைபடி
	$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$	ஒத்த பக்கங்கள் விகிதச் சமம்.
	$\frac{AD+DB}{AD} = \frac{AE+EC}{AE}$	D மற்றும் E-ஐப் பயன்படுத்தி AB மற்றும் AC-ஐப் பிரித்தல்
	$1+\frac{DB}{AD} = 1+\frac{EC}{AE}$	சுருக்குதல்
	$\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$	இரு பக்கங்களிலும் 1-ஐ நீக்குக.
	$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$	தலைகீழாக மாற்றுக
	தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது	

தேற்றம் 2

கோண இருசமவெட்டி தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக. (Angle Bisector Theorem) **செப்.20** **ஆக.22**

கூற்று:

ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்தின் உட்புறஇருசமவெட்டியானதுஅக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்தை உட்புறமாக அக்கோணத்தினை அடக்கிய பக்கங்களின் விகிதத்தில் பிரிக்கும்.



கொடுக்கப்பட்டவை:

ΔABC-யில், AD-யானது $\angle A$-யின் உட்புற இருசமவெட்டி

நிரூபிக்க: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$

அமைப்பு:

AB-க்கு இணையாக C வழியாக ஒரு இணைகோடு வரைக. AD யின் நீட்சியானது C வழியாக செல்லும் கோட்டினை E-யில் சந்திக்கிறது.

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\angle AEC = \angle BAE = \angle 1$	ஒரு குறுக்கு வெட்டியானது இரண்டு இணைகோடுகளை வெட்டுவதால் ஏற்படும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம்.
2.	ΔACE என்பது இருசமபக்க முக்கோணம் $AC = CE$ …. (1)	ΔACE-யில் $\angle CAE = \angle CEA$.
3.	$\Delta ABD \sim \Delta ECD$ $\frac{AB}{CE} = \frac{BD}{CD}$	AA விதிமுறைபடி
4.	$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$	(1) லிருந்து $AC = CE$ தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

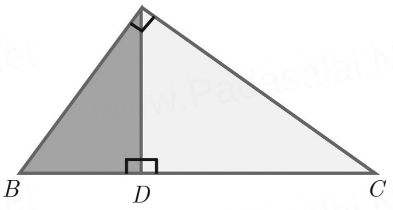
Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

தேற்றம் 3

பிதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.
(Pythagoras Theorem) **செப்.21**

கூற்று:

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.



நிரூபணம்:

கொடுக்கப்பட்டது: $\Delta ABC, \angle A = 90°$

நிரூபிக்க: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

அமைப்பு: $AD \perp BC$ வரைக.

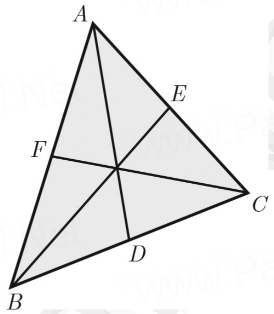
எண்	கூற்று	காரணம்
1.	ΔABC மற்றும் ΔABD -ஐ ஒப்பிடுக. $\angle B$ பொதுவானது $\angle BAC = \angle BDA = 90°$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ABD$ $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$ $AB^2 = BC \times BD$ ... (1)	$\angle BAC = 90°$ கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $\angle BDA = 90°$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைபடி
2.	ΔABC மற்றும் ΔADC -ஐ ஒப்பிடுக. $\angle C$ பொதுவானது $\angle BAC = \angle ADC = 90°$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ADC$ $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$ $AC^2 = BC \times DC$ ... (2)	$\angle BAC = 90°$ கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $\angle CDA = 90°$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைபடி

(1) மற்றும் (2)-ஐக் கூட்ட நாம் பெறுவது

$$AB^2 + AC^2 = BC \times BD + BC \times DC$$
$$= BC(BD + DC)$$
$$AB^2 + AC^2 = BC \times BC = BC^2$$

தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் எனக் காட்டுக. **செப்.21**



ΔABC யில்

BC-ன் நடுப்புள்ளி D. எனவே,

$BD = DC$. அதாவது $\frac{BD}{DC} = 1$ ----(1)

CA-ன் நடுப்புள்ளி E. எனவே,

$CE = EA$. அதாவது $\frac{CE}{EA} = 1$ ----(2)

AB-ன் நடுப்புள்ளி F. எனவே

$AF = FB$. அதாவது $\frac{AF}{FB} = 1$ ----(3)

(1), (2) மற்றும் (3)-ஐ பெருக்க நாம் பெறுவது

$$\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

எனவே சீவாஸ் தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

ஆகையால், நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்கின்றன.

***

சூத்திரங்கள் மற்றும் வரையறைகள்

- வட்டத்தின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் வரையப்பட்ட தொடுகோடு, தொடுபுள்ளி வழிச் செல்லும் ஆரத்திற்குச் செங்குத்தாகும்.
- வட்டத்திற்கு வெளியே அமைந்த புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரண்டு தொடுகோடுகள் வரையலாம்.
- வெளிப்புறப் புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட இரு தொடுகோடுகளின் நீளங்கள் சமம்.
- வட்டங்களுக்கு வரையப்பட்ட இரண்டு பொதுவான தொடுகோடுகளின் நீளங்கள் சமம்.

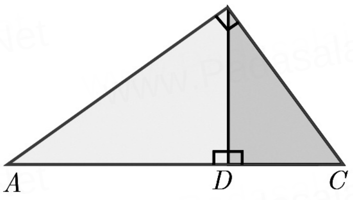
www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

சர்வசம முக்கோணங்கள்	வடிவொத்த முக்கோணங்கள்
$\Delta ABC \cong \Delta PQR$ $\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q, \angle C = \angle R.$ $AB = PQ, BC = QR, CA = RP$ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP} = 1$ ஒத்த வடிவமும் ஒரே அளவும்	$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ $\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q, \angle C = \angle R.$ $AB \neq PQ, BC \neq QR, CA \neq RP$ but $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP} > 1$ or < 1 ஒத்த வடிவமும் வேறுபட்ட அளவும்

வடிவொத்த முக்கோணங்களுக்கான சில பயனுள்ள முடிவுகள்

1. செங்கோண முக்கோணத்தின் உச்சியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்து கோட்டினால் பிரிக்கப்படும் இரு சிறிய முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவையாக இருக்கும். மேலும் அச்சிறிய முக்கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்திற்கும் வடிவொத்தவையாகவே இருக்கும்.

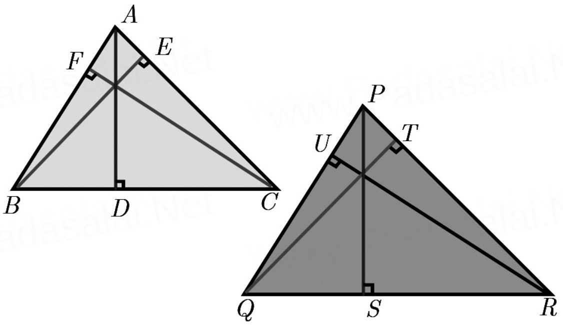
$\Delta ADB \sim \Delta BDC, \Delta ABC \sim \Delta ADB, \Delta ABC \sim \Delta BDC$



2. இரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை எனில், ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் அவற்றின் ஒத்த குத்துயரங்களின் விகிதத்திற்குச் சமம்.

எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ எனில்,

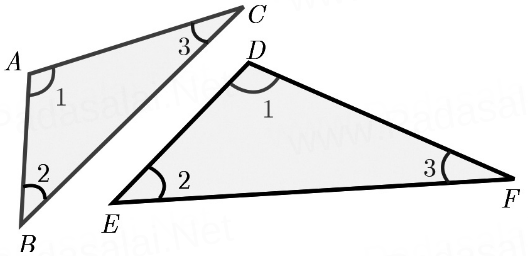
$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP} = \frac{AD}{PS} = \frac{BE}{QT} = \frac{CF}{RU}$$



3. இரு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை எனில், ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் அவற்றின் ஒத்த சுற்றளவுகளின் விகிதத்திற்குச் சமம்.

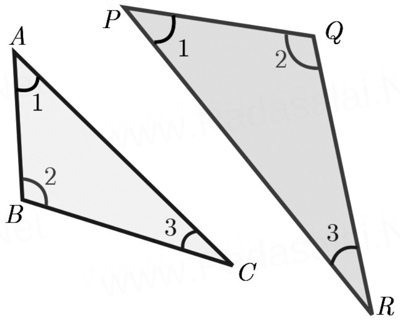
$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ எனில்,

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} = \frac{AB + BC + CA}{DE + EF + FD}$$



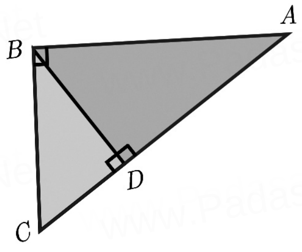
4. இரு வடிவொத்த முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளின் விகிதம் அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் விகிதத்திற்குச் சமம்.

$$\frac{\Delta ABC \text{ -யின் பரப்பளவு}}{\Delta PQR \text{ -யின் பரப்பளவு}} = \frac{AB^2}{PQ^2} = \frac{BC^2}{QR^2} = \frac{AC^2}{PR^2}$$



5. இரு முக்கோணங்கள் பொதுவான முனையையும் அவற்றின் அடிப்பக்கங்கள் ஒரே நேர்க்கோட்டிலும் இருந்தால், அம்முக்கோணங்களின் பரப்புகளின் விகிதம் அவற்றின் அடிப்பக்க நீளங்களின் விகிதத்திற்குச் சமமமாகும்.

$$\frac{\Delta ABD \text{ -யின் பரப்பளவு}}{\Delta BDC \text{ -யின் பரப்பளவு}} = \frac{AD}{DC}$$



Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

5 ஆயத்தொலைவு வடிவியல்

பயிற்சி 5.5

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. $(-5, 0), (0, -5)$ மற்றும் $(5,0)$ ஆகிய புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு **செப்.21**
   அ) 0 ச.அலகுகள் ஆ) 25 ச.அலகுகள்
   இ) 5 ச.அலகுகள் ஈ) எதுவுமில்லை

2. ஒரு சுவரின் அருகே நடந்து சென்று கொண்டிருக்கும் ஒரு நபருக்கும் சுவருக்கும் இடையே உள்ள தூரம் 10 அலகுகள். சுவரை Y-அச்சாகக் கருதினால், அந்த நபர் செல்லும் பாதை என்பது
   அ) $x = 10$ ஆ) $y = 10$
   இ) $x = 0$ ஈ) $y = 0$

3. $x = 11$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடானது **செப்.20**
   அ) X -அச்சுக்கு இணை
   ஆ) Y -அச்சுக்கு இணை
   இ) ஆதிப்புள்ளி வழிச் செல்லும்
   ஈ) $(0, 11)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும்

4. $(5, 7)$, $(3, p)$ மற்றும் $(6, 6)$ என்பன ஒரு கோடமைந்தவை எனில், p-யின் மதிப்பு **மே 22**
   அ) 3 ஆ) 6
   இ) 9 ஈ) 12

5. $3x-y=4$ மற்றும் $x+y=8$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி **ஆக.22**
   அ) $(5, 3)$ ஆ) $(2, 4)$ இ) $(3, 5)$ ஈ) $(4, 4)$

6. $(12, 3)$, $(4, a)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சாய்வு $\frac{1}{8}$ எனில், 'a' -யின் மதிப்பு
   அ) 1 ஆ) 4
   இ) -5 ஈ) 2

7. $(0, 0)$ மற்றும் $(-8, 8)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டிற்குச் செங்குத்தான கோட்டின் சாய்வு **மே 22**
   அ) -1 ஆ) 1 இ) $\frac{1}{3}$ ஈ) -8

8. கோட்டுத்துண்டு PQ -யின் சாய்வு $\frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில், PQ-க்கு செங்குத்தான இருசமவெட்டியின் சாய்வு **ஆக.22**
   அ) $\sqrt{3}$ ஆ) $-\sqrt{3}$ இ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ஈ) 0

9. Y அச்சில் அமையும் புள்ளி A-யின் செங்குத்துத் தொலைவு 8 மற்றும் X அச்சில் அமையும் புள்ளி B-யின் கிடைமட்டத் தொலைவு 5 எனில், AB என்ற நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு
   அ) $8x + 5y = 40$ ஆ) $8x - 5y = 40$
   இ) $x = 8$ ஈ) $y = 5$

10. $7x - 3y + 4 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்குச் செங்குத்தாகவும், ஆதிப்புள்ளி வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு
    அ) $7x - 3y + 4 = 0$ ஆ) $3x - 7y + 4 = 0$
    இ) $3x + 7y = 0$ ஈ) $7x - 3y = 0$

11. (i) $l_1 : 3y = 4x + 5$; (ii) $l_2: 4y = 3x - 1$
    (iii) $l_3: 4y + 3x = 7$ (iv) $l_4: 4x + 3y = 2$
    எனக் கொடுக்கப்பட்ட நான்கு நேர்க்கோடுகளுக்குக் கீழ்க்கண்ட கூற்றுகளில் எது உண்மை?
    அ) l_1 மற்றும் l_2 செங்குத்தானவை
    ஆ) l_1 மற்றும் l_4 இணையானவை
    இ) l_2 மற்றும் l_4 செங்குத்தானவை
    ஈ) l_2 மற்றும் l_3 இணையானவை

12. $8y = 4x + 21$ என்ற நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டிற்குக் கீழக்கண்டவற்றில் எது உண்மை?
    அ) சாய்வு 0.5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 2.6
    ஆ) சாய்வு 5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 1.6
    இ) சாய்வு 0.5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 1.6
    ஈ) சாய்வு 5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 2.6

13. ஒரு நாற்கரமானது ஒரு சரிவகமாக அமையத் தேவையான நிபந்தனை
    அ) இரு பக்கங்கள் இணை.
    ஆ) இரு பக்கங்கள் இணை மற்றும் இரு பக்கங்கள் இணையற்றவை.
    இ) எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணை.
    ஈ) அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம்.

14. சாய்வைப் பயன்படுத்தி நாற்கரமானது ஓர் இணைகரமாக உள்ளது எனக் கூற நாம் காண வேண்டியவை
    அ) இரு பக்கங்களின் சாய்வுகள்
    ஆ) இரு சோடி எதிர் பக்கங்களின் சாய்வுகள்
    இ) அனைத்துப் பக்கங்களின் நீளங்கள்
    ஈ) இரு பக்கங்களின் சாய்வுகள் மற்றும் நீளங்கள்

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

15. (2, 1) ஐ வெட்டுப் புள்ளியாகக் கொண்ட இரு நேர்க்கோடுகள்

அ) $x - y - 3 = 0; 3x - y - 7 = 0$

ஆ) $x + y = 3; 3x + y = 7$

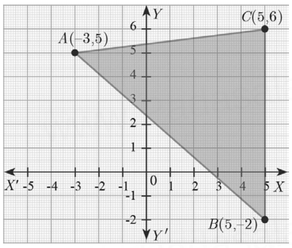
இ) $3x + y = 3; x + y = 7$

ஈ) $x + 3y - 3 = 0; x - y - 7 = 0$

2 மதிப்பெண்கள் STAGE 1

1. (–3, 5), (5, 6) மற்றும் (5, –2) ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:



$A(-3, 5),\quad B(5, -2),\quad C(5,6)$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$x_1y_1 \quad x_2y_2 \quad x_3y_3$

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 5 & -2 \\ 5 & 6 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[(6+30+25)-(25-10-18)]$$

$$= \frac{1}{2}[6+30+25-25+10+18]$$

$$= \frac{1}{2}[6+30+10+18]$$

$$= \frac{1}{2}[64] = 32 \text{ ச.அலகுகள்}$$

2. P (–1.5, 3), Q (6, –2), மற்றும் R (–3, 4) ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும் எனக் காட்டுக. மே 22

தீர்வு:

ΔPQR ன் பரப்பு = 0

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1.5 & 3 \\ 6 & -2 \\ -3 & 4 \\ -1.5 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\frac{1}{2}[(3+24-9)-(18+6-6)] = 0$$

$$\frac{1}{2}[3+24-9-18-\cancel{6}+\cancel{6}] = 0$$

$$\frac{1}{2}[27-(27)] = 0$$

$$-[0] = 0$$

∴ கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்.

3. A(–1, 2), B (k, –2) மற்றும் C (7, 4) ஆகியவற்றை வரிசையான முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 22 சதுர அலகுகள் எனில், k-யின் மதிப்புக் காண்க. ஆக.22

தீர்வு:

A (–1, 2), B (k, –2) மற்றும் C (7, 4) ஆகியன முனைப்புள்ளிகள் ஆகும்.

ΔABC -யின் பரப்பு 22 சதுர அலகுகள்

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ k & -2 \\ 7 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 22 \Rightarrow \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ k & -2 \\ 7 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 44$$

$$\{(2+4k+14)-(2k-14-4)\} = 44$$

$$2+4k+14-2k+14+4 = 44$$

$$2k+34 = 44$$

$$2k = 44-34$$

$$2k = 10$$

$$\text{எனவே } k = \frac{10}{2} = 5$$

4. கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.

தீர்வு:

i. (1, –1), (–4, 6) மற்றும் (–3, –5)

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 6 \\ -3 & -5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[(6+20+3)-(4-18-5)]$$

$$= \frac{1}{2}[6+20+3-4+18+5]$$

$$= \frac{1}{2}[(6+20+3+18+5)-4]$$

$$= \frac{1}{2}[52-4]$$

$$= \frac{1}{2}[48] = 24 \text{ ச.அ}$$

ii. (–10, –4), (–8, –1) மற்றும் (–3, –5)

தீர்வு:

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -10 & -4 \\ -8 & -1 \\ -3 & -5 \\ -10 & -4 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[(10+40+12)-(32+3+50)]$$

$$= \frac{1}{2}[62-85]$$

$$= \frac{1}{2}[-23] = -11.5 \text{ ச.அ}$$

∴ முக்கோணத்தின் பரப்பு = 11.5 ச.அ

---

5. கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையுமா எனத் தீர்மானிக்கவும்.

i) $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ (–5, 6) மற்றும் (–8, 8)

தீர்வு:

$\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ (–5, 6) மற்றும் (–8, 8)

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 3 \\ -5 & 6 \\ -8 & 8 \\ -\frac{1}{2} & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[(-3-40-24)-(-15-48-4)]$$

$$= \frac{1}{2}[(-67)-(-67)] = 0$$

∴ கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்.

---

ii. (*a*, *b*+c), (*b*, c+*a*) மற்றும் (c, *a*+*b*)

தீர்வு:

$$\Delta\text{ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & b+c \\ b & c+a \\ c & a+b \\ a & b+c \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[(ac+a^2+ab+b^2+bc+c^2)-(b^2+bc+c^2+ca+a^2+ab)]$$

$$= \frac{1}{2}[ac+a^2+ab+b^2+bc+c^2-b^2-bc-c^2-ca-a^2-ab]$$

$$= \frac{1}{2}[0] = 0$$

மாற்றுமுறை:

$(a, b+c)$, $(b, c+a)$, $(c, a+b)$

x_1, y_1 x_2, y_2 x_3, y_3

$$\Delta\text{ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1-x_2 & x_1-x_3 \\ y_1-y_2 & y_1-y_3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a-b & a-c \\ b+c-c-a & b+c-a-b \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a-b & a-c \\ -(a-b) & -(a-c) \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[(a-b)(a-c)+(a-b)(a-c)]$$

$$= \frac{1}{2}[0] = 0$$

∴ கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்.

---

6. வரிசையில் அமைந்த முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளும், அதன் பரப்பளவுகளும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. '*p*' -யின் மதிப்பைக் காண்க.

எண்	முனைப் புள்ளிகள்	பரப்பு (சதுர அலகில்)
(i)	(0, 0), (*p*, 8), (6, 2)	20
(ii)	(*p*, *p*), (5, 6), (5, –2)	32

தீர்வு:

i. *A* (0, 0), *B* (*p*, 8), *C* (6, 2)

ΔABCன் பரப்பு = 20 ச.அ

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 20 \Rightarrow \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ p & 8 \\ 6 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 20$$

$$(0+2p+0)-(0+48+0) = 40$$

$$2p-48 = 40$$

$$2p = 88$$

$$p = 44$$

---

ii. *A* (*p*, *p*), *B* (5, 6), *C* (5, –2)

Δன் பரப்பு = 32 ச.அ

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 32 \Rightarrow \frac{1}{2}\begin{vmatrix} p & p \\ 5 & 6 \\ 5 & -2 \\ p & p \end{vmatrix} = 32$$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

$$\begin{vmatrix} p & p \\ 5 & 6 \\ 5 & -2 \\ p & p \end{vmatrix} = 64$$

$(6p-10+5p)-(5p+30-2p) = 64$

$6p-10+5p-5p-30+2p = 64$

$8p-40 = 64$

$\Rightarrow 8p = 64+40$

$8p = 104$

$\Rightarrow p = \frac{104}{8}$

$\Rightarrow p = 13$

---

7. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு கோட்டில் அமைந்தவை எனில், 'a' -யின் மதிப்பைக் காண்க.

(2, 3), (4, a) மற்றும் (6, –3)

தீர்வு:

$\Delta = 0$ ச.அ

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & a \\ 6 & -3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$[(2a-12+18)-(12+6a-6)] = 0$

$2a-12+18-12-6a+6 = 0$

$-4a = 0$

$\therefore a = 0$

5 மதிப்பெண்கள் STAGE 1

---

1. ஓர் அறையின் தளமானது ஒரே மாதிரியான முக்கோண வடிவத் தரை ஓடுகளைக் கொண்டு (tiles) அமைக்கப்படுகிறது. அதில் ஓர் ஓட்டின் முனைகள் (–3, 2) , (–1, –1) மற்றும் (1, 2) ஆகும். தரைத்தளத்தை முழுமையாக அமைக்க 110 ஓடுகள் தேவைப்படுகின்றது. எனில் அதன் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

ஓர் ஓட்டின் முனைப் புள்ளிகள் (–3, 2), (–1, –1) மற்றும் (1, 2) ஆகும்.

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -1 & -1 \\ 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\text{ஓட்டின் பரப்பு} = \frac{1}{2}\{(3-2+2)-(-2-1-6)\}$$

$$= \frac{1}{2}[3-(-9)] = \frac{1}{2}[3+9]$$

$$= \frac{1}{2}(12) = 6 \text{ ச.அலகுகள்}$$

தரைத்தளமானது ஒரே மாதிரியான 110 ஓடுகளால் நிரப்பப்படுவதால்,

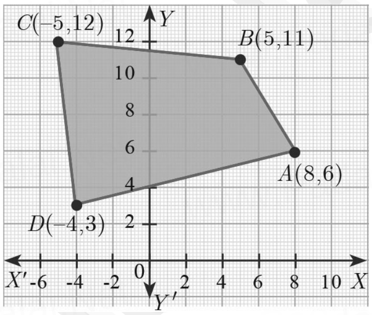
தரைத்தளத்தின் பரப்பு $= 110 \times 6$

$= 660$ ச.அலகுகள்

---

2. (8, 6), (5, 11), (–5, 12) மற்றும் (–4, 3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க. **ஆக.22**

தீர்வு:



நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்பதற்கு முன்பாக கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறிக்க வேண்டும்.

A (8, 6), B (5, 11), C (–5, 12) மற்றும் D (–4, 3) என்பன முனைப் புள்ளிகள் ஆகும். எனவே, நாற்கரம் $ABCD$-யின் பரப்பு

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 11 \\ -5 & 12 \\ -4 & 3 \\ 8 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[(88+60-15-24)-(30-55-48+24)]$$

$$= \frac{1}{2}[88+60-15-24-30+55+48-24]$$

$$= \frac{1}{2}[88+60+55+48-15-24-30-24]$$

$$= \frac{1}{2}[251-93]$$

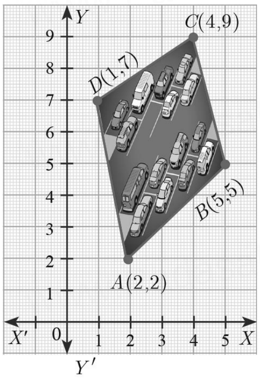
$$= \frac{1}{2}[158] = 79 \text{ ச.அலகுகள்}$$

---

3. கொடுக்கப்பட்ட படமானது ஒரு வளாகத்தில் புதிய வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்த அமைக்கப்பட்ட பகுதியைக் காட்டுகிறது. இதை அமைப்பதற்கு ஒரு சதுர அடிக்கு ₹1300 செலவாகும் என மதிப்பிடப்படுகிறது எனில், வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்துவதற்குத் தேவையான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடவும்.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

தீர்வு:



A (2, 2), B (5, 5), C (4, 9) மற்றும் D (1, 7) என்பது நாற்கர வடிவ வாகன நிறுத்தத்தின் முனைப் புள்ளிகள் ஆகும்.

எனவே, வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 5 \\ 4 & 9 \\ 1 & 7 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[(10 + 45 + 28 + 2) - (10 + 20 + 9 + 14)]$$

$$= \frac{1}{2}[85 - 53]$$

$= \frac{1}{2}[32] = 16$ சதுர அடிகள்

எனவே, வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு = 16 சதுர அடிகள்.

ஒரு சதுர அடி அமைக்க ஆகும் செலவு = ₹1300

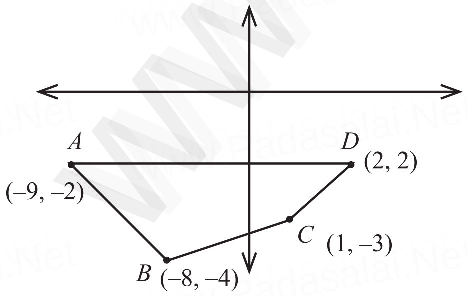
ஆகையால், வாகன நிறுத்தம் அமைக்க ஆகும் மொத்தச் செலவு $= 16 \times 1300 =$ ₹ 20800

---

4. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

(i) (–9, –2), (–8, –4), (2, 2) மற்றும் (1, –3)



A (–9, –2), B (–8, –4), C (1, –3), D (2, 2) என்க.

நாற்கரத்தின் பரப்பு

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -9 & -2 \\ -8 & -4 \\ 1 & -3 \\ 2 & 2 \\ -9 & -2 \end{vmatrix}$$

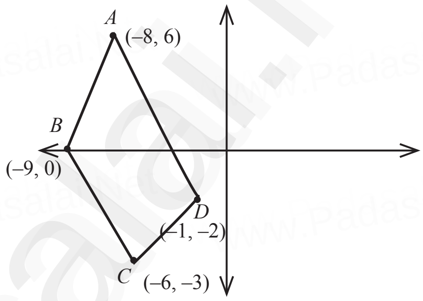
$$= \frac{1}{2}[(36 + 24 + 2 - 4) - (16 - 4 - 6 - 18)]$$

$$= \frac{1}{2}[(36 + 24 + 2 + 4 + 6 + 18) - (4 + 16)]$$

$= \frac{1}{2}[90 - (20)] = \frac{1}{2}[70] = 35$ ச.அ

---

ii. (–9, 0), (–8, 6), (–1, –2) மற்றும் (–6, –3)



A (–8, 6), B (–9, 0), C (–6, –3), D (–1, –2)

நாற்கரத்தின் பரப்பு

$$= -\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -8 & 6 \\ -9 & 0 \\ -6 & -3 \\ -1 & -2 \\ -8 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[(0 + 27 + 12 - 6) - (-54 + 0 + 3 + 16)]$$

$$= \frac{1}{2}[27 + 12 - 6 + 54 - 3 - 16]$$

$$= \frac{1}{2}[(27 + 12 + 54) - (6 + 3 + 16)]$$

$= \frac{1}{2}[93 - 25] = \frac{1}{2}[68] = 34$ ச.அ

மாற்றுமுறை:

$A(-8, 6)$, $B(-9, 0)$, $C(-6, -3)$, $D(-1, -2)$

x_1, y_1 x_2, y_2 x_3, y_3 x_4, y_4

நாற்கரத்தின் பரப்பு

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_4 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -8-(-6) & -9-(-1) \\ 6-(-3) & 0-(-2) \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -8+6 & -9+1 \\ 6+3 & 0+2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 9 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}[-4+72] = \frac{1}{2}[68] = 34 \text{ ச.அலகுகள்}$$

---

5. (–4, –2), (–3, *k*), (3, –2) மற்றும் (2, 3) ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 28 ச.அலகுகள் எனில், *k*-யின் மதிப்புக் காண்க. **செப்.20**

தீர்வு:

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & -2 \\ -3 & k \\ 3 & -2 \\ 2 & 3 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} = 28$$

$\Rightarrow (-4k+6+9-4)-(6+3k-4-12) = 56$

$\Rightarrow -4k+\not{6}+9-\not{4}-\not{6}-3k+\not{4}+12 = 56$

$\Rightarrow -7k+21 = 56$

$\Rightarrow -7k = 56-21$

$\Rightarrow -7k = 35$

$\Rightarrow k = \frac{35}{-7} = -5$

மாற்றுமுறை:

(4, –2), (–3, *k*), (3, –2), (2, 3)

$x_1, y_1 \quad x_2, y_2 \quad x_3, y_3 \quad x_4, y_4$

நாற்கரத்தின் பரப்பு

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 28$$

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1-x_3 & x_2-x_4 \\ y_1-y_3 & y_2-y_4 \end{vmatrix} = 28$$

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4-3 & -3-2 \\ -2-(-2) & k-3 \end{vmatrix} = 28$$

$$\begin{vmatrix} -7 & -5 \\ 0 & k-3 \end{vmatrix} = 56$$

$-7(k-3)+0 = 56$

$-7k+21 = 56$

$-7k = 56-21$

$-7k = 35$

$k = \frac{35}{-7} = -5$

6. *A* (–3, 9), *B* (*a*, *b*) மற்றும் *C* (4, –5) என்பன ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகள் மற்றும் if *a* + *b* = 1 எனில், *a* மற்றும் *b*-யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

A (–3, 9), *B* (*a*, *b*), *C* (4, –5) என்பன ஒரு கோட்டமைந்த புள்ளிகள் மற்றும்

$a+b = 1$ ----(1)

ஒரே கோட்டமைந்த 3 புள்ளிகள் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு = 0

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & 9 \\ a & b \\ 4 & -5 \\ -3 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow (-3b-5a+36)-(9a+4b+15) = 0$

$\Rightarrow -5a-3b+36-9a-4b-15 = 0$

$\Rightarrow -14a-7b+21 = 0$

$\Rightarrow -14a-7b = -21$

$\Rightarrow 14a+7b = 21\ (\div 7)$

$\Rightarrow 2a+b = 3$ ----(2)

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது $a+b = 1$ ----(1)

$(1)-(2) \Rightarrow a = 2 \quad b = -1$

---

7. $A(-5,-4), B(1,6)$ மற்றும் $C(7,-4)$ ஆகியவற்றை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோண வடிவக் கண்ணாடிக்கு வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 6 சதுர அடி பரப்புக்கு வர்ணம் பூச ஒரு வாளி தேவைப்படுகிறது எனில் கண்ணாடியின் முழுப் பகுதியையும் ஒரு முறை வர்ணம் பூச எத்தனை வாளிகள் தேவைப்படும்?

தீர்வு:

தேவையான வாளிகளின் பரப்பளவு = $\dfrac{\Delta ABC\text{-ன் பரப்பளவு}}{\text{ஒரு வாளியினால் வர்ணம் பூசப்படும் பகுதியின் பரப்பளவு}}$

ΔABC-ன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -5 & -4 \\ 1 & 6 \\ 7 & -4 \\ -5 & -4 \end{vmatrix}$$

$= \frac{1}{2}[(-30-4-28)-(-4+42+20)]$

$= \frac{1}{2}[-30-4-28+4-42-20] = \frac{1}{2}[-120]$

$= +60$ ச.அ

$\therefore$ வாளிகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{60}{6} = 10$

*****

சூத்திரங்கள்

1.	(x_1, y_1), (x_2, y_2) என்ற இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு	$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
2.	நடுப்புள்ளி	$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
3.	மையக்கோட்டு / நடுக்கோட்டுச் சந்தி	$\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$
4.	உட்புறமாகப் பிரிக்கும் பிரிவுச் சூத்திரம்	$\left(\frac{lx_2+mx_1}{l+m}, \frac{ly_2+my_1}{l+m}\right)$
5.	வெளிப்புறமாகப் பிரிக்கும் பிரிவுச் சூத்திரம்	$\left(\frac{lx_2-mx_1}{l-m}, \frac{ly_2-my_1}{l-m}\right)$
6.	முக்கோணத்தின் பரப்பு	$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{pmatrix}$
7.	நாற்கரத்தின் பரப்பு	$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{pmatrix}$
		$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} x_1-x_3 & y_1-y_3 \\ x_2-x_4 & y_2-y_4 \end{pmatrix}$
	சாய்வுகளின் சமன்பாடுகள்	
8.	சாய்வுக் கோணம் கொடுக்கப்பட்டால்	$m = tan\ \theta$
9.	இரண்டு புள்ளிகள் கொடுக்கப்பட்டால்	$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
10.	$ax+by+c$ என்ற நேர்க்கோட்டின் சாய்வு	$m = \frac{-a}{b} = \frac{-coefficient\ of\ x}{coefficient\ of\ y}$
11.	y-வெட்டுத்துண்டு	$c = \frac{-c}{a} = \frac{-constant\ term}{coefficient\ of\ y}$
	மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைய கட்டுப்பாடு	
12.	A, B, C என்ற மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைய கட்டுப்பாடு	$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{pmatrix}$
		AB ன் சாய்வு = BC ன் சாய்வு (அ) (AC) ன் சாய்வு

	இரண்டு நேர்க்கோடுகள் இணை மற்றும் செங்குத்தாக இருக்க நிபந்தனை		
13	$a_1x+b_1y+c_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2=0$ என்ற இரண்டு கோடுகள்	இணை	$m_1 = m_2$ (அல்லது) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$
		செங்குத்து	$m_1 \times m_2 = -1$ (அ) $a_1a_2+b_1b_2=0$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடுகள்		
14.	x-அச்சின் சமன்பாடு	$y = 0$
15.	y-அச்சின் சமன்பாடு	$x = 0$
16.	x-அச்சுக்கு இணையான சமன்பாடு	$y = \pm b$
17.	y-அச்சுக்கு இணையான சமன்பாடு	$x = \pm a$
18.	$ax + by + c = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையான சமன்பாடு	$ax + by + k = 0$
19.	$ax + by + c = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு செங்குத்தான சமன்பாடு	$bx - ay + k = 0$
20.	ஆதிப்புள்ளி வழியே செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு	$y = mx$
21.	நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு (சாய்வு, y-வெட்டுத்துண்டு வடிவம்)	$y = mx + c$
22.	நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு (சாய்வு, x-வெட்டுத்துண்டு வடிவம்)	$y = m(x - d)$
23.	நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு (புள்ளி - சாய்வு வடிவம்)	$y - y_1 = m(x - x_1)$
24.	நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு (இரண்டு புள்ளி)	$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
25.	நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு (வெட்டுத்துண்டு வடிவம்)	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

***

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

6 முக்கோணவியல்

பயிற்சி 6.5

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. $\sin^2\theta + \frac{1}{1+\tan^2\theta}$ -ன் மதிப்பு
அ) $\tan^2\theta$ ஆ) 1 இ) $\cot^2\theta$ ஈ) 0

2. $\tan\theta \operatorname{cosec}^2\theta - \tan\theta$-ன் மதிப்பு
அ) $\sec\theta$ ஆ) $\cot^2\theta$ இ) $\sin\theta$ ஈ) $\cot\theta$

3. $(\sin\alpha + \operatorname{cosec}\alpha)^2 + (\cos\alpha + \sec\alpha)^2 = k + \tan^2\alpha + \cot^2\alpha$, எனில் k -ன் மதிப்பு
அ) 9 ஆ) 7 இ) 5 ஈ) 3

4. $\sin\theta + \cos\theta = a$ மற்றும் $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = b$, எனில் $b(a^2 - 1)$ -ன் மதிப்பு
அ) $2a$ ஆ) $3a$ இ) 0 ஈ) $2ab$

5. $5x = \sec\theta$ மற்றும் $\frac{5}{x} = \tan\theta$ எனில் $x^2 - \frac{1}{x^2}$ -ன் மதிப்பு
அ) 25 ஆ) $\frac{1}{25}$ இ) 5 ஈ) 1

6. $\sin\theta = \cos\theta$ எனில் $2\tan^2\theta + \sin^2\theta - 1$ -ன் மதிப்பு
அ) $\frac{-3}{2}$ ஆ) $\frac{3}{2}$ இ) $\frac{2}{3}$ ஈ) $\frac{-2}{3}$

7. $x = a\tan\theta$ மற்றும் $y = b\sec\theta$ எனில்
அ) $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ ஆ) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
இ) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ஈ) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$

8. $(1 + \tan\theta + \sec\theta)(1 + \cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)$ ன் மதிப்பு
அ) 0 ஆ) 1 இ) 2 ஈ) -1

9. $a\cot\theta + b\operatorname{cosec}\theta = p$ மற்றும் $b\cot\theta + a\operatorname{cosec}\theta = q$ எனில் $p^2 - q^2$ -ன் மதிப்பு
அ) a^2-b^2 ஆ) b^2-a^2 இ) a^2+b^2 ஈ) $b-a$

10. ஒரு கோபுரத்தின் உயரத்திற்கும் அதன் நிழின் நீளத்திற்கும் உள்ள விகிதம் $\sqrt{3} : 1$ எனில் சூரியனைக் காணும் ஏற்றக்கோண அளவானது **செப்.21**
அ) $45°$ ஆ) $30°$
இ) $90°$ ஈ) $60°$

11. ஒரு மின் கம்பமானது அதன் அடியில் சமதளப் பரப்பில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் $30°$ கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. முதல் புள்ளிக்கு 'b' மீ உயரத்தில் உள்ள இரண்டாவது புள்ளியிலிருந்து மின்கம்பத்தின் அடிக்கு இறக்கக்காணம் $60°$ எனில் மின் கம்பத்தின் உயரமானது (மீட்டரில்)
அ) $\sqrt{3}\,b$ ஆ) $\frac{b}{3}$ இ) $\frac{b}{2}$ ஈ) $\frac{b}{\sqrt{3}}$

12. ஒரு கோபுரத்தின் உயரம் 60 மீ ஆகும். சூரியனை காணும் ஏற்றக்கோணம் $30°$-லிருந்து $45°$ ஆக உயரும்போது கோபுரத்தின் நிழலானது x மீ குறைகிறது எனில், x-ன் மதிப்பு **மே 22**
அ) 41.92 மீ ஆ) 43.92 மீ
இ) 43 மீ ஈ) 45.6 மீ

13. பல அடுக்குக் கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து 20 மீ உயரமுள்ள கட்டடத்தின் உச்சி, அடி அகியவற்றின் இறக்கக்கோணங்கள் முறையே $30°$ மற்றும் $60°$ எனில் பல அடுக்குக் கட்டடத்தின் உயரம் மற்றும் இரு கட்டடங்களுக்க இடையேயுள்ள தொலைவானது (மீட்டரில்)
அ) $20, 10\sqrt{3}$ ஆ) $30, 5\sqrt{3}$
இ) 20, 10 ஈ) $30, 10\sqrt{3}$

14. இரண்டு நபர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு 'x' மீ ஆகும். முதல் நபரின் உயரமானது இரண்டாவது நபரின் உயரத்தைப் போல இரு மடங்காக உள்ளது. அவர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு நேர்கோட்டின் மையப் புள்ளியிலிருந்து இரு நபர்களின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் நிரப்புக்கோணங்கள் எனில், குட்டையாக உள்ள நபரின் உயரம் (மீட்டரில்) காண்க.
அ) $\sqrt{2}\,x$ ஆ) $\frac{x}{2\sqrt{2}}$
இ) $\frac{x}{\sqrt{2}}$ ஈ) $2x$

15. ஓர் ஏரியின் மேலே h மீ உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து மேகத்திற்கு உள்ள ஏற்றக்கோணம் β. மேக பிம்பத்தின் இறக்கக்கோணம் $45°$ எனில், ஏரியில் இருந்து மேகத்திற்கு உள்ள உயரமானது (மீட்டரில்) **ஆக.22**
அ) $\frac{h(1+\tan\beta)}{1-\tan\beta}$ ஆ) $\frac{h(1-\tan\beta)}{1+\tan\beta}$
இ) $h\tan(45° - \beta)$ ஈ) இவை ஒன்றும் இல்லை

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

2 மதிப்பெண்கள் **STAGE 1**

1. $\dfrac{\sin A}{1+\cos A} = \dfrac{1-\cos A}{\sin A}$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\frac{\sin A}{1+\cos A} = \frac{\sin A}{1+\cos A} \times \frac{1-\cos A}{1-\cos A}$$
$$= \frac{\sin A(1-\cos A)}{(1+\cos A)(1-\cos A)}$$
$$= \frac{\sin A(1-\cos A)}{1-\cos^2 A}$$
$$= \frac{\sin A(1-\cos A)}{\sin^2 A} = \frac{1-\cos A}{\sin A}$$

2. $1+\dfrac{\cot^2\theta}{1+cosec\theta} = cosec\theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$1 + \frac{\cot^2\theta}{1+cosec\theta} = 1+\frac{cosec^2\theta-1}{cosec\theta+1}$$
$$[\because cosec^2\theta - 1 = cot^2\theta]$$
$$= 1+\frac{(cosec\theta+1)(cosec\theta-1)}{cosec\theta+1}$$
$$= 1+(cosec\theta - 1) = cosec\theta$$

3. $\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = cosec\theta + cot\theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}\times\frac{1+\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$
$$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}} = \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2} = \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$$
$$= \frac{1}{\sin\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

LHS $= cosec\theta + cot\theta$

$\therefore$ LHS $=$ RHS

4. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

i. $cot\theta + tan\theta = sec\theta\ cosec\theta$

LHS $= cot\theta + tan\theta$

$$= \frac{\cos\theta}{\sin\theta}+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$
$$= \frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$
$$= \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = sec\theta\ cosec\theta$$

$\therefore$ LHS $=$ RHS நிரூபிக்கப்பட்டது.

ii. $tan^4\theta + tan^2\theta = sec^4\theta - sec^2\theta$

தீர்வு:

LHS $= tan^4\theta + tan^2\theta = tan^2\theta\,(tan^2\theta + 1)$

$= tan^2\theta\,(sec^2\theta)$ $(\because 1 + tan^2\theta = sec^2\theta)$

$= (sec^2\theta - 1)(sec^2\theta)$

$(\because tan^2\theta = sec^2\theta - 1)$

$= sec^4\theta - sec^2\theta$

$\therefore$ LHS $=$ RHS நிரூபிக்கப்பட்டது

5. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

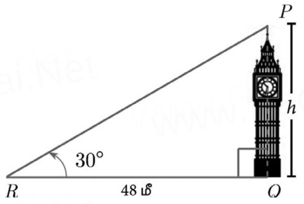
$\sqrt{\dfrac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = sec\theta\ tan\theta$ **செப்.20**

தீர்வு:

$$\text{LHS} = \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}\times\frac{1+\sin\theta}{1+\sin\theta}}$$
$$= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}} = \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}}$$
$$= \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta}+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$
$$= sec\theta + tan\theta = \text{RHS}$$

$\therefore$ LHS $=$ RHS நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. ஒரு கோபுரம் தரைக்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. கோபுரத்தின் அடிப்பகுதியிலிருந்து தரையில் 48 மீ, தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



தீர்வு:

ΔPQRல் $\quad tan\theta = \dfrac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$

$$= \frac{PQ}{QR}$$
$$\tan 30^\circ = \frac{h}{48}$$
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{48}$$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

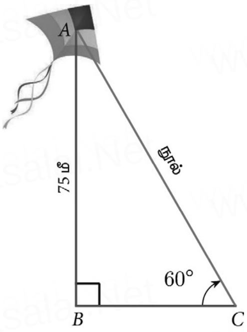
$$h = \frac{48}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{48\sqrt{3}}{3} = 16\sqrt{3}$$

$h = 16\sqrt{3}$ மீ

---

7. தரையிலிருந்து ஒரு பட்டம் 75 மீ உயரத்தில் பறக்கிறது. ஒரு நூல் கொண்டு தற்காலிகமாகத் தரையின் ஒரு புள்ளியில் பட்டம் கட்டப்பட்டுள்ளது. நூல் தரையுடன் ஏற்படுத்தும் சாய்வுக் கோணம் 60° எனில், நூலின் நீளம் காண்க. (நூலை ஒரு நேர்க்கோடாக எடுத்துக்கொள்ளவும்)

தீர்வு:



ΔABC யில் $sin\theta$

$$= \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}} = \frac{AB}{AC}$$

$$sin\ 60° = \frac{75}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{75}{AC}$$

$$AC = \frac{75 \times 2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{150\sqrt{3}}{3}$$

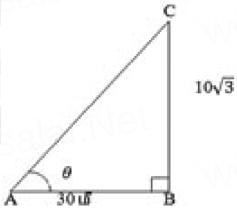
$AC = 50\sqrt{3}$ மீ

$\therefore$ கயிற்றின் நீளம் $50\sqrt{3}$ மீ

---

8. $10\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் காண்க.

தீர்வு: செப்,21 ஆக.22



ΔABC ல்

$$tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$

$$\Rightarrow \ tan\ \theta = \frac{10\sqrt{3}}{30}$$

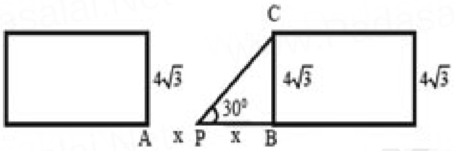
$$tan\ \theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \Rightarrow tan\ \theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$tan\ \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad \theta = 30°$$

---

9. ஒரு சாலையின் இருபுறமும் இடைவெளியே இல்லாமல் வரிசையாக வீடுகள் தொடர்ச்சியாக உள்ளன. அவற்றின் உயரம் 4 $\sqrt{3}$ மீ. பாதசாரி ஒருவர் சாலையின் மையப் பகுதியில் நின்றுகொண்டு வரிசையாக உள்ள வீடுகளை நோக்குகிறார். 30° ஏற்றக்கோணத்தில் பாதசாரி வீட்டின் உச்சியை நோக்குகிறார் எனில், சாலையின் அகலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:



படத்திலிருந்து,

BC - வீடு, AB - சாலையின் அகலம்,

P - சாலையின் மையப்பகுதி

$$AP = PB = x$$

$$\Delta PBC\text{-ல்}, \quad tan30° = \frac{BC}{PB}$$

$$\Rightarrow \quad tan30° = \frac{4\sqrt{3}}{PB} \quad \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{PB}$$

$$PB = 4\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

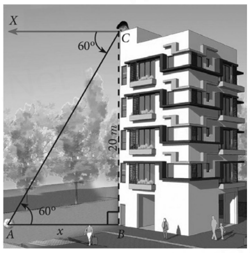
$$= 4 \times 3 = 12$$

சாலையின் அகலம் $= AP + PB = 12 + 12$

$= 24$ மீ

---

10. 20 மீ உயரமுள்ள கட்டடத்தின் உச்சியில் ஒரு விளையாட்டு வீரர் அமர்ந்துகொண்டு தரையிலுள்ள ஒரு பந்தை 60° இறக்கக் கோணத்தில் காண்கிறார் எனில், கட்டட அடிப்பகுதிக்கும் பந்திற்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3}$ = 1.732)



தீர்வு:

கட்டிடத்தின் உயரம் $BC = 20$ மீ என்க.

தரையில் பந்து இருக்கும் இடத்தை A என்க.

$\angle XCA = 60° = \angle CAB$

செங்கோண முக்கோணம் ABCயில்,

$$tan\ \theta = \frac{BC}{AB}$$

$$tan\ 60° = \frac{20}{AB} \quad \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{20}{AB}$$

$$AB = \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

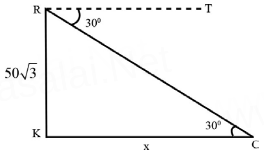
$$AB = \frac{20\sqrt{3}}{3} = \frac{20 \times 1.732}{3}$$

$$= \frac{34.640}{3} = 11.54 \text{ மீ}$$

எனவே கட்டிடத்தின் அடிக்கும் பந்திற்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு = 11.55 மீ

11. $50\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள ஒரு பாறையின் உச்சியிலிருந்து 30° இறக்கக்கோணத்தில் தரையிலுள்ள மகிழுந்து ஒன்று பார்க்கப் படுகிறது எனில், மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க.

தீர்வு: **மே 22**



ΔABC யில்,

$$tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$

$$tan\ 30° = \frac{50\sqrt{3}}{BC}$$

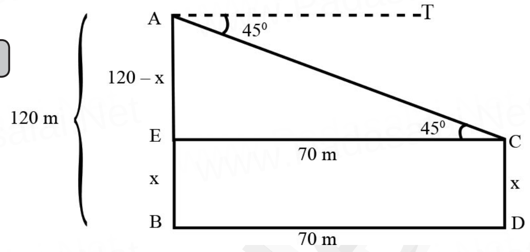
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}}{BC}$$

$$BC = 50\ \sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$= 50\ (3) = 150 \text{ மீ}$$

12. இரண்டு கட்டடங்களுக்கு இடைப்பட்ட கிடைமட்டத் தொலைவு 70 மீ ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து முதல் கட்டடத்தின் உச்சிக்கு உள்ள இறக்கக்கோணம் 45° ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயரம் 120 மீ எனில் முதல் கட்டடத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3}$ = 1.732)

தீர்வு:



CD - முதல் கட்டிடம்

AB - இரண்டாவது கட்டிடம்

படத்திலிருந்து AB = 120 மீ

$EB = CD = x,\ AE = 120 - x,$

$EC = BD = 70$ மீ

ΔACEயில், $tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$

$$tan\ 45° = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow \quad 1 = \frac{120-x}{70}$$

$$\Rightarrow \quad 120 - x = 70 \text{ மீ}$$

$$\therefore x = 50 \text{ மீ}$$

சூத்திரங்கள்

1.	$\sin\theta = \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}}$	$\cos\theta = \frac{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}}$	$\tan\theta = \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$	$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
2.	$\text{cosec}\theta = \frac{\text{கர்ணம்}}{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}$	$\sec\theta = \frac{\text{கர்ணம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$	$\cot\theta = \frac{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}$	$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

	θ°	30°	45°	60°	90°
sin θ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos θ	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan θ	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	வரையறுக்க இயலாது
cosec θ	வரையறுக்க இயலாது	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
sec θ	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	வரையறுக்க இயலாது
cot θ	undefined	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

முற்றொருமை	மாற்று அமைப்புகள்
$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$
$\sec^2\theta + \tan^2\theta = 1$	$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$ $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$
$\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$	$\text{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$ $\cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta - 1$

நிரப்புக் கோணங்களின் முக்கோணவியல் விகிதங்கள்

$\sin(90-\theta) = \cos\theta$	$\cos(90-\theta) = \sin\theta$	$\tan(90-\theta) = \cot\theta$
$\text{cosec}(90-\theta) = \sec\theta$	$\sec(90-\theta) = \text{cosec}\theta$	$\cot(90-\theta) = \tan\theta$

***

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

7 அளவியல்

பயிற்சி 7.5

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. 15 செ.மீ உயரமும் 16 செ.மீ விட்டமும் கொண்ட ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு
அ) 60π ச.செ.மீ ஆ) 68π ச.செ.மீ
இ) 120π ச.செ.மீ ஈ) 136π ச.செ.மீ

2. r அலகுகள் ஆரம் உடைய இரு சம அரைக் கோளங்களின் அடிப்பகுதிகள் இணைக்கப்படும் போது உருவாகும் திண்மத்தின் புறப்பரப்பு **மே 22**
அ) $4\pi r^2$ ச.அ ஆ) $6\pi r^2$ ச.அ
இ) $3\pi r^2$ ச.அ ஈ) $8\pi r^2$ ச.அ

3. ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் சாயுயரம் 13 செ.மீ உடைய நேர்வட்டக் கூம்பின் உயரம் **செப்.21**
அ) 12 செ.மீ ஆ) 10 செ.மீ
இ) 13 செ.மீ ஈ) 5 செ.மீ

4. ஓர் உருளையின் உயரத்தை மாற்றாமல் அதன் ஆரத்தைப் பாதியாகக் கொண்டு புதிய உருளை உருவாக்கப்படுகிறது. புதிய மற்றும் முந்தைய உருளைகளின் கன அளவுகளின் விகிதம் **ஆக.22**
அ) 1 : 2 ஆ) 1 : 4
இ) 1 : 6 ஈ) 1 : 8

5. ஓர் உருளையின் ஆரம் அதன் உயரத்தில் மூன்றில் ஒரு பங்கு எனில், அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பு
அ) $\frac{9\pi h^2}{8}$ ச.அ ஆ) $24\pi h^2$ ச.அ
இ) $\frac{8\pi h^2}{9}$ ச.அ ஈ) $\frac{56\pi h^2}{9}$ ச.அ

6. ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையின் வெளிப்புற மற்றும் உட்புற ஆரங்களின் கூடுதல் 14 செ.மீ மற்றும் அதன் தடிமன் 4 செ.மீ ஆகும். உருளையின் உயரம் 20 செ.மீ எனில், அதனை உருவாக்கப் பயன்பட்ட பொருளின் கனஅளவு
அ) 5600π க.செ.மீ ஆ) 11200π க.செ.மீ
இ) 56π க.செ.மீ ஈ) 3600π க.செ.மீ

7. ஒரு கூம்பின் அடிப்புற ஆரம் மும்மடங்காகவும் உயரம் இரு மடங்காகவும் மாறினால் கனஅளவு எத்தனை மடங்காக மாறும்?
அ) 6 மடங்கு ஆ) 18 மடங்கு
இ) 12 மடங்கு ஈ) மாற்றமில்லை

8. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு அதன் ஆரத்தினுடைய வர்க்கத்தின் ______ மடங்காகும். **செப்.21** **ஆக.22**
அ) π ஆ) 4π
இ) 3π ஈ) 2π

9. x செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு திண்மக் கோளம் அதே ஆரமுள்ள ஒரு கூம்பாக மாற்றப்படுகிறது எனில், கூம்பின் உயரம்
அ) $3x$ செ.மீ ஆ) x செ.மீ
இ) $4x$ செ.மீ ஈ) $2x$ செ.மீ

10. 16 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் இடைக்கண்ட ஆரங்கள் 8 செ.மீ மற்றும் 20 செ.மீ எனில், அதன் கனஅளவு
அ) 3328π செ.மீ^{3} ஆ) 3228π செ.மீ^{3}
இ) 3240π செ.மீ^{3} ஈ) 3340π செ.மீ^{3}

11. கீழ்க்காணும் எந்த இரு உருவங்களை இணைத்தால் ஓர் இறகுபந்தின் வடிவம் கிடைக்கும்?
அ) உருளை மற்றும் கோளம்
ஆ) அரைக்கோளம் மற்றும் கூம்பு
இ) கோளம் மற்றும் கூம்பு
ஈ) கூம்பின் இடைக்கண்டம் மற்றும் அரைக்கோளம்

12. r_1 அலகுகள் ஆரமுள்ள ஒரு கோளப்பந்து உருக்கப்பட்டு r_2 அலகுகள் ஆரமுடைய 8 சமகோள பந்துகளாக ஆக்கப்படுகிறது எனில் $r_1 : r_2$ **செப்.20**
அ) 2 : 1 ஆ) 1 : 2
இ) 4 : 1 ஈ) 1 : 4

13. 1 செ.மீ ஆரமும் 5 செ.மீ உயரமும் கொண்ட ஒரு மர உருளையிலிருந்து அதிகபட்சக் கன அளவு கொண்ட கோளம் வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது எனில், அதன் கனஅளவு (க.செ.மீ-ல்)
அ) $\frac{4}{3}\pi$ ஆ) $\frac{10}{3}\pi$
இ) 5π ஈ) $\frac{20}{3}\pi$

14. இடைக்கண்டத்தை ஒரு பகுதியாகக் கொண்ட ஒரு கூம்பின் உயரம் மற்றும் ஆரம் முறையே h_1 அலகுகள் மற்றும் r_1 அலகுகள் ஆகும். இடைக்கண்டத்தின் உயரம் மற்றும் சிறிய பக்க ஆரம் முறையே h_2 அலகுகள் மற்றும் r_2 அலகுகள் மற்றும் $h_2 : h_1 = 1 : 2$ எனில் $r_2 : r_1$ -ன் மதிப்பு

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

அ) 1 : 3 ஆ) 1 : 2
இ) 2 : 1 ஈ) 3 : 1

15. சமமான விட்டம் மற்றும் உயரம் உடைய ஓர் உருளை, ஒரு கூம்பு மற்றும் ஒரு கோளத்தின் கன அளவுகளின் விகிதம்

அ) 1 : 2 : 3 ஆ) 2 : 1 : 3
இ) 1 : 3 : 2 ஈ) 3 : 1 : 2

2 மதிப்பெண்கள் STAGE 1

1. ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்டச் சாயுயரம் 5 செ.மீ ஆகும். அதன் இரு ஆரங்கள் 4 செ.மீ மற்றும் 1 செ.மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$l = 5$ செ.மீ, $R = 4$ செ.மீ, $r = 1$ செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு

$= \pi (R + r)\, l$ ச.அ

$= \frac{22}{7}(4+1) \times 5$

$= \frac{22 \times 5 \times 5}{7}$

$= \frac{550}{7}$

$= 78.57$ ச.செ.மீ

2. ஓர் உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரங்களின் விகிதம் 5 : 7 ஆகும். அதன் வளைபரப்பு 5500 ச.செ.மீ எனில், உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காண்க. **ஆக.22**

தீர்வு:

$r : h = 5 : 7 \Rightarrow r = 5x$ செ.மீ, $h = 7x$ செ.மீ

வளைபரப்பு $= 5500$ ச.செ.மீ

$2\pi rh = 5500$

$2 \times \frac{22}{7} \times 5x \times 7x = 5500$

$x^2 = \frac{5500}{2 \times 22 \times 5}$

$= 25$

$x = 5$

ஆரம் $= 5 \times 5 = 25$ செ.மீ

உயரம் $= 7 \times 5 = 35$ செ.மீ

3. சம ஆரங்கள் கொண்ட இரு கூம்புகளின் கனஅளவுகள் 3600 க.செ.மீ மற்றும் 5040 க.செ.மீ எனில், உயரங்களின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு: **மே 22**

கனஅளவுகளின் விகிதம்

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h_1 : \frac{1}{3}\pi r^2 h_2$ [∵ ஆரங்கள் சமம்]

$= h_1 : h_2$

$= 3600 : 5040$

$= 360 : 504$

$= 40 : 56$

$= 5 : 7$

4. இரு கோளங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் 4 : 7 எனில், அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு:

இரு கோளங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் = 4 : 7

கோளம்-1ன் ஆரம் $r_1 = 4x$,

கோளம்-2ன் ஆரம் $r_2 = 7x$,

கன அளவுகளின் விகிதம்

$= \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3} = \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{(4x)^3}{(7x)^3} = \frac{4^3 \times x^3}{7^3 \times x^3}$

$= \frac{4^3}{7^3} = \frac{64}{343}$

கன அளவுகளின் விகிதம் 64 : 343

5. ஒரு திண்மக் கோளம் மற்றும் திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு சமமானதாக இருக்குமானால் அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் $3\sqrt{3}$: 4 என நிரூபி.

தீர்வு:

திண்மக் கோளத்தின் மொத்த பரப்பளவு =
திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்த பரப்பளவு

$4\pi R^2 = 3\pi r^2$

$\Rightarrow \therefore \quad \frac{R^2}{r^2} = \frac{3}{4}$

$\therefore \quad \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ கன அளவுகளின் விகிதம்

$= \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{2}{3}\pi r^3} = \frac{2R^3}{r^3} = 2\left[\frac{R}{r}\right]^3 = 2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\right]^3$

$= 2 \times \frac{3\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

∴ கன அளவுகளின் விகிதம் $= 3\sqrt{3} : 4$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

5 மதிப்பெண்கள் **STAGE 1**

1. ஒரு தொழிற்சாலையின் உலோக வாளி, கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் உள்ளது. அதன் மேற்புற, அடிப்புற விட்டங்கள் முறையே 10 மீ மற்றும் 4 மீ ஆகும். அதன் உயரம் 4 மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

மேல்விட்டம் =10 மீ

ஆரம் $R = 5$ மீ

கீழ்விட்டம் = 4 மீ

ஆரம் $r = 2$ மீ, உயரம் $h = 4$ மீ

சாயுயரம் $l = \sqrt{h^2+(R-r)^2}$

$= \sqrt{4^2+(5-2)^2}$

$l = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ மீ

இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு

$= \pi(R+r)l$ ச. அலகுகள்

$= \frac{22}{7}(5+2) \times 5$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 5$

$= 110$ மீ^{2}

இடைக்கண்டத்தின் மொத்தபரப்பு

$= \pi(R+r)l + \pi R^2 + \pi r^2$ ச. அலகுகள்

$= \pi\,[(R+r)l + R^2 + r^2]$

$= \frac{22}{7}[(5+2)5 + 5^2 + 2^2]$

$= \frac{22}{7}(35 + 25 + 4)$

$= \frac{1408}{7} = 201.14$ மீ^{2}

வளைபரப்பு = 110 மீ^{2} மற்றும்

மொத்தபரப்பு = 201.14 மீ^{2}

2. ஒரு மேஜை விளக்கின் வெளிப்புறத்திற்கு (மேல்பகுதியுடன்) மட்டும் வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 1 ச.செ.மீ வர்ணம் பூச ₹ 2 செலவாகுமெனில் விளக்கிற்கு வர்ணம் பூசுவதற்கான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

படத்திலிருந்து

$r = 6$ மீ, $R = 12$ மீ

மற்றும் $h = 8$ மீ

ஆனால், $l = \sqrt{h^2+(R-r)^2}$

$= \sqrt{8^2+6^2}$

$= \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ மீ

$\therefore l = 10$ மீ

மேசை விளக்கின் மொத்த பரப்பு

= மேசை விளக்கின் வளைவு + மேற்பகுதியின் பரப்பு

$= \pi(R+r)l + \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 18 \times 10 + \frac{22}{7} \times 6 \times 6$

$= \frac{22}{7} \times 6\,[30+6] = \frac{22}{7} \times 6 \times 36$

$= 678.86$ மீ^{2}

1 ச.மீ க்கு ஆகும் செலவு ₹ 2

∴ வர்ணம பூச ஆகும் செலவு = 678.86 × 2

= ₹1357.72.

3. உயரம் 16 செ.மீ உடைய ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் அமைந்த கொள்கலன் ஒன்றின் மேற்புறம் திறந்த நிலையில் உள்ளது. கீழ்ப்புற ஆரம் 8 செ.மீ மற்றும் மேற்புற ஆரம் 20 செ.மீ கொண்ட கொள்கலனில் முழுமையாகப் பால் நிரப்பப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை ₹ 40 எனில், நிரப்பப்படும் பாலின் மொத்த விலையைக் காண்க. மே 22

தீர்வு:

$h = 16$ செ.மீ, $r = 8$ செ.மீ, $R = 20$ செ.மீ,

இடைக்கண்டத்தின் கனஅளவு

$= \frac{1}{3}\pi h[R^2 + Rr + r^2]$ க.அ

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16[20^2 + 20(8) + 8^2]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16[400 + 160 + 64]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16 \times 624 = 10459$ செ.மீ^{3}

= 10.459 லிட்டர்

1 லிட்டர் பாலின் விலை = ₹ 40

10.459 லிட்டர் பாலின் விலை

= 10.459 × 40 = ₹ 418.36

4. 45 செ.மீ உயரமுள்ள ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இரு புற ஆரங்கள் முறையே 28 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் கன அளவைக் காண்க. **செப்.21**

தீர்வு:

$h = 45$ செ.மீ, $R = 28$ செ.மீ, $r = 7$ செ.மீ

இடைகண்டத்தின் கனஅளவு

$= \frac{1}{3}\pi h\,[R^2 + Rr + r^2]$ க.அ

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45\,[28^2 + 28 \times 7 + 7^2]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45\,[784 + 196 + 49]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 \times 1029$

$= 22 \times 15 \times 147 = 48510$ செ.மீ^{3}

சூத்திரங்கள்

	வடிவம்	வளைபரப்பு	மொத்தப்பரப்பு	கனஅளவு
1.	**கனம்**	$4a^2$	$6a^2$	a^3
2.	**கனச்செவ்வகம்**	$2\,(l + b)h$	$2\,(lb + bh + lh)$	$l \times b \times h$
3.	**திண்ம உருளை**	$2\pi rh$	$2\pi r\,(h + r)$	$\pi r^2 h$
4.	**உள்ளீடற்ற உருளை**	$2\pi\,(R + r)\,h$	$2\pi\,(R + r)\,(R - r + h)$	$\pi\,(R^2 - r^2)\,h$
5.	**திண்மக் கோளம்**	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
6.	**உள்ளீடற்றக் கோளம்**	$4\pi R^2$	$4\pi\,(R^2 + r^2)$	$\frac{4}{3}\pi\,(R^3 - r^3)$
7.	**அரைக்கோளம்**	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$
8.	**உள்ளீடற்ற அரைக்கோளம்**	$2\pi\,(R^2 + r^2)$	$\pi\,(3R^2 + r^2)$	$\frac{2}{3}\pi\,(R^3 - r^3)$
9.	**திண்மக் கூம்பு**	πrl	$\pi r\,(l + r)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
10.	**இடைக்கண்டம்**	$\pi\,(R + r)\,l$	$\pi\,(R + r)\,l + \pi R^2 + \pi r^2$	$\frac{1}{3}\pi h\,[R^2 + r^2 + Rr]$
11.	**கூம்பின் சாயுயரம்** $l = \sqrt{r^2 + h^2}$	இடைக்கண்டத்தின் சாயுயரம் $l = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$		
12.	**கூம்பின் ஆரம்** $r = \sqrt{l^2 - h^2}$	வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$		
13.	**கூம்பின் உயரம்** $h = \sqrt{l^2 - r^2}$	வட்டத்தின் சுற்றளவு $= 2\pi r$		
	வட்டக்கோணப் பகுதி மற்றும் கூம்பு			
14.	வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு $= \left(\frac{\theta}{360^0} \times \pi R^2\right)$ = கூம்பின் வளைபரப்பு (πrl)			
15.	வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம் $= \left(\frac{\theta}{360^0} \times 2\pi R\right)$ = கூம்பின் அடிச்சுற்றளவு $(2\pi r)$			
16.	வட்டக்கோணப் பகுதியின் ஆரம் (R) = கூம்பின் சாயுயரம்			
	அளவுகள் - மாற்றுதல்			
17.	1 மீ ^{3} = 1000 லிட்டர்	1 டெ.மீ ^{3} = 1 லிட்டர்	1000 செ.மீ ^{3} = 1 லி	1 கி.லி = 1000 லி
18.	1 செ.மீ = 10 மி.மீ	1 மீ = 100 செ.மீ	1 கி.மீ = 1000 மீ	

***

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

8 புள்ளியலும் நிகழ்தகவும்

பயிற்சி 8.5

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது பரவல் அளவை இல்லை?
அ) வீச்சு
ஆ) திட்டவிலக்கம்
இ) கூட்டுச் சராசரி
ஈ) விலக்க வர்க்கச் சராசரி

2. 8, 8, 8, 8, 8, . . . 8 ஆகிய தரவின் வீச்சு
அ) 0 ஆ) 1 இ) 8 ஈ) 3

3. சராசரியிலிருந்து கிடைக்கப் பெற்ற தரவுப் புள்ளிகளுடைய விலக்கங்களின் கூடுதலானது
அ) எப்பொழுதும் மிகை எண்
ஆ) எப்பொழுதும் குறை எண்
இ) பூச்சியம்
ஈ) பூச்சியமற்ற முழுக்கள்

4. 100 தரவுப் புள்ளிகளின் சராசரி 40 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 3 எனில், விலக்கங்களின் வர்க்கக் கூடுதலானது **செப்.20**
அ) 40000 ஆ) 160900
இ) 160000 ஈ) 30000

5. முதல் 20 இயல் எண்களின் விலக்க வர்க்கச் சராசரியானது
அ) 32.25 ஆ) 44.25
இ) 33.25 ஈ) 30

6. ஒரு தரவின் திட்டவிலக்கமானது 3. ஒவ்வொரு மதிப்பையும் 5 -ஆல் பெருக்கினால் கிடைக்கும் புதிய தரவின் விலக்க சராசரியானது
அ) 3 ஆ) 15 இ) 5 ஈ) 225

7. x, y, z ஆகியவற்றின் திட்டவிலக்கம் p -எனில், $3x + 5$, $3y + 5$, $3z + 5$ ஆகியவற்றின் திட்டவிலக்கமானது
அ) $3p + 5$ ஆ) $3p$
இ) $p + 5$ ஈ) $9p + 15$

8. ஒரு தரவின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு முறையே 4 மற்றும் 87.5% எனில் திட்டவிலக்கமானது
அ) 3.5 ஆ) 3 இ) 4.5 ஈ) 2.5

9. கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது தவறானது?
அ) $P(A) > 1$ ஆ) $0 \le P(A) \le 1$
இ) $P(\varphi) = 0$ ஈ) $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

10. p சிவப்பு, q நீல, r பச்சை நிறக் கூழாங்கற்கள் உள்ள ஒரு குடுவையில் இருந்து ஒரு சிவப்பு கூழாங்கல் எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது
அ) $\frac{q}{p+q+r}$ ஆ) $\frac{p}{p+q+r}$
இ) $\frac{p+q}{p+q+r}$ ஈ) $\frac{p+r}{p+q+r}$

11. ஒரு புத்தகத்திலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பக்கம் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பக்க எண்ணின் ஒன்றாம் இட மதிப்பானது 7 -ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவானது **செப்.21** **ஆக.22**
அ) $\frac{3}{10}$ ஆ) $\frac{7}{10}$ இ) $\frac{3}{9}$ ஈ) $\frac{7}{9}$

12. ஒரு நபருக்கு வேலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது $\frac{x}{3}$. வேலை கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{2}{3}$ எனில் x-யின் மதிப்பானது **மே 22**
அ) 2 ஆ) 1 இ) 3 ஈ) 1.5

13. கமலம், குலுக்கல் போட்டியில் கலந்து கொண்டாள். அங்கு மொத்தம் 135 சீட்டுகள் விற்கப்பட்டன. கமலம் வெற்றி பெறுவதற்கான வாய்ப்பு $\frac{1}{9}$, எனில், கமலம் வாங்கிய சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை
அ) 5 ஆ) 10 இ) 15 ஈ) 20

14. ஆங்கில எழுத்துகள் $\{a, b, ..., z\}$ -யிலிருந்து ஓர் எழுத்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்வு செய்யப்படுகிறது. அந்த எழுத்து x-க்கு முந்தைய எழுத்துகளில் ஒன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு **செப்.20**
அ) $\frac{12}{13}$ ஆ) $\frac{1}{13}$ இ) $\frac{23}{26}$ ஈ) $\frac{3}{26}$

15. ஒரு பணப்பையில் ₹2000 நோட்டுகள் 10-ம், ₹500 நோட்டுகள் 15-ம், ₹200 நோட்டுகள் 25-ம் உள்ளன. ஒரு நோட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகின்றது எனில், அந்த நோட்டு ₹500 நோட்டாகவோ அல்லது ₹200 நேட்டாகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?
அ) $\frac{1}{5}$ ஆ) $\frac{3}{10}$ இ) $\frac{2}{3}$ ஈ) $\frac{4}{5}$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

2 மதிப்பெண்கள் STAGE 1

1. கொடுக்கப்பட்ட தரவுப் புள்ளிகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக்கெழு ஆகியவற்றைக் காண்க. 25, 67, 48, 53, 18, 39, 44.

தீர்வு:

மிகப் பெரிய மதிப்பு $L = 67$;

மிகச் சிறிய மதிப்பு $S = 18$

வீச்சு $R = L - S = 67 - 18 = 49$

வீச்சுக்கெழு $= \dfrac{L-S}{L+S}$

வீச்சுக்கெழு $= \dfrac{67-18}{67+18} = \dfrac{49}{85} = 0.576$

2. கொடுக்கப்பட்ட பரவலின் வீச்சு காண்க.

வயது (வருடங்களில்)	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26	26-28
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	0	4	6	8	2	2

தீர்வு:

இங்கு மிகப் பெரிய மதிப்பு $L = 28$

மிகச் சிறிய மதிப்பு $S = 18$

வீச்சு $R = L - S \Rightarrow R = 28 - 18$

$\Rightarrow$ $= 10$ வருடங்கள்

3. ஒரு தரவின் வீச்சு 13.67 மற்றும் மிகப் பெரிய மதிப்பு 70.08 எனில் மிகச் சிறிய மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

வீச்சு, $R = 13.67$

மிகப் பெரிய மதிப்பு $L = 70.08$

வீச்சு, $R = L - S$

$13.67 = 70.08 - S$

$S = 70.08 - 13.67$

$= 56.41$

எனவே, மிகச் சிறிய மதிப்பு 56.41

4. கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழுவைக் காண்க.

(i) 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68 |செப்.20|

(ii) 43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.8

தீர்வு:

i. 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68

$L = 125, S = 63$

வீச்சு, $R = L - S = 125 - 63 = 62$

வீச்சுக்கெழு $= \dfrac{L-S}{L+S}$

$= \dfrac{125-63}{125+63} = \dfrac{62}{188}$

$= 0.33$

ii. 43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.8

$L = 61.4, S = 13.6$

வீச்சு, $R = L - S = 61.4 - 13.6 = 47.8$

வீச்சுக்கெழு $= \dfrac{L-S}{L+S}$

$= \dfrac{47.8}{61.4+13.6} = \dfrac{47.8}{75.0}$

$= 0.64$

5. ஒரு தரவின் வீச்சு மற்றும் மிகச் சிறிய மதிப்பு ஆகியன முறையே 36.8 மற்றும் 13.4 எனில், மிகப்பெரிய மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

வீச்சு, $R = 36.8$

சிறிய மதிப்பு, $S = 13.4$

பெரிய மதிப்பு $L = R + S$

$= 36.8 + 13.4 = 50.2$

6. கொடுக்கப்பட்ட தரவின் வீச்சைக் காண்க.

வருமானம்	400-450	450-500	500-550
ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	8	12	30
வருமானம்	550-600	600-650	
ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	21	6	

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டவை:

பெரிய மதிப்பு, $L = 650$

சிறிய மதிப்பு, $S = 400$

$\therefore$ வீச்சு $= L - S = 650 - 400 = 250$

7. முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம்

$$\sigma = \sqrt{\frac{n^2-1}{12}}$$

$$= \sqrt{\frac{(21)^2-1}{12}} = \sqrt{\frac{441-1}{12}}$$

$$= \sqrt{\frac{440}{12}} = \sqrt{36.66} = 6.05$$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

8. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் 4.5 ஆகும். அதில் இருக்கும் தரவுப் புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 5-ஐ கழிக்க கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் $\sigma = 4.5$,
தரவுப்புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 5ஐ கழிக்க,
கிடைக்கும் புதிய திட்ட விலக்கம் 4.5 ஆகும்.

---

9. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் 3.6 ஆகும். அதன் ஒவ்வொரு புள்ளியையும் 3 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்டவிலக்கம் மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு தரவின் திட்டவிலக்கம் $\sigma = 3.6$
தரவுப்புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 3 ஆல்
வகுக்கும்போது கிடைப்பது $= \frac{3.6}{3} = 1.2$
அதாவது புதிய திட்டவிலக்கம் $= 1.2$
புதிய விலக்க வர்க்க சராசரி $= (1.2)^2$
$\sigma^2 = 1.44$

---

10. தரவின் சராசரியானது 25.6 மற்றும் அதன் மாறுபாட்டுக் கெழுவானது 18.75 எனில், அதன் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

சராசரி $\bar{x} = 25.6$
மாறுபாட்டுக் கெழு $C.V. = 18.75$

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$18.75 = \frac{\sigma}{25.6} \times 100$$

$$\sigma = \frac{18.75 \times 25.6}{100} = 4.8$$

---

11. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் சராசரி ஆகியன முறையே 6.5 மற்றும் 12.5 எனில் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:

மாறுபாட்டுக் கெழு $C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$
தரவின் திட்ட விலக்கம் $\sigma = 6.5$
சராசரி $\bar{x} = 12.5$
மாறுபாட்டுக் கெழு

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{6.5}{12.5} \times 100$$

$$= \frac{6500}{125} = 52\ \%$$

12. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு ஆகியன முறையே 1.2 மற்றும் 25.6 எனில் அதன் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவின் திட்ட விலக்கம் $\sigma = 1.2$
மாறுபாட்டுக் கெழு $CV = 25.6$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$\bar{x} = \frac{\sigma}{C.V} \times 100 = \frac{1.2}{25.6} \times 100 = \frac{1200}{256}$$

$$\bar{x} = 4.7$$

---

13. ஒரு தரவின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு முறையே 15 மற்றும் 48 எனில் அதன் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவின் சராசரி $\bar{x} = 15$
மாறுபாட்டுக் கெழு $C.V. = 48$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

திட்ட விலக்கம் $\sigma = \frac{C.V \times \bar{x}}{100} = \frac{48 \times 15}{100}$

$$= \frac{720}{100} = 7.2$$

---

14. $n = 5$, $\bar{x} = 6$, $\Sigma x^2 = 765$, எனில், மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:

$n = 5,\ \bar{x} = 6,\ \Sigma x^2 = 765$

திட்ட விலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{765}{5} - (6)^2}$$

$$= \sqrt{153 - 36} = \sqrt{117}$$

$$= 10.8$$

மாறுபாட்டுக்கெழு

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{10.8}{6} \times 100$$

$$= \frac{1080}{6} = 180\%$$

---

15. ஒரு பையில் 5 நீல நிறப்பந்துகளும், 4 பச்சை நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. பையிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. எடுக்கப்படும் பந்தானது (i) நீலமாக (ii) நீலமாக இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

மொத்த வாய்ப்புகளின் எண்ணிக்கை

$n(S) = 5 + 4 = 9$

i. A என்பது நீல நிறப்பந்தை பெறுவதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

A நிகழ்வதற்கான வாய்ப்புகளின் எண்ணிக்கை $n(A) = 5$

நீல நிறப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{9}$

ii. $\overline{A}$ ஆனது நீல நிறப்பந்து கிடைக்காமல் இருக்கும் நிகழ்ச்சி, எனவே,

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$

16. இரண்டு நாணயங்கள் ஒன்றாகச் சுண்டப் படுகின்றன. இரண்டு நாணயங்களிலும் வெவ்வேறு முகங்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? **மே 22**

தீர்வு:

இரண்டு நாணயங்கள் சுண்டப்படும்பொழுது அதன் கூறுவெளியானது

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$; $n(S) = 4$

A ஆனது நாணயங்களில் வெவ்வேறு முகங்கள் கொண்ட நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{HT, TH\}$; $n(A) = 2$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

17. ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$

$n(S) = 8$

நிகழ்ச்சி A:

அடுத்தடுத்து பூ விழ நிகழ்ச்சி $= \{HTT, TTH, TTT\}$

$n(A) = 3$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$

18. ஒரு நெட்டாண்டில் (leap year) 53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

S = {ஞாயிறு-திங்கள், திங்கள்-செவ்வாய், செவ்வாய்-புதன், புதன்-வியாழன், வியாழன்-வெள்ளி, வெள்ளி-சனி, சனி-ஞாயிறு}

$n(S) = 7$

A என்பது 53-வது சனிக்கிழமை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

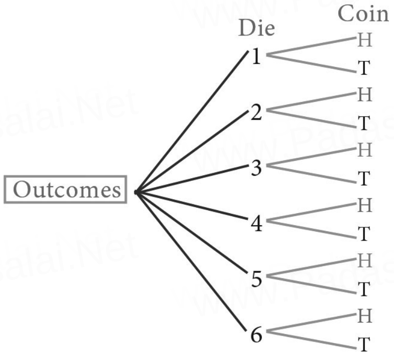
எனவே A = {வெள்ளி-சனி, சனி-ஞாயிறு}

$n(A) = 2$

53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{7}$

19. ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலைக் கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க. **செப்.21**

தீர்வு:



கூறுவெளி

$S = \{1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T\}$

$n(S) = 12$

A ஆனது ஒற்றைப்படை எண் மற்றும் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{1H, 3H, 5H\}$; $n(A) = 3$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

20. $P(A) = 0.37$, $P(B) = 0.42$, $P(A \cap B) = 0.09$ எனில், $P(A \cup B)$ ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$P(A) = 0.37$, $P(B) = 0.42$, $P(A \cap B) = 0.09$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = 0.37 + 0.42 - 0.09 = 0.7$

21. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கும்போது ஓர் இராசா அல்லது ஓர் இராணி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $n(S) = 52$

A = இராசா கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(A) = 4 \qquad P(A) = \frac{4}{52}$

B = இராணி கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(B) = 4 \qquad P(B) = \frac{4}{52}$

இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்பதால், $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\therefore$ எனவே, இராசா சீட்டு அல்லது இராணி சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது

$= \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{2}{13}$

---

22. $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{2}{5}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ எனில் $P(A \cap B)$ காண்க.

தீர்வு:

$P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A \cup B) = \frac{1}{3}$

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$= \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{3}$

$= \frac{10 + 6 - 5}{15}$

$P(A \cap B) = \frac{11}{15}$

---

23. நன்கு கலைத்து அடுக்கிய 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது சிவப்பு இராசாவாக அல்லது கருப்பு இராணியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$n(S) = 52$

A = சிவப்பு இராசா கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(A) = 2 P(A) = \frac{2}{52}$

B = கருப்பு இராணி கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(B) = 2 P(B) = \frac{2}{52}$

சிவப்பு இராசா அல்லது கருப்பு இராணியாக கிடைக்கும் நிகழ்தகவு

$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$= \frac{2}{52} + \frac{2}{52} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

5 மதிப்பெண்கள் STAGE 1

1. முதல் n இயல் எண்களின் சராசரி மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரிகளைக் காண்க.

தீர்வு:

சராசரி $\bar{x} = \frac{\text{தரவுப் புள்ளிகளின் கூடுதல் மதிப்பு}}{\text{தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}$

$= \frac{\Sigma x_i}{n} = \frac{1 + 2 + 3 + ... + n}{n} = \frac{n(n+1)}{2 \times n}$

$\bar{x} = \frac{n+1}{2}$

விலக்க வர்க்கச் சராசரி σ^2

$= \frac{\Sigma x_i^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_i}{n}\right)^2 \left| \begin{array}{l} \Sigma x_i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 \\ (\Sigma x_i)^2 = (1 + 2 + 3 + ... + n)^2 \end{array} \right|$

$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6 \times n} - \left|\frac{n(n+1)}{2 \times n}\right|^2$

$= \frac{n+1}{2}\left[\frac{2n+1}{3} - \frac{n+1}{2}\right]$

$= \frac{n+1}{2}\left[\frac{4n + 2 - 3n - 3}{6}\right]$

விலக்கவர்க்கச் சராசரி

$\sigma^2 = \frac{n+1}{2}\left[\frac{n-1}{6}\right] = \frac{n^2 - 1}{12}$

---

2. இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கிடைக்கப்பெறும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் (i) 4 -க்குச் சமமாக (ii) 10-ஐ விடப் பெரிதாக (iii) 13-ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க. செப்.21

தீர்வு:

இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படும்பொழுது, கூறுவெளியானது

$S = \{ (1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)$
$(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)$
$(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)$
$(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)$
$(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)$
$(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\};$

என இருக்கும். எனவே $n(S) = 36$

i. A ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4-ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}; n(A) = 3$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

ii. B ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 10 -ஐ விட

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

பெரிய எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$; $n(B) = 3$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

iii. C ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 13-ஐ விட குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க. எனவே $C = S$.

ஆகவே, $n(C) = n(S) = 36$

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{36}{36} = 1$

---

3. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட சீட்டுக்கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i) சிவப்பு நிறச் சீட்டு (ii) ஹார்ட் சீட்டு (iii) சிவப்பு நிற இராசா (iv) முக சீட்டு (v) எண் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் கண்டறிக.

தீர்வு:

சீட்டுகளின் வகைகள்	ஸ்பேட் ♠	ஹார்ட் ♥	கிளாவர் ♣	டைமண்ட் ♦
ஒவ்வொரு வகையிலும் உள்ள சீட்டுகள்	A	A	A	A
	2	2	2	2
	3	3	3	3
	4	4	4	4
	5	5	5	5
	6	6	6	6
	7	7	7	7
	8	8	8	8
	9	9	9	9
	10	10	10	10
	J	J	J	J
	Q	Q	Q	Q
	K	K	K	K
ஒவ்வொரு வகையிலும் உள்ள சீட்டுகளின் தொகுப்பு	13	13	13	13

$n(S) = 52$

i. A என்பது சிவப்புச் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(A) = 26$

சிவப்பு சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு,

$P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

ii. B என்பது ஹார்ட் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(B) = 13$

ஹார்ட் சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு,

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

iii. C என்பது சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(C) = 2$

எனவே, சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு,

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

iv. D என்பது முகச்சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. முகச்சீட்டுகளாவன மந்திரி (J), அரசி (Q), மற்றும் இராசா (K).

$n(D) = 4 \times 3 = 12$

முகச்சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான

நிகழ்தகவு, $P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

v. E என்பது எண் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. எண் சீட்டுகளாவன 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 மற்றும் 10.

$n(E) = 4 \times 9 = 36$

எண் சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான

நிகழ்தகவு, $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{36}{52} = \frac{9}{13}$

---

4. படத்தில் காட்டியுள்ள அம்புக்குறி சுழற்றும் விளையாட்டில் 1, 2, 3, …12 என்ற எண்கள் சமவாய்ப்பு முறையில் கிடைக்க வாய்ப்புள்ளது. அம்புக்குறியானது. (i) 7 (ii) பகா எண் (iii) பகு எண் ஆகியவற்றில் நிற்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் கண்டறிக.

தீர்வு:

கூறுவெளி $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

$n(S) = 12$

i. A ஆனது, அம்புக்குறி எண் 7-ல் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க. $n(A)=1$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{12}$

ii. B ஆனது அம்புக்குறி பகா எண்ணில் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$; $n(B) = 5$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{12}$

iii. C அனது அம்புக்குறி பகு எண்ணில் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

$C = \{4, 6, 8, 9, 10, 12\}; n(C) = 6$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

5. ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி A என்க. இங்கு $P(A) : P(\bar{A}) = 17:15$ மற்றும் $n(S) = 640$ எனில் (i) $P(\bar{A})$ (ii) $n(A)$-ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$\frac{P(A)}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15}$$

$$\frac{1-P(\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15}$$

$$15[1-P(\bar{A})] = 17P(\bar{A})$$

$$15-15P(\bar{A}) = 17P(\bar{A})$$

$$15 = 15P(\bar{A}) + 17P(\bar{A})$$

$$32P(\bar{A}) = 15$$

$$P(\bar{A}) = \frac{15}{32}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$= 1-\frac{15}{32}$$

$$= \frac{32 \quad 15}{32} = \frac{17}{32}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$\frac{17}{32} = \frac{n(A)}{640}$$

$$n(A) = \frac{17 \times 640}{32}$$

$$n(A) = 340$$

6. இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன.
(i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க
(ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க
(iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க
(iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1ஆக இருக்க

செப்.20 **ஆக.22**

தீர்வு:

$n(S) = 36$

i. A = இரண்டு பகடையிம் ஒரே முகம் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

$$n(A) = 6; P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

B = முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

ii. $B = \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,1), (3,1), (5,1)\}$

$$n(B) = 6; P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

iii. C = முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$C = \{(1,1), (2,1), (1,2), (1,4), (4,1), (1,6), (6,1), (2,3), (2,5), (3,2), (3,4), (4,3), (5,2), (5,6), (6,5)\}$

$$n(C) = 14; P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

iv. D = முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1ஆக இருக்க நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(D) = 0; P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = 0$$

7. மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன.
(i) அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க
(ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க
(iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க
(iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$

$n(S) = 2\times2\times2 = 8$

i. A = அனைத்தும் தலை கிடைக்கம் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{HHH\} \quad n(A) = 1$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

ii. B = குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$

$$n(B) = 7 \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

iii. C = அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$C = \{TTT, TTH, THT, HTT\}$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

$n(C) = 4 \quad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

iv. D = அதிகபட்சம் இரு பூக்கள் கிடைக்கம் நிகழ்ச்சி என்க.

$D = \{TTH, THT, HTT, HHT, HTH, THH, HHH\}$

$n(D) = 7 \quad P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{7}{8}$

8. ஒரு பையில் 5 சிவப்பு நிறப்பந்துகளும், 6 வெள்ளை நிறப்பந்துகளும், 7 பச்சை நிறப்பந்துகளும், 8 கருப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் பையிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது அந்தப் பந்து
(i) வெள்ளை
(ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு
(iii) வெள்ளையாக இல்லாமல்
(iv) வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க. **ஆக.22**

தீர்வு:

$S = \{5$ சி, 6 வெ, 7 ப, 8 க$\}$

$n(S) = 26$

i. A என்பது வெள்ளை நிற பந்து என்க.

$n(A) = 6; \quad P(A) = \frac{6}{26} = \frac{3}{13}$

ii. B என்பது கருப்பு (அ) சிகப்பு நிற பந்து என்க.

$n(B) = 8 + 5 = 13; P(B) = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$

iii. C என்பது வெள்ளை நிற பந்து இல்லை என்க.

$n(C) = 20; \quad P(C) = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$

iv. D என்பது வெள்ளை அல்லது கருப்பு நிற பந்து என்க.

$n(D) = 12; \quad P(D) = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

9. ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகளும் ஒரு சில குறைபாடுடைய விளக்குகளும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு விளக்கானது குறைபாடுடையதாக இருப்பதற்கான வாய்ப்பு $\frac{3}{8}$ எனில், குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகள் மற்றும் x என்பது குறைபாடுடைய விளக்குகள் என்பதால்

$n(S) = x + 20$

A என்பது குறைபாடுடைய விளக்குகள் எடுக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(A) = x$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{x}{x+20}$

கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தின் படி

$$\frac{x}{x+20} = \frac{3}{8}$$
$$8x = 3x + 60$$
$$5x = 60$$
$$x = 12$$

∴ குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கை = 12

10. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டில், டைமண்ட் சீட்டுகளிலிருந்து இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகளும், ஹார்ட் சீட்டுகளிலிருந்து, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகளும், ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து, மந்திரி மற்றும் இராசா சீட்டுகளும் நீக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து, ஒரு சீட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகிறது. அந்த சீட்டானது (i) க்ளாவர் ஆக (ii) சிவப்பு இராணியாக (iii) கருப்பு இராசாவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

டைமண்ட் சீட்டிலிருந்து இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகளும் ஹார்ட் சீட்டிலிருந்து இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகளும், ஸ்பேடு சீட்டிலிருந்து மந்திரி மற்றும் இராசா சீட்டுகளும் நீக்கப்பட்டால் மீதமுள்ள மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 52 - 6 = 46$

அதாவது $n(S) = 52 - 6 = 46$

i. A = க்ளாவர் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(A) = 13 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{46}$

ii. B = சிவப்பு இராணி கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

சிவப்பு நிற இராணி இரண்டும் நீக்கப்பட்டதால் $n(B) = 0$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{0}{46} = 0$

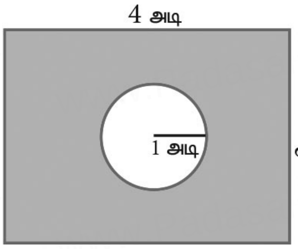
Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

iii. C கருப்பு இராசா கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. ஸ்பேடு சீட்டில் உள்ள ஒரு கருப்பு இராணி நீக்கப்பட்டதால்

$n(C) = 1 \quad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{46}$

---

11. மாணவர்கள் விளையாடும் ஒரு விளையாட்டில் அவர்களால் எறியப்படும் கல்லானது வட்டப்பரிதிக்குள் விழுந்தால் அதை வெற்றியாகவும், வட்டப்பரிதிக்கு வெளியே செவ்வகத்திற்குள் விழுந்தால் அதைத் தோல்வியாகவும் கருதப்படுகிறது. விளையாட்டில் வெற்றி கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? ($\pi = 3.14$)



தீர்வு:

மொத்த பரப்பளவு $= 4 \times 3 = 12$ ச.அ

$\therefore n(S) = 12$

வெற்றி பெறும் பரப்பளவு = வட்டத்தின் பரப்பு

$= \pi r^2 = \pi(1)^2 = \pi = 3.14$ ச.அ

அதாவது $n(A) = 3.14$

$P(\text{வெற்றி பெற}) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3.14}{12}$

$= \frac{314}{1200} = \frac{157}{600}$

---

12. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு ஆகியன முறையே 1.2 மற்றும் 25.6 எனில் அதன் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவின் திட்ட விலக்கம் $\sigma = 1.2$,

மாறுபாட்டுக் கெழு $CV = 25.6$,

$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

$\bar{x} = \frac{\sigma}{C.V} \times 100 = \frac{1.2}{25.6} \times 100 = \frac{1200}{256}$

$\bar{x} = 4.7$

---

13. இரண்டு நுகர்வோர்கள், பிரியா மற்றும் அமுதன் ஒரு குறிப்பிட்ட அங்காடிக்கும், குறிப்பிட்ட வாரத்தில் (திங்கள் முதல் சனி வரை) செல்கிறார்கள். அவர்கள் அங்காடிக்குச் சமவாய்ப்பு முறையில் ஒவ்வொரு நாளும் செல்கிறார்கள். இருவரும் அங்காடிக்கு,

(i) ஒரே நாளில்

(ii) வெவ்வேறு நாட்களில்

(iii) அடுத்தடுத்த நாட்களில் செல்வதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$n(S) = 36$

i. A என்பது இருவரும் ஒரே நாளில் பார்வையிடும் நிகழ்ச்சி என்க.

A = {(தி, தி), (செ, செ), (பு, பு), (வி, வி), (வெ, வெ), (ச, ச)}

$n(A) = 6$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

ii. P(வெவ்வேறு நாட்களில் பார்வையிட)

$= P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

iii. C என்பது அடுத்தடுத்த நாட்களில் பார்வையிடும் நிகழ்ச்சி என்க.

C = {(தி, செ), (செ, பு), (பு, வி), (வி, வெ), (வெ, ச) (செ, தி), (பு, செ), (வி, பு), (வெ, வி), (ச, வெ)}

$n(C) = 10$

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

---

14. ஒரு விளையாட்டிற்கான, நுழைவுக் கட்டணம் ₹ 150. அந்த விளையாட்டில் ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. தனா, ஒரு நுழைவுச் சீட்டு வாங்கினாள். அவ்விளையாட்டில் ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் விழுந்தால் அவள் செலுத்திய நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பக் கிடைத்துவிடும். மூன்று தலைகள் கிடைத்தால் அவளது நுழைவுக் கட்டணம் இரண்டு மடங்காகக் கிடைக்கும். இல்லையென்றால் அவளுக்கு எந்தக் கட்டணமும் திரும்பக் கிடைக்காது. இவ்வாறெனில், (i) இரண்டு மடங்காக (ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற (iii) நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு, ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$

$n(S) = 8$

i. இரண்டு மடங்காக நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற மூன்று தலை பெற வேண்டும்.

A = மூன்று தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

$A = \{HHH\}$

$n(A) = 1$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

ii. நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப் பெற ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் கிடைக்கப் பெற வேண்டும்.

B = ஒன்று அல்லது இரண்டு தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{TTH, THT, HTT, HHT, HTH, THH\}$

$n(B) = 6$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

iii. நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு தலையே விழாமல் இருக்க வேண்டும்.

C = தலையே விழாமல் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$C = \{TTT\}$

$n(C) = 1$

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

---

15. இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. இரண்டு முக மதிப்புகளும் சமமாக இருக்க அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$n(S) = 36$

இரண்டு பகடைகள் ஒன்றாக உருட்டப்படும் பொழுது அதன் கூறுவெளியில் $6 \times 6 = 36$ உறுப்புகள் இருக்கும். எனவே, $n(S) = 36$

A ஆனது இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்புகள் மற்றும் B ஆனது இரண்டு பகடைகளின் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 -ஆக கிடைக்கப்பெறும் நிகழ்ச்சிகள் என்க.

எனவே $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

$B = \{(1,3),(2,2),(3,1)\}$

$\therefore\ A \cap B = \{(2,2)\}$

எனவே $n(A) = 6$, $n(B) = 3$, $n(A \cap B) = 1$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36}$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$

$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$

$\therefore P$ (ஒரே முக மதிப்புகள் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 கிடைக்க) $= P(A \cup B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

எனவே, தேவையான நிகழ்தகவு $\frac{2}{9}$ ஆகும்.

---

16. A மற்றும் B ஆகியவை $P(A) = \frac{1}{4}$ $P(B) = \frac{1}{2}$ மற்றும் $P(A$ மற்றும் $B) = \frac{1}{8}$, என இருக்குமாறு அமையும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $P(A$ அல்லது $B)$

(ii) $P(A$-ம் இல்லை மற்றும் B-ம் இல்லை)

தீர்வு:

i. $P(A$ அல்லது $B) = P(A \cup B)$

$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A$ அல்லது $B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

ii. $P(A$ -ம் இல்லை மற்றும் B-ம் இல்லை)

$= P(\overline{A} \cap \overline{B})$

$= P\left(\overline{A \cup B}\right)$

$= 1 - P(A \cup B)$

$P(A$-ம் இல்லை மற்றும் B-ம் இல்லை)

$= 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

---

17. 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகின்றது. அந்தச் சீட்டு இராசா அல்லது ஹார்ட் அல்லது சிவப்பு நிறச் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை = 52

$n(S) = 52$

A ஆனது இராசா சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$n(A) = 4$; $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52}$

B ஆனது ஹார்ட் சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$n(B) = 13$; $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52}$

C ஆனது சிவப்பு சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$n(C) = 26$; $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{26}{52}$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

$P(A \cap B) = P$(ஹார்ட் மற்றும் இராசா சீட்டு கிடைக்க) $= \frac{1}{52}$

$P(B \cap C) = P$(சிவப்பு நிற ஹார்ட் சீட்டு கிடைக்க) $= \frac{13}{52}$

$P(A \cap C) = P$(சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைக்க) $= \frac{2}{52}$

$P(A \cap B \cap C) = P$(ஹார்ட், இராசா சீட்டு சிவப்பு நிறத்தில் கிடைக்க) $= \frac{1}{52}$

எனவே, தேவையான நிகழ்தகவானது

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} + \frac{26}{52} - \frac{1}{52} - \frac{13}{52} - \frac{2}{52} + \frac{1}{52}$$

$$= \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$$

18. 50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், 28 பேர் NCC-யிலும், 30 பேர் NSS-லும் மற்றும் 18 பேர் NCC மற்றும் NSS-லும் சேர்கிறார்கள். ஒரு மாணவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர்

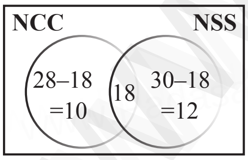
(i) NCC-யில் இருந்து, ஆனால் NSS -ல் இல்லாமல்

(ii) NSS-ல் இருந்து, ஆனால் NCC-யில் இல்லாமல்.

(iii) ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

மே 22

தீர்வு:



மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

$n(S) = 50$

i. A : NCC யில் சேர்ந்து NSS-யில் சேராமல் உள்ள மாணவர்கள்

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

ii. B : NSS-ல் இருந்து NCC-யில் சேராமல் உள்ள மாணவர்கள்

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$$

iii. C : ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருக்கும் மாணவர்கள்

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{(10+12)}{50} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$$

19. இரண்டு பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டப் படுகின்றன. முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப் படை எண் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$S = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)$
$(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)$
$(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)$
$(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)$
$(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)$
$(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

$n(S) = 36$

A = முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப்படை எண் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)$
$(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)$
$(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

$n(A) = 18;\quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36}$

B = முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)\}$

$n(B) = 5;\quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$

$A \cap B = \{(2,6),(4,4),(6,2)\}$

$n(A \cap B) = 3$

$P(A \cap B) = \frac{3}{36}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{18}{36} + \frac{5}{36} - \frac{3}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

20. ஒரு பெட்டியில் 3, 5, 7, 9, ... 35, 37. என்ற எண்கள் குறிக்கப்பட்ட சீட்டுகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் ஒரு சீட்டு ஆனது 7 -ன் மடங்காக அல்லது பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$S = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37\}$

$n(S) = 18$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

A என்பது 7-ன் மடங்காக இருக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{7, 21, 35\}, n(A) = 3$

$P(A) = \frac{3}{18}$

B என்பது பகா எண்ணாக இருக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37\}$

$n(B) = 11; P(B) = \frac{11}{18}$

$A \cap B = \{7\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$

$P(A \cap B) = \frac{1}{18}$

$P(A$ அல்லது B ஆக இருக்க$) = P(A \cup B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{3}{18} + \frac{11}{18} - \frac{1}{18} = \frac{13}{18}$

21. சீரான மூன்று நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. அதிபட்சம் 2 பூக்கள் அல்லது குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$

$n(S) = 8$

A = அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT\}$

$n(A) = 7 \; P(A) = \frac{7}{8}$

B = குறைந்தபட்சம் இரண்டு தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{HHT, HTH, THH, HHH\}$

$n(B) = 4, P(B) = \frac{4}{8}, \; P(A \cap B) = \frac{4}{8}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{7}{8} + \frac{4}{8} - \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$

சூத்திரங்கள்

1.	ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு	$P(A) = \frac{\text{நிகழ்தகவிற்கான சாதகமான வாய்ப்புகள்}}{\text{மொத்த வாய்ப்புகள்}}$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$
2.	உறுதியான நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு	$P(S) = 1$
3.	உறுதியற்ற நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு	$P(\phi) = 0$
4.	நிகழ்தகவின் மதிப்பானது எப்பொழுதும்	0 to 1 (அ) $0 \leq P(A) \leq 1$
5.	இயலா நிகழ்ச்சி	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ $[\because P(A) + P(\bar{A}) = 1]$

****

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

விடைகள்

பாடம் : 1

1. இ	2. இ	3. அ	4. ஆ	5. இ
6. ஈ	7. இ	8. ஆ	9. இ	10. அ
11. அ	12. ஈ	13. இ	14. ஆ	15. ஈ

பாடம் : 2

1. இ	2. அ	3. ஆ	4. இ	5. ஈ
6. அ	7. ஈ	8. இ	9. அ	10. இ
11. இ	12. ஈ	13. ஆ	14. ஆ	15. இ

பாடம் : 3

1. ஈ	2. அ	3. ஆ	4. அ	5. ஆ
6. இ	7. ஈ	8. ஆ	9. இ	10. இ
11. ஆ	12. அ	13. ஆ	14. ஈ	15. ஆ
16. ஆ	17. ஈ	18. ஆ	19. இ	20. அ

பாடம் : 4

1. இ	2. ஆ	3. ஈ	4. அ	5. ஈ
6. அ	7. ஆ	8. இ	9. அ	10. ஈ
11. ஆ	12. ஆ	13. ஆ	14. ஈ	15. அ

பாடம் : 5

1. ஆ	2. அ	3. ஆ	4. இ	5. இ
6. ஈ	7. ஆ	8. ஆ	9. அ	10. இ
11. இ	12. அ	13. ஆ	14. ஆ	15. ஆ

பாடம் : 6

1. ஆ	2. ஈ	3. ஆ	4. அ	5. ஆ
6. ஆ	7. அ	8. இ	9. ஆ	10. ஈ
11. ஆ	12. ஆ	13. ஈ	14. ஆ	15. அ

பாடம் : 7

1. ஈ	2. அ	3. அ	4. ஆ	5. இ
6. ஆ	7. ஆ	8. இ	9. இ	10. அ
11. ஈ	12. அ	13. அ	14. ஆ	15. ஈ

பாடம் : 8

1. இ	2. அ	3. இ	4. ஆ	அ
6. ஈ	7. ஆ	8. அ	9. அ	10. ஆ
11. ஆ	12. ஆ	13. இ	14. இ	15. ஈ

***

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

அரசு வினாத்தாள் செப்டம்பர் 2020

வகுப்பு: 10 கணிதம்

கால அளவு : 15 நிமிடம் + 3 மணி மதிப்பெண்கள் : 100

அறிவுரை:

1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின் அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாக தெரிவிக்கவும்.
2) நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

குறிப்பு: i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். **14×1=14**

ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

1. A = {1, 2}, B = {1, 2, 3, 4}, C = {5, 6} மற்றும் D = {5, 6, 7, 8} எனில் கீழே கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது சரியான கூற்று?

1) $(A\times C)\subset(B\times D)$ 2) $(B\times D)\subset(A\times C)$ 3) $(A\times B)\subset(A\times D)$ 4) $(D\times A)\subset(B\times A)$

2. $f(x) = x^2 - x$ எனில், $f(x-1) - f(x+1) =$

1) $4x$ 2) $2-2x$ 3) $2-4x$ 4) $4x-2$

3. யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, எந்த மிகை முழுவின் கனத்தையும் 9-ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகள்

1) 0, 1, 8 2) 1, 4, 8 3) 0, 1, 3 4) 1, 3, 5

4. $A = 2^{65}$ மற்றும் $B = 2^{64} + 2^{63} + 2^{62} + \ldots\ldots + 2^0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பின்வருவனவற்றில் எது உண்மை?

1) B ஆனது A– ஐ விட 2^{64} அதிகம் 2) A மற்றும் B சமம்
3) B ஆனது A– ஐ விட 1 அதிகம் 4) A ஆனது B– ஐ விட 1 அதிகம்

5. $\dfrac{a^2}{a^2-b^2}+\dfrac{b^2}{b^2-a^2}$ -ன் மதிப்பு

1) $a-b$ 2) $a+b$ 3) a^2-b^2 4) 1

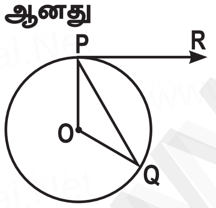
6. ஒரு நிரல் அணியின், நிரை நிரல் மாற்று அணி

1) அலகு அணி 2) மூலைவிட்ட அணி 3) நிரல் அணி 4) நிரை அணி

7. ΔLMN–ல் $\angle L = 60°$, $\angle M = 50°$ மேலும் $\Delta LMN \sim \Delta PQR$ எனில் $\angle R$–ன் மதிப்பு

1) 40° 2) 70° 3) 30° 4) 110°

8. படத்தில் உள்ளவாறு O–வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் P–ல் தொடுகோடு PR எனில், $\angle POQ$ ஆனது



1) 120°
2) 100°
3) 110°
4) 90°

9. $x = 11$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடானது

1) x–அச்சுக்கு இணை 2) y–அச்சுக்கு இணை
3) ஆதிப்புள்ளி வழிச்செல்லும் 4) (0, 11) என்ற புள்ளி வழிச்செல்லும்

10. $\tan\theta + \cot\theta = 2$ எனில் $\tan^2\theta + \cot^2\theta$-ன் மதிப்பு

1) 0 2) 1 3) 2 4) 4

11. 24 செ.மீ உயரமும், 6 செ.மீ ஆரமும் உடைய களிமண்ணினால் செய்யப்பட்ட ஒரு கூம்பினை ஒரு சிறுமி கோளமாக மாற்றினால், கோளத்தின் ஆரம்

1) 24 செ.மீ 2) 12 செ.மீ 3) 6 செ.மீ 4) 48 செ.மீ

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

12. r_1 அலகுகள் ஆரமுள்ள ஒரு கோளப்பந்து உருக்கப்பட்டு r_2 அலகுகள் ஆரமுடைய 8-சம கோள பந்துகளாக ஆக்கப்படுகிறது எனில் $r_1:r_2$

1) 2 : 1 2) 1 : 2 3) 4 : 1 4) 1 : 4

13. 100 தரவுப் புள்ளிகளின் சராசரி 40 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 3 எனில் விலக்கங்களின் வர்க்கக் கூடுதலானது

1) 40000 2) 160900 3) 160000 4) 30000

14. ஆங்கில எழுத்துக்கள் {a, b, c, ..., z} யிலிருந்து ஓர் எழுத்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்வு செய்யப்படுகிறது. அந்த எழுத்து 4-க்கு முந்தைய எழுத்துக்களில் ஒன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

1) $\frac{12}{13}$ 2) $\frac{1}{13}$ 3) $\frac{23}{26}$ 4) $\frac{3}{26}$

பகுதி - II

குறிப்பு: எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க. வினா எண் 28-க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். 10×2=20

15. A×B = {(3, 2) (3, 4) (5, 2) (5, 4)} எனில், A மற்றும் B–ஐ காண்க.
16. $f : N \to N$ என்ற சார்பு $f(m) = m^2+m+3$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு எனக் காட்டுக.
17. m மற்றும் n இயல் எண்கள் எனில், எந்த m– ன் மதிப்புகளுக்கு $2^n \times 5^m$ என்ற எண் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்?
18. ஒரு தொடர் வரிசையின் பொது உறுப்பு $a_n = \begin{cases} n^2; & n \text{ ஒரு ஒற்றை எண்} \\ \frac{n^2}{2}; & n \text{ ஒரு இரட்டை எண்} \end{cases}$ எனில் 3-வது மற்றும் 4–வது உறுப்புகளைக் காண்க.
19. $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 10^2$– ன் மதிப்பு காண்க. இதிலிருந்து $2^2 + 4^2 + 6^2 + ... + 20^2$-ன் மதிப்பு காண்க.
20. $9x^2 + 3kx + 4 = 0$ என்ற இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில் k-ன் மதிப்பு காண்க.
21. $A = \begin{pmatrix} \sqrt{7} & -3 \\ -\sqrt{5} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix}$ எனில் –A-யின் நிரைநிரல் மாற்று அணியைக் காண்க.
22. பின்வருவனவற்றில் ΔABC-யில் AD ஆனது, ∠Aயின் இருசமவெட்டி ஆகுமா என சோதிக்கவும். AB = 5 செ.மீ, AC = 10 செ.மீ, BD = 1.5 செ.மீ. மற்றும் CD = 3.5 செ.மீ,
23. (14, 10) மற்றும் (14, –6) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.
24. நிரூபிக்கவும்: $\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = \sec\theta + \tan\theta$
25. ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 154 ச.மீ எனில் அதன் விட்டம் காண்க.
26. ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு 1386 ச.மீ எனில் அதன் புறப்பரப்பினைக் காண்க.
27. கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழுவைக் காண்க. 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68.
28. ஒரு உள்ளீடற்ற உருளையின் உயரம், உட்புற மற்றும் வெளிப்புற ஆரங்கள் முறையே 9 செ.மீ, 3 செ.மீ, மற்றும் 5 செ.மீ, ஆகும். உருளையை உருவாக்கத் தேவைப்படும் இரும்பின் கன அளவினைக் காண்க.

பகுதி - III

குறிப்பு: எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க. வினா எண் 42-க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். 10×5=50

29. A என்பது 8-ஐ விட குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விட குறைவான பகா எண்களின் கணம், மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ சரிபார்க்கவும்.
30. A = {1, 2, 3, 4} மற்றும் B = {2, 5, 8, 11, 14} என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f : A \to B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினை i) அம்புக்குறிபடம் ii) அட்டவணை iii) வரிசை சோடிகளின் கணம் iv) வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிக்கவும்.
31. 100- க்கும் 1000- க்கும் இடையே 11-ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.
32. தீர்க்க: $6x + 2y - 5z = 13;\ 3x + 3y - 2z = 13;\ 7x + 5y - 3z = 26$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

33. பின்வரும் பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க. $x^4 + 3x^3 - x - 3,\ x^3 + x^2 - 5x + 3$

34. $\frac{x^2}{y^2} - \frac{10x}{y} + 27 - \frac{10y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$ என்ற கோவையின் வர்க்கமூலம் காண்க.

35. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T.A^T$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

36. கோண இருசமவெட்டி தேற்றத்தினை எழுதி நிறுவுக.

37. $(-4, -2), (-3, k), (3, -2)$ மற்றும் $(2, 3)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பளவு 28 ச.அலகுகள் எனில் k-யின் மதிப்பு காண்க.

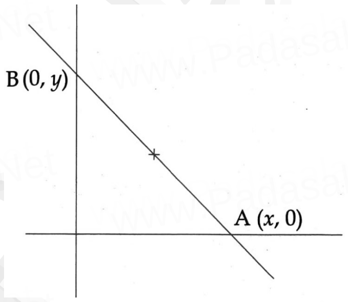
38. 60 மீ. உயரமுள்ள கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து செங்குத்தாக உள்ள ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் இறக்கக் கோணங்கள் முறையே 38° மற்றும் 60° எனில், விளக்குக் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\tan 38° = 0.7813$, $\sqrt{3} = 1.732$)

39. விட்டம் 20 செ.மீ உள்ள ஓர் உருளை வடிவக் கண்ணாடி குவளையில் 9 செ.மீ உயரத்திற்கு நீர் உள்ளது. ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் உயரம் 4 செ.மீ உடைய ஓர் சிறிய உலோக உருளை நீரில் முழுமையாக மூழ்கும் போது ஏற்படும் நீரின் உயர்வைக் கணக்கிடுக.

40. 7 போட்டிகளில் ஒரு கிரிக்கெட் வீரர் எடுத்த ஓட்டங்கள் முறையே 70, 80, 60, 50, 40, 90, 95. திட்ட விலக்கம் காண்க.

41. இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகிறது.
   i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முகமதிப்பு கிடைக்க,
   ii) முகமதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க,
   iii) முகமதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க,
   iv) முகமதிப்புகளின் கூடுதல் 1-ஆக இருக்க,
   ஆகிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

42. AB என்ற நேர்க்கோடு ஆய அச்சுகளை A மற்றும் B புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. AB-ன் நடுப்புள்ளி (2, 3) எனில் AB-ன் சமன்பாட்டினைக் காண்க.



பகுதி - IV

குறிப்பு: அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். **2×8=16**

43. அ) கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ABC–யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{6}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{6}{5}$)

(அல்லது)

ஆ) 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 10 செ.மீ தொலைவிலுள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரையவும். மேலும் தொடுகோடுகளின் நீளங்களைக் கணக்கிடுக.

44. அ) $x^2 - 8x + 16 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைந்து தீர்வின் தன்மையைக் கூறுக.

(அல்லது)

ஆ) ஒரு துணிக்கடையானது தனது வாடிக்கையாளர்களுக்கு வாங்கும் ஒவ்வொரு பொருளின் மீதும் 50% தள்ளுபடியை அறிவிக்கிறது. குறித்த விலைக்கும் தள்ளுபடிக்குமான வரைபடம் வரைக. மேலும்,
   i) வரைபடத்திலிருந்து ஒரு வாடிக்கையாளர் ₹ 3250 ஐ தள்ளுபடியாகப் பெற்றால் குறித்த விலையைக் காண்க.
   ii) குறித்த விலையானது ₹ 2500 எனில், தள்ளுபடியைக் காண்க.

★★★

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

STAGE - II

அலகு	பாடத் தலைப்பு	பக்க எண்
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	102
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	106
3	இயற்கணிதம்	112
4	வடிவியல்	124
5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	130
6	முக்கோணவில்	141
7	அளவியல்	144
8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	148

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

1 உறவுகளும் சார்புகளும்

2 மதிப்பெண்கள் STAGE 2

1. $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = 2x + k$ மற்றும் $fog = gof$, எனில், k யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$f(x) = 3x - 2$ $\quad$ $g(x) = 2x + k$

$fog = f[g(x)]$ $\quad$ $gof = g[f(x)]$

$= f[2x + k)]$ $\quad$ $gof = g[3x - 2]$

$= 3(2x + k) - 2$ $\quad$ $= 2(3x - 2) + k$

$= 6x + 3k - 2$ $\quad$ $= 6x - 4 + k$

$fog = gof \Rightarrow 6x + 3k - 2 = 6x - 4 + k$

$\Rightarrow 3k - k = -4 + 2 \Rightarrow 2k = -2 \Rightarrow k = -1$

2. $fof(k) = 5$, $f(k) = 2k - 1$ எனில், k-யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} fof(k) &= 5 \\ fo(2k-1) &= 5 \\ (2x-1)\text{ o }(2k-1) &= 5 \\ 2(2k-1)-1 &= 5 \\ 4k-2 &= 5+1 \\ 4k-2 &= 6 \\ 4k &= 8 \\ k &= 2 \end{aligned}$$

3. கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள f மற்றும் g எனும் சார்புகளைப் பயன்படுத்தி fog மற்றும் gof-ஐக் காண்க. $fog = gof$ என்பது சரியா சோதிக்க.

(i) $f(x) = x - 6$, $g(x) = x^2$

(ii) $f(x) = \frac{2}{x}$, $g(x) = 2x^2 - 1$

(iii) $f(x) = \frac{x+6}{3}$, $g(x) = 3 - x$

(iv) $f(x) = 3 + x$, $g(x) = x - 4$

(v) $f(x) = 4x^2 - 1$, $g(x) = 1 + x$

தீர்வு:

i) $f(x) = x - 6$, $g(x) = x^2$

$(f\text{ o }g)(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 - 6$

$(g\text{ o }f)(x) = g(f(x)) = g(x - 6)$

$= (x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$

$\therefore fog \neq gof$

மாற்று முறை:

$f\text{ o }g = (x - 6)\text{ o }(x^2) = x^2 - 6$

$g\text{ o }f = x^2\text{ o }(x - 6) = (x - 6)^2$

$\therefore fog \neq gof$

இதே போல் மற்ற கணக்குகளையும் செய்து பார்க்கலாம்.

ii) $f(x) = \frac{2}{x}$, $g(x) = 2x^2 - 1$

$(fog)(x) = f(g(x)) = f(2x^2 - 1) = \frac{2}{2x^2 - 1}$

$(gof)(x) = g(f(x))$

$= g\left(\frac{2}{x}\right) = 2\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 1$

$= 2\left(\frac{4}{x^2} - 1\right) = \frac{8}{x^2} - 2$

$\therefore fog \neq gof$

iii) $f(x) = \frac{x+6}{3}$, $g(x) = 3 - x$

$(fog)(x) = f(g(x)) = f(3 - x) = \frac{(3-x)+6}{3}$

$= \frac{9-x}{3}$

$(gof)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+6}{3}\right)$

$= 3 - \frac{x+6}{3} = \frac{9-x-3}{3} = \frac{6-x}{3}$

$\therefore fog \neq gof$

iv) $f(x) = 3 + x$, $g(x) = x - 4$

$(fog)(x) = f(g(x)) = f(x - 4)$

$= 3 + (x - 4) = x - 1$

$(gof)(x) = g(f(x)) = g(3 + x)$

$= 3 + x - 4 = x - 1$

$\therefore fog = gof$

v) $f(x) = 4x^2 - 1$, $g(x) = 1 + x$

$(fog)(x) = f(g(x))$

$= f(1 + x)$

$= 4(1 + x^2 + 2x) - 1$

$= 4x^2 + 8x + 3$

$(gof)(x) = g(f(x))$

$= g(4x^2 - 1)$

$= 1 + 4x^2 - 1$

$= 4x^2$

$\therefore fog \neq gof$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

4. $fog = gof$ எனில் k-யின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $f(x) = 3x + 2,\ g(x) = 6x - k$

(ii) $f(x) = 2x - k,\ g(x) = 4x + 5$

தீர்வு:

i) $f(x) = 3x + 2 \quad g(x) = 6x - k$

$$\begin{aligned} (3x+2) \text{ o } (6x-k) &= (6x-k) \text{ o } (3x+2) \\ 3(6x-k)+2 &= 6(3x+2)-k \\ 18x - 3k + 2 &= 18x + 12 - k \\ -3k + k &= 12 - 2 \\ -2k &= 10 \\ k &= \frac{-10}{2} \\ k &= -5 \end{aligned}$$

ii) $f(x) = 2x - k \quad g(x) = 4x + 5$

$$\begin{aligned} fog &= gof \\ (2x-k) \text{ o } (4x+5) &= (4x+5) \text{ o } (2x-k) \\ 2(4x+5)-k &= 4(2x-k)+5 \\ 8x + 10 - k &= 8x - 4k + 5 \\ -k + 4k &= 5 - 10 \\ 3k &= -5 \\ k &= \frac{-5}{3} \end{aligned}$$

5. $f(x) = 2x - 1,\ g(x) = \frac{x+1}{2}$ எனில், $fog = gof = x$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} fog &= gof \\ (2x-1) \text{ o } \left(\frac{x+1}{2}\right) &= \left(\frac{x+1}{2}\right) \text{ o } (2x-1) \\ 2 = \left(\frac{x+1}{2}\right) - 1 &= \frac{2x - 1 + 1}{2} \\ x + 1 - 1 &= \frac{2x}{2} \\ x &= x \end{aligned}$$

$\therefore fog = gof = x$

சரிபார்க்கப்பட்டது.

6. $f(x) = x^2 - 1,\ g(x) = x - 2$ மற்றும் $gof(a) = 1$ எனில், a-ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} g \text{ o } f &= 1 \\ (x-2) \text{ o } (a^2-1) &= 1 \\ a^2 - 1 - 2 &= 1 \\ a^3 - 3 &= 1 \\ a^2 &= 4 \\ \therefore \quad a &= \pm 2 \end{aligned}$$

5 மதிப்பெண்கள் **STAGE 2**

1. சார்பு $f: R \to R$ ஆனது

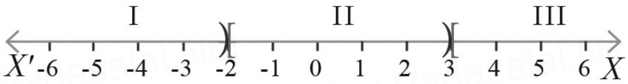
$$f(x) = \begin{cases} 2x+7; & x < -2 \\ x^2 - 2; & -2 \le x < 3 \\ 3x - 2; & x \ge 3 \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்பட்டால்

(i) $f(4)$ (ii) $f(-2)$ (iii) $f(4) + 2f(1)$

(iv) $\frac{f(1) - 3f(4)}{f(-3)}$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:



$f(x) = 2x+7 \qquad f(x) = x^2-2 \qquad f(x) = 3x-2$

அருகில் காட்டியுள்ளபடி சார்பு f ஆனது I, II, III என்ற இடைவெளிகளில் வரையறுக்கப் படுகிறது.

$x = a$ என்ற கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பிற்கு a இருக்கும் இடைவெளியைக் கண்டுபிடித்து, அந்த இடைவெளியில் $f(a)$-ஐக் காண வேண்டும்.

i. $x = 4$ ஆனது மூன்றாவது இடைவெளியில் உள்ளதை நாம் காணலாம்.
இங்கு, $f(x) = 3x - 2; f(4) = 3(4) - 2 = 10$

ii. $x = -2$ ஆனது இரண்டாவது இடைவெளியில் உள்ளதை நாம் காணலாம்.
எனவே, $f(x) = x^2 - 2; f(-2) = (-2)^2 - 2 = 2$

iii. (i)-லிருந்து, $f(4) = 10$. $f(1)$-ன் மதிப்பைக் காண, $x = 1$ ஆனது இரண்டாவது இடைவெளியில் உள்ளது. ஆகையினால் $f(x) = x^2 - 2$ லிருந்து, $f(1) = 1^2 - 2 = -1$
எனவே, $f(4) + 2f(1) = 10 + 2(-1) = 8$

iv. $f(1) = -1, f(4) = 10$. எனக் கண்டோம். $f(-3)$ -யைக் காண $x = -3$ ஆனது ஒன்றாவது இடைவெளியில் உள்ளதைக் காணலாம். ஆகையினால் $f(x) = 2x + 7$,
எனவே, $f(-3) = 2(-3) + 7 = 1$

எனவே, $\frac{f(1) - 3f(4)}{f(-3)} = \frac{-1 - 3(10)}{1} = -31$

2. f என்ற சார்பானது

$$f(x) = \begin{cases} x+2; & x > 1 \\ 2; & -1 \le x \le 1 \\ x - 1 & -3 < x < -1 \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்பட்டால்

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

(i) $f(3)$ (ii) $f(0)$ (iii) $f(-1\ 5)$ (iv) $f(2)+f(-2)$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

i. $f(3) = x + 2 = 3 + 2 = 5$

ii. $f(0) = 2$

iii. $f(-1.5) = x - 1 = -1.5 - 1 = -2.5$

iv. $f(2) + f(-2)$

$= [x + 2] + [x - 1]$

$= [2 + 2] + [-2 - 1] = 4 + [-3] = 4 - 3 = 1$

---

3. $f : [-5, 9] \to R$ என்ற சார்பானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது

$$f(x) = \begin{cases} 6x+1; & -5 \le x < 2 \\ 5x^2-1; & 2 \le x < 6 \\ 3x-4; & 6 \le x \le 9 \end{cases}$$ **என**

வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், பின்வருவனற்றைக் காண்க.

(i) $f(-3)+f(2)$ (ii) $f(7)-f(1)$

(iii) $2f(4)+f(8)$ (iv) $\dfrac{2f(-2)-f(6)}{f(4)+f(-2)}$

தீர்வு:

i. $f(-3) + f(2)$

$= [6x + 1] + [5x^2 - 1]$

$= [6(-3) + 1] + [5(2)^2 - 1]$

$= [-18 + 1] + [5(4) -1] = -17 + [20 - 1]$

$= -17 + 19 = 2$

ii. $f(7) - f(1)$

$= [3x - 4] - [6x + 1]$

$= [3(7) - 4] - [6(1) + 1]$

$= [21 - 4] - [6 + 1] = 17 - 7 = 10$

iii. $2f(4) + f(8)$

$= 2[5x^2 - 1] + [3x - 4]$

$= 2[5(4)^2 - 1] + [3(8) - 4]$

$= 2[5(16) -1] + [24 - 4]$

$= 2[80 - 1] + [20] = 2[79] + 20$

$= 158 + 20 = 178$

iv. $\dfrac{2f(-2)-f(6)}{f(4)+f(-2)}$

$= \dfrac{2[6x+1]-[3x-4]}{[5x^2-1]+[6x+1]}$

$= \dfrac{2[6(-2)+1]-[3(6)-4]}{[5(4)^2-1]+[6(-2)+1]}$

$= \dfrac{2[-12+1]-[18-4]}{[5(16)-1]+[-12+1]}$

$= \dfrac{2[-11]-[14]}{[80-1]+[-11]}$

$= \dfrac{-22-14}{79-11} = \dfrac{-36}{68} = \dfrac{-9}{17}$

---

4. புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக t வினாடிகளில் ஒரு பொருள் கடக்கும் தூரமானது $S(t) = \frac{1}{2}gt + at + b$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள் (g ஆனது புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக ஏற்படும் முடுக்கம்) $S(t)$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகுமா என ஆராய்க.

தீர்வு:

$s(t) = \frac{1}{2}gt^2 + at + b$

$s(t)$ என்பது 1 - 1 ஆன சார்பு என நிரூபிக்க வேண்டியிருப்பதால்

$s(t_1) = s(t_2)$

$\frac{1}{2}gt_1^2 + at_1 + b = \frac{1}{2}gt_2^2 + at_2 + b$

$\frac{1}{2}gt_1^2 + at_1 + b - \frac{1}{2}gt_2^2 - at_2 - b = 0$

$\frac{1}{2}g(t_1^2 - t_2^2) + a(t_1 - t_2) = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}g[(t_1 - t_2)(t_1 + t_2) + a(t_1 - t_2)] = 0$

$(t_1 - t_2)[\frac{1}{2}g(t_1 + t_2) + a] = 0$

$\Rightarrow t_1 - t_2 = 0$

$[\because \frac{1}{2}g[(t_1 + t_2) + a \neq 0]$

$t_1 = t_2$

$\therefore s(t)$ என்பது 1 - 1 ஆன சார்பாகும்.

---

5. 't' என்ற சார்பானது செல்சியஸில் (C) உள்ள வெப்பநிலையையும், பாரன்ஹீட்டில் (F) உள்ள வெப்பநிலையையும் இணைக்கும் சார்பாகும். மேலும் அது $t(C) = F$ என வரையறுக்கப்பட்டால், (இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$).

(i) $t(0)$ (ii) $t(28)$ (iii) $t(-10)$

(iv) $t(C) = 212$ ஆக இருக்கும்போது C-ன் மதிப்பு

(v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் இருக்கும்போது வெப்பநிலை ஆகியவற்றைக் கண்டறிக.

தீர்வு:

$t(c) = F = \frac{9}{5}C + 32$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

i. $t(0) = \frac{9}{5}(0) + 32 = 32°F$

ii. $t(28) = \frac{9}{5}(28) + 32 = 50.4 + 32 = 82.4°F$

iii. $t(-10) = \frac{9}{5}(-10) + 32 = -18 + 32 = 14°F$

iv. $t(c) = 212$ ஆக இருக்கும்பொழுது

$$212 = \frac{9}{5}C + 32 \Rightarrow \frac{9}{5}C + 32 = 212$$

$$\frac{9}{5}C = 212 - 32 \Rightarrow \frac{9}{5}C = 180$$

$$\Rightarrow \quad C = 180 \times \frac{5}{9} = 100°C$$

v. செல்சியஸ் மதிப்பு = பாரன்ஹீட் மதிப்பு

$$C = \frac{9}{5}C + 32 \Rightarrow 5C = 9C + 160$$

$$\Rightarrow 9C - 5C = -160 \Rightarrow 4C = -160$$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{-160}{4} = -40°$$

---

6. $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 1 - 2x$ மற்றும் $h(x) = 3x$ எனில் $fo(goh) = (fog)oh$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 1 - 2x$, $h(x) = 3x$

இப்பொழுது, $(fog)(x) = f(g(x))$

$= f(1 - 2x)$

$= 2(1 - 2x) + 3$

$= 2 - 4x + 3$

$= 5 - 4x$

மேலும் $(fog) \text{ o } h(x) = (fog)(h(x)) = (fog)(3x)$

$= 5 - 4(3x)$

$= 5 - 12x$ ---- (1)

$(goh)(x) = g(h(x)) = g(3x) = 1 - 2(3x)$

$= 1 - 6x$

மேலும் $fo(goh)(x) = f(1 - 6x)$

$= 2(1 - 6x) + 3$

$= 2 - 12x + 3$

$= 5 - 12x$ ---- (2)

(1) மற்றும் (2) -லிருந்து நமக்குக் கிடைப்பது,

$(fog)oh = fo(goh)$

---

7. $f(x) = 3x + 1$ $g(x) = x + 3$ ஆகியவை இரு சார்புகள். மேலும் $gff(x) = fgg(x)$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$gff(x) = g[f\{f(x)\}] = g[f(3x + 1)]$

$= g[3(3x + 1) + 1] = g(9x + 4)$

$g(9x+4) = [(9x + 4) + 3] = 9x + 7$

$fgg(x) = f[g\{g(x)\}] = f[g(x+3)]$

$= f[(x+3) + 3] = f(x + 6)$

$f(x+6) = [3(x+6) + 1] = 3x + 19$

$gff(x) = fgg(x)$

எனவே $9x + 7 = 3x + 19$

$9x - 3x = 12 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x = 3$

---

8. கொடுக்கப்பட்ட $f(x), g(x), h(x)$ ஆகியவற்றைக் கொண்டு $(fog)oh = fo(goh)$ எனக் காட்டுக.

(i) $f(x) = x - 1$, $g(x) = 3x + 1$ மற்றும் $h(x) = x^2$

(ii) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x$ மற்றும் $h(x) = x + 4$

(iii) $f(x) = x - 4$, $g(x) = x^2$ மற்றும் $h(x) = 3x - 5$

தீர்வு:

i. $(fog)oh = fo(goh)$

$[(x-1) \text{ o } (3x+1)] \text{ o } x^2 = (x-1) \text{ o } [(3x+1) \text{ o } x^2]$

$[3x + 1 - 1] \text{ o } x^2 = (x - 1) \text{ o } [3x^2 + 1]$

$[3x] \text{ o } x^2 = 3x^2 + 1 - 1$

$3x^2 = 3x^2$

$(fog)oh = fo(goh)$

சரிபார்க்கப்பட்டது.

---

ii. $(fog)oh = fo(goh)$

$[(x-4) \text{ o } x^2] \text{ o } (3x-5) = (x-4) \text{ o } [x^2 \text{o } (3x-5)]$

$[x^2 - 4] \text{ o } [3x - 5] = (x - 4) \text{ o } [(3x - 5)^2]$

$[3x - 5]^2 - 4 = [3x - 5]^2 - 4$

$[\because (a-b)2 = a2 - 2ab + b2]$

$(fog)oh = fo(goh)$

சரிபார்க்கப்பட்டது.

---

iii. $(fog)oh = fo(goh)$

$[(x^2 \text{ o } 2x] \text{ o } (x + 4) = (x^2 \text{ o } [2x \text{ o } (x + 4)]$

$[2x]^2 \text{ o } (x + 4] = x^2 \text{ o } [2(x + 4)]$

$[2(x + 4)]^2 = [2(x + 4)]^2$

$(fog)oh = fo(goh)$

சரிபார்க்கப்பட்டது.

★★★

2 எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

2 மதிப்பெண்கள் — STAGE 2

1. 210 மற்றும் 55 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுத்தியை $55x - 325$ என்ற வடிவில் எழுதினால் x-யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்கு மீ.பொ.வ காண்போம்.

$$210 = 55 \times 3 + 45$$
$$55 = 45 \times 1 + 10$$
$$45 = 10 \times 4 + 5$$
$$10 = 5 \times 2 + 0$$

மீதி = 0

ஆகவே, கடைசி படிநிலையின் வகுத்தி 5 ஆனது 210 மற்றும் 55-யின் மீப்பெரு பொது வகுத்தியாகும்.

மீப்பெரு பொது வகுத்தி $55x - 325 = 5$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$55x = 330$$
$$x = 6$$

2. யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன் படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க.

(i) 340 மற்றும் 412
(iii) 10224 மற்றும் 9648
(ii) 867 மற்றும் 255

தீர்வு:

யூக்ளிடின் தேற்றப்படி

$a = bq + r$

i. 340 மற்றும் 412-க்கு மீ.பொ.வ காண வேண்டும்.

$$412 = 340(1) + 72 \qquad 72 \neq 0$$
$$340 = 72(4) + 52 \qquad 52 \neq 0$$
$$72 = 52(1) + 20 \qquad 20 \neq 0$$
$$52 = 20(2) + 12 \qquad 12 \neq 0$$
$$20 = 12(1) + 8 \qquad 8 \neq 0$$
$$12 = 8(1) + 4 \qquad 4 \neq 0$$
$$8 = 4(2) + 0 \qquad \text{மீதி} = 0$$

கடைசி வகுத்தி 4 எனில் மீதி = 0

$\therefore$ 340 மற்றும் 412 இன் மீ.பொ.வ 4

ii. 867 மற்றும் 255

$$867 = 255(3) + 102 \qquad 102 \neq 0$$
$$255 = 102(2) + 51 \qquad 51 \neq 0$$
$$102 = 51(2) + 0 \qquad \text{மீதி} = 0$$

$\therefore$ 867 மற்றும் 255 இன் மீ.பொ.வ = 51

iii. 10224 மற்றும் 9648

$$10224 = 9648(1) + 576 \qquad 576 \neq 0$$
$$9648 = 576(16) + 432 \qquad 432 \neq 0$$
$$576 = 432(1) + 144 \qquad 144 \neq 0$$
$$432 = 144(3) + 0 \qquad \text{மீதி} = 0$$

$\therefore$ 10224 மற்றும் 9648 இன் மீ.பொ.வ = 144

3. 32 மற்றும் 60 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி d என்க. $d = 32x + 60y$ எனில் x மற்றும் y என்ற முழுக்களைக் காண்க. .

தீர்வு:

யூக்ளிடின் தேற்றப்படி

$$a = bq + r$$
$$60 = 32 \times 1 + 28$$
$$\Rightarrow \quad 32 = 28 \times 1 + 4$$
$$28 = 4 \times 7 + 0$$

$\therefore$ 32, 60 ன் மீ.பொ.வ 4

அதாவது $d = 4$ மேலும் $d = 32x + 60y$

$$\Rightarrow \quad 4 = 32x + 60y$$
$$4 = 32(2) + 60(-1)$$

$\Rightarrow \therefore x = 2, y = -1$ ஆகும்.

4. 70004 மற்றும் 778 ஆகிய எண்களை 7 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.

தீர்வு:

70000 ஆனது 7 ஆல் வகுபடும் என்பதால்

$$70000 \equiv 0 \ (\text{மட்டு } 7)$$
$$70000 + 4 \equiv 0 + 4 \ (\text{மட்டு } 7)$$
$$70004 \equiv 4 \ (\text{மட்டு } 7)$$

எனவே,

70004 -ஐ 7 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதி 4

$\because$ 777 ஆனது 7 ஆல் வகுபடும் என்பதால்

$$777 \equiv 0 \ (\text{மட்டு } 7)$$
$$777 + 1 \equiv 0 + 1 \ (\text{மட்டு } 7)$$
$$778 \equiv 1 \ (\text{மட்டு } 7)$$

எனவே,

778-ஐ 7ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதி 1.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

5. 15 ≡ 3 (மட்டு d) என்றவாறு அமையும் d-யின் மதிப்பை தீர்மானிக்க.

தீர்வு:

$15 \equiv 3$ (மட்டு d) என்பதன் பொருள்

$15 - 3 = kd,$

இங்கு k என்பது ஒரு முழு எண்.

$12 = kd$

d ஆனது 12 ஐ வகுக்கும்.

12 இன் வகுத்திகளாவன 1, 2, 3, 4, 6, 12.

d ஆனது 3 ஐ விட அதிகமாக இருக்க வேண்டும், ஏனெனில் மீதி 3 வந்துள்ளது.

எனவே, d -க்கு சாதகமான மதிப்புகள் 4, 6, 12 ஆகும்.

---

6. பின்வருவனவற்றிற்குப் பொருந்தக்கூடிய குறைந்தபட்ச மிகை x-ஐக் காண்க.

(i) $67 + x \equiv 1$ (மட்டு 4)

(ii) 98 $(x + 4)$ (மட்டு 5)

தீர்வு:

i. $67 + x \equiv 1$ (மட்டு 4)

$67 + x - 1 = 4n$

$66 + x = 4n$

$66 + x$ என்பது 4 ன் மடங்கு.

66 ஐ விட அதிகமான 4 ன் மடங்கு 68.

எனவே x ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு 2.

ii. $98 \equiv (x + 4)$ (மட்டு 5)

$98 - (x+4) = 5n,$

n என்பது ஏதேனும் ஒரு முழுக்கள்.

$94 - x = 5n$

$94 - x$ என்பது 5 இன் மடங்கு.

94 ஐ விடக் குறைவான 5 இன் மடங்கு 90

எனவே x இன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு 4.

---

7. தீர்க்க: $8x \equiv 1$ (மட்டு 11)

தீர்வு:

$8x - 1 = 11n \Rightarrow 8x = 11n + 1 \Rightarrow x = \frac{11n+1}{8}$

$n = 5 \Rightarrow x = 7$

$n = 13 \Rightarrow x = 18$ …….

---

8. $10^4 \equiv x$ (மட்டு 19) என்றவாறு அமையும் x மதிப்பைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

$10^2 = 100 \equiv 5$ (மட்டு 19)

$10^1 = (10^2)^2 \equiv 5^2$ (மட்டு 19)

$10^4 = 25$ (மட்டு 19)

$10^4 = 6$ (மட்டு 19)

[என்றவாறு $25 \equiv 6$ (மட்டு 19)] எனவே, $x = 6$

---

9. $3x \equiv 1$ (மட்டு 15) என்ற சமன்பாட்டிற்கு எத்தனை முழு எண் தீர்வுகள் உள்ளன எனக் காண்க.

தீர்வு:

$3x \equiv 1$ (மட்டு 15) என்பதை

$3x - 1 = 15k$

k என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு என எழுதலாம்.

$3x = 15k + 1$

$x = \frac{15k+1}{3}$

$x = 5k + \frac{1}{3}$

$5k$ என்பது ஒரு முழு எண் என்பதால்

$5k + \frac{1}{3}$ என்பது ஒரு முழு எண் அல்ல.

எனவே, இச்சமன்பாட்டிற்கு முழு எண் தீர்வே இல்லை.

---

10. பின்வரும் சமன்பாடுகளை நிறைவு செய்யக் கூடிய குறைந்தபட்ச மிகை முழு x-ன் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $71 \equiv x$ (மட்டு 8) **(iv) $96 \equiv \frac{x}{7}$ (மட்டு 5)**

(ii) $78+x \equiv 3$ (மட்டு 5) **(v) $5x \equiv 4$ (மட்டு 6)**

(iii) $89 \equiv (x+3)$ (மட்டு 4)

தீர்வு:

i. $71 \equiv x$ (மட்டு 8)

$\Rightarrow 71 - x = 8k$

$\Rightarrow 64 + 7 - x = 8k$

$\therefore x = 7$

---

ii. **$78 + x \equiv 3$ (மட்டு 5)**

$\Rightarrow 78 + x - 3 = 5k$

$\Rightarrow 75 + x$ என்பது 5 இன் மடங்கு.

$\therefore x = 0$

---

iii. **$89 \equiv (x + 3)$ (மட்டு 4)**

$\Rightarrow 89 - x - 3 = 4k$

$\Rightarrow 86 - x = 4k$

$\Rightarrow 86 - x$ என்பது 4 இன் மடங்கு.

86 ஐ விடக் குறைவான 4 இன் மடங்கு 84

$\therefore x = 2$

---

iv. **$96 \equiv \frac{x}{7}$ (மட்டு 5)**

$96 - \frac{x}{7} = 5k$

$96 - \frac{x}{7}$ என்பது 96 ஐ விட குறைவான 5 இன் மடங்கு 95

$\therefore x = 7$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

v. $5x \equiv 4$ (மட்டு 6)

$5x - 4 = 6k$

$k = 1$ எனில்,

$5x - 4 = 6$

$x = 2$

11. தீர்க்க: $5x \equiv 4$ (மட்டு 6)

தீர்வு:

$5x \equiv 4$ (மட்டு 6)

$5x - 4 = 6k$

$5x = 6k + 4$

$x = \frac{6k+4}{5}, k = 1, 6, 11, \ldots.$

$k = 1$ எனில்

$x = \frac{6(1)+4}{5} = \frac{6+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$

$k = 6$ எனில்

$x = \frac{6(6)+4}{5} = \frac{36+4}{5} = \frac{40}{5} = 8$

$k = 11$ எனில்

$x = \frac{6(11)+4}{5} = \frac{66+4}{5} = \frac{70}{5} = 14$

$\therefore \quad x = 2, 8, 14, \ldots\ldots$

12. தீர்க்க: $3x - 2 \equiv 0$ (மட்டு 11)

தீர்வு:

$3x - 2 \equiv 0$ (மட்டு 11)

$3x - 2 = 11k$

$3x = 11k + 2$

$x = \frac{11k+2}{3}, \quad k = 2, 5, 8, \ldots.$

$k = 2$ எனில்

$x = \frac{11(2)+2}{3} = \frac{22+2}{3} = \frac{24}{3} = 8$

$k = 5$ எனில்

$x = \frac{11(5)+2}{3} = \frac{55+2}{3} = \frac{57}{3} = 19$

$k = 8$ எனில்

$x = \frac{11(8)+2}{3} = \frac{88+2}{3} = \frac{90}{3} = 30$

$\therefore \quad x = 8, 19, 30, \ldots\ldots$

5 மதிப்பெண்கள் **STAGE 2**

1. 396, 504, 636 ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க. **செப்.21**

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட மூன்று எண்களின் மீ.பொ.வ காண, நாம் முதலில் முதல் இரு எண்களின் மீ.பொ.வ காண்போம்.

396 மற்றும் 504 ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ காண, யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த நாம் பெறுவது,

$504 = 396 \times 1 + 108$ இங்கு மீதி $108 \neq 0$

$396 = 108 \times 3 + 72$ இங்கு மீதி $72 \neq 0$

$108 = 72 \times 1 + 36$ இங்கு மீதி $36 \neq 0$

$72 = 36 \times 2 + 0$ இங்கு மீதி $= 0$

எனவே, 396, மற்றும் 504-யின் மீ.பொ.வ 36

636 மற்றும் 36-யின் மீ.பொ.வ காண, யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த நாம் பெறுவது

$636 = 36 \times 17 + 24$ இங்கு மீதி $24 \neq 0$

$36 = 24 \times 1 + 12$ இங்கு மீதி $12 \neq 0$

$24 = 12 \times 2 + 0.$ இங்கு மீதி $= 0$

எனவே 636 மற்றும் 36-யின் மீ.பொ.வ 12

எனவே 396, 504 மற்றும் 636-யின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி 12 ஆகும்.

2. யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க.
84, 90 மற்றும் 120

தீர்வு:

84, 90 மற்றும் 120

யூக்ளிடின் தேற்றப்படி $a = bq + r$

$90 = 84q + r \quad (6 \neq 0)$

$90 = 84 \times 1 + 6$

$84 = 6 \times 14 + 0$

$\therefore$ 84, 90 ன் மீ.பொ.வ = 6

மேலும் 120, 6 ன் மீ.பொ.வ காண

$120 = 6 \times 20 + 0$

$\therefore$ 84, 90, 120 ன் மீ.பொ.வ = 6

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

3. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 27 மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் 288 எனில், அந்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க. |செப்.21|

தீர்வு:

கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் $a-d,\ a,\ a+d$ என்க.

மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல்

$$a-d+a+a+d = 27$$
$$3a = 27$$
$$a = \frac{27}{3}$$
$$a = 9$$

மூன்று உறுப்புகளின் பெருக்கல்

$$(a-d)(a)(a+d) = 288$$
$$a(a^2-d^2) = 288$$
$$9(9^2-d^2) = 288$$
$$81-d^2 = \frac{288}{9}$$
$$81-d^2 = 32$$
$$49 = d^2$$
$$\therefore\ d = \pm 7$$

∴ கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைந்த மூன்று உறுப்புகள் 2, 9, 16 (அல்லது) 16, 9, 2

4. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 6-வது மற்றும் 8வது உறுப்புகளின் விகிதம் 7 : 9 எனில், 9-வது மற்றும் 13-வது உறுப்புகளின் விகிதம் காண்க. மே 22

தீர்வு:

$t_6 : t_8 = 7 : 9$

$$\Rightarrow \frac{t_6}{t_8} = \frac{7}{9} \Rightarrow \frac{a+5d}{a+7d} = \frac{7}{9}$$

$\Rightarrow 9a + 45d = 7a + 49d \Rightarrow a = 2d$

$t_9 : t_{13}$-வை காண வேண்டும்.

$$\Rightarrow \frac{t_9}{t_{13}} = \frac{a+8d}{a+12d} = \frac{10d}{14d} = \frac{5}{7}$$

5 : 7 என்பன தேவையான விகிதமாகும்.

5. பிரியா தனது முதல் மாத வருமானமாக ₹15,000 ஈட்டுகிறார். அதன் பிறகு ஒவ்வோர் ஆண்டும் அவரது மாத வருமானம் ₹1500 உயர்கிறது. அவளுடைய முதல் மாத செலவு ₹13,000 மற்றும் அவளது மாதாந்திரச் செலவு ஒவ்வோர் ஆண்டும் ₹900 உயர்கிறது. பிரியாவின் மாதாந்திரச் சேமிப்பு ₹20,000 அடைய எவ்வளவு காலம் ஆகும்?

தீர்வு:

	1 வருடம்	2 வருடம்
வருமானம்	₹ 15,000	₹ 16,500
செலவு	₹ 13,000	₹ 13,900
சேமிப்பு	₹ 2,000	₹ 2,600

∴ வருட சேமிப்பு ₹ 2,000, ₹ 2,600, ₹ 3,200 .....

$a = 2{,}000,\ d = 600,\ t_n = 20{,}000$

$$a+(n-1)d = 20{,}000$$
$$\Rightarrow 2000+(n-1)600 = 20{,}000$$
$$\Rightarrow (n-1)600 = 20{,}000-2000 = 18000$$
$$\Rightarrow n-1 = \frac{18000}{600}$$
$$\Rightarrow n-1 = 30$$
$$\Rightarrow n = 31 \text{ வருடங்கள்}$$

31 வருடங்களுக்குப் பிறகு பிரியாவின் சேமிப்பு ₹ 20,000 ஆகும்.

6. ஒரு தாய் தன்னிடம் உள்ள ₹ 207ஐ கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமையும் மூன்று பாகங்களாகப் பிரித்துத் தனது மூன்று குழந்தைகளுக்கும் கொடுக்க விரும்பினார். அவற்றில் இரு சிறிய தொகைகளின் பெருக்கற்பலன் ₹ 4623 ஆகும். ஒவ்வொரு குழந்தையும் பெறும் தொகையினைக் காண்க.

தீர்வு:

மூன்று குழந்தைகள் பெறும் தொகை கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைவதால் அவற்றை $a-d,\ a,\ a+d$ என்க.

தொகையின் கூடுதல் ₹ 207 என்பதால்

$$(a-d)+a+(a+d) = 207$$
$$3a = 207$$
$$a = 69$$

இரு சிறிய தொகைகளின் பெருக்கற்பலன் 4623 என்பதால்

$$(a-d)a = 4623$$
$$(69-d)69 = 4623$$
$$69-d = \frac{4623}{69} = 67$$
$$\therefore d = 2$$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

எனவே, மூன்று குழந்தைகளுக்கும் தாய் பிரித்துக் கொடுத்த தொகை

₹ (69 – 2), ₹ 69, ₹ (69 + 2)

அதாவது ₹ 67, ₹ 69 மற்றும் ₹ 71.

7. 300-க்கும் 600-க்கும் இடையே 7-ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

$301 + 308 + 315 + \ldots + 595 = ?$

$a = 300;\ d = 7;\ l = 595$

$n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 300 \ (42) \\ & 28 \\ \hline & 20 \\ & 14 \\ \hline & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 7 & 600 \ (8) \\ & 56 \\ \hline & 40 \\ & 35 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$a = 300 + 7 - 6$ $\qquad l = 600 - 5$

$a = 301$ $\qquad l = 595$

$n = \frac{595-300}{7} + 1$

$\Rightarrow = \frac{294}{7} + 1$

$n = 42 + 1$

$n = 43$

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

$S_{43} = \frac{43}{2}(301 + 595)$

$\Rightarrow \frac{43}{2}(896)$

$= 43 \times 448$

$S_{43} = 19264$

8. S_1, S_2, மற்றும் S_3 என்பன முறையே ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல் n, $2n$ மற்றும் $3n$ உறுப்புகளின் கூடுதல் ஆகும். $S_3 = 3(S_2 - S_1)$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

S_1, S_2, S_3 என்பன முறையே ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் முதல் n, $2n$ மற்றும் $3n$ உறுப்புகளின் கூடுதல் எனில்,

$S_1 = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$,

$S_2 = \frac{2n}{2}[2a+(2n-1)d]$,

$S_3 = \frac{3n}{2}[2a+(3n-1)d]$,

$S_2 - S_1 = \frac{2n}{2}[2a+(2n-1)d] - \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$= \frac{n}{2}[[4a+2(2n-1)d] - [2a+(n-1)d]]$

$S_2 - S_1 = \frac{n}{2} \times [2a+(3n-1)d]$

$3(S_2 - S_1) = \frac{3n}{2}[2a+(3n-1)d]$

$3(S_2 - S_1) = S_3$

9. ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் 4 -வது உறுப்பு $\frac{8}{9}$ மற்றும் 7-வது உறுப்பு, $\frac{64}{243}$ எனில் அந்தப் பெருக்குத் தொடர்வரிசையைக் காண்க.

தீர்வு:

4வது உறுப்பு $t_4 = \frac{8}{9} \Rightarrow ar^3 = \frac{8}{9}$ ---- (1)

7வது உறுப்பு $t_7 = \frac{64}{243}$

$\Rightarrow \quad ar^6 = \frac{64}{243}$ ---- (2)

சமன்பாடு (2) ஐ (1) ஆல் வகுக்க பெறுவது,

$\frac{ar^6}{ar^3} = \frac{\frac{64}{243}}{\frac{8}{9}} = \frac{64}{243} \times \frac{9}{8} = \frac{8}{27}$

$r^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow r = \frac{2}{3}$

r இன் மதிப்பை சமன்பாடு (1) இல் பிரதியிட,

$a \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{9} \Rightarrow a = 3$

எனவே, தேவையான பெருக்குத் தொடர்வரிசை $a, ar, ar^2 \ldots$..

அதாவது $3, 2, \frac{4}{3}, \ldots$.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

10. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் ஒன்பதாவது உறுப்பின் ஒன்பது மடங்கும், பதினைந்தாவது உறுப்பின் பதினைந்து மடங்கும் சமம் எனில் இருபத்து நான்காவது உறுப்பின் ஆறு மடங்கானது பூச்சியம் என நிறுவுக. ஆக.22

தீர்வு:

$9t_9 = 15t_{15}$ .....(1) என்க

$6t_{24} = 0$ எனக் காட்ட வேண்டும்

$(1) \Rightarrow \quad 9(a + 8d) = 15(a + 14d)$

$9a + 72d = 15a + 210d$

$15a - 9a + 210d - 72d = 0$

$\Rightarrow \quad 6a + 138d = 0$

$\Rightarrow \quad 6(a + 23d) = 0$

$\Rightarrow \quad 6t_{24} = 0$

என நிரூபிக்கப்பட்டது.

---

11. 450-க்குக் குறைவாக உள்ள அனைத்து ஒற்றை மிகை முழுக்களின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

தேவையான கூட்டுத் தொடர்

$= 1 + 3 + 5 + ... + 449$

இங்கு, $a = 1, d = 2, l = 449$

$$n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$$

$$= \frac{449-1}{2} + 1 = 225$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{225}{2}[1 + 449]$$

$$\because \quad S_n = \frac{n}{2}[a + 1]$$

$$= 225 \times 225 = 50625$$

***

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

3 இயற்கணிதம்

STAGE 2

2 மதிப்பெண்கள்

1. தீர்க்க: $2x - 3y = 6, \quad x + y = 1$

தீர்வு:

$$2x - 3y = 6 \qquad ----(1)$$
$$x + y = 1 \qquad ----(2)$$

$(1) \times 1 \Rightarrow \quad 2x - 3y = 6$

$(2) \times 3 \Rightarrow \quad 3x + 3y = 3(+)$

$5x = 9$

$\Rightarrow \quad x = \frac{9}{5}$

$(2) \Rightarrow \quad \frac{9}{5} + y = 1$

$y = 1 - \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{5-9}{5}$

$y = \frac{-4}{5}$

எனவே, $x = \frac{9}{5}, y = \frac{-4}{5}$

2. பின்வரும் விகிதமுறு கோவைகளை எளிய வடிவிற்குச் சுருக்குக.

i) $\frac{x^2-1}{x^2+x}$ ii) $\frac{x^2-11x+18}{x^2-4x+4}$

iii) $\frac{9x^2-81x}{x^3-8x^2-9x}$ iv) $\frac{p^2-3p-40}{2p^3-24p^2-64p}$

தீர்வு:

i. $\frac{x^2-1}{x^2+x} = \frac{x^2-1^2}{x(x+1)} = \frac{(x+1)(x-1)}{x(x+1)}$

$= \frac{(x-1)}{x}$

ii. $\frac{x^2-11x+18}{x^2-4x+4} = \frac{(x-9)(x-2)}{(x-2)(x-2)}$

$= \frac{x-9}{x-2}$

iii. $\frac{9x^2-81x}{x^3-8x^2-9x} = \frac{9x(x+9)}{x(x^2+8x-9)}$

$= \frac{9x(x+9)}{(x)(x+9)(x-1)} = \frac{9}{x-1}$

iv. $\frac{p^2-3p-40}{2p^3-24p^2-64p} = \frac{(p-8)(p+5)}{2p(p-8)(p-4)}$

$= \frac{(p+5)}{2p(p-4)}$

3. பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் தன்மையைக் காண்க.

(i) $x^2 - x - 20 = 0$

(ii) $9x^2 - 24x + 16 = 0$

(iii) $2x^2 - 2x + 9 = 0$

தீர்வு:

i. $x^2 - x - 20 = 0$

இங்கு, $a = 1, b = -1, c = -20$

தன்மைகாட்டி $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-20) = 81$

$\Delta = 81 > 0$

எனவே, சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமில்லை.

ii. $9x^2 - 24x + 16 = 0$

இங்கு, $a = 9, b = -24, c = 16$

தன்மைகாட்டி, $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-24)^2 - 4(9)(-16) = 0$

$\Delta = 0$

எனவே, சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம்.

iii. $2x^2 - 2x + 9 = 0$

இங்கு, $a = 2, b = -2, c = 9$

தன்மைகாட்டி, $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-2)^2 - 4(2)(9) = -68$

$\Delta = -68 < 0$

எனவே, சமன்பாட்டிற்கு மெய் மூலங்கள் இல்லை.

4. ஓர் எண் மற்றும் அதன் தலைகீழி ஆகியவற்றின் வித்தியாசம் $\frac{24}{5}$ எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

x என்பது தேவையான எண் என்க.

$\frac{1}{x}$ என்பது தலைகீழி

$x - \frac{1}{x} = \frac{24}{5}$ எனத்தரப்பட்டுள்ளது

$\frac{x^2-1}{x} = \frac{24}{5}$

$5x^2 - 5 = 24x$

$5x^2 - 24x - 5 = 0$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

$5x^2 - 25x + x - 5 = 0$

$x = 5$, அல்லது $-\frac{1}{5}$

5. பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் தன்மையைக் கூறுக. செப்.21

(i) $15x^2 + 11x + 2 = 0$

(ii) $x^2 - x - 1 = 0$

தீர்வு:

i. $15x^2 + 11x + 2 = 0$

$a = 15,\ b = 11,\ c = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 11^2 - 4 \times 15 \times 2$

$= 121 - 120 = 1 = (+)\text{ve}$

∴ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் அல்ல.

ii. $x^2 - x - 1 = 0$

$a = 1,\ b = -1,\ c = -1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-1)^2 - 4(1)(-1)$

$= 1 + 4 = 5$

∴ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் அல்ல.

5 மதிப்பெண்கள் STAGE 2

1. பின்வரும் மூன்று மாறிகளில் அமைந்த நேரிய சமன்பாட்டு தொகுப்பினைத் தீர்க்க.

$3x - 2y + z = 2,\ 2x + 3y - z = 5,\ x + y + z = 6$

தீர்வு:

$3x - 2y + z = 2$ ---- (1)

$2x + 3y - z = 5$ ---- (2)

$x + y + z = 6$ ---- (3)

(1) மற்றும் (2) ஐக் கூட்ட

$3x - 2y + z = 2$

$2x + 3y - z = 5\ (+)$

$5x + y = 7$ ---- (4)

(2) மற்றும் (3) ஐக் கூட்ட

$2x + 3y - z = 5$

$x + y + z = 6\ (+)$

$3x + 4y = 11$ ---- (5)

$(4) \times 4 - (5)$

$20x + 4y = 28$

$3x + 4y = 11\ (-)$

$17x = 17 \Rightarrow x = 1$

$x = 1$ என (4)-யில் பிரதியிட,

$5 + y = 7 \Rightarrow$

$y = 2$

$x = 1, y = 2$ என (3)-யில் பிரதியிட

$1 + 2 + z = 6$ எனில்,

$z = 3$

எனவே, $x = 1, y = 2, z = 3$

2. தீர்க்க: $x + 2y - z = 5$; $x - y + z = -2$; $-5x - 4y + z = -11$

தீர்வு:

$x + 2y - z = 5$ ---- (1)

$x - y + z = -2$ ---- (2)

$-5x - 4y + z = -11$ ---- (3)

(1) மற்றும் (2) ஐக் கூட்ட

$x + 2y - z = 5$

$x - y + z = -2\ (+)$

$2x + y = 3$ ---- (4)

(2) லிருந்து (3) ஐக் கழிக்க

$x - y + z = -2$

$-5x - 4y + z = -11\ (-)$

$6x + 3y = 9$

3-ஆல் வகுக்க, $2x + y = 3$ ---- (5)

(4)-லிருந்து (5)-ஐக் கழிக்க,

$2x + y = 3$

$2x + y = 3$

$0 = 0$

இங்கு $0 = 0$ என்ற முற்றொருமை கிடைக்கிறது. எனவே, கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டு தொகுப்பிற்கு எண்ணற்ற தீர்வுகள் உண்டு.

3. தீர்க்க: $3x + y - 3z = 1$; $-2x - y + 2z = 1$; $-x - y + z = 2$.

தீர்வு:

$3x + y - 3z = 1$ ---- (1)

$-2x - y + 2z = 1$ ---- (2)

$-x - y + z = 2$ ---- (3)

(1) மற்றும் (2) ஐக் கூட்ட,

$3x + y - 3z = 1$

$-2x - y + 2z = 1\ (+)$

$x - z = 2$ ---- (4)

(1) மற்றும் (3)-ஐக் கூட்ட,

$3x + y - 3z = 1$

$-x - y + z = 2\ (+)$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

$2x - 2z = 3$ ---- (5)

$(5)\times 1 \Rightarrow 2x - 2z = 3$

$(4)\times 2 \Rightarrow 2x - 2z = 4$ (–)

$0 = -1$

இங்கு நாம் $0 = -1$ என்ற தவறான முடிவைப் பெறுகிறோம்.

எனவே, இந்தத் தொகுப்பானது ஒருங்கமைவற்றது.

மேலும் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டு தொகுப்பிற்குத் தீர்வு இல்லை.

4. கீழ்க்காணும் மூன்று மாறிகளில் அமைந்த ஒருங்கமை நேரியல் சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகளைத் தீர்க்க.

$x + y + z = 5$; $2x - y + z = 9$; $x - 2y + 3z = 16$ செப்.21

தீர்வு:

$x + y + z = 5$ ---- (1)

$2x - y + z = 9$ ---- (2)

$x - 2y + 3z = 16$ ---- (3)

$(1)-(3) \Rightarrow 3y - 2z = -11$ ---- (4)

$(2) \Rightarrow 2x - y + z = 9$

$(1)\times 2 \Rightarrow 2x + 2y + 2z = 10$ (–)

$-3y - z = -1$ ---- (5)

(4) + (5)

$3y - 2z = -11$

$-3y - z = -1$ (+)

$-3z = -12$

$z = 4$

$z = 4$ என (5) ல் பிரதியிட

$-3y - 4 = -1$

$-3y = 3$

$y = -1$

$y = -1, z = 4$ என (1) ல் பிரதியிட

$x - 1 + 4 = 5$

$x + 3 = 5$

$x = 2$

தீர்வு கணம் $x = 2, y = -1, z = 4$

5. கீழ்க்காணும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகளின் தீர்வுகளின் தன்மையைக் காண்க.

$x + 2y - z = 6$; $-3x - 2y + 5z = -12$; $x - 2z = 3$

தீர்வு:

$x + 2y - z = 6$ ---- (1)

$-3x - 2y + 5z = -12$ ---- (2)

$x - 2z = 3$ ---- (3)

$(1) + (2) \Rightarrow -2x + 4z = -6$ ---- (4)

$(4) + (3)\times 2 \Rightarrow 2x - 4z = 6$

$0 = 0$

தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையது. எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.

6. தாத்தா, தந்தை மற்றும் வாணி ஆகிய மூவரின் சராசரி வயது 53. தாத்தாவின் வயதில் பாதி, தந்தையின் வயதில் மூன்றில் ஒரு பங்க மற்றும் வாணியின் வயதில் நான்கில் ஒரு பங்கு ஆகியவற்றின் கூடுதல் 65. நான்கு ஆண்டுகளுக்கு முன் தாத்தாவின் வயது வாணியின் வயதைபோல் நான்கு மடங்கு எனில் மூவரின் தற்போதைய வயதைக் காண்க.

தீர்வு:

வாணி, தந்தை மற்றும் தாத்தாவின் தற்போதைய வயது x, y, z என்க.

கொடுக்கப்பட்டவை:

$$\frac{x+y+z}{3} = 53$$

$\Rightarrow x + y + z = 159$ ---- (1)

$$\frac{1}{2}z + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}x = 65$$

$$\frac{6z+4y+3x}{12} = 65$$

$3x + 4y + 6z = 780$ ---- (2)

$(z-4) = 4(x-4)$

$z - 4 = 4x - 16$

$4x - z = 16 - 4$

$\Rightarrow 4x - z = 12$ ---- (3)

(1) & (2) லிருந்து

$(1)\times 4 \Rightarrow 4x + 4y + 4z = 636$

$(2) \Rightarrow 3x + 4y + 6z = 780$

(கழிக்க) $x - 2z = -144$ ---- (4)

(3) & (4) லிருந்து

$(3)\times 2 \Rightarrow 8x - 2z = 24$

$(4) \Rightarrow x - 2z = -144$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

(கழிக்க) $7x = 168$ ---- (5)

$$x = \frac{168}{7} = 24$$

(3) ல் $x = 24$ என மதிப்பிட

$$4(24) - z = 12$$
$$96 - z = 12$$
$$z = 84$$

$(1) \Rightarrow \quad 24 + y + 84 = 159$

$$y + 108 = 159$$
$$y = 159 - 108$$
$$\Rightarrow \quad y = 51$$

∴ வாணியின் தற்போதைய வயது = 24

வாணியின் தந்தையின் தற்போதைய வயது = 51

வாணியின் தாத்தாவின் தற்போதைய வயது = 84

---

7. $x^3 + x^2 - x + 2$ மற்றும் $2x^3 - 5x^2 + 5x - 3$ ஆகிய பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு:

$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 5x - 3$ மற்றும்
$g(x) = x^3 + x^2 - x + 2$

$x^3 + x^2 - x + 2$) $2x^3 - 5x^2 + 5x - 3$ (2
$2x^3 + 2x^2 - 2x + 4$ (−)
$-7x^2 + 7x - 7$
$= -7(x^2 - x + 1)$

$-7(x^2 - x + 1) \neq 0$, -7 என்பது $g(x)$ -யின் ஒரு வகுத்தி அல்ல.

$g(x) = x^3 + x^2 - x + 2$ -ஐ மீதியால் வகுக்க (மாறிலிக் காரணியை விடுத்து), நாம் பெறுவது

$x^2 - x + 1$) $x^3 + x^2 - x + 2$ ($x + 2$
$x^3 - x^2 + x$ (−)
$2x^2 - 2x + 2$
$2x^2 - 2x + 2$
0

இந்நிலையில், மீதி பூச்சியம் ஆகும்.

எனவே, மீ.பொ.வ

$(2x^3 - 5x^2 + 5x - 3, x^3 + x^2 - x + 2) = x^2 - x + 1$

---

8. $6x^3 - 30x^2 + 60x - 48$ மற்றும் $3x^3 - 12x^2 + 21x - 18$ ஆகிய பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு:

$$f(x) = 6x^3 - 30x^2 + 60x - 48$$
$$= 6(x^3 - 5x^2 + 10x - 8)$$
$$g(x) = 3x^3 - 12x^2 + 21x - 18$$
$$= 3(x^3 - 4x^2 + 7x - 6)$$

என இருப்பதால், தற்பொழுது நாம் $x^3 - 5x^2 + 10x - 8$ மற்றும் $x^3 - 4x^2 + 7x - 6$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் மீ.பொ.வ காண்போம்.

$x^3 - 5x^2 + 10x - 8$) $x^3 - 4x^2 + 7x - 6$ (1
$x^3 - 5x^2 + 10x - 8$ (−)
$x^2 - 3x + 2$

$x^2 - 3x + 2$) $x^3 - 5x^2 + 10x - 8$ ($x - 2$
$x^3 - 3x^2 + 2x$
$-2x^2 + 8x - 8$
$-2x^2 + 6x - 4$ (−)
$2x - 4$
$= 2(x - 2)$

$x - 2$) $x^2 - 3x + 2$ ($x - 1$
$x^2 - 2x$ (−)
$-x + 2$
$-x + 2$ (−)
0

இங்கு, மீதி பூச்சியம் ஆகும்.

இங்கு தலையாயக் கெழுக்கள் 3 மற்றும் 6-ன் மீ.பொ.வ 3 ஆகும்.

எனவே, மீ.பொ.வ

$[(6x^3 - 30x^2 + 60x - 48, 3x^3 - 12x^2 + 21x - 18)]$
$= 3(x - 2)$

---

9. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க.

(i) $x^4 + 3x^3 - x - 3, x^3 + x^2 - 5x + 3$ செப்.20

(ii) $x^4 - 1, x^3 - 11x^2 + x - 11$

**(iii) $3x^4 + 6x^3 - 12x^2 - 24x,$
$4x^4 + 14x^3 + 8x^2 - 8x$**

(iv) $3x^3 + 3x^2 + 3x + 3, 6x^3 + 12x^2 + 6x + 12$

தீர்வு:

i. $f(x) = x^4 + 3x^3 + x - 3$ மற்றும்
$g(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$

Quotient: $x+2$

Divisor: x^3+x^2-5x+3

$x^4+3x^3+0-x-3$

$x^4+x^3-5x^2+3x$ (–)

$2x^3+5x^2-4x-3$

$2x^3+2x^2-10x+6$ (–)

$3x^2+6x-9$

$= 3(x^2+2x-3)$

Quotient: $x-1$

Divisor: x^2+2x-3

x^3+x^2-5x+3

x^3+2x^2-3x (–)

$-x^2-2x+3$

$-x^2-2x+3$ (–)

0

$\therefore$ (f(x), g(x)) -மீ.பொ.வ $= x^2+2x-3$

---

ii. $f(x) = x^4-1$ மற்றும்

$g(x) = x^3-11x^2+x-11$

Quotient: $x+11$

Divisor: x^3-11x^2+x-11

$x^4+0x^3+0x^2+0x-1$

$x^4-11x^3+x^2-11x$ (–)

$11x^3-x^2+11x-1$

$11x^3-121x^2+11x-121$ (–)

$120x^2+120$

$= 120(x^2+1)$

Quotient: $x-11$

Divisor: x^2+0x+1

x^3-11x^2+x-11

x^3+0x^2+x (–)

$-11x^2+0x-11$

$-11x^2-0x-11$ (–)

0

$\therefore$ (f(x), g(x))-மீ.பொ.வ $= x^2+1$

---

iii. $f(x) = 3x^4+6x^3-12x^2-24x$

$= 3x(x^3+2x^2-4x-8)$

$g(x) = 4x^4+14x^3+8x^2-8x$

$= 2x(2x^3+7x^2+4x-4)$

$(3x, 2x)$ -ன் மீ.பொ.வ x

Quotient: $2x+3$

Divisor: x^3+2x^2-4x-8

$2x^3+7x^2+4x-4$

$2x^3+4x^2-8x-16$ (–)

$3x^2+12x+12$

$= 3(x^2+4x+4)$

Quotient: $x-2$

Divisor: x^2+4x+4

x^3+2x^2-4x-8

x^3+4x^2+4x (–)

$-2x^2-8x-8$

$-2x^2-8x-8$ (–)

0

$\therefore$ (f(x), g(x))-மீ.பொ.வ $= x(x^2+4x+4)$

---

iv) $f(x) = 3x^3+3x^2+3x+3$

$= 3(x^3+x^2+x+1)$

$g(x) = 6x^3+12x^2+6x+12$

$= 6(x^3+2x^2+x+2)$

(3,6)-ன் மீ.பொ.வ $= 3$

Quotient: 1

Divisor: x^3+x^2+x+1

x^3+2x^2+x+2

x^3+x^2+x+1 (–)

x^2+0x+1

Quotient: $x+1$

Divisor: x^2+0x+1

x^3+x^2+x+1

x^3+0x^2+x (–)

x^2+0x+1

x^2+0x+1

0

$\therefore$ (f(x), g(x)) - மீ.பொ.வ $= 3(x^2+1)$

---

10. சுருக்குக. **ஆக.22**

$$\frac{b^2+3b-28}{b^2+4b+4} \div \frac{b^2-49}{b^2-5b-14}$$

தீர்வு:

$$\frac{b^2+3b-28}{b^2+4b+4} \div \frac{b^2-49}{b^2-5b-14}$$

$$= \frac{(b-4)(b+7)}{(b+2)(b+2)} \times \frac{(b-7)(b+2)}{(b+7)(b-7)} = \frac{b-4}{b+2}$$

---

11. $A = \frac{2x+1}{2x-1}$, மற்றும் $B = \frac{2x-1}{2x+1}$ எனில்,

$$\frac{\quad}{A \quad B} - \frac{2B}{A^2-B^2}$$ **காண்க.**

தீர்வு:

$$\frac{1}{A-B} - \frac{2B}{A^2-B^2}$$

$$= \frac{1}{A-B} - \frac{2B}{(A+B)(A-B)}$$

$$= \frac{A+B-2B}{(A+B)(A-B)} = \frac{(A-B)}{(A+B)(A-B)}$$

$$= \frac{1}{A+B} = \frac{1}{\frac{2x+1}{2x-1}+\frac{2x-1}{2x+1}}$$

$$= \frac{1}{\frac{(2x+1)^2+(2x-1)^2}{(2x+1)(2x-1)}} = \frac{(2x+1)(2x-1)}{(2x+1)^2+(2x-1)^2}$$

$$= \frac{[2x]^2-1^2}{4x^2+1+4x+4x^2+1-4x}$$

$$= \frac{4x^2-1}{8x^2+2} = \frac{4x^2-1}{2(4x^2+1)}$$

12. $A = \frac{x}{x+1}$, **மற்றும்** $B = \frac{1}{x+1}$ **எனில்** $\frac{(A+B)^2+(A-B)^2}{A \div B} = \frac{2(x^2+1)}{x(x+1)^2}$ **காண்க.**

தீர்வு:

$A = \frac{x}{x+1}$, $B = \frac{1}{x+1}$ என்க.

$$\frac{(A+B)^2+(A-B)^2}{A \div B} = \frac{2(A^2+B^2)}{A \div B}$$

$$A^2+B^2 = \frac{x^2}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x^2+1}{(x+1)^2}$$

$$A \div B = \frac{x}{x+1} \times \frac{x+1}{1} = x$$

$$\frac{2(A^2+B^2)}{A \div B} = (2)\left(\frac{x^2+1}{(x+1)^2}\right)\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$= \frac{2(x^2+1)}{x(x+1)^2}$$

13. சுருக்குக: $\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2-8x+15}$

தீர்வு:

$$\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2-8x+15}$$

$$= \frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-2)(x-1)} - \frac{1}{(x-5)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-1)(x-5)+(x-3)(x-5)-(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$

$$= \frac{(x^2-6x+5)+(x^2-8x+15)-(x^2-3x+2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$

$$= \frac{x^2-11x+18}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$

$$= \frac{(x-9)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$

$$= \frac{x-9}{(x-1)(x-3)(x-5)}$$

14. கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க.
$(6x^2+x-1)(3x^2+2x-1)(2x^2+3x+1)$

தீர்வு:

$$\sqrt{(6x^2+x-1)(3x^2+2x-1)(2x^2+3x+1)}$$

$$= \sqrt{(3x-1)(2x+1)(3x-1)(x+1)(2x+1)(x+1)}$$

$$= |(3x-1)(2x+1)(x+1)|$$

15. குமரனின் தற்போதைய வயதின் இருமடங்கோடு ஒன்றைக் கூட்டினால் கிடைப்பது, குமரனின் இரண்டாண்டுகளுக்கு முந்தைய வயதையும் அவரின் 4 ஆண்டுகளுக்கு பிந்தைய வயதையும் பெருக்கக் கிடைப்பதற்குச் சமம் எனில், அவரின் தற்போதைய வயதைக் காண்க.

தீர்வு:

குமரனின் தற்போதைய வயது x ஆண்டுகள் என்க.

2 ஆண்டுகளுக்கு முன் வயது $= (x-2)$ ஆண்டுகள்.

4 ஆண்டுகளுக்கு பிந்தைய வயது $= (x+4)$ ஆண்டுகள்

கொடுத்த தகவல்படி,

$$(x-2)(x+4) = 1+2x$$
$$x^2+2x-8 = 1+2x$$
$$x^2-9 = 0$$
$$(x-3)(x+3) = 0$$
$$x = \pm 3$$

வயது குறை எண்ணாக இருக்க முடியாது. எனவே, குமரனின் தற்போதைய வயது 3 ஆண்டுகள்.

16. சென்னையிலிருந்து விருதாச்சலத்திற்கு 240 கி.மீ தூரத்தைக் கடக்க ஒரு பயணிகள் தொடர்வண்டிக்கு ஒரு விரைவு தொடர்வண்டியைவிட 1 மணி நேரம் கூடுதலாகத் தேவைப்படுகிறது. பயணிகள் தொடர்வண்டியின் வேகம், விரைவு தொடர் வண்டியின் வேகத்தைவிட 20 கி.மீ/மணி

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

குறைவு எனில், இரு தொடர்வண்டிகளின் சராசரி வேகங்களைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

பயணிகள் தொடர்வண்டியின் சராசரி வேகம் x கி.மீ/மணி என்க.

தற்போது, விரைவு தொடர்வண்டியின் சராசரி வேகம் $(x+20)$ கி.மீ/மணி என்க.

240 கி.மீ கடக்கப் பயணிகள் தொடர்வண்டி எடுக்கும் நேரம் $= \frac{240}{x}$ மணி

240 கி.மீ கடக்க விரைவு தொடர்வண்டி எடுக்கும் நேரம் $= \frac{240}{x+20}$ மணி

கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களின் படி,

$$\frac{240}{x} = \frac{240}{x+20} + 1$$

$$\frac{240}{x} - \frac{240}{x+20} = 1$$

$$240\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x+20}\right] = 1$$

$$\Rightarrow 240\left[\frac{x+20-x}{x(x+20)}\right] = 1$$

$$\Rightarrow 4800 = (x^2+20x)$$

$$x^2+20x-4800 = 0$$

$$\Rightarrow (x+80)(x-60) = 0$$

$\Rightarrow$ $x = -80$ அல்லது 60

வேகம் ஒரு குறை எண்ணாக இருக்க முடியாது.

எனவே, பயணிகள் தொடர்வண்டியின் சராசரி வேகம் 60 கி.மீ/மணி.

எனவே, விரைவு தொடர்வண்டியின் சராசரி வேகம் 80 கி.மீ/மணி.

---

17. ஒரு பேருந்து 90 கி.மீ தொலைவைச் சீரான வேகத்தில் கடக்கிறது. அதன் வேகம் 15 கி.மீ/மணி அதிகரிக்கப்பட்டால், பயண நேரம் 30 நிமிடங்கள் குறைகிறது எனில், பேருந்தின் வேகத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

x என்பது சீரான வேகம் என்க.

90 கி.மீ தொலைவைக் கடக்க ஆகும் காலம் $T_1 = \frac{90}{x}$

வேகம் 15 கி.மீ/மணி அதிகரிக்கப்பட்டால் எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் $T_2 = \frac{90}{x+15}$

$$T_1 - T_2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{90}{x} - \frac{90}{x+15} = \frac{1}{2}$$

$$90\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+15}\right) = \frac{1}{2}$$

$$90\left(\frac{x+15-x}{x(x+15)}\right) = \frac{1}{2}$$

$$90\left(\frac{15}{x^2+15x}\right) = \frac{1}{2}$$

$$x^2+15x = 2700$$

$$x^2+15x-2700 = 0$$

$$(x+60)(x-45) = 0$$

$x = 45$, $x = -60$ (பொருந்தாது)

$\therefore$ பேருந்தின் சீரான வேகம்= 45 கி.மீ/மணி

---

18. $(c^2-ab)x^2 - 2(a^2-bc)x + b^2 - ac = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் மூலங்கள் சமம் மற்றும் மெய் எனில், $a = 0$ அல்லது $a^3+b^3+c^3 = 3abc$ என நிரூபி.

தீர்வு:

$(c^2-ab)x^2 - 2(a^2-bc)x + b^2 - ac = 0$

$A = c^2-ab,\ B = -2(a^2-bc),\ C = b^2-ac$

மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் என்பதால் $\Delta = 0$

$$B^2 - 4AC = 0$$

$$[-2(a^2-bc)]^2 - 4[c^2-ab][b^2-ac] = 0$$

$$4(a^2-bc)^2 - 4(c^2-ab)(b^2-ac) = 0$$

$$4[a^4+b^2c^2-2a^2bc] - 4[b^2c^2-ac^3-ab^3+a^2bc] = 0$$

$$4[a^4+b^2c^2-2a^2bc-b^2c^2+ac^3+ab^3-a^2bc] = 0$$

$$a^4+ab^3+ac^3-3a^2bc = 0$$

$$a[a^3+b^3+c^3-3abc] = 0$$

$a = 0$ (அ) $a^3+b^3+c^3-3abc = 0$

$\Rightarrow a^3+b^3+c^3 = 3abc$

---

19. $x^2 - 13x + k = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் வித்தியாசம் 17 எனில், k-யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:

$x^2 - 13x + k = 0,\quad a = 1, b = -13, c = k$

α மற்றும் β சமன்பாட்டின் மூலங்கள் என்க.

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(-13)}{1} = 13$ ---- (1)

$\alpha - \beta = 17$ ---- (2)

(கொடுக்கப்பட்டது)

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

(1) + (2) காண, $2\alpha = 30$ கிடைக்கும்.

எனவே, $\alpha = 15$

$\alpha = 15$ ஐ (1)-யில் பிரதியிட

$15 + \beta = 13$

$\beta = -2$

ஆனால் (2)-லிருந்து $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{k}{1}$,

$15 \times (-2) = k$ எனவே, $k = -30$

---

20. $x^2 + 7x + 10 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் பின்வருவனவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

i) $\alpha - \beta$ ii) $\alpha^2 + \beta^2$ iii) $\alpha^3 - \beta^3$

iv) $\alpha^4 + \beta^4$ v) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ vi) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$

தீர்வு:

$x^2 + 7x + 10 = 0$ இங்கு, $a = 1, b = 7, c = 10$

α மற்றும் β சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில்,

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(+7)}{1} = -7$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{10}{1} = 10$$

i. $(\alpha - \beta) = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}$

$= \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 10} = \sqrt{9} = 3$

---

ii. $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= (-7)^2 - 2 \times 10 = 29$

---

iii. $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)^3 + 3\alpha\beta(\alpha - \beta)$

$= (3)^3 + 3(10)(3) = 117$

---

iv. $\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$

((ii)-லிருந்து , $\alpha^2 + \beta^2 = 29$)

எனவே, $29^2 - 2 \times (10)^2 = 641$

---

v. $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{49 - 20}{10} = \frac{29}{10}$

---

vi. $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta}$

$= \frac{(\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$

$= \frac{(-343) - 3(10 \times (-7))}{10}$

$= \frac{-343 + 210}{10}$

$= \frac{-133}{10}$

---

21. $3x^2 + 7x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளைக் காண்க.

i) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ ii) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$

தீர்வு:

$3x^2 + 7x - 2 = 0$

இங்கு, $a = 3, b = 7, c = -2$

α மற்றும் β சமன்பாட்டின் மூலங்கள்;

எனவே,

i. $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-7}{3}$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-2}{3}$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{\left(\frac{-7}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{-2}{3}\right)}{\frac{-2}{3}} = \frac{\frac{49}{9} + \frac{4}{3}}{\frac{-2}{3}} = \frac{\frac{49+12}{9}}{\frac{-2}{3}}$$

$$= \frac{61}{9} \times \frac{3}{-2} = \frac{-61}{6}$$

---

ii. $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta}$

$$= \frac{(\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{\left(\frac{-7}{3}\right)^3 - 3\left(\frac{-2}{3}\right)\left(\frac{-7}{3}\right)}{\frac{-2}{3}}$$

$$= \frac{\frac{-343}{27} - \frac{42}{9}}{\frac{-2}{3}} = \frac{\frac{-343 - 126}{27}}{\frac{-2}{3}}$$

$$= \frac{217}{27} \times \frac{3}{-2}$$

$$= -\frac{469}{18}$$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

22. $2x^2 - x - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், கீழே கொடுக்கப்பட்ட மூலங்களையுடைய இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(i) $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ (ii) $\alpha^2\beta, \beta^2\alpha$ (iii) $2\alpha+\beta, 2\beta+\alpha$

தீர்வு:

$2x^2 - x - 1 = 0$ இங்கு, $a = 2, b = -1, c = -1$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(-1)}{2} = \frac{1}{2}$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$

i. கொடுக்கப்பட்ட மூலங்கள் $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

மூலங்களின் கூடுதல் $= \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} = -1$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்

$= \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$

தேவையான சமன்பாடு $x^2 -$ (மூலங்களின் கூடுதல்)x + (மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்) = 0

$x^2 - (-1)x - 2 = 0$

$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

---

ii. $\alpha^2\beta, \beta^2\alpha$

மூலங்களின் கூடுதல் $= \alpha^2\beta + \beta^2\alpha$

$= \alpha\beta(\alpha + \beta)$

$= -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்

$= (\alpha^2\beta) \times (\beta^2\alpha) = (\alpha\beta)^3$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$

தேவையான சமன்பாடு, $x^2 -$ (மூலங்களின் கூடுதல்)x + (மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்) = 0

$x^2 - \left(-\frac{1}{4}\right)x - \frac{1}{8} = 0$

$\Rightarrow 8x^2 + 2x - 1 = 0$

iii. $2\alpha + \beta, 2\beta + \alpha$

மூலங்களின் கூடுதல் $= 2\alpha + \beta + 2\beta + \alpha$

$= 3(\alpha + \beta)$

$= 3\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்

$= (2\alpha+\beta)\times(2\beta+\alpha) = 4\alpha\beta + 2\alpha^2 + 2\beta^2 + \alpha\beta$

$= 5\alpha\beta + 2(\alpha^2+\beta^2) = 5\alpha\beta + 2[(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta]$

$= 5\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\left[\frac{1}{4} - 2\times -\frac{1}{2}\right]$

$= -\frac{5}{2} + \left[\frac{1}{4} + 1\right]$

$= -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} + 2 = -2+2 = 0$

தேவையான சமன்பாடு, $x^2 -$ (மூலங்களின் கூடுதல்)x + (மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்) = 0

$x^2 - \frac{3}{2}x + 0 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 3x = 0$

---

23. $x^2 + 6x - 4 = 0$ -யின் மூலங்கள் α, β எனில், கீழ்க்கண்டவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(i) α^2 மற்றும் β^2 (ii) $\frac{2}{\alpha}$ மற்றும் $\frac{2}{\beta}$

(iii) $\alpha^2\beta$ மற்றும் $\beta^2\alpha$

தீர்வு:

i. α^2 மற்றும் β^2

$x^2 + 6x - 4 = 0$

$a = 1, b = 6, c = -4$

$\alpha + \beta = -\frac{6}{1} = -6, \ \alpha\beta = \frac{-4}{1} = -4$

மூலங்களின் கூடுதல்

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= (-6)^2 - 2(-4)$

$= 36 + 8$

$= 44$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்

$\alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = (-4)^2 = 16$

$x^2 -$(மூலங்களின் கூடுதல்)x + (மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்) = 0

$\therefore x^2 - 44x + 16 = 0$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

ii. $\frac{2}{\alpha}$ மற்றும் $\frac{2}{\beta}$

மூலங்களின் கூடுதல்

$= \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = \frac{2\alpha+2\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} = \frac{2(-6)}{-4} = \frac{-12}{-4} = 3$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்

$= \frac{2}{\alpha} \times \frac{2}{\beta} = \frac{4}{\alpha\beta} = \frac{4}{-4} = -1$

x^2 –(மூலங்களின் கூடுதல்)x + (மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்) = 0

$\therefore x^2 - 3x - 1 = 0$

iii. $\alpha^2\beta$ மற்றும் $\beta^2\alpha$

மூலங்களின் கூடுதல் $= \alpha^2\beta + \beta^2\alpha$

$= \alpha\beta(\alpha+\beta) = (-4)(-6) = 24$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்

$= (\alpha^2\beta)(\beta^2\alpha) = \alpha^3\beta^3 = (\alpha\beta)^3 = (-4)^3 = -64$

x^2 –(மூலங்களின் கூடுதல்)x + (மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்) = 0

$\therefore x^2 - 24x - 64 = 0$

24. α, β என்பன $7x^2 + ax + 2 = 0$ -யின் மூலங்கள் மற்றும் $\beta - \alpha = \frac{-13}{7}$. எனில், a-யின் மதிப்புக் காண்க. மே 22

தீர்வு:

$7x^2 + ax + 2 = 0$

$\Rightarrow \quad \alpha + \beta = \frac{-a}{7}$ ---- (1)

$\alpha\beta = \frac{2}{7}$; $\beta - \alpha = \frac{-13}{7}$

$\Rightarrow \alpha - \beta = \frac{13}{7}$ ---- ((2)

$(\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta$

$\left(\frac{13}{7}\right)^2 = \left(\frac{-a}{7}\right)^2 - 4\left(\frac{2}{7}\right)$

$\frac{169}{49} = \frac{a^2}{49} - \frac{8}{7}$

$\frac{169}{49} = \frac{a^2-56}{49}$

$a^2 - 56 = 169$

$a^2 = 225$

$\Rightarrow \quad a = \pm 15$

25. $2y^2 - ay + 64 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் மற்றவை போல இருமடங்கு எனில் a-யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:

$2y^2 - ay + 64 = 0$

இங்கு, $a = 2, b = -a, c = 64$

$\alpha + \beta = \frac{a}{2}$ ---- (1)

$\alpha\beta = \frac{64}{2} = 32$ ---- (2)

ஆனால், $\alpha = 2\beta$

(2) $\Rightarrow \alpha\beta = 32 \Rightarrow 2\beta^2 = 32$

$\Rightarrow \beta^2 = 16 \Rightarrow \beta = \pm 4$

$\beta = 4$ ஐ (2) ல் பிரதியிட

$\Rightarrow 4\alpha = 32$ எனில், $\alpha = 8$

$\beta = -4$ ஐ (2) ல் பிரதியிட

$\Rightarrow -4\alpha = 32$ எனில் $\alpha = -8$

(1) $\Rightarrow 4 + 8 = \frac{a}{2} \quad \Rightarrow 12 = \frac{a}{2} \quad \Rightarrow a = 24$

$\therefore a = 24$ மற்றும் $a = -24$

26. மெய்யெண்களை மூலங்களாகக் கொண்ட $3x^2 + kx + 81 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலம் மற்றொரு மூலத்தின் வர்க்கம் எனில், k -யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:

α, β என்பன $3x^2 + kx + 81 = 0$ ன் மூலங்களாகும்.

இங்கு $a = 3, b = k, c = 81$

$\alpha + \beta = -\frac{k}{3}$ ---- (1)

$\alpha\beta = 27$ ---- (2)

$\alpha = \beta^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

(2) லிருந்து

$\beta^3 = 27 \Rightarrow \beta = 3$

$\therefore \alpha = 9$

(1) $\Rightarrow 9 + 3 = -\frac{k}{3} \quad \Rightarrow 12 = -\frac{k}{3}$

$k = -36$

27. $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

மற்றும் $C = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ எனில்

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

A + (B + C) = (A + B) + C என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$A+(B+C)=\begin{pmatrix}4&3&1\\2&3&-8\\1&0&-4\end{pmatrix}+\left(\begin{pmatrix}2&3&4\\1&9&2\\-7&1&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}8&3&4\\1&-2&3\\2&4&-1\end{pmatrix}\right)$$

$$=\begin{pmatrix}4&3&1\\2&3&-8\\1&0&-4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}10&6&8\\2&7&5\\-5&5&-2\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}14&9&9\\4&10&-3\\-4&5&-6\end{pmatrix} \quad \text{---- (1)}$$

$$(A+B)+C=\left(\begin{pmatrix}4&3&1\\2&3&-8\\1&0&-4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&3&4\\1&9&2\\-7&1&-1\end{pmatrix}\right)+\begin{pmatrix}8&3&4\\1&-2&3\\2&4&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}14&9&9\\4&10&-3\\-4&5&-6\end{pmatrix} \quad \text{---- (2)}$$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து LHS = RHS

28. $X+Y=\begin{pmatrix}7&0\\3&5\end{pmatrix}$ **மற்றும்** $X-Y=\begin{pmatrix}3&0\\0&4\end{pmatrix}$ **எனில், X மற்றும் Y ஆகிய அணிகளைக் காண்க.**

தீர்வு:

$$X+Y=\begin{pmatrix}7&0\\3&5\end{pmatrix} \quad \text{---- (1)}$$

$$X-Y=\begin{pmatrix}3&0\\0&4\end{pmatrix} \quad \text{---- (2)}$$

$$(1)+(2)\Rightarrow 2X=\begin{pmatrix}10&0\\3&9\end{pmatrix}$$

$$\therefore \quad X=\begin{pmatrix}5&0\\\frac{3}{2}&\frac{9}{2}\end{pmatrix}$$

$$(1)\Rightarrow Y=\begin{pmatrix}7&0\\3&5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5&0\\\frac{3}{2}&\frac{9}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0\\\frac{3}{2}&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

29. $x\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$ **எனில், x மற்றும் y-ன் மதிப்புகளைக் காண்க.**

தீர்வு:

$$x\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}4x\\-3x\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2y\\3y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}4x-2y\\-3x+3y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\6\end{pmatrix}$$

$4x-2y=4$

$\Rightarrow 2x-y=2$ ---- (1)

$-3x+3y=6$

$\Rightarrow -x+y=2$ ---- (2)

$(1)+(2)\Rightarrow x=4,$

$(2)\Rightarrow -4+y=2$

$y=6$

30. $x\begin{pmatrix}2x&2\\3&x\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}8&5x\\4&4x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x^2+8&24\\10&6x\end{pmatrix}$ **என்ற அணிச் சமன்பாட்டில் x-ன் பூச்சியமற்ற மதிப்பைக் காண்க.**

தீர்வு:

$$x\begin{pmatrix}2x&2\\3&x\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}8&5x\\4&4x\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}x^2+8&24\\10&6x\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}2x^2&2x\\3x&x^2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}16&10x\\8&8x\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x^2+16&48\\20&12x\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}2x^2+16&12x\\3x+8&x^2+8x\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}2x^2+16&48\\20&12x\end{pmatrix}$$

$\therefore 12x=48\Rightarrow x=4$

$3x+8=20\Rightarrow 3x=12\Rightarrow x=4$

$x^2+8x = 12x$

$\Rightarrow x^2-4x = 0$

$\Rightarrow x(x-4) = 0,$

$x = 0, x=4$

$\therefore x=4$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

31. x, y**-ஐத் தீர்க்க.** $\begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} -2x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$

தீர்வு:

$$\begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} -2x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x^2 + (-4x) \\ y^2 + (-2y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$ ---- (1)

$y^2 - 2y - 8 = 0$ ---- (2)

$(1) \Rightarrow (x-5)(x+1) = 0$ ($\because$ காரணிப்படுத்தல்)

$\therefore x = 5, x = -1$

$(2) \Rightarrow (y-4)(y+2) = 0$ ($\because$காரணிப்படுத்தல்)

$\therefore y = 4, y = -2$

---

32. $A = (1\ -1\ 2)$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ **மற்றும்** $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

எனில் $(AB)C = A(BC)$ **எனக் காட்டுக.**

தீர்வு:

$$AB = (1\ -1\ \ 2)\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= (1 - 2 + 2 \quad -1 -1 + 6) = (1 \quad 4)$$

$$(AB)\,C = (1 \quad 4)\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= (1 + 8 \quad 2 - 4) = (9 \quad -2)$$

$$BC = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-2 & 2+1 \\ 2+2 & 4-1 \\ 1+6 & 2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 3 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A(BC) = (1\ -1\ \ 2)\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 3 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= (-1 -4 + 14 \quad 3 -3 -2) = (9 \quad -2)$$

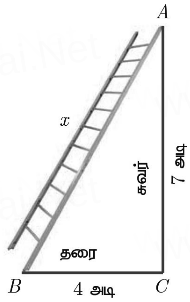
$\therefore$ LHS = RHS

*****

4 வடிவியல்

2 மதிப்பெண்கள் STAGE 2

1. சுவரின் அடியிலிருந்து 4 அடி தொலைவில் உள்ள ஏணியானது. சுவரின் உச்சியை 7 அடி உயரத்தில் தொடுமெனில் தேவையான ஏணியின் நீளத்தைக் காண்க. விடையை ஒரு தசம இடத்திருத்தமாக தருக.



தீர்வு:

ஏணியின் நீளம் $AB = x$ என்க.

$BC = 4$ அடி, $AC = 7$ அடி.

பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$x^2 = 7^2 + 4^2$ -லிருந்து

$x^2 = 49 + 16$

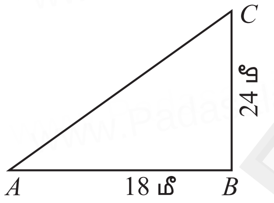
$x^2 = 65$ எனவே, $x = \sqrt{65} = 8.1$

$\sqrt{65}$ ஆனது 8 மற்றும் 8.1-க்கு இடையில் அமைகிறது.

எனவே, ஏணியின் நீளம் தோராயமாக 8.1 அடி ஆகும்.

2. ஒரு மனிதன் 18 மீ கிழக்கே சென்று பின்னர் 24 மீ வடக்கே செல்கிறான். தொடக்க நிலையிலிருந்து அவர் இருக்கும் தொலைவைக் காண்க. ஆக.22

தீர்வு:



செங்கோண முக்கோணம் ABC யில்

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = (18)^2 + (24)^2$

$= 324 + 576$

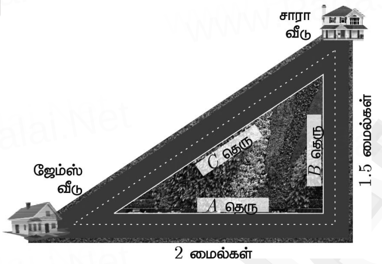
$AC^2 = 900$

$AC = \sqrt{900} \Rightarrow AC = 30$ மீ

$\therefore$ தொடக்க நிலையில் இருந்து அவர் கடந்த தூரம் = 30 மீ

3. சாராவின் வீட்டிலிருந்து ஜேம்ஸின் வீட்டிற்குச் செல்ல இரண்டு வழிகள் உள்ளன. ஒரு வழி 'C' என்ற தெரு வழியாகச் செல்வதாகும். மற்றொரு வழி B மற்றும் A ஆகிய தெருக்கள் வழியாகச் செல்வதாகும். நேரடி பாதை C வழி செல்லும் போது தொலைவு எவ்வளவு குறையும்? (படத்தைப் பயன்படுத்துக)

தீர்வு:



தெரு C வழியாக செல்லும்போது,

பிதாகரஸ் தேற்றப்படி

$SJ = \sqrt{(1.5)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{2.25 + 4} = \sqrt{6.25}$

$= 2.5$ மைல்கள்

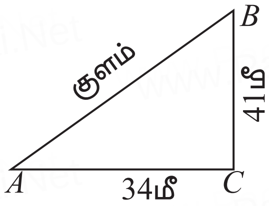
B மற்றும் A வழிச் செல்லுதல்

$SP + PJ = 1.5 + 2 = 3.5$ மைல்கள்

நேரடியாக C என்ற தெரு வழியே சென்றால் 1 மைல் குறையும்.

4. A என்ற புள்ளியில் இருந்து B என்ற புள்ளிக்குச் செல்வதற்கு ஒரு குளம் வழியாக, நடந்து செல்ல வேண்டும். குளம் வழியே செல்வதைத் தவிர்க்க 34 மீ தெற்கேயும், 41 மீ கிழக்கு நோக்கியும் நடக்க வேண்டும். குளம் வழியாகச் செல்வதற்குப் பாதை அமைத்து அப்பாதை வழியே சென்றால் எவ்வளவு மீட்டர் தொலைவு சேமிக்கப்படும்?

தீர்வு:



நேரடியாக குளம் வழியே செல்லுதல்

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$= (34)^2 + (41)^2$

$= 1156 + 1681 = 2837$

$AB^2 = 2837 \Rightarrow AB = \sqrt{2837} = 53.26$ மீ

கிழக்கு தெற்காக செல்லுதல்

$AB = AC + BC$

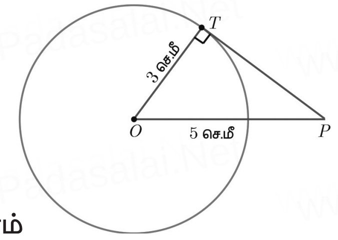
$= 34 + 41 = 75$ மீ

நேரடியாக குளம் வழியே சென்றால்

$75 - 53.26 = 21.74$ மீ தூரம் குறையும்.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

5. 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 5 செ.மீ தொலைவில் உள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் நீளம் காண்க.



தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டது

$OP = 5$ செ.மீ,

ஆரம் $r = 3$ செ.மீ

தொடுகோட்டின் நீளம்

PT ஐ காண

செங்கோண முக்கோணம் OTP -யில்

$OP^2 = OT^2 + PT^2$ (பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி)

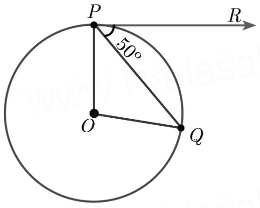
$5^2 = 3^2 + PT^2$

$\Rightarrow PT^2 = 25 - 9 = 16$

தொடுகோட்டின் நீளம் $PT = 4$ செ.மீ

---

6. படத்தில் O ஆனது வட்டத்தின் மையம். PQ ஆனது ஒரு நாண் ஆகும். தொடுகோடு PR ஆனது நாண் PQ-வுடன் P-யில் $50°$ கோணத்தை ஏற்படுத்தினால், $\angle POQ$ காண்க.



தீர்வு:

$\angle OPQ = 90° - 50° = 40°$

(தொடுகோட்டிற்கும், ஆரத்திற்கும் இடையேயுள்ள கோணம் $90°$)

$OP = OQ$ (வட்டத்தின் ஆரங்கள் சமம்)

$\angle OPQ = \angle OQP = 40°$

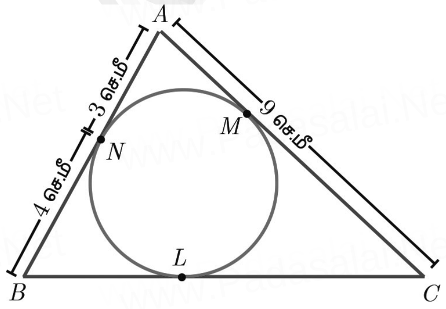
(ΔOPQ ஆனது இருசமபக்க முக்கோணம்)

$\angle POQ = 180° - \angle OPQ - \angle OQP$

$\angle POQ = 180° - 40° - 40° = 100°$

---

7. படத்தில் ΔABC ஆனது ஒரு வட்டத்தைத் தொட்டுக்கொண்டு வட்டத்தைச் சுற்றி அமைந்துள்ளது எனில், BC-யின் நீளத்தைக் காண்க.



தீர்வு:

$AN = AM = 3$ செ.மீ

(ஒரே வெளிப்புற புள்ளியிலிருந்து வரையப்பட்ட தொடுகோடுகள் சமம்)

$BN = BL = 4$ செ.மீ

$CL = CM = AC - AM$

$= 9 - 3 = 6$ செ.மீ

$BC = BL + CL$

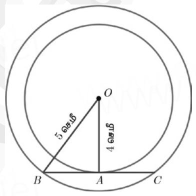
$= 4 + 6$

$= 10$ செ.மீ

---

8. இரண்டு பொது மைய வட்டங்களின் ஆரங்கள் 4 செ.மீ, 5 செ.மீ ஆகும். ஒரு வட்டத்தின் நாணானது மற்றொரு வட்டத்திற்குத் தொடுகோடாக அமைந்தால் அவ்வட்டத்தின் நாணின் நீளம் காண்க.

தீர்வு:



$OA = 4$ செ.மீ $OB = 5$ செ.மீ

மேலும் $OA \perp BC$

$OB^2 = OA^2 + AB^2$

$\Rightarrow \quad 5^2 = 4^2 + AB^2$

$\Rightarrow \quad AB^2 = 25 - 16 = 9$

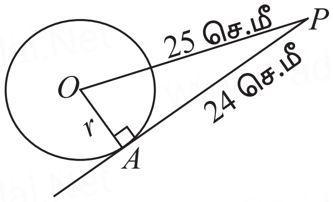
எனவே, $AB = 3$ செ.மீ, $BC = 2AB$

எனவே, $BC = 2 \times 3 = 6$ செ.மீ

---

9. வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 25 செ.மீ தொலைவில் உள்ள P என்ற புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் நீளம் 24 செ.மீ எனில், வட்டத்தின் ஆரம் என்ன?

தீர்வு:



படத்திலிருந்து $OP = 25$ செ.மீ

$AP = 24$ செ.மீ

$r = \sqrt{OP^2 - AP^2}$

$= \sqrt{25^2 - 24^2}$

$= \sqrt{625 - 576}$

$= \sqrt{49}$

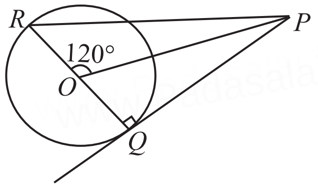
$r = 7$ செ.மீ

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

10. O-வை மையமாக உடைய வட்டத்திற்கு P–யிலிருந்து வரையப்பட்ட தொடுகோடு PQ. QOR ஆனது விட்டம் ஆகும். வட்டத்தில் $\angle POR = 120°$ எனில், $\angle OPQ$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:



படத்திலிருந்து

$\angle ROQ = 180°,\ \angle ROP = 120°,$

$\therefore \angle POQ = 60°$

$(\because \angle ROQ = \angle ROP + \angle POQ)$

$\angle POQ + \angle OQP + \angle QPO = 180°$

(Δ தின் பண்பின்படி)

$60° + 90° + \angle QPO = 180°$

($\angle OQP$=90° Δ தின் பண்பின்படி)

$150° + \angle QPO = 180°$

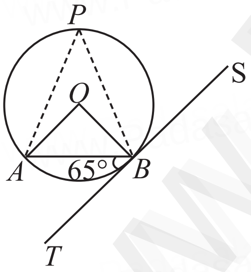
$\angle QPO = 30°$

எனவே $\angle OPQ = 30°$

---

11. தொடுகோடு ST வட்டத்தினை B என்ற புள்ளியில் தொடுகிறது. $\angle ABT = 65°$. AB என்பது ஒரு நாண் எனில், $\angle AOB$-ஐ காண்க. இதில் "O" is என்பது வட்டத்தின் மையம் ஆகும்.

தீர்வு:



படத்திலிருந்து

$\angle OBT = 90°$

($\because OB$ ஆரம் ஆகும், BT தொடுகோடு)

$\therefore \angle OBA = 90° - 65° = 25°$

மற்றும் $\angle OAB = 25°$

($\because OA = OB$, எனில் $\angle OBA = \angle OAB$)

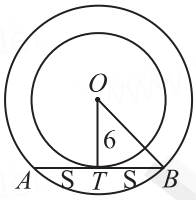
$\therefore \angle AOB = 180° - (\angle OAB + \angle OBA)$

$= 180° - 50°$

$\angle AOB = 130°$

12. இரண்டு பொது மைய வட்டங்களில், 16 செ.மீ நீளமுடைய பெரிய வட்டத்தின் நாணானது 6 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறிய வட்டத்திற்குத் தொடுகோடாக அமைந்தால், பெரிய வட்டத்தின் ஆரம் காண்க.

தீர்வு:



$AB = 16$ செ.மீ மற்றும் $OC = 6$ செ.மீ

ஆனால் $OC \perp AB$ மற்றும் C ஆனது AB-ஐ, 2 சமபாகங்களாகப் பிரிக்கின்றது.

($\because$ வட்டத்துக்கான தேற்றப்படி)

மற்றும் $AC = CB = 8$ செ.மீ

OB காண வேண்டும்.

பிதாகரஸ் தேற்றப்படி,

$OB = \sqrt{OC^2 + BC^2}$

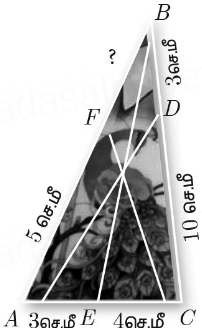
$= \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64}$

$OB = 10$ செ.மீ

---

13. படத்தில் உள்ளவாறு ஒரு முக்கோண வடிவக் கண்ணாடி ஜன்னலை முழுமையாக உருவாக்க ஒரு சிறிய கண்ணாடித்துண்டு ஒரு கலை நிபுணருக்குத் தேவைப்படும் மற்ற கண்ணாடி துண்டுகளின் நீளங்களைப் பொருத்து அவருக்குத் தேவையான கண்ணாடித் துண்டின் நீளத்தைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:



படத்திலிருந்து

$AE = 3$ செ.மீ, $BF = x$,

$BD = 3$ செ.மீ, $EC = 4$ செ.மீ,

$FA = 5$ செ.மீ, $CD = 10$ செ.மீ

சீவாஸ் தேற்றப்படி,

$$\frac{BF}{FA} \times \frac{CD}{DB} \times \frac{AE}{EC} = 1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{3}{4} = 1$$

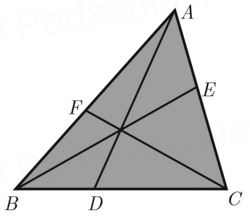
$$\frac{x}{2} = 1$$

$x = 2$ செ.மீ

இதுவே தேவையானதாகும்.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

14. சீவாஸ் தேற்றம்:



கூற்று:

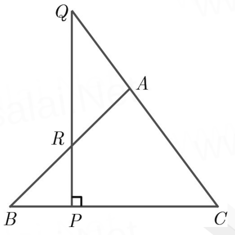
ABC என்பது ஒரு முக்கோணம் என்க. பக்கங்கள் BC, CA மற்றும் AB யில் உள்ள புள்ளிகள் முறையே D, E மற்றும் F என்க. முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் ஒரே திசையைப் பொருத்து, AD, BE, CF என்ற சீவியன்கள் ஒருங்கிசைந்துள்ளது எனில்,

$$\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = 1$$

ஒவ்வொரு விகிதத்தினையும் தலைகீழியாக மாற்றினாலும் மேற்கூறியது உண்மையே. ஏனெனில் 1-யின் தலைகீழி ஒன்று ஆகும்.

---

15. மெனிலாஸ் தேற்றம்
(MENELAUS Theorem (Without Proof))



கூற்று:

என்ற முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் BC, CA, AB (அல்லது அவற்றின் நீட்சி) -யில் உள்ள புள்ளிகள் முறையே P, Q, R ஆகியன ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகளாக அமையத் தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை

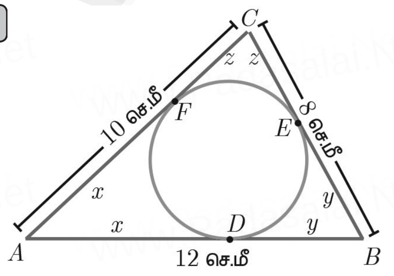
$$\frac{BP}{PC} \times \frac{CQ}{QA} \times \frac{AR}{RB} = -1.$$

இந்தச் சூத்திரத்தில் உள்ள கோட்டுத்துண்டுகள் அனைத்தும் திசை சார்ந்தவையாகும்.

5 மதிப்பெண்கள் STAGE 2

1. படத்தில் காட்டியுள்ளபடி, 8 செ.மீ, 10 செ.மீ மற்றும் 12 செ.மீ பக்கங்கள் உடைய முக்கோணத்தினுள் ஒரு வட்டம் அமைந்துள்ளது எனில், *AD*, *BE* மற்றும் *CF* ஐக் காண்க.

தீர்வு:



படத்திலிருந்து

$AB = 12$ செ.மீ, $BC = 8$ செ.மீ, $AC = 10$ செ.மீ

வெளியில் உள்ள புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் தொடுகோடு

$AD = AF = x$, $DB = BE = y$, $EC = CF = z$

படத்திலிருந்து

$x + y = AB = 12$ ----(1)

$y + z = BC = 8$ ----(2)

$z + x = CA = 10$ ----(3)

(1) + (2) + (3)

$AB + BC + AC = 30$

$\Rightarrow x+y+y+z+z+x = 30$

$\Rightarrow 2(x+y+z) = 30$

$x + y + z = 15$ ----(4)

$AB = AD + BD = 12$

$\Rightarrow x + y + z = 15$

$12 + z = 15$

$z = 3$

$\Rightarrow x + y + z = 15$

$x + 8 = 15$

$x = 7$

$\Rightarrow x + y + z = 15$

$10 + y = 15$

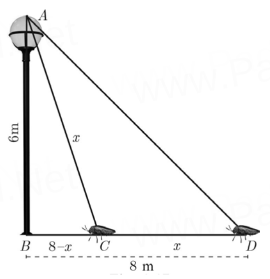
$y = 5$

$AD = 7$ செ.மீ, $BE = 5$ செ.மீ, $CF = 3$ செ.மீ

---

2. ஒரு விளக்கு கம்பத்தின் உயரம் 6 மீ. அதன் அடியிலிருந்து 8 மீ தொலைவில் உள்ள ஒரு பூச்சி, கம்பத்தை நோக்கி ஒரு குறிப்பிட்ட தொலைவு நகர்கிறது. கம்பத்தின் உச்சிக்கும் தற்பொழுது பூச்சி இருக்கும் இடத்திற்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு, பூச்சி கம்பத்தை நோக்கி நகர்ந்த தொலைவிற்குச் சமம் எனில், கம்பத்தின் அடியிலிருந்து பூச்சி தற்பொழுது எவ்வளவு தொலைவில் உள்ளது?

தீர்வு:



விளக்கு கம்பத்தின் அடிக்கும், பூச்சிக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு $BD = 8$ மீ,

விளக்குக் கம்பத்தின் உயரம் $AB = 6$ மீ

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

x மீ தொலைவு நகர்ந்த பின்பு, பூச்சி இருக்கும் இடம் C என்க.

$AC = CD = x$ என்க.

மேலும், $BC = BD - CD = 8 - x$

ΔABC -யில், $\angle B = 90°$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$-யிலிருந்து

$$x^2 = 6^2 + (8-x)^2$$
$$x^2 = 36 + 64 - 16x + x^2$$
$$16x = 100, x = 6.25$$

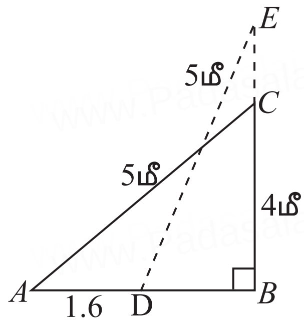
எனில், $BC = 8 - x = 8 - 6.25 = 1.75$ மீ

எனவே, பூச்சியானது விளக்கு கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 1.75 மீ தொலைவில் உள்ளது.

---

3. 5 மீ நீளமுள்ள ஓர் ஏணியானது ஒரு செங்குத்து சுவர் மீது சாய்த்து வைக்கப்படுகிறது. ஏணியின் மேல் முனை சுவரை 4 மீ உயரத்தில் தொடுகிறது. ஏணியின் கீழ்முனை சுவரை நோக்கி 1.6 மீ நகர்த்தப்படும்போது, ஏணியின் மேல்முனை சுவரில் எவ்வளவு தொலைவு மேல்நோக்கி நகரும் எனக் கண்டுபிடி.

தீர்வு:



ஏணியின் நீளம் $AC = 5$ மீ,

சுவரின் உயரம், $BC = 4$ மீ,

$AD = 1.6$ செ.மீ, $EC = x$ என்க.

படத்திலிருந்து

(i) பிதாகரஸ் தேற்றப்படி,

$$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{25 - 16}$$
$$AB = 3$$

படத்திலிருந்து

(ii) $\Rightarrow AB = AD + BD$

$3 = 1.6 + BD \Rightarrow BD = 1.4$

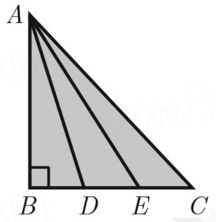
ΔDBE-ல் பிதாகரஸ் தேற்றப்படி

$$(BE)^2 = (DE)^2 - (BD)^2$$
$$(4+x)^2 = 5^2 - (1.4)^2$$
$$(4+x)^2 = 25.00 - 1.96 = 23.04$$
$$4 + x = \sqrt{23.04} = 4.8$$
$$\therefore \quad x = 0.8$$

ஏணி மேல் நோக்கி நகரும் தொலைவு 0.8 மீ

4. படத்தில், செங்கோண முக்கோணம் ABC -யில் கோணம் B ஆனது செங்கோணம் மற்றும் D, E என்ற புள்ளிகள் பக்கம் BC ஐ மூன்று சமபகுதிகளாக பிரிக்கிறது எனில், $8AE^2 = 3AC^2 + 5AD^2$ என நிறுவுக.

தீர்வு:



D, E ஆனது BC -ஐ முச்சமக் கூறிடுகிறது.

$BD = DE = EC = k, BC = 3k, BE = 2k.$

ΔABC -ல் பிதாகரஸ் தேற்றப்படி,

$\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2$

$\Rightarrow AC^2 = AB^2 + (3k)^2$

$AB^2 = AC^2 - 9k^2$ ----(1)

ΔABE -ல் பிதாகரஸ் தேற்றப்படி,

$\Rightarrow AE^2 = AB^2 + BE^2$

$\Rightarrow AE^2 = AB^2 + (2k)^2$

$AB^2 = AE^2 - 4k^2$ ----(2)

ΔABD -ல் பிதாகரஸ் தேற்றப்படி,

$AD^2 = AB^2 + BD^2$

$\Rightarrow AB^2 = AD^2 - k^2$ ----(3)

(1), (2) $\Rightarrow$

$AC^2 - AE^2 = 5k^2$ ($\because$ (1) = (2)) ----(4)

(2), (3) $\Rightarrow AE^2 - AD^2 = 3k^2$ ----(5)

(4) × 3 – (5) × 5

$$\Rightarrow \quad 3AC^2 - 3AE^2 = 15k^2$$
$$5AE^2 - 5AD^2 = 15k^2$$

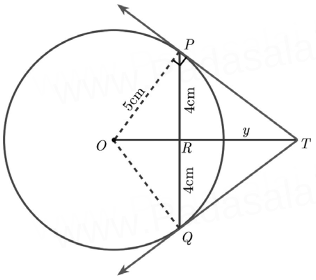
$$3AC^2 - 8AE^2 + 5AD^2 = 0$$

$\therefore 8AE^2 = 3AC^2 + 5AD^2$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

5. 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தில் PQ ஆனது 8 செ.மீ நீளமுள்ள நாண் ஆகும். P மற்றும் Q-வின் வழியே செல்லும் தொடுகோடுகள் T என்ற புள்ளியில் சந்திக்கிறது எனில், TP என்ற தொடுகோட்டின் நீளம் காண்க.

தீர்வு:



$TR = y$ என்க.

OT ஆனது PQ -யின் செங்குத்து இருசம வெட்டி ஆகும்.

$PR = QR = 4$ செ.மீ

ΔORP -யில்

$$OP^2 = OR^2 + PR^2$$

$$OR^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$$

$$\Rightarrow \quad OR = 3 \text{ செ.மீ}$$

$$OT = OR + RT$$

$$= 3 + y \qquad \text{----(1)}$$

ΔPRT-யில்,

$$TP^2 = TR^2 + PR^2 \qquad \text{----(2)}$$

மற்றும் ΔOPT -லிருந்து

$$OT^2 = TP^2 + OP^2$$

$$OT^2 = (TR^2 + PR^2) + OP^2$$

((2)-லிருந்து TP^2 -ஐ பிரதியிட)

$$(3 + y)^2 = y^2 + 4^2 + 5^2$$

((1)-லிருந்து OT -ஐ பிரதியிட)

$$9 + 6y + y^2 = y^2 + 16 + 25$$

$6y = 41 - 9$, எனவே, $y = \dfrac{16}{3}$

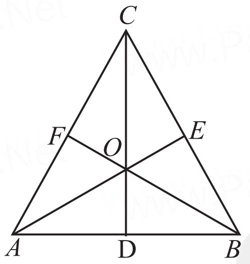
(2)-லிருந்து $TP^2 = TR^2 + PR^2$

$$TP^2 = \left(\frac{16}{3}\right)^2 + 4^2 = \frac{256}{9} + 16 = \frac{400}{9}$$

எனவே, $TP = \dfrac{20}{3}$ செ.மீ

6. ஒரு முக்கோணத்தின் கோண இருசம வெட்டிகள் ஒரு புள்ளியின் வழியாகச் செல்லும் எனக் காட்டுக.

தீர்வு:



ΔABC-ல் 'O' ஏதேனும் ஒரு புள்ளி என்க.

இருசமவெட்டிகள் CD, AE மற்றும் BF என்பன முறையே AB, BC, CA ஆகிய பக்கங்களை D, E, F புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது என்க.

ΔAOB -ல், OD என்பது $\angle AOB$ -ன் இருசமவெட்டி ஆகும்.

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{AD}{DB}$$

(இரு சமவெட்டி தேற்றப்படி) ----(1)

ΔBOC-ல், OE என்பது $\angle BOC$ -ன் இருசமவெட்டி ஆகும்.

$$\therefore \frac{OB}{OC} = \frac{BE}{EC} \qquad \text{----(2)}$$

ΔCOA-ல் OF என்பது $\angle COA$ -ன் இருசமவெட்டி ஆகும்.

$$\therefore \frac{CF}{FA} = \frac{CF}{FA} \qquad \text{----(3)}$$

$(1) \times (2) \times (3) \Rightarrow$

$$\frac{OA}{OB} \times \frac{OB}{OC} \times \frac{CF}{FA} = \frac{AD}{DB} \times \frac{BE}{EC} \times \frac{CF}{FA}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DB} \times \frac{BE}{EC} \times \frac{CF}{FA} = 1$$

ஆனால் AE, BF மற்றும் CD என்பன of $\angle A$, $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ இரு சமவெட்டிகளாகும்.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{EC}, \frac{BC}{AB} = \frac{CF}{FA}, \frac{CA}{CB} = \frac{AD}{DB}$$

மேற்கண்ட 3 சமன்பாடுகளிலிருந்து

$$\frac{BE}{EC} \times \frac{CF}{FA} \times \frac{AD}{DB}$$

$$= \frac{AB}{AC} \times \frac{BC}{AB} \times \frac{CA}{CB} = 1 \text{ ((4) லிருந்து)}$$

முக்கோணத்தின் கோண இருசமவெட்டிகள் ஒரு புள்ளி வழியாகச் செல்லும்.

★★★

5 ஆயத்தொலைவு வடிவியல்

2 மதிப்பெண்கள் STAGE 2

1. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

(i) (–6, 1) மற்றும் (–3, 2)

(ii) (14, 10) மற்றும் (14, –6) செப்.20

தீர்வு:

i. (–6, 1) மற்றும் (–3, 2)

சாய்வு $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{2-1}{-3-(-6)} = \dfrac{2-1}{-3+6}$

$\therefore$ சாய்வு, $m = \dfrac{1}{3}$

ii. (14, 10) மற்றும் (14, –6)

சாய்வு, $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{-6-10}{14-14} = \dfrac{-16}{0}$

$\therefore$ சாய்வு, $m = \dfrac{-16}{0}$ வரையறுக்க முடியாது

2. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

(i) (5, $\sqrt{5}$) மற்றும் ஆதிப்புள்ளி

(ii) (sin θ, –cosθ) மற்றும் (–sinθ, cosθ)

தீர்வு:

i) (5, $\sqrt{5}$) மற்றும் (0,0) என்பன தரப்பட்ட புள்ளிகள்

சாய்வு = m

$= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{0-\sqrt{5}}{0-5}$

$= \dfrac{\sqrt{5}}{5} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

ii) (sinθ, –cosθ) மற்றும் (–sinθ, cosθ) என்பன தரப்பட்ட புள்ளிகள்

சாய்வு = m

$= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \dfrac{\cos\theta-(-\cos\theta)}{-\sin\theta-\sin\theta}$

$= \dfrac{2\cos\theta}{-2\sin\theta} = -\cot\theta$

3. (–2, 2), (5, 8) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு *r* மற்றும் (–8, 7), (–2, 0) ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு *s* ஆகும் எனில், நேர்க்கோடு *r* ஆனது நேர்க்கோடு *s*-க்கு செங்குத்தாக அமையுமா?

தீர்வு:

நேர்க்கோடு r-யின் சாய்வு, $m_1 = \dfrac{8-2}{5+2} = \dfrac{6}{7}$

நேர்க்கோடு s-யின் சாய்வு, $m_2 = \dfrac{0-7}{-2+8} = \dfrac{-7}{6}$

சாய்வுகளின் பெருக்கல் $= \dfrac{6}{7} \times \dfrac{-7}{6} = -1$

அதாவது $m_1\, m_2 = -1$

எனவே, நேர்க்கோடு r ஆனது, நேர்க்கோடு s-க்கு செங்குத்தாக அமையும்.

4. (3, –2), (12, 4) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு *p* மற்றும் (6, –2) மற்றும் (12, 2) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு *q* ஆகும். *p* ஆனது *q*-க்கு இணையாகுமா?

தீர்வு: மே 22 ஆக.22

p -யின் சாய்வு $m_1 = \dfrac{4+2}{12-3} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$

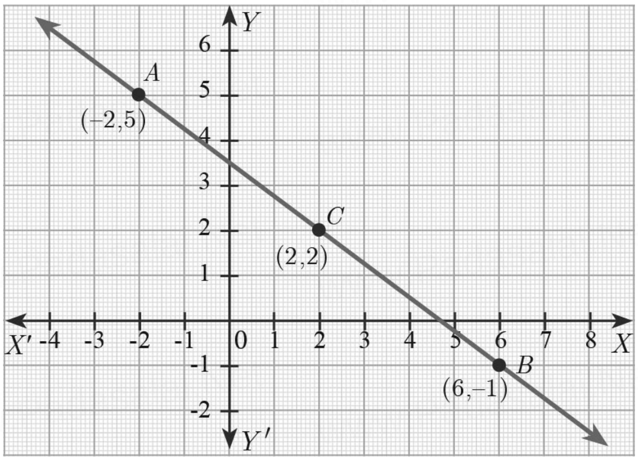
q -யின் சாய்வு $m_2 = \dfrac{2+2}{12-6} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

இதிலிருந்து நேர்க்கோடு p -யின் சாய்வு = நேர்க்கோடு q -யின் சாய்வு.

எனவே, நேர்க்கோடு p -யானது நேர்க்கோடு q -க்கு இணை ஆகும்.

5. (–2, 5) , (6, –1) மற்றும் (2, 2) ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகள் எனக் காட்டு.

தீர்வு:



AB -யின் சாய்வு $= \frac{-1-5}{6+2} = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4}$

BC -யின் சாய்வு $= \frac{2+1}{2-6} = \frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$

AB-யின் சாய்வு $= BC$-யின் சாய்வு

எனவே, A, B, C என்ற புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டின் மேல் அமைந்துள்ளன.

ஆகவே, A, B, C என்பன ஒரு கோட்டமைந்த புள்ளிகள் ஆகும்.

---

6. (–3, –4) , (7, 2) மற்றும் (12, 5) என்ற புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

AB-யின் சாய்வு $= \frac{2-(-4)}{7-(-3)}$

$= \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ----(1)

BC-யின் சாய்வு $= \frac{5-2}{12-7} = \frac{3}{5}$ ----(2)

AC-யின் சாய்வு $= \frac{5-(-4)}{12-(-3)}$

$= \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ ----(3)

$(1),(2),(3) \Rightarrow A, B, C$ என்பன ஒரு கோடமைவன ஆகும்.

---

7. (3, –1), (a, 3) மற்றும் (1, –3) ஆகிய மூன்று புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனில் a-யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

A (3, –1), B (a, 3) மற்றும் C (1, –3) ஆகிய மூன்று புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை.

$\therefore AB$-யின் சாய்வு $=$ BC-யின் சாய்வு

$\Rightarrow \frac{3-(-1)}{a-3} = \frac{-3-3}{1-a}$

$\Rightarrow \frac{4}{a-3} = \frac{-6}{1-a}$

$\Rightarrow 4 - 4a = -6a + 18$

$\Rightarrow 2a = 14$

$\Rightarrow a = 7$

---

8. (–2, a) மற்றும் (9, 3) என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $-\frac{1}{2}$ எனில் a-ன் மதிப்பு யாது?

தீர்வு:

சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{3-a}{9+2} = \frac{3-a}{11}$

கொடுக்கப்பட்ட சாய்வு $= -\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{3-a}{11} = -\frac{1}{2}$

$6 - 2a = -11$

$2a = 17$

$a = \frac{17}{2}$

---

9. (–2, 6) மற்றும் (4, 8) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடானது (8, 12) மற்றும் (x, 24) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டிற்குச் செங்குத்து எனில், x-யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

(–2, 6) மற்றும் (4, 8) ஆகிய புள்ளிகளின் சாய்வு

$m_1 = \frac{8-6}{4+2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(8, 12) மற்றும் (x, 24) ஆகிய புள்ளிகளின் சாய்வு

$m_2 = \frac{24-12}{x-8} = \frac{12}{x-8}$

இரண்டு நேர்க்கோடுகளும் செங்குத்து என்பதால்

$m_1 \times m_2 = -1$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{12}{x-8} = -1$

$\Rightarrow \frac{4}{x-8} = -1$

$\Rightarrow x - 8 = -4$

$\Rightarrow x = 4$

---

10. (–2, 2), (5, 8) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு r மற்றும் (–8, 7), (–2, 0) ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு s ஆகும் எனில், நேர்க்கோடு r ஆனது நேர்க்கோடு s-க்கு செங்குத்தாக அமையுமா?

தீர்வு:

நேர்க்கோடு r -யின் சாய்வு, $m_1 = \frac{8-2}{5+2} = \frac{6}{7}$

நேர்க்கோடு s-யின் சாய்வு, $m_2 = \frac{0-7}{-2+8} = \frac{-7}{6}$

சாய்வுகளின் பெருக்கல் $= \frac{6}{7} \times \frac{-7}{6} = -1$

அதாவது $m_1\, m_2 = -1$

எனவே, நேர்க்கோடு r ஆனது, நேர்க்கோடு

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

s-க்கு செங்குத்தாக அமையும்.

11. (3, –2), (12, 4) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு p மற்றும் (6, –2) மற்றும் (12, 2) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு q ஆகும். p ஆனது q-க்கு இணையாகுமா? **மே 22**

தீர்வு:

p -யின் சாய்வு $m_1 = \frac{4+2}{12-3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

q -யின் சாய்வு $m_2 = \frac{2+2}{12-6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

இதிலிருந்து நேர்க்கோடு p -யின் சாய்வு = நேர்க்கோடு q -யின் சாய்வு.

எனவே, நேர்க்கோடு p -யானது நேர்க்கோடு q -க்கு இணை ஆகும்.

12. பின்வரும் விவரங்களைப் பயன்படுத்தி நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

(i) சாய்வு 5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு $c = -9$

(ii) சாய்வு கோணம் 45° மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 11

தீர்வு:

i. இங்கு சாய்வு $m = 5$,

y வெட்டுத்துண்டு $c = -9$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = mx + c$

$y = 5x - 9$

$0 = 5x - y - 9$

$\therefore$ தேவையான சமன்பாடு $5x - y - 9 = 0$

ii. சாய்வுக்கோணம் $\theta = 45°$,

சாய்வு $m = \tan\theta$

$m = \tan 45°$

சாய்வு $m = 1$

y வெட்டுத்துண்டு $C = 11$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = mx + C$

$y = 1x + 11$

$0 = x - y + 11$

$\therefore$ தேவையான சமன்பாடு $x - y + 11 = 0$

13. $8x - 7y + 6 = 0$ என்ற கோட்டின் சாய்வு மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றை கணக்கிடுக. **செப்.21**

தீர்வு:

$8x - 7y + 6 = 0$

$8x + 6 = 7y$

7 ஆல் வகுக்க

$\frac{8}{7}x + \frac{6}{7} = \frac{7}{7}y$

$\frac{8}{7}x + \frac{6}{7} = y$

$y = mx + C$ யுடன் ஒப்பிட

சாய்வு $m = \frac{8}{7}$

y வெட்டுத்துண்டு $C = \frac{6}{7}$

14. (3, –4) என்ற புள்ளியின் வழி செல்வதும், $\frac{-5}{7}$ -ஐ சாய்வாக உடையதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

$(x_1, y_1) = (3, -4)$

சாய்வு, $m = -\frac{5}{7}$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - (-4) = -\frac{5}{7}(x - 3)$

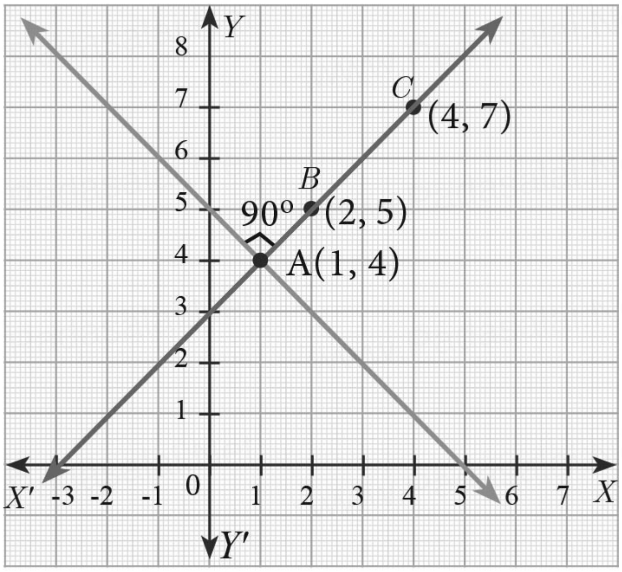
$7(y + 4) = -5(x - 3)$

$7y + 28 = -5x + 15$

$5x + 7y + 28 - 15 = 0$

$5x + 7y + 13 = 0$

15. (2, 5) மற்றும் (4, 7) என்ற புள்ளிகளைச் சேர்க்கும் நேர்க்கோட்டிற்குச் செங்குத்தாகவும், A (1, 4) என்ற புள்ளி வழி செல்லுவதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.



தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் A (1, 4) , B (2, 5) மற்றும் C (4, 7)

BC-யின் சாய்வு $= \frac{7-5}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$

தேவையான நேர்க்கோட்டின் சாய்வு m என்க.

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

இந்த நேர்க்கோடு BC-க்கு செங்குத்தாக உள்ளது. எனவே,

$$m \times 1 = -1$$
$$m = -1$$

இக்கோடானது $A\,(1, 4)$ வழி செல்வதால், தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 4 = -1(x - 1)$$
$$y - 4 = -x + 1$$

எனவே, $x + y - 5 = 0$

16. ஆய அச்சுகளுடன் சமமாகவும், எதிர் குறியும் உடைய வெட்டுத்துண்டுகளை ஏற்படுத்தி, (5,7) என்ற புள்ளி வழி செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

x வெட்டுத்துண்டு 'a', y வெட்டுத்துண்டு '$-a$' வெட்டுத்துண்டு வடிவில் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ (இங்கே } b = -a)$$

எனவே, $x - y = a$ ----(1)

(1) ஆனது (5,7) வழிச் செல்வதால்

$5 - 7 = a$ -லிருந்து $a = -2$

ஆகவே, தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $x - y = -2$; அதாவது $x - y + 2 = 0$

17. $4x-9y+36=0$ என்ற நேர்க்கோடு ஆய அச்சுகளில் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோட்டு சமன்பாடு

$4x - 9y + 36 = 0$

எனவே $4x - 9y = -36$

இருபுறமும் -36 ஆல் வகுக்க,

$$\frac{x}{-9} + \frac{y}{4} = 1 \quad \text{----(1)}$$

(1)-ஐ வெட்டுத்துண்டு வடிவத்துடன் ஒப்பிட,

x வெட்டுத்துண்டு $a = -9$;

y வெட்டுத்துண்டு $b = 4$

18. (1, –5) மற்றும் (4, 2) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி வழியாகச் செல்வதும், கீழ்க்கண்டவற்றிற்கு இணையானதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (i) X அச்சு (ii) Y அச்சு

தீர்வு:

$(1, -5)$ மற்றும் $(4, 2)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் நடுப்புள்ளி M என்க.

$$\therefore M(x, y) = \left(\frac{1+4}{2}, \frac{-5+2}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{-3}{2}\right)$$

i. X-அச்சிற்கு இணையான கோட்டின் சமன்பாடு $y = b$

இக்கோடு $\left(\frac{5}{2}, \frac{-3}{2}\right)$ வழி செல்கிறது.

$$\therefore \quad y = -\frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow \quad y + \frac{3}{2} = 0$$
$$\Rightarrow \quad 2y + 3 = 0$$

ii. Y-அச்சிற்கு இணையான கோட்டின் சமன்பாடு $x = a$

இக்கோடு $\left(\frac{5}{2}, \frac{-3}{2}\right)$ வழி செல்கிறது.

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$
$$\Rightarrow \quad x - \frac{5}{2} = 0 \qquad \Rightarrow 2x - 5 = 0$$

19. கொடுக்கப்பட்ட இரு புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(i) $\left(2, \frac{2}{3}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{-1}{2}, -2\right)$

(ii) (2, 3) மற்றும் (–7, –1)

தீர்வு:

இரண்டு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

i. $\left(2, \frac{2}{3}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{-1}{2}, -2\right)$

தேவையான சமன்பாடு

$$\frac{y - \frac{2}{3}}{-2 - \frac{2}{3}} = \frac{x - 2}{-\frac{1}{2} - 2}$$
$$\Rightarrow \frac{\frac{3y - 2}{3}}{\frac{-8}{3}} = \frac{x - 2}{\frac{-5}{2}}$$
$$\Rightarrow \frac{3y - 2}{-8} = \frac{2x - 4}{-5}$$
$$\Rightarrow -15y + 10 = -16x + 32$$
$$\Rightarrow 16x - 15y - 22 = 0$$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

ii. (2, 3) மற்றும் (–7, –1)

தேவையான சமன்பாடு

$$\Rightarrow \frac{y-3}{-1-3} = \frac{x-2}{-7-2}$$

$$\Rightarrow \frac{y-3}{-4} = \frac{x-2}{-9}$$

$$\Rightarrow -9y + 27 = -4x + 8$$

$$\Rightarrow 4x - 9y + 19 = 0$$

20. ஒரு பூனை xy-தளத்தில் (–6, –4) என்ற புள்ளியில் உள்ளது. (5, 11) என்ற புள்ளியில் ஒரு பால் புட்டி வைக்கப்பட்டுள்ளது. பூனை மிகக் குறுகிறய தூரம் பயணித்துப் பால் அருந்த விரும்புகிறது எனில், பாலைப் பருகுவதற்குத் தேவையான பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க. **ஆக.22**

தீர்வு:

(–6, –4) மற்றும் (5, 11) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$$\Rightarrow \frac{y-(-4)}{11-(-4)} = \frac{x-(-6)}{5-(-6)}$$

$$\Rightarrow \frac{y+4}{15} = \frac{x+6}{11}$$

$$\Rightarrow 11y + 44 = 15x + 90$$

$$\Rightarrow 15x - 11y + 90 - 44 = 0$$

$$\Rightarrow 15x - 11y + 46 = 0$$

21. (–1, 2) என்ற புள்ளி வழி செல்வதும், சாய்வு $-\frac{5}{4}$ உடையதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. **மே 22**

தீர்வு:

தரப்பட்ட புள்ளி (–1, 2) சாய்வு $\frac{-5}{4}$

தேவையான சமன்பாடு $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\Rightarrow y - 2 = \frac{-5}{4}(x-(-1))$$

$$\Rightarrow 4y - 8 = -5x - 5$$

$$\Rightarrow 5x + 4y - 3 = 0$$

22. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள x, y வெட்டுத் துண்டுகளைக் கொண்ட நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(i) 4, –6 (ii) –5, $\frac{3}{4}$

தீர்வு:

i. x வெட்டுத்துண்டு $a = 4$

y வெட்டுத்துண்டு $b = -6$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$$

$$\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 1 \Rightarrow \frac{6x-4y}{24} = 1$$

$$\frac{2(3x-2y)}{24} = 1 \Rightarrow \frac{3x-2y}{12} = 1$$

$$3x - 2y = 12$$

$$3x - 2y - 12 = 0$$

ii. x வெட்டுத்துண்டு $a = -5$

y வெட்டுத்துண்டு $b = \frac{3}{4}$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow \frac{x}{-5} + \frac{y}{\frac{3}{4}} = 1$$

$$\frac{x}{-5} + \frac{4y}{3} = 1 \Rightarrow \frac{3x-20y}{-15} = 1$$

$$3x - 20y = -15$$

$$3x - 20y + 15 = 0$$

23. கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோடுகளின் சமன் பாட்டிலிருந்து ஆய அச்சுகளின் மேல் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க.

(i) $3x - 2y - 6 = 0$ (ii) $4x + 3y + 12 = 0$

தீர்வு: **செப்.21**

வெட்டுத்துண்டு வடிவச் சமன்பாடு

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$\because a - x$ வெட்டுத்துண்டு

$b - y$ வெட்டுத்துண்டு

i. $3x - 2y - 6 = 0$

$$\Rightarrow 3x - 2y = 6 \Rightarrow \frac{3x}{6} - \frac{2y}{6} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1 \Rightarrow \therefore a = 2, b = -3$$

$4x + 3y + 12 = 0$

$$4x + 3y = -12 \ (\div -12)$$

$$\Rightarrow \frac{4x}{-12} + \frac{3y}{-12} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-3} + \frac{y}{-4} = 1$$

$$\Rightarrow \therefore a = -3, b = -4$$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

24. $6x+8y+7=0$ என்ற நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

தீர்வு:

சாய்வு $m = \dfrac{-x\text{-ன் கெழு}}{y\text{-ன் கெழு}} = -\dfrac{6}{8} = -\dfrac{3}{4}$

எனவே நேர்க்கோட்டின் சாய்வு $-\dfrac{3}{4}$ ஆகும்.

25. (i) $3x-7y=11$ -க்கு இணையான

(ii) $2x-3y+8=0$ -க்கு செங்குத்தான நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

தீர்வு:

i. கொடுக்கப்பட்ட நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $3x-7y=11$

$3x-7y-11=0$

சாய்வு $m = \dfrac{-3}{-7} = \dfrac{3}{7}$

இணை கோடுகளின் சாய்வுகள் சமம் என்பதால் $3x-7y=11$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாக கோட்டின் சாய்வு $\dfrac{3}{7}$ ஆகும்.

ii. கொடுக்கப்பட்ட நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $2x-3y+8=0$

சாய்வு $m = \dfrac{-2}{-3} = \dfrac{2}{3}$

ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான நேர்க்கோட்டு சாய்வுகளின் பெருக்கற்பலன் -1 என்பதால் $2x-3y+8=0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்குச் செங்குத்தான கோட்டின்

சாய்வு $\dfrac{-1}{\frac{2}{3}} = \dfrac{-3}{2}$ ஆகும்.

26. $2x+3y-8=0$, $4x+6y+18=0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் இணை எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

$2x+3y-8=0$ என்ற கோட்டின் சாய்வு

$m_1 = \dfrac{-x\text{-ன் கெழு}}{y\text{-ன் கெழு}} = -\dfrac{2}{3}$

$4x+6y+18=0$ என்ற கோட்டின் சாய்வு

$m_2 = \dfrac{-x\text{-ன் கெழு}}{y\text{-ன் கெழு}} = -\dfrac{2}{3}$

இங்கு $m_1 = m_2$ சாய்வுகள் சமம்.

எனவே இவ்விரு நேர்க்கோடுகளும் இணையாகும்.

27. $x-2y+3=0$, $6x+3y+8=0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

$x-2y+3=0$ என்ற நேர்கோட்டின் சாய்வு

$m_1 = -\left(\dfrac{a}{b}\right) = -\left(\dfrac{1}{-2}\right) = \dfrac{1}{2}$

$6x+3y+8=0$ என்ற நேர்கோட்டின் சாய்வு

$m_2 = -\left(\dfrac{a}{b}\right) = -\left(\dfrac{6}{3}\right) = -2$

$m_1 \times m_2 = \dfrac{1}{2} \times (-2) = -1$

சாய்வுகளின் பெருக்கற்பலன் $= -1$ ஆகும்.

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு நேர்கோடுகளும் செங்குத்தானவையாகும்.

28. சாய்வு காண்க. (i) $5y-3=0$ (ii) $7x-\dfrac{3}{17}=0$

தீர்வு:

i. $5y-3=0$

$\therefore$ சாய்வு, $m = \dfrac{-x\text{-ன் கெழு}}{y\text{-ன் கெழு}} = \dfrac{0}{5} = 0$

ii. $7x-\dfrac{3}{17}=0 \Rightarrow 7x = \dfrac{3}{17}$

$\Rightarrow 0y + 7x + \dfrac{3}{17}$

$\therefore$ சாய்வு, $m = \dfrac{-x\text{-ன் கெழு}}{y\text{-ன் கெழு}} = \dfrac{-7}{0}$

$\therefore m = \infty$ (வரையறுக்கப்படாதது)

29. (i) $y = 0.7x - 11$ -க்கு இணையாக

(ii) $x = -11$ -க்கு செங்குத்தாக அமையும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

தீர்வு:

i. $y=0.7x-11$ என்ற கோட்டிற்கு இணையான கோட்டின் சமன்பாடு $y=0.7x-k$

$\therefore$ கோட்டின் சாய்வு $= 0.7$

ii. $x=-11$

$\Rightarrow x+0y+11=0$ ----(1)

(1) என்ற கோட்டின் செங்குத்து வடிவம்

$0x-y+k=0$

$\Rightarrow y = 0x+k$

$\therefore$ கோட்டின் சாய்வு $= 0$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

5 மதிப்பெண்கள் **STAGE 2**

1. $P(-1, -4)$, $Q(b, c)$ மற்றும் $R(5, -1)$ என்பன ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் என்க. மேலும் $2b + c = 4$, எனில், b மற்றும் c -யின் மதிப்பு காண்க. **செப்.21**

தீர்வு:

$P(-1, -4)$, $Q(b, c)$ மற்றும் $R(5, -1)$ என்ற புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைவதால்

PQR-யின் பரப்பு $= 0$

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ b & c \\ 5 & -1 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(-c - b - 20) - (-4b + 5c + 1)\} = 0$$

$$-c - b - 20 + 4b - 5c - 1 = 0$$

$$3b - 6c = 21 \ (\div 3)$$

$$b - 2c = 7 \quad \text{----(1)}$$

மேலும், $2b + c = 4$ ----(2)

(கொடுக்கப்பட்டது)

(1) மற்றும் (2) தீர்ப்பதன் மூலம் நாம் பெறுவது

$b = 3, c = -2$

---

2. $A(-3, 9)$, $B(a, b)$ மற்றும் $C(4, -5)$ என்பன ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகள் மற்றும் if $a + b = 1$ எனில், a மற்றும் b -யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$A(-3, 9)$, $B(a, b)$, $C(4, -5)$ என்பன ஒரு கோட்டமைந்த புள்ளிகள் மற்றும்

$a + b = 1$ ----(1)

ஒரே கோட்டமைந்த 3 புள்ளிகள் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு $= 0$

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & 9 \\ a & b \\ 4 & -5 \\ -3 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow \quad -3b - 5a + 36) - (9a + 4b + 15) = 0$

$\Rightarrow \quad -5a - 3b + 36 - 9a - 4b - 15 = 0$

$\Rightarrow \quad -14a - 7b + 21 = 0$

$\Rightarrow \quad -14a - 7b = -21$

$\Rightarrow \quad 14a + 7b = 21 \ (\div 7)$

$\Rightarrow \quad 2a + b = 3$ ----(2)

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது $a + b = 1$ ----(1)

$(1) - (2) \Rightarrow a = 2 \quad b = -1$

3. ΔABC-யின் பக்கங்கள் AB, BC மற்றும் AC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே $P(11, 7)$, $Q(13.5, 4)$ மற்றும் $R(9.5, 4)$ என்க. முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகள் A, B மற்றும் C காண்க. மேலும், ΔABC-யின் பரப்பை ΔPQR-யின் பரப்புடன் ஒப்பிடுக.

தீர்வு:

$P = AB$-ன் மையப்புள்ளி

$$\Rightarrow \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = (11, 7)$$

$\Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{2} = 11 \quad \Rightarrow x_1 + x_2 = 22$ ----(1)

$\Rightarrow \frac{y_1 + y_2}{2} = 7 \quad \Rightarrow y_1 + y_2 = 14$ ----(2)

$Q = BC$-ன் மையப்புள்ளி

$$\Rightarrow \left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}\right) = (13.5, 4)$$

$\Rightarrow \frac{x_2 + x_3}{2} = 13.5 \quad \Rightarrow x_2 + x_3 = 27$ ----(3)

$\Rightarrow \frac{y_2 + y_3}{2} = 4 \quad \Rightarrow y_2 + y_3 = 8$ ----(4)

$R = AC$-ன் மையப்புள்ளி

$$\Rightarrow \left(\frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{y_1 + y_3}{2}\right) = (9.5, 4)$$

$\Rightarrow \frac{x_1 + x_3}{2} = 9.5 \quad \Rightarrow x_1 + x_3 = 19$ ----(5)

$\Rightarrow \frac{y_1 + y_3}{2} = 4 \quad \Rightarrow y_1 + y_3 = 8$ ----(6)

$(1) + (3) + (5) \Rightarrow \quad 2(x_1 + x_2 + x_3) = 68$

$x_1 + x_2 + x_3 = 34$ ----(7)

$(2) + (4) + (6) \Rightarrow \quad 2(y_1 + y_2 + y_3) = 30$

$y_1 + y_2 + y_3 = 15$ ----(8)

$(7) - (1) \Rightarrow x_3 = 12$

$(7) - (3) \Rightarrow x_1 = 7$

$(7) - (5) \Rightarrow x_2 = 15$

$(8) - (2) \Rightarrow y_3 = 1$

$(8) - (4) \Rightarrow y_1 = 7$

$(8) - (6) \Rightarrow y_2 = 7$

$A(7, 7)$, $B(15, 7)$ மற்றும் $C(12, 1)$

$$\Delta ABC \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 7 & 7 \\ 15 & 7 \\ 12 & 1 \\ 7 & 7 \end{vmatrix}$$

$= \frac{1}{2}\ [(49 + 15 + 84) - (105 + 84 + 7)]$

$= \frac{1}{2}\ [148 - 196]$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

$= \frac{1}{2}[-48] = 24$ ச.அ

($\because$ பரப்பளவு குறையாக இருக்காது)

ΔPQR-ன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 11 & 7 \\ 13.5 & 4 \\ 9.5 & 4 \\ 11 & 7 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(44 + 54 + 66.5) - (94.5 + 38 + 44)]$

$= \frac{1}{2}[164.5 - 176.5]$

$= \frac{1}{2}[-12] = 6$ ச.அ

($\because$ பரப்பளவு குறையாக இருக்காது)

இப்போது ΔPQR -ன் பரப்பு $= 6$ ச.அ

ΔABC-ன் பரப்பு $= 24$ ச.அ

$\therefore \Delta ABC$-ன் பரப்பு $= 4 \times \Delta PQR$-ன் பரப்பு

---

4. (–3, 8) என்ற புள்ளி வழி செல்வதும், ஆய அச்சுகளின் மிகை வெட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல் 7 உடையதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

a, b என்பன வெட்டுத்துண்டுகள் எனில்

$a + b = 7$ அல்லது $b = 7 - a$

வெட்டுத்துண்டு வடிவம் $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

ஆகவே, $\frac{x}{a} + \frac{y}{7-a} = 1$

இக்கோடானது $(-3, 8)$, என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதால்

$\frac{-3}{a} + \frac{8}{7-a} = 1$ இதிலிருந்து

$\Rightarrow \quad -3(7 - a) + 8a = a(7 - a)$

$-21 + 3a + 8a = 7a - a^2$

ஆகவே, $a^2 - 7a + 11a - 21 = 0$

இதனைத் தீர்ப்பதன் மூலம்

$(a - 3)(a + 7) = 0$

$a = 3$ அல்லது $a = -7$

a என்பது மிகை எண் என்பதால் $a = 3$ மற்றும் $b = 7 - a = 7 - 3 = 4$

எனவே, $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$

ஆகவே, தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $4x + 3y - 12 = 0$

5. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக. மேலும் பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யுமா என ஆராய்க.

(i) $A(1, -4)$, $B(2, -3)$ மற்றும் $C(4, -7)$

(ii) $L(0, 5)$, $M(9, 12)$ மற்றும் $N(3, 14)$

தீர்வு:

i. $A(1, -4)$, $B(2, -3)$ மற்றும் $C(4, -7)$

AB-யின் சாய்வு $= \frac{-3-(-4)}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$

BC-யின் சாய்வு $= \frac{-7-(-3)}{4-2} = \frac{-4}{2} = -2$

AC-யின் சாய்வு $= \frac{-7+4}{4-(+1)} = \frac{-3}{3} = -1$

(ABயின் சாய்வு) $\times$ (ACயின் சாய்வு)

$= 1 \times (-1) = -1$

$\therefore \Delta ABC$ என்பது செங்கோண முக்கோணமாகும்.

($\because AB \perp AC$)

பிதாகரஸ் தேற்றப்படி,

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

($\because d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$)

$AB^2 = (2 - 1)^2 + (-3 + 4)^2$

$= (1)^2 + (1)^2 = 2$

$AC^2 = (4 - 1)^2 + (-7 + 4)^2$

$= (3)^2 + (-3)^2 = 18$

$BC^2 = (4 - 2)^2 + (-7 + 3)^2$

$= (2)^2 + (-4)^2 = 4 + 16 = 20$

$AB^2 + AC^2 = 2 + 18 = 20 = BC^2$

என நிரூபிக்கப்பட்டது.

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும்.

ii. $L(0, 5)$, $M(9, 12)$ மற்றும் $N(3, 11)$

LM-யின் சாய்வு $= \frac{12-5}{9-0} = \frac{7}{9}$

MN-யின் சாய்வு $= \frac{14-12}{3-9} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$

LN-யின் சாய்வு $= \frac{14-5}{3-0} = \frac{9}{3} = 3$

(MN-யின் சாய்வு) $\times$ (LN-யின் சாய்வு)

$= \left(-\frac{1}{3}\right) \times (3) = -1$

$\therefore MN \perp r\ LN$

ΔLMN ஒரு செங்கோண முக்கோணமாகும்.

பிதாகரஸ் தேற்றப்படி,

$MN^2 + LN^2 = LM^2$

$MN^2 = (3-9)^2 + (14-12)^2$

$= (-6)^2 + (2)^2 = 36 + 4 = 40$

$LN^2 = (3-0)^2 + (14-5)^2$

$= (3)^2 + (9)^2 = 9 + 81 = 90$

$LM^2 = (9-0)^2 + (12-5)^2$

$= (9)^2 + (7)^2 = 81 + 49 = 130$

$MN^2 + LN^2 = 40 + 90 = 130 = LM^2$

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும்.

---

6. A (2.5, 3.5), B (10, –4), C (2.5, –2.5) மற்றும் D(–5, 5) ஆகியன இணைகரத்தின் முனைப் புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

$A(2.5, 3.5)\ B\ (10, -4),$

AB ன் சாய்வு $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \dfrac{-4-3.5}{10-2.5} = -\dfrac{7.5}{7.5} = -1$

$C\ (2.5, -2.5), D\ (-5, 5),$

CD ன் சாய்வு $= \dfrac{-5-(-2.5)}{-5-2.5}$

$= \dfrac{5+2.5}{-7.5} = \dfrac{7.5}{-7.5} = -1$

$\therefore$ AB ன் சாய்வு $=$ CD ன் சாய்வு

எனவே ABயும் CDயும் இணைகோடுகள்

$B\ (10, -4), C\ (2.5, -2.5),$

BCன் சாய்வு $= \dfrac{-2.5-(-4)}{-2.5-10}$

$= \dfrac{-2.5+4}{-7.5} = \dfrac{1.5}{-7.5} \times \dfrac{10}{10}$

$= \dfrac{15}{-75} = -\dfrac{1}{5}$

$A\ (2.5, 3.5), D\ (-5, 5),$

ADன் சாய்வு $= \dfrac{-5-(3.5)}{-5-2.5} = \dfrac{1.5}{-7.5} = \dfrac{1.5}{-7.5} \times \dfrac{10}{10}$

$= \dfrac{15}{-75} = -\dfrac{1}{5}$

$\therefore$ BCன் சாய்வு $=$ ADன் சாய்வு.

எனவே BC யும் AD யும் இணைகோடுகள்.

$\therefore$ எனவே $ABCD$ ஓர் இணைகரத்தை அமைக்கும்.

---

7. A (2, 2), B (–2, –3), C (1, –3) மற்றும் D (x, y) ஆகிய புள்ளிகள் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனில், x மற்றும் y -யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$A\ (2, 2), B\ (-2, -3)\ , C\ (1, -3)$ மற்றும் $D(x, y)$ என்ற புள்ளிகள் இணைகரத்தை அமைக்கும் என்பதால்

$AB \parallel CD$ மற்றும் $BC \parallel AD$

$\therefore AD$-ன் சாய்வு $= BC$-ன் சாய்வு

$\Rightarrow \dfrac{y-2}{x-2} = \dfrac{-3(-3)}{1-(-2)} \Rightarrow \dfrac{y-2}{x-2} = 0$

$\Rightarrow y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$

CD-ன் சாய்வு $= AB$-ன் சாய்வு

$\Rightarrow \dfrac{y-(-3)}{x-1} = \dfrac{-3-2}{-2-2}$

$\Rightarrow \dfrac{y+3}{x-1} = \dfrac{-5}{-4}$

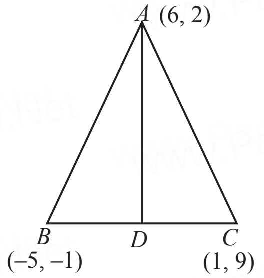
$y = 2$ என்பதால்

$\Rightarrow \dfrac{5}{x-1} = \dfrac{5}{4} \Rightarrow x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5$

---

8. A (6, 2), B (–5, –1) மற்றும் C (1, 9) -ஐ முனைகளாகக் கொண்ட ΔABC-யின் முனை A–யிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோடு மற்றும் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. செப்.21

தீர்வு:



Aயிலிருந்து வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் சமன்பாடு

BC யின் நடுப்புள்ளி $= D\left(\dfrac{-5+1}{2}, \dfrac{-1+9}{2}\right)$

$= D\ (-2, 4)$

AD யின் சமன்பாடு $A\ (6, 2), D\ (-2, 4)$

$\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1} = \dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$

$$\Rightarrow \quad \frac{y-2}{4-2} = \frac{x-6}{-2-6}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{y-2}{2} = \frac{x-6}{-8}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{y-2}{1} = \frac{x-6}{-4}$$

$$\Rightarrow \quad x-6 = -4y+8$$

$$\Rightarrow \quad x+4y-14 = 0$$

A யிலிருந்து வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு

$B(-5,-1)$, $C(1,9)$

சாய்வு $BC = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{9+1}{1+5} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

$AD \perp BC$, என்பதால்

சாய்வு $AD = \frac{-3}{5}$ மற்றும் $A(6, 2)$

AD என்ற குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு

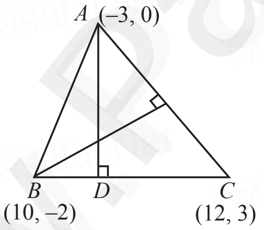
$$y-y_1 = m(x-x_1)$$

$$\Rightarrow \quad y-2 = \frac{-3}{5}(x-6)$$

$$\Rightarrow \quad 5y-10 = -3x+18$$

$$\Rightarrow \quad 3x+5y-28 = 0$$

9. ΔABC-யின் முனைகள் $A(-3, 0)$ $B(10, -2)$ மற்றும் $C(12, 3)$ எனில், A மற்றும் B-யிலிருந்து முக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்திற்கு வரையப் படும் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.



தீர்வு:

$B(10,-2)$ $C(12,3)$

BC ன் சாய்வு $= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$$= \frac{3+2}{12-10} = \frac{5}{2}$$

$BC \perp AD$

$\therefore AD$ ன் சாய்வு $= -\frac{2}{5}$ $\quad A(-3, 0)$

A யிலிருந்து முக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்திற்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y-y_1 = m(x-x_1)$$

$$y-0 = -\frac{2}{5}(x+3)$$

$$5y = -2x-6$$

$$2x+5y+6 = 0$$

$A(-3, 0)$ $C(12, 3)$

AC ன் சாய்வு $= \frac{3-0}{12+3} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

$AC \perp BE$

$B(10, -2)$ BE ன் சாய்வு $= -5$

B யிலிருந்து முக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்திற்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y-y_1 = m(x-x_1)$$

$$y+2 = -5(x-10)$$

$$y+2 = -5x+50$$

$$5x+y-48 = 0$$

---

10. பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தாமல் (1, –4), (2, –3) மற்றும் (4, –7) என்ற முனைப் புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

$A(1, -4)$, $B(2, -3)$ மற்றும் $C(4, -7)$ ஆகியன முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகள் என்க.

AB-யின் சாய்வு $= \frac{-3+4}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$

BC-யின் சாய்வு $= \frac{-7+3}{4-2} = \frac{-4}{2} = -2$

AC-யின் சாய்வு $= \frac{-7+4}{4-1} = \frac{-3}{3} = -1$

AB-யின் சாய்வு $\times$ AC-யின் சாய்வு $= (1)(-1)$

$$= -1$$

ஆகவே, AB ஆனது AC-க்கு செங்குத்தாகும்.

$\angle A = 90°$

எனவே, ΔABC ஆனது செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

---

11. $A(-4, 2)$ மற்றும் $B(6, -4)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் மையக் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

$A(-4, 2)$ மற்றும் $B(6, -4)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சமன்பாடு

$$\Rightarrow \quad \frac{y-2}{-4-2} = \frac{x-(-4)}{6-(-4)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{y-2}{-6} = \frac{\quad}{10}$$

$$\Rightarrow \quad 10y-20 = -6x-24$$

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

$\Rightarrow 6x + 10y + 4 = 0$

$\Rightarrow 3x + 5y + 2 = 0$ ----(1)

செங்குத்து சமன்பாடு

$5x - 3y + k = 0$ ----(2)

சமன்பாடு (2) ஆனது AB-ன் மையம் வழிச் செல்கிறது.

AB-யின் மையப்புள்ளி $= \left(\frac{-4+6}{2}, \frac{2-4}{2}\right)$

$= (1, -1)$

$\therefore (2) \Rightarrow 5(1) - 3(-1) + k = 0$

$\Rightarrow 5 + 3 + k = 0 \Rightarrow k = -8$

தேவையான சமன்பாடு $5x - 3y - 8 = 0$

***

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

6 முக்கோணவியல்

5 மதிப்பெண்கள் STAGE 2

1. $cosec\theta + cot\theta = P$ எனில், $cos\theta = \dfrac{P^2-1}{P^2+1}$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$cosec\theta + cot\theta = P \quad ----(1)$$

$$cosec\theta - cot\theta = \frac{1}{P} \quad ----(2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow \quad 2\,cosec\theta = P + \frac{1}{P}$$

$$2\,cosec\theta = \frac{P^2+1}{P} \quad ----(3)$$

$$(1)-(2) \Rightarrow \quad 2cot\theta = P - \frac{1}{P}$$

$$2\,cot\theta = \frac{P^2-1}{P} \quad ----(4)$$

$$(4)\,/\,(3) \Rightarrow \quad \frac{2\cot\theta}{2cosec\theta} = \frac{\frac{P^2-1}{P}}{\frac{P^2+1}{P}}$$

$$\frac{\cot\theta}{cosec\theta} = \frac{P^2P-1}{P^2+1}$$

$$\frac{\cos\theta}{\sin\theta} \times sin\theta = \frac{P^2-1}{P^2+1}$$

$$cos\theta = \frac{P^2-1}{P^2+1}$$

நிரூபிக்கப்பட்டது.

2. $\left(\dfrac{\cos^3 A - \sin^3 A}{\cos A - \sin A}\right) - \left(\dfrac{\cos^3 A + \sin^3 A}{\cos A + \sin A}\right) = 2\,sinAcosA$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\left(\frac{\cos^3 A - \sin^3 A}{\cos A - \sin A}\right) - \left(\frac{\cos^3 A + \sin^3 A}{\cos A + \sin A}\right)$$

$$= \left(\frac{(\cos A - \sin A)(\cos^2 A + \sin^2 A + \cos A \sin A)}{\cos A - \sin A}\right)$$

$$- \left(\frac{(\cos A + \sin A)(\cos^2 A + \sin^2 A - \cos A \sin A)}{\cos A + \sin A}\right)$$

$$[\because a^3-b^3 = (a-b)(a^2+b^2+ab)$$
$$a^3+b^3 = (a+b)(a^2+b^2-ab)]$$

$= (1 + cosA\,sinA) - (1 - cosA\,sinA)$

$= 1 + cosA\,sinA - 1 + cosA\,sinA$

$= 2cosA\,sinA$

3. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

$$\frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A} = 2$$

தீர்வு:

இங்கு $x = sinA,\ y = cosA$ என்க.

$$\text{LHS} = \frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A}$$

$$\because x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$
$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$= \frac{(\sin A + \cos A)(\sin^2 A - \sin A \cos A + \cos^2 A)}{\sin A + \cos A}$$
$$+ \frac{(\sin A - \cos A)(\sin^2 A + \sin A \cos A + \cos^2 A)}{\sin A - \cos A}$$

$= sin^2A - sinAcosA + cos^2A + sin^2A + sinA\,cosA + cos^2A$

$= 2\,(sin^2A + cos^2A) \qquad (\because sin^2A + cos^2A = 1)$

$= 2 = \text{RHS}$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. தரையின் மீது ஒரு புள்ளியிலிருந்து 30 மீ உயரமுள்ள கட்டடத்தின் மேலுள்ள ஒரு கோபுரத்தின் அடி மற்றும் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 45° மற்றும் 60° எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$) **மே 22**

தீர்வு:

ΔAPBல்

$$tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$

$$tan\,45° = \frac{30}{BP}$$

$$1 = \frac{30}{BP}$$

$BP = 30$ மீ

ΔBPC யில் $tan\,60° = \dfrac{BC}{BP}$

$$\sqrt{3} = \frac{h+30}{30}$$

$$30\sqrt{3} = h + 30$$

$$h = 30\sqrt{3} - 30$$

$$= 30\,(1.732 - 1)$$

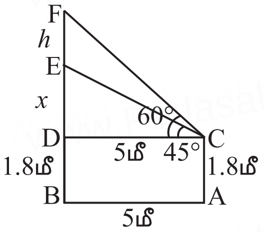
$$= 30\,(0.732)$$

$\therefore$ கோபுரத்தின் உயரம் $= 21.960$ மீ

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

5. ஒருவர் அவருடைய வீட்டிற்கு வெளியில் நின்றுகொண்டு ஒரு ஜன்னலின் உச்சி மற்றும் அடி ஆகியவற்றை முறையே 60° மற்றும் 45° ஆகிய ஏற்றக்கோணங்களில் காண்கிறார். அவரின் உயரம் 180 செ.மீ மேலும் வீட்டிலிருந்து 5 மீ தொலைவில் அவர் உள்ளார் எனில், ஜன்னலின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3}$ = 1.732)

தீர்வு:



AC – நிற்பவரின் இடம்

EF – ஜன்னல், DF – வீடு

படத்திலிருந்து,

EF = h, ED = x, DF = x + h.

ΔCDE -ல்,

$\tan 45° = \frac{DE}{DC} \Rightarrow 1 = \frac{}{500} \Rightarrow x = 5$

ΔCDF -ல்,

$\tan 60° = \frac{DF}{DC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h+x}{500}$

$\Rightarrow h + x = \sqrt{3}(5)$

$\Rightarrow h = (5 \times \sqrt{3}) - 5$

$= 5[\sqrt{3} - 1] = 5[1.732 - 1]$

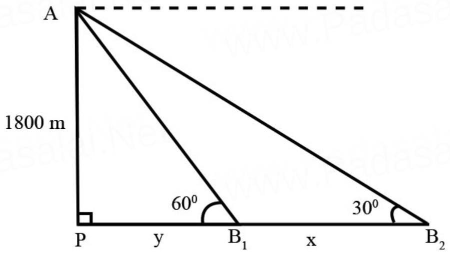
$= 5[0.732] = 3.66$ மீ

எனவே, ஜன்னலின் உயரம் = 3.66 மீ

---

6. 1800 மீ உயரத்தில் பறக்கும் ஒரு விமானத்திலிருந்து ஒரே திசையில் வினமாத்தை நோக்கிச் செல்லும் இரு படகுகள் பார்க்கப் படுகிறது. விமானத்திலிருந்து இரு படகுகளை முறையே 60° மற்றும் 30° இறக்கக்கோணங்களில் உற்று நோக்கினால், இரண்டு படகுகளுக்கும் இடைப்பட்டத் தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3}$ = 1.732)

தீர்வு:



படத்திலிருந்து,

A - விமானம், B_1, B_2 - இரு படகுகள்

$AP = 1800$ மீ

$PB_1 = y, B_1B_2 = x, PB_2 = x + y$

ΔAPB_1 -ல், $\tan 60° = \frac{AP}{PB_1}$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{1800}{y}$

$\Rightarrow y = \frac{1800}{\sqrt{3}} = 600\sqrt{\ }$ மீ

ΔAPB_2 -ல், $\tan 30° = \frac{AP}{PB_2}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1800}{x+y}$

$\Rightarrow x + y = 1800\sqrt{3}$

$\Rightarrow x = 1800\sqrt{3} - 600\sqrt{3}$

$\Rightarrow 1200\sqrt{3}$ மீ $= 1200 \times 1.732$

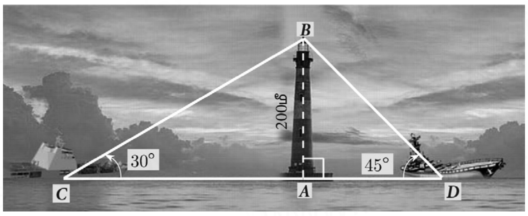
$= 2078.4$ மீ

இரு படகுகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் = 2078.4 மீ.

---

7. இரு கப்பல்கள் கலங்கரை விளக்கத்தின் இரு பக்கங்களிலும் கடலில் பயணம் செய்கின்றன. இரு கப்பல்களிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 45° ஆகும். கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் 200 மீ எனில், இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3}$ = 1.732) **செப்,21**

தீர்வு:



கலங்கரை விளக்கம் AB என்க.

C மற்றும் D என்பன இரு கப்பல்கள் இருக்கும் இடங்கள் என்க.

மேலும் $AB = 200$ மீ

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

$\angle ACB = 30°, \angle ADB = 45°$

செங்கோண முக்கோணம் BAC-ல்,

$$\tan 30° = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{200}{AC} \text{ இதிலிருந்து}$$

$$AC = 200\sqrt{3} \quad \text{----(1)}$$

செங்கோண முக்கோணம் BAD,-ல்

$$\tan 45° = \frac{AB}{AD}$$

$$1 = \frac{200}{AD} \text{ இதிலிருந்து}$$

$$AD = 200 \quad \text{----(2)}$$

தற்போது $CD = AC + AD$

$$= 200\sqrt{3} + 200$$

[(1), (2)லிருந்து]

$$CD = 200(\sqrt{3}+1)$$

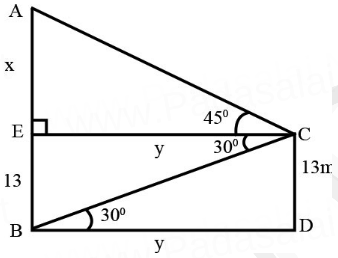
$$= 200 \times 2.732 = 546.4$$

இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு 546.4 மீ ஆகும்.

---

8. 13 மீ உயரமுள்ள ஒரு மரத்தின் உச்சியிலிருந்து மற்றொரு மரத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் ஏற்றக்கோணம் மற்றும் இறக்கக்கோணம் முறையே 45° மற்றும் 30° எனில், இரண்டாவது மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3}$ = 1.732)

தீர்வு:



$$\angle AEC\text{யில்}, \tan 45° = \frac{AE}{CE}$$

$$1 = \frac{x}{y}$$

$$x = y \quad \text{----(1)}$$

$$\angle BCD\text{யில்}, \tan 30° = \frac{CD}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{13}{y}$$

$$y = 13\sqrt{3}$$

(1) லிருந்து $x = y = 13\sqrt{3}$

2 வது மரத்தின் உயரம்

$AB = AE + EB$

$= x + 13$

$= 13\sqrt{3} + 13$

$= 13[\sqrt{3}+1]$

$= 13[1 + 1.732]$

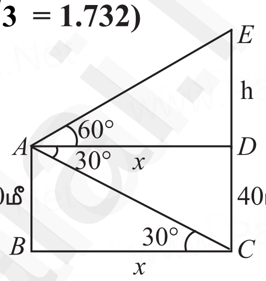
$= 13[2.732] = 35.52$ மீ

$\therefore$ இரண்டாவது மரத்தின் உயரம் = 35.52 மீ

---

9. கடலின் நீர் மட்டத்திலிருந்து 40 மீட்டருக்கு மேலே உள்ள ஒரு கப்பலின் மேல் பகுதியில் நின்று கொண்டிருக்கிற ஒருவர், குன்றின் உச்சியை 60° ஏற்றக்கோணத்திலும் அடிப்பகுதியை 30° இறக்கக்கோணத்திலும் காண்கிறார் எனில், கப்பலிலிருந்து குன்றுக்கு உள்ள தொலைவையும், குன்றின் உயரத்தையும் காண்க. ($\sqrt{3}$ = 1.732)

தீர்வு:



AB-கப்பல் CE - குன்று

படத்திலிருந்து $AB = CD = 40$ மீ,

$BC = AD = x, \ DE = h, \ CE = 40 + h$

$$\Delta ABC\text{-ல் } \tan 30° = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{40}{x}$$

$$\Rightarrow \quad x = 40 \times \sqrt{3} \quad \text{----(1)}$$

$$\Delta ADE\text{-ல் } \tan 60° = \frac{DE}{AD} = \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$\Rightarrow$ h $= x \times \sqrt{3} = 40 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 120$ மீ

$\therefore$ குன்றின் உயரம் = 40 + 120 = 160 மீ

கப்பலிலிருந்து குன்றுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு

$\Rightarrow x = 40 \times \sqrt{3} = 40 \times 1.732 = 69.28$ மீ

***

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

7 அளவியல்

2 மதிப்பெண்கள் STAGE 2

1. 88 ச.செ.மீ வளைபரப்புடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் உயரம் 14 செ.மீ எனில், உருளையின் விட்டம் காண்க.

தீர்வு:

உருளையின் வளைபரப்பு

$= 88$ ச.செ.மீ

$2\pi rh = 88$

$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14 = 88$ ($h = 14$ செ.மீ)

$2r = \frac{88 \times 7}{22 \times 14} = 2$

உருளையின் விட்டம் $= 2$ செ.மீ

2. நீளம் 3 மீ மற்றும் விட்டம் 2.8 மீ உடைய ஒரு சமன்படுத்தும் உருளையைக் கொண்டு ஒரு தோட்டம் சமன்படுத்தப்படுகிறது. 8 சுற்றுகளில் எவ்வளவு பரப்பை உருளை சமன் செய்யும்?

தீர்வு:

விட்டம் $d = 2.8$ மீ

ஆரம் $r = 1.4$ மீ உயரம் $h = 3$ மீ

உருளை ஒரு சுற்றில் சமன்படுத்தும் பரப்பு

= சமன்படுத்தும் உருளையின் வளைபரப்பு

$= 2\pi rh$ ச.அலகுகள்

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 3 = 26.4$

உருளை ஒரு சுற்றில் சமன்படுத்தும் பரப்பு $= 26.4$ ச.மீ

8 சுற்றுகளில் சமன்படுத்தப்படும் மொத்தப் பரப்பு $= 8 \times 26.4 = 211.2$ மீ^{2}

3. 704 ச.செ.மீ மொத்தப் புறப்பரப்பு கொண்ட ஒரு கூம்பின் ஆரம் 7 செ.மீ எனில், அதன் சாயுயரம் காண்க. ஆக.22

தீர்வு:

கூம்பின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

$= 704$ ச.செ.மீ

$\pi r(l + r) = 704$

$\frac{22}{7} \times 7(l + 7) = 704$

$l + 7 = \frac{704}{22} = \frac{64}{2} = 32$

$l + 7 = 32,\ l = 32 - 7 = 25$ செ.மீ

$\therefore$ கூம்பின் சாயுயரம் $= 25$ செ.மீ

4. ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 154 ச.மீ எனில், அதன் விட்டம் காண்க. செப்.20

தீர்வு:

கோளத்தின் புறப்பரப்பு $= 154$ ச.மீ

$4\pi r^2 = 154$

$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$

$r^2 = \frac{154}{4} \times \frac{7}{22}$

$r^2 = \frac{49}{4}$

$r = \frac{7}{2}$

கோளத்தின் ஆரம் $r = \frac{7}{2}$ மீ

கோளத்தின் விட்டம் $d = 7$ மீ

5. ஒரு கோள வடிவ வளிக்கூண்டினுள் (balloon) காற்று உந்தப்படும்போது அதன் ஆரம் 12 செ.மீ-லிருந்து 16 செ.மீ ஆக உயருகிறது. இரு புறப்பரப்புகளின் விகிதம் காண்க. மே 22

தீர்வு:

r_1 மற்றும் r_2 வளிக்கூண்டின் ஆரங்கள் என்க.

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

எனவே புறப்பரப்புகளின் விகிதம்

$= \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2$

$= \frac{9}{16}$

புறப்பரப்புகளின் விகிதம் 9 : 16

6. உயரம் 2 மீ மற்றும் அடிப்பரப்பு 250 ச.மீ கொண்ட ஓர் உருளையின் கனஅளவைக் காண்க. செப்.21

தீர்வு:

உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் முறையே r மற்றும் h என்க.

இங்கு, உயரம் $h = 2$ மீ, அடிப்பரப்பு $= 250$ ச.மீ

உருளையின் கனஅளவு $= \pi r^2 h$ க.அ

$=$ அடிப்பரப்பு $\times h$

$= 250 \times 2 = 500$ மீ^{3}

எனவே, உருளையின் கனஅளவு $= 500$ க.மீ

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

7. ஒரு நேர் வட்டக் கூம்பின் கனஅளவு 11088 க.செ.மீ ஆகும். கூம்பின் உயரம் 24 செ.மீ எனில், அதன் ஆரம் காண்க.

தீர்வு:

கூம்பின் உயரம் மற்றும் ஆரம், h மற்றும் r என்க.

இங்கு, $h = 24$ செ.மீ

கூம்பின் கனஅளவு = 11088 க.செ.மீ

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 11088$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 24 = 11088$$

$$r^2 = 441$$

கூம்பின் ஆரம், $r = 21$ செ.மீ

8. இரு கூம்புகளுடைய கன அளவுகளின் விகிதம் 2:3 ஆகும். இரண்டாம் கூம்பின் உயரம் முதல் கூம்பின் உயரத்தைப் போல் இரு மடங்கு எனில், அவற்றின் ஆரங்களின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு:

r_1, h_1 என்பன முதல் கூம்பின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க. r_2, h_2 என்பன இரண்டாம் கூம்பின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க.

இங்கு, $h_2 = 2h_1$ மற்றும்

$$\frac{\text{முதல் கூம்பின் கனஅளவு}}{\text{இரண்டாம் கூம்பின் கனஅளவு}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1}{\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} \times \frac{h_1}{2h_1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

ஆகவே, ஆரங்களின் விகிதம் = $2 : \sqrt{3}$

5 மதிப்பெண்கள் STAGE 2

1. ஓர் உருளை வடிவப் பீப்பாயின் உயரம் 20 செ.மீ மற்றும் அடிப்புற ஆரம் 14 செ.மீ எனில், அதன் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க. **ஆ.க.22**

தீர்வு:

உருளையின் உயரம் $h = 20$ செ.மீ;

ஆரம் $r = 14$ செ.மீ

உருளையின் வளைபரப்பு = $2\pi rh$ ச.அலகுகள்

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 20$$

$$= 2 \times 22 \times 2 \times 20$$

$$= 1760 \text{ செ.மீ}^2$$

உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

$$= 2\pi r\,(h + r) \text{ ச.அலகுகள்}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (20+14)$$

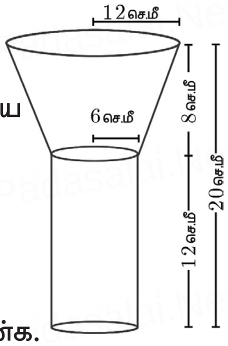
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 34$$

$$= 2992 \text{ செ.மீ}^2$$

ஆகவே, வளைபரப்பு = 1760 செ.மீ^{2}

மொத்தப் புறப்பரப்பு = 2992 செ.மீ^{2}

2. ஓர் உருளையின் மீது ஓர் இடைக்கண்டம் இணைந்தவாறு அமைந்த ஒரு புனலின் (funnel) மொத்த உயரம் 20 செ.மீ உருளையின் உயரம் 12 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 12 செ.மீ ஆகும். இடைக்கண்டத்தின் மேற்புற விட்டம் 24 செ.மீ எனில், புனலின் வெளிப்புறப் பரப்பைக் கணக்கிடுக.



தீர்வு:

h_1 மற்றும் h_2 என்பன முறையே இடைக்கண்டம் மற்றும் உருளையின் உயரம் என்க.

R மற்றும் r என்பன இடைக்கண்டத்தின் மேல் மற்றும் கீழ்ப்புற ஆரங்கள் என்க.

இங்கு,

$R = 12$ செ.மீ, $r = 6$ செ.மீ, $h_2 = 12$ செ.மீ,

$h_1 = 20 - 12 = 8$ செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் சாயுயரம்

$$l = \sqrt{(R-r)^2 + h_1^2} \text{ அலகுகள்}$$

$$= \sqrt{36+64}$$

$$l = 10 \text{ செ.மீ}$$

வெளிப்புறப் பரப்பு

$$= 2\pi r h_2 + \pi\,(R+r)\,l \text{ ச.அலகுகள்}$$

$$= \pi\,(2rh_2 + (R+r)\,l$$

$$= \pi\,(2 \times 6 \times 12) + (18(10))$$

$$= \pi\,(144 + 180)$$

$$= \frac{22}{7} \times 324 = 1018.28$$

எனவே, புனலின் வெளிப்புறப் பரப்பு = 1018.28 ச.செ.மீ ஆகும்.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

3. 16 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உலோகப் பந்து, உருக்கப்பட்டு 2 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறு பந்துகளாக்கப்பட்டால், எத்தனை பந்துகள் கிடைக்கும்?

தீர்வு:

சிறிய உலோகப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை n என்க.

சிறிய மற்றும் பெரிய உலோகப் பந்துகளின் ஆரங்கள் முறையே r மற்றும் R என்க.

இங்கு, $R = 16$ செ.மீ, $r = 2$ செ.மீ

தற்போது,

$n \times$ (ஒரு சிறிய உலோகப் பந்தின் கனஅளவு) = பெரிய உலோகப் பந்தின் கனஅளவு

$$n\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$n\left(\frac{4}{3}\pi \times 2^3\right) = \frac{4}{3}\pi \times 16^3$$

$8n = 4096$ எனவே $n = 512$

ஆகவே, சிறிய உலோகப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை 512 ஆகும்.

4. களிமண் கொண்டு செய்யப்பட்ட 24 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு கூம்பை ஒரு குழந்தை அதே ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றுகிறது எனில் உருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:

கூம்பின் உயரம் $h_1 = 24$ செ.மீ

உருளையின் உயரம் h_2 என்க மற்றும் ஆரங்கள் சமம்

உருளையின் கனஅளவு = கூம்பின் கனஅளவு

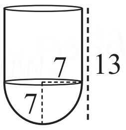
$$\frac{1}{3}\pi r^2 h_1 = \pi r^2 h_2$$

$$\frac{1}{3} \times 24 = h_2$$

$h_2 = 8$ செ.மீ

5. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மேல் ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையைப் பொருத்திய வடிவத்தில் அமைந்த ஒரு கிண்ணத்தின் விட்டம் 14 செ.மீ மற்றும் உயரம் 13 செ.மீ எனில், அதன் கொள்ளளவைக் காண்க.

தீர்வு:



அரைக்கோளத்தின் ஆரம் $r = 7$ செ.மீ = உருளையின் ஆரம்

உருளையின் உயரம், $h = 6$ செ.மீ

பாத்திரத்தின் கனஅளவு

= உருளையின் கனஅளவு + அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு

$$= \pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3 = \pi r^2\left(h + \frac{2}{3}r\right)$$

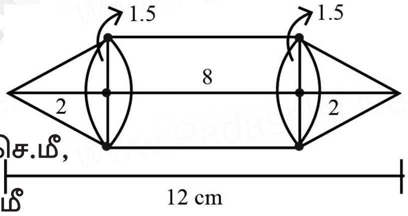
$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times \left(6 + \frac{2}{3} \times 7\right) = 22 \times 7 \times \frac{32}{3}$$

$= 1642.67$ செ.மீ^{3}

பாத்திரத்தின் கொள்ளளவு 1642.67 செ.மீ^{3}

6. நாதன் என்ற பொறியியல் மாணவர் ஓர் உருளையின் இருபுறமும் கூம்புகள் உள்ளவாறு மாதிரி ஒன்றை உருவாக்கினார். மாதிரியின் நீளம் 12 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 3 செ.மீ ஆகும். ஒவ்வொரு கூம்பின் உயரமும் 2 செ.மீ இருக்குமானால் நாதன் உருவாக்கிய மாதிரியின் கனஅளவைக் காண்க. மே 22

தீர்வு:



உருளை:

விட்டம் $d = 3$ செ.மீ,

ஆரம் $r = \frac{3}{2}$ செ.மீ

உயரம் $h_1 = 12 - (2 + 2) = 8$ செ.மீ

கூம்பு:

ஆரம், $r = \frac{3}{2}$ செ.மீ, உயரம் $h_2 = 2$ செ.மீ

மாதிரியின் கனஅளவு

= உருளையின் கனஅளவு + 2 கூம்பின் கனஅளவு

$$= \pi r^2 h_1 + 2\,\frac{1}{3}\pi r^2 h_2$$

$$= \pi r^2 \left[h_1 + 2\,\frac{1}{3} h_2\right]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}\left[8 + \frac{2}{3} \times 2\right]$$

$$= \frac{\overset{11}{\cancel{22}}}{7} \times \frac{9}{\underset{2}{\cancel{4}}}\left[8 + \frac{4}{3}\right]$$

$$= \frac{\overset{33}{\cancel{99}}}{\cancel{14}}\left[\frac{\overset{2}{\cancel{28}}}{\cancel{3}}\right] = 33 \times 2$$

= 66 க.செ.மீ

நாதன் உருவாக்கிய மாதிரியின் கனஅளவு = 66 க.செ.மீ

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

7. 12 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் அலுமினியக் கோளம் உருக்கப்பட்டு 8 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. உருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:

கோளத்தின் ஆரம் r_1 = 12 செ.மீ

உருளையின் ஆரம் r_2 = 8 செ.மீ

உருளையின் கனஅளவு

= கோளத்தின் கனஅளவு

$$\Rightarrow \quad \pi r_2^2 h = \frac{4}{3}\pi r_1^3$$

$$\Rightarrow \quad r_2^2 h = \frac{4}{3} r_1^3$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{4\times12\times12\times12}{3\times8\times8}$$

= 36 செ.மீ

∴ உருளையின் உயரம் = 36 செ.மீ

---

8. விட்டம் 14 செ.மீ, உயரம் 8 செ.மீ உடைய ஒரு திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பு, ஓர் உள்ளீடற்ற கோளமாக உருமாற்றப்படுகிறது. கோளத்தின் வெளிவிட்டம் 10 செ.மீ எனில், உள்விட்டத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

கூம்பின் விட்டம் d = 14 செ.மீ

ஆரம் = 7 செ.மீ, உயரம் h = 8செ.மீ

உள்ளீடற்ற கோளத்தின் வெளிவிட்டம்

= 10 செ.மீ, R = 5 செ.மீ,

உள்விட்டம் d = ?

உள்ளீடற்ற கோளத்தின் கனஅளவு = கூம்பின் கனஅளவு

$$\frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3) = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\frac{4}{3}\pi(5^3 - r^3) = \frac{1}{3}\pi\times7\times7\times8$$

$$125 - r^3 = \frac{7\times7\times8}{4}$$

$$125 - r^3 = 98$$

$$r^3 = 27$$

$$r^3 = 3^3$$

$$r = 3$$

கோளத்தின் உள்விட்டம் $= 2(r) = 2(3)$

= 6 செ.மீ

9. 484 செ.மீ சுற்றளவுள்ள ஒரு மரக்கூம்பின் உயரம் 105 செ.மீ எனில், கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

கூம்பின் உயரம் = 105செ.மீ

சுற்றளவு = 484 செ.மீ

$$\Rightarrow \quad 2\pi r = 484$$

$$\Rightarrow \quad 2\times\frac{22}{7}\times r = 484$$

$$r = \frac{484\times7}{2\times22} = 77 \text{ செ.மீ}$$

∴ கூம்பின் கனஅளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times77\times77\times105$$

= 652190 செ.மீ^{3}

***

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

8 புள்ளியலும் நிகழ்தகவும்

5 மதிப்பெண்கள் STAGE 2

1. 24, 26, 33, 37, 29, 31 ஆகியவற்றின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
24	–6	36
26	–4	16
33	3	9
37	7	49
29	–1	1
31	1	1
180	Σd=0	112

சராசரி $= \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{180}{6} = 30$

திட்ட விலக்கம்

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}} = \sqrt{\frac{112}{6}} = \sqrt{18.66} = 4.32$$

மாறுபாட்டுக்கெழு

$$= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{432}{30} \times 100\% = 14.4\ \%$$

2. 8 மாணவர்கள் ஒரு நாளில் வீட்டுப் பாடத்தை முடிப்பதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவுகள் (நிமிடங்களில்) பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 38, 40, 47, 44, 46, 43, 49, 53. இத்தரவின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தை ஏறு வரிசையில் எழுதுக. 38, 40, 43, 44, 46, 47, 49, 53

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
38	–7	49
40	–5	25
43	–2	4
44	–1	1
46	1	1
47	2	4
49	4	16
53	8	64
360	$\Sigma d = 0$	164

சராசரி $= \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{360}{8} = 45$

திட்ட விலக்கம்

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}} = \sqrt{\frac{164}{8}} = \sqrt{20.5} = 4.527$$

மாறுபாட்டுக்கெழு

$$= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{4.527}{45} \times 100\% = 10.07\ \%$$

3. ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. சரியாக இரண்டு தலைகள் அல்லது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ அல்லது அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$

$n(S) = 8$

A = சரியாக 2 தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{HHT, HTH, THH\}$

$n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = –$

B = குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$

$n(B) = 7 \Rightarrow P(B) = \frac{7}{8}$

C = அடுத்தடுத்து 2 தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$C = \{HHH, HHT, THH\}$

$n(C) = 3 \Rightarrow P(C) = \frac{3}{8}$

$P(A \cap B) = \frac{3}{8}$; $\quad P(B \cap C) = \frac{2}{8}$

$P(A \cap C) = \frac{2}{8}$; $\quad P(A \cap B \cap C) = \frac{2}{8}$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{3}{8} - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} - \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$$

$$= \frac{15-7}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

Kindly send me your study materials to email id - padasalai.net@gmail.com

4. **A, B, C என்பன ஏதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள். மேலும் B கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A-ன் நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்காகவும், C கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A-ஐ விட மூன்று மடங்காகவும் உள்ளன. மேலும் $P(A\cap B) = \frac{1}{6}$, $P(B\cap C) = \frac{1}{4}$, $P(A\cap C) = \frac{1}{8}$, $P(A\cup B\cup C) = \frac{9}{10}$, $P(A\cap B\cap C) = \frac{1}{15}$ எனில், $P(A)$, $P(B)$ மற்றும் $P(C)$ -ஐக் காண்க.**

தீர்வு:

$P(B) = 2\,P(A)$ ----(1)

$P(C) = 3\,P(A)$ என்க. !!!!(2)

$P(A\cap B) = \frac{1}{6}, P(B\cap C) = \frac{1}{4}, P(A\cap C) = \frac{1}{8},$

$P(A\cup B\cup C) = \frac{9}{10}, P(A\cap B\cap C) = \frac{1}{15}$

$\Rightarrow P(A\cup B\cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A\cap B) - P(B\cap C) - P(A\cap C) + P(A\cap B\cap C)$

$\Rightarrow \frac{9}{10} = P(A) + 2P(A) + 3P(A) - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{15}$

$\Rightarrow \frac{9}{10} = 6P(A) - \left(\frac{4+6+3}{24}\right) + \frac{1}{15}$

$\Rightarrow \frac{9}{10} = 6P(A) - \frac{13}{24} + \frac{1}{15}$

$\Rightarrow 6P(A) = \frac{9}{10} + \frac{13}{24} - \frac{1}{15}$

$\Rightarrow 6P(A) = \frac{216-16+130}{240}$

$= \frac{330}{240} = \frac{33}{24} = \frac{11}{}$

$\Rightarrow P(A) = \frac{11}{8} \times \frac{1}{6}; P(A) = \frac{11}{48}$

$(1) \Rightarrow P(B) = 2 \times \frac{11}{48} = \frac{11}{24}$

$(2) \Rightarrow P(C) = 3 \times \frac{11}{48} = \frac{11}{16}$

$\therefore P(A) = \frac{11}{48}, P(B) = \frac{11}{24}, P(C) = \frac{11}{16}$

***