

TJF

10 - STD

QUARTERLY EXAMINATION SEP. - 2022

MATHEMATICS

--	--	--	--	--	--

Marks : 100

Time : 2.30 hours

14 X 1 = 14

PART - I

Note : i) Answer all the questions. ii) Choose the most appropriate answer from the given four alternative and write the option code and the corresponding answer.

- If $\{(a,8), (6,6)\}$ represents an identity function, then the value of a and b are respectively
a) $(8, 6)$ b) $(8,8)$ c) $(6,8)$ d) $(6,6)$
- If $f(x) = 2x^2$ and $g(x) = \frac{1}{3x}$ then $f \circ g$ is
a) $\frac{3}{2x^2}$ b) $\frac{2}{3x^2}$ c) $\frac{2}{9x^2}$ d) $\frac{1}{6x^2}$
- Composition of function is associative
a) Always true b) Never true c) Sometimes true d) None of these
- If HCF of 65 and 117 is expressible in the form of $65m - 117$, then the value of m is
a) 4 b) 2 c) 1 d) 3
- Given $F_1 = 1$, $F_2 = 3$ and $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ then F_5 is
a) 3 b) 5 c) 8 d) 11
- The value of $(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 15^3) - (1 + 2 + 3 + \dots + 15)$ is
a) 14400 b) 14200 c) 14280 d) 14520
- The square root of $\frac{256 x^8 y^4 z^{10}}{25 x^6 y^6 z^6}$ is equal to
a) $\frac{16}{5} \left| \frac{x^2 z^4}{y^2} \right|$ b) $16 \left| \frac{y^2}{x^2 z^4} \right|$ c) $\frac{16}{5} \left| \frac{y}{xz^2} \right|$ d) $\frac{16}{5} \left| \frac{xz^2}{y} \right|$
- Father of Algebra is
a) Niccolo Fontana Tartaglia b) Thales c) Al-Khwarizmi d) Ramanujan
- If in triangles ABC and EDF $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{FD}$ then they will be similar, when
a) $\angle B = \angle E$ b) $\angle A = \angle D$ c) $\angle B = \angle D$ d) $\angle A = \angle F$
- If $\triangle ABC$ is an isosceles triangle with $\angle C = 90^\circ$ and $AC = 5$ cm AB is
a) 2.5 cm b) 5 cm c) 10 cm d) $5\sqrt{2}$ cm
- The straight line given by the equation $x = 11$ is
a) Parallel to x axis b) Parallel to y - axis c) Passing through the origin d) Passing through the point $(0, 11)$
- The perimeter of a triangle formed by the points $(0,0)$, $(1,0)$ and $(0,1)$
a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) $2 + \sqrt{2}$ d) $2 - \sqrt{2}$
- The value of $\sin^2 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$ is equal to
a) $\tan^2 \theta$ b) 1 c) $\cot^2 \theta$ d) 0
- If $\sin \theta = \cos \theta$, then $2 \tan^2 \theta + \sin^2 \theta - 1$ is equal to
a) $\frac{-3}{2}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{-2}{3}$

PART - II

Note : Answer any 10 questions. Question No. 28 is compulsory.

10 X 2 = 20

- If $A = \{1,3,5\}$ and $B = \{2,3\}$ then i) find $A \times B$ and $B \times A$ ii) Is $A \times B = B \times A$.
- Let $f(x) = 3 + x$, $g(x) = x - 4$. Check whether $f \circ g = g \circ f$.
- Let $A = \{3,4,7,8\}$, $B = \{1,7,10\}$ and $R = \{(3,1), (4,12)\}$. Check whether R is a relation from A to B ?
- If $13824 = 2^a \times 3^b$ then find a and b .
- Solve $5x \equiv 4 \pmod{6}$.
- If $1 + 2 + 3 + \dots + K = 225$, then find $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + K^3$.
- Determine the nature of roots of the quadratic equation $x^2 - x - 20 = 0$.

TJF 10-ஆம் வகுப்பு மாதிரி (EM) பக்கம் - 1

22. The roots of equation $2x^2 - 7x + 5 = 0$ are α and β without solving for the roots, find $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$.
23. Find the LCM of $7x-14$, $7x^2 - 28$.
24. If the area of the triangle formed by the vertices A (-1,2), B(K,2) and C (7,4) is 22 sq.units, find the value of K.
25. Find the slope and y intercept of the straight line $8x - 7y + 6 = 0$.
26. The line r passes through the points (-2, 2) and (5, 8) and the line s passes through the point (-8, 7) and (-2, 0). Is the line r perpendicular to s?
27. Prove that $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$
28. Define Angle Bisector theorem.

PART - III

Note : Answer any 10 questions. Question No. 42 is compulsory.

10 X 5 = 50

29. Let $A = \{x \in W / x < 2\}$, $B = \{x \in N / 1 < x \leq 4\}$ and $C = \{3, 5\}$ verify that $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
30. Let $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ be two sets. Let $f : A \rightarrow B$ be a function given by $f(x) = 3x - 1$. Represent this function i) by arrow diagram ii) in a table form iii) as a set of ordered pairs iv) in a graphical form.
31. Use Euclid's Division Algorithm to find the HCF 84, 90 and 120.
32. Find the sum of all natural numbers between 100 and 1000 which are divisible by 11.
33. Find out sum to n terms of the series $5 + 55 + 555 + \dots$
34. Discuss the nature of solutions of the following system of equations $x + 2y - z = 6$, $-3x - 2y + 5z = -12$, $x - 2z = 3$.
35. Find the square root of $64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$.
36. State and prove that Thales Theorem.
37. Find the area of the quadrilateral whose vertices are at (-9, 0), (-8, 6), (-1, -2) and (-6, -3).
38. A line makes positive intercepts on coordinate axes where sum is 7 and if passes through (-3, 8). Find its equation.
39. Find the equation of a straight line through the intersection of lines $5x - 6y = 2$, $3x + 2y = 10$ and perpendicular to the line $4x - 7y + 13 = 0$.
40. Find the equation of the median and altitude of $\triangle ABC$ through A where the vertices are A(6, 2), B(-5, 1) and C(1, 9).
41. If $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = P$, then prove that $\cos\theta = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1}$.
42. If the $(1+m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$ has equal roots then prove that $C^2 = a^2(1 + m^2)$.

PART - IV

Note : Answer the following questions.

2 X 8 = 16

43. a) Construct a triangle similar to a given triangle ABC with its sides equal to $\frac{6}{5}$ of corresponding sides of the triangle ABC. (Scale factor $\frac{6}{5} > 1$) (OR)
b) Construct a triangle $\triangle PQR$ such that $QR = 5\text{cm}$, $\angle P = 30^\circ$ and the altitude from P to QR is of length 4.2cm.
44. a) A Company initially started with 40 workers to complete the work by 150 days. Later, it decided to fasten up the work increasing the number of workers as shown below.
- | Number of workers (x) | 40 | 50 | 60 | 75 |
|-----------------------|-----|-----|-----|----|
| Number of days (y) | 150 | 120 | 100 | 80 |
- i) Graph the above data and identify the type of variation.
ii) From the graph, find the number of days required to complete the work if the company decides to opt for 120 workers?
iii) If the work has to be completed by 200 days, how many workers are required?
(OR) b) Draw the graph of $xy = 24$, $x, y > 0$. Using the graph find
i) y when $x = 3$ and ii) x when $y = 6$.

TJF IO-ஆம் வகுப்பு கணிதம் (EM) பக்கம் - 2

TJF

காலாண்டுத் தேர்வு - செப். - 2022

10 - ஆம் வகுப்பு

கணிதம்

நேரம் : 2.30 மணி

மதிப்பெண்கள் : 100

பகுதி - I

குறிப்பு : 1) இப்பிரிவில் உள்ள 14 வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். 2) கொடுக்கப்பட்ட நான்கு விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

1. $\{(a,8), (6,6)\}$ ஆனது ஒரு சமனிச் சார்பு எனில் a மற்றும் b மதிப்புகளாவன முறையே 14 X 1 = 14
அ) (8, 6) ஆ) (8,8) இ) (6,8) ஈ) (6,6)
2. $f(x) = 2x^2$ மற்றும் $g(x) = \frac{1}{3x}$ எனில் $f \circ g$ ஆனது அ) $\frac{3}{2x^2}$ ஆ) $\frac{2}{3x^2}$ இ) $\frac{2}{9x^2}$ ஈ) $\frac{1}{6x^2}$
3. சார்புகளின் சேர்ப்பானது சேர்ப்பு விதிக்குட்பட்டது அ) எப்போதும் உண்மையே
ஆ) ஒருபோதும் உண்மையில்லை இ) சில சமயங்களில் உண்மை ஈ) இவற்றுள் எதுவுமில்லை
4. 65 மற்றும் 117 - யின் மீ.பொ.வ. - வை 65m - 17 என்ற வடிவில் எழுதும்போது, m - யின் மதிப்பு
அ) 4 ஆ) 2 இ) 1 ஈ) 3
5. $F_1 = 1, F_2 = 3$ மற்றும் $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ எனக் கொடுக்கப்படின் F_5 ஆனது
அ) 3 ஆ) 5 இ) 8 ஈ) 11
6. $(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 15^3) - (1 + 2 + 3 + \dots + 15)$ யின் மதிப்பு
அ) 14400 ஆ) 14200 இ) 14280 ஈ) 14520
7. $\frac{256 x^8 y^4 z^{10}}{25 x^6 y^6 z^6}$ - யின் வர்க்க மூலம் அ) $\frac{16}{5} \sqrt{\frac{x^2 z^4}{y^2}}$ ஆ) $16 \sqrt{\frac{y^2}{x^2 z^4}}$ இ) $\frac{16}{5} \sqrt{\frac{y}{xz^2}}$ ஈ) $\frac{16}{5} \sqrt{\frac{xz^2}{y}}$
8. இயற்கணிதத்தின் தந்தை ஆவார்.
அ) நிக்கோலா போண்டனா டார்டாகிலியா ஆ) தேல்ஸ் இ) அல் க்வாரிஸ்மி ஈ) இராமானுஜன்
9. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{FD}$ எனில், ABC மற்றும் EDF எப்பொழுது வடிவொத்தவையாக அமையும்
அ) $\angle B = \angle E$ ஆ) $\angle A = \angle D$ இ) $\angle B = \angle D$ ஈ) $\angle A = \angle F$
10. இருசமபக்க முக்கோணம் $\triangle ABC$ யில் $\angle 90^\circ$ மற்றும் $AC = 5$ செ.மீ. எனில் AB ஆனது
அ) 2.5 செ.மீ. ஆ) 5 செ.மீ. இ) 10 செ.மீ. ஈ) $5\sqrt{2}$ செ.மீ.
11. $x = 11$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாடானது
அ) x - அச்சுக்கு இணை ஆ) y - அச்சுக்கு இணை
இ) ஆதிபுள்ளி வழி செல்லும் ஈ) $(0,11)$ என்று புள்ளி வழிச் செல்லும்
12. $(0,0), (1,0)$ மற்றும் $(0,1)$ ஆகிய புள்ளிகளால் அமையும் முக்கோணத்தின் சுற்றளவு
அ) $\sqrt{2}$ ஆ) 2 இ) $2 + \sqrt{2}$ ஈ) $2 - \sqrt{2}$
13. $\sin^2 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$ ன் மதிப்பு = அ) $\tan^2 \theta$ ஆ) 1 இ) $\cot^2 \theta$ ஈ) 0
14. $\sin \theta = \cos \theta$ எனில் $2 \tan^2 \theta + \sin^2 \theta - 1 = \dots$ அ) $\frac{-3}{2}$ ஆ) $\frac{3}{2}$ இ) $\frac{2}{3}$ ஈ) $\frac{-2}{3}$

பகுதி - II

குறிப்பு : எவையேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.
வினா எண். 28க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்.

10 X 2 = 20

15. $A = \{1,3,5\}$ மற்றும் $B = \{2,3\}$ எனில் i) $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ காண்க. ii) $A \times B = B \times A$ ஆகுமா?
16. $f(x) = 3 + x, g(x) = x - 4$ என்க. $f \circ g = g \circ f$ என்பது சரியா என சோதிக்க.
17. $A = \{3,4,7,8\}$ $w = \{1,7,10\}$ மற்றும் $R = \{(3,1), (4,12)\}$ R ஆனது A யிலிருந்து B -க்கு உறவாகுமா என சோதிக்க.
18. $13824 = 2^a \times 3^b$ எனில் a மற்றும் b ஐக் காண்க.
19. தீர்க்க : $5x \equiv 4$ (மடடும் 6).
20. $1 + 2 + 3 + \dots + K = 225$ எனில் $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + K^3$ யின் மதிப்பு காண்க.
21. $x^2 - x - 20 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையை ஆராய்க.

TJF 10-ஆம் வகுப்பு கணிதம் பக்கம் - 1

22. $2x^2 - 7x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ ன் மதிப்பினை காண்க.
(தீர்வு தேவையில்லை)
23. $7x - 14$, $7x^2 - 28$ ன் மீ.பொ.ம. காண்க.
24. A (-1,2), B(K-2) மற்றும் C (7,4) ஆகிய புள்ளிகளால் அமையும் முக்கோணத்தின் பரப்பு 22 சதுர அலகுகள் எனில் K யின் மதிப்பை காண்க.
25. $8x - 7y + 6 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டின் சாய்வு மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு காண்க.
26. (-2, 2) (5, 8) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு r மற்றும் (-8, 7) (-2, 0) ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு s ஆகும் எனில் நேர்க்கோடு r- ஆனது நேர்க்கோடு s- க்கு செங்குத்தாக அமையுமா?
27. $\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ நிறுவுக.
28. கோண இருசமவெட்டித் தேற்றத்தினை எழுதுக.

பகுதி - III

குறிப்பு : எவையேனும் பத்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்.
வினா எண். 42 கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்.

10 X 5 = 50

29. $A = \{x \in W / x < 2\}$, $B = \{x \in N / 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$ என்க.
 $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பதை சரிபார்க்க.
30. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f : A \rightarrow B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினைக் கொண்டு (i) அம்புக்குறிப்படம் ii) அட்டவணை iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் iv) வரைபடம் ஆகியவற்றைக் குறிக்க.
31. யுக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி 84, 90 மற்றும் 120 ன் மீ.பொ.வ. காண்க.
32. 100க்கும் 1000-க்கும் இடையே 11-ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.
33. $5+55+555+ \dots$ என்ற தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.
34. கீழ்க்காணும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகளின் தீர்வுகளின் தன்மையைக் காண்க.
 $x+2y-z=6$; $-3x-2y+5z=-12$, $x-2z=3$.
35. $64x^4-16x^3+17x^2-2x+1$ வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.
36. தேல்ஸ் தேற்றத்தினை எழுதி நிறுவுக.
37. (-9, 0), (-8, 6), (-1, -2) மற்றும் (-6, -3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்புக் காண்க.
38. (-3, 8) என்ற புள்ளி வழி செல்வதும், ஆகிய அச்சுகளின் மிகை வெட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல் 7 உடையதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
39. $5x-6y=2$, $3x+2y=10$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும் $4x-7y+13=0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்குச் செங்குத்தாகவும் அமையும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
40. A(6, 2), B (-5, 1) மற்றும் C(1,9) ஐ முனைகளாகக் கொண்ட ΔABC யின் முனை A-யிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோடு மற்றும் குத்துக் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
41. $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = P$ எனில் $\cos\theta = \frac{P^2-1}{P^2+1}$ என்பதை நிறுவுக.
42. $(1+m^2)x^2+2mcx+c^2-a^2=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் சமம் எனில் $C^2=a^2(1+m^2)$ என நிறுவுக.

பகுதி - IV

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

2 X 8 = 16

43. அ) கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ABC - யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{6}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவவாத முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{6}{5} > 1$) (அல்லது) ஆ) $QR = 5$ செ.மீ, $\angle P = 30^\circ$ மற்றும் P-லிருந்து QR-க்கு வரையப்பட குத்துக்கோட்டின் நீளம் 4.2 செ.மீ. கொண்ட ΔPQR வரைக.
44. அ) ஒரு நிறுவனமானது தொடக்கத்தில் 40 வேலையாளர்களுடன் 150 நாள்களில் ஒரு வேலையை முடிக்க தொடங்கியது. பிறகு வேலையை விரைவாக முடித்திட பின்வருமாறு வேலையாளர்களை அதிகரித்தது.
- | வேலையாளர்களின் எண்ணிக்கை (x) | 40 | 50 | 60 | 75 |
|------------------------------|-----|-----|-----|----|
| நாள்களின் எண்ணிக்கை (y) | 150 | 120 | 100 | 80 |
- i) மேலேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து மாறுபாட்டின் வகையை அடையாளம் காண்க. ii) வரைபடத்திலிருந்து, நிறுவனமானது 120 வேலையாளர்களை வேலைக்கு அமர்த்த விரும்பினால், வேலை முடிய எத்தனை நாட்கள் ஆகும் எனக் காண்க.
- iii) வேலையாளது 30 நாட்களில் முடிய வேண்டும் எனில், எத்தனை வேலையாளர்கள் தேவை? (அல்லது) ஆ) $xy=24$, $x, y > 0$ என்ற வரைபடத்தை வரைக. வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி
- i) $x=3$ எனில் y-ஐக் காண்க. ii) $y=6$ எனில் x-ஐக் காண்க.

TJF 10 - ஆம் குழுப்பு கணிதம் பக்கம் - 2

BRINDHAVAN HR SEC SCHOOL, SUKKIRANPATTI

QUARTERLY EXAM - MATHS ANSWER KEY
(Thanjavur District)

PART-I

1. a) (8,6)
2. c) $\frac{2}{9x^2}$
3. a) Always true
4. b) 2
5. d) 11
6. c) 14280
7. d) $\frac{16}{5} \left| \frac{xz^2}{y} \right|$
8. c) Al-khwarizmi
9. c) $1B = 1D$
10. d) $5\sqrt{2}$ cm
11. b) parallel to y axis
12. c) $2 + \sqrt{2}$
13. b) 1
14. b) $\frac{3}{2}$

Part - II

15. $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3\}$

$$A \times B = \{1, 3, 5\} \times \{2, 3\}$$

$$= \{(1, 2), (1, 3), (3, 2), (3, 3), (5, 2), (5, 3)\} \quad \text{--- ①}$$

$$B \times A = \{2, 3\} \times \{1, 3, 5\}$$

$$= \{(2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5)\} \quad \text{--- ②}$$

From ① and ② we have

$$A \times B \neq B \times A$$

16. $f(x) = 3+x$ $g(x) = x-4$

$$f \circ g = f[g(x)]$$

$$= f(x-4)$$

$$= 3+x-4$$

$$= x-1 \quad \text{--- ①}$$

$$g \circ f = g[f(x)]$$

$$= g(3+x)$$

$$= 3+x-4$$

$$= x-1 \quad \text{--- ②}$$

From ① and ② we have

$$\therefore f \circ g = g \circ f$$

17. $A \times B = \{3, 4, 7, 8\} \times \{1, 7, 10\}$

$$= \{(3, 1), (3, 7), (3, 10), (4, 1), (4, 7), (4, 10), (7, 1), (7, 7), (7, 10), (8, 1), (8, 7), (8, 10)\}$$

$$\therefore R = \{(3, 1), (4, 12)\}$$

Here $(4, 2) \in R$

But $(4, 12) \notin A \times B$

\therefore So, R is not a relation from A to B

18.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 13824} \\ 2 \overline{) 6912} \\ 2 \overline{) 3456} \\ 2 \overline{) 1728} \\ 2 \overline{) 864} \\ 2 \overline{) 432} \\ 2 \overline{) 216} \\ 2 \overline{) 108} \\ 2 \overline{) 54} \\ 2 \overline{) 27} \\ 2 \overline{) 13} \\ 2 \overline{) 6} \\ 2 \overline{) 3} \\ 2 \overline{) 1} \end{array}$$

$$13824 = 2^a \times 3^b$$

$$2^9 \times 3^3 = 2^a \times 3^b$$

$$\therefore a = 9, b = 3$$

19.

$$5x \equiv 4 \pmod{6}$$

$$5x - 4 = 6k, \quad k \text{ is some integer}$$

$$\Rightarrow 5x - 4 \text{ is divisible by } 6$$

$$\therefore x = 2, 8, 14, \dots$$

20.

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = 225$$

$$\frac{k(k+1)}{2} = 225$$

Squaring on both sides

$$\left[\frac{k(k+1)}{2} \right]^2 = (225)^2$$

$$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 50625$$

21.

$$x^2 - x - 20 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 1, \quad b = -1, \quad c = -20$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 12$$

$$= (-1)^2 - 4(1)(-20)$$

$$= 1 + 80$$

$$= 81 > 0$$

\therefore So the eqn will have real and unequal roots

22.

$$2x^2 - 7x + 5 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 2, \quad b = -7, \quad c = 5$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b+a}{ab}$$

$$= \frac{7}{2} = \frac{7}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

23.

$$7x - 14 = 7(x - 2)$$

$$7x^2 - 28 = 7(x^2 - 4)$$

$$= 7(x^2 - 2^2)$$

$$= 7(x+2)(x-2)$$

$$\therefore \text{LCM} = 7(x+2)(x-2)$$

24. Let the vertices $A(-1, 2)$, $B(K, -2)$, $C(7, 4)$
Area of $\Delta = 22$ Sq. units

$$\therefore \frac{1}{2} \{ (x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1) - (x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_1 y_3) \} = 22$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{ccc} -1 & K & 7 \\ 2 & -2 & 4 \end{array} \right\} = 22$$

$$\frac{1}{2} \{ (2 + 4K + 14) - (2K - 14 - 4) \} = 22$$

$$(4K + 16) - (2K - 18) = 22 \times 2$$

$$4K + 16 - 2K + 18 = 44$$

$$2K + 34 = 44$$

$$2K = 44 - 34$$

$$2K = 10$$

$$K = \frac{10}{2}$$

$$\boxed{K = 5}$$

25.

$$8x - 7y + 6 = 0$$

$$\Rightarrow 7y = 8x + 6$$

$$y = \frac{8x + 6}{7}$$

$$= \frac{8}{7}x + \frac{6}{7}$$

Compared to $y = mx + c$

$$m = \frac{8}{7}, \quad c = \frac{6}{7}$$

26. The slope of line r is

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 2}{5 - (-2)} = \frac{6}{7}$$

The slope of line s is

$$m_2 = \frac{0 - 7}{-2 + 8} = -\frac{7}{6}$$

$$\therefore m_1 \times m_2 = \frac{6}{7} \times -\frac{7}{6} = -1$$

\therefore The line r is perpendicular to s

$$27. \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \times \frac{1 + \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)^2}{1 - \cos^2 \theta}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta}}$$

$$= \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$$

28. Angle bisector theorem

The internal bisector of an angle of a triangle divides the opposite sides internally in the ratio of the corresponding sides containing the angle

Part - III

29. $A = \{0, 1\}$

$B = \{2, 3, 4\}$

$C = \{3, 5\}$

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

LHS

$B \cup C = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 5\}$

$= \{2, 3, 4, 5\}$

$A \times (B \cup C) = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4, 5\}$

$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$ — ①

RHS

$A \times B = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4\}$

$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$

$A \times C = \{0, 1\} \times \{3, 5\}$

$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$ — ②

From ① and ② we have

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$$30. A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$$

$$f(x) = 3x - 1$$

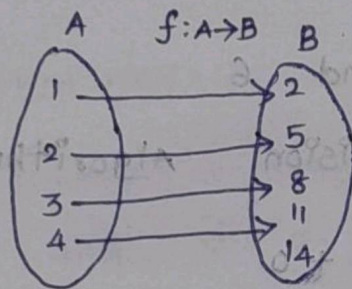
$$x=1, f(1) = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$x=2, f(2) = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$x=3, f(3) = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8$$

$$x=4, f(4) = 3(4) - 1 = 12 - 1 = 11$$

i) Arrow diagram



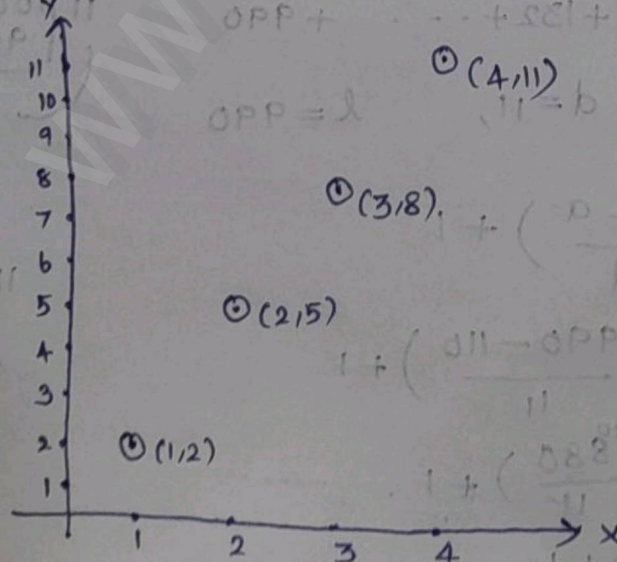
ii) A table form

x	1	2	3	4
f(x)	2	5	8	11

iii) set of ordered pairs

$$f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)\}$$

iv) Graph



31)

HCF of 84, 90 and 120

 \therefore HCF of 84, 90

using Euclid's division Algorithm,

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

$$90 = 84(1) + 6$$

The remainder is $6 \neq 0$

$$84 = 6(14) + 0$$

The remainder is 0

$$\therefore \text{HCF of } 84, 90 = 6$$

 \therefore HCF of 120 and 6

using Euclid's division Algorithm

$$120 = 6(20) + 0$$

 \therefore The remainder is 0

$$\therefore \text{HCF of } 84, 90 \text{ and } 120 = 6$$

32)

The natural numbers between 100 and 1000 which are divisible by 11 are

$$110, 121, 132, \dots, 990$$

$$S_n = 110 + 121 + 132 + \dots + 990$$

$$a = 110, \quad d = 11, \quad l = 990$$

$$\therefore n = \left(\frac{l - a}{d} \right) + 1$$

$$= \left(\frac{990 - 110}{11} \right) + 1$$

$$= \left(\frac{880}{11} \right) + 1$$

$$= 80 + 1$$

$$= 81$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 11 \overline{) 110} \\ \underline{99} \\ 11 \end{array}$$

$100 + 10 = 110$
 $11 - 1 = 10$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 11 \overline{) 1000} \\ \underline{990} \\ 10 \end{array}$$

$1000 - 10 = 990$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$\therefore S_{81} = \frac{81}{2} [110 + 990]$$

$$= \frac{81}{2} [1100]$$

$$= 81 \times 550$$

$$= 44550$$

33)

$$S_n = 5 + 55 + 555 + \dots \text{ to } n \text{ terms}$$

$$= 5(1 + 11 + 111 + \dots \text{ to } n \text{ terms})$$

Multiply and divide by 9

$$= \frac{5}{9} [9 + 99 + 999 + \dots \text{ to } n \text{ terms}]$$

$$= \frac{5}{9} [(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots \text{ to } n \text{ terms}]$$

$$= \frac{5}{9} [(10 + 100 + 1000 + \dots \text{ to } n \text{ terms}) - (1 + 1 + 1 + \dots \text{ to } n \text{ terms})]$$

$$\Downarrow$$

$$a = 10, \quad r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{100}{10} = 10 > 1$$

$$S_n = a \frac{(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$= 10 \frac{(10^n - 1)}{10 - 1}$$

$$= \frac{10(10^n - 1)}{9}$$

$$\Downarrow$$

$$a = 1, \quad r = 1$$

$$S_n = na$$

$$= n(1)$$

$$= n$$

$$\therefore S_n = \frac{5}{9} \left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right] \quad (or)$$

$$= \frac{50}{81} (10^n - 1) - \frac{5n}{9}$$

Theorem 1: Basic Proportionality Theorem (BPT) or Thales theorem

Statement

A straight line drawn parallel to a side of triangle intersecting the other two sides, divides the sides in the same ratio.

Proof

Given: In $\triangle ABC$, D is a point on AB and E is a point on AC .

To prove: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

Construction: Draw a line $DE \parallel BC$

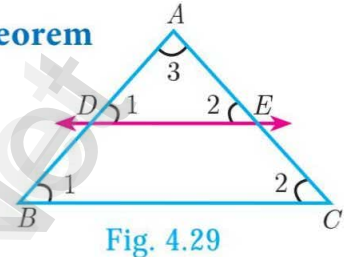


Fig. 4.29

No.	Statement	Reason
1.	$\angle ABC = \angle ADE = \angle 1$	Corresponding angles are equal because $DE \parallel BC$
2.	$\angle ACB = \angle AED = \angle 2$	Corresponding angles are equal because $DE \parallel BC$
3.	$\angle DAE = \angle BAC = \angle 3$	Both triangles have a common angle
4.	$\triangle ABC \sim \triangle ADE$	By AAA similarity
	$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$	Corresponding sides are proportional
	$\frac{AD + DB}{AD} = \frac{AE + EC}{AE}$	Split AB and AC using the points D and E .
	$1 + \frac{DB}{AD} = 1 + \frac{EC}{AE}$	On simplification
	$\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$	Cancelling 1 on both sides
	$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$	Taking reciprocals
	Hence proved	

34.

Given $x + 2y - z = 6$ — (1)

$-3x - 2y + 5z = -12$ — (2)

$x - 2z = 3$ — (3)

Solving Eqn (1) and (2) we have =

$$\begin{array}{r} x + 2y - z = 6 \\ -3x - 2y + 5z = -12 \\ \hline -2x + 4z = -6 \end{array}$$

— (4)

Solving Eqn (3) and (4) we get

$$(3) \times 2 \Rightarrow 2x - 4z = 6$$

$$(4) \Rightarrow -2x + 4z = -6$$

The system of equation has
infinite number of solutions.

35.

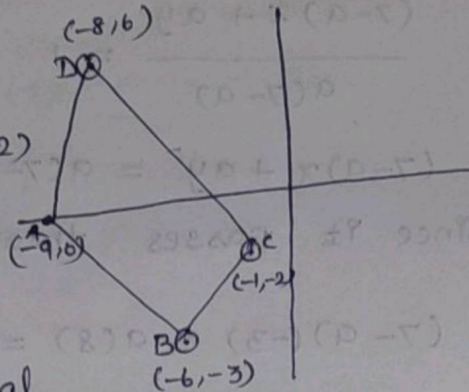
$$\begin{array}{r} 8x^2 - x + 1 \\ 8x^2 \overline{) 64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1} \\ \underline{64x^4} \\ (-) -16x^3 + 17x^2 - 2x + 1 \\ \underline{(-) 16x^3} \\ (-) 17x^2 - 2x + 1 \\ \underline{(-) 16x^2} \\ (-) x + 1 \\ \underline{(-) x} \\ (-) 1 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1} = |8x^2 - x + 1|$$

37.

Given vertices

A(-9,0), B(-6,-3), C(-1,-2)
and D(-8,6)



Area of Quadrilateral

$$= \frac{1}{2} \{ (x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_4y_3 + x_1y_4) \}$$

sq. units

$$= \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{cccc} -9 & -6 & -1 & -8 \\ 0 & -3 & -2 & 6 \end{array} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (27 + 12 + 6 + 0) - (0 + 3 + 16 - 54) \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 33 - (-35) \}$$

$$= \frac{1}{2} (33 + 35)$$

$$= \frac{1}{2} (68)$$

$$= 34 \text{ sq. units}$$

38.

Let the x intercept be a and y intercept be b

Given $a + b = 7$

$$b = 7 - a$$

The Eqn of a straight line in Intercept form

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{7-a} = 1 \quad \text{--- (1)}$$

16.

$$\frac{(7-a)x + ay}{a(7-a)} = 1$$

$$(7-a)x + ay = a(7-a) \quad \text{--- (2)}$$

Since it passes through $(-3, 8)$
 $\begin{matrix} x & y \\ -3 & 8 \end{matrix}$

$$\textcircled{2} \Rightarrow (7-a)(-3) + a(8) = 7a - a^2$$

$$-21 + 3a + 8a = 7a - a^2$$

$$-21 + 11a - 7a + a^2 = 0$$

$$a^2 + 4a - 21 = 0$$

$$(a+7)(a-3) = 0$$

$$a+7=0$$

$$a-3=0$$

$$a = -7$$

$$a = 3$$

Since a is positive

When $a=3$, substituting in eqn ①

$$\textcircled{1} \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{7-a} = 1$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{7-3} = 1$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$$

$$\frac{4x+3y}{12} = 1$$

$$4x+3y = 12$$

$$\boxed{4x+3y-12=0}$$

39)

Given straight lines

$$5x - 6y = 2 \Rightarrow 5x - 6y - 2 = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$3x + 2y = 10 \Rightarrow 3x + 2y - 10 = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$\begin{array}{rcl} x & y & \\ -6 & -2 & 5 \\ 2 & -10 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{X} \\ \text{X} \\ \text{X} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{5} \\ \text{2} \\ \text{3} \end{array}$$

$$\frac{x}{60+4} = \frac{y}{-6+50} = \frac{10+18}{10+18}$$

$$\frac{x}{64} = \frac{y}{44} = \frac{1}{28}$$

$$\frac{x}{64} = \frac{1}{28}$$

$$x = \frac{64}{28}$$

$$x = \frac{16}{7}$$

$$\frac{y}{44} = \frac{1}{28}$$

$$y = \frac{44}{28}$$

$$y = \frac{11}{7}$$

\therefore The intersecting point $(x, y) = \left(\frac{16}{7}, \frac{11}{7}\right)$

The eqn of straight line

$$4x - 7y + 13 = 0$$

$$m = - \frac{\text{coefficient of } x}{\text{coefficient of } y}$$

$$= - \frac{(-4)}{7}$$

$$= \frac{4}{7}$$

$$\therefore \text{Perpendicular slope} = -\frac{7}{4} \quad [\because m_1 m_2 = -1]$$

$$m = -\frac{7}{4}$$

$$\left(\frac{16}{7}, \frac{11}{7}\right)$$

∴ The required eqn of straight line is

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - \frac{11}{7} = -\frac{7}{4} \left(x - \frac{16}{7} \right)$$

$$\frac{7y - 11}{7} = -\frac{7}{4} \left(\frac{7x - 16}{7} \right)$$

$$4(7y - 11) = -7(7x - 16)$$

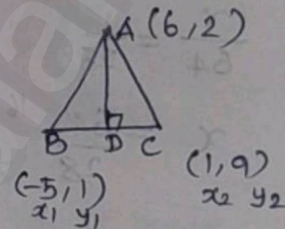
$$28y - 44 = -49x + 112$$

$$\Rightarrow 49x + 28y - 44 - 112 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{49x + 28y - 156 = 0}$$

40)

Let the vertices A(6,2), B(-5,1) and C(1,9)



* Median through A

$$\text{Mid Point of BC} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{-5 + 1}{2}, \frac{1 + 9}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{-4}{2}, \frac{10}{2} \right)$$

$$D = (-2, 5)$$

$$\begin{array}{cc} A(6,2) & D(-2,5) \\ x_1 \ y_1 & x_2 \ y_2 \end{array}$$

∴ The eqn of straight line is

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 2}{5 - 2} = \frac{x - 6}{-2 - 6}$$

$$\frac{y - 2}{3} = \frac{x - 6}{-8}$$

$$-8(y - 2) = 3(x - 6)$$

$$-8y + 16 = 3x - 18$$

$$\Rightarrow 3x + 8y - 18 - 16 = 0$$

$$\Rightarrow 3x + 8y - 34 = 0$$

* Altitude through A

$$\text{slope of } BC = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{9 - 1}{1 + 5}$$

$$= \frac{8}{6}$$

$$= \frac{4}{3}$$

$$\therefore \text{perpendicular slope} = -\frac{3}{4}$$

$$[\because m_1 \times m_2 = -1]$$

$$\therefore m = -\frac{3}{4} \quad A(6, 2)$$

$$x_1, y_1$$

\therefore The eqn of straight line is

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = -\frac{3}{4}(x - 6)$$

$$4(y - 2) = -3(x - 6)$$

$$4y - 8 = -3x + 18$$

$$\Rightarrow 3x + 4y - 18 - 8 = 0$$

$$\Rightarrow 3x + 4y - 26 = 0$$

41)

Given $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = P$ ——— ①

We know $\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$

$$(\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta)(\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta) = 1$$

$$\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta}$$

$$\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{P} \text{ ——— ②}$$

$$\text{①} + \text{②} \Rightarrow$$

$$\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = P + \frac{1}{P}$$

$$2 \operatorname{cosec} \theta = \frac{P^2 + 1}{P} \text{ ——— ③}$$

$$\text{①} - \text{②} \Rightarrow$$

$$\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta - (\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta) = P - \frac{1}{P}$$

$$\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \frac{P^2 - 1}{P}$$

$$2 \cot \theta = \frac{P^2 - 1}{P} \text{ ——— ④}$$

$$\frac{\text{④}}{\text{③}} \Rightarrow$$

$$\frac{2 \cot \theta}{2 \operatorname{cosec} \theta} = \frac{\frac{P^2 - 1}{P}}{\frac{P^2 + 1}{P}}$$

$$\frac{\cot \theta}{\operatorname{cosec} \theta} = \frac{P^2 - 1}{P} \times \frac{P}{P^2 + 1}$$

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1}$$

$$\frac{1}{\sin \theta}$$

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \frac{\sin \theta}{1} = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1}$$

$$\cos \theta = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1}$$

Hence it is proved.

42)

$$(1+m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 1+m^2, \quad b = 2mc, \quad c = c^2 - a^2$$

Given roots are equal roots

$$\therefore \Delta = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(2mc)^2 - 4(1+m^2)(c^2 - a^2) = 0$$

$$4m^2c^2 - 4(c^2 - a^2 + m^2c^2 - m^2a^2) = 0$$

$$4[m^2c^2 - (c^2 - a^2 + m^2c^2 - m^2a^2)] = 0$$

$$m^2c^2 - c^2 + a^2 - m^2c^2 + m^2a^2 = \frac{0}{4}$$

$$-c^2 + a^2 + m^2a^2 = 0$$

$$a^2 + m^2a^2 = c^2$$

$$a^2(1+m^2) = c^2$$

$$\Rightarrow c^2 = a^2(1+m^2)$$

PREPARED BY

R. RAJESH M.Sc., B.Ed., PGDCA.,

BT ASST (MATHS)

BRINDHAVAN HR SEC SCHOOL

SUKKIRANPATTI

Ph: 9942916548

43.b)

Construction of a triangle when its base, the vertical angle and the median from the vertex of the base are given.

Example 4.17 Construct a $\triangle PQR$ in which $PQ = 8$ cm, $\angle R = 60^\circ$ and the median RG from R to PQ is 5.8 cm. Find the length of the altitude from R to PQ .

Solution

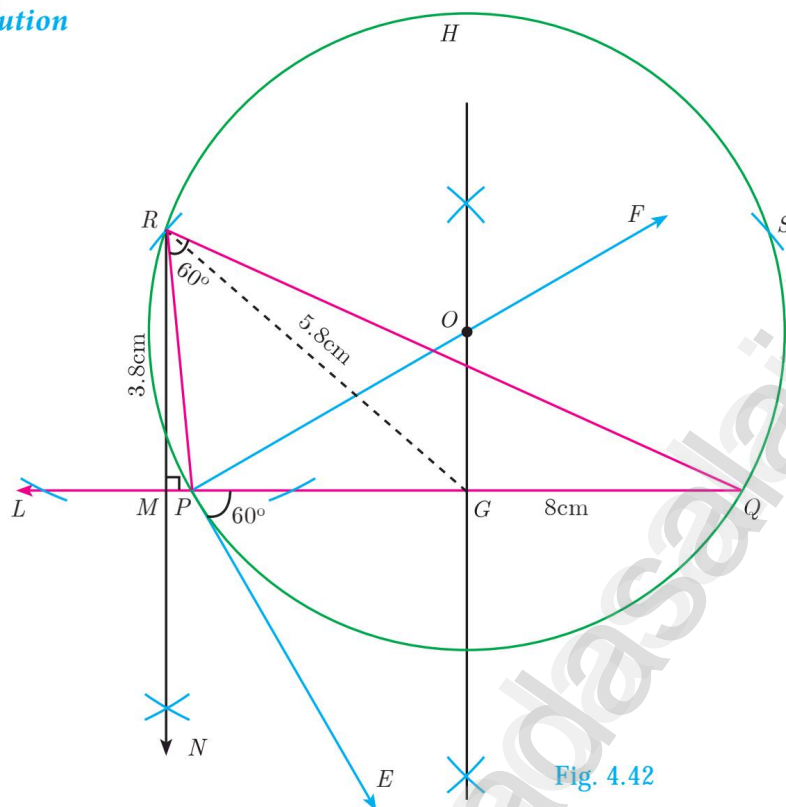
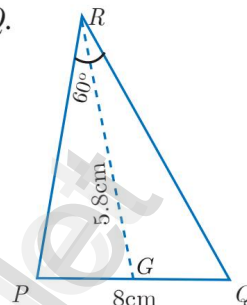


Fig. 4.42



Rough diagram

Construction

- Step 1:** Draw a line segment $PQ = 8$ cm.
- Step 2:** At P , draw PE such that $\angle QPE = 60^\circ$.
- Step 3:** At P , draw PF such that $\angle EPF = 90^\circ$.
- Step 4:** Draw the perpendicular bisector to PQ , which intersects PF at O and PQ at G .
- Step 5:** With O as centre and OP as radius draw a circle.
- Step 6:** From G mark arcs of radius 5.8 cm on the circle. Mark them as R and S .
- Step 7:** Join PR and RQ . Then $\triangle PQR$ is the required triangle.
- Step 8:** From R draw a line RN perpendicular to LQ . LQ meets RN at M .
- Step 9:** The length of the altitude is $RM = 3.8$ cm.

Note

We can get another $\triangle PQS$ for the given measurements.

44.a)

Example 3.43 A company initially started with 40 workers to complete the work by 150 days. Later, it decided to fasten up the work increasing the number of workers as shown below.

Number of workers (x)	40	50	60	75
Number of days (y)	150	120	100	80

- Graph the above data and identify the type of variation.
- From the graph, find the number of days required to complete the work if the company decides to opt for 120 workers?
- If the work has to be completed by 200 days, how many workers are required?

(i)

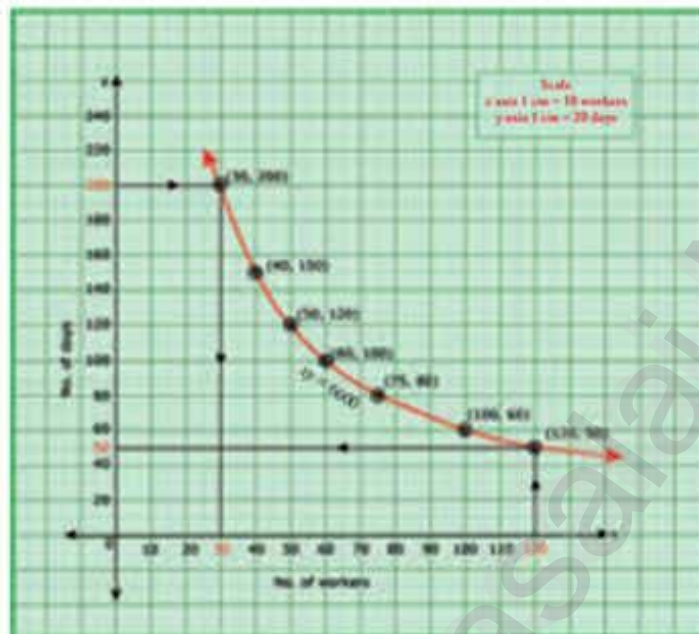


Fig. 3.43

From the given table, we observe that as x increases, y decreases. Thus, the variation is an inverse variation.

$$\text{Let } y = \frac{k}{x}$$

$\Rightarrow xy = k$, $k > 0$ is called the constant of variation.

From the table, $k = 40 \times 150 = 50 \times 120 = \dots = 75 \times 80 = 6000$

Therefore, $xy = 6000$

Plot the points (40,150), (50,120), (60,100) of (75,80) and join to get a free hand smooth curve (Rectangular Hyperbola).

Algebra 127

- From the graph, the required number of days to complete the work when the company decides to work with 120 workers is 50 days.

$$\text{Also, from } xy = 6000 \text{ if } x = 120, \text{ then } y = \frac{6000}{120} = 50$$

- From the graph, if the work has to be completed by 200 days, the number of workers required is 30.

Kindly send me your district question papers to our whatsapp number: 7358965593

44.b)

வரைபடத்தில் இருந்து

i) $x = 3$ எனில் $y = 8$

ii) $y = 6$ எனில் $x = 4$

