காலாண்டுத் தேர்வு – 2022

பதிவெண்

XII - வணிகக் கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல்

நேரம் : 3–00 மணி மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90

அறிவுரைகள் : 1. அனைத்து வினாக்களும் சரியாக பதிவாகி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.

2. நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கும் பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி – I

குறிப்பு: i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும். **(20×1=20)**

1. $\nabla \equiv$ ________

அ) $1 + E$ ஆ) $1 - E$ இ) $1-E^{-1}$ ஈ) $1+E^{-1}$

2. $h = 1$ எனில் $\Delta\left(x^2\right) =$ ________

அ) $2x$ ஆ) $2x - 1$ இ) $2x + 1$ ஈ) 1

3. C ஒரு மாறிலி எனில் E(C) ன் மதிப்பு = ________

அ) 0 ஆ) 1 இ) $c\,f(c)$ ஈ) c

4. $E(x) = 5$ மற்றும் $E(y) = -2$ எனில் $E(x-y)$ ன் மதிப்பானது

அ) 3 ஆ) 5 இ) 7 ஈ) -2

5. $|A_{nxn}| = 3$ $|adjA|=243$ எனில் n ன் மதிப்பு

அ) 4 ஆ) 5 இ) 6 ஈ) 7

6. $A= (1\ \ 2\ \ 3)$ எனில் AA^T ன் தரம் அ) 0 ஆ) 2 இ) 3 ஈ) 1

7. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x\, dx$ ன் மதிப்பு அ) 0 ஆ) 2 இ) 1 ஈ) 4

8. $\int\sqrt{e^x}\, dx =$ ________

அ) $\sqrt{e^x} + c$ ஆ) $2\sqrt{e^x} + c$ இ) $\frac{1}{2}\sqrt{e^x} + c$ ஈ) $\frac{1}{2\sqrt{e^x}} + c$

9. இலாபச் சார்பு p(x) ஆனது பெருமமடைவது

அ) MC - MR = 0 ஆ) MC = 0 இ) MR = 0 ஈ) MC + MR = 0

10. $(D^2 + 4)\, y = e^{2x}$ ன் நிரப்புச் சார்பு

அ) $(Ax + B)\, e^{2x}$ ஆ) $(Ax + B)\, e^{-2x}$ இ) $A\cos 2x + B\sin 2x$ ஈ) $Ae^{-2x} + Be^{2x}$

11. $\frac{d^4y}{dx^4} - \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + \frac{dy}{dx} = 3$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் படி ஆனது

அ) 1 ஆ) 2 இ) 3 ஈ) 4

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

12. தேவை மற்றும் அளிப்பு சார்புகள் முறையே $D(x) = 16 - x^2$ $S(x) = 2x^2 + 4$ எனில் அதன் சமநிலை விலை

அ) 2 ஆ) 3 இ) 4 ஈ) 5

13. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$ எனில் $\rho(A) =$ ________

அ) 0 ஆ) 1 இ) 2 ஈ) n

14. $\int_0^\infty x^4 e^{-x} dx$ ன் மதிப்பு

அ) 12 ஆ) 4 இ) 4 ! ஈ) 64

15. y = |x| என்ற வளைவரை 0விலிருந்து 2 வரை ஏற்படுத்தும் அரங்கத்தின் பரப்பு

அ) 1 ச.அலகு ஆ) 3 ச.அலகு இ) 2 ச.அலகு ஈ) 4 ச.அலகு

16. $x\frac{dy}{dx} - y = x^2$ ன் தொகையீட்டுக் காரணி

அ) $\frac{-1}{x}$ ஆ) $\frac{1}{x}$ இ) log x ஈ) x

17. $f(x) = x^2 + 2x + 2$ மற்றும் h = 1 எனில் $\Delta f(x)$ ன் மதிப்பு

அ) 2x - 3 ஆ) 2x + 3 இ) x + 3 ஈ) x- 3

18. P(x)= 1/10, x = 10 எனில் E (x) ன் மதிப்பு

அ) 0 ஆ) 6/8 இ) 1 ஈ) -1

19. $\Delta(\log ax) =$ ________

அ) $\log\frac{h}{x}$ ஆ) $\log\left(1+\frac{h}{x}\right)$ இ) log 1 ஈ) 0

20. $\int_0^{\pi/3} \tan x dx =$ ________

அ) log 2 ஆ) 0 இ) $\log\sqrt{2}$ ஈ) 2log2

பகுதி – II

II. ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளி. அவற்றில் வினா எண் 30-க்கு கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும். **(7×2=14)**

21. $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

22. தீர்க்க. 3x + 5y = 9, 2x + 3y = 7

23. மதிப்பிடுக. $\int\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 dx$

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

24. $\frac{d^3y}{dx^3} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/2} = 0$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி ஆகியவற்றை காண்க.

25. $f(x) = x^2 + 3x$ மற்றும் $h = 1$ எனில் $\Delta f(x) = 2x + 4$ என நிறுவுக.

26. கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிகழ்தகவு பரவலுக்கான திரள் பரவல் சார்பை அமைக்கவும்

X	0	1	2	3
P(X=x)	0.3	0.2	0.4	0.1

27. கணக்கியல் எதிர்பார்த்தலின் பண்புகளில் ஏதேனும் இரண்டு எழுதுக.

28. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X ஆக இருக்கட்டும் மற்றும் Y = 2x + 1 சமவாய்ப்பு மாறி X-ன் மாறுபாட்டளவு 5 என்றால் y-ன் மாறுபாட்டளவு என்ன?

29. மதிப்பிடுக. $\int_0^\infty e^{-2x} x^5 dx$

30. y = 4x + 3 என்ற வளைவரை x அச்சு x = 1 மற்றும் x = 4 ஆகியவற்றுடன் ஏற்படுத்தும் பரப்பை காண்க.

பகுதி - III

III. ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளி. அவற்றில் வினா எண் 40-க்கு கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும். (7×3=21)

31. $U_0 = 1$, $U_1 = 11$, $U_2 = 21$, $U_3 = 28$ மற்றும் $U_4 = 29$ எனில் $\Delta^4 U_0$ காண்க.

32. ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி X ன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச்சார்பு $f(x) = 5x^4$ $0 \le x \le 1$ எனில் $P[x \le a_1] = P[x > a_1]$ எனக் கொண்டு a_1 ஐ காண்க.

33. ஒரு வியாபார முயற்சியில் ஒருவர் ₹2000 இலாபம் ஈட்டுவதற்கன நிகழ்தகவு 0.4 அல்லது ₹ 1000 இழப்பை பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.6 எனில் அவரது எதிர்பார்த்தல், மாறுபாடு, மற்றும் திட்டவிலக்கம் இலாபம் என்ன?

34. தரமுறையில் தீர்க்க. x + y + z = 9, 2x + 5y + 7z = 52, 2x + y - z = 0

35. f' (x) = 1/x மற்றும் $f(1) = \pi/4$ எனில் f(x) யை காண்க.

36. பண்புகளை பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^7 x}{\sin^7 x + \cos^7 x} dx$

37. $\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 8y = 0$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டை தீர்க்க.

38. ஒரு குளிர் சாதனத்தின் இறுதிநிலை செலவு $C'(x) = \frac{x^2}{200} + 4$. 200 குளிர்சாதனங்களின் உற்பத்தி செலவை காண்க.

39. $y^2 = 8x$ என்ற பரவளையம் அதன் செவ்வகலத்துடன் ஏற்படுத்தும் பரப்பைக் காண்க.

40. விடுபட்ட உறுப்பைக் காண்க.

x	0	1	2	3	4
y	1	3	9	-	81

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

பகுதி - IV

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி. **(7x5=35)**

41. அ. a மற்றும் b இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $x + y + z = 6$, $x + 2y + 3z = 10$, $x + 2y + az = b$ என்ற சமன்பாடுகள் i) எந்த தீர்வும் பெற்றிராது ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என ஆராய்க. **(அல்லது)**

ஆ. தொகையிடுக. $\dfrac{4x^2+2x+6}{(x+1)^2(x-3)}$

42. அ. தேவைச்சார்பு $P_d = 25 - 3x$ மற்றும் அளிப்புச் சார்பு $P_s = 5 + 2x$ எனில் சமன்நிலையில் நுகர்வோர் உபரி மற்றும் உற்பத்தியாளர் உபரியை காண்க. **(அல்லது)**

ஆ. தீர்க்க. $(3D^2 + D - 14)y = 4 - 13e^{-7/3x}$

43. அ. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைக் கொண்டு $x = 32$ எனில் f(x) ன் மதிப்பைக் காண்க.

x	30	35	40	45	50
f(x)	15.9	14.9	14.1	13.3	12.5

(அல்லது)

ஆ. கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளிலிருந்து இருபடி பல்லுறுப்புக் கோவையை காண்க.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	1	2	4	7	11	16	22	29

44. அ. வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x-y}{x+y}$ **(அல்லது)**

ஆ. தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி 'a' அலகு ஆரமுடைய வட்டத்தின் பரப்பு காண்க.

45. அ. மதிப்பிடுக. $\displaystyle\int_2^5 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{7-x}}\,dx$ **(அல்லது)**

ஆ. ஒரு நெகிழ்ச்சி சார்பு $\dfrac{Ey}{Ex} = \dfrac{-7x}{(1-2x)(2+3x)}$ என வரையறுக்கப்படின் $x = 2$ $y = 3/8$ எனும் போது அச்சார்பைக் காண்க.

46. அ. ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி X ஆனது பின்வரும் நிகழ்தகவுச் சார்பை பெற்றுள்ளது எனில்,

X	0	1	2	3	4	5	6	7
P(x)	0	k	2k	2k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

i) k ன் மதிப்பை காண்க

ii) $P(x < 6)$, $P(x \geq 6)$, $P(0<x<5)$ யைக் காண்க

iii) $P(x \leq x) > 1/2$ க்கான xன் குறைந்தபட்ச மதிப்பை காண்க. **(அல்லது)**

ஆ. மொத்த தொகை ₹ 8500 ஆனது வட்டி வருமானம் தரும் மூன்று விதமான கணக்குகளில் முதலீடு செய்யப்பட்டது. ஒவ்வொரு முதலீட்டுக்கான வட்டி வீதம் 2%, 3% மற்றும் 6% ஆகவும், ஒரு வருடத்திற்கான மொத்த வட்டி ₹380 ஆகவும் உள்ளது. மேலும் 6% முதலீட்டு தொகையானது மற்ற இரண்டு முதலீடுகளின் கூட்டுத் தொகைக்கு சமம் எனில், கிராமர் விதி கொண்டு ஒவ்வொரு பிரிவிலும் செய்த முதலீட்டுத் தொகை எவ்வளவு? **(அல்லது)**

47. அ. $f(x) = Ke^{-2x}$ $0 \leq x < \infty$ ஆனது ஒரு அடர்த்தி சார்பு எனில், மாறிலி k சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டளவு ஆகியவற்றை காண்க. **(அல்லது)**

ஆ. $h = 1$ எனில் $\Delta\left[\dfrac{5x+12}{x^2+5x+6}\right]$ யை மதிப்பிடுக.

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

Dalmia Hr. Sec. School, Dalmiapuram – Trichy – Dt.

Std-12 Quarterly Examination – Trichy dt.

Business Maths and Statistics

Answer Key Prepared By

Mr. S. VENKATESAN. Msc, BEd. M.phil.

Cell: 9842953273.

Part-I (onemark)

1. (C) $1-e^{-1}$
2. (C) $2x+1$
3. (d) c
4. (c) 7
5. (c) 6
6. (d) 1
7. (b) 2
8. (b) $2\sqrt{e^x}+c$
9. (a) MC–MR=0
10. (C) $A\cos 2x + B\sin 2x$
11. (a) 1
12. (a) 2
13. (C) 2
14. (C) 4!
15. (C) 2 Sq. units
16. (b) $\frac{1}{x}$
17. (b) $2x+3$
18. (C) 1
19. (b) $\log\left(1+\frac{h}{x}\right)$
20. (a) $\log 2$.

Part-II (Two Marks)

21) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 3}$

$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 22 \neq 0$

$\therefore \rho(A) = 3$

22) $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 10-9 = 1 \neq 0$

$\Delta x = \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 5 \end{vmatrix} = 8$

$\Delta y = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = -3$

By Cramer's rule,

$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{8}{1} = 8$

$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-3}{1} = -3$

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

(23)

$$\int \left(x+\frac{1}{x}\right)^2 dx$$

$$= \int \left[x^2+\frac{1}{x^2}+2\right] dx$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + 2x + C$$

(24)

$$\frac{d^3y}{dx^3} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/2} = 0$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/2}$$

$$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 = \left(\frac{dy}{dx}\right)$$

Order (வரிசை) = 3

Degree (படி) = 2

(25)

$$\Delta f(x) = f(x+h) - f(x)$$

$$\Delta f(x) = \Delta(x^2+3x)$$

$$= [(x+1)^2 + 3(x+1)] - [x^2+3x]$$

$$= x^2+2x+1+3x+3-x^2-3x$$

$$= 2x+4$$

(26) $F(x) = P(X \le x)$

$F(0) = P(X \le 0) = 0.3$

$F(1) = P(X \le 1) = 0.3 + 0.2 = 0.5$

$F(2) = P(X \le 2) = 0.3 + 0.2 + 0.4$

$= 0.9$

$F(3) = P(X \le 3)$

$= 0.3 + 0.2 + 0.4 + 0.1$

$= 1$

$$\therefore F(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ 0.3 & ; 0 \le x < 1 \\ 0.5 & ; 1 \le x < 2 \\ 0.9 & ; 2 \le x < 3 \\ 1 & ; x \le 3 \end{cases}$$

(27) (i) $E(a) = a$, $a \to$ constant

(ii) $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

(iii) $E(aX) = aE(X)$

(iv) $E(aX+b) = aE(X)+b$, $a, b \to$ constants

(28) $V(Y) = V(2X+1)$

$= V(2X) + V(1)$

$= 2^2 V(X) + 0$

$= 4V(X)$

$= 4(5)$

$= 20$

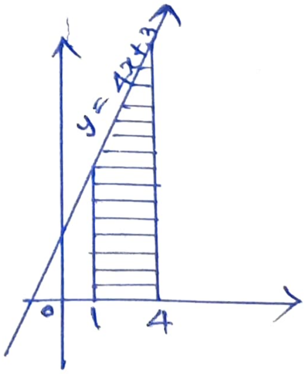
(29)

$$\int_0^\infty e^{-2x} x^5 \, dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$= \frac{5!}{2^{5+1}} = \frac{120}{64} = \frac{15}{8}$$

(30)

$$\text{Area} = \int_1^4 y\,dx$$



$$= \int_1^4 (4x+3)\,dx$$

$$= \left(\frac{4x^2}{2} + 3x\right)_1^4$$

$$= \left[\frac{4(4)^2}{2} + 3(4)\right] - \left[\frac{4(1)^2}{2} + 3(1)\right]$$

$$= [32+12] - [2+3]$$

$$= 44 - 5 = 39 \text{ sq.units.}$$

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

Part – III (Three marks)

31)

$\Delta^4 U_0 = (E-1)^4 U_0$

$= (E^4 - 4E^3 + 6E^2 - 4E + 1) U_0$

$= E^4 U_0 + 4E^3 U_0 + 6E^2 U_0 - 4E^1 U_0 + U_0$

$= U_4 - 4U_3 + 6U_2 - 4U_1 + U_0$

$= 29 - 4(28) + 6(21) - 4(11) + 1$

$= 156 - 156$

$= 0$

32) $P(X \le a_1) = P(X > a_1)$

$P(X \le a_1) = 1/2$

$\int_0^{a_1} f(x)\,dx = 1/2$

$\int_0^{a_1} 5x^4\,dx = 1/2$

$5\left(\frac{x^5}{5}\right)_0^{a_1} = 1/2$

$a_1^5 = 0.5$

$a_1 = (0.5)^{1/5}$

33) The p.d.f is

X :	−1000	2000
P(x) :	0.6	0.4

$E(X) = \sum x\,p(x)$

$= -1000 \times 0.6 + 2000 \times 0.4$

$= -600 + 800$

$E(X) = 200$

$E(x^2) = \sum x^2 p(x)$

$E(x^2) = (-1000)^2(0.6) + (2000)^2 \times (0.4)$

$= 600000 + 1600000$

$E(x^2) = 2200000$

$V(X) = E(x^2) - [E(X)]^2$

$= 2200000 - 40000$

$V(X) = 2160000$

$S.D = \sqrt{V(X)} = \sqrt{2160000}$

$S.D = 1469.69$

34) $AX = B$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 52 \\ 0 \end{pmatrix}$$

The augmented matrix is

$$(A|B) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 2 & 5 & 7 & 52 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 3 & 5 & 34 \\ 0 & -1 & -3 & -18 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} R_2 \to R_2 - 2R_1 \\ R_3 \to R_3 - 2R_1 \end{matrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 3 & 5 & 34 \\ 0 & 0 & -4 & -20 \end{bmatrix} \quad R_3 \to 3R_3 + R_2$$

$\therefore \rho(A|B) = 3, \quad \rho(A) = 3, \quad n = 3$

$\therefore \rho(A|B) = \rho(A) = n = 3$

∴ The system is consistent and it has unique solution.

$\therefore AX = B \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 34 \\ -20 \end{pmatrix}$

$x + y + z = 9$

$3y + 5z = 34$

$-4z = -20$

$\therefore z = 5, \quad y = 3, \quad x = 1$

www.Padasalai.Net

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

(35)

$f(x) = \int f'(x)\,dx + c$

$= \int \frac{1}{x}\,dx + c$

$f(x) = \log x + c \rightarrow (1)$

put $x = 1$, $f(1) = \pi/4$ in (1)

$\therefore \frac{\pi}{4} = \log 1 + c$

$c = \frac{\pi}{4}$

$\therefore f(x) = \log x + \frac{\pi}{4}$

(36) $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^7 x}{\sin^7 x + \cos^7 x}\,dx \rightarrow (1)$

$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^7(\frac{\pi}{2} - x)}{\sin^7(\frac{\pi}{2} - x) + \cos^7(\frac{\pi}{2} - x)}\,dx$

$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^7 x}{\cos^7 x + \sin^7 x}\,dx \rightarrow (2)$

(1) + (2) $\Rightarrow$

$2I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^7 x + \cos^7 x}{\sin^7 x + \cos^7 x}\,dx$

$2I = \int_0^{\pi/2} dx = (x)_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2}$

$I = \frac{\pi}{4}$

(37) The A.E is $m^2 - 6m + 8 = 0$

$(m-2)(m-4) = 0$

$m = 2$ and $m = 4$

$\therefore m_1 = 2$ and $m_2 = 4$

$\therefore CF = Ae^{m_1 x} + Be^{m_2 x}$

$y = Ae^{2x} + Be^{4x}$

(38) $C'(x) = \frac{x^2}{200} + 4$

$C(x) = \int \left(\frac{x^2}{200} + 4\right) dx + k$

$C = \frac{x^3}{600} + 4x + k$

when $x = 0$, $c = 0 \Rightarrow k = 0$

$\therefore C(x) = \frac{x^3}{600} + 4x$

when $x = 200$,

$C = \frac{(200)^3}{600} + 4(200)$

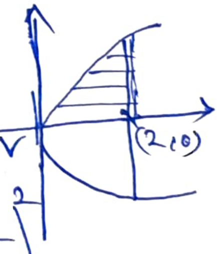
$= \frac{8000000}{600} + 800$

$C(x) = ₹14133.33$

(39) $y^2 = 8x$ $\because y^2 = 4ax$

$4a = 8 \Rightarrow$ $\boxed{a = 2}$

$A = 2\int_0^a y\,dx$



$= 2\int_0^2 \sqrt{8x}\,dx$

$= 2\sqrt{8}\left(\frac{x^{3/2}}{3/2}\right)_0^2$

$= \frac{4}{3} \times 2\sqrt{2}\left(2^{3/2}\right)$

$= \frac{4}{3} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$

$A = \frac{32}{3}$ sq. units.

(40) $\Delta^4 y_0 = 0$

$(E-1)^4 y_0 = 0$

$(E^4 - 4E^3 + 6E^2 - 4E + 1)y_0 = 0$

$y_4 - 4y_3 + 6y_2 - 4y_1 + y_0 = 0$

$81 - 4y_3 + 54 - 12 + 1 = 0$

$y_3 = 31$

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

Part - IV (five marks)

41 (a)

$AX = B$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ b \end{pmatrix}$$

$$(A|B) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 10 \\ 1 & 2 & a & b \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & a-1 & b-6 \end{pmatrix} \begin{matrix} R_2 \to R_2 - R_1 \\ R_3 \to R_3 - R_1 \end{matrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & a-3 & b-10 \end{pmatrix} R_3 \to R_3 - R_2$$

case (i) No solution

$\rho(A) \neq \rho(A|B)$

$\therefore a-3 = 0$ and $b-10 \neq 0$

$\therefore a = 3$, $b \neq 10$

case (ii) unique solution

$\rho(A) = \rho(A|B)$

$\therefore a-3 \neq 0$ $\rho(A) = \rho(A|B) = 3$

$\therefore a \neq 3$ and $b \in R$

case (iii) Many solution

$\rho(A) = \rho(A|B) < n = 3$

$\therefore a-3 = 0$, $b-10 = 0$

$a = 3$ and $b = 10$.

41 (b)

By partial fraction :

$$\frac{4x^2+2x+6}{(x+1)^2(x-3)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2} \to (1)$$

After solving,

$A = 3$, $B = 1$, $C = -2$

$$\therefore \frac{4x^2+2x+6}{(x+1)^2(x-3)} = \frac{3}{x-3} + \frac{1}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2}$$

So, $\int \frac{4x^2+2x+6}{(x+1)^2(x-3)}\,dx$

$$= \int \frac{3}{x-3}\,dx + \int \frac{1}{x+1}\,dx - \int \frac{2}{(x+1)^2}\,dx$$

$$= 3\log|x-3| + \log|x+1| - \frac{2(x+1)^{-1}}{(-1)} + c$$

$$= 3\log|x-3| + \log|x+1| + \frac{2}{x+1} + c$$

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

42(a)

$P_d = 25 - 3x$

$P_s = 5 + 2x$

under market equilibrium,

$P_d = P_s$

$25 - 3x = 5 + 2x$

$25 - 5 = 2x + 3x$

$5x = 20$

$x = 4$

when $x = 4$, $P_0 = 25 - 3(4)$

$P_0 = 13$

$CS = \int_0^{x_0} f(x)\,dx - P_0 x_0$

$= \int_0^4 (25 - 3x)\,dx - 52$

$= \left(25x - \frac{3x^2}{2}\right)_0^4 - 52$

$= \left\{\left[25(4) - \frac{3(4)^2}{2}\right] - 0\right\} - 52$

$= 100 - 24 - 52$

$= 24$ units.

$PS = P_0 x_0 - \int_0^{x_0} g(x)\,dx$

$= 52 - \int_0^4 [5x + x^2]_0^4$

$= 52 - [5(4) + 4^2]$

$= 52 - 36$

$PS = 16$ units

42 (b)

The A.E is $3m^2 + m - 14 = 0$

$(3m + 7)(m - 2) = 0$

$m = \frac{-7}{3}, 2$

$CF = Ae^{-7/3 x} + Be^{2x}$

$P.I_1 = \frac{1}{3D^2 + D - 14} \cdot 4$

$= \frac{4}{-14}$

$PI_1 = \frac{-2}{7}$

$PI_2 = \frac{1}{3D^2 + D - 14} \cdot -13e^{\frac{-7}{3}x}$

$= \frac{1}{(3D+7)(D-2)} (-13e^{\frac{-7}{3}x})$

$= \frac{x}{3\left(-\frac{7}{3} - 2\right)} \cdot -13e^{\frac{-7}{3}x}$

$= \frac{x}{3\left(\frac{-13}{3}\right)} \cdot -13e^{\frac{-7}{3}x}$

$= \frac{x}{-13} \cdot (-13e^{\frac{-7}{3}x})$

$PI_2 = xe^{\frac{-7}{3}x}$

The general solution is

$y = Ae^{-7/3 x} + Be^{2x} - \frac{2}{7} + xe^{\frac{-7}{3}x}$

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

www.Padasalai.Net

43(a)

$$n = \frac{x - x_0}{h} = \frac{32 - 30}{5} = \frac{2}{5}$$

$n = 0.4$

Forward interpolation Table,

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
30	15.9	-1	0.2	-0.2	0.2
35	14.9	-0.8	0	0	
40	14.1	-0.8	0		
45	13.3	-0.8			
50	12.5				

Forward interpolation formula,

$$y = y_0 + \frac{n}{1!}\Delta y_0 + \frac{n(n-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\Delta^3 y_0 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}\Delta^4 y_0 + \dots$$

$$y = 15.9 + \frac{(0.4)}{1!}(-1) + \frac{(0.4)(0.4-1)}{2!}(0.2) + \frac{(0.4)(0.4-1)(0.4-2)}{3!}(-0.2) + \frac{(0.4)(0.4-1)(0.4-2)(0.4-3)}{4!}(0.2)$$

$$y = 15.9 - 0.4 - 0.024 - 0.0128 - 0.00832$$

$$y = 15.45$$

43(b)

$$n = \frac{x - x_n}{h} = \frac{x-7}{1} = x - 7$$

x	y	∇y	$\nabla^2 y$	$\nabla^3 y$
0	1			
		1		
1	2		1	
		2		0
2	4		1	
		3		0
3	7		1	
		4		0
4	11		1	
		5		0
5	16		1	
		6		0
6	22		1	
		7		
7	29			

$$y = y_n + \frac{n}{1!}\nabla y_n + \frac{n(n+1)}{2!}\nabla^2 y_n + \frac{n(n+1)(n+2)}{3!}\nabla^3 y_n + \dots$$

$$y = 29 + (x-7)7 + \frac{(x-7)(x-6)}{2}(1).$$

$$= 29 + 7x - 49 + \frac{1}{2}[x^2 - 13x + 42]$$

$$= \frac{1}{2}[58 + 14x - 98 + x^2 - 13x + 42]$$

$$y = \frac{1}{2}[x^2 + x + 2]$$

44(a)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{x+y} \rightarrow (1)$$

Put $y = vx$ then

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \rightarrow (2)$$

Sub (2) in (1),

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{x - vx}{x + vx}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1-v}{1+v} - v$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1-v-v-v^2}{1+v}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{1-2v-v^2}{1+v}$$

$$\frac{1+v}{1-2v-v^2}dv = \frac{1}{x}dx$$

$$\int \frac{2+2v}{1-2v-v^2}dv = \int \frac{1}{x}dx$$

$$\int \frac{2+2v}{v^2+2v-1}dv = -\int \frac{1}{x}dx$$

$$\log(v^2+2v-1) = -2\log x + \log c$$

$$\log(v^2+2v-1) + 2\log x = \log c$$

$$\log(v^2+2v-1) + \log x^2 = \log c$$

$$\log(v^2+2v-1)x^2 = \log c$$

$$(v^2+2v-1)x^2 = c$$

$$\left(\frac{y^2}{x^2} + \frac{2y}{x} - 1\right)x^2 = c$$

$$(y^2 + 2xy - x^2) = c$$

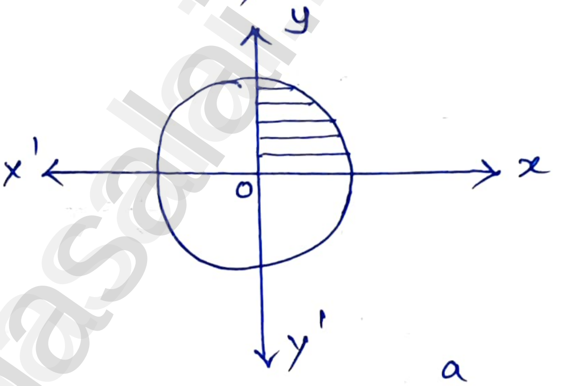
44(b)

Equation of a circle is

$$x^2 + y^2 = a^2$$

Put $y = 0$, $x^2 = a^2$

$$\Rightarrow x = \pm a$$



$$\text{Required area} = 4\int_0^a y\,dx.$$

$$A = 4\int_0^a \sqrt{a^2-x^2}\,dx$$

$$= 4\left[\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}\right]_0^a$$

$$= 4\left[0 + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{a}{a}\right)\right]$$

$$= 4\,\frac{a^2}{2}\cdot\frac{\pi}{2}$$

$A = \pi a^2$ sq.units

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

45(a)

$$I = \int_2^5 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{7-x}}\,dx \rightarrow (1)$$

$$= \int_2^5 \frac{\sqrt{2+5-x}}{\sqrt{2+5-x}+\sqrt{7-(2+5-x)}}\,dx$$

$$I = \int_2^5 \frac{\sqrt{7-x}}{\sqrt{7-x}+\sqrt{x}}\,dx$$

$(1) + (2) \Rightarrow$

$$2I = \int_2^5 \left[\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{7-x}} + \frac{\sqrt{7-x}}{\sqrt{7-x}+\sqrt{x}}\right]dx$$

$$= \int_2^5 \frac{\sqrt{x}+\sqrt{7-x}}{\sqrt{x}+\sqrt{7-x}}\,dx$$

$$= \int_2^5 dx$$

$$= (x)_2^5$$

$$2I = 5-2$$

$$2I = 3$$

$$I = \frac{3}{2}$$

45(b)

$$\frac{Ey}{Ex} = \frac{-7x}{(1-2x)(2+3x)}$$

$$\frac{x}{y}\frac{dy}{dx} = \frac{-7x}{(1-2x)(2+3x)}$$

$$\frac{1}{y}dy = \frac{-7x}{x(1-2x)(2+3x)}dx$$

$$\frac{1}{y}dy = \frac{-7}{(1-2x)(2+3x)}dx$$

$$\frac{1}{y}dy = \frac{7}{(2x-1)(3x+2)}dx$$

$$\int\frac{1}{y}dy = \int\left[\frac{2}{2x-1} - \frac{3}{3x+2}\right]dx$$

$$\log y = \log(2x-1) - 3\log(3x+2) + \log c$$

$$\log y = \log\left[\frac{c(2x-1)}{3x+2}\right]$$

$$y = \frac{(2x-1)c}{3x+2} \rightarrow (1)$$

when $x=2$, $y = 3/8$ in (1)

$$\frac{3}{8} = \frac{(4-1)c}{8}$$

$$c = 1$$

$$\therefore y = \frac{2x-1}{3x+2}$$

46 (a)

(i) $\sum P(x) = 1$

$0+k+2k+2k+3k+k^2+2k^2+7k^2+k=1$

$10k^2+9k-1=0$

$(k+1)(10k-1)=0$

$k=-1, \frac{1}{10}$

$\therefore \boxed{k=\frac{1}{10}}$

(ii) $P(X<6) = 0+k+2k+2k+3k+k^2$

$= 8k+k^2$

$= \frac{8}{10}+\frac{1}{100} = \frac{80}{100}+\frac{1}{100} = \frac{81}{100}$

$P(X \geq 6) = 2k^2+7k^2+k$

$= 9k^2+k$

$= \frac{9}{100}+\frac{1}{10} = \frac{9}{100}+\frac{10}{100} = \frac{19}{100}$

$P(0<X<5) = k+2k+2k+3k = 8k$

$= \frac{8}{10}$

(iii) $P(X \leq x) > \frac{1}{2}$

$P(X \leq 0) = 0$

$P(X \leq 1) = k = \frac{1}{10}$

$P(X \leq 2) = 3k = \frac{3}{10}$

$P(X \leq 3) = 5k = \frac{5}{10}$

$P(X \leq 4) = 8k = \frac{8}{10} > \frac{1}{2}$

Min val of $x = 4$.

46 (b)

Let the amount invested at 2%, 3% and 6% are x, y and z respectively.

$\therefore x+y+z = 8500$

$2x+3y+6z = 38000$

$x+y-z = 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -2$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 8500 & 1 & 1 \\ 38000 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$\Delta_x = -500$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 8500 & 1 \\ 2 & 38000 & 6 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$\Delta_y = -8000$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 8500 \\ 2 & 3 & 38000 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$\Delta_z = -8500$

By Cramer's rule

$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-500}{-2}$

$x = 250$

$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-8000}{-2}$

$y = 4000$

$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-8500}{-2}$

$z = 4250$

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

www.Padasalai.Net

47(a)

$f(x) = ke^{-2x}, \quad 0 \le x < \infty$

we know that

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

$k\int_{0}^{\infty} e^{-2x} dx = 1$

$k\left[\frac{e^{-2x}}{-2}\right]_0^{\infty} = 1$

$\frac{k}{-2}\left[e^{-\infty} - e^{0}\right] = 1$

$\frac{k}{-2}[0-1] = 1$

$k = 2$

$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

$= 2\int_{0}^{\infty} x e^{-2x} dx$

$= 2\left(\frac{1!}{2^2}\right)$

$= \frac{2}{4}$

Mean $= E(x) = \frac{1}{2}$

$E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$

$= 2\int_{0}^{\infty} x^2 e^{-2x} dx$

$= 2\left[\frac{2!}{2^3}\right]$

$= \frac{4}{8}$

$E(x^2) = \frac{1}{2}$

Variance $= E(x^2) - [E(x)]^2$

$= \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

$Var(x) = \frac{1}{4}$

47(b)

$\Delta\left(\frac{5x+12}{x^2+5x+6}\right) = \Delta\left(\frac{A}{x+3} + \frac{B}{x+2}\right)$

$= \Delta\left(\frac{3}{x+3} + \frac{2}{x+2}\right)$

$= \Delta\left(\frac{3}{x+3}\right) + \Delta\left(\frac{2}{x+2}\right)$

$= \frac{3}{x+4} - \frac{3}{x+3} + \frac{2}{x+3} - \frac{2}{x+2}$

$= \frac{3}{x+4} - \frac{1}{x+3} - \frac{2}{x+2}$

$= \frac{-5x-14}{(x+2)(x+3)(x+4)}$

www.Padasalai.Net