



சூர்யாவின்.....

சதம் அடிப்போம்....

10

கணக்கு

முதிய பாடத்திட்டத்தின்படி

- பலவுள் தெரிவு வினாக்கள் விடைகளுடன்
- சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்
- பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

1, 2 மற்றும் 5 மதிப்பெண்களில்....

SURYA PUBLICATIONS®

(A unit of Shyamala Group)

No. 1, Sugar Mill Colony, Phone : 0462 - 2338899, 2338484.

Salai Kumaran illam, Mobile : 94431-58484,

Madurai Road, 94421-58484,

Tirunelveli - 627 001. 94425-58484.

E-mail: suryaguides@yahoo.com

website : www.suryapublications.in

Price: ₹ 75/-

Published By

B. ARUMUGAM

SURYA PUBLICATIONS

(A unit of **Shyamala** Group)

BANK ACCOUNT DETAILS

Account Name : Surya Publications
Account Number : 446971431
Bank Name : Indian Bank
IFSC Code : IDIB000T034
Branch Name : Tirunelveli Junction

Account Name : Surya Publications
Account Number : 510909010051752
Bank Name : City Union Bank
IFSC Code : CIUB0000230
Branch Name : Palayamkottai

1. $n(A \times B) = 6$ மற்றும் $A = \{1, 3\}$ எனில் $n(B)$ ஆனது _____.
 1) 1
 2) 2
 3) 3
 4) 6
 விடை: 3)
2. $A = \{a, b, p\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{p, q, r, s\}$, எனில் $n[(A \cup C) \times B]$ ஆனது _____.
 1) 8
 2) 20
 3) 12
 4) 16
 விடை: 3)
3. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{5, 6\}$ மற்றும் $D = \{5, 6, 7, 8\}$ எனில், கீழே கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது சரியான கூற்று?
 1) $(A \times C) \subset (B \times D)$
 2) $(B \times D) \subset (A \times C)$
 3) $(A \times B) \subset (A \times D)$
 4) $(D \times A) \subset (B \times A)$ விடை: 1)
4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ -லிருந்து, B என்ற கணத்திற்கு 1024 உறவுகள் உள்ளது எனில், B -ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை
 1) 3
 2) 2
 3) 4
 4) 8
 விடை: 2)
5. $R = \{(x, x^2) \mid x \text{ ஆனது } 13\text{-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்கள்}\}$ என்ற உறவின் வீச்சகமானது
 1) $\{2, 3, 5, 7\}$
 2) $\{2, 3, 5, 7, 11\}$
 3) $\{4, 9, 25, 49, 121\}$
 4) $\{1, 4, 9, 25, 49, 121\}$
 விடை: 3)
6. $(a+2, 4)$ மற்றும் $(5, 2a + b)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில் (a, b) ஆனது
 1) $(2, -2)$
 2) $(5, 1)$
 3) $(2, 3)$
 4) $(3, -2)$
 விடை: 4)
7. $n(A) = m$ மற்றும் $n(B) = n$ என்க. A -லிருந்து B -க்கு வரையறுக்கப்பட்ட வெற்று கணமில்லாத உறவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை.
 1) m^n
 2) n^m
 3) $2^{mn} - 1$
 4) 2^{mn}
 விடை: 4)

8. $\{(a, 8), (6, b)\}$ ஆனது ஒரு சமனிச்சார்பு எனில் a மற்றும் b மதிப்புகளாவன முறையே

1) (8, 6)

2) (8, 8)

3) (6, 8)

4) (6, 6)

விடை: 1)

9. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 8, 9, 10\}$, என்க. சார்பு $f: A \rightarrow B$ ஆனது $f = \{(1, 4), (2, 8), (3, 9), (4, 10)\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் f - என்பது

1) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு

2) சமனிச்சார்பு

3) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு

4) உட்சார்பு

விடை: 3)

10. $f(x) = 2x^2$ மற்றும் $g(x) = \frac{1}{3x}$. எனில் $f \circ g$ ஆனது

1) $\frac{3}{2x^2}$

2) $\frac{2}{3x^2}$

3) $\frac{2}{9x^2}$

4) $\frac{1}{6x^2}$

விடை: 3)

11. $f: A \rightarrow B$ ஆனது இருபுறச் சார்பு மற்றும் $n(B) = 7$, எனில் $n(A)$ ஆனது

1) 7

2) 49

3) 1

4) 14

விடை: 1)

12. f மற்றும் g என்ற இரண்டு சார்புகளும் $f = \{(0, 1), (2, 0), (3, -4), (4, 2), (5, 7)\}$, $g = \{(0, 2), (1, 0), (2, 4), (-4, 2), (7, 0)\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் $f \circ g$ ன் வீச்சகமானது

1) $\{0, 2, 3, 4, 5\}$

2) $\{-4, 1, 0, 2, 7\}$

3) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

4) $\{0, 1, 2\}$

விடை: 4)

13. $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ எனில்

1) $f(xy) = f(x) \cdot f(y)$

2) $f(xy) \geq f(x) \cdot f(y)$

3) $f(xy) \leq f(x) \cdot f(y)$

4) இவற்றில் ஒன்றுமில்லை

விடை: 3)

14. $g = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$ என்ற சார்பானது $g(x) = ax + \beta$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் a , மற்றும் β -ன் மதிப்பானது

1) $(-1, 2)$

2) $(2, -1)$

3) $(-1, -2)$

4) $(1, 2)$

விடை: 3)

15. $f(x) = (x + 1)^3 - (x - 1)^3$ குறிப்பிடும் சார்பானது

- 1) நேரிய சார்பு
2) ஒரு கனச் சார்பு
3) தலைகீழ்ச் சார்பு
4) இருபடிச் சார்பு

விடை: 4)

சிந்தனை வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

1. $n(A) = p$, $n(B) = q$ எனில், A மற்றும் B க்கு இடையே கிடைக்கும் மொத்த உறவுகளின் எண்ணிக்கை

- 1) $2p$
2) $2q$
3) $2p+q$
4) $2pq$

விடை: 4)

2. பின்வருவனவற்றுள் எது சரியல்ல?

- 1) சார்பு என்பது இருமாறிகளுக்கு இடைப்பட்ட தொடர்பினை குறிப்பதாகும்.
2) A யும் B யும் எதேனும் இரு வெற்றற்ற கணங்கள் எனவும் வரிசை சோடிகளின் கணமாக குறிக்கப்படும் எந்த ஒரு சார்பு $f:A \rightarrow B$ யும் $B \times A$ என்ற கார்ட்டீசியன் பெருக்கலின் உட்கணமாகும்.
3) ஒரு சார்பு ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு எனில் துணை மதிப்பகத்தில் உள்ள எந்த ஒரு வெவ்வேறு உறுப்புகளும் ஒரே முன்உருவினை மதிப்பகத்தில் பெற்றிருக்காது.
4) ஒரு சார்பு “ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பா?” என்பதை சோதிக்க கிடைமட்டக்கோடு சோதனை பயன்படுகிறது. விடை: 2)

3. பின்வரும் கூற்றுகளை கவனமுடன் படிக்க.

- i. ஒரு மாறிலிச் சார்பின் வரைபடமானது அச்சுக்கு இணையாக செல்லும் ஒரு நேர்க்கோட்டினைக் குறிப்பதாகும்.
ii. சார்புகளின் சேர்ப்பு எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதிக்கு உட்பட்டதாகும்.
iii. ஒரு இருபரிமாணத் தளத்தின் முதல் மற்றும் நான்காம் கால்பகுதியில் மட்டுமே ஒரு மட்டுச் சார்பின் வரைபடம் இருக்கும்.
iv. ஒரு சார்பு “சமனிச் சார்பு” எனில் மதிப்பகத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையும் சமமாக இருக்கும்.

இப்பொழுது பின்வருவனவற்றுள் எது சரி என்பதை தீர்மானிக்க.

- 1) i, ii, iii மட்டும்
2) i, ii, iv மட்டும்
3) ii, iii, iv மட்டும்
4) அனைத்தும்

விடை: 2)

4. $A = \{4, 9, 16, 36\}$ $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $f: A \rightarrow B$ என்ற சார்பானது $f = \{(4, 2), (9, 3), (16, 4), (36, 6)\}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில்

- 1) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு
- 2) பலவற்றுள் மேல்சார்பு
- 3) ஒன்றுக்கொன்றான உள் சார்பு
- 4) பலவற்றுள் உள்சார்பு

விடை: 3)

5. தவறான கூற்றைக் கண்டறிக.

- i) முழு எண்களின் கணம் மெய்யெண்களின் கணத்தின் உட்கணம் ஆகும்.
- ii) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = -x$ என வரையறுக்கப்படும் சார்பு ஒன்றுக்கு ஒன்று மற்றும் உட்சார்பு ஆகும்.
- iii) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \frac{1}{x}$ என்பது சார்பு அல்ல.
- iv) A யும் B யும் ஒன்றுக்கு ஒன்று தொடர்பில்லாத இரு கணங்கள் எனில் $B - A = B$

- 1) (ii) மற்றும் (iii)
- 2) (ii) மட்டும்
- 3) (iii) மட்டும்
- 4) (ii) மற்றும் (iv)

விடை: 2)

6. $f(x) = ax+b$, $g(x) = 3x+1$, $f \circ g = g \circ f$ எனில் a ன் மதிப்பு

- 1) 2
- 2) 3
- 3) 5
- 4) 1

விடை: 3)

7. $A = \{1, 3, 5\}$; B என்பன முழுக்களின் கணம் மற்றும் $f: A \rightarrow B$ $f(x) = x^2 - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால் f ன் வீச்சகம் காண்க.

- 1) $\{1, 9, 25\}$
- 2) $\{0, 8, 24\}$
- 3) $\{3, 9, 24\}$
- 4) ஏதுமில்லை

விடை: 2)

8. $f = \{(0, 1), (2, 2), (3, 2), (5, 8), (4, 8)\}$ என்ற சார்பில் 2-ன் முன் உரு

- 1) 3 மற்றும் 5
- 2) 0 மற்றும் 2
- 3) 2 மற்றும் 3
- 4) 5 மற்றும் 4

விடை: 3)

9. $f: A \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = \frac{x+1}{2}$ என வரையறுக்கப்பட்டால் A என்பது

- 1) \mathbb{N}
- 2) \mathbb{W}
- 3) \mathbb{Z}
- 4) \mathbb{Q}

விடை: 4)

10. $f: A \rightarrow A$, $A = \{1, 2, 3\}$ மற்றும் $f(x) = x$ என வரையறுக்கப் பட்டால் 8 ஆனது

- 1) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு
- 2) மாநிலிச் சார்பு

3) ஒன்றுக்கொன்றான மற்றும் மேல்சார்பு

4) சமனிச் சார்பு

விடை: 4)

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $A \times B = \{(3,2), (3,4), (5,2), (5,4)\}$ எனில் A மற்றும் B-ஐ காண்க.

தீர்வு:

$$A \times B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\} \text{ எனில்}$$

$$A = \{3, 5\} \text{ மற்றும் } B = \{2, 4\} \text{ ஆகும்}$$

2. $B \times A = \{(-2, 3), (-2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)\}$ எனில் A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

$$B \times A = \{(-2, 3), (-2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)\} \text{ எனில்}$$

$$A = \{3, 4\} \text{ } B = \{-2, 0, 3\} \text{ ஆகும்.}$$

3. பின்வருவனவற்றிற்கு $A \times B$, $A \times A$ மற்றும் $B \times A$ ஐக் காண்க.

i) $A = \{2, -2, 3\}$ மற்றும் $B = \{1, -4\}$ (ii) $A = \{m, n\}$; $B = \phi$

தீர்வு:

i) $A = \{2, -2, 3\}$, $B = \{1, -4\}$

$$A \times B = \{2, -2, 3\} \times \{1, -4\}$$

$$= \{(2, 1), (2, -4), (-2, 1), (-2, -4), (3, 1), (3, -4)\}$$

$$A \times A = \{2, -2, 3\} \times \{2, -2, 3\}$$

$$= \{(2, 2), (2, -2), (2, 3), (-2, 2), (-2, -2), (-2, 3), (3, 2), (3, -2), (3, 3)\}$$

$$B \times A = \{1, -4\} \times \{2, -2, 3\}$$

$$= \{(1, 2), (1, -2), (1, 3), (-4, 2), (-4, -2), (-4, 3)\}$$

ii) $A = \{m, n\}$, $B = \phi$

$$A \times B = \{(m, n) \times \{\} = \{\}$$

$$A \times A = \{(m, n)\} \times \{m, n\}$$

$$= (m, m), (m, n), (n, m), (n, n)\}$$

$$B \times A = \{\} \times \{m, n\} = \{\}$$

4. $A = \{1, 2, 3\}$ மற்றும் $B = \{x \mid x \text{ என்பது } 10 \text{ ஐ விடச் சிறிய பகா எண்}\}$ எனில் $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ } B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$A \times B = \{1, 2, 3\} \times \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= (1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$$

$$\begin{aligned} B \times A &= \{2, 3, 5, 7\} \times \{1, 2, 3\} \\ &= \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (7, 1), (7, 2), (7, 3)\} \end{aligned}$$

5. $A = \{3, 4, 7, 8\}$ மற்றும் $B = \{1, 7, 10\}$ எனில் கீழ் உள்ள கணங்களில் எவை A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவைக் குறிக்கின்றது?

(i) $R_1 = \{(3, 7), (4, 7), (7, 10), (8, 1)\}$ (ii) $R_2 = \{(3, 1), (4, 12)\}$

(iii) $R_3 = \{(3, 7), (4, 10), (7, 7), (7, 8), (8, 11), (8, 7), (8, 10)\}$

தீர்வு:

$$A \times B = \{(3, 1), (3, 7), (3, 10), (4, 1), (4, 7), (4, 10), (7, 1), (7, 7), (7, 10), (8, 1), (8, 7), (8, 10)\}$$

- i) $R_1 \subseteq A \times B$. என்பதைக் காணலாம். எனவே R_1 என்பது A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவு ஆகும்.
- ii) $(4, 12) \in R_2$, ஆனால் $(4, 12) \notin A \times B$. எனவே R_2 என்பது A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவு இல்லை.
- iii) $(7, 8) \in R_3$, ஆனால் $(7, 8) \notin A \times B$. எனவே R_3 என்பது A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவு இல்லை.

6. $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 45\}$ மற்றும் R என்ற உறவு “ A -யின் மீது, ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்” என வரையறுக்கப்பட்டால், R -யை $A \times A$ -யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும் R -க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.

தீர்வு:

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 45\}, R = \{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$$

R ஆனது A -யின் உட்கணம் என்பது தெளிவாகிறது.

$$R \times A = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25), (6, 36)\}$$

$R \subset A$ என்பது தெளிவாகின்றது.

$$\therefore \text{மதிப்பகம்} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ வீச்சகம்} = \{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$$

7. R என்ற உறவு $\{(x, y)/y = x+3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$.

எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் கண்டறிக.

தீர்வு:

$$x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$f(x) = y = x + 3$$

$$f(0) = 3; f(1) = 4; f(2) = 5; f(3) = 6; f(4) = 7; f(5) = 8$$

$$\therefore R = \{(0, 3), (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$$

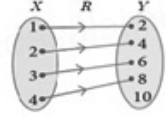
$$\text{மதிப்பகம்} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \quad \text{வீச்சகம்} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

8. $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ மற்றும் $R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$. எனில் R ஆனது ஒரு சார்பு எனக் காட்டுக. மேலும் அதன் மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

படத்தில் R குறிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு $x \in X$ -க்கும், ஒரே ஒரு $y \in Y$ உறுப்பு மட்டும் கிடைக்கிறது. எனவே X -ன் எல்லா உறுப்புகளுக்கும் Y -ல் ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளது. எனவே R -ஆனது ஒரு சார்பு ஆகும்.

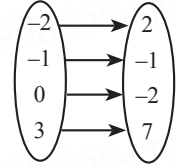
மதிப்பகம் $X = \{1, 2, 3, 4\}$ துணை மதிப்பகம் $Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
வீச்சகம் $f = \{2, 4, 6, 8\}$



9. $f: X \rightarrow Y$ என்ற உறவானது $f(x) = x^2 - 2$, என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு $X = \{-2, -1, 0, 3\}$ $Y = \mathbb{R}$ எனக் கொண்டால் (i) f -யின் உறுப்புகளைப் பட்டியலிடுக. ii) f -ஒரு சார்பாகுமா?

தீர்வு:

- i) $f(x) = x^2 - 2$ இங்கு $x \in \{-2, -1, 0, 3\}$
 $f(-2) = (-2)^2 - 2 = 2$; $f(-1) = (-1)^2 - 2 = -1$
 $f(0) = (0)^2 - 2 = -2$; $f(3) = (3)^2 - 2 = 7$
 ஆகையினால், $f = \{(-2, 2), (-1, -1), (0, -2), (3, 7)\}$



- ii) f -யின் ஒவ்வொரு மதிப்பக உறுப்பிற்கும் ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளதைக் காணலாம். எனவே f -ஆனது ஒரு சார்பாகும்.

10. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \mathbb{N}$ என்க. மேலும் $f: A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = x^3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், (i) f -யின் வீச்சகத்தைக் காண்க. (ii) f எவ்வகைச் சார்பு எனக் காண்க.

தீர்வு:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \mathbb{N}$$

$$f: A \rightarrow B, f(x) = x^3$$

$$f(1) = (1)^3 = 1 \quad f(2) = (2)^3 = 8$$

$$f(3) = (3)^3 = 27 \quad f(4) = (4)^3 = 64$$

- i) வீச்சகம் = $\{1, 8, 27, 64\}$
 ii) f என்பது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் உள்சார்பு ஆகும்.
 [வீச்சகம் \neq துணை மதிப்பகம்]

11. f ஆனது R -லிருந்து R -க்கு ஆன சார்பு. மேலும் அது $f(x) = 3x-5$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $(a, 4)$ மற்றும் $(1, b)$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் a மற்றும் b -யின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$f(x) = 3x - 5, f = \{x, (3x - 5) \mid x \in R\} \text{ என எழுதலாம்.}$$

$$(a, 4) \text{ எனில், } a\text{-யின் நிழல் உரு } 4. \text{ அதாவது, } f(a) = 4$$

$$3a - 5 = 4 \text{ -லிருந்து } \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$(1, b) \text{ எனில், } 1\text{-யின் நிழல் உரு } b.$$

$$\text{அதாவது, } f(1) = b \text{ -லிருந்து } b = -2$$

$$3(1) - 5 = b \text{ எனவே } \Rightarrow b = -2$$

12. $f(x) = x^2 - 1, g(x) = x - 2$, மற்றும் $g \circ f(a) = 1$ எனில் a -ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$f(x) = x^2 - 1, g(x) = x - 2$$

$$\text{கொடுக்கப்பட்டது } g \circ f(a) = 1$$

$$g[f(a)] = 1$$

$$g[a^2 - 1] = 1$$

$$a^2 - 1 - 2 = 1$$

$$a^2 - 3 = 1$$

$$a^2 = 4$$

$$\therefore a = \pm 2$$

13. $f(x) = 2x - x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில்,
 (i) $f(1)$ (ii) $f(x+1)$ (iii) $f(x) + f(1)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

$$f(x) = 2x - x^2$$

$$\text{i) } x\text{-க்கு, } 1\text{-ஐப் பிரதியிட்டால் } f(1) = 2(1) - (1)^2 = 2 - 1 = 1$$

$$\text{ii) } x\text{-க்கு, } x+1\text{-ஐப் பிரதியிட்டால்}$$

$$f(x+1) = 2(x+1) - (x+1)^2 = 2x+2 - (x^2+2x+1) = -x^2+1$$

$$\text{iii) } f(x) + f(1) = (2x - x^2) + 1 = -x^2 + 2x + 1$$

$$[f(x) + f(1) \neq f(x+1)] \text{ என்பதைக் காணலாம். பொதுவாக,}$$

$$f(a+b) \neq f(a) + f(b)$$

14. $X = \{3, 4, 6, 8\}$ என்க. $R = \{(x, f(x)) \mid x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$ என்ற உறவானது, X -லிருந்து N -க்கு ஒரு சார்பாகுமா?

தீர்வு:

$$\text{கொடுக்கப்பட்டது } X = \{3, 4, 6, 8\}$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$f(3) = (3)^2 + 1 = 9 + 1 = 10$; $f(4) = (4)^2 + 1 = 16 + 1 = 17$
 $f(6) = (6)^2 + 1 = 36 + 1 = 37$; $f(8) = (8)^2 + 1 = 64 + 1 = 65$
 $R = \{(3, 10), (4, 17), (6, 37), (8, 65)\}$ உறவானது,
 X -லிருந்து N -க்கு சார்பாகும்.

15. f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது
 $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x -ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 3 - 2x \\
 f[x^2] &= [f(x)]^2 \text{ கொடுக்கப்பட்டுள்ளது} \\
 3 - 2x^2 &= [3 - 2x]^2 \\
 3 - 2x^2 &= 9 + 4x^2 - 12x \\
 3 - 2x^2 - 9 - 4x^2 + 12x &= 0 \\
 -6x^2 + 12x - 6 &= 0 \div -6 \\
 x^2 - 2x + 1 &= 0 \\
 (x - 1)(x - 1) &= 0 \\
 \therefore x &= \{1, 1\}
 \end{aligned}$$

16. ஒரு விமானம் 500 கி.மீ/மணி வேகத்தில் பறக்கிறது.
 விமானம் 'd' தொலைவு செல்வதற்கு ஆகும் காலத்தை
 t (மணியில்)-ன் சார்பாக வெளிப்படுத்துக.

தீர்வு:

விமானத்தின் வேகம் = 500 கி.மீ/ மணி
 காலம் = t மணித்துளி; தூரம் = d கி.மீ; தூரம் = காலம் \times வேகம்
 $d = 500 t$ கி.மீ

17. $f: N \rightarrow N$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால்
 அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான ஆனால் மேல் சார்பு இல்லை எனக்
 காட்டுக.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டது $f: N \rightarrow N$ என்பது

$f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$f(1) = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1; \quad f(2) = 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$f(3) = 2(3) - 1 = 6 - 1 = 5 \dots$$

மேலும் வீச்சகம் \neq துணை மதிப்பகம்

$\therefore f: N \rightarrow N$ என்பது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

ஆனால் மேல் சார்பு அல்ல.

18. $f: N \rightarrow N$ என்ற சார்பு $f(m) = m^2 + m + 3$ என வரையறுக்கப் பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டது $f: N \rightarrow N$ என்பது $f(m) = m^2 + m + 3$ வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது

$$f(1) = (1)^2 + 1 + 3 = 1 + 1 + 3 = 5$$

$$f(2) = (2)^2 + 2 + 3 = 4 + 2 + 3 = 9$$

$$f(3) = (3)^2 + 3 + 3 = 9 + 3 + 3 = 15 \dots$$

மதிப்பகத்தின் ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் வெவ்வேறு துணை மதிப்பகம் கிடைக்கும்.

$f: N \rightarrow N$ என்பது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

19. $f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ -ஐ இரு சார்புகளின் சேர்ப்பாகக் குறிக்க.

தீர்வு:

$f_2(x) = 2x^2 - 5x + 3$ மற்றும் $f_1(x) = \sqrt{x}$ என வரையறுப்போம்.

$$\begin{aligned} \text{எனவே } f(x) &= \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = \sqrt{f_2(x)} \\ &= f_1[f_2(x)] = f_1 f_2(x) = (f_1 \circ f_2)(x) \end{aligned}$$

20. $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = 2x + k$ மற்றும் $f \circ g = g \circ f$, எனில், k யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x - 2 & g(x) &= 2x + k \\ f \circ g &= f[g(x)] & g \circ f &= g[f(x)] \\ &= f[2x + k] & g \circ f &= g[3x - 2] \\ &= 3(2x + k) - 2 & &= 2(3x - 2) + k \\ &= 6x + 3k - 2 & &= 6x - 4 + k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f \circ g &= g \circ f \Rightarrow 6x + 3k - 2 = 6x - 4 + k \Rightarrow 3k - k = -4 + 2 \\ &\Rightarrow 2k = -2 \Rightarrow k = -1 \end{aligned}$$

21. $f \circ g = g \circ f$ எனில், k -யின் மதிப்பைக் காண்க.

$$(i) f(x) = 3x + 2, g(x) = 6x - k \quad (ii) f(x) = 2x - k, g(x) = 4x + 5$$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} i) \quad f(x) &= 3x + 2 & g(x) &= 6x - k \\ f \circ g &= g \circ f \\ f[g(x)] &= g[f(x)] \\ f[6x - k] &= g[3x + 2] \\ 3(6x - k) + 2 &= 6(3x + 2) - k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 18x - 3k + 2 &= 18x + 12 - k \\
 -3k + k &= 12 - 2 \\
 -2k &= 10 \Rightarrow k = -5
 \end{aligned}$$

ii) $f(x) = 2x - k$ $g(x) = 4x + 5$

$$\begin{aligned}
 f \circ g &= g \circ f \\
 f[g(x)] &= g[f(x)] \\
 f[4x + 5] &= g[2x - k] \\
 2(4x + 5) - k &= 4(2x - k) + 5 \\
 8x + 10 - k &= 8x - 4k + 5 \\
 4k - k &= 5 - 10 \\
 3k &= -5 \\
 k &= \frac{-5}{3}
 \end{aligned}$$

22. $f(x) = x^2 - 1$, எனில், (i) $f \circ f$ (ii) $f \circ f \circ f$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^2 - 1 \\
 \text{(i) } f \circ f &= f[f(x)] \Rightarrow f[x^2 - 1] \\
 &= [x^2 - 1]^2 - 1 = x^4 + 1 - 2x^2 - 1 = x^4 - 2x^2 \\
 \text{(ii) } f \circ f \circ f &= f \circ [x^4 - 2x^2] = [x^4 - 2x^2]^2 - 1
 \end{aligned}$$

23. ஒரு மின்சுற்றுக் கோட்பாடின்படி, $C(t)$ என்ற ஒரு நேரிய சுற்று $C(at_1 + bt_2) = aC(t_1) + bC(t_2)$, -ஐ பூர்த்தி செய்கிறது. மேலும் இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள் எனில் $C(t) = 3t$ ஆனது ஒரு நேரிய சுற்று எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 c(t) &= 3t \\
 \text{LHS} &= c[at_1 + bt_2] \\
 &= 3[at_1 + bt_2] \Rightarrow 3at_1 + 3bt_2 \\
 &= a(3t_1) + b(3t_2) \Rightarrow a.C(t_1) + b.C(t_2) \\
 &= \text{RHS} \therefore c(t) \text{ என்பது ஒரு நேரிய சமன்பாடாகும்.}
 \end{aligned}$$

சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

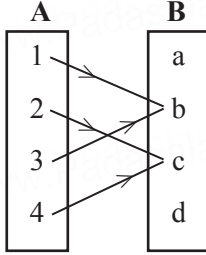
2 மதிப்பெண்கள்

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{a, b, c, d\}$. கீழ்க்காணும் ஒவ்வொன்றிற்கும் $A \rightarrow B$ எனும் வகையில் ஒரு சார்பினை அமைக்க.

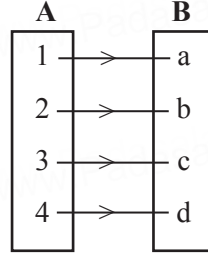
- i) ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பும் அல்ல மேல் சார்பும் அல்ல.
ii) ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு மற்றும் மேல் சார்பு.

தீர்வு:

i)



ii)



2. ஒரு சார்பினை எத்தனை வழிகளில் குறிக்கலாம்? பட்டியலிடுக.

தீர்வு:

ஒரு சார்பினை நான்கு வழிகளில் குறிக்கலாம். அவையாவன:

- i) வரிசைஜோடிகளின் கனமாக ii) அட்டவணையாக
iii) அம்புக்குறிப் படமாக iv) வரைபடமாக

3. $A =$ இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம், $B = 10$ க்கும் குறைவான பகா எண்களின் கணம், $C = \{x/x \in \mathbb{N}, x \text{ என்பது பகு எண்ணும் அல்ல, பகா எண்ணும் அல்ல}\}$ எனில் $A \times (B \times C)$ காண்க.

தீர்வு:

$$A = \{2\}, B = \{2, 3, 5, 7\}, C = \{1\}$$

$$B \times C = \{2, 3, 5, 7\} \times \{1\}$$

$$= \{(2, 1), (3, 1), (5, 1), (7, 1)\}$$

$$A \times (B \times C) = \{2\} \times \{(2, 1), (3, 1), (5, 1), (7, 1)\}$$

$$= \{(2, 2, 1), (2, 3, 1), (2, 5, 1), (2, 7, 1)\}$$

4. i) ஒரு மடக்கைச் சார்பின் சார்பகம் காண்க.

ii) சரியா அல்லது தவறா எனக் கூறுக.

“சார்பிற்கு ஆங்கிலத்தில் Mapping என்ற மற்றொரு பெயர் உண்டு”

தீர்வு:

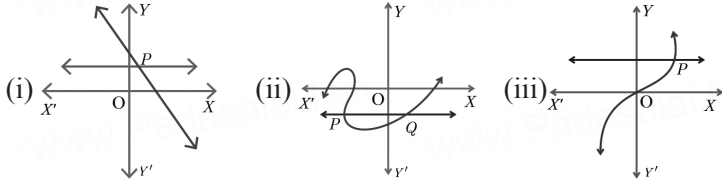
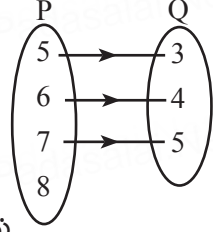
i) சார்பகம் $= (0, \infty) = \mathbb{R}^+$

ii) சரி

பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3\}$ எனில் (i) $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ -ஐ காண்க (ii) $A \times B = B \times A$ ஆகுமா? இல்லையெனில் ஏன்? (iii) $n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B)$ எனக் காட்டுக.
2. பின்வருவனவற்றிற்கு $A \times B$, $A \times A$ மற்றும் $B \times A$ ஐக் காண்க. $A = B = \{p, q\}$
3. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள அம்புக்குறி படமானது P மற்றும் Q கணங்களுக்கான உறவைக் குறிக்கின்றது. இந்த உறவை (i) கணகட்டமைப்பு முறை, (ii) பட்டியல் முறைகளில் எழுதுக. (iii) R-ன் மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க.
4. $A = \{5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, $C = \{5, 6, 7\}$. எனில் $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ எனக் காட்டுக.
5. $A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$, எனில், பின்வருவனவற்றில் எவை A-லிருந்து B-க்கான உறவுகளாகும்? (ஒவ்வொன்றும்) (i) $R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$ (ii) $R_2 = \{(-1, 1)\}$ (iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$ (iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$
6. $f = \{(-1, 3), (0, -1), (2, -9)\}$ ஆனது Z-லிருந்து Z-க்கான ஒரு நேரிய சார்பு எனில் $f(x)$ -ஐக் காண்க.
7. கிடைமட்டக்கோடு சோதனையைப் பயன்படுத்தி (படம் (i, ii, iii), கீழ்க்கண்ட சார்புகளில் எவை ஒன்றுக்கொன்றானவை எனக் காண்க. (ஒவ்வொன்றும்)



சிந்தனை வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $f: Z \rightarrow N$ $f(x) = x+1$, என்பது ஒரு சார்பா என சோதிக்க. காரணங்களைக் கூறுக.
2. $A = \{1, 2, 4, 8\}$ எனில் “_____” என்பது _____ ன் காரணி” என்ற உறவினைக் குறிக்கும் வரிசைஜோடிகளின் கணத்தினை எழுதுக.

3. வரையறு: சார்பகம் மற்றும் வீச்சகம்.
4. $P = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Q = \{1, -2, 6, -3\}$, $R = \{(x, y); y = x^2 - 3, x \in P, y \in Q\}$ (i) R ன் உறுப்பை பட்டியலிடுக. (ii) R ன் வீச்சகத்தை எழுதுக. (iii) "R" என்பது ஒரு சார்பாகுமா? சார்பு எனில், எவ்வகைச் சார்பு?

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. $A = \{x \in W / x < 2\}$, $B = \{x \in N / 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$ எனில் $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$A = \{x \in W / x < 2\} \Rightarrow A = \{0, 1\}$$

$$B = \{x \in N / 1 < x \leq 4\} \Rightarrow B = \{2, 3, 4\}$$

$$C = \{3, 5\}$$

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$B \cap C = \{3\}$$

$$A \times (B \cap C) = \{(0, 3), (1, 3)\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$A \times B = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$A \times C = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \{(0, 3), (1, 3)\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$\therefore (1) = (2)$ நிரூபிக்கப்பட்டது.

2. $A = \{x \in W / x < 2\}$, $B = \{x \in N / 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$ எனில் $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$A = \{x \in W / x < 2\} \Rightarrow A = \{0, 1\}$$

$$B = \{x \in N / 1 < x \leq 4\} \Rightarrow B = \{2, 3, 4\}$$

$$C = \{3, 5\}$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$B \cup C = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$A \times (B \cup C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$A \times B = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$A \times C = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$\therefore (1) = (2)$ நிரூபிக்கப்பட்டது.

3. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{W} \mid 0 \leq x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$ என்க. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பனவற்றைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$A = \{2, 3\}, B = \{0, 1\}, C = \{1, 2\}$$

$$B \cup C = \{0, 1\} \cup \{1, 2\} = \{0, 1, 2\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$A \times (B \cup C) = \{2, 3\} \times \{0, 1, 2\} \\ = \{(2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2)\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$A \times B = \{2, 3\} \times \{0, 1\} = \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$A \times C = \{2, 3\} \times \{1, 2\} = \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\} \cup \\ \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\} \\ = \{(2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), \\ (3, 2)\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

சமன்பாடு (2), (5) சமம்.

$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ சரிபார்க்கப்பட்டது.

4. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{3, 4\}$ மற்றும் $D = \{1, 3, 5\}$, எனில் $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

தீர்வு:

$$A \cap C = \{3\}, B \cap D = \{3, 5\}$$

$$(A \cap C) \times (B \cap D) = \{3\} \times \{3, 5\} = \{(3, 3), (3, 5)\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$A \times B = \{1, 2, 3\} \times \{2, 3, 5\} \\ = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)\}$$

$$C \times D = \{3, 4\} \times \{1, 3, 5\} \\ = \{(3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)\}$$

$$(A \times B) \cap (C \times D) = \{(3, 3), (3, 5)\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

சமன்பாடு (1), (2) சமம்.

$\therefore (A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ சரிபார்க்கப்பட்டது.

5. A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம், C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில் கீழ்க்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க. $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

தீர்வு:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \quad B = \{2, 3, 5, 7\} \quad C = \{2\}$$

$$B - C = \{2, 3, 5, 7\} - \{2\} = \{3, 5, 7\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned}
 A \times (B - C) &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{3, 5, 7\} \\
 &= \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), \\
 &\quad (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), \\
 &\quad (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\} \\
 &\dots\dots\dots (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A \times B &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2, 3, 5, 7\} \\
 &= \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), \\
 &\quad (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), \\
 &\quad (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7), \\
 &\quad (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\} \\
 &\dots\dots\dots (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A \times C &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2\} \\
 &= \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\} \dots\dots (4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (A \times B) - (A \times C) &= \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), \\
 &\quad (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), \\
 &\quad (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), \\
 &\quad (7, 3), (7, 5), (7, 7)\} \\
 &\dots\dots\dots (5)
 \end{aligned}$$

$$(2), (5) \text{ சமம். } \therefore A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C).$$

சரிபார்க்கப்பட்டது.

6. கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (i) அம்புக்குறி படம் (ii) வரைபடம் (iii) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.

i) $\{(x, y) \mid x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

ii) $\{(x, y) \mid y = x + 3, x, y \text{ ஆகியவை இயல் எண்கள்} < 10\}$

தீர்வு:

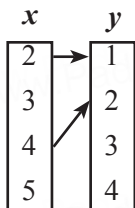
(i) $\{(x, y) \mid x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

$$x = 2y$$

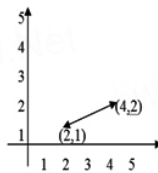
$$f(x) = y = \frac{x}{2}; \quad f(2) = \frac{2}{2} = 1;$$

$$f(3) = \frac{3}{2}; \quad f(4) = \frac{4}{2} = 2; \quad f(5) = \frac{5}{2}$$

(i) அம்புக்குறி படம்



(ii) வரைபடம்



(iii) பட்டியல்

$\{(2, 1), (4, 2)\}$

(ii) $\{(x,y)|y=x+3, x, y \text{ என்பது } 10\text{க்கும் குறைவான இயல் எண்கள்}\}$

$$f(x) = x + 3$$

$$f(1) = 1 + 3 = 4$$

$$f(2) = 2 + 3 = 5$$

$$f(3) = 3 + 3 = 6$$

$$f(4) = 4 + 3 = 7$$

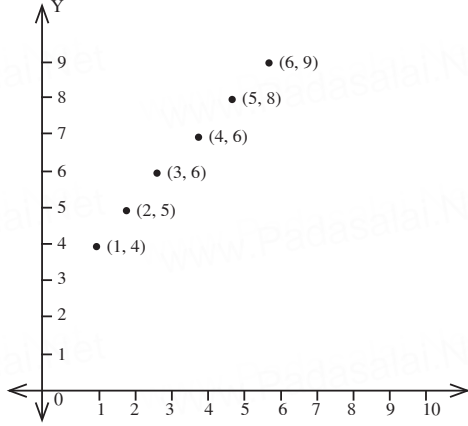
$$f(5) = 5 + 3 = 8$$

$$f(6) = 6 + 3 = 9$$

(i) அம்புக்குறி படம்



(ii) வரைபடம்



7. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f : A \rightarrow B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினைக் கொண்டு

(i) அம்புக்குறி படம் (ii) அட்டவணை (iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம் (iv) வரைபடம் ஆகியவற்றைக் குறிக்க.

தீர்வு:

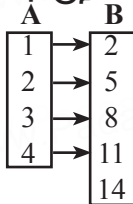
$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 5, 8, 11, 14\} \quad f(x) = 3x - 1$$

$$f(1) = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2; \quad f(2) = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$f(3) = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8; \quad f(4) = 3(4) - 1 = 12 - 1 = 11$$

$$\text{சார்பு } R = \{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)\}$$

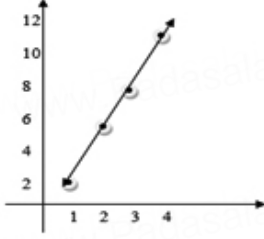
(i) அம்புக்குறி படம்



(ii) அட்டவணை

x	1	2	3	4
y	2	5	8	11

(iv) வரைபடம்



(iii) வரிசை சோடிகளின் கணம்

$$\{(1,2), (2,5), (3,8), (4, 11)\}$$

8. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2$, $x \in \mathbb{N}$ என வரையறுக்கப்பட்டால் (i) 1, 2, 3 யின் நிழல் உருக்களைக் காண்க. (ii) 29 மற்றும் 53-யின் முன் உருக்களைக் காண்க (iii) சார்பின் வகையைக் காண்க.

தீர்வு:

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது

- (i) $x = 1$ எனில், $f(1) = 3(1) + 2 = 5$;
 $x = 2$ எனில், $f(2) = 3(2) + 2 = 8$;
 $x = 3$ எனில், $f(3) = 3(3) + 2 = 11$
 1, 2, 3-யின் நிழல் உருக்கள் முறையே 5, 8, 11 ஆகும்.
- (ii) 29-யின் முன் உரு x எனில் $f(x) = 29$.
 எனவே $3x + 2 = 29$; $3x = 27 \Rightarrow x = 9$.
 இதைப்போலவே, 53- யின் முன் உரு x எனில் $f(x) = 53$
 எனவே $3x + 2 = 53$
 $3x = 53 - 2 \Rightarrow 3x = 51 \Rightarrow x = 17$.
 எனவே, 29 மற்றும் 53-யின் முன் உருக்கள் முறையே 9 மற்றும் 17 ஆகும்.

- (iii) \mathbb{N} -யின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்புகளில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. எனவே, f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும். f -யின் துணை மதிப்புகமானது \mathbb{N} .
 வீச்சு $f = \{5, 8, 11, 14, 17, \dots\}$ ஆனது \mathbb{N} -ன் உட்கணமாகும். எனவே, f ஆனது மேல்சார்பு இல்லை. அதாவது f உட்சார்பு ஆகும். எனவே, f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் உட்சார்பு ஆகும்.

9. தடயவியல் விஞ்ஞானிகள், தொடை எலும்புகளைக் கொண்டு ஒருவருடைய உயரத்தை (செ.மீட்டரில்) கணக்கிடுகிறார்கள். அவர்கள் பொதுவாக, $h(b) = 2.47b + 54.10$ என்ற சார்பை இதற்குப் பயன்படுத்துகிறார்கள். இங்கு, b ஆனது தொடை எலும்பின் நீளமாகும்.
- (i) h ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றானதா எனச் சரிபார்க்க.
- (ii) தொடை எலும்பின் நீளம் 50 செ.மீ எனில், அந்த நபரின் உயரத்தைக் காண்க.
- (iii) நபரின் உயரம் 147.96 செ.மீ எனில், அவர் தொடை எலும்பின் நீளத்தைக் காண்க.

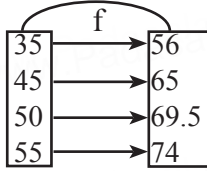
தீர்வு:

- (i) h ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றானதா எனச் சோதிக்க
 $h(b_1) = h(b_2)$ எனக் கருதுக.
 எனவே நமக்குக் கிடைப்பது,
 $2.47b_1 + 54.10 = 2.47b_2 + 54.10$
 $2.47 b_1 = 2.47b_2$ -லிருந்து $\Rightarrow b_1 = b_2$
 எனவே, $h(b_1) = h(b_2)$, எனில் $b_1 = b_2$.
 ஆகையால், இந்தச் சார்பு ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.
- (ii) தொடை எலும்பின் நீளம் $b = 50$, எனில் அந்த நபரின் உயரமானது
 $h(50) = (2.47 \times 50) + 54.10 = 177.6$ செ.மீ ஆகும்.
- (iii) நபரின் உயரம் 147.96 எனில் $h(b) = 147.96$
 தொடை எலும்பின் நீளமானது
 $2.47b + 54.10 = 147.96 \Rightarrow b = \frac{93.86}{2.47} = 38$
 ஆகையால், தொடை எலும்பின் நீளமானது 38 செ.மீ ஆகும்.
10. அருகில் உள்ள அட்டவணையில் நான்கு நபர்களின் முன்னங்கைகளின் நீளம் மற்றும் அவர்களுடைய உயரங்களின் தகவல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர், உயரம் (y) மற்றும் முன்னங்கை நீளம் (x)-க்கான உறவை $y = ax + b$ எனக் கண்டுபிடித்தார். இங்கு a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலிகள்.

முன்னங்கைகளின் நீளம் (செ.மீ) 'x'	உயரம் (அங்குலம்) 'y'
35	56
45	65
50	69.5
55	74

- (i) இந்த உறவானது சார்பாகுமா என ஆராய்க.
- (ii) a மற்றும் b- ஐக் காண்க.
- (iii) முன்னங்கையின் நீளம் 40 செ.மீ எனில், அந்த நபரின் உயரத்தைக் காண்க.
- (iv) உயரம் 53.3 அங்குலம் எனில், அந்தப் நபரின் முன்னங்கையின் நீளத்தைக் காண்க.

தீர்வு:



$$y = f(x) = ax + b$$

- i) மதிப்பகத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் துணை மதிப்பகத்தில் உள்ள ஒரே ஒரு உறுப்போடு தொடர்பு கொண்டிருப்பதால் இது ஒரு சார்பு ஆகும்.

$$\begin{aligned} \text{ii) } y &= ax + b & y &= ax + b \\ 56 &= 35a + b & 65 &= 45a + b \\ 56 - 35a &= b \rightarrow \textcircled{1} & 65 - 45a &= b \rightarrow \textcircled{2} \end{aligned}$$

①, ② லிருந்து

$$\begin{aligned} \therefore 56 - 35a &= 65 - 45a & \textcircled{1} \Rightarrow b &= 56 - 35a \\ 45a - 35a &= 65 - 56 & &= 56 - 35 \times 0.9 \\ 10a &= 9 & &= 56 - 31.5 \\ a &= 9/10 & a &= 0.9 & &= 24.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } y &= ax + b \\ y &= 0.9x + 24.5 \\ x = 40 \text{ எனில் } y &= 0.9 \times 40 + 24.5 \\ &= 36 + 24.5 \\ &= 60.5 \end{aligned}$$

∴ நபரின் உயரம் = 60.5 அங்குளம்

$$\text{iv) } y = 0.9x + 24.5$$

$$53.3 - 24.5 = 0.9x$$

$$y = 53.3$$

$$28.8 = 0.9x$$

$$53.3 = 0.9x + 24.5$$

$$x = \frac{28.8}{0.9} = \frac{288}{9} = 32$$

∴ நபரின் முன்னங்கையின் நீளம் = 32 செ.மீ

11. சார்பு $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 7, & x < -2 \\ x^2 - 2, & -2 \leq x < 3 \\ 3x - 2, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{(i) } f(4) \quad \text{(ii) } f(-2) \quad \text{(iii) } f(4) + 2f(1) \quad \text{(iv) } \frac{f(1) - 3f(4)}{f(-3)}$$

தீர்வு:

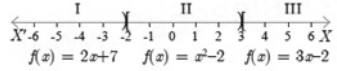
அருகில் காட்டியுள்ளபடி சார்பு f ஆனது

I, II, III என்ற இடைவெளிகளில்

வரையறுக்கப்படுகிறது.

$x = a$, என்ற கொடுக்கப்பட்ட

மதிப்பிற்கு a -இருக்கும் இடைவெளியைக் கண்டுபிடித்து, அந்த இடைவெளியில் $f(a)$ -ஐக் காண வேண்டும்.



i) $x = 4$ ஆனது மூன்றாவது இடைவெளியில் உள்ளதை நாம் காணலாம்

$$\text{இங்கு, } f(x) = 3x - 2; f(4) = 3(4) - 2 = 10$$

ii) $x = -2$ ஆனது இரண்டாவது இடைவெளியில் உள்ளதை நாம் காணலாம்.

$$\text{எனவே, } f(x) = x^2 - 2; f(-2) = (-2)^2 - 2 = 2$$

iii) (i)-லிருந்து $f(4) = 10$ -ன் மதிப்பைக் காண $x = 1$ ஆனது இரண்டாவது இடைவெளியில் உள்ளது. ஆகையினால்,

$$f(x) = x^2 - 2 \text{ -லிருந்து } \Rightarrow f(1) = 1^2 - 2 = -1$$

$$\text{எனவே, } f(4) + 2f(1) = 10 + 2(-1) = 8$$

iv) $f(1) = -1$, $f(4) = 10$ எனக் கண்டோம். $f(-3)$ -யைக் காண $x = -3$ ஆனது ஒன்றாவது இடைவெளியில் உள்ளதைக் காணலாம்.

$$\text{ஆகையினால் } f(x) = 2x + 7, \text{ எனவே, } f(-3) = 2(-3) + 7 = 1$$

$$\text{எனவே, } \frac{f(1) - 3f(4)}{f(-3)} = \frac{-1 - 3(10)}{1} = -31$$

12. f என்ற சார்பானது $f(x) = \begin{cases} x+2; & x > 1 \\ 2; & -1 \leq x \leq 1 \\ x-1; & -3 < x < -1 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

(i) $f(3)$ (ii) $f(0)$ (iii) $f(-1.5)$ (iv) $f(2) + f(-2)$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$f(x) = \begin{cases} x+2; & x > 1 \\ 2; & -1 \leq x \leq 1 \\ x-1; & -3 < x < -1 \end{cases}$$

(i) $f(3) = x + 2 = 3 + 2 = 5$ (ii) $f(0) = 2$

(iii) $f(-1.5) = x - 1 = -1.5 - 1 = -2.5$

(iv) $f(2) + f(-2) = [x+2] + [x-1]$
 $= [2+2] + [-2-1] = 4 + [-3] = 4 - 3 = 1$

13. $f: [-5, 9] \rightarrow \mathbb{R}$ என்ற சார்பானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$f(x) = \begin{cases} 6x+1; & -5 \leq x < 2 \\ 5x^2-1; & 2 \leq x < 6 \\ 3x-4; & 6 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் (i) $f(-3) + f(2)$
(ii) $f(7) - f(1)$
(iii) $2f(4) + f(8)$
(iv) $\frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)}$
பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

(i) $f(-3) + f(2) = [6x+1] + [5x^2-1]$
 $= [6(-3)+1] + [5(2)^2-1]$
 $= [-18+1] + [5(4)-1]$
 $= -17 + [20-1] = -17 + 19 = 2$

(ii) $f(7) - f(1) = [3x-4] - [6x+1]$
 $= [3(7)-4] - [6(1)+1]$
 $= [21-4] - [6+1] = 17 - 7 = 10$

(iii) $2f(4) + f(8) = 2[5x^2-1] + [3x-4]$
 $= 2[5(4)^2-1] + [3(8)-4]$
 $= 2[5(16)-1] + [24-4]$
 $= 2[80-1] + [20]$
 $= 2[79] + 20 = 158 + 20 = 178$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad \frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)} &= \frac{2[6x+1] - [3x-4]}{[5x^2-1] + [6x+1]} \\
 &= \frac{2[6(-2)+1] - [3(6)-4]}{[5(4)^2-1] + [6(-2)+1]} = \frac{2[-12+1] - [18-4]}{[5(16)-1] + [-12+1]} \\
 &= \frac{2[-11] - 14}{[80-1] + [-11]} = \frac{-22-14}{79-11} = \frac{-36}{68} = \frac{-9}{17}
 \end{aligned}$$

14. புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக t வினாடிகளில் ஒரு பொருள் கடக்கும் தூரமானது $S(t) = \frac{1}{2}gt^2 + at + b$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள் (g ஆனது புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக ஏற்படும் முடுக்கம்) $S(t)$ ஆனது ஒன்றக்கொன்றான சார்பாகுமா என ஆராய்க.

தீர்வு:

$$s(t) = \frac{1}{2}gt^2 + at + b$$

$s(t)$ என்பது 1-1 ஆன சார்பு என நிரூபிக்க வேண்டியிருப்பதால் $t = 1, 2, 3, \dots$ வினாடிகள் எனக் கொள்வோம்.

$$s(t_1) = s(t_2)$$

$$\frac{1}{2}gt_1^2 + at_1 + b = \frac{1}{2}gt_2^2 + at_2 + b$$

$$\frac{1}{2}g(t_1^2 - t_2^2) + a(t_1 - t_2) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}g[(t_1 - t_2)(t_1 + t_2) + a(t_1 - t_2)] = 0$$

$$(t_1 - t_2) \left[\frac{1}{2}g(t_1 + t_2) + a \right] = 0$$

$$\therefore t_1 - t_2 = 0$$

$$t_1 = t_2 \left[\therefore \frac{1}{2}g[(t_1 + t_2) + a] \neq 0 \right]$$

$\therefore s(t)$ என்பது 1-1 ஆன சார்பாகும்.

15. t என்ற சார்பானது செல்சியஸில் (C) உள்ள வெப்ப நிலையையும், பாரன்ஹீட்டில் (F) உள்ள வெப்பநிலையையும் இணைக்கும் சார்பாகும். மேலும் அது $t(C) = F$ என வரையறுக்கப்பட்டால், (இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$). (i) $t(0)$ (ii) $t(28)$ (iii) $t(-10)$ (iv) $t(C) = 212$ ஆக இருக்கும்போது C -ன்

மதிப்பு (v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும்போது வெப்பநிலை ஆகியவற்றைக் கண்டறிக.

தீர்வு:

$$t(C) = F = \frac{9}{5} C + 32$$

$$(i) \quad t(0) = \frac{9}{5} (0) + 32 = 32^\circ F$$

$$(ii) \quad t(28) = \frac{9}{5} (28) + 32 = 50.4 + 32 = 82.4^\circ F$$

$$(iii) \quad t(-10) = \frac{9}{5} (-10) + 32 = -18 + 32 = 14^\circ F$$

(iv) $t(C) = 212$ ஆக இருக்கும்பொழுது

$$212 = \frac{9}{5} C + 32 \Rightarrow \frac{9}{5} C + 32 = 212$$

$$\frac{9}{5} C = 212 - 32 \Rightarrow \frac{9}{5} C = 180 \Rightarrow C = 180 \times \frac{5}{9} = 100^\circ C$$

(v) செல்சியஸ் மதிப்பு = \therefore பாரன்ஹீட் மதிப்பு

$$C = \frac{9}{5} C + 32 \Rightarrow 5C = 9C + 160 \Rightarrow 9C - 5C = -160$$

$$\Rightarrow 4C = -160; C = \frac{-160}{4} = -40^\circ$$

16. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ மற்றும் $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ஆனது முறையே $f(x) = x^5$, $g(x) = x^4$ என வரையறுக்கப்பட்டால் f , g ஆகியவை ஒன்றுக்கு ஒன்றானதா மற்றும் $f \circ g$ ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகுமா என்று ஆராய்க.

தீர்வு:

$$f(x) = x^5 \text{ மற்றும் } g(x) = x^4$$

A என்பது மதிப்பகம் எனவும்

B என்பது துணைமதிப்பகம் எனவும் கொள்க.

f என்பது ஒற்றைப்படை சார்பு என்பதால் மதிப்பகத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பும் துணைமதிப்பகத்தில் உள்ள ஒரே ஒரு உறுப்புடன் தொடர்பு கொண்டிருக்கும்.

$\therefore f$ என்பது 1-1 சார்பு

மேலும் $g(x)$ என்பது இரட்டைப்படை சார்பு என்பதால்

துணைமதிப்பகத்தில் உள்ள ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட

உறுப்புகளுக்கு ஒரே ஒரு முன் உரு இருக்க வாய்ப்புள்ளது.

∴ g என்பது $1 - 1$ சார்பல்ல.

$\text{fog} = f[g(x)] = f(x^4) = [x^4]^5 = x^{20} = \text{ஒரு இரட்டைப்படை சார்பு}$
 ∴ f o g என்பது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பல்ல.

17. A, B, C $\subseteq \mathbb{N}$ மற்றும் $f : A \rightarrow B$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x + 1$ எனவும் மற்றும் $g : B \rightarrow C$ ஆனது $g(x) = x^2$ எனவும் வரையறுக்கப்பட்டால், f o g மற்றும் g o f-யின் வீச்சுத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

$$f : A \rightarrow B \quad g : B \rightarrow C \quad \text{இங்கு } A, B, C \subseteq \mathbb{N}$$

$$f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = x^2$$

f o g ன் வீச்சு

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x^2] = 2x^2 + 1$$

$$\therefore f \circ g \text{ ன் வீச்சு} = \{y / y = 2x^2 + 1, x \in \mathbb{N}\}$$

$$\therefore g \circ f(x) = g[f(x)] = g[2x+1] = (2x+1)^2$$

$$\therefore g \circ f \text{ ன் வீச்சு} = \{y / y = (2x+1)^2, x \in \mathbb{N}\}$$

18. $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = x + 3$ ஆகியவை இரு சார்புகள். மேலும் $\text{gff}(x) = \text{fgg}(x)$, எனில் x-ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{gff}(x) = g[f\{f(x)\}] = g[f(3x+1)] = g[3(3x+1)+1] = g(9x+4)$$

$$g(9x+4) = [(9x+4)+3] = 9x+7$$

$$\text{fgg}(x) = f[g\{g(x)\}] = f[g(x+3)] = f[(x+3)+3] = f(x+6)$$

$$f(x+6) = [3(x+6)+1] = 3x+19$$

$$\text{gff}(x) = \text{fgg}(x)$$

$$\text{எனவே, } 9x + 7 = 3x + 19$$

$$9x - 3x = 12 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x = 2$$

19. $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 1 - 2x$ மற்றும் $h(x) = 3x$ எனில் $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$. என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$f(x) = 2x + 3, \quad g(x) = 1 - 2x, \quad h(x) = 3x$$

இப்பொழுது

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= f(1-2x) = 2(1-2x) + 3 = 2-4x+3 = 5-4x$$

மேலும் $(f \circ g) \circ h(x) = (f \circ g)(h(x))$

$$= (f \circ g)(3x) = 5 - 4(3x) = 5 - 12x \quad \dots\dots(1)$$

$$(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g(3x) = 1 - 2(3x) = 1 - 6x$$

$$\begin{aligned} f \circ (g \circ h)(x) &= f(1-6x) \\ &= 2(1-6x)+3 = 2-12x+3 = 5-12x \end{aligned} \quad \text{.....(2)}$$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து நமக்குக் கிடைப்பது,
 $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$

மாற்று முறை:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x+3, g(x) = 1-2x, h(x) = 3x \\ f \circ (g \circ h) &= (f \circ g) \circ h \\ (2x+3) \circ [(1-2x) \circ 3x] &= [(2x+3) \circ (1-2x)] \circ 3x \\ (2x+3) \circ [1-2(3x)] &= [2(1-2x)+3] \circ 3x \\ (2x+3) \circ [1-6x] &= [2-4+3] \circ 3x \\ 2(1-6x)+3 &= [5-4x] \circ 3x \\ 5-12x &= 5-12 \\ f \circ (g \circ h) &= (f \circ g) \circ h \end{aligned}$$

நிரூபிக்கப்பட்டது.

20. கொடுக்கப்பட்ட $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ ஆகியவற்றைக் கொண்டு $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ எனக் காட்டுக. (i) $f(x) = x-1$, $g(x) = 3x+1$ மற்றும் $h(x) = x^2$ (ii) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x$ மற்றும் $h(x) = x+4$ (iii) $f(x) = x-4$, $g(x) = x^2$ மற்றும் $h(x) = 3x-5$

தீர்வு:

$$f(x) = x-1, g(x) = 3x+1, h(x) = x^2$$

(i) **LHS**

$$\begin{aligned} f \circ g &= f[g(x)] = f[3x+1] = 3x+1-1 = 3x \\ (f \circ g) \circ h &= f \circ g[h(x)] = f \circ g[x^2] = 3[x^2] = 3x^2 \end{aligned} \quad \text{..... (1)}$$

RHS

$$\begin{aligned} g \circ h &= g[h(x)] = g[3x^2] = 3x^2+1 \\ (f \circ g) \circ h &= f[g \circ h] = f[3x^2+1] = 3x^2+1-1 = 3x^2 \end{aligned} \quad \text{..... (2)}$$

\therefore (1) & (2), $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ சரிபார்க்கப்பட்டது.

மாற்று முறை:

$$\begin{aligned} f \circ (g \circ h) &= (f \circ g) \circ h \\ (x-1) \circ [(3x+1) \circ x^2] &= [(x-1) \circ (3x+1)] \circ x^2 \\ (x-1) \circ [3x^2+1] &= [3x+1-1] \circ x^2 \\ 3x^2+1-1 &= (3x) \circ x^2 \\ 3x^2 &= 3x^2 \\ f \circ (g \circ h) &= (f \circ g) \circ h \text{ சரிபார்க்கப்பட்டது.} \end{aligned}$$

$$(ii) f(x) = x^2 \quad g(x) = 2x \quad h(x) = x + 4$$

$$fog = f[g(x)]$$

$$= f[2x]$$

$$= [2x]^2 = 4x^2$$

$$(fog)oh = (fog) h(x)$$

$$= (fog) (x+4)$$

$$= 4(x+4)^2$$

$$= 4[x^2+8x+16]$$

$$= 4x^2+32x+64$$

$$\dots\dots (2)$$

$$goh = g[h(x)] = g(x+4)$$

$$= 2(x+4)$$

$$fo(goh) = f[2(x+4)]$$

$$= [2(x+4)]$$

$$\dots\dots (2)$$

(1) & (2) யிலிருந்து, $(fog)oh = fo(goh)$ சரிபார்க்கப்பட்டது.

மாற்று முறை:

$$f o (g o h) = (f o g) o h$$

$$x^2 o [(2x) o (x+4)] = [x^2 o (2x)] o (x+4)$$

$$x^2 o [2(x+4)] = (2x) o (x+4)$$

$$[2(x+4)]^2 = [2(x+4)]^2$$

$$4[x^2+8x+16] = 4[x^2+8x+16]$$

$$f o (g o h) = (f o g) o h \text{ சரிபார்க்கப்பட்டது}$$

$$(iii) f(x) = x - 4 \quad g(x) = x^2 \quad h(x) = 3x - 5$$

$$fog = f[g(x)] = f[x^2] = x^2 - 4$$

$$(f o g) o h = f o g[h(x)] = f o g[3x - 5] = (3x - 5)^2 - 4 \rightarrow (1)$$

$$g o h = g[h(x)] = g[3x - 5] = (3x - 5)^2$$

$$f o (g o h) = f o (3x - 5)^2 = (3x - 5)^2 - 4 \rightarrow (2)$$

\therefore (1) & (2), $(f o g) o h = f o (g o h)$ சரிபார்க்கப்பட்டது.

மாற்று முறை:

$$f o (g o h) = (f o g) o h$$

$$(x - 4) o [x^2 o (3x - 5)] = [(x - 4) o x^2] o (3x - 5)$$

$$(x - 4) o [(3x - 5)^2] = [x^2 - 4] o (3x - 5)$$

$$(3x - 5)^2 - 4 = (3x - 5)^2 - 4$$

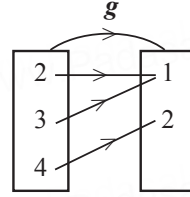
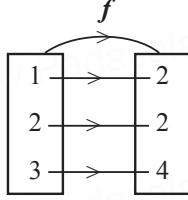
$$f o (g o h) = (f o g) o h \text{ சரிபார்க்கப்பட்டது.}$$

சிறந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

5 மதிப்பெண்கள்

1. $f = \{(1, 2), (3, 4), (2, 2)\}$ $g = \{(2, 1), (3, 1), (4, 2)\}$. "f" "g" ஆகியவற்றை அம்புக்குறியிட்ட வடிவில் தருக. மேலும் $f \circ g$ $g \circ f$ ஆகியவற்றை வரிசைஜோடிகளின் கணமாக எழுதுக.

தீர்வு:



$$\begin{aligned} f \circ g(2) &= f[g(2)] \\ &= f(1) \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f \circ g(3) &= f[g(3)] \\ &= f(1) \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f \circ g(4) &= f[g(4)] \\ &= f(2) \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g \circ f(1) &= g[f(1)] \\ &= g(2) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g \circ f(2) &= g[f(2)] \\ &= g(2) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g \circ f(3) &= g[f(3)] \\ &= g(4) \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\therefore f \circ g = \{(2, 2), (3, 2), (4, 2)\} \quad \therefore g \circ f = \{(1, 1), (2, 1), (3, 2)\}$$

2. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 2x - |x|$ $g(x) = 2x + |x|$ எனில் $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{if } x < 0 \\ x & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\therefore f(x) = 2x - |x|$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - (-x) & \text{if } x < 0 \\ 2x - x & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = 2x + |x|$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x + x & \text{if } x < 0 \\ 2x + x & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{if } x < 0 \\ x & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{if } x < 0 \\ 3x & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

$$f \circ g[x] = f[g(x)]$$

$$= \begin{cases} f[x] & \text{if } x < 0 \\ f[3x] & \text{if } x \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} 3x & \text{if } x < 0 \\ 3x & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

$f \circ g[x] = 3x$ for all the values of x

$$g \circ f[x] = g[f(x)]$$

$$= \begin{cases} g(3x) & \text{if } x < 0 \\ g(x) & \text{if } x \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} 3x & \text{if } x < 0 \\ 3x & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

$g \circ f[x] = 3x$ for all the values of x .

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 2x^2 - 1$ எனில் 17, 4 -2 ஆகியவற்றின் முன் உருக்களைக் காண்க.

தீர்வு:

$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 - 1 \\ 17 &= 2x^2 - 1 \\ 17 + 1 &= 2x^2 \\ 2x^2 &= 18 \\ x^2 &= 9 \\ x &= \pm 3 \end{aligned}$	$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 - 1 \\ 4 &= 2x^2 - 1 \\ 4 + 1 &= 2x^2 \\ 2x^2 &= 5 \\ x^2 &= \frac{5}{2} \quad x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}} \end{aligned}$
17 ன் முன் உருக்கள்: 3, -3	4 ன் முன் உருக்கள்: $\sqrt{\frac{5}{2}}, -\sqrt{\frac{5}{2}}$
$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 - 1 \\ -2 &= 2x^2 - 1 \\ 1 - 2 &= 2x^2 \\ 2x^2 &= -1 \\ x^2 &= -\frac{1}{2}; \quad x = \sqrt{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$	

$\therefore -2$

4. பின்வரும் சார்புகளின் மதிப்பகங்களை எழுதுக.

(i) $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$

ii) $P(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$

iii) $g(x) = \sqrt{x-2}$

iv) $h(x) = x+6$

தீர்வு:

i) $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$

$x = 9$ எனும் போது $f(x)$ ஐ வரையறுக்க இயலாது.

\therefore மதிப்பகம் = $R - \{9\}$

ii) x ன் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் $p(x)$ காண இயலும்.

\therefore சார்பகம் = R

iii) $g(x) = \sqrt{x-2}$

$x < 2$, எனில் வார்க்க மூல குறியீட்டிற்குள் குறை எண் மட்டுமே கிடைக்கும்.

\therefore மதிப்பகம் = $[2, \infty)$

iv) x ன் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் $h(x)$ காண இயலும்.

\therefore சார்பகம் = R

பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. $A = \{x \in N \mid 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in W \mid 0 \leq x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in N \mid x < 3\}$ என்க. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பவனவற்றைச் சரிபார்க்க.
2. $f: A \rightarrow B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \frac{x}{2} - 1$, என வரையறுக்கப் படுகிறது. இங்கு $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$ ஆக இருக்கும் போது சார்பு f -ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க. (i) வரிசை சோடிகளின் கணம் (ii) அட்டவணை (iii) அம்புக்குறி படம் (iv) வரைபடம்.
3. A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில் கீழ்க்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க. $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$
4. $X = \{-5, 1, 3, 4\}$ மற்றும் $Y = \{a, b, c\}$ எனில் X -லிருந்து Y -க்கு பின்வரும் உறவுகளில் எவை சார்பாகும்?
(i) $R_1 = \{(-5, a), (1, a), (3, b)\}$ (ii) $R_2 = \{(-5, b), (1, b), (3, a), (4, c)\}$
(iii) $R_3 = \{(-5, a), (1, a), (3, b), (4, c), (1, b)\}$
5. $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$ என்ற சார்பினை
(i) அம்புக்குறி படம் (ii) அட்டவணை (iii) வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்.

சிந்தனை வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

$$1. f(x) = \begin{cases} 3x-2, & -5 \leq x < 0 \\ x+3, & 0 \leq x < 5 \\ 2x-3, & 5 \leq x < 10 \end{cases} \text{ எனில்}$$

$$(i) f(-4) + f(4) + f(8)$$

$$(ii) \frac{2f(-3) + f(2)}{f(7) + 2f(-1)} \text{ ஆகியவற்றைக் காண்க.}$$

$$2. f(x) = x^2+4, g(x) = 3x-2, h(x) = x-5 \text{ எனில் சார்புகளின் சேர்ப்பு,} \\ \text{“சேர்ப்பு விதிக்கு உட்பட்டது” என நிறுவுக.}$$

ஜ★★★★

அலகு

2

எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

1. யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தின் படி, a மற்றும் b என்ற மிகை முழுக்களுக்கு, தனித்த மிகை முழுக்கள் q மற்றும் r , $a = bq + r$ என்றவாறு அமையுமானால், இங்கு r ஆனது,
 - 1) $1 < r < b$
 - 2) $0 < r < b$
 - 3) $0 \leq r < b$
 - 4) $0 < r \leq b$
 விடை: 3)
2. யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, எந்த மிகை முழுவின் கனத்தையும் 9 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகள்
 - 1) 0, 1, 8
 - 2) 1, 4, 8
 - 3) 0, 1, 3
 - 4) 1, 3, 5
 விடை: 1)
3. 65 மற்றும் 117-யின் மீ.பொ.வ-வை $65m - 117$ என்ற வடிவில் எழுதும்போது m -யின் மதிப்பு
 - 1) 4
 - 2) 2
 - 3) 1
 - 4) 3
 விடை: 2)
4. 1729-ஐ பகாக் காரணிப்படுத்தும்போது, அந்தப் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் கூடுதல்
 - 1) 1
 - 2) 2
 - 3) 3
 - 4) 4
 விடை: 3)
5. 1 முதல் 10 வரையுள்ள (இரண்டு எண்களும் உட்பட) அனைத்து எண்களாலும் வகுபடும் மிகச்சிறிய எண்
 - 1) 2025
 - 2) 5220
 - 3) 5025
 - 4) 2520
 விடை: 4)
6. $7^{4k} \equiv \underline{\hspace{2cm}} \pmod{100}$.
 - 1) 1
 - 2) 2
 - 3) 3
 - 4) 4
 விடை: 1)
7. $F_1 = 1, F_2 = 3$ மற்றும் $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ எனக் கொடுக்கப்படின் F_5 ஆனது

- 1) 3
3) 8
விடை: 4)
- 2) 5
4) 11
விடை: 4)
8. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல் உறுப்பு 1 மற்றும் பொது வித்தியாசம் 4 எனில், பின்வரும் எண்களில் எது இந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமையும்?
- 1) 4551
2) 10091
3) 7881
4) 13531
விடை: 3)
9. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 6-வது உறுப்பின் 6 மடங்கும், 7-வது உறுப்பின் 7 மடங்கும், சமம் எனில், அக்கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 13-வது உறுப்பு
- 1) 0
2) 6
3) 7
4) 13
விடை: 1)
10. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் 31 உறுப்புகள் உள்ளன. அதன் 16-வது உறுப்பு m எனில், அந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளின் கூடுதல்.
- 1) $16m$
2) $62m$
3) $31m$
4) $\frac{31}{2}m$
விடை: 3)
11. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் முதல் உறுப்பு 1 மற்றும் பொது வித்தியாசம் 4. இந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் அதன் கூடுதல் 120 கிடைக்கும்?
- 1) 6
2) 7
3) 8
4) 9
விடை: 3)
12. $A = 2^{65}$ மற்றும் $B = 2^{64} + 2^{63} + 2^{62} + \dots + 2^0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பின்வருவனவற்றில் எது உண்மை?
- 1) B ஆனது A-ஐ விட 2^{64} அதிகம்
2) A மற்றும் B சமம்
3) B ஆனது A-ஐ விட 1 அதிகம்
4) A ஆனது B-ஐ விட 1 அதிகம்
விடை: 4)
13. $\frac{3}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \dots$ என்ற தொடர்வரிசையின் அடுத்த உறுப்பு
- 1) $\frac{1}{24}$
2) $\frac{1}{27}$
3) $\frac{2}{3}$
4) $\frac{1}{81}$
விடை: 3)

14. t_1, t_2, t_3, \dots என்பது ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசை எனில் $t_6, t_{12}, t_{18}, \dots$ என்பது
- ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசை
 - ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை
 - ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையுமல்ல, பெருக்குத் தொடர்வரிசையுமல்ல.
 - ஒரு மாறிலித் தொடர் வரிசை
- விடை: 2)
15. $(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 15^3) - (1 + 2 + 3 + \dots + 15)$ யின் மதிப்பு
- 14400
 - 14200
 - 14280
 - 14520
- விடை: 3)

சிந்தனை வினாக்கள்	1 மதிப்பெண்
--------------------------	-------------

- 3, -3, -3 ... என்பது எத்தகைய தொடர் வரிசை?
 - கூட்டுத்தொடர் வரிசை
 - பெருக்குத்தொடர்வரிசை
 - மேற்கண்ட இரண்டும் அல்ல
 - கூட்டுத்தொடர் மற்றும் பெருக்குத்தொடர்

விடை: 4)
- $f(x) = (-1)^x$ என்பது N-லிருந்து Z-க்கு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது, எனில் f-ன் வீச்சகம்
 - {1}
 - N
 - {1, -1}
 - Z

விடை: 3)
- $2 + 4 + 6 + \dots + 2k = 90$, எனில் k-ன் மதிப்பு
 - 8
 - 9
 - 10
 - 11

விடை: 2)
- $\Sigma n = 55$, எனில் $\Sigma n^3 =$ _____
 - 3025
 - 166375
 - 1540
 - 55

விடை: 1)
- $1 - x + x^2 - x^3 + x^4 =$ _____ ($x \neq 1$)
 - $-x^5$
 - $\frac{x^5 + 1}{x + 1}$
 - $\frac{x^5 - 1}{x + 1}$
 - இவற்றில் எதுமில்லை

விடை: 2)
- $\frac{b+c-a}{a}, \frac{c+a-b}{b}, \frac{a+b-c}{c}$ என்பன ஒரு கூட்டுத்தொடர்

வரிசை எனில் கீழ்க்கண்டவற்றுள் எவை கூட்டுத்தொடர் வரிசையாகும்?

1) a, b, c
3) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$

2) a^2, b^2, c^2

4) இவற்றில் ஏதுமில்லை

விடை: 3)

7. ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் m ஆவது உறுப்பு $\frac{1}{n}$, n ஆவது உறுப்பு $\frac{1}{m}$ எனில் முதல் mn உறுப்புகளின் கூடுதல்

1) $mn+1$

2) $\frac{mn+1}{2}$

3) $\frac{mn-1}{2}$

4) $\frac{mn-1}{3}$

விடை: 2)

8. $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} + \dots$ n உறுப்புகளின் கூடுதல்

1) $\frac{n(n+1)}{2}$

2) $2n(n+1)$

3) $\frac{n(n+1)}{\sqrt{2}}$

4) 1

விடை: 3)

9. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எவை 3825 ன் பகா காரணி அல்ல?

1) 3

2) 5

3) 11

4) 17

விடை: 3)

10. ஒரு கதிரியக்கப் பொருள் சிதைந்து அதன் மீதமுள்ள

பகுதியானது முடிவிலி வாரத்தில் $b = 1 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \text{ to } \infty \right]$ எனக் கொடுக்கப்படுகிறது எனில்

1) 0

2) 1

3) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

4) $\frac{1}{2}$

விடை: 1)

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. கூடுதல் காண்க. $1 + 3 + 5 + \dots + 55$.

தீர்வு:

$$1 + 3 + 5 + \dots + 1 = \left(\frac{l+1}{2} \right)^2$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + 55 = \left(\frac{55+1}{2} \right)^2 = \left(\frac{56}{2} \right)^2 = 28^2 = 784$$

2. கூடுதல் காண்க. (i) $1 + 3 + 5 + \dots 40$ உறுப்புகள் வரை
(ii) $2 + 4 + 6 + \dots + 80$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad 1 + 3 + 5 + \dots n \text{ உறுப்புகள் வரை கூடுதல்} &= n^2 \\ 1 + 3 + 5 + \dots 40 \text{ உறுப்புகள் வரை கூடுதல்} &= (40)^2 = 1600 \\ \text{(ii)} \quad 2 + 4 + 6 + \dots + 80 &= 2 [1 + 2 + 3 + \dots + 40] \\ &= 2 \left[\frac{n(n+1)}{2} \right] = 40 \times 41 = 1640 \end{aligned}$$

3. கூடுதல் காண்க. $1^2 + 2^2 + \dots + 19^2$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ 1^2 + 2^2 + \dots + 19^2 &= \frac{19 \times 20 \times 39}{2 \times 3} = 19 \times 130 = 2470 \end{aligned}$$

4. கூடுதல் காண்க: $1 + 2 + 3 + \dots + 60$

தீர்வு:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 60 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right] = \frac{60 \times 61}{2} = 30 \times 61 = 1830$$

5. கூடுதல் காண்க: $3 + 6 + 9 + \dots + 96$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} 3 + 6 + 9 + \dots + 96 &= 3(1 + 2 + 3 + \dots + 32) \\ &= 3 \left[\frac{32 \times 33}{2} \right] = 3 \times 328 = 1584 \end{aligned}$$

6. கூடுதல் காண்க: $1 + 3 + 5 + \dots + 71$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} 1 + 3 + 5 + \dots + 71 &= \left(\frac{l+1}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{71+1}{2} \right)^2 = \left(\frac{72}{2} \right)^2 = (36)^2 = 1296 \end{aligned}$$

7. கூடுதல் காண்க: $6^2 + 7^2 + 8^2 + \dots + 21^2$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} 6^2 + 7^2 + 8^2 + \dots + 21^2 &= (1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + 21^2) - (1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + 5^2) \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \end{aligned}$$

$$= \frac{21(21+1)(42+1)}{6} - \frac{5(5+1)(10+1)}{6}$$

$$= \frac{21 \times 22 \times 43}{6} - \frac{5 \times 6 \times 11}{6} = 3311 - 55 = 3256.$$

8. கூடுதல் காண்க: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 16^3$

தீர்வு:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 16^3 = \left[\frac{16 \times 17}{2} \right]^2 = [136]^2 = 18496$$

9. $1 + 2 + 3 + \dots + n = 666$ எனில், n -யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = 666$$

$$\left[\frac{n(n+1)}{2} \right] = 666$$

$$n^2 + n = 1332$$

$$n^2 + n - 1332 = 0$$

$$(n - 36)(n + 37) = 0$$

$$n = -37 \text{ (அ) } n = 36$$

$$n = 36 \text{ (} n = -37 \text{ ஏற்கத்தக்கதல்ல)}$$

10. $1 + 2 + 3 + \dots + k = 325$, எனில் $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3$ யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} = 325$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left[\frac{k(k+1)}{2} \right]^2 = (325)^2 = 105625$$

11. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 44100$ எனில் $1 + 2 + 3 + \dots + k$ யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 44100 = \left[\frac{k(k+1)}{2} \right]^2$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} = \sqrt{44100} = 210$$

12. யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத் தேற்றம்.

தீர்வு:

a மற்றும் b ($a > b$) என்பன ஏதேனும் இரு மிகை முழுக்கள் எனில் $a = bq + r$, $0 \leq r < b$ என்றவாறு q, r எனும் தனித்த மிகை முழுக்கள் கிடைக்கும்.

13. ஒரு நபரிடம் 532 பூந்தொட்டிகள் உள்ளன. அவர் வரிசைக்கு 21 பூந்தொட்டிகள் வீதம் அடுக்க விரும்பினார். எத்தனை வரிசைகள் முழுமை பெறும் எனவும் மற்றும் எத்தனை பூந்தொட்டிகள் மீதமிருக்கும் எனவும் காண்க.

தீர்வு:

யூக்ளிடிஸ் தேற்றப்படி

$$a = bq + r$$

$$532 = 21q + r \Rightarrow 532 = 21 \times 25 + 7$$

25 வரிசைகள் முழுமைபெறும்

7 பூந்தொட்டிகள் மீதமிருக்கும்.

	25
21	532
	42
	112
	105
	7

14. தொடர்ச்சியான இரு மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் 2 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

தீர்வு:

தொடர்ச்சியான இருமிகை முழு x மற்றும் $x + 1$ என்க.

$$\text{பெருக்கல் பலன்} = x(x + 1)$$

படி 1 : x என்பது ஓர் இரட்டைப்படை எண் என்க.

$$x = 2k \Rightarrow x(x + 1) = 2k(2k + 1) \quad 2 \text{ ஆல் வகுபடும்}$$

படி 2 : x என்பது ஓர் ஒற்றைப்படை எண் என்க.

$$\begin{aligned} x = 2k+1 \Rightarrow x(x + 1) &= (2k + 1)(2k + 1 + 1) \\ &= (2k + 1)(2k + 2) \\ &= 2(2k + 1)(k + 1) \end{aligned}$$

2 ஆல் வகுபடும்

\therefore தொடர்ச்சியான இரண்டு மிகை முழுக்களின் பெருக்கல்பலன் 2 ஆல் வகுபடும்.

15. யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்திப் 84, 90 மற்றும் 120ன் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு:

$$\text{யூக்ளிடிஸ் தேற்றப்படி } a = bq + r$$

$$90 = 84q + r \quad (b \neq 0)$$

$$90 = 84 \times 1 + 6 \Rightarrow 84 = 6 \times 14 + 0$$

∴ 84, 90 ன் மீ.பொ.வ = 6.

$$\text{மேலும் } 120, 6 \text{ ன் மீ.பொ.வ காண } 120 = 6 \times 20 + 0$$

∴ 84, 90, 120 ன் மீ.பொ.வ 6

16. 32 மற்றும் 60 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி d என்க,
d = $32x + 60y$ எனில் x மற்றும் y என்ற முழுக்களைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{யூக்ளிடின் தேற்றப்படி } a = bq + r$$

$$60 = 32 \times 1 + 28 \Rightarrow 32 = 28 \times 1 + 4$$

$$28 = 4 \times 7 + 0 \Rightarrow 32, 60\text{-ன் மீ.பொ.வ } 4$$

$$\text{அதாவது } d = 4. \text{ மேலும் } d = 32x + 60y \Rightarrow 4 = 32x + 60y$$

$$4 = 32(2) + 60(-1) \Rightarrow \therefore x = 2, y = -1 \text{ ஆகும்.}$$

17. எந்த இரு அடுத்தடுத்த மிகை முழுக்கள் சார்பகா எண்கள் என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\text{ஏதேனும் இரண்டு மிகை முழுக்கள் } x+1, x \text{ என்க.}$$

$$(a, b) \text{ யின் மீ.பொ.வ } (a - b, b) \text{ யின் மீ.பொ.வ}$$

$$(x+1, x) \text{ யின் மீ.பொ.வ } = (x+1 - x, x)$$

$$(x+1, x) \text{ யின் மீ.பொ.வ } = (1, x)$$

$$(x+1, x) \text{ யின் மீ.பொ.வ } = 1$$

∴ $x + 1, x$ என்பன சார்பகா எண்களாகும்.

18. $p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4} = 113400$ இங்கு, p_1, p_2, p_3, p_4 என்பன ஏறுவரிசையில் அமைந்த பகா எண்கள் மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 என்பன முழுக்கள் எனில் p_1, p_2, p_3, p_4 மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

2	113400
2	56700
2	28350
3	14175
3	4725
3	1575
3	525
5	175
5	35
7	7
1	1

$$113400 = 2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1$$

$$\therefore P_1 = 2, P_2 = 3, P_3 = 5, P_4 = 7$$

$$x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 2, x_4 = 1$$

19. $a^b \times b^a = 800$ என்றவாறு அமையும் இரு மிகை முழுக்கள் 'a' மற்றும் 'b' ஐ காண்க.

தீர்வு:

$$800 = a^b \times b^a$$

$$800 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$= 2^5 \times 5^2$$

$$\therefore a = 2, b = 5 \text{ (அ) } a = 5, b = 2$$

20. முற்பகல் 7 மணிக்கு 100 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு நேரம் என்ன?

தீர்வு:

$$100 \equiv x \text{ (மட்டு 24)}$$

$$100 - x = 24n$$

$100 - x$ என்பது 24 ஆல் வகுபடும். ($100 - 4 = 96$)

$\therefore x$ ன் மீச்சிறு மதிப்பு 4.

முற்பகல் 7 மணிக்கு 100 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு

நேரம் = $7 + 4 =$ முற்பகல் 11

$$\begin{array}{r} 4 \\ 24 \overline{) 100} \\ \underline{96} \\ 4 \end{array}$$

21. பிற்பகல் 11 மணிக்கு 15 மணி நேரத்திற்கு முன்பு நேரம் என்ன?

தீர்வு:

பிற்பகல் 11 மணி = 23 மணி

15 மணி நேரத்திற்கு முன்பு

$$23 - 15 \equiv 8 \text{ (மட்டு 24)}$$

பிற்பகல் 11 மணிக்கு 15 மணி நேரத்திற்கு முன்பு நேரம்

முற்பகல் 8 மணி.

22. முதல் 10 இயல் எண்களால் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய சிறிய எண் எது?

தீர்வு:

முதல் 10 இயல் எண்கள் 1, 2, 3,, 10.

10 இயல் எண்களின் மீ.பொ.ம

$$2 = 2 \times 1$$

$$3 = 3 \times 1$$

$$4 = 2 \times 2 = 2^2$$

$$5 = 5 \times 1$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$7 = 7 \times 1$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$9 = 3 \times 3 = 3^2$$

$$10 = 2 \times 5$$

$$\therefore \text{மீ.பொ.ம} = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 8 \times 9 \times 5 \times 7 = 2520$$

23. தீர்க்க: $5x \equiv 4 \pmod{6}$

தீர்வு:

$$5x \equiv 4 \pmod{6}$$

$$5x - 4 = 6k$$

$$5x = 6k + 4$$

$$x = \frac{6k + 4}{5} \quad k = 1, 6, 11, \dots$$

$$k = 1 \text{ எனில் } x = \frac{6(1) + 4}{5} = \frac{6 + 4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$k = 6 \text{ எனில் } x = \frac{6(6) + 4}{5} = \frac{36 + 4}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$$k = 11 \text{ எனில் } x = \frac{6(11) + 4}{5} = \frac{66 + 4}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

$$\therefore x = 2, 8, 14, \dots$$

24. $3x \equiv 1 \pmod{15}$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு எத்தனை முழு எண் தீர்வுகள் உள்ளன எனக் காண்க.

தீர்வு:

$$3x \equiv 1 \pmod{15} \text{ என்பதை}$$

$$3x - 1 = 15k, k \text{ என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு எண் எழுதலாம்.}$$

$$3x = 15k + 1$$

$$x = \frac{15k + 1}{3}$$

$$x = 5k + \frac{1}{3}$$

5k என்பது ஒரு முழு எண்

$5k + \frac{1}{3}$ என்பது ஒரு முழு எண் அல்ல.

எனவே இச்சமன்பாட்டிற்கு முழு எண் தீர்வு இல்லை.

25. தீர்க்க: $8x \equiv 1 \pmod{11}$

தீர்வு:

$$8x \equiv 1 \pmod{11}$$

$$8x - 1 = 11n \Rightarrow 8x = 11n + 1 \Rightarrow x = \frac{11n+1}{8}$$

$$n = 5 \Rightarrow x = 7$$

$$n = 13 \Rightarrow x = 18, \dots$$

26. தீர்க்க: $3x - 2 \equiv 0 \pmod{11}$

தீர்வு:

$$3x - 2 \equiv 0 \pmod{11}$$

$$3x - 2 = 11k$$

$$3x = 11k + 2$$

$$x = \frac{11k+2}{3}, k = 2, 5, 8, \dots$$

$$k = 2 \text{ எனில் } x = \frac{11(2)+2}{3} = \frac{22+2}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

$$k = 5 \text{ எனில் } x = \frac{11(5)+2}{3} = \frac{55+2}{3} = \frac{57}{3} = 19$$

$$k = 8 \text{ எனில் } x = \frac{11(8)+2}{3} = \frac{88+2}{3} = \frac{90}{3} = 30$$

$$\therefore x = 8, 19, 30, \dots$$

27. 2^{81} ஐ 17 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதி காண்க.

தீர்வு:

$$2^{81} \equiv (2^9)^9 \pmod{17} \quad [\because 2^9 \equiv 512]$$

$$2^9 \equiv 2 \pmod{17}$$

$$(1) \Rightarrow 2^{81} \equiv (2)^9 \pmod{17}$$

$$= 2 \pmod{17}$$

$$\therefore \text{மீதி } 2 \text{ ஆகும்.}$$

17	30
	512
	510
	2

28. $67 + x \equiv 1$ (மட்டு 4) என்பதற்கு பொருந்தக்கூடிய குறைந்தபட்ச மிகை x -ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$67 + x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$67 + x - 1 = 4n$$

$$66 + x = 4n$$

$$66 + x \text{ என்பது } 4 \text{ ன் மடங்கு}$$

$$66 \text{ ஐ விட அதிகமான } 4 \text{ ன் மடங்கு } 68.$$

$$\text{எனவே } x \text{ ன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு } 2 \text{ ஆகும்.}$$

29. தீர்க்க: $5x \equiv 4$ (மட்டு 6)

தீர்வு:

$$5x \equiv 4 \pmod{6}$$

$$5x - 4 = 6n$$

$$5x - 4 \text{ என்பது } 6 \text{ ன் மடங்கு}$$

$$\therefore x \text{ ன் மீச்சிறு மதிப்பு } 2 \text{ ஆகும். } (\because 5(2) - 4 = 6)$$

30. ஒரு சினிமா அரங்கின் முதல் வரிசையில் 20 இருக்கைகளும் மொத்தம் 30 வரிசைகளும் உள்ளன. அடுத்தடுத்த ஒவ்வொரு வரிசையிலும் அதற்கு முந்தைய வரிசையை விட இரண்டு இருக்கைகள் கூடுதலாக உள்ளன. கடைசி வரிசையில் எத்தனை இருக்கைகள் இருக்கும்?

தீர்வு:

$$\text{முதல் உறுப்பு } a = 20$$

$$\text{பொது வித்தியாசம் } d = 2$$

\therefore கடைசி வரிசையில் உள்ள இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$t_{30} = a + 29d$$

$$= 20 + 29(2)$$

$$= 20 + 58$$

$$= 78$$

31. $-11, -15, -19, \dots$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 19 ஆவது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{கூட்டுத் தொடரின் } n\text{-வது உறுப்பு}$$

$$t_n = a + (n-1)d$$

$$a = -11; d = -15 + 11 = -4; n = 19$$

$$t_{19} = -11 + 18(-4) \Rightarrow -11 - 72$$

$$t_{19} = -83$$

32. 16, 11, 6, 1... என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் -54 என்பது எத்தனையாவது உறுப்பு?

தீர்வு:

$$n = \frac{l-a}{d} + 1$$

$$a = 16; d = 11-16 = -5; l = -54$$

$$n = \frac{-54-16}{-5} + 1 \Rightarrow n = \frac{-70}{-5} + 1 \Rightarrow 14 + 1$$

$$n = 15$$

33. 9, 15, 21, 27, ..., 183 என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் நடு உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$a = 9, d = 6, l = 183$$

$$n = \frac{l-a}{d} + 1 \Rightarrow \frac{183-9}{6} + 1 \Rightarrow \frac{174}{6} + 1$$

$$= 29 + 1 = 30$$

∴ 15 ஆவது உறுப்பும், 16 ஆவது உறுப்பும் நடு உறுப்புகளாகும்.

$$t_n = a + (n-1)d$$

$$\begin{aligned} \therefore t_{15} &= a + 14d & t_{16} &= a + 15d \\ &= 9 + 14(6) & &= 9 + 15(6) \\ &= 9 + 84 & &= 9 + 90 \\ &= 93 & &= 99 \end{aligned}$$

∴ 93, 99 என்பன இக்கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் நடு உறுப்புகளாகும்.

34. $3+k, 18-k, 5k+1$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில், k -யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$3+k, 18-k, 5k+1$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை

$$\begin{aligned} t_2 - t_1 &= t_3 - t_2 \\ (18-k) - (3+k) &= (5k+1) - (18-k) \\ 15-2k &= 6k-17 \\ -2k-6k &= -17-15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -8k &= -32 \\ k &= 4 \end{aligned}$$

35. 729, 243, 81,..... என்ற பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் 7 வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$n \text{ ஆவது உறுப்பு } t_n = ar^{n-1}$$

$$a = 729, r = \frac{243}{729} = \frac{1}{3}, n = 7$$

$$t_7 = 729 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{7-1}$$

$$t_7 = 729 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6$$

$$t_7 = 729 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$t_7 = 1.$$

36. 5, 15, 45.... என்ற பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முதல் 6 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

$$a = 5, r = \frac{15}{5} = 3, n = 6$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow S_6 = \frac{5(3^6 - 1)}{2}$$

$$= \frac{5(729 - 1)}{2} \Rightarrow \frac{5(728)}{2}$$

$$= 5 \times 364$$

$$S_6 = 1820$$

37. $x + 6, x + 12$ மற்றும் $x + 15$ என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் தொடர்ச்சியான மூன்று உறுப்புகள் எனில், x -ன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$x + 6, x + 12$ மற்றும் $x + 15$ என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசை

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2} \Rightarrow \frac{x+12}{x+6} = \frac{x+15}{x+12}$$

$$(x+12)^2 = (x+6)(x+15)$$

$$x^2 + 24x + 144 = x^2 + 21x + 90$$

$$24x - 21x = 90 - 144$$

$$3x = -54$$

$$x = -\frac{54}{3}$$

$$x = -18$$

38. ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் முதல் உறுப்பு $a = -7$, மற்றும் பொது விகிதம் $r = 6$ எனில் பெருக்குத் தொடர்வரிசையைக் காண்க.

தீர்வு:

முதல் உறுப்பு $a = -7$,

பொது விகிதம் $r = 6$

பெருக்குத் தொடர் வரிசை = a, ar, ar^2, \dots

\therefore தேவையான பெருக்குத் தொடர் வரிசை = $-7, -42, -252$

39. $7 \times 5 \times 3 \times 2 + 3$, என்பது ஒரு பகு எண்ணா? உனது விடையை நியாயப்படுத்துக.

தீர்வு:

$$7 \times 5 \times 3 \times 2 + 3 = 213$$

213 என்ற எண்ணில் உள்ள இலக்கங்களின் கூடுதல்

$$= 2 + 1 + 3 = 6$$

6 என்பதை 3 வகுக்கும்

\therefore எனவே 213 ஐ வகுக்கும் “3”.

\therefore 213 பகா எண் அல்ல. அது ஒரு பகு எண்ணாகும்.

சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

2 மதிப்பெண்கள்

1. ஒரு நிறுவனம் 25 தெருக்களில் செடிகளை நட திட்டமிட்டது. முதல் தெருவில் 1 செடியும், இரண்டாவது தெருவில் 3 செடியும், மூன்றாவது தெருவில் 9 செடியும் நட முடிவு செய்யப்பட்டது. இவ்வேலை நிறைவடைய எத்தனை செடிகள் தேவை?

தீர்வு:

இது ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையாகும்.

$\therefore a = 1, r = 3, n = 25$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow \frac{3^{25} - 1}{2}$$

2. $\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, 1, -2, \dots$ என்ற பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் 10வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{முதல் உறுப்பு } a = \frac{1}{4}$$

$$\text{பொது விகிதம் } r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = -2$$

$$t_n = ar^{n-1}$$

$$t_{10} = ar^9 = \frac{1}{4} [-2]^9 \Rightarrow \frac{(-1)^9 \cdot 2^9}{4} = -2^7$$

3. 21, 18, 15, என்ற கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் -81 எத்தனையாவது உறுப்பு? மேலும் இக்கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் 0 ஓர் உறுப்பாகுமா என்பதை காரணத்துடன் விளக்குக.

தீர்வு:

$$\text{முதல் உறுப்பு } a = 21$$

$$\text{பொது வித்தியாசம் } d = -3$$

$$\text{கடைசி உறுப்பு } l = -81$$

$$\text{உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை, } n = \frac{l-a}{d} + 1$$

$$= \left[\frac{-81-21}{-3} \right] + 1 \Rightarrow \left[\frac{-102}{-3} \right] + 1$$

$$= 34 + 1 = 35$$

∴ -81 என்பது 35 ஆவது உறுப்பு ஆகும்.

$$\text{மேலும் } t_n = a + (n-1)(d)$$

$$0 = 21 + (n-1)(-3)$$

$$0 = 21 - 3n + 3$$

$$3n = 24 \Rightarrow n = \frac{24}{3}$$

$$n = 8$$

∴ 0 என்பது கொடுக்கப்பட்ட கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 8 வது உறுப்பு ஆகும்.

4. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் $t_{18} - t_{14} = 32$ எனில் அதன் பொது வித்தியாசத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

$$t_{18} - t_{14} = 32$$

$$t_n = a + (n - 1)(d)$$

$$(a + 17d) - (a + 13d) = 32$$

$$a + 17d - a - 13d = 32$$

$$4d = 32$$

$$d = 8$$

பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. கூடுதல் காண்க. $51 + 52 + 53 + \dots + 92$
2. கூடுதல் காண்க. $9^3 + 10^3 + \dots + 21^3$
3. மதிப்பு காண்க. (i) $1 + 2 + 3 + \dots + 50$ (ii) $16 + 17 + 18 + \dots + 75$
4. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots$ என்ற தொடரின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் கூடுதல் 14400 கிடைக்கும்?
5. $1 + 11 + 111 + \dots + n$ உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.
6. கீழ்க்கண்ட தொடர்வரிசைகள் ஒவ்வொன்றிலும் n -வது உறுப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

(i) $a_n = \frac{5n}{n+2}$; a_6 மற்றும் a_{13} (ii) $a_n = -(n^2 - 4)$; a_4 மற்றும் a_{11}

$$7. a_n = \begin{cases} \frac{n^2 - 1}{n + 3}; & \text{ஓர் இரட்டை எண் } n \in \mathbb{N} \\ \frac{n^2}{2n + 1}; & \text{ஓர் ஒற்றை எண் } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

என்பது n -வது உறுப்பு எனில் a_8 மற்றும் a_{15} காண்க.

8. $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ மற்றும் $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$, $n \geq 3$, $n \in \mathbb{N}$, எனில், தொடர் வரிசையின் முதல் ஆறு உறுப்புகளைக் காண்க.
9. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முதல் உறுப்பு a மற்றும் பொது வித்தியாசம் d -க்குக் கூட்டுத்தொடர் வரிசைகளைக் காண்க. (ஒவ்வொன்றும்)

(i) $a=5$, $d=6$ (ii) $a=7$, $d=-5$ (iii) $a=\frac{3}{4}$, $d=\frac{1}{2}$

10. $x, 10, y, 24, z$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில் x, y, z , ஆகியவற்றின் மதிப்பு காண்க.
11. $-11, -15, -19, \dots$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 19-வது உறுப்பைக் காண்க.
12. பின்வருவனவற்றின் கூடுதல் காண்க. (i) $3, 7, 11, \dots, 40$ உறுப்புகள் வரை (ii) $102, 97, 92, \dots, 27$ உறுப்புகள் வரை (iii) $6 + 13 + 20 + \dots + 97$ (ஒவ்வொன்றும்)
13. $3, 15, 27, 39, \dots$ என்ற தொடர்வரிசையின் 15-வது 24-வது மற்றும் n வது உறுப்பு(பொது உறுப்பு) காண்க.
14. $3, 6, 9, 12, \dots, 111$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
15. $16, 11, 6, 1, \dots$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் -54 என்பது எத்தனையாவது உறுப்பு?
16. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முதல் உறுப்பு மற்றும் பொதுவிகிதம் உடைய பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முதல் மூன்று உறுப்புகளை எழுதுக.
(i) $a = 6, r = 3$ (ii) $a = \sqrt{2}, r = \sqrt{2}$ (iii) $a = 1000, r = \frac{2}{5}$
17. பின்வரும் பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. (ஒவ்வொன்றும்)
(i) $4, 8, 16, \dots, 8192$ (ii) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots, \frac{1}{2187}$
18. யூக்ளிடன் வகுத்தல் வழிமுறையை பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க. (ஒவ்வொன்றும்)
(i) 340 மற்றும் 412 (ii) 867 மற்றும் 255
19. $13824 = 2^a \times 3^b$ எனில் a மற்றும் b -யின் மதிப்புக் காண்க.
20. 445 மற்றும் 572-ஐ குறிப்பிட்ட எண்ணால் வகுக்கும்போது முறையே மீதி 4 மற்றும் 5-ஐ தரக்கூடிய மிகப்பெரிய எண்ணைக் கண்டறிக.
21. ஒருவர் சென்னையிலிருந்து டெல்லிக்குச் செல்ல இரயிலில் புறப்படுகிறார். அவர் தனது பயணத்தைப் புதன்கிழமை 22.30 மணிக்குத் தொடங்குகிறார். எந்தவிதத் தாமதமுமின்றி இரயில் செல்வதாகக் கொண்டால் மொத்தப் பயண நேரம் 32 மணி நேரம் ஆகும். அவர் எப்பொழுது டெல்லியைச் சென்றடைவார்?

சிறந்தனை வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. 2^{256} ஐ 17 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதி யாது?
2. $3^{13} - 3^{10}$ என்பதை மீதியின்றி வகுக்கும் எண் யாது?
3. மூன்று பகா எண்களின் கூடுதல் 100. அவற்றில் ஒரு எண் மற்றொரு எண்ணைக் காட்டிலும் 36 அதிகம் எனில் அவ்வெண்களைக் காண்க.
4. 12, 15, 16 ஆல் வகுக்கும் போது முறையே 7, 10 மற்றும் 11 ஐ மீதியாகத் தரும் மிகச்சிறிய எண்ணைக் காண்க.
5. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் "p" உறுப்புகள் வரை கூடுதலும் "q" உறுப்புகள் வரை கூடுதலும் ஒன்று எனில் "q" உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க. இங்கு $p \neq q$.

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. $5 + 55 + 555 + \dots$ என்ற தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 S_n &= 5 + 55 + 555 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை கூடுதல்} \\
 &= 5 [1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை கூடுதல்}] \\
 &= \frac{5}{9} [9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை கூடுதல்}] \\
 &= \frac{5}{9} [10 - 1 + 100 - 1 + 1000 - 1 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}] \\
 &= \frac{5}{9} [(10 + 100 + 1000 + \dots) - (1 + 1 + 1 + \dots)] \\
 &= \frac{5}{9} \left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right] = \frac{50}{81} [(10^n - 1)] - \frac{5}{9} n
 \end{aligned}$$

2. $3 + 33 + 333 + \dots + n$ உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 S_n &= 3 + 33 + 333 + \dots + n \\
 S_n &= 3(1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை கூடுதல்}) \\
 &= \frac{3}{9} (9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை கூடுதல்}) \\
 &= \frac{3}{9} (10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \dots + n \text{ உறுப்புகள்}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{வரை கூடுதல்)} \\
 & = \frac{3}{9} (10 + 100 + 1000 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}) \\
 & \quad - (1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}) \\
 & = \frac{3}{9} \left[10 \left(\frac{10^n - 1}{9} \right) - n \right] = \frac{30}{81} (10^n - 1) - \frac{3n}{9}
 \end{aligned}$$

3. $0.4 + 0.44 + 0.444 + \dots n$ உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 & 0.4 + 0.44 + 0.444 + \dots n \text{ உறுப்புகள் வரை கூடுதல்} \\
 & = \frac{4}{10} + \frac{44}{100} + \frac{444}{1000} + \dots n \text{ உறுப்புகள் வரை கூடுதல்} \\
 & = 4 \left[\frac{1}{10} + \frac{11}{100} + \frac{111}{1000} + \dots n \text{ உறுப்புகள் வரை கூடுதல்} \right] \\
 & = \frac{4}{9} \left[\frac{9}{10} + \frac{99}{100} + \frac{999}{1000} + \dots n \text{ உறுப்புகள் வரை கூடுதல்} \right] \\
 & = \frac{4}{9} \left[\left(1 - \frac{1}{10} \right) + \left(1 - \frac{1}{100} \right) + \left(1 - \frac{1}{1000} \right) + \dots n \text{ உறுப்புகள்} \right. \\
 & \quad \left. \text{வரை கூடுதல்} \right] \\
 & = \frac{4}{9} [(1 + 1 + 1 + \dots n \text{ உறுப்புகள்}) - \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots n \right. \\
 & \quad \left. \text{உறுப்புகள் வரை கூடுதல்} \right)] \\
 & = \frac{4}{9} \left[n - \frac{1}{10} \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{10} \right)^n}{1 - \frac{1}{10}} \right] \right] = \frac{4}{9} \left[n - \frac{1}{9} \left(1 - \left(\frac{1}{10} \right)^n \right) \right]
 \end{aligned}$$

4. கூடுதல் காண்க. $15^2 + 16^2 + 17^2 + \dots + 28^2$

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 & 15^2 + 16^2 + 17^2 + \dots + 28^2 \\
 & = 1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + 28^2 - 1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + 14^2 \\
 & \quad \quad \quad 28 \quad \quad 14 \\
 & = \rightarrow \sum_{n:1}^{28} - \sum_{n:1}^{14} \\
 & = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{28 \times 29 \times 57}{2 \times 3} - \frac{14 \times 15 \times 29}{2 \times 3} \\
 &= 14 \times 29 \times 19 - 7 \times 5 \times 29 \\
 &= 7714 - 1015 = 6699
 \end{aligned}$$

5. பின்வரும் தொடரின் கூடுதலைக் காண்க.

$$10^3 + 11^3 + 12^3 + \dots + 20^3$$

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 &10^3 + 11^3 + 12^3 + \dots + 20^3 \\
 &= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 20^3 - 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3 \\
 &= \rightarrow \sum_{n:1}^{20} - \sum_{n:1}^9 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 - \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \\
 &= \left[\frac{20 \times 21}{2} \right]^2 - \left[\frac{9 \times 10}{2} \right]^2 \\
 &= [210]^2 - (45)^2 \\
 &= 44100 - 2025 = 42075
 \end{aligned}$$

6. ரேகாவிடம் 10 செ.மீ, 11 செ.மீ, 12 செ.மீ, 24 செ.மீ. என்ற பக்க அளவுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்கள் உள்ளன. இந்த வண்ணக் காகிதங்களைக் கொண்டு எவ்வளவு பரப்பை அடைத்து அலங்கரிக்க முடியும்?

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்களின் பக்க அளவுகள் 10 செ.மீ, 11 செ.மீ, 12 செ.மீ

$$\text{அதன் பரப்பு} = 10^2 + 11^2 + 12^2 + \dots + 24^2$$

$$= \sum_{n:1}^{24} - \sum_{n:1}^{10}$$

$$= \rightarrow \sum_{n:1}^{24} - \sum_{n:1}^{10}$$

$$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 24^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 9^2)$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$= \frac{24 \times 25 \times 49}{6} - \frac{9 \times 10 \times 19}{6}$$

$$= 4900 - 285 = 4615 \text{ செ.மீ}^2$$

7. முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் 2025 எனில் n -யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:

முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் 2025

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 2025$$

$$\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = 2025 \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = \sqrt{2025}$$

$$= 45$$

$$n(n+1) = 45 \times 2$$

$$n(n+1) = 90$$

$$n^2 + n - 90 = 0$$

$$(n+10)(n-9) = 0$$

$$n = 9 \text{ or } n = -10$$

$$\therefore n = 9$$

8. 300க்கும் 600க்கும் இடையே 7 ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

$$301 + 308 + 315 + \dots + 595 = ?$$

$$a = 301; d = 7; l = 595$$

$$n = \frac{l-a}{d} + 1$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$

$$n = \frac{595-300}{7} + 1$$

$$S_{43} = \frac{43}{2}(301+595)$$

$$n = \frac{294}{7} + 1$$

$$= \frac{43}{2}(896)$$

$$n = 42 + 1$$

$$= 43 \times 448$$

$$n = 43$$

$$S_{43} = 19264$$

9. பிரிட்டிஷ் ஏர்லைன்ஸ் விமானத்தில் சென்னையிலிருந்து லண்டன் செல்லப் பயணநேரம் தோராயமாக 11 மணிநேரம். விமானம் தனது பயணத்தை ஞாயிற்றுக்கிழமை 23:30 மணிக்குத் தொடங்கியது. சென்னையின் திட்ட நேரமானது லண்டனின் திட்ட நேரத்தைவிட 4.30 மணி நேரம் முன்னதாக இருக்குமெனில், விமானம் லண்டனில் தரையிறங்கும் நேரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

$$23.30 + 11 \equiv x \text{ (மட்டு 24)}$$

$$34.30 \equiv x \text{ (மட்டு 24)}$$

$$34.30 - x = 24n$$

$$34.30 - x \text{ என்பது } 24 \text{ ஆல் வகுபடும் எனில் } x \text{ன் மீச்சிறு மதிப்பு } 10.30$$

லண்டனின் நேரமானது இந்திய நேரத்திலிருந்து 4.30 முன் என்பதால் விமானம்

லண்டனில் தரையிரங்கும் நேரம் $10.30 - 4.30$ திங்கள் முற்பகல் 6.00 மணியாகும்.

10. பிரியா தனது முதல் மாத வருமானமாக ₹15,000 ஈட்டுகிறார். அதன் பிறகு ஒவ்வொரு ஆண்டும் அவரது மாத வருமானம் ₹1500 உயர்கிறது. அவளுடைய முதல் மாத செலவு ₹13,000 மற்றும் அவளது மாதாந்திரச் செலவு ஒவ்வொரு ஆண்டும் ₹900 உயர்கிறது. பிரியாவின் மாதந்திரச் சேமிப்பு ₹20,000 அடைய எவ்வளவு காலம் ஆகும்?

தீர்வு:

	1 வருடம்	2 வருடம்
வருமானம்	₹15,000	₹16,500
செலவு	₹13,000	₹13,900
சேமிப்பு	₹2,000	₹2,600

∴ வருட சேமிப்பு ₹2,000, ₹2,600, ₹3,200

இங்கு $a = 2,000$, $d = 600$, $t_n = 20,000$

$$a + (n-1)d = t_n$$

$$\Rightarrow 2000 + (n-1)600 = 20,000$$

$$\Rightarrow 600n - 600 = 18,000$$

$$\Rightarrow 600n = 18,600$$

$$\Rightarrow n = \frac{186}{6} \Rightarrow n = 31 \text{ வருடங்கள்}$$

31 வருடங்களுக்கு பிறகு பிரியாவின் சேமிப்பு ₹20,000 ஆகும்

11. ஒரு நபர் 10 வருடங்களில் ₹16,500 ஐ சேமிக்கிறார். ஒவ்வொரு வருடமும் அவர் சேமிக்கும் தொகையானது அதற்கு முந்தைய வருடம் சேமிக்கும் தொகையைவிட ₹100 அதிகம். அவர் முதல் வருடம் எவ்வளவு சேமித்திருப்பார்?

தீர்வு:

$$S_n = ₹16,500 \quad d = ₹100, \quad n = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow \frac{10}{2} [2a + 9(100)] = 16500$$

$$\Rightarrow 2a + 900 = \frac{16500}{5}$$

$$\Rightarrow 2a = 2400$$

$$\therefore a = 1200$$

\therefore அவர் முதல் ஆண்டு சேமித்த பணம் ரூ.1200

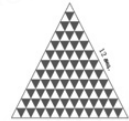
12. சிறிய தரையோடுகளைக் கொண்டு 12 அடி பக்க அளவுள்ள சமபக்க முக்கோண தரையோடுகள் (Mosaic) அமைக்கப்படுகிறது. அவற்றில் உள்ள ஒவ்வொரு தரையோடும் 12 அங்குல அளவிலான சமபக்க முக்கோண வடிவில் உள்ளது. சிறிய தரையோடுகளின் வண்ணங்கள் படத்தில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது போல மாறி மாறி உள்ளன. ஒவ்வொரு வண்ணத்திலும் உள்ள தரையோடுகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட அமைப்பில் உள்ள மொத்த தரையோடுகளின் எண்ணிக்கை காண்க.

தீர்வு:

தரையோடுகள் ஆனது 12 அடி பக்க அளவுள்ள சமபக்க முக்கோணமாகவும் மற்றும் ஒவ்வொரு சிறிய தரையோடும் 12 அங்குல (1 அடி) பக்க அளவுள்ள சமபக்க முக்கோணமாகவும் இருப்பதால் இந்த அமைப்பில் 12 வரிசைகளில் சிறிய தரையோடுகள் அடுக்கப் பட்டிருக்கின்றன.

படத்திலிருந்து ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள வெள்ளை நிற தரையோடுகளின் எண்ணிக்கை 1, 2, 3, 4,, 12 என்பது ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை என அறியலாம்.

இதுபோல ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள நீல நிற தரையோடுகளின் எண்ணிக்கை 0, 1, 2, 3,, 11 என்பது ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையாகும்.



நீல நிற தரையோடுகளின் எண்ணிக்கை

$$= 1 + 2 + 3 + \dots + 12$$

$$= \frac{12}{2} (1 + 12) = 78$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

நீல நிற தரையோடுகளின் எண்ணிக்கை

$$= 0+1 + 2 + 3 + \dots + 11$$

$$= \frac{12}{2} (0 + 11) = 66$$

மொத்த தரையோடுகளின் எண்ணிக்கை = 78 + 66 = 144

13. $S_1, S_2, S_3, \dots, S_m$ என்பன m வெவ்வேறு கூட்டுத் தொடர்வரிசைகளின் n உறுப்புகளின் கூடுதலாகும். முதல் உறுப்புகள் 1, 2, 3, m மற்றும் பொது வித்தியாசங்கள் 1, 3, 5 $(2m-1)$ முறையே அமைந்தால், அந்த கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் $S_1 + S_2 + S_3, \dots, S_m = \frac{1}{2} mn(mn+1)$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு:

$$S_1 = \frac{n}{2} [2(1) + (n-1)1] \quad \therefore S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_2 = \frac{n}{2} [2(2) + (n-1)3]$$

$$S_3 = \frac{n}{2} [2(3) + (n-1)5]$$

$$S_m = \frac{n}{2} [2(m) + (n-1)(2m-1)]$$

$$S_1 + S_2 + S_3, \dots, S_m = \frac{n}{2} [2(1+2+3+\dots+m) + (n-1)(1+3+5+\dots+(2m-1))]$$

$$= \frac{n}{2} [2 \frac{m(m+1)}{2} + (n-1)m^2]$$

$$= \frac{n}{2} [m^2 + m + m^2n - m^2] \Rightarrow \frac{n}{2} [m^2n + m]$$

$$= \frac{1}{2} mn [mn + 1]. \quad \therefore \text{நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

14. a, b, c என்பன ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமையும் எனில் $3^a, 3^b, 3^c$ ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் அமையும் எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

a, b, c என்பன ஓர் கூட்டுத் தொடர்வரிசை எனில்,

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2$$

$$b - a = c - b$$

$$2b = a + c$$

..... (1)

$3^a, 3^b, 3^c$ என்பன ஓர் பெருக்குத் தொடர்வரிசை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

மேலும் a, b, c என்பன ஓர் பெருக்குத் தொடர்வரிசை எனில்,

$$- = \frac{t_3}{t_2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{c}{b}$$

$$b^2 = ac$$

$$(3^b)^2 = 3^a \cdot 3^c$$

$$\Rightarrow 3^{2b} = 3^{a+c}$$

$\therefore 3^a, 3^b, 3^c$ ஒரு பெருக்குத்தொடர் வரிசையில் அமையும்.

15. சிவமணி ஒரு பணிக்கான நேர்காணலில் பங்கேற்கிறார். அந்நிறுவனம் அவருக்கு இரண்டு விதமான வாய்ப்புகளை வழங்குகிறது.

வாய்ப்பு A: முதல் மாத ஊதியம் ₹20,000 மற்றும் நிச்சயமான 6% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 ஆண்டுகளுக்கு

வாய்ப்பு B: முதல் மாத ஊதியம் ₹22,000 மற்றும் நிச்சயமான 3% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 ஆண்டுகளுக்கு

A மற்றும் B ஆகிய இரு வாய்ப்புகளிலும் அவருடைய 4-வது வருட ஊதியம் எவ்வளவு?

தீர்வு:

வாய்ப்பு A: $P = ₹20,000$ $r = 6\%$

$n = 3$ (4ஆம் ஆண்டு)

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3 \Rightarrow 20,000 \left(1 + \frac{6}{100} \right)^3$$

$$= 20,000 \left(\frac{106}{100} \right)^3 \Rightarrow 20,000 (1.06)^3$$

$$= ₹23,820$$

வாய்ப்பு B: $P = ₹ 22,000$ $r = 3\%$
 $n = 3$ (4th Year)

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3$$

$$= 22,000 \left(1 + \frac{3}{100} \right)^3 \Rightarrow 22,000 \left(\frac{103}{100} \right)^3$$

$$= 22,000 (1.03)^3$$

$$= ₹24,040$$

16. a, b, c என்பன ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ள மூன்று அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் மற்றும் x, y, z என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் மூன்று அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் எனில் $x^{b-c} \times y^{c-a} \times z^{a-b} = 1$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

a, b, c என்பன அடுத்தடுத்து வரும் ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை

$$a = a, b = a + d, c = a + 2d$$

மேலும் x, y, z என்பன அடுத்தடுத்து வரும் ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசை

$$x = a, y = ar, z = ar^2$$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= x^{b-c} \times y^{c-a} \times z^{a-b} \\ &= a^{a+d-a-2d} \times (ar)^{a+2d-a} \times (ar^2)^{a-a-d} \\ &= a^{-d} \times a^{2d} r^{2d} \times a^{-d} r^{-2d} \\ &= a^{-2d} \times a^{2d} \times r^{2d} \times r^{-2d} \\ &= a^{-2d+2d} \times r^{2d-2d} \\ &= a^0 \times r^0 = 1 \times 1 = 1 \end{aligned}$$

17. $S_n = (x + y) + (x^2 + xy + y^2) + (x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) + \dots + n$

உறுப்புகள் வரை எனில் $(x-y) S_n = \left[\frac{x^2(x^n - 1)}{x-1} - \frac{y^2(y^n - 1)}{y-1} \right]$
 என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$S_n = (x+y) + (x^2+xy+y^2) + (x^3+x^2y+xy^2+y^3) + \dots + n$$

$$\Rightarrow (x-y) S_n = (x-y)(x+y) + (x-y)(x^2+xy+y^2) + (x-y)(x^3+x^2y+xy^2+y^3) + \dots n \text{ உறுப்புகள்}$$

$$\Rightarrow (x-y) S_n = (x^2-y^2) + (x^3+y^3) + (x^4-y^4) + \dots n \text{ உறுப்புகள்}$$

$$= (x^2+x^3+x^4+\dots n \text{ உறுப்புகள்}) - (y^2+y^3+y^4+\dots n \text{ உறுப்புகள்})$$

$$\text{இங்கு } a = x^2, r = x \quad \text{இங்கு } a = y^2, r = y$$

$$\Rightarrow (x-y) S_n = \frac{x^2(x^n-1)}{x-1} - \frac{y^2(y^n-1)}{y-1} \quad \therefore S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

நிரூபிக்கப்பட்டது.

18. ஒரு தெருவிலுள்ள வீடுகளுக்கு 1 முதல் 49 வரை தொடர்ச்சியாகக் கதவிலக்கம் வழங்கப்பட்டுள்ளது. செந்திலின் வீட்டிற்கு முன்னதாக உள்ள வீடுகளின் கதவிலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகையானது செந்திலின் வீட்டிற்குப் பின்னதாக உள்ள வீடுகளின் கதவிலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமம் எனில் செந்திலின் வீட்டுக் கதவிலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

செந்தில் வீட்டின் கதவு எண் = x என்க.

$$1 + 2 + 3 + \dots + (x-1) = (x+1) + (x+2) + \dots + 49$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + (x-1) = [1 + 2 + 3 + \dots + 49] - [1 + 2 + 3 + \dots + x]$$

$$\frac{(x-1)}{2} [1 + (x-1)] = \frac{49}{2} [1 + 49] - \frac{x}{2} [1+x]$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} [a+l]$$

$$\frac{x(x-1)}{2} = \frac{49(50)}{2} - \frac{x(x+1)}{2}$$

$$x^2 - x = 2450 - x^2 - x$$

$$2x^2 = 2450$$

$$x^2 = 1225$$

$$x = 35$$

\therefore செந்தில் வீட்டின் கதவு எண் = 35

19. $3 + 6 + 12 + \dots + 1536$ என்ற பெருக்குத் தொடரின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

$$3 + 6 + 12 + \dots + 1536$$

$$a = 3, r = 2, t_n = 1536$$

$$ar^{n-1} = 1536$$

$$3(2)^{n-1} = 1536$$

$$3(2)^{n-1} = 3(2)^9$$

$$2^{n-1} = 2^9$$

$$n = 10$$

$$\therefore S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_{10} = \frac{3(2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$= 3(1023)$$

$$= 3069$$

20. ஒருவர் தான் பெற்ற ₹65,000 கடனை திருப்பிச் செலுத்த முதல் மாதம் ₹400 செலுத்துகிறார். அதன் பிறகு ஒவ்வொரு மாதமும் முந்தைய மாதம் செலுத்தியதை விட ₹300 கூடுதலாகச் செலுத்துகிறார். அவர் இந்தக் கடனை அடைக்க எவ்வளவு காலம் தேவைப்படும்?

தீர்வு:

$$400 + 700 + 1000 + \dots n \text{ மாதங்கள்} = ₹65,000$$

$$a = 400, d = 300, S_n = 65,000$$

$$\frac{n}{2} [2a + (n-1)d] = 65,000$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} [800 + (n-1)300] = 65,000$$

$$\Rightarrow n[400 + (n-1)150] = 65,000$$

$$\Rightarrow n[150n + 250] = 65,000$$

$$\Rightarrow n[3n + 5] = 1,300$$

$$\Rightarrow 3n^2 + 5n - 1300 = 0$$

$$\Rightarrow n = 20, -\frac{65}{3} \quad \therefore n = 20$$

21. ஒரு நபர் ஒரு நிறுவனத்தில் துணை மேலாளராகப் பணியில் சேர்கிறார். அவருக்கு அந்நிறுவனம் முதல் மாத ஊதியமாக ₹60,000 வழங்குகிறது மற்றும் ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5% வழங்குவதாக ஒப்புக்கொள்கிறது. 5 வருட முடிவில் அவருடைய மாத ஊதியம் எவ்வளவு?

தீர்வு:

$$\text{முதல் மாத ஊதியம்} = ₹60,000$$

$$\text{ஆண்டு ஊதிய உயர்வு} = 5\%$$

$$1 \text{ ஆண்டு முடிவில் ஊதிய உயர்வு} = 60,000 \times \frac{5}{100} = 3000$$

$$A = P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n = 60,000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^n = 60,000 \left(\frac{105}{100}\right)^5$$

$$= 60,000 \times (1.05)^5 \approx ₹76,600$$

22. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 27 மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் 288 எனில், அந்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் $a-d$, a , $a+d$ என்க.

மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல்

$$a-d + a + a+d = 27$$

$$3a = 27$$

$$a = \frac{27}{3}$$

$$a = 9$$

மூன்று உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன்

$$(a-d)(a)(a+d) = 288$$

$$a(a^2 - d^2) = 288$$

$$9(9^2 - d^2) = 288$$

$$81 - d^2 = \frac{288}{9}$$

$$81 - d^2 = 32$$

$$49 = d^2 \therefore d = \pm 7$$

\therefore கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைந்த மூன்று உறுப்புகள் = 2, 9, 16 (அ) 16, 9, 2

சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

5 மதிப்பெண்கள்

1. ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் 9 வது உறுப்பு 32805 மற்றும் 6 வது உறுப்பு 1215 எனில் 12 வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$t_9 = 32805, t_6 = 1215, t_{12} = ?$$

$$t_n = ar^{n-1}$$

$$t_9 = ar^8 = 32805 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$t_6 = ar^5 = 1215 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \div (2) \quad \frac{ar^8}{ar^5} = \frac{32805}{1215}$$

$$r^3 = 27, r = 3$$

r-ன் மதிப்பை (2) ல் பிரதியிட,

$$ar^5 = 1215$$

$$a(3)^5 = 1215$$

$$a \times 243 = 1215, \quad a = \frac{1215}{243}$$

$$a = 5$$

$$a = 5, r = 3, n = 12$$

$$t_n = ar^{n-1}$$

$$t_{12} = 5(3)^{12-1}$$

$$t_{12} = 5(3)^{11}$$

$$\therefore 12 \text{ வது உறுப்பு} = 5 \times 3^{11}$$

2. 9 ஆல் வகுபடும் அனைத்து மூன்றிலக்க இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

9 ஆல் வகுபடும் மூன்றிலக்க இயல் எண்கள்

108, 117, 126 999 ஆகும்

அவற்றின் கூடுதல் $108 + 117 + 126 + \dots + 999$

இங்கு $a = 108, d = 9, l = 999$

$$n = \frac{l - a}{d} + 1$$

$$= \frac{999 - 108}{9} + 1$$

$$= \frac{891}{9} + 1$$

$$= 99 + 1$$

$$n = 100$$

$$S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$S_{100} = \frac{100}{2} [108 + 999]$$

$$= 50 \times 1107$$

$$S_{100} = 55350$$

$$S_{100} = 55350$$

3. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் p உறுப்புகளின் கூடுதல் $ap^2 + bp$ எனில் அதன் பொது வித்தியாசத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

$$S_p = ap^2 + bp$$

$$S_{(p-1)} = a(p-1)^2 + b(p-1)$$

$$t_p = S_p - S_{(p-1)}$$

$$= ap^2 + bp - [a(p-1)^2 + b(p-1)]$$

$$= ap^2 + bp - [a(p^2 + 1 - 2p) + b(p-1)]$$

$$= ap^2 + bp - [ap^2 + a - 2ap + bp - b]$$

$$= ap^2 + bp - ap^2 - a + 2ap - bp + b$$

$$t_p = 2ap + b - a$$

$$\begin{aligned}
 t_1 &= 2a + b - a \\
 &= a + b \\
 t_2 &= 4a + b - a = 3a + b \\
 d &= t_2 - t_1 \\
 &= (3a + b) - (a + b) \\
 &= 3a + b - a - b = 2a
 \end{aligned}$$

4. ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் "m" ஆவது உறுப்பு "n" எனவும், "n" ஆவது உறுப்பு "m" எனவும் கொண்டால் "p" ஆவது உறுப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$t_m = a + (m-1)d = n \quad \dots\dots (1)$$

$$t_n = a + (n-1)d = m \quad \dots\dots (2) \text{ என்க.}$$

சமன்பாடு (1), (2) ல் இருந்து

$$(m-n)d = n-m$$

$$d = -1$$

$$\text{மேலும் } a = m+n-1 \quad \quad \quad = m+n-1-p+1$$

$$t_p = a + (p-1)d \quad \quad \quad t_p = m+n-p$$

$$= m+n-1+(p-1)(-1) \quad \therefore p \text{ ஆவது உறுப்பு } m+n-p$$

5. 3 க்கும் 24 க்கும் இடையே ஆறு எண்களை உருவாகும் தொடர், கூட்டுத்தொடராக அமையும் வகையில் எழுதுக.

தீர்வு:

A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 மற்றும் A_6 என்பன 3 க்கும் 24 க்கும் இடையில் அமைந்த ஆறு எண்கள் எனவும். 3, $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$, மற்றும் 24 ஆகியன ஒரு கூட்டுத்தொடரை அமைக்கும் எனவும் கொள்க.

இங்கு $a = 3, t = 24, n = 8$

$$\therefore t_n = a + (n-1)d$$

$$24 = 3 + 7d$$

$$7d = 21$$

$$d = 3$$

$$A_1 = a + d = 3 + 3 = 6$$

$$A_2 = a + 2d = 9$$

$$A_3 = a + 3d = 12$$

$$A_4 = a + 4d = 15$$

$$A_5 = a + 5d = 18$$

$$A_6 = a + 6d = 21$$

3 க்கும் 24 க்கும் இடையே அமையும் ஆறு எண்கள் 6, 9, 12, 15, 18, 21.

6. S_1, S_2 மற்றும் S_3 என்பன முதல் "n" இயல் எண்கள், அவற்றின் வாக்கங்கள் மற்றும் அவற்றின் கணங்கள் ஆகியவற்றின் கூடுதல் எனில் $9S_2^2 = S_3(1+8S_1)$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$S_1 = \text{முதல் "n" இயல் எண்களின் கூடுதல்} = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_2 = \text{முதல் "n" இயல் எண்களின் வாக்கங்களின் கூடுதல்} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$S_3 = \text{முதல் "n" இயல் எண்களின் கணங்களின் கூடுதல்} = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

நிரூபிக்க: $9S_2^2 = S_3(1+8S_1)$

$$\text{Now } S_2^2 = \frac{n^2(n+1)^2(2n+1)^2}{36}$$

$$\text{L.H.S} = 9S_2^2 = \frac{9n^2(n+1)^2(2n+1)^2}{36}$$

$$= \frac{1}{4} n^2(n+1)^2(2n+1)^2$$

$$1+8S_1 = 1 + \frac{8n(n+1)}{2} = 1+4n(n+1)$$

$$\text{R.H.S} = S_3(1+8S_1) = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 [1+4n^2+4n]$$

$$= \frac{1}{4} n^2(n+1)^2(2n+1)^2$$

$$\text{L.H.S} = \text{R.H.S சரிபார்க்கப்பட்டது.}$$

7. ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $nP + \frac{1}{2}n(n-1)Q$. இங்கு P, Q மாறிலிகள் எனில் பொது வித்தியாசத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ என்பன ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசை எனில்

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n = np + \frac{1}{2}n(n-1)Q$$

$$\therefore S_1 = a_1 = P$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = 2P+Q$$

$$a_2 = S_2 - S_1 = 2P+Q-P$$

$$a_2 = P+Q$$

பொது வித்தியாசம்

$$d = a_2 - a_1 = P+Q-P = Q$$

∴ பொது வித்தியாசம் = Q

8. இரு கூட்டுத் தொடர் வரிசைகளின் "n" உறுப்புகள் வரை கூடுதல் $(3n+8) : (7n+15)$ என்ற விகிதத்தில் உள்ளன எனில் அக்கூட்டுத்தொடர் வரிசைகளின் 12 ஆவது உறுப்புகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு:

முதல் மற்றும் இரண்டாம் கூட்டுத்தொடர் வரிசைகளின் முதல் உறுப்புகள் a_1, a_2 எனவும் அவற்றின் பொது வித்தியாசங்கள் d_1, d_2 எனவும் கொள்க.

முதல் கூட்டுத்தொடரின் n உறுப்புகள் வரை கூடுதல்

இரண்டாம் கூட்டுத்தொடரின் n உறுப்புகள் வரை கூடுதல்

$$\begin{aligned} &= \frac{3n+8}{7n+15} \\ \frac{\frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d_1]}{\frac{n}{2}[2a_2 + (n-1)d_2]} &= \frac{3n+8}{7n+15} \\ \frac{2a_1 + (n-1)d_1}{2a_2 + (n-1)d_2} &= \frac{3n+8}{7n+15} \end{aligned}$$

முதல் கூட்டுத்தொடரின் 12ஆவது உறுப்பு

இரண்டாம் கூட்டுத்தொடரின் 12ஆவது உறுப்பு

$$\begin{aligned} &= \frac{a_1 + 11d_1}{a_2 + 11d_2} \\ \frac{2a_1 + 22d_1}{2a_2 + 22d_2} &= \frac{3(23)+8}{7(23)+15} = \frac{77}{176} \quad [n = 23 \text{ என } (1) \text{ ல் பிரதியிட}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{a_1 + 11d_1}{a_2 + 11d_2} &= \frac{\text{முதல் கூட்டுத்தொடரின் 12ஆவது உறுப்பு}}{\text{இரண்டாம் கூட்டுத்தொடரின் 12ஆவது உறுப்பு}} \\ &= \frac{7}{16} \quad \text{தேவையான விகிதம் } 7 : 16 \end{aligned}$$

9. $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4} \dots$ என்ற பெருக்குத் தொடரின் எத்தனை உறுப்புகளை கூட்டினால் கூடுதல் $\frac{3069}{512}$ என கிடைக்கும்?

தீர்வு:

தேவையான உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை = n எனக் கொள்க.

$$a = 3, r = \frac{1}{2}, S_n = \frac{3069}{512}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$\frac{3069}{512 \times 6} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

$$\frac{3069}{512} = \frac{3 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{3069}{3072} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

$$\frac{1}{2^n} = 1 - \frac{3069}{3072}$$

$$\frac{3069}{512} = \frac{3 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]}{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2^n} = \frac{3}{3072}$$

$$\frac{1}{2^n} = \frac{1}{1024}$$

$$\frac{3069}{512} = 6 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]$$

$$\frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^{10}}$$

$$n = 10$$

10. ஒரு நபருக்கு 2 பெற்றோர்கள், 4 பெற்றோரின் பெற்றோர்கள் 8 பெற்றோரின் பெற்றோருடைய பெற்றோர்கள் இருப்பதாக கொள்வோமானால் அவருக்கு முந்தைய 10 ஆம் தலைமுறையில் உள்ள மூதாதையர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு $a = 2, r = 2, n = 10$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow S_{10} = \frac{2(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 2046$$

\therefore தேவையான மூதாதையர்களின் எண்ணிக்கை 2046.

11. $3, 3^2, 3^3 \dots$ என்ற பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால், கூடுதல் 120 என கிடைக்கும்?

தீர்வு:

இங்கு $a = 3, r = 3, S_n = 120$

$$\therefore S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow 120 = \frac{3(3^n - 1)}{2}$$

$$3^n - 1 = 80$$

$$3^n = 81$$

$$3^n = 3^4$$

$$n = 4$$

பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. S_1 , S_2 , மற்றும் S_3 என்பன முறையே ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல் n , $2n$ மற்றும் $3n$ உறுப்புகளின் கூடுதல் ஆகும். $S_3 = 3(S_2 - S_1)$ என நிறுவுக.
2. ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் 4-வது உறுப்பு $\frac{8}{9}$ மற்றும் 7-வது உறுப்பு $\frac{64}{243}$ எனில், அந்தப் பெருக்குத் தொடர்வரிசையைக் காண்க.
3. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 104-வது உறுப்பு மற்றும் 4-வது உறுப்புகள் முறையே 125 மற்றும் 0. அத்தொடர்வரிசையின் முதல் 35 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.
4. 602-க்கும் 902-க்கும் இடையே 4 ஆல் வகுபடாத இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.
5. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் l , m மற்றும் n ஆவது உறுப்புகள் முறையே x , y மற்றும் z எனில், பின்வருவனவற்றை நிரூபிக்க.
 - (i) $x(m - n) + y(n - l) + z(l - m) = 0$
 - (ii) $(x - y)n + (y - z)l + (z - x)m = 0$
6. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அடுத்தடுத்த நான்கு உறுப்புகளின் கூடுதல் 28 மற்றும் அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 276. அந்த நான்கு எண்களைக் காண்க.
7. $(2^3 - 1^3) + (4^3 - 3^3) + (6^3 - 5^3) + \dots$ என்ற தொடர்வரிசையின்
 - (i) n உறுப்புகள் வரை
 - (ii) 8 உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.

சிறந்தனை வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

- ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் $(p + 1)$ ஆவது உறுப்பானது $(q + 1)$ ஆவது உறுப்பின் இரு மடங்கு எனில் $(3p + 1)$ ஆவது $(p + q + 1)$ ஆவது உறுப்பின் இரு மடங்காகும் என நிரூபிக்க.
- $1 + 6 + 11 + 16 + \dots + = 148$ எனில் x ன் மதிப்பு காண்க.
- ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் 5 உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் 32 மேலும் கடைசி 2 உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் 108. எனில் அந்த பெருக்குத் தொடரின் 5 உறுப்புகளைக் காண்க.
- ஒரு பெருக்குத்தொடரின் முதல் மற்றும் இறுதியில் இருந்து சமதொலைவில் அமையும் ஏதேனும் இரு உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் முதல் மற்றும் கடைசி உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனுக்கு எப்பொழுதும் சமமாக இருக்கம் என நிறுவுக.
- $\sqrt[3]{25}\sqrt[3]{25}\sqrt[3]{25} \dots$ இன் மதிப்பு காண்க.
- $1, 2, 3, \dots, p$ ஆகியவற்றை முதல் உறுப்பாகவும்,
 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{(p+1)}$ ஆகியவற்றை பொது வித்தியாசமாகவும்,
 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_p$ ஆகியவற்றை முறையே முடிவிலா பெருக்குத் தொடர்களின் கூடுதல்களாக கொள்வோமானால்
 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_p = \frac{p(p+3)}{2}$ என நிறுவுக.
- ஒரு கூட்டுத் தொடரின் முதல் 7 உறுப்புகள் வரை கூடுதல் 49 எனவும் 17 உறுப்புகள் வரை கூடுதல் 289 எனவும் இருந்தால் முதல் n உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.
- n ஒரு மிகை முழு எண் எனில், $n, n+2, n+4$ ஆகியவற்றில் ஏதேனும் ஒன்று மட்டுமே 3 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

அலகு

3

இயற்கணிதம்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

1. மூன்று மாறிகளில் அமைந்த மூன்று நேரிய சமன்பாடுகளின் தொகுப்பிற்கு தீர்வுகள் இல்லையெனில், அத்தொகுப்பில் உள்ள தளங்கள்

- 1) ஒரே ஒரு புள்ளியில் வெட்டுகின்றன
- 2) ஒரே ஒரு கோட்டில் வெட்டுகின்றன
- 3) ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்தும்
- 4) ஒன்றையொன்று வெட்டாது

விடை: 4)

2. $x+y-3z=-6$, $-7y+7z=7$, $3z=9$ என்ற தொகுப்பின் தீர்வு

- 1) $x=1$, $y=2$, $z=3$
- 2) $x=-1$, $y=2$, $z=3$
- 3) $x=-1$, $y=-2$, $z=3$
- 4) $x=1$, $y=-2$, $z=3$

விடை: 1)

3. $x^2-2x-24$ மற்றும் x^2-kx-6 -யின் மீ.பொ.வ. $(x-6)$ எனில் k -யின் மதிப்பு

- 1) 3
- 2) 5
- 3) 6
- 4) 8

விடை: 2)

4. $\frac{3y-3}{y} \div \frac{7y-7}{3y^2}$ என்பது

- 1) $\frac{9y}{7}$
- 2) $\frac{9y^3}{(21y-21)}$
- 3) $\frac{21y^2-42y+21}{3y^3}$
- 4) $\frac{7(y^2-2y+1)}{y^2}$

விடை: 1)

5. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது $y^2 + \frac{1}{y^2}$ -க்கு சமம் இல்லை

- 1) $\frac{y^4+1}{y^2}$
- 2) $\left[y + \frac{1}{y}\right]^2$
- 3) $\left[y - \frac{1}{y}\right]^2 + 2$
- 4) $\left[y + \frac{1}{y}\right]^2 + 2$

விடை: 2)

6. $\frac{x}{x^2 - 25} - \frac{8}{x^2 + 6x + 5}$ -யின் சுருங்கிய வடிவம்

1) $\frac{x^2 - 7x + 40}{(x-5)(x+5)}$

2) $\frac{x^2 + 7x + 40}{(x-5)(x+5)(x+1)}$

3) $\frac{x^2 - 7x + 40}{(x^2 - 25)(x+1)}$

4) $\frac{x^2 + 10}{(x^2 - 25)(x+1)}$ விடை: 3)

7. $\frac{256x^8 y^4 z^{10}}{25x^6 y^6 z^6}$ -யின் வர்க்கமூலம்

1) $\frac{16}{5} \left| \frac{x^2 z^4}{y^2} \right|$

2) $16 \left| \frac{y^2}{x^2 z^4} \right|$

3) $\frac{16}{5} \left| \frac{y}{xz^2} \right|$

4) $\frac{16}{5} \left| \frac{xz^2}{y} \right|$

விடை: 4)

8. $x^2 + 64$ முழு வர்க்கமாக மாற்ற அதனுடன் பின்வருவனவற்றுள் எதைக் கூட்ட வேண்டும்?

1) $4x^2$

2) $16x^2$

3) $8x^2$

4) $-8x^2$

விடை: 2)

9. $(2x - 1)^2 = 9$ -யின் தீர்வு

1) -1

2) 2

3) -1, 2

4) இதில் எதுவும் இல்லை

விடை: 3)

10. $4x^4 - 24x^3 + 76x^2 + ax + b$ ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் a மற்றும் b-யின் மதிப்பு

1) 100, 120

2) 10, 12

3) -120, 100

4) 12, 10

விடை: 3)

11. $q^2x^2 + p^2x + r^2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் வர்க்கங்கள், $qx^2 + px + r = 0$, என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் q, p, r என்பன.

1) ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன

2) ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன.

3) கூட்டுத் தொடர்வரிசை மற்றும் பெருக்குத் தொடர்வரிசை இரண்டிலும் உள்ளன.

4) இதில் எதுவும் இல்லை

விடை: 2)

12. ஒரு நேரிய சமன்பாட்டின் வரைபடம் ஒரு _____ ஆகும்.

- 1) நேர்க்கோடு 2) வட்டம்
3) பரவளையம் 4) அதிபரவளையம் விடை: 1)

13. $x^2 + 4x + 4$ என்ற இருபடி பல்லுறுப்புக் கோவை X அச்சோடு வெட்டும் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை

- 1) 0 2) 1
3) 0 அல்லது 1 4) 2 விடை: 2)

14. கொடுக்கப்பட்ட அணி $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 9 & 11 & 13 & 15 \end{bmatrix}$ -க்கான

நிரை நிரல் மாற்று அணியின் வரிசை

- 1) 2×3 2) 3×2
3) 3×4 4) 4×3 விடை: 3)

15. A என்ற அணியின் வரிசை 2×3 , B என்ற அணியின் வரிசை 3×4 எனில், AB என்ற அணியின் நிரல்களின் எண்ணிக்கை

- 1) 3 2) 4
3) 2 4) 5 விடை: 2)

16. நிரல்கள் மற்றும் நிரைகள் சம எண்ணிக்கையில் இல்லாத அணி

- 1) மூலைவிட்ட அணி 2) செவ்வக அணி
3) சதுர அணி 4) அலகு அணி விடை: 2)

17. ஒரு நிரல் அணியின், நிரை நிரல் மாற்று அணி

- 1) அலகு அணி 2) மூலைவிட்ட அணி
3) நிரல் அணி 4) நிரை அணி விடை: 4)

18. $2X + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 5 \end{pmatrix}$ எனில், X என்ற அணியைக் காண்க

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ விடை: 2)

19. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ மற்றும் $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ ஆகிய அணிகளைக்

கொண்டு எவ்வகை அணிகளைக் கணக்கிட முடியும்?

- (i) A^2 (ii) B^2 (iii) AB (iv) BA
 1) (i), (ii) மட்டும் 2) (ii), (iii) மட்டும்
 3) (ii), (iv) மட்டும் 4) அனைத்தும் விடை: 3)

20. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ எனில்

பின்வருவனவற்றுள் எவை சரி?

- (i) $AB+C = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$ (ii) $BC = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \\ -4 & 10 \end{pmatrix}$
 (iii) $BA + C = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ (iv) $(AB)C = \begin{pmatrix} -8 & 20 \\ -8 & 13 \end{pmatrix}$
 1) (i) மற்றும் (ii) மட்டும் 2) (ii) மற்றும் (iii) மட்டும்
 3) (iii) மற்றும் (iv) மட்டும் 4) அனைத்தும் விடை: 1)

சிந்தனை வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

1. $x^3 - a^3$ மற்றும் $(x-a)^2$ இன் மீ.சி.ம
 1) $(x^3 - a^3)(x+a)$ 2) $(x^3 - a^3)(x-a)^2$
 3) $(x-a)^2(x^2 + ax + a^2)$ 4) $(x+a)^2(x^2 + ax + a^2)$
 விடை: 3)
2. $\frac{x^3 + 8}{x^2 - 2x - 8}$ என்ற விகிதமுறு கோவையின் விலக்கப்பட்ட மதிப்பு
 1) 8 2) 2
 3) 4 4) 1 விடை: 3)
3. $6x^2y, 9x^2yz, 12x^2y^2z$ ஆகியவற்றின் மீ.பொ.ம
 1) $36xy^2z^2$ 2) $36x^2y^2z$
 3) $36x^2y^2z^2$ 4) $3x^2y$ விடை: 2)
4. a மற்றும் b என்பன இரு மிகை முழுக்கள். இங்கு $a > 0$, b என்பது a -ன் ஒரு காரணி எனில் a மற்றும் b ஆகியவற்றின் மீ.பொ.ம
 1) b 2) a
 3) $3ab$ 4) $\frac{a}{b}$ விடை: 1)

5. ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையானது முழுவார்க்கம் எனில் அதன் காரணிகள் _____ எண்ணிக்கையில் இடம்பெறும்.

- 1) ஒற்றைப்படை
- 2) பூச்சியம்
- 3) இரட்டைப்படை
- 4) மேற்கூறியவற்றில் எதுவும் இல்லை

விடை: 1)

6. $x^2 - 25 = 0$ -ன் தீர்வானது

- 1) மெய்யெண் தீர்வுகள் இல்லை
- 2) சமமான மெய்யெண் தீர்வுகள்
- 3) சமமற்ற மெய்யெண் தீர்வுகள்
- 4) கற்பனைத்தீர்வுகள்

விடை: 3)

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$ எனும் கொடுக்கப்பட்ட அணிக்கு $(A^T)^T$

என்ற அணியின் வரிசை

- 1) 2×3
- 2) 3×2
- 3) 3×4
- 4) 4×3

விடை: 1)

8. கீழ்காண்பனவற்றுள் எது சரியல்ல?

- 1) ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் “ஒன்று” எனில் அந்த இருபடிச் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் மற்றதன் தலைக்கு ஆகும்.
- 2) $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ எனவும் $m = 1$ எனவும் கொண்டால் “A” என்பது நிரை அணி என அழைக்கப்படும்.
- 3) ஒரு சதுர அணி “A” யினை அதே வரிசையுடைய அலகு அணியினால் பெருக்குவது என்பது அணி “A” ல் எந்த ஒரு மாற்றத்தையும் ஏற்படுத்தாது.
- 4) அணிப்பெருக்கலானது எப்பொழுதும் பரிமாற்று விதிக்கு உட்படும்.

விடை: 4)

9. $x+2y = 5$ மற்றும் $3x+12y = 10$ என்ற ஒரு ஜோடி நேரிய சமன்பாடுகள்

- 1) ஒரே ஒரு தீர்வினைப் பெற்றிருக்கும்.
- 2) தீர்வினை பெற்றிருக்காது.
- 3) இரண்டிற்கும் மேற்பட்ட தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்
- 4) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.

விடை: 1)

10. $3^{x+y} = 81$ மற்றும் $81^{x-y} = 3$ என்ற ஒரு ஜோடி நேரிய சமன்பாடுகள்

- 1) தீர்வினை பெற்றிருக்காது.
- 2) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.
- 3) $x = 2\frac{1}{8}$ $y = 1\frac{7}{8}$ என்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.
- 4) மேற்கண்டவற்றில் எதுவும் தீர்வு இல்லை. **விடை: 3)**

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $x^3 - 27$, $(x - 3)^2$, $(x^2 - 9)$ ன் மீ.பொ.ம காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} x^3 - 27 &= x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + 3x + 3^2) = (x - 3)(x^2 + 3x + 9) \\ (x - 3)^2 &= (x - 3)^2 \\ (x^2 - 9) &= x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3) \\ \text{மீ.பொ.ம.} &= (x - 3)^2 (x + 3)(x^2 + 3x + 9) \end{aligned}$$

2. $p^2 - 3p + 2$, $p^2 - 4$ ன் மீ.பொ.ம காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} p^2 - 3p + 2 &= (p - 1)(p - 2) \\ p^2 - 4 &= p^2 - 2^2 = (p + 2)(p - 2) \\ \text{L.C.M} &= (p - 2)(p + 2)(p - 1) = (p^2 - 4)(p - 1) \end{aligned}$$

3. $(2x^2 - 3xy)^2$, $(4x - 6y)^3$, $(8x^3 - 27y^3)$ ன் மீ.பொ.ம காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} (2x^2 - 3xy)^2 &= [x(2x - 3y)]^2 = x^2 (2x - 3y)^2 \\ 8x^3 - 27y^3 &= (2x)^3 - (3y)^3 = (2x - 3y)[(2x)^2 + (3y)^2 + 2x(3y)] \\ &= (2x - 3y)(4x^2 + 9y^2 + 6xy) \\ (4x - 6y)^3 &= (2)^3 (2x - 3y)^3 = 8(2x - 3y)^3 \\ \text{L.C.M} &= 8x^2 (2x - 3y)^3 [4x^2 + 9y^2 + 6xy] \end{aligned}$$

4. கீழ்க்கண்ட கோவையின் வார்க்கமூலம் காண்க.

$$256(x - a)^8 (x - b)^4 (x - c)^{16} (x - d)^{20}$$

தீர்வு:

i) தேவையான வார்க்கமூலம்

$$\begin{aligned} &= \sqrt[4]{256(x - a)^8 (x - b)^4 (x - c)^{16} (x - d)^{20}} \\ &= 16 |(x - a)^4 (x - b)^2 (x - c)^8 (x - d)^{10}| \end{aligned}$$

5. கீழ்க்கண்ட கோவையின் வாக்கமுலம் காண்க. $\frac{144a^8b^{12}c^{16}}{81f^{12}g^4h^{14}}$

தீர்வு:

$$\text{தேவையான வாக்கமுலம்} = \sqrt{\frac{144a^8b^{12}c^{16}}{81f^{12}g^4h^{14}}} = \frac{12}{9} \left| \frac{a^4b^6c^8}{f^6g^2h^7} \right|$$

6. வாக்கமுலம் காண்க. $\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}(b-c)^4}$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{தேவையான வாக்கமுலம்} &= \sqrt{\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}(b-c)^4}} \\ &= \frac{11}{9} \left| \frac{(a+b)^4(x+y)^4(b-c)^4}{(b-c)^2(a-b)^6(b-c)^2} \right| \\ &= \frac{11}{9} \left| \frac{(a+b)^4(x+y)^4}{(a-b)^6} \right| \end{aligned}$$

7. கீழ்க்கண்ட கோவையின் வாக்கமுலம் காண்க. $4x^2 + 20x + 25$

தீர்வு:

$$\sqrt{4x^2 + 20x + 25} = \sqrt{(2x+5)^2} = |2x+5|$$

8. கீழ்க்கண்ட கோவையின் வாக்கமுலம் காண்க.

$$9x^2 - 24xy + 30xz - 40yz + 25z^2 + 16y^2$$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} &9x^2 - 24xy + 30xz - 40yz + 25z^2 + 16y^2 \\ &= (3x)^2 + (-4y)^2 + (5z)^2 + 2(3x)(-4y) + 2(-4y)(5z) + 2(5z)(3x) \\ &= [3x - 4y + 5z]^2 \therefore \sqrt{(3x - 4y + 5z)^2} = |3x - 4y + 5z| \end{aligned}$$

9. $16x^4 + 8x^2 + 1$ ன் வாக்கமுலம் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \sqrt{16x^4 + 8x^2 + 1} &= \sqrt{[4x^2]^2 + 8x^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{[4x^2 + 1]^2} \\ &= |4x^2 + 1| \end{aligned}$$

10. வர்க்கமூலம் காண்க. $16x^2 + 9y^2 - 24xy + 24x - 18y + 9$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} 16x^2 + 9y^2 - 24xy + 24x - 18y + 9 \\ = (4x)^2 + (-3y)^2 + 3^2 + 2(4x)(-3y) + 2(-3y)(3) + 2(3)(4x) \\ = (4x - 3y + 3)^2 \\ \therefore \sqrt{(4x - 3y + 3)^2} = |4x - 3y + 3| \end{aligned}$$

11. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. சமன்பாட்டைக் காண்க. - 9, 20.

தீர்வு:

தேவையான இருபடி சமன்பாடு

$$x^2 - [\alpha + \beta]x + \alpha\beta = 0$$

$$x^2 - [-9]x + 20 = 0 \Rightarrow x^2 + 9x + 20 = 0$$

12. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

$$\frac{5}{3}, 4$$

தீர்வு:

தேவையான இருபடி சமன்பாடு

$$x^2 - [\text{மூலங்களின் கூடுதல் பலன்}]x + \text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{3}x + 4 = 0$$

இருபுறமும் 3 ஆல் பெருக்க

$$3x^2 - 5x + 12 = 0$$

13. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

$$-, -1$$

தீர்வு:

தேவையான இருபடி சமன்பாடு

$$x^2 - [\alpha + \beta]x + \alpha\beta = 0$$

$$x^2 - \left[-\frac{3}{2}\right]x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$$

இருபுறமும் 2 ஆல் பெருக்க

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

14. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன்
கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
 $-(2-a)^2, (a+5)^2$

தீர்வு:

தேவையான இருபடி சமன்பாடு

$$x^2 - [\alpha + \beta]x + \alpha\beta = 0 \Rightarrow x^2 - [-(2-a)^2]x + (a+5)^2 = 0$$

$$x^2 + (2-a)^2x + (a+5)^2 = 0$$

15. கீழ்க்காணும் இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு மூலங்களின் கூடுதல்
மற்றும் பெருக்கற்பலன் காண்க. $x^2 + 3x - 28 = 0$

தீர்வு:

$$x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$a = 1, b = 3, c = -28$$

$$\text{மூலங்களின் கூடுதல் பலன்} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$$

$$\text{மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்} = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{28}{1} = -28$$

16. கீழ்க்காணும் இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு மூலங்களின் கூடுதல்
மற்றும் பெருக்கற்பலன் காண்க. $x^2 + 3x = 0$

தீர்வு:

$$x^2 + 3x = 0$$

$$a = 1, b = 3, c = 0$$

$$\text{மூலங்களின் கூடுதல் பலன்} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$$

$$\text{மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்} = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{0}{1} = 0$$

17. கீழ்க்காணும் இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு மூலங்களின் கூடுதல்
மற்றும் பெருக்கற்பலன் காண்க. $3 + \frac{1}{a} = \frac{10}{a^2}$

தீர்வு:

$$3 + \frac{1}{a} = \frac{10}{a^2} \Rightarrow \frac{3a+1}{a} = \frac{10}{a^2}$$

$$\Rightarrow 3a+1 = \frac{10}{a}$$

$$3a^2 + a = 10 \Rightarrow 3a^2 + a - 10 = 0$$

$$a = 3, b = 1, c = -10$$

$$\text{மூலங்களின் கூடுதல் பலன்} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்} = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{10}{3}$$

18. கீழ்க்காணும் இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் காண்க.

$$3y^2 - y - 4 = 0$$

தீர்வு:

$$3y^2 - y - 4 = 0$$

$$a = 3, b = -1, c = -4$$

$$\text{மூலங்களின் கூடுதல் பலன்} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$$

$$\text{மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்} = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{4}{3}$$

19. பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையைக் கூறுக. $15x^2 + 11x + 2 = 0$

தீர்வு:

$$15x^2 + 11x + 2 = 0$$

$$a = 15, b = 11, c = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 11^2 - 4 \times 15 \times 2 = 121 - 120 = 1 = (+) \text{ ve}$$

\therefore மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் அல்ல.

20. பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையைக் கூறுக. $x^2 - x - 1 = 0$

தீர்வு:

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$a = 1, b = -1, c = -1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(-1) = 1 + 4 = 5$$

\therefore மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் அல்ல.

21. கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில், k-யின் மதிப்பைக் காண்க. $(5k - 6)x^2 + 2kx + 1 = 0$

தீர்வு:

$$(5k - 6)x^2 + 2kx + 1 = 0$$

$$a = 5k - 6, b = 2k, c = 1$$

மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் என்பதால்

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(2k)^2 - 4(5k-6)1 = 0 \Rightarrow 4k^2 - 20k + 24 = 0 \div 4$$

$$k^2 - 5k + 6 = 0 \Rightarrow (k-2)(k-3) = 0$$

$$k = 2 \text{ (அ) } k = 3$$

22. காரணிப்படுத்தல் முறையில் தீர்க்க $2x^2 - 2\sqrt{6}x + 3 = 0$

தீர்வு:

$$2x^2 - 2\sqrt{6}x + 3 = 0 = 2x^2 - \sqrt{6}x - \sqrt{6}x + 3$$

$$(நடு உறுப்பைப் பிரிக்க)$$

$$= \sqrt{2}x(\sqrt{2}x - \sqrt{3}) - \sqrt{3}(\sqrt{2}x - \sqrt{3})$$

$$= (\sqrt{2}x - \sqrt{3})(\sqrt{2}x - \sqrt{3})$$

காரணிகளைப் பூச்சியத்திற்குச் சமன்படுத்த

$$(\sqrt{2}x - \sqrt{3})(\sqrt{2}x - \sqrt{3}) = 0$$

$$(\sqrt{2}x - \sqrt{3})^2 = 0$$

$$\sqrt{2}x - \sqrt{3} = 0$$

எனவே, $x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ என்பது தீர்வாகும்.

23. தீர்க்க : $x^4 - 13x^2 + 42 = 0$

தீர்வு:

$$x^4 - 13x^2 + 42 = 0$$

$$x^2 = y$$

$$y^2 - 13y + 42 = 0$$

$$y = 6 \text{ (or) } y = 7$$

$$x^2 = 6 \text{ (or) } x^2 = 7$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{6} \text{ (அ) } x = \pm \sqrt{7}$$

24. ஓர் எண் மற்றும் அதன் தலைகீழி ஆகியவற்றின் வித்தியாசம்

$\frac{24}{5}$ எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு:

தேவையான எண் x என்க.

$$\text{அதன் தலைகீழி} = \frac{1}{x}$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{24}{5} \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x} = \frac{24}{5}$$

$$5x^2 - 5 = 24x$$

$$5x^2 - 24x - 5 = 0$$

$$5x^2 - 25x + x - 5 = 0$$

$$x = 5, -\frac{1}{5}$$

25. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் முறையே $-\frac{3}{2}$, மற்றும் -1 எனக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{மூலங்களின் கூடுதல் பலன்} = \alpha + \beta = -\frac{3}{2}$$

$$\text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} \alpha\beta = -1$$

\therefore தேவையான இருபடி சமன்பாடு

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

$$x^2 - \left(-\frac{3}{2}\right)x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + \frac{3x}{2} - 1 = 0$$

இருபுறமும் "2" ஆல் பெருக்க

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

26. குமரனின் தற்போதைய வயதின் இருமடங்கோடு ஒன்றைக் கூட்டினால் கிடைப்பது, குமரனின் இரண்டாண்டுகளுக்கு முந்தைய வயதையும் அவரின் 4 ஆண்டுகளுக்குப் பிந்தைய வயதையும் பெருக்கக் கிடைப்பதற்குச் சமம் எனில், அவரின் தற்போதைய வயதைக் காண்க.

தீர்வு:

குமரனின் தற்போதைய வயது x ஆண்டுகள் என்க.

2 ஆண்டுகளுக்கு முன் வயது $= (x - 2)$ ஆண்டுகள்

2 ஆண்டுகளுக்கு பிந்தைய வயது $= (x + 4)$ ஆண்டுகள்

கொடுத்த தகவல்படி, $(x - 2)(x + 4) = 1 + 2x$

$$x^2 + 2x - 8 = 1 + 2x \text{ - லிருந்து, } (x - 3)(x + 3) = 0 \text{ - லிருந்து,}$$

$$x = \pm 3 \text{ வயது குறை எண்ணாக இருக்க முடியாது.}$$

எனவே, குமரனின் தற்போதைய வயது 3 ஆண்டுகள்.

27. $\frac{y}{y^2 - 25}$ என்ற கோவையின் விலக்கப்பட்ட மதிப்பு என்ன?

தீர்வு:

$$\frac{y}{y^2 - 25} \text{ என்ற கோவையானது } y^2 - 5^2 = 0$$

$$y^2 - 5^2 = 0$$

$$(y + 5)(y - 5) = 0$$

$$y + 5 = 0, y - 5 = 0$$

$$y = -5, y = 5$$

எனும்போது கோவை வரையறுக்க இயலாததாகிறது.

∴ விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் -5 மற்றும் 5.

28. $\frac{t}{t^2 - 5t + 6}$ என்ற கோவையின் விலக்கப்பட்ட மதிப்பு என்ன?

தீர்வு:

$$\frac{t}{t^2 - 5t + 6} \text{ என்ற கோவையானது } t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$(t - 2)(t - 3) = 0$$

$$t - 2 = 0, t - 3 = 0$$

$$t = 2, t = 3$$

$$(t - 2)(t - 3) = 0 \Rightarrow t = 2, t = 3$$

எனும்போது கோவை வரையறுக்க இயலாததாகிறது.

∴ விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் 2 மற்றும் 3

29. $\frac{x}{x^2 + 1}$ என்ற கோவையின் விலக்கப்பட்ட மதிப்பு என்ன?

தீர்வு:

இங்கு அனைத்து x மதிப்புகளுக்கும், $x^2 \geq 0$

$$\text{எனவே, } x^2 + 1 \geq 0 + 1 = 1$$

$$\text{எந்தவொரு } x, \text{ மதிப்பாகும் } x^2 + 1 \neq 0$$

எனவே, $\frac{x}{x^2 + 1}$ என்ற கோவைக்கு விலக்கப்பட்ட

மெய் மதிப்புகள் எதுவுமில்லை.

30. சுருக்குக: $\frac{x - 3}{x^2 - 9}$.

தீர்வு:

$$\frac{x - 3}{x^2 - 9} = \frac{x - 3}{(x + 3)(x - 3)} = \frac{1}{(x + 3)}$$

31. சுருக்குக: $\frac{x^2 - 16}{x^2 + 8x + 16}$.

தீர்வு:

$$\frac{x^2 - 16}{x^2 + 8x + 16} = \frac{x^2 - 4^2}{(x + 4)(x + 4)} = \frac{(x + 4)(x - 4)}{(x + 4)(x + 4)} = \frac{x - 4}{(x + 4)}$$

32. சுருக்குக: $\frac{x^2 - 1}{x^2 + x}$.

தீர்வு:

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 + x} = \frac{x^2 - 1^2}{x(x+1)} = \frac{(x+1)(x-1)}{x(x+1)} = \frac{(x-1)}{x}$$

33. $\frac{x^3}{9y^2}$ -ஐ $\frac{27y}{x^5}$ ஆல் பெருக்குக.

தீர்வு:

$$\frac{x^3}{9y^2} \times \frac{27y}{x^5} = \frac{27}{9yx^2} = \frac{3}{x^2y}$$

34. $\frac{x^4b^2}{x-1}$ -ஐ $\frac{x^2-1}{a^4b^3}$ ஆல் பெருக்குக.

தீர்வு:

$$\frac{x^4b^2}{x-1} \times \frac{x^2-1}{a^4b^3} = \frac{x^4}{x-1} \times \frac{(x+1)(x-1)}{a^4b} = \frac{x^4(x+1)}{a^4b}$$

35. சுருக்குக: $\frac{x^2 - 16}{x+4} \div \frac{x-4}{x+4}$

தீர்வு:

$$\frac{x^2 - 16}{x+4} \times \frac{x+4}{x-4} = \frac{(x+4)(x-4)}{x+4} \times \frac{x+4}{x-4} = x+4$$

36. சுருக்குக: $\frac{p^2 - 10p + 21}{p-7} \times \frac{p^2 + p - 12}{(p-3)^2}$

தீர்வு:

$$\frac{p^2 - 10p + 21}{p-7} \times \frac{p^2 + p - 12}{(p-3)^2} = \frac{(p-7)(p-3)}{(p-7)} \times \frac{(p+4)(p-3)}{(p-3)^2} = (p+4)$$

37. சுருக்குக: $\frac{5t^3}{4t-8} \times \frac{6t-12}{10t}$.

தீர்வு:

$$\frac{5t^3}{4t-8} \times \frac{6t-12}{10t} = \frac{5t^3}{4(t-2)} \times \frac{6(t-2)}{10t} = \frac{3t^2}{4}$$

38. n அணிகள் பங்குபெறும் ஒரு கையெழுத்து விளையாட்டு (Volley ball) போட்டியில் ஒவ்வொரு அணியும் மற்ற அனைத்து அணிகளோடும் விளையாட வேண்டும். 15 போட்டிகள் கொண்ட தொடரில் மொத்த போட்டிகளின் எண்ணிக்கை

$G(n) = \frac{n(n-1)}{2}$ எனில் பங்கேற்கும் அணிகள் எண்ணிக்கை எத்தனை?

தீர்வு:

$$G(n) = \frac{n^2 - n}{2} = 15$$

$$n^2 - n = 30$$

$$n^2 - n - 30 = 0$$

$$(n - 6)(n + 5) = 0$$

$$n = 6, -5$$

பங்கேற்கும் அணிகள் எண்ணிக்கை = 6

39. சாய்வு தளத்தில் t -வினாடிகளில் ஒரு பந்து கடக்கும் தூரம் $d = t^2 - 0.75t$ அடிகளாகும். 11.25 அடி தொலைவைக் கடக்கப் பந்து எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் எவ்வளவு?

தீர்வு:

$$d = t^2 - 0.75t \text{ இங்கு } d = 11.25$$

$$t^2 - 0.75t = 11.25$$

$$t^2 - 0.75t - 11.25 = 0$$

$$(t - 3.75)(t + 3) = 0$$

$$t - 3.75 = 0, t + 3 = 0$$

$$t = 3.75, t = -3 \text{ } t \neq -3$$

எனவே $t = 3.75$ வினாடிகள்

$$40. A = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 4 & 3 \\ -1 & \sqrt{7} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ 6 & 8 & -11 & 1 \end{bmatrix} \text{ என்ற அணியில்}$$

(i) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(ii) அணியின் வரிசையைக் காண்க.

(iii) $a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{34}, a_{43}, a_{44}$ ஆகிய உறுப்புகளை எழுதுக.

தீர்வு:

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 4 & 3 \\ -1 & \sqrt{7} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ 6 & 8 & -11 & 1 \end{bmatrix}$$

- i) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை $= 4 \times 4 = 16$
 ii) அணியின் வரிசை $= 4 \times 4$
 iii) $a_{22} = \sqrt{7}$; $a_{23} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $a_{24} = 5$; $a_{34} = 0$; $a_{43} = -11$; $a_{44} = 1$

41. 18 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்? ஓர் அணியின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 6 எனில், எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்?

தீர்வு:

18 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு 1×18 (அ) 2×9 (அ) 3×6 (அ) 6×3 (அ) 9×2 (அ) 18×1 எனும் வகைகளில் வரிசை இருக்க இயலும்.

6 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு 1×6 (அ) 2×3 (அ) 3×2 (அ) 6×1 எனும் வகைகளில் வரிசை இருக்க இயலும்.

42. பின்வருவனவற்றைக் கொண்டு 3×3 வரிசையைக் கொண்ட அணி $A = [a_{ij}]$ -யினைக் காண்க.

(i) $a_{ij} = |i - 2j|$ (ii) $a_{ij} = \frac{(i+j)^3}{3}$

தீர்வு:

(i) $a_{ij} = |i - 2j|$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} |1-2| & |1-4| & |1-6| \\ |2-2| & |2-4| & |2-6| \\ |3-2| & |3-4| & |3-6| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(ii) $a_{ij} = \frac{(i+j)^3}{3}$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{8}{3} & 9 & \frac{64}{3} \\ 9 & \frac{64}{3} & \frac{125}{3} \\ \frac{64}{3} & \frac{125}{3} & 72 \end{bmatrix}$$

43. $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 9 \\ 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ எனில், A-யின் நிரை நிரல் மாற்று அணியைக்

காண்க.

தீர்வு:

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 4 & -7 & 8 \\ 3 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

44. $A = \begin{pmatrix} \sqrt{7} & -3 \\ -\sqrt{5} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix}$ எனில், $-A$ யின் நிரை நிரல் மாற்று

அணியைக் காண்க.

தீர்வு:

$$-A = \begin{pmatrix} -\sqrt{7} & 3 \\ \sqrt{5} & -2 \\ -\sqrt{3} & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow (-A)^T = \begin{pmatrix} -\sqrt{7} & \sqrt{5} & -\sqrt{3} \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

45. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ எனில், $(A^T)^T = A$ என்பதனைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & -\sqrt{17} & 8 \\ 2 & 0.7 & 3 \\ 2 & \frac{5}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A^T)^T = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore (A^T)^T = A$$

46. $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$ எனில் $3A - 9B$ -ன்

மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} 3A - 9B &= 3 \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix} - 9 \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 12 & 27 \\ 24 & 9 & 21 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 63 & 27 & 72 \\ 9 & 36 & 81 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 12 & 27 \\ 24 & 9 & 21 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -63 & -27 & -72 \\ -9 & -36 & -81 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0-63 & 12-27 & 27-72 \\ 24-9 & 9-36 & 21-81 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -63 & -15 & -45 \\ 15 & -27 & -60 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

47. கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளில் இருந்து x , y மற்றும் z -யின்

மதிப்பைக் காண்க. $\begin{pmatrix} 12 & 3 \\ x & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & z \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

தீர்வு:

$$\begin{pmatrix} 12 & 3 \\ x & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & z \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow y = 12; z = 3; x = 3$$

48. கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளில் இருந்து x , y மற்றும் z -யின்

மதிப்பைக் காண்க. $\begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$

தீர்வு:

$$\begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l|l}
 5+z=5 & x+y=6; \quad xy=8 \\
 z=5-5 & y=6-x; \quad x(6-x)=8 \\
 z=0 & 6x-x^2-8=0 \Rightarrow x^2-6x+8=0 \\
 & (x-2)(x-4)=0 \\
 & x-2=0 \quad (\text{அ}) \quad x-4=0 \\
 & x=2 \quad (\text{அ}) \quad x=4
 \end{array}$$

$$x=2 \text{ எனில் } y = \frac{8}{x} = \frac{8}{2}=4; x=4 \text{ எனில் } y = \frac{8}{4} = 2$$

49. கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளில் இருந்து x, y மற்றும் z -யின்

மதிப்பைக் காண்க.
$$\begin{pmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

தீர்வு:

$$\begin{pmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$x+y+z=9 \quad \dots (1)$$

$$x+z=5 \quad \dots (2)$$

$$y+z=7 \quad \dots (3)$$

$$x+7=9 \Rightarrow x=9-7=2$$

$$x=2 \text{ என } (2) \text{ ல் பிரதியிட}$$

$$2+z=5 \Rightarrow z=5-2=3$$

$$z=3 \text{ என } (3) \text{ ல் பிரதியிட}$$

$$y+3=7 \Rightarrow y=7-3 \Rightarrow y=4$$

50. $A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 1 & 3 & 9 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ எனில் $2A + B$ -ஐக்

காண்க.

தீர்வு:

$$2A+B = 2 \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 1 & 3 & 9 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 16 & 12 \\ 2 & 6 & 18 \\ -8 & 6 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14+4 & 16+11 & 12-3 \\ 2-1 & 6+2 & 18+4 \\ -8+7 & 6+5 & -2+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 27 & 9 \\ 1 & 8 & 22 \\ -1 & 11 & -2 \end{pmatrix}$$

51. $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & \sqrt{2} \\ 1 & 9 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -7 & 4 & -3 \\ \frac{1}{4} & \frac{7}{2} & 3 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix}$ எனில் $4A - 3B$ -ஐக்

காண்க.

தீர்வு:

$$4A - 3B = 4 \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & \sqrt{2} \\ 1 & 9 & 4 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} -7 & 4 & -3 \\ \frac{1}{4} & \frac{7}{2} & 3 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 20 & 16 & -8 \\ 2 & 3 & 4\sqrt{2} \\ 4 & 36 & 16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 21 & -12 & 9 \\ -\frac{3}{4} & -\frac{21}{2} & -9 \\ -15 & 18 & -27 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 20+21 & 16-12 & -8+9 \\ 2-\frac{3}{4} & 3-\frac{21}{2} & 4\sqrt{2}-9 \\ 4-15 & 36+18 & 16-27 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 41 & 4 & 1 \\ \frac{5}{4} & -\frac{15}{2} & 4\sqrt{2}-9 \\ -11 & 54 & -11 \end{pmatrix}$$

52. அணி A-யின் வரிசை $p \times q$ மற்றும் அணி B-யின் வரிசை $q \times r$. இரு அணிகளையும் பெருக்க முடியும் எனில் AB மற்றும் BA ஆகியவற்றின் வரிசையைக் காண்க.

தீர்வு:

அணி A-யின் வரிசை $p \times q$,

அணி B-யின் வரிசை $q \times r$

\therefore AB-ன் வரிசை $= p \times r$

BA என்ற அணியை பெருக்க இயலாது. ஏனெனில் அணி B-யின் நிரலும் அணி A-ன் நிரையும் சமமாக இல்லை.

53. $P(x) = x^2 - 5x - 14$ என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையை $q(x)$ என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையால் வகுக்க $\frac{x-7}{x+2}$ எனும் விடை கிடைக்கிறது எனில் $q(x)$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$P(x) = x^2 - 5x - 14$$

$$\frac{p(x)}{q(x)} = \frac{x-7}{x+2} \text{ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.}$$

$$\frac{x^2 - 5x - 14}{q(x)} = \frac{x-7}{x+2}$$

$$\frac{(x-7)(x+2)}{q(x)} = \frac{x-7}{x+2}$$

$$\therefore q(x) = (x+2)^2$$

54. மெய்யெண்களை மூலங்களாகக் கொண்ட $3x^2 + kx + 81 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் மற்றொரு மூலத்தின் வர்க்கம் எனில், k -யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:

α, β என்பன $3x^2 + kx + 81 = 0$ ன் மூலங்களாகும்.

$$\alpha + \beta = -\frac{k}{3} \quad \dots\dots (1)$$

$$\alpha\beta = 27 \quad \dots\dots (2)$$

$\alpha = \beta^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$$(2) \text{ லிருந்து } \beta^3 = 27 \Rightarrow \beta = 3$$

$$\therefore \alpha = 9$$

$$(1) \Rightarrow 9 + 3 = -\frac{k}{3} \quad 12 = -\frac{k}{3} \quad k = -36$$

55. $\frac{x^2 + 6x + 8}{x^3 + 8}$ -லிருந்து எந்த விகிதமுறு கோவையைக் கழித்தால் $\frac{3}{x^2 - 2x + 4}$ என்ற கோவை கிடைக்கும்.

தீர்வு:

தேவையான விகிதமுறு கோவை

$$\begin{aligned} &= \frac{x^2 + 6x + 8}{x^3 + 8} - \frac{3}{x^2 - 2x + 4} \\ &= \frac{(x+2)(x+4)}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} - \frac{3}{x^2 - 2x + 4} \\ &= \frac{(x+4)}{(x^2 - 2x + 4)} - \frac{3}{x^2 - 2x + 4} \end{aligned}$$

$$= \frac{x+4-3}{x^2-2x+4} \Rightarrow \frac{x+1}{x^2-2x+4}$$

56. $x = \frac{a^2+3a-4}{3a^2-3}$ மற்றும் $y = \frac{a^2+2a-8}{2a^2-2a-4}$ எனில் x^2y^{-2} -ன்

மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$x = \frac{a^2+3a-4}{3a^2-3} = \frac{(a+4)(a-1)}{3(a+1)(a-1)} = \frac{(a+4)}{3(a+1)}$$

$$x^2 = \frac{(a+4)^2}{9(a+1)^2}$$

$$y = \frac{a^2+2a-8}{2a^2-2a-4} = \frac{(a+4)(a-2)}{2(a+1)(a-2)} = \frac{(a+4)}{2(a+1)}$$

$$y^2 = \frac{(a+4)^2}{4(a+1)^2}$$

$$y^{-2} = \frac{4(a+1)^2}{(a+4)^2}$$

$$\begin{aligned} x^2 y^{-2} &= \frac{(a+4)^2}{9(a+1)^2} \cdot \frac{4(a+1)^2}{(a+4)^2} \\ &= \frac{4}{9} \end{aligned}$$

சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்	2 மதிப்பெண்கள்
---------------------------------------	-----------------------

1. $P(x+1)(x+2) + Q(x-1) = x^2 + 6x - 1$ எனில், P, Q வன் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$x = 1$ எனில்

$$P(2)(3) = (1)^2 + 6(1) - 1$$

$$6P = 6$$

$$P = 1$$

$x = -1$ எனில்

$$Q(-2) = (-1)^2 + 6(-1) - 1$$

$$-2Q = 1 - 6 - 1$$

$$Q = 3$$

2. $(x-1)^3, x^4 - x^3 + 2x - 2$ -இன் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு:

$$(x-1)^3 = (x-1)(x-1)(x-1)$$

$$x^4 - x^3 + 2x - 2 = x^3(x-1) + 2(x-1)$$

$$= (x^3 + 2)(x-1)$$

$$\text{மீ.பொ.வ} = (x-1)$$

3. $2(x^3 + x^2 - x - 1)$ மற்றும் $3(x^3 + 3x^2 - x - 3)$ -இன் மீ.பொ.ம காண்க.

தீர்வு:

$$2(x^3 + x^2 - x - 1) = 2[x^2(x+1) - 1(x+1)]$$

$$= 2[(x^2 - 1)(x+1)]$$

$$3(x^3 + 3x^2 - x - 3) = 3[x^2(x+3) - 1(x+3)]$$

$$= 3[(x^2 - 1)(x+3)]$$

$$\text{மீ.பொ.ம} = 6(x^2 - 1)(x+1)(x+3)$$

4. சுருக்குக: $\frac{a^3}{a-b} + \frac{b^3}{b-a}$

தீர்வு:

$$\frac{a^3}{a-b} + \frac{b^3}{b-a} = \frac{a^3}{a-b} - \frac{b^3}{a-b} \Rightarrow \frac{a^3 - b^3}{a-b}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{a-b}$$

$$= a^2 + ab + b^2$$

5. $A(x-1)(x-2)(x-3) + B(x-1)(x-2) + C(x-1) + D \equiv x^3$ எனில் A, B, C, D ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

$x = 1$ எனில்

$$D = (1)^3 \Rightarrow D = 1$$

$x = 2$ எனில்

$$C+D = (2)^3=8$$

$$C+1 = 8$$

$$C = 7$$

$x = 3$ எனில்

x^3 ன் கெழுக்களை ஒப்பிட

$$A = 1, B = 6, C = 7, D = 1$$

$$2B+2C+D = 27$$

$$2B+14+1 = 27$$

$$2B+15 = 27$$

$$2B = 12$$

$$B = 6$$

6. இரண்டு அடுத்தடுத்த மிகை ஒற்றைப்படை இயல் எண்களின் வாக்கங்களின் கூடுதல் 802 எனில் அவ்வெண்களைக் காண்க.

தீர்வு:

தேவையான எண்கள் $a, a+2$ எனக் கொள்க.

கொடுக்கப்பட்டது:

$$a^2+(a+2)^2 = 802$$

$$a^2+a^2+4a+4 = 802$$

$$2a^2+4a-798 = 0$$

$$a^2+2a-399 = 0$$

$$(a+21)(a-19) = 0$$

$$a = 19 \quad a = -21 \text{ (சாத்தியமல்ல)}$$

\therefore தேவையான எண்கள் 19, 21

$$7. \cos\theta \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} + \sin\theta \begin{pmatrix} x & -\cos\theta \\ \cos\theta & x \end{pmatrix} = I_2 \text{ எனில்}$$

$x = \sin\theta$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\cos\theta \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} + \sin\theta \begin{pmatrix} x & -\cos\theta \\ \cos\theta & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x\sin\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & x\sin\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos^2\theta + x\sin\theta & 0 \\ 0 & \cos^2\theta + x\sin\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\cos^2\theta + x\sin\theta = 1$$

$$x\sin\theta = 1 - \cos^2\theta$$

$$x \sin \theta = \sin^2 \theta$$

$$\therefore x = \sin \theta$$

8. $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots}}}$ இன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots}}} = x \text{ எனக் கொள்க.}$$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த

$$x^2 = 6 + \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots}}}$$

$$x^2 = 6 + x$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

$$x = 3 \text{ (or) } x = -2 \text{ (சாத்தியமல்ல)}$$

$$\therefore \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots}}} = 3$$

பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$. $AA^T = I$ நிரூபிக்க.
2. $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ எனில், $A^2 = I$ என்பதைச் சரிபார்க்க.
3. வர்க்கமூலம் காண்க $\frac{400x^4 y^{12} z^{16}}{100x^8 y^4 z^4}$.
4. கீழ்க்கண்ட பல்லுறுப்புக் கோவையின் மீ.பொ.ம காண்க.
 $x^4 - 27a^3x, (x-3a)^2$ இவற்றின் மீ.பொ.வ $(x-3a)$
5. பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் தன்மையைக் கூறுக. $9a^2b^2x^2 - 24abcdx + 16c^2d^2 = 0$, $a \neq 0$, $b \neq 0$
6. $(x^4 - 1), x^2 - 2x + 1$ ன் மீ.பொ.ம. காண்க.
7. $x^4 - 1, x^3 - 11x^2 + x - 11$ ன் மீ.பொ.வ. காண்க.
8. $kx^2 - k^2x - 2k^3 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கல் பலன் காண்க.
9. ஓர் எண் மற்றும் அதன் தலைகீழி ஆகியவற்றின் வித்தியாசம் $\frac{24}{5}$ எனில், அந்த எண்ணைக் காண்க.

10. கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில், k -யின் மதிப்பைக் காண்க. $kx^2 + (6k+2)x + 16 = 0$
11. ஓர் அணியானது 16 உறுப்புகளைக் கொண்டிருந்தால், அந்த அணிக்கு எத்தனை விதமான வரிசைகள் இருக்கும்?
12. $a_{ij} = i^2 j^2$ என்ற அமைப்பைக் கொண்ட 3×3 வரிசையுடைய அணியைக் காண்க.
13. $\begin{pmatrix} a-b & 2a+c \\ 2a-b & 3c+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ என்ற அணி சமன்பாட்டிலிருந்து a, b, c, d மதிப்புகளைக் காண்க.
14. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$, எனில் $A + B$ ஐக் காண்க.
15. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 5 & -4 & 6 \\ -3 & 2 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 3 & 4 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$, எனில், $A + B$ ஐக் காண்க.
16. $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ எனில் AB மற்றும் BA -ஐக் காண்க. மேலும், $AB = BA$ என்பது சரியா என சோதிக்க.
17. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ எனில், இவ்விரு அணிகளுக்கும் பரிமாற்றுப் பண்பு $AB = BA$ உண்மை என நிறுவுக.
18. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ எனில், AB -ஐக் காண்க.
19. $x^2 + 8x + 12$ என்ற இருபடிக் கோவையின் பூஜ்ஜியங்களைக் காண்க.

சிந்தனை வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 12 \end{pmatrix}$ மேலும் $3A + 5B + 2X = 0$ எனில் X என்ற அணியைக் காண்க.

2. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் $2x - 1$, $2x$, $2x + 1$ எனில் x ன் மதிப்பைக் காண்க.
3. α , β என்பன $p(x) = 2x^2 - 3x + 7$ என்ற இருபடிக்கோவையின் மூலங்களாக எனில், $\alpha^3 + \beta^3$ -ன் மதிப்பு காண்க.
4. $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$ என்ற இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்களை காண்க.
5. $x^3 + x^2 + x + 1$ மற்றும் $x^4 - 1$ இன் மீ.பொ.வ காண்க.
6. $x^3 - y^3$ மற்றும் $x^2 - y^2$ இன் மீ.பொ.ம காண்க.
7. சுருக்குக: $\frac{x^4 - 8x}{2x^2 + 5x - 3} \times \frac{2x - 1}{x^2 + 2x + 4} \times \frac{x + 3}{x^2 - 2x}$

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. கீழ்க்கண்ட கோவையின் வர்க்கமூலம் காண்க
 $(6x^2 + x - 1)(3x^2 + 2x - 1)(2x^2 + 3x + 1)$

தீர்வு:

$$(6x^2 + x - 1)(3x^2 + 2x - 1)(2x^2 + 3x + 1)$$

$$6x^2 + x - 1 = (3x - 1)(2x + 1)$$

$$3x^2 + 2x - 1 = (3x - 1)(x + 1)$$

$$2x^2 + 3x + 1 = (2x + 1)(x + 1)$$

$$\therefore \sqrt{(6x^2 + x - 1)(3x^2 + 2x - 1)(2x^2 + 3x + 1)}$$

$$= \sqrt{(3x - 1)(2x + 1)(3x - 1)(x + 1)(2x + 1)(x + 1)}$$

$$= |(3x - 1)(2x + 1)(x + 1)|$$

2. $64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$ என்பதின் வர்க்கமூலம் காண்க.

தீர்வு:

	8	-1	1		
8	64	-16	17	-2	1
	(-) 64				
16 -1		-16	17		
		(+)-16	(-) 1		
16 -2 1			+16	-2	1
			(-)+16	(+)-2	(-) 1
					0

$$-\frac{16}{16} = -1$$

$$\frac{16}{16} = 1$$

தேவையான வர்க்கமூலம்

$$\sqrt{64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1} = |8x^2 - x + 1|$$

3. $9x^4 + 12x^3 + 28x^2 + ax + b$ ஆனது ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் a, b ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

		3	2	4			
3		9	12	28	a	b	
		(-) 9					
6	2		12	28			
			(-) 12	(-) 4			
6	4	4		24	a	b	
				(-) 24	(-) 16	(-) 16	
				a = 16, b = 16			

$\frac{12}{6} = 2$
 $\frac{24}{6} = 4$

4. வகுத்தல் முறையில் பின்வரும் பல்லுறுப்புக்கோவையின் வர்க்கமூலம் காண்க. $x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$

தீர்வு:

		1	-6	3			
1		1	-12	42	-36	9	
		(-) 1					
2	-6		-12	42			
			(+) -12	(-) 36			
2	-12	3		6	-36	9	
				(-) 6	(+) -36	+9	
				0			

$\frac{-12}{2} = -6$
 $\frac{6}{2} = 3$

தேவையான வர்க்கமூலம் $|x^2 - 6x + 3|$

5. வகுத்தல் முறையில் பின்வரும் பல்லுறுப்புக்கோவையின் வர்க்கமூலம் காண்க. $37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9$

தீர்வு:

		2	-7	-3			
2		4	-28	37	42	9	
		(-) 4					
4	-7		-28	37			
			(+) -28	(-) 49			

$\frac{-28}{4} = -7$

4 -14 -3	$\begin{array}{rrrr} & -12 & 42 & 9 \\ (+) & -12 & (-) 42 & (-) 9 \\ \hline & 0 & & \end{array}$	$\frac{-12}{4} = -3$
--------------	--	----------------------

தேவையான வர்க்கமூலம் $|2x^2 - 7x - 3|$

6. வகுத்தல் முறையில் பின்வரும் பல்லுறுப்புக்கோவையின் வர்க்கமூலம் காண்க. $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$

தீர்வு:

11	$\begin{array}{rrrrr} & 11 & -9 & -12 & & \\ & 121 & -198 & -183 & 216 & 144 \\ (-) & 121 & & & & \\ \hline & & -198 & -183 & & \\ (+) & & -198 & (-) + 81 & & \\ \hline & & & -264 & 216 & 144 \\ (+) & & & -264 & (-) 216 & (-) 144 \\ \hline & & & & 0 & \end{array}$	$-\frac{198}{22} = -9$
22 -9		$-\frac{264}{22} = -12$

தேவையான வர்க்கமூலம் $= |11x^2 - 9x - 12|$

7. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக்கோவை முழு வர்க்கங்கள் எனில் a மற்றும் b-யின் மதிப்பு காண்க. $4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + bx + a$

தீர்வு:

2	$\begin{array}{rrrr} & 2 & -3 & 7 & & \\ & 4 & -12 & 37 & b & a \\ (-) & 4 & & & & \\ \hline & & -12 & 37 & & \\ (+) & & -12 & (-) + 9 & & \\ \hline & & & -28 & b & a \\ (-) & & & 28 & (+) -42 & (-) 49 \\ \hline & & & & a = 49, b = -42 & \end{array}$	$-\frac{12}{4} = -3$
4 -3		$\frac{28}{4} = 7$

8. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக்கோவை முழு வர்க்கங்கள் எனில் a மற்றும் b-யின் மதிப்பு காண்க. $ax^4 + bx^3 + 361x^2 + 220x + 100$

தீர்வு:

		10	11	12		
10		100	220	361	b	a
		(-) 100				
20	11		220	361		
			(-) 220	(-) 121		
20	22	12		240	b	a
				(-) 240	(-) 264	(-) 144
				a = 144,	b = 264	

$$\frac{220}{20} = 11$$

$$\frac{240}{20} = 12$$

9. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக் கோவை முழு வர்க்கம் எனில் m மற்றும் n-யின் மதிப்புக் காண்க. $x^4 - 8x^3 + mx^2 + nx + 16$

தீர்வு:

		1	-4	4		
1		1	-8	m	n	16
		(-) 1				
2	-4		-8	m		
			(+) -8	(-) 16		
2	-8	4		m-16	n	16
				(-) 8	(+) -32	16
				0		

$$m - 16 = 8 \Rightarrow 8 + 16 \quad n = -32$$

$$m = 24$$

10. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் (AB)

$C = A(BC)$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = (1 - 2 + 2 \quad -1 - 1 + 6) = (1 \quad 4)$$

$$(AB) C = (1 \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = (1 + 8 \quad 2 - 4) = (9 \quad -2)$$

$$BC = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2 & 2+1 \\ 2+2 & 4-1 \\ 1+6 & 2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 3 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A(BC) = (1 \ -1 \ 2) \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 3 \\ 7 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1-4+14 & 3-3-2 \end{pmatrix} = (9 \ -2)$$

∴ LHS = RHS

11. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ எனில்,

$A(B + C) = AB + AC$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} B + C &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1-7 & 2+6 \\ -4+3 & 2+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{LHS} = A(B + C)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -6-1 & 8+4 \\ 6-3 & -8+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-4 & 2+2 \\ -1-12 & -2+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7+3 & 6+2 \\ 7+9 & -6+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{RHS} = AB + AC$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3-4 & 4+8 \\ -13+16 & 4+0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

12. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$

என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-2+0 & -1+8+2 \\ 4+1+0 & -2-4+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 9 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$AB^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}; \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-2+0 & 4+1+0 \\ -1+8+2 & -2-4+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$$

∴ LHS = RHS

13. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$

எனில் $A + (B + C) = (A + B) + C$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$A + (B + C) = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{bmatrix} + \left[\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \right]$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 5 \\ -5 & 5 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 14 & 9 & 9 \\ 4 & 10 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \end{bmatrix}$$

..... (1)

$$\begin{aligned}
 (A + B) + C &= \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -8 \\ 1 & 0 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 2 \\ -7 & 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 6 & 6 & 5 \\ 3 & 12 & -6 \\ -6 & 1 & -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 14 & 9 & 9 \\ 4 & 10 & -3 \\ -4 & 5 & -6 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)
 \end{aligned}$$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து LHS = RHS

14. கீழ்க்கண்ட அணிச் சமன்பாட்டிலிருந்து a, b, c, d ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

$$\begin{pmatrix} d & 8 \\ 3b & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & a \\ -2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2a \\ b & 4c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$$

தீர்வு:

$$\begin{pmatrix} d & 8 \\ 3b & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & a \\ -2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2a \\ b & 4c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} d+3 & 8+a \\ 3b-2 & a-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+0 & 2a+1 \\ b-5 & 4c+0 \end{pmatrix}$$

$$d+3=2, \quad 8+a=2a+1 \quad 3b-2=b-5 \quad a-4=4c$$

$$d=2-3 \quad 8-1=2a-a \quad 3b-b=-5+2 \quad 7-4=4c$$

$$d=-1 \quad 7=a \quad b=-\frac{3}{2} \quad c=\frac{3}{4}$$

$$a=7, \quad b=-\frac{3}{2}, \quad c=\frac{3}{4}, \quad d=-1$$

15. $x \begin{pmatrix} 2x & 2 \\ 3 & x \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ 4 & 4x \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x^2+8 & 24 \\ 10 & 6x \end{pmatrix}$ என்ற

அணிச்சமன்பாட்டில் x-ன் பூச்சியமற்ற மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$x \begin{pmatrix} 2x & 2 \\ 3 & x \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ 4 & 4x \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x^2+8 & 24 \\ 10 & 6x \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x^2 & 2x \\ 3x & x^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 & 10x \\ 8 & 8x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x^2 + 16 & 48 \\ 20 & 12x \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x^2 + 16 & 12x \\ 3x + 8 & x^2 + 8x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x^2 + 16 & 48 \\ 20 & 12x \end{pmatrix}$$

$$\therefore 12x = 48 \Rightarrow x = 4$$

$$x^2 + 8x = 12x$$

$$3x + 8 = 20 \Rightarrow 3x = 12$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$\Rightarrow x(x - 4) = 0, \quad x = 0, \quad x = 4$$

$$\therefore x = 4$$

16. $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta \end{bmatrix}$ எனில் $A^2 + B^2 = I$ என

நிறுவுக.

தீர்வு:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta \end{bmatrix}$$

நிரூபிக்க: $A^2 + B^2 = I$

$$A^2 = A \cdot A$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + 0 & 0 + 0 \\ 0 + 0 & 0 + \cos^2 \theta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & \cos^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sin^2 \theta + 0 & 0 + 0 \\ 0 + 0 & 0 + \sin^2 \theta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^2 + B^2 = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$\therefore A^2 + B^2 = I$ நிரூபிக்கப்பட்டது.

17. வர்க்கப்பூர்த்தி முறையில் $\frac{5x+7}{x-1} = 3x+2$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}\frac{5x+7}{x-1} &= 3x+2 \\ 5x+7 &= (x-1)(3x+2) \\ 5x+7 &= 3x^2-x-2 \\ 3x^2-x-5x &= 9 \\ 3x^2-6x &= 9 \quad (\text{இருபுறமும் 3 ஆல் வகுக்க}) \\ x^2-2x &= 3 \\ x^2-2x+(1)^2 &= 3+(1)^2 \\ (x-1)^2 &= 4 \\ x-1 &= \pm 2 \\ x &= \pm 2+1 \\ x &= 2+1 \text{ (அ) } -2+1 \\ x &= 3 \text{ (அ) } -1\end{aligned}$$

தீர்வு $x = \{3, -1\}$

18. $a^2 + 4a - 12$, $a^2 - 5a + 6$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் மீ.பொ.வ $a - 2$ எனில் அப்பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் மீ.பொ.ம காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}f(x) &= a^2 + 4a - 12 \\ &= (a+6)(a-2) \\ \text{மீ.பொ.வ} &= a-2 \\ \text{மீ.பொ.ம} &= \frac{f(x) \times g(x)}{GCD} \\ &= \frac{(a+6)(a-2) \times (a-3)(a-2)}{a-2} \\ &= (a+6)(a-3)(a-2)\end{aligned}$$

19. $f(x)$ மற்றும் $g(x)$ ன் மீ.பொ.வ, மீ.பொ.ம காண்க. மேலும் $f(x) \times g(x) = (\text{மீ.பொ.வ}) \times (\text{மீ.பொ.ம})$ என்பதைச் சரிபார்க்க. $(x^3 - 1)(x + 1), (x^3 + 1)$.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (x^3 - 1)(x + 1) \\
 &= (x - 1)(x^2 + 1^2 + x \cdot 1)(x + 1) \\
 &= (x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1) \\
 g(x) &= x^3 + 1 \\
 &= x^3 + 1^3 = (x + 1)(x^2 + 1^2 - x \cdot 1) \\
 &= (x + 1)(x^2 - x + 1)
 \end{aligned}$$

$$\text{மீ.பொ.வ} = (x + 1)$$

$$\text{மீ.பொ.ம} = (x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$f(x) \times g(x) = \text{மீ.பொ.ம} \times \text{மீ.பொ.வ}$$

$$\begin{aligned}
 [(x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)] \times [(x + 1)(x^2 - x + 1)] \\
 = [(x + 1)(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)] \times (x + 1)
 \end{aligned}$$

20. $x^2 + 6x - 4 = 0$ யின் மூலங்கள் α , β . எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை மூலங்களாக கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

i) α^2 மற்றும் β^2 ii) $\frac{2}{\alpha}$ மற்றும் $\frac{2}{\beta}$ iii) $\alpha^2 \beta$ மற்றும் $\beta^2 \alpha$

தீர்வு:

i) α^2 மற்றும் β^2

$$x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$a = 1, b = 6, c = -4$$

$$\alpha + \beta = -\frac{6}{1} = -6$$

$$\alpha\beta = \frac{-4}{1} = -4$$

$$\text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் } \alpha^2 \beta^2 = (\alpha\beta)^2 = (-4)^2 = 16$$

$$x^2 - (\text{மூலங்களின் கூடுதல்})x + \text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = 0$$

$$\therefore x^2 - 44x + 16 = 0$$

மூலங்களின் கூடுதல்

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= (-6)^2 - 2(-4)$$

$$= 36 + 8$$

$$= 44$$

ii) $\frac{2}{\alpha}$ மற்றும் $\frac{2}{\beta}$

$$\text{மூலங்களின் கூடுதல்} = \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = \frac{2\alpha + 2\beta}{\alpha\beta} = \frac{2(-6)}{-4} = \frac{-12}{-4} = 3$$

மூலங்களின் கூடுதல் = 3

$$\text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = \frac{2}{\alpha} \times \frac{2}{\beta} = \frac{4}{\alpha\beta} = \frac{4}{-4} = -1$$

$$x^2 - (\text{மூலங்களின் கூடுதல்})x + \text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = 0$$

$$\therefore x^2 - 3x - 1 = 0$$

iii) $\alpha^2 \beta$ மற்றும் $\beta^2 \alpha$

$$\text{மூலங்களின் கூடுதல்} = \alpha^2\beta + \beta^2\alpha = \alpha\beta (\alpha + \beta) = (-4)(-6) = 24$$

$$\text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = (\alpha^2\beta) (\beta^2\alpha) = \alpha^3\beta^3 = (\alpha\beta)^3 = (-4)^3 = -64$$

$$x^2 - (\text{மூலங்களின் கூடுதல்})x + \text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = 0$$

$$\therefore x^2 - 24x - 64 = 0$$

21. தீர்க்க: $\frac{1}{2x} + \frac{1}{4y} - \frac{1}{3z} = \frac{1}{4}; \frac{1}{x} = \frac{1}{3y}; \frac{1}{x} - \frac{1}{5y} + \frac{4}{z} = 2 \frac{2}{15}$

தீர்வு:

$$\frac{1}{x} = p, \frac{1}{y} = q, \frac{1}{z} = r \text{ என்க.}$$

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகளை

$$\frac{p}{2} + \frac{q}{4} - \frac{r}{3} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{6p + 3q - 4r}{12} = \frac{1}{4}$$

$$6p + 3q - 4r = 3 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$p = \frac{q}{3}$$

$$3p = q \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$p - \frac{q}{5} + 4r = 2 \frac{2}{15} = \frac{32}{15} \text{ என எழுதலாம்}$$

$$15p - 3q + 60r = 32 \quad \dots\dots\dots (3)$$

(2) ஐ (1) மற்றும் (3)-யில் பிரதியிட நாம் பெறுவது

$$15p - 4r = 3 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$6p + 60r = 32 \Rightarrow 3p + 30r = 16 \quad \dots\dots\dots (5)$$

(4) மற்றும் (5)-ஐத் தீர்க்க

$$(4) \times 1 \Rightarrow 15p - 4r = 3$$

$$(5) \times 5 \Rightarrow \begin{array}{r} (-) 15p + (-) 150r = 80 (-) \\ \hline -154r = -77 \end{array}$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$r = \frac{1}{2} \text{ என (4)-யில் பிரதியிட நமக்குக் கிடைப்பது, } 15p - 2 = 3$$

$$(2) \text{ லிருந்து, } q = 3p - \text{லிருந்து } p = \frac{1}{3}$$

$$(2) \text{ லிருந்து, } q = 3p, -\text{லிருந்து } q = 1$$

$$\text{எனவே, } x = \frac{1}{p} = 3, \quad y = \frac{1}{q} = 1, \quad z = \frac{1}{r} = 2$$

$$\text{அதாவது } x = 3, y = 1, z = 2$$

22. $x + y + z = 5$, $2x - y + z = 9$, $x - 2y + 3z = 16$ என்ற மூன்று மாறிகளில் அமைந்த ஒருங்கமை நேரியல் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பின் தீர்வு காண்க.

தீர்வு:

$$x + y + z = 5 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$2x - y + z = 9 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$x - 2y + 3z = 16 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$(1) - (3) \Rightarrow 3y - 2z = -11 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$(2) \Rightarrow \quad 2x \quad - \quad y \quad + \quad z \quad = \quad 9$$

$$(1) \times 2 \Rightarrow \quad 2x \quad + \quad 2y \quad + \quad 2z \quad = \quad 10(-)$$

$$(-) \quad \quad \quad (-) \quad \quad \quad (-)$$

$$\text{கழிக்க} \quad \quad \quad - \quad 3y \quad - \quad z \quad = \quad -1 \quad \dots\dots\dots (5)$$

(4) மற்றும் (5) லிருந்து

$$\begin{array}{rcl} 3y & - & 2z = -11 \\ -3y & - & z = -1 (+) \\ \hline -3z & = & -12 \\ z & = & 4 \end{array}$$

$z=4$ என (5) ல் பிரதியிட

$y=-1, z=4$ (1) ல் பிரதியிட

$$-3y - 4 = -1$$

$$x - 1 + 4 = 5$$

$$-3y = 3$$

$$x = 2$$

$$y = -1$$

தீர்வு கணம்: $x = 2, y = -1, z = 4$

23. $A = \frac{x}{x+1}$ மற்றும் $B = \frac{1}{x+1}$, எனில்

$$\frac{(A+B)^2 + (A-B)^2}{A \div B} = \frac{2(x^2+1)}{x(x+1)^2} \text{ என நிரூபிக்க.}$$

தீர்வு:

$$\text{LHS} = \frac{(A+B)^2 + (A-B)^2}{\frac{A}{B}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{A^2 + B^2 + 2AB + A^2 + B^2 - 2AB}{\frac{A}{B}} \\
&= [2A^2 + 2B^2] \frac{B}{A} \Rightarrow 2(A^2 + B^2) \frac{B}{A} \\
&= 2 \left[\left(\frac{x}{x+1} \right)^2 + \left(\frac{1}{x+1} \right)^2 \right] \frac{1/x+1}{x/x+1} \\
&= 2 \left[\left(\frac{x}{x+1} \right)^2 + \left(\frac{1}{x+1} \right)^2 \right] \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x} \\
&= 2 \left[\frac{x^2+1}{(x+1)^2} \right] \cdot \frac{1}{x} = \frac{2(x^2+1)}{x(x+1)^2} \text{ நிரூபிக்கப்பட்டது.}
\end{aligned}$$

24. சுருக்குக: $\frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-3x+2} - \frac{1}{x^2-8x+15}$
தீர்வு:

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{(x-3)(x-5)} \\
&= \frac{(x-1)(x-5) + (x-3)(x-5) - (x-2)(x-1)}{(x-2)(x-1)(x-3)(x-5)} \\
&= \frac{x^2-5x-x+5+x^2-5x-3x+15-[x^2-x-2x+2]}{(x-2)(x-1)(x-3)(x-5)} \\
&= \frac{x^2-6x+5+x^2-8x+15-x^2+3x-2}{(x-2)(x-1)(x-3)(x-5)} \\
&= \frac{x^2-11x+18}{(x-2)(x-1)(x-3)(x-5)} \\
&= \frac{(x-2)(x-9)}{(x-2)(x-1)(x-3)(x-5)} = \frac{(x-9)}{(x-1)(x-3)(x-5)}
\end{aligned}$$

25. $A = \frac{2x+1}{2x-1}$ மற்றும் $B = \frac{2x-1}{2x+1}$ எனில் $\frac{1}{A-B} - \frac{2B}{A^2-B^2}$

காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{A-B} - \frac{2B}{A^2-B^2} = \frac{1}{A-B} - \frac{2B}{(A+B)(A-B)} \\
& = \frac{A+B-2B}{(A+B)(A-B)} = \frac{(2x+1)(2x-1)}{(2x+1)^2 + (2x-1)^2} \\
& = \frac{(A-B)}{(A+B)(A-B)} = \frac{[2x]^2 - 1^2}{4x^2 + 1 + 4x + 4x^2 + 1 - 4x} \\
& = \frac{1}{(A+B)} = \frac{4x^2 - 1}{8x^2 + 2} \\
& = \frac{1}{\frac{2x+1}{2x-1} + \frac{2x-1}{2x+1}} = \frac{4x^2 - 1}{2(4x^2 + 1)} \\
& = \frac{1}{(2x+1)^2 + (2x-1)^2} \\
& \quad (2x+1)(2x-1)
\end{aligned}$$

26. தாத்தா, தந்தை, வாணி ஆகிய மூவரின் சராசரி வயது 53. தாத்தாவின் வயதில் பாதி, தந்தையின் வயதில் மூன்றில் ஒரு பங்கு மற்றும் வாணியின் வயதில் நான்கில் ஒரு பங்கு ஆகியவற்றின் கூடுதல் 65. நான்கு ஆண்டுகளுக்கு முன் தாத்தாவின் வயது வாணியின் வயதைப்போல் நான்கு மடங்கு எனில் மூவரின் தற்போதைய வயதைக் காண்க.

தீர்வு:

வாணி, தந்தை மற்றும் தாத்தாவின் தற்போதைய வயது x, y, z என்க.

$$\frac{x+y+z}{3} = 53 \Rightarrow x+y+z = 159 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{1}{2}z + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}x = 65 \Rightarrow \frac{6z+4y+3x}{12} = 65$$

$$3x+4y+6z = 780 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(z-4) = 4(x-4) \Rightarrow 4x-z = 12 \quad \dots\dots\dots (3)$$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து

$$(1) \times (4) \Rightarrow 4x + 4y + 4z = 636$$

$$(2) \Rightarrow 3x + 4y + 6z = 780$$

$$\text{(கழிக்க)} \quad \begin{array}{r} 4x + 4y + 4z = 636 \\ 3x + 4y + 6z = 780 \\ \hline x - 2z = -144 \end{array} \quad \dots\dots\dots (4)$$

(3) மற்றும் (4) லிருந்து

$$(3) \times (2) \Rightarrow 8x - 2z = 24$$

$$(4) \Rightarrow x - 2z = -144$$

$$(கழிக்க) \quad \underline{7x} = 168$$

..... (5)

$$x = \frac{168}{7} = 24$$

$x = 24$ மதிப்பு (3) யில் பிரதியிட,

$$96 - z = 12$$

$$z = 84$$

$$(1) \Rightarrow 24 + y + 84 = 159$$

$$y = 51$$

∴ வாணியின் தற்போதைய வயது = 24

வாணியின் தந்தையின் தற்போதைய வயது = 51

வாணியின் தாத்தாவின் தற்போதைய வயது = 84

27. ஒரு பெண்ணின் வயது அவரது சகோதரியின் வயதைப் போல் இருமடங்கு ஆகும். ஐந்து ஆண்டுகளுக்குப் பின் இரு வயதுகளின் பெருக்கற்பலன் 375 எனில், சகோதரிகளின் தற்போதைய வயதைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு பெண்ணின் மற்றும் அவரது சகோதரியின் தற்போதைய வயது x, y .

i) $x = 2y$

ii) $(x + 5)(y + 5) = 375$

$$\Rightarrow (2y + 5)(y + 5) = 375$$

$$\Rightarrow 2y^2 + 15y - 350 = 0$$

$$\Rightarrow y = -\frac{35}{2}, 10$$

y ன் மதிப்பு எதிர்க்குறியாக அமையாது.

$$\therefore y = 10$$

$$\therefore x = 2y \Rightarrow x = 20$$

∴ அவர்களின் தற்போதைய வயது 20 மற்றும் 10.

28. $(c^2 - ab)x^2 - 2(a^2 - bc)x + b^2 - ac = 0$

என்ற சமன்பாட்டில் மூலங்கள் சமம் மற்றும் மெய் எனில்,

$a = 0$ அல்லது $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ என நிரூபி.

தீர்வு:

$$(c^2 - ab)x^2 - 2(a^2 - bc)x + b^2 - ac = 0$$

$$A = c^2 - ab, B = -2(a^2 - bc), C = b^2 - ac$$

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் என்பதால் $\Delta = 0$

$$[-2(a^2 - bc)]^2 - 4[c^2 - ab][b^2 - ac] = 0$$

$$4(a^2 - bc)^2 - 4(c^2 - ab)(b^2 - ac) = 0$$

$$4[a^4 + b^2c^2 - 2a^2bc] - 4[b^2c^2 - ac^3 - ab^3 + a^2bc] = 0$$

$$4a^4 + 4b^2c^2 - 8a^2bc - 4b^2c^2 + 4ac^3 + 4ab^3 - 4a^2bc = 0$$

$$4a^4 + 4ab^3 + 4ac^3 - 12a^2bc = 0$$

$$4a[a^3 + b^3 + c^3 - 3abc] = 0$$

$$a = 0 \quad (\text{அ}) \quad a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

29. α, β என்பன $7x^2 + ax + 2 = 0$ -யின் மூலங்கள் மற்றும்

$$\beta - \alpha = -\frac{13}{7} \text{ எனில் } a\text{-யின் மதிப்பு காண்க.}$$

தீர்வு:

α, β மற்றும் β என்பன $7x^2 + ax + 2 = 0$ ன் மூலங்களாகும்.

$$\alpha + \beta = -\frac{a}{7}; \quad \alpha \beta = \frac{2}{7}$$

$$\beta - \alpha = -\frac{13}{7}$$

$$\frac{a^2}{49} - 4\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{169}{49}$$

$$\alpha - \beta = \frac{13}{7}$$

$$\frac{a^2}{49} - \frac{8}{7} = \frac{169}{49}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \frac{169}{49}$$

$$\frac{a^2 - 56}{49} = \frac{169}{49}$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = \frac{169}{49}$$

$$a^2 - 56 = 169$$

$$a^2 = 225$$

$$\left(\frac{-a}{7}\right)^2 - 4\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{169}{49}$$

$$\therefore a = 15, -15$$

சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

5 மதிப்பெண்கள்

1. நிலையான நீரில் $\frac{18 \text{ கி.மீ}}{\text{மணி}}$ வேகத்தில் செல்லும் ஓர் இயந்திரப் படகானது 24 கிமீ தூரத்தை நீரின் திசையில் கடக்கும் நேரத்தை விட நீரின் எதிர்திசையில் கடக்க கூடுதலாக 1 மணி நேரம் தேவைப்படுகிறது எனில் நீரின் வேகம் காண்க.

தீர்வு:

நீரின் வேகம் = x என்க.

படகின் வேகம் = $\frac{18 \text{ கி.மீ}}{\text{மணி}}$

நீரோட்டத்தின் திசையில் படகின் வேகம் = $18 + x$

நீரோட்டத்தின் திசைக்கு எதிர்திசையில் படகின் வேகம் = $18 - x$

24 கி.மீ தூரத்தை கடக்க நீரோட்டத்தின் திசையில் படகு

எடுத்துக் கொண்ட நேரம் = $\frac{\text{தூரம்}}{\text{வேகம்}} = \frac{24}{18 + x}$

24 கி.மீ தூரத்தை கடக்க நீரோட்டத்தின் திசைக்கு எதிர்

திசையில் படகு எடுத்துக் கொண்ட நேரம் = $\frac{24}{18 - x}$

கொடுக்கப்பட்ட விபரத்தின்படி,

$$\frac{24}{18 - x} - \frac{24}{18 + x} = 1 \quad 24 \left(\frac{18 + x - 18 + x}{(18 - x)(18 + x)} \right) = 1$$

$$24 \left(\frac{1}{18 - x} - \frac{1}{18 + x} \right) = 1 \quad 24 \left(\frac{2x}{324 - x^2} \right) = 1$$

$$48x = 324 - x^2$$

$$x^2 + 48x - 324 = 0$$

$$(x + 54)(x - 6) = 0$$

$$x + 54 = 0 \text{ (அ) } x - 6 = 0$$

$$x = -54 \text{ ஏற்கத்தக்கதல்ல (அ) } x = 6$$

∴ நீரின் வேகம் = 6 கி.மீ / மணி

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, எனில்

$A(BC) = (AB)C$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$BC = \begin{pmatrix} 0+3 & 0+9 \\ 1+5 & -5+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 6 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+12 & 9+20 \\ 9+24 & 27+40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 29 \\ 33 & 67 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-2 & 3+10 \\ 0-4 & 9+20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 13 \\ -4 & 29 \end{pmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{pmatrix} -2 & 13 \\ -4 & 29 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 2+13 & -10+39 \\ 4+29 & -20+87 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 29 \\ 33 & 67 \end{pmatrix}$$

∴ இடதுபக்கம் = வலதுபக்கம்.

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ எனில், $A^2 - 4A + 5I_2 = 0$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு:

$$A^2 = A \times A$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2 & -1-3 \\ 2+6 & -2+9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\text{இடதுபக்கம்} = A^2 - 4A + 5I_2$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 4 \\ -8 & -12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1-4+5 & -4+4+0 \\ 8-8+0 & 7-12+5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 = \text{வலதுபக்கம்}$$

4. தீர்க்க: $2x + y + 4z = 15$, $x - 2y + 3z = 13$, $3x + y - z = 2$.

தீர்வு:

$$\text{கொடுக்கப்பட்டவை: } 2x + y + 4z = 15 \quad \dots\dots (1)$$

$$x - 2y + 3z = 13 \quad \dots\dots (2)$$

$$3x + y - z = 2 \quad \dots\dots (3)$$

$$(1) \times 2 \Rightarrow 4x + 2y + 8z = 30$$

$$(2) \times 1 \Rightarrow \frac{x - 2y + 3z = 13}{5x + 11z = 43}$$

$$\text{கூட்டவும்} \quad \dots\dots (4)$$

$$(2) \times 1 \Rightarrow x - 2y + 3z = 13$$

$$(3) \times 2 \Rightarrow \frac{6x + 2y - 2z = 4}{7x + z = 17}$$

$$\text{கூட்டவும்} \quad \dots\dots (5)$$

(4) மற்றும் (5) லிருந்து

$$(4) \times 1 \Rightarrow 5x + 11z = 43$$

$$(5) \times 11 \Rightarrow 77x + 11z = 187$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad \quad \quad (-) \quad \quad \quad (-) \\ 77x + 11z = 187 \\ -72x \quad \quad \quad = -144 \end{array}$$

$$x = \frac{144}{72} = 2$$

x ன் மதிப்பை சமன்பாடு (5) ல் பிரதியிட

$$7x + z = 17$$

$$7(2) + z = 17$$

$$14 + z = 17$$

$$z = 17 - 14$$

$$z = 3$$

x மற்றும் z ன் மதிப்புகளை சமன்பாடு (1) ல் பிரதியிட

$$2x + y + 4z = 15$$

$$y + 16 = 15$$

$$2(2) + y + 4(3) = 15$$

$$y = 15 - 16$$

$$4 + y + 12 = 15$$

$$y = -1$$

5. $16x^4 - 24x^3 + (a - 1)x^2 + (b + 1)x + 49$ என்பது ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் a மற்றும் b ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 4 & -3 & -7 & & \\
 4 & 16 & -24 & (a-1) & b+1 & 49 \\
 & (-) 16 & & & & \\
 \hline
 8 & -3 & & -24 & (a-1) & \\
 & & & (+) -24 & (-) 9 & \\
 \hline
 8 & -6 & -7 & & (a-10) & b+1 & 49 \\
 & & & & (+) -56 & (-) 42 & (-) 49 \\
 \hline
 & & & & 0 & & \\
 \hline
 \end{array}
 \quad \frac{-24}{8} = -3$$

$\therefore a - 10 = -56 \quad b + 1 = 42$
 $a = -56 + 10 \quad b = 42 - 1$
 $a = -46 \quad b = 41$

6. $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} = \frac{4}{x+4}$, $x+1 \neq 0$, $x+2 \neq 0$ மற்றும் $x+4 \neq 0$ -ஐ

இருபடிச் சமன்பாட்டின் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டவை $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} = \frac{4}{x+4}$

$$\frac{(x+2) + 2(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{4}{x+4}$$

$$\frac{x+2+2x+2}{(x+1)(x+2)} = \frac{4}{x+4}$$

$$\frac{3x+4}{(x+1)(x+2)} = \frac{4}{x+4}$$

$$(3x+4)(x+4) = 4(x+1)(x+2)$$

$$3x^2 + 16x + 16 = 4[x^2 + 3x + 2]$$

$$3x^2 + 16x + 16 = 4x^2 + 12x + 8$$

$$4x^2 + 12x + 8 - 3x^2 - 16x - 16 = 0$$

$$x^2 - 4x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-8)}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{16+32}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{48}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4 \pm \sqrt{16 \times 3}}{2} = \frac{4 \pm 4\sqrt{3}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{தீர்வு} = (2 + 2\sqrt{3}), (2 - 2\sqrt{3})$$

7. சுருக்குக: $\frac{a^2 - 16}{a^3 - 8} \times \frac{2a^2 - 3a - 2}{2a^2 + 9a + 4} \div \frac{3a^2 - 11a - 4}{a^2 - 2a + 4}$.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 - 16}{a^3 - 8} \times \frac{2a^2 - 3a - 2}{2a^2 + 9a + 4} \div \frac{3a^2 - 11a - 4}{a^2 - 2a + 4} \\ &= \frac{a^2 - 16}{a^3 - 8} \times \frac{2a^2 - 3a - 2}{2a^2 + 9a + 4} \times \frac{a^2 - 2a + 4}{3a^2 - 11a - 4} \\ &= \frac{a^2 - 4^2}{a^3 - 2^3} \times \frac{(a-2)(2a+1)}{(a+4)(2a+1)} \times \frac{a^2 - 2a + 4}{(3a+1)(a-4)} \\ &= \frac{(a+4)(a-4)}{(a-2)(a^2 + 2a + 4)} \times \frac{(a-2)(2a+1)}{(2a+1)(a+4)} \times \frac{a^2 - 2a + 4}{(3a+1)(a-4)} \\ & \quad \because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \\ & \quad a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\ &= \frac{(a^2 - 2a + 4)}{(3a+1)(a^2 + 2a + 4)} \end{aligned}$$

8. ஒரு தொடர் வண்டி ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தை சீரான வேகத்தில் கடக்கிறது. தொடர் வண்டியின் வேகம் $\frac{10 \text{ கி.மீ}}{\text{மணி}}$ அதிகரிக்கப்பட்டால் 2 மணி நேரத்திற்கு முன்னதாகவே குறிப்பிட்ட தூரத்தை அடையும் மற்றும் தொடர் வண்டியின் வேகம் $\frac{10 \text{ கி.மீ}}{\text{மணி}}$ குறைக்கப்பட்டால் 3 மணி நேரத்திற்கு பிறகு அக்குறிப்பிட்ட தூரத்தை அடையுமெனில் அந்த தொடர் வண்டி அடைந்த தூரத்தைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

$$\text{வேகம்} = \frac{x \text{ கி.மீ}}{\text{மணி}}$$

$$\text{காலம்} = \frac{\text{தூரம்}}{\text{வேகம்}}$$

$$\text{தூரம்} = y \text{ கி.மீ}$$

$$\text{காலம்} = z \text{ மணி என்க.}$$

$$\therefore y = xz$$

$$\dots\dots\dots (1)$$

கொடுக்கப்பட்டவை

$$z - 2 = \frac{y}{x + 10}$$

$$(x+10)(z-2) = y$$

$$xz - 2x + 10z - 20 = y$$

$$y - 2x + 10z - 20 = y$$

$$-2x + 10z - 20 = 0$$

$$x - 5z + 10 = 0$$

$$x - 5z = -10 \dots\dots (2)$$

$$z + 3 = \frac{y}{x - 10}$$

$$(z+3)(x-10) = y$$

$$xz + 3x - 10z - 30 = y$$

$$y + 3x - 10z - 30 = y$$

$$3x - 10z - 30 = 0 \dots\dots (3)$$

(2) மற்றும் (3) லிருந்து

$$(1) \times 2 \Rightarrow 2x - 10z = -20$$

$$(2) \times 1 \Rightarrow 3x - 10z = 30$$

$$(\text{கழிக்க}) \quad \frac{-x}{x} = \frac{-50}{50}$$

$$x = 50$$

$x = 50$ சமன்பாடு (2) ல் பிரதியிட

$$x - 5z = -10$$

$$50 - 5z = -10$$

$$-5z = -60$$

$$z = 12$$

$$(1) \Rightarrow y = xz$$

$$y = 50 \times 12$$

$$y = 600 \text{ கி.மீ}$$

9. ஒரு மகிழுந்து புறப்பட வேண்டிய நேரத்திலிருந்து 30 நிமிடம் தாமதமாகப் புறப்பட்டது. 150 கி.மீ தூரத்தில் உள்ள சேருமிடத்தைச் சரியான நேரத்தில் சென்றடைய அதனுடைய வழக்கமான வேகத்தை மணிக்கு 25 கி.மீ அதிகப்படுத்த வேண்டியிருந்தது எனில், மகிழுந்தின் வழக்கமான வேகத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

மகிழுந்தின் வழக்கமான வேகம் $\frac{x \text{ கி.மீ}}{\text{மணி}}$ என்க.

அதிகரிக்கப்பட்ட மகிழுந்தின் வேகம் $(x + 25)$ மணி என்க.

மொத்த தூரம் = 150 கி.மீ; காலம் = $\frac{\text{தூரம்}}{\text{வேகம்}}$

T_1 மற்றும் T_2 என்பது மகிழுந்து அதன் இடத்தை சரியான நேரத்தில் சென்றடைவதற்கான நேரம் மற்றும் குறைந்தபட்ச நேரம் (வழக்கமான வேகத்தை) என்க.

$$T_1 - T_2 = \frac{1}{2} \text{ மணி} \quad \frac{150}{x} - \frac{150}{x + 25} = \frac{1}{2}$$

$$150 \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x+25} \right] = \frac{1}{2}$$

$$150 \left[\frac{25}{x^2 + 25x} \right] = \frac{1}{2}$$

$$150 \left[\frac{x+25-x}{x(x+25)} \right] = \frac{1}{2}$$

$$x^2 + 25x - 7500 = 0$$

$$(x+100)(x-75) = 0$$

$x = 75$ (அ) $x = -100$ (ஏற்கத்தக்கதல்ல)

∴ மகிழுந்தின் வழக்கமான வேகம் $\frac{75 \text{ கி.மீ}}{\text{மணி}}$

10. தீர்க்க: $x^2 + \left(\frac{a}{a+b} + \frac{a+b}{a} \right) x + 1 = 0$

தீர்வு:

$$x^2 + \left(\frac{a}{a+b} + \frac{a+b}{a} \right) x + 1 = 0$$

$$x^2 + \frac{ax}{a+b} + \left(\frac{a+b}{a} \right) x + \frac{a}{a+b} \times \frac{a+b}{a} = 0$$

$$x \left(x + \frac{a}{a+b} \right) + \frac{a+b}{a} \left(x + \frac{a}{a+b} \right) = 0$$

$$\left(x + \frac{a}{a+b} \right) \left(x + \frac{a+b}{a} \right) = 0$$

$$x + \frac{a}{a+b} = 0 \text{ (அ) } x + \frac{a+b}{a} = 0 \quad x = -\frac{a}{a+b} \text{ (அ) } x = -\left(\frac{a+b}{a} \right)$$

$$\text{ஆகவே, } x = \left\{ \frac{-a}{a+b}, -\left(\frac{a+b}{a} \right) \right\}$$

11. தீர்க்க: $5^{(x+1)} + 5^{(2-x)} = 5^3 + 1$

தீர்வு:

$$5^{x+1} + 5^{2-x} = 5^3 + 1$$

$$5^x \cdot 5 + 5^2 \cdot 5^{-x} = 125 + 1$$

$$5^x \cdot 5 + \frac{25}{5^x} = 126$$

$$5^x = y \text{ என்க.}$$

$$5y + \frac{25}{y} = 126$$

$$5y^2 + 25 = 126y$$

$$5y^2 - 126y + 25 = 0$$

$$(5y-1)(y-25) = 0$$

$$5y-1 = 0 \text{ (அ) } y-25 = 0$$

$$y = \frac{1}{5} \text{ (அ) } y = 25$$

$$5^x = y \quad 5^x = 5^{-1} \text{ (அ) } 5^x = 5^2$$

$$5^x = \frac{1}{5} \text{ (அ) } 5^x = 25 \quad x = -1 \text{ (அ) } x = 2$$

$$x = \{2, -1\}$$

12. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் குத்துயரமானது அதன் அடிப்பாகத்தைவிட 7 செ.மீ குறைவு ஆகும். மேலும் கர்ணம் 13 செ.மீ எனில் மற்ற இருபக்கங்களைக் காண்க.

தீர்வு:

அடிப்பக்கம் = x செ.மீ; உயரம் = $(x-7)$ செ.மீ

$$\text{கர்ணம்} = \sqrt{(\text{அடிப்பக்கம்})^2 + (\text{உயரம்})^2}$$

$$13 = \sqrt{x^2 + (x-7)^2}$$

$$169 = x^2 + (x-7)^2$$

$$169 = x^2 + x^2 - 14x + 49$$

$$169 = 2x^2 - 14x + 49$$

$$2x^2 - 14x + 49 - 169 = 0$$

$$2x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$x^2 - 7x - 60 = 0$$

$$(x-12)(x+5) = 0$$

$$x = 12 \text{ (அ) } x = -5 \text{ (சாத்தியமல்ல)}$$

$$\text{i.e } x = 12$$

$$\text{அடிப்பக்கம்} = 12 \text{ செ.மீ.; உயரம்} = x-7 = 12-7 = 5 \text{ செ.மீ.}$$

13. இரு குழாய்கள் ஒருத்தொட்டியை நிரப்ப $9\frac{3}{8}$ மணி நேரம் எடுத்துக்கொள்ளும். சிறிய குழாயானது தனியே தொட்டியை நிரப்ப எடுத்துக்கொள்ளும் கால அளவானது, பெரிய குழாய் மட்டும் எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவை விட பத்து மணி நேரம் அதிகம் ஆகும். இரு குழாய்களும் தனித்தனியே தொட்டியை நிரப்ப எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

சிறிய குழாய் தொட்டியை நிரப்ப எடுத்துக்கொள்ளும் கால அளவு x மணி என்க.

பெரிய குழாய் தொட்டியை நிரப்ப எடுத்துக்கொள்ளும் கால அளவு $(x-10)$ மணி நேரம் என்க.

கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தின் படி,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-10} = \frac{1}{9\frac{3}{8}}$$

$$\frac{x-10+x}{x(x-10)} = \frac{8}{75}$$

$$\frac{2x-10}{x^2-10x} = \frac{8}{75}$$

$$\frac{x-5}{x^2-10x} = \frac{4}{75}$$

$$75(x-5) = 4(x^2-10x)$$

$$75x-375 = 4x^2-40x$$

$$4x^2-75x+375-40x = 0$$

$$4x^2-115x+375 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{115 \pm \sqrt{13225 - 4(4)(375)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{115 \pm \sqrt{13225 - 6000}}{8}$$

$$x = \frac{115 \pm \sqrt{7225}}{8}$$

$$x = \frac{115 \pm 85}{8}$$

$$x = \frac{115+85}{8} \text{ (அ) } \frac{115-85}{8}$$

$$x = \frac{200}{8} \text{ (or) } \frac{30}{8}$$

$$x = 25 \text{ (or) } \frac{15}{4}$$

சிறிய குழாய் தொட்டியை நிரப்ப எடுத்துக் கொள்ளும்

கால அளவு = 25 மணி நேரம்.

பெரியக் குழாய் தொட்டியை நிரப்ப எடுத்துக் கொள்ளும்

கால அளவு $x-10 = 15$ மணி நேரம்.

14. $(a^2+b^2)x^2 - 2(ac+bd)x + (c^2+d^2) = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் சமம் எனில் $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$(a^2+b^2)x^2-2(ac+bd)x+(c^2+d^2)=0$$

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் என்பதால்,

$$\therefore b^2-4ac = 0$$

$$[-2(ac+bd)]^2 - 4[a^2+b^2][c^2+d^2] = 0$$

$$4(a^2c^2+b^2d^2+2abcd) - 4[a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2] = 0$$

$$\div \text{ by } 4a^2c^2 + b^2d^2 + 2abcd - a^2c^2 - a^2d^2 - b^2c^2 - b^2d^2 = 0$$

$$a^2d^2+b^2c^2-2abcd = 0$$

$$(ad-bc)^2 = 0$$

$$ad-bc = 0$$

ad

= bc

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

15. சுருக்குக: $\frac{2x^2+3x+1}{3x^2+4x+1} \times \frac{4x^2+5x+1}{5x^2+6x+1} \times \frac{15x^2+8x+1}{8x^2+6x+1}$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} & \frac{(2x^2+2x+x+1)(4x^2+4x+x+1)(15x^2+5x+3x+1)}{(3x^2+3x+x+1)(5x^2+5x+x+1)(8x^2+4x+2x+1)} \\ &= \frac{[2x(x+1)+1(x+1)][4x(x+1)+1(x+1)]}{[3x(x+1)+1(x+1)][5x(x+1)+1(x+1)]} \\ & \quad \frac{[5x(3x+1)+1(3x+1)]}{[4x(2x+1)+1(2x+1)]} \\ &= \frac{\cancel{(x+1)} \cancel{(2x+1)} \cancel{(x+1)} \cancel{(4x+1)} \cancel{(3x+1)} \cancel{(5x+1)}}{\cancel{(x+1)} \cancel{(3x+1)} \cancel{(x+1)} \cancel{(5x+1)} \cancel{(2x+1)} \cancel{(4x+1)}} \\ &= 1 \end{aligned}$$

16. $px^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - 1 = 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில், p-ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$\text{மூலங்களின் கூடுதல் பலன்} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{-(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{p} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = \frac{c}{a}$$

$$\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = -1/p \Rightarrow \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{p}$$

$$\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{p} \text{ என (1) ல் பிரதியிட}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{p} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{p} \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{p} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{p} - \frac{\sqrt{3}}{p}$$

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{3} \sqrt{2} \\ p &= \sqrt{6} \end{aligned}$$

பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $A^2 - (a+d)A = (bc-ad) I_2$ என நிறுவுக.

2. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

3. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$ என நிறுவுக.

4. $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$ எனில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க. (i) $B - 5A$ (ii) $3A - 9B$

5. பின்வரும் அணிச் சமன்பாடுகளில் இருந்து x , y , மற்றும் z -களின் மதிப்புகளைக் காண்க.

(i) $\begin{pmatrix} x-3 & 3x-z \\ x+y+7 & x+y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} x & y-z & z+3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y & 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 16 \end{pmatrix}$

6. $x \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ எனில் x மற்றும் y -ன் மதிப்புகளைக் காண்க.

7. $x \begin{pmatrix} 2x & 2 \\ 3 & x \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ 4 & 4x \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x^2+8 & 24 \\ 10 & 6x \end{pmatrix}$ என்ற

அணிச் சமன்பாட்டில் x -ன் பூச்சியமற்ற மதிப்பைக் காண்க.

8. x, y -ஐத் தீர்க்க. $\begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -2x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$

9. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ எனில்

$A(B+C) = AB + AC$ -ஐச் சரிபார்க்கவும்.

10. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் AB மற்றும் BA -ஐக் காண்க.

மேலும் $AB = BA$ என்பது சரியா என ஆராய்க.

11. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கல் கீழ்க்காணுமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன எனில், அவற்றுக்கு தகுந்த இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் கண்டறிக. (i) 9, 14 (ii) $-\frac{7}{2}, \frac{5}{2}$ (iii) $-\frac{3}{5}, -\frac{1}{2}$
12. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் ஆகியவற்றைக் காண்க. (i) $x^2 + 8x - 65 = 0$ (ii) $2x^2 + 5x + 7 = 0$
13. வார்க்கமூலம் காண்க: $(4x^2 - 9x + 2)(7x^2 - 13x - 2)(28x^2 - 3x - 1)$
14. $x^2 + 7x + 10 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், பின்வருவனவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க. (ஏதேனும் மூன்று) (i) $(\alpha - \beta)$ (ii) $\alpha^2 + \beta^2$ (iii) $\alpha^3 - \beta^3$ (iv) $\alpha^4 + \beta^4$
(v) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ (vi) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$
15. $3x^2 + 7x - 2 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளைக் காண்க.
(i) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ (ii) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$
16. $x^3 + x^2 - x + 2$ மற்றும் $2x^3 - 5x^2 + 5x - 3$ ஆகிய பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க.
17. $2x^2 - x - 1 = 0$, என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், கீழே கொடுக்கப்பட்ட மூலங்களையுடைய இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க. (i) $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ (ii) $\alpha^2\beta, \beta^2\alpha$ (iii) $2\alpha + \beta, 2\beta + \alpha$
18. $2x^2 - 7x + 5 = 0$, என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், பின்வருவனவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.
(குறிப்பு: தீர்வு தேவையில்லை) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}, \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$
19. $x^2 + 6x - 4 = 0$ -யின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், கீழ்க்கண்டவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.
(i) α^2 மற்றும் β^2 (ii) $\alpha^2\beta$ மற்றும் $\beta^2\alpha$
20. α, β என்பன $7x^2 + ax + 2 = 0$ -யின் மூலங்கள் மற்றும் $\beta - \alpha = \frac{-13}{7}$ எனில், a -யின் மதிப்பு காண்க.
21. $6x^3 - 30x^2 + 60x - 48$ மற்றும் $3x^3 - 12x^2 + 21x - 18$ ஆகிய பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க.

22. இனியா 50 கி.கி எடையுள்ள ஆப்பிள்கள் மற்றும் வாழைப்பழங்கள் வாங்கினார். ஒரு கிலோகிராமுக்கு ஆப்பிள்களின் விலை வாழைப்பழங்களின் விலையைப் போல இருமடங்கு ஆகும். வாங்கப்பட்ட ஆப்பிள்களின் விலை ₹1800 மற்றும் வாழைப்பழங்களின் விலை ₹600 எனில், இனியா வாங்கிய இருவகை பழங்களின் எடையைக் கிலோகிராமில் காண்க.
23. தீர்க்க: $pqx^2 - (p + q)^2x + (p + q)^2 = 0$
24. சென்னையிலிருந்து விருதாச்சலத்திற்கு 240 கி.மீ தூரத்தைக் கடக்க ஒரு பயணிகள் தொடர்வண்டிக்கு ஒரு விரைவு தொடர்வண்டியைவிட 1 மணி நேரம் கூடுதலாகத் தேவைப்படுகிறது. பயணிகள் தொடர்வண்டியின் வேகம், விரைவு தொடர்வண்டியின் வேகத்தைவிட 20 கி.மீ/மணி குறைவு எனில், இரு தொடர்வண்டிகளின் சராசரி வேகங்களைக் கணக்கிடுக.

சிந்தனை வினாக்கள்	5 மதிப்பெண்கள்
--------------------------	----------------

1. சுருக்குக: $\frac{1}{a^2 + 3a + 2} + \frac{1}{a^2 + 5a + 6} - \frac{1}{a^2 + 4a + 3}$
2. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 - 7A + 10I_3 = 0$ என நிறுவுக.
3. ஒரு செவ்வகத்தின் நீளம் மற்றும் அகலத்தினை முறையே 3 மற்றும் 2 அலகுகள் அதிகரிப்பதன் மூலம் அதன் பரப்பளவு 67 சதுர அலகுகள் அதிகரிக்கும். மேலும் நீளத்தினை 5 அலகுகள் குறைத்தும் அகலத்தினை 3 அலகுகள் அதிகரித்தும் பார்க்கும்போது அதன் பரப்பளவானது 9 சதுர அலகுகள் குறையும் எனில் செவ்வகத்தின் நீள, அகலங்களை காண்க.
4. ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்கள் வரிசையில் நிற்க வேண்டும். ஏதேனும் ஒரு வரிசையில் 3 மாணவர்களை அதிகமாக்கினால் வரிசைகளின் எண்ணிக்கையில் ஒன்று குறையும். ஏதேனும் ஒரு வரிசையில் 3 மாணவர்களை குறைத்தால் வரிசைகளின் எண்ணிக்கை இரண்டு அதிகமாகும் எனில் வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

வரைபட வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

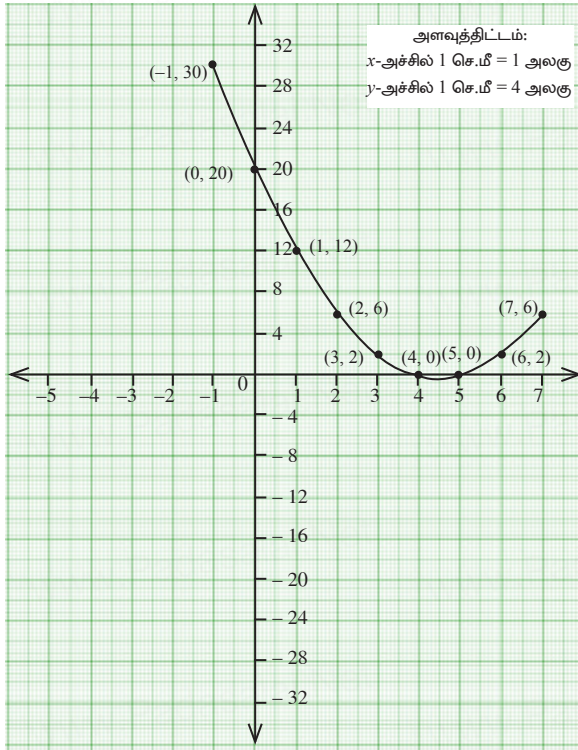
5 மதிப்பெண்கள்

1. கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைக. அதன் தீர்வுகளின் தன்மையைக் கூறுக. $x^2 - 9x + 20 = 0$.

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$-9x$	36	27	18	9	0	-9	-18	-27	-36
$+20$	20	20	20	20	20	20	20	20	20
y	72	56	42	30	20	12	6	2	0

புள்ளிகள்: $(-4, 72)$, $(-3, 56)$, $(-2, 42)$, $(-1, 30)$, $(0, 20)$, $(1, 12)$, $(2, 6)$, $(3, 2)$, $(4, 0)$



தீர்வுகளின் தன்மை:

பரவளையும் X அச்சை இருவேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. எனவே மூலங்கள் மெய், சமமில்லை.

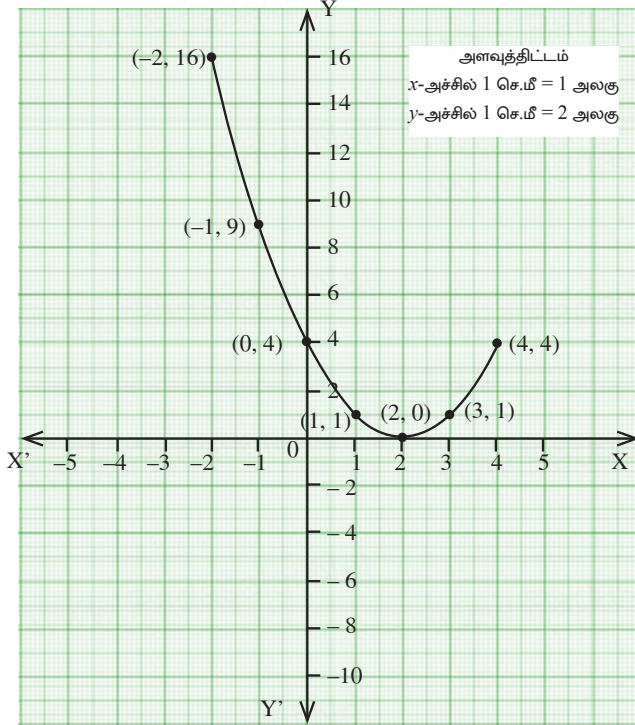
2. கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைக.

அதன் தீர்வுகளின் தன்மையைக் கூறுக. $x^2 - 4x + 4 = 0$.

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$-4x$	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16
$+4$	4	4	4	4	4	4	4	4	4
y	36	25	16	9	4	1	0	1	4

புள்ளிகள்: (-4, 36), (-3, 25), (-2, 16), (-1, 9), (0, 4), (1, 1), (2, 0), (3, 1), (4, 4)



தீர்வுகளின் தன்மை:

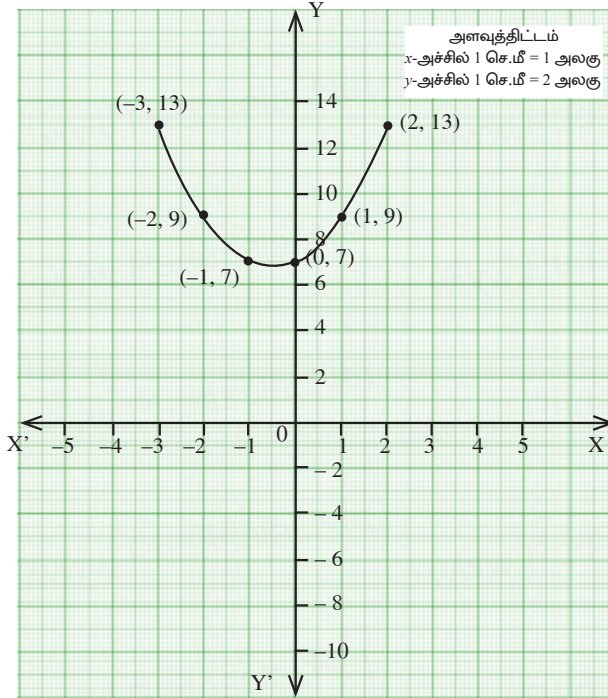
பரவளையும் X அச்சை ஒரே ஒரு புள்ளியில் தொட்டு வெட்டுகிறது. எனவே மூலங்கள் மெய், சமம்.

3. கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைக.
அதன் தீர்வுகளின் தன்மையைக் கூறுக: $x^2 + x + 7 = 0$.

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$+x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$+7$	7	7	7	7	7	7	7	7	7
y	19	13	9	7	7	9	13	19	27

புள்ளிகள்: (-4, 19), (-3, 13), (-2, 9), (-1, 7), (0, 7), (1, 9), (2, 13), (3, 19), (4, 27)



தீர்வுகளின் தன்மை:

பரவளையம் X அச்சை வெட்டவும் இல்லை, தொட்டுச் செல்லவில்லை. எனவே மூலங்கள் மெய்யல்ல.

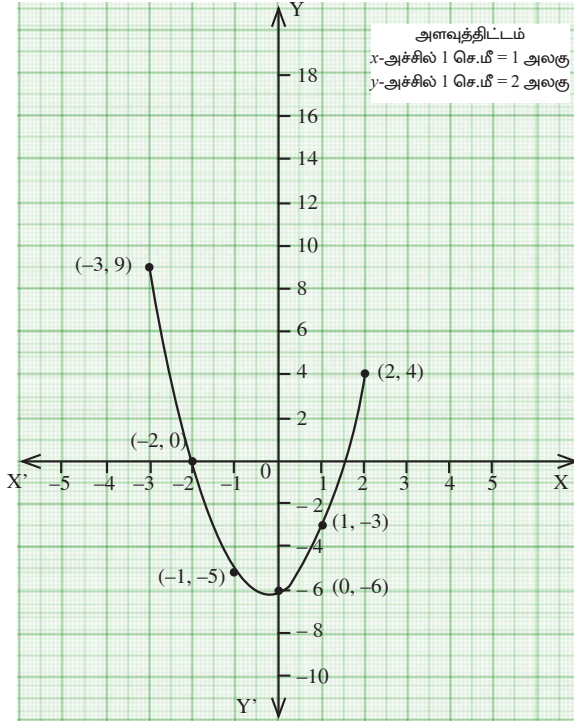
4. கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைக.
அதன் தீர்வுகளின் தன்மையைக் கூறுக: $(2x - 3)(x + 2) = 0$.

$$y = (2x - 3)(x + 2) = 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 2x^2 + x - 6$$

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$2x^2$	32	18	8	2	0	2	8	18	32
+x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
y	22	9	0	-5	-6	-3	4	15	30

புள்ளிகள்: $(-4, 22)$, $(-3, 9)$, $(-2, 0)$, $(-1, -5)$, $(0, -6)$, $(1, -3)$, $(2, 4)$, $(3, 15)$, $(4, 30)$



தீர்வுகளின் தன்மை:

பரவளையம் X அச்சை ஒரே இருவேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. எனவே மூலங்கள் மெய், சமமில்லை.

5. $y = x^2 + x - 2$ ன் வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $x^2 + x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டினைத் தீர்க்கவும்.

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$+x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
y	10	4	0	-2	-2	0	4	10	18

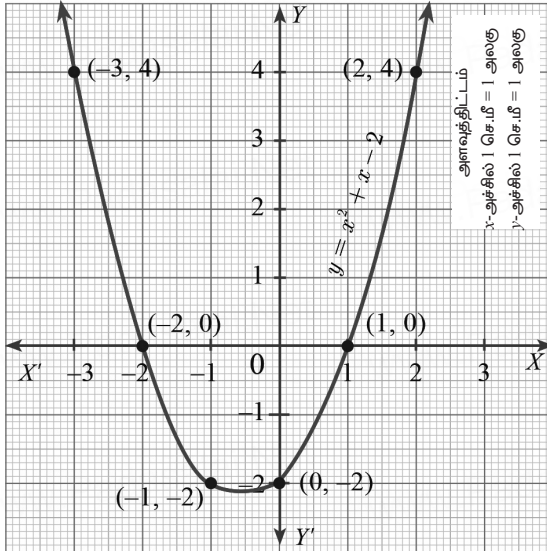
புள்ளிகள்: $(-4, 10)$, $(-3, 4)$, $(-2, 0)$, $(-1, -2)$, $(0, -2)$, $(1, 0)$, $(2, 4)$, $(3, 10)$, $(4, 18)$

கழித்தல்

$$y = x^2 + x - 2$$

$$0 = x^2 + x - 2$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \quad (-) \\ y = 0 \end{array}$$



தீர்வு: -2 மற்றும் 1

6. $y = x^2 - 5x - 6$ யின் வரைபடம் வரைந்து அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - 5x - 14 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16

$-5x$	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
y	30	18	8	0	-6	-10	-12	-12	-10

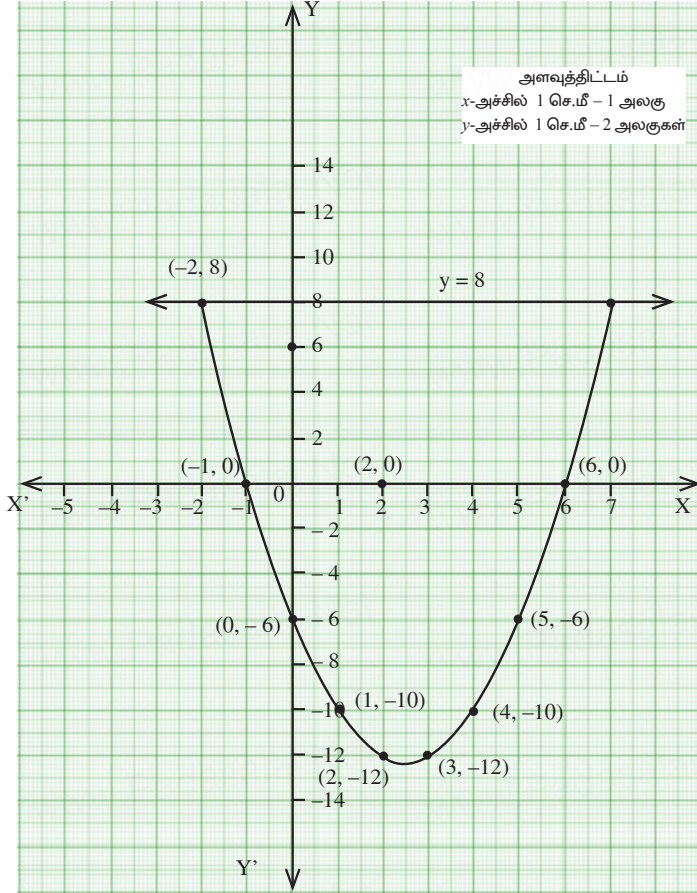
புள்ளிகள்: $(-4, 30)$, $(-3, 4)$, $(-2, 8)$, $(-1, 0)$, $(0, -6)$, $(1, -10)$, $(2, -12)$, $(3, -12)$, $(4, -10)$

கழித்தல்

$$y = x^2 - 5x - 6$$

$$0 = x^2 - 5x - 14$$

$$\begin{array}{cccc} (-) & & (-) & (+) & (+) \\ \hline y & = & & 8 \end{array}$$



தீர்வு: -2 மற்றும் 7

7. $y = 2x^2 - 3x - 5$ -யின் வரைபடம் வரைந்து அதனைப் பயன்படுத்தி $2x^2 - 4x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$2x^2$	32	18	8	2	0	2	8	18	32
$-3x$	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12
-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5
y	39	22	9	0	-5	-6	-3	4	15

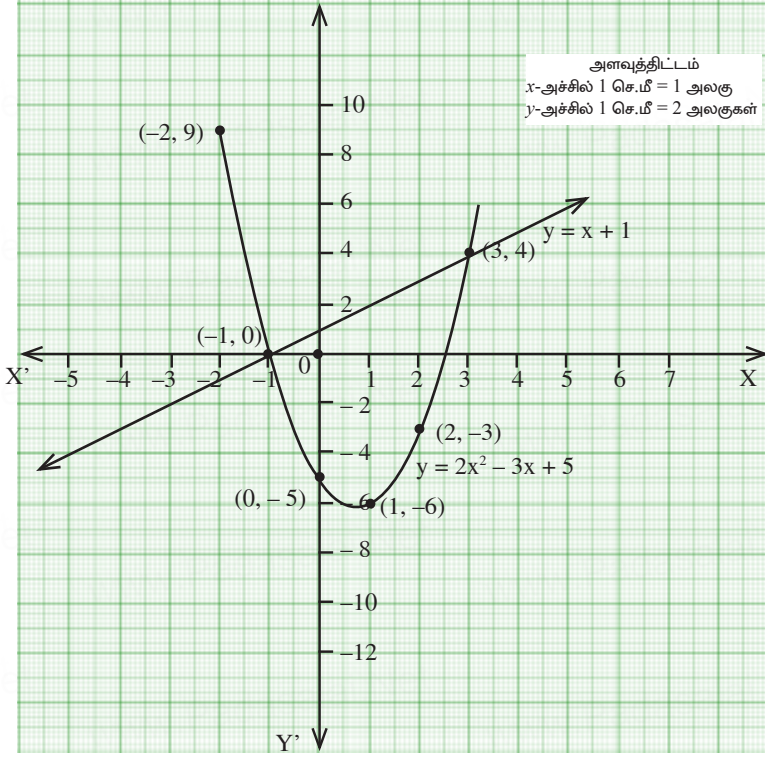
புள்ளிகள்: $(-4, 39)$, $(-3, 22)$, $(-2, 9)$, $(-1, 0)$, $(0, -5)$, $(1, -6)$, $(2, -3)$, $(3, 4)$, $(4, 15)$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{கழித்தல்} & y & = 2x^2 - 3x - 5 \\
 & 0 & = 2x^2 - 4x - 6 \\
 & \underline{(-) \quad (-) \quad (+) \quad (+)} & \\
 & y & = x + 1
 \end{array}$$

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$+1$	1	1	1	1	1	1	1	1	1
y	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

தீர்வு = $\{-1, 3\}$



தீர்வு: - 1 மற்றும் 3

8. $y = 2x^2$ யின் வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $2x^2 - x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$2x^2$	32	18	8	2	0	2	8	18	32
y	32	18	8	2	0	2	8	18	32

புள்ளிகள்: $(-4, 32)$, $(-3, 18)$, $(-2, 8)$, $(-1, 2)$, $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(2, 8)$, $(3, 18)$, $(4, 32)$

கழித்தல்

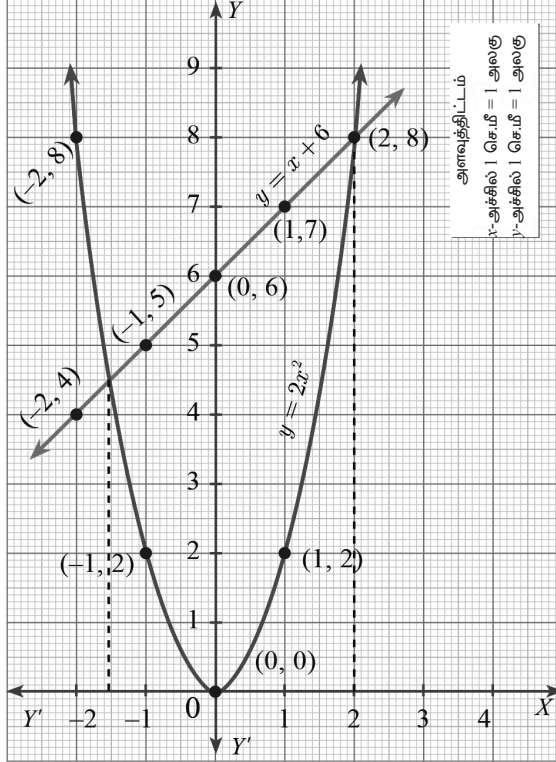
$$y = 2x^2$$

$$0 = 2x^2 - x - 6$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (+) \quad (+) \\ \hline y = \quad \quad x + 6 \end{array}$$

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
+6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
y	2	3	4	5	6	7	8	9	10



தீர்வு: -1.5 மற்றும் 2

9. $y = x^2 - 4x + 3$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதன் மூலம் $x^2 - 6x + 9 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

அட்டவணை:

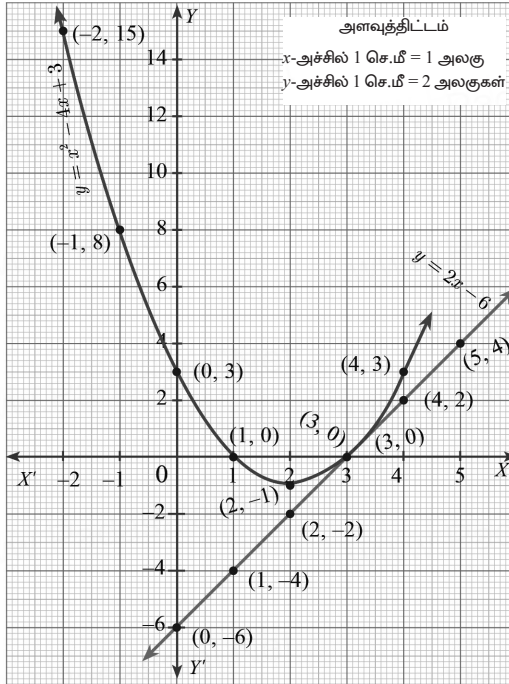
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$-4x$	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16
+3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
y	35	24	15	8	3	0	-1	0	3

புள்ளிகள்: $(-4, 35)$, $(-3, 24)$, $(-2, 15)$, $(-1, 8)$, $(0, 3)$, $(1, 0)$, $(2, -1)$, $(3, 0)$, $(4, 3)$

$$\begin{array}{rcl} \text{கழித்தல்} & y = & x^2 - 4x + 3 \\ & 0 = & x^2 - 6x + 9 \\ \hline & (-) & (-) (+) (-) \\ & y = & 2x - 6 \end{array}$$

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$2x$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
y	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0	2



தீர்வு: $\{3, 3\}$

10. $y = (x - 1)(x + 3)$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்

$$y = (x - 1)(x + 3) = x^2 + 3x - x - 3 = x^2 + 2x - 3$$

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$+2x$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
y	5	0	-3	-4	-3	0	5	12	21

புள்ளிகள்: $(-4, 5)$, $(-3, 0)$, $(-2, -3)$, $(-1, -4)$, $(0, -3)$, $(1, 0)$, $(2, 5)$, $(3, 12)$, $(4, 21)$

கழித்தல்

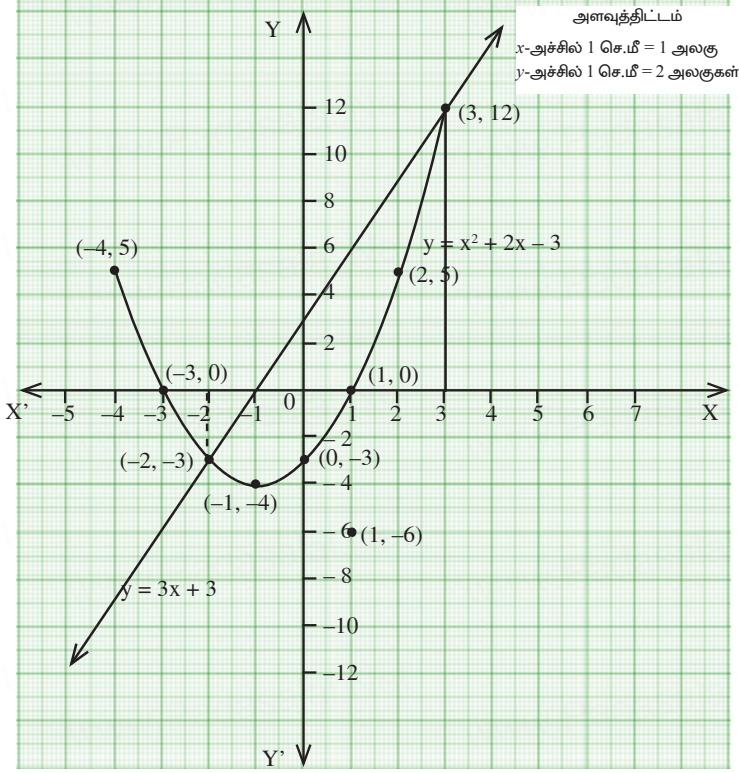
$$y = x^2 + 2x - 3$$

$$0 = x^2 - x - 6$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad \quad (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline y = \quad \quad 3x + 3 \end{array}$$

அட்டவணை:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$3x$	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
y	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	15



தீர்வு: -2 மற்றும் 3

11. வர்ஷிகா வெவ்வேறு அளவுகளில் 6 வட்டங்களை வரைந்தாள். அட்டவணையில் உள்ளவாறு, ஒவ்வொரு வட்டத்தின் விட்டத்திற்கும் அதன் சுற்றளவிற்கும் உள்ள தோராயத் தொடர்புக்கு ஒரு வரைபடம் வரையவும். அதனைப் பயன்படுத்தி, விட்டமானது 6 செ.மீ ஆக இருக்கும்போது வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

விட்டம் (x) செ.மீ	1	2	3	4	5
சுற்றளவு (y) செ.மீ	3.1	6.2	9.3	12.4	15.5

அட்டவணையிலிருந்து x அதிகரிக்கும்போது y-யும் அதிகரிக்கின்றது எனத் தெரிகின்றது.

எனவே இது ஒரு நேர்மாறலாகும் $y = kx$ என்க.

$$k = \frac{3.1}{1} = \frac{6.2}{2} = \frac{9.3}{3} = \frac{12.4}{4} = 3.1$$

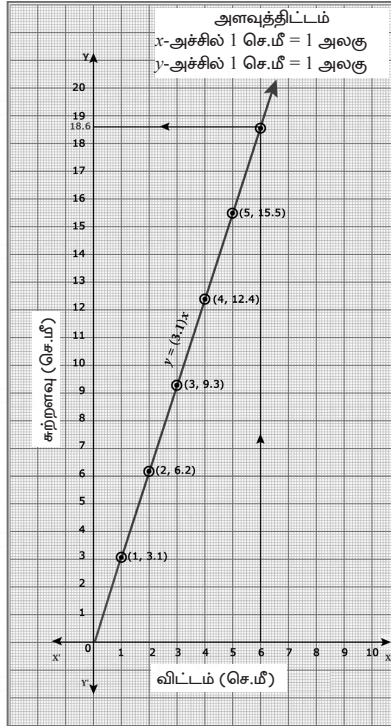
$$y = 3.1x$$

வரிசை சோடி $\{(1, 3.1) (2, 6.2) (3, 9.3), (4, 12.4), (5, 15.5)\}$

முடிவு: $x = 6 \Rightarrow x = 3.1$

$$x = 3.1 \times 6 \\ = 18.6$$

அதாவது விட்டம் 6 செ.மீ எனில் சுற்றளவு 18.6 செ.மீ ஆகும்.



12. ஒரு பேருந்து 50 கி.மீ/மணி என்ற சீரான வேகத்தில் பயணிக்கிறது. இத்தொடர்புக்கான தூரம்-நேரம் வரைபடம் வரைந்து, பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

- விகிதசம மாறிலியைக் காண்க.
- 90 நிமிடங்களில் பயணிக்கும் தூரம் எவ்வளவு?
- 300 கி.மீ தூரத்தை பயணிக்க எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

தீர்வு:

x என்பது காலம் (நிமிடங்களில்) எனவும் y என்பது கடந்த தூரம் (கி.மீல்) எனவும் கொள்க.

காலம் x (நிமிடங்களில்)	60	120	180	240
தூரம் y (கி.மீட்டரில்)	50	100	150	200

- (i) அட்டவணையிலிருந்து x அதிகரிக்கும்போது y -யும் அதிகரிக்கின்றது. எனவே இது ஒரு நேர்மாறலாகும் $y = kx$ என்க.

$$\therefore y = kx .$$

$$k = \frac{y}{x} = \frac{50}{60} = \frac{100}{120} = \frac{150}{180} = \frac{200}{240} = \frac{5}{6}$$

$$\text{i.e } k = \frac{5}{6} \quad \therefore y = \frac{5}{6} x$$

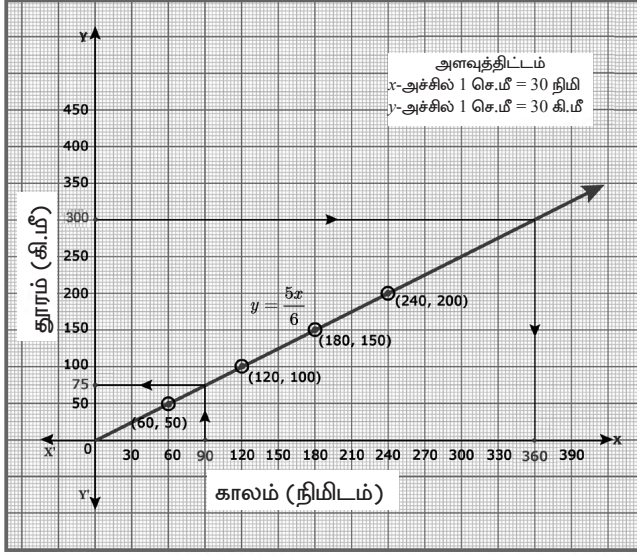
வரிசை சோடி: $\{(60, 50) (120, 100) (180, 150), (240, 200), (300, 250) (360, 300)\}$

- (ii) $x = 90$ எனில் $y = 75$ ஆகும்.

\therefore பேருந்து கடந்த தூரம் 75 கி.மீ ஆகும்.

- (iii) $y = 300$ எனில் $x = 360$ ஆகும்.

அதாவது எடுத்துக்கொண்ட காலம் = 360 நிமிடங்கள்
= 6 மணி

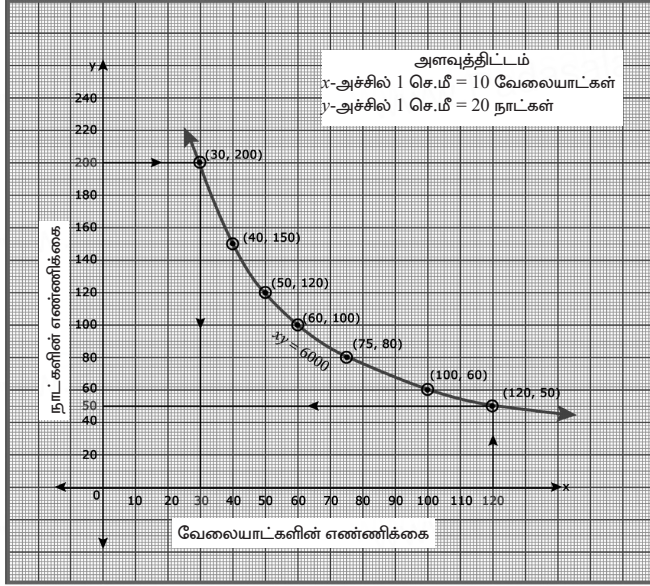


13. ஒரு நிறுவனமானது தொடக்கத்தில் 40 வேலையாளர்களுடன் 150 நாள்களில் ஒரு வேலையை முடிக்க தொடங்கியது. பிறகு, வேலையை விரைவாக முடித்திட பின்வருமாறு வேலையாளர்களை அதிகரித்தது.

வேலையாளர்களின் எண்ணிக்கை (x)	40	50	60	75
நாள்களின் எண்ணிக்கை (y)	150	120	100	80

- மேலேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து மாறுபாட்டின் வகையை அடையாளம் காண்க.
- வரைபடத்திலிருந்து, நிறுவனமானது 120 வேலையாளர்களை வேலைக்கு அமர்த்த விரும்பினால், வேலை முடிய எத்தனை நாள்கள் ஆகும் எனக் காண்க.
- வேலையாளர் 30 நாள்களில் முடிய வேண்டும் எனில், எத்தனை வேலையாளர்கள் தேவை?

தீர்வு:



- (i) அட்டவணையிலிருந்து x அதிகரிக்கும்போது y குறைகிறது என்பது தெளிவாகின்றது.
எனவே இது ஒரு எதிர்மாறல் ஆகும்

$$\therefore y = \frac{k}{x} \Rightarrow xy = k$$

அட்டவணையிலிருந்து,

$$k = 40 \times 150 = 50 \times 120 = \dots = 75 \times 80 = 6000$$

$$k = 6000 \quad \therefore xy = 6000$$

வரிசை சோடி $\{(40, 150), (50, 120), (60, 100), (75, 80)\}$

- (ii) $x = 120 \Rightarrow y = 50$

\therefore தேவையான நாட்களின் எண்ணிக்கை

- (iii) $y = 30$,

$$xy = 6000$$

$$x = \frac{6000}{y} \quad x = \frac{6000}{30}$$

$$\therefore x = 200$$

\therefore தேவையான வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை = 200

14. நிஷாந்த், 12 கி.மீ தூரத்திற்கான மாரத்தான் ஒட்டத்தின் வெற்றியாளர் ஆவார். அவன் மணிக்கு 12 கி.மீ என்ற சீரான வேகத்தில் ஓடி, இலக்கினை 1 மணி நேரத்தில் அடைந்தார். அவரைத் தொடர்ந்து ஆராதனா, ஜெயந்த், சத்யா மற்றும் சுவேதா ஆகியோர் முறையே 6 கி.மீ/மணி, 4 கி.மீ/மணி, 3 கி.மீ/மணி மற்றும் 2 கி.மீ/மணி என்ற வேகத்தில் ஓடி வந்தனர். அவர்கள் அந்த தூரத்தை முறையே 2 மணி, 3 மணி, 4 மணி மற்றும் 6 மணி நேரத்தில் அடைந்தனர். வேகம் - நேரம், வரைபடம் வரைந்து அதனைப் பயன்படுத்தி, மணிக்கு 2.4 கி.மீ/மணி வேகத்தில் சென்ற கௌசிக் எடுத்துக் கொண்ட நேரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு அட்டவணையை பெறுவோம்.

வேகம் x (கி.மீட்டரில்)	12	6	4	3	2
காலம் y (நிமிடங்களில்)	1	2	3	4	6

- (i) அட்டவணையிலிருந்து x குறையும்போது y அதிகரிக்கின்றது என்பது தெளிவாகின்றது. எனவே இது ஒரு எதிர்மாறல் ஆகும்.

அட்டவணையிலிருந்து $k=12 \times 1 = 6 \times 2 = \dots = 2 \times 6 = 12$

$$\therefore y = \frac{k}{x} \Rightarrow xy = k$$

$$k = 12; \quad \therefore xy = 12$$

வரிசை சோடி $\{(12,1), (6,2), (4,3), (3,4), (2,6)\}$

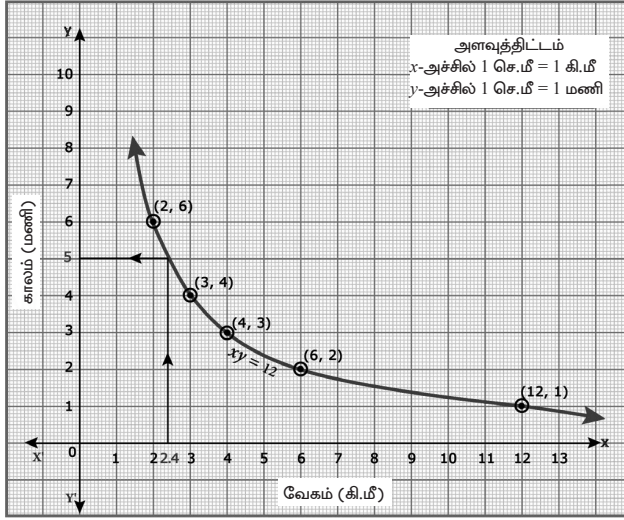
$$xy = 12$$

$$y = \frac{12}{x}$$

$$= 5$$

$$y = \frac{12}{2.4}$$

கௌசிக் குறிப்பிட்ட இடத்தை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் கால அளவு 5 நிமிடங்கள் ஆகும்.



15. ஒரு துணிக்கடையானது தனது வாடிக்கையாளர்களுக்கு வாங்கும் ஒவ்வொரு பொருளின் மீதும் 50% தள்ளுபடியை அறிவிக்கிறது. குறித்த விலைக்கும் தள்ளுபடிக்குமான வரைபடம் வரைக. மேலும்,

- (i) வரைபடத்திலிருந்து, ஒரு வாடிக்கையாளர் ₹3250-ஐ தள்ளுபடியாகப் பெற்றால், குறித்த விலையைக் காண்க.
- (ii) குறித்த விலையானது ₹ 2500 எனில், தள்ளுபடியைக் காண்க.

தீர்வு:

x என்பது குறித்த தொகை எனவும்,

y என்பது தள்ளுபடி எனவும் கொள்க.

$$\text{தள்ளுபடி} = 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

கொடுக்கப்பட்ட கணக்கானது நேர்மாறலைக் கொண்டுள்ளது என்பது தெளிவாகின்றது.

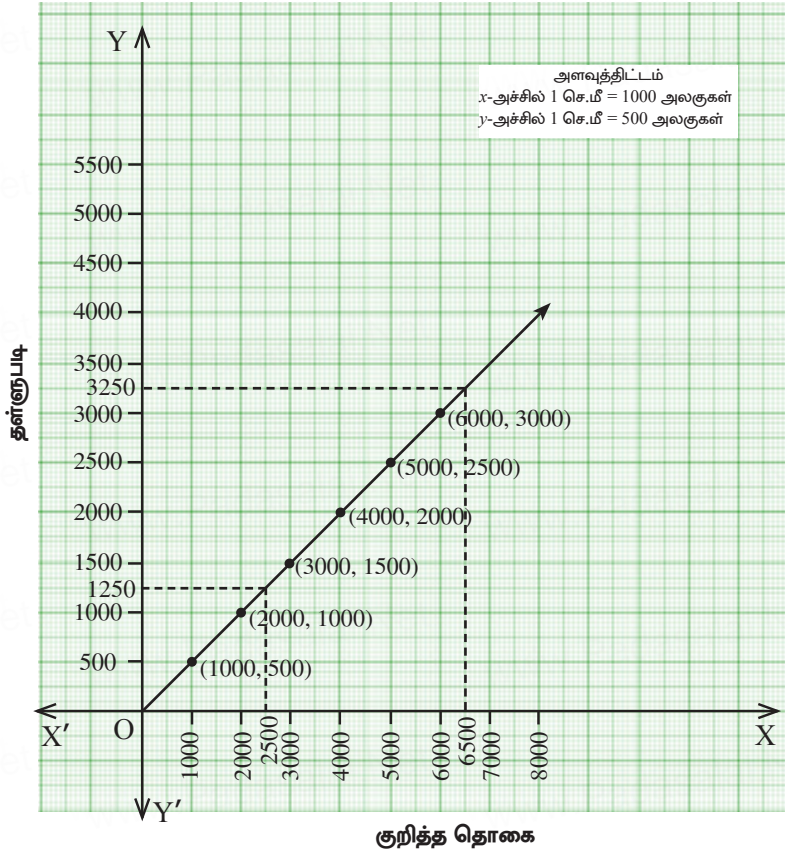
$$\therefore y = kx$$

$$\text{i.e } y = \frac{1}{2}x$$

குறித்த தொகை (x)	1000	2000	3000	4000	5000
தள்ளுபடி (y)	500	1000	1500	2000	2500

வரிசை சோடி = { (1000, 500), (2000, 1000), (4000, 2000), (5000, 2500), (6000, 3000) }

- (i) வரைபடத்திலிருந்து $y = ₹3250$ எனில் $x = ₹6500$
குறித்த தொகை = ₹6500
- (ii) இதேபோல் $x = ₹2500$, எனில் $y = ₹1250$
 \therefore தள்ளுபடி = ₹1250



16. $xy=24$, $x, y>0$ என்ற வரைபடத்தை வரைக. வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி,

(i) $x = 3$ எனில் y -ஐக் காண்க மற்றும்

(ii) $y = 6$ எனில் x -ஐக் காண்க.

தீர்வு:

x	1	2	3	4	6	8	12	24
y	24	12	8	6	4	3	2	1

அட்டவணையிலிருந்து x அதிகரிக்கும்பொழுது

y குறைகின்றது என்பது தெளிவாகின்றது.

எனவே இது ஒரு எதிர்மாறலாகும்

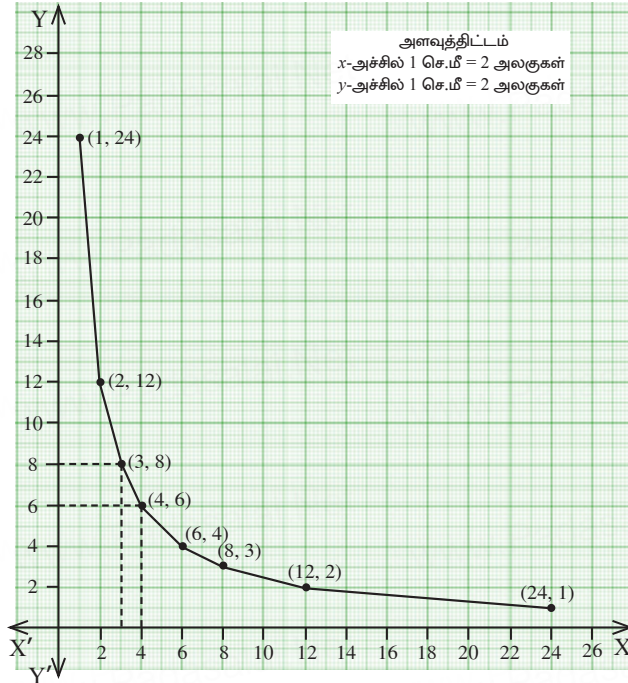
$$xy = k$$

$$\text{i.e } xy = 24$$

வரிசை சோடி = $\{(1, 24), (2, 12), (3, 8), (4, 6), (6, 4), (8, 3), (12, 2), (24, 1)\}$

(i) $x = 3$ எனில் $y = 8$

(ii) $y = 6$ எனில் $x = 4$



17. $y = \frac{1}{2}x$ என்ற நேரிய சமன்பாட்டின் / சார்பின் வரைபடம்

வரைக. விகிதசம மாறிலியை அடையாளம் கண்டு, அதனை வரைபடத்துடன் சரிபார்க்க. மேலும்

(i) $x = 9$ எனில் y ஐக் காண்க.

(ii) $y = 7.5$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$y = \frac{1}{2}x$$

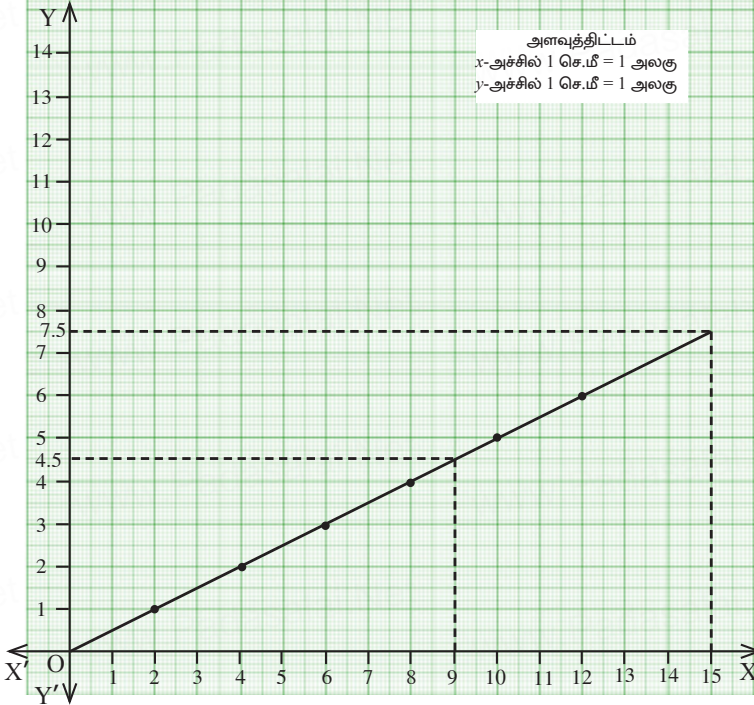
x	2	4	6	8	10	12
y	1	2	3	4	5	6

அட்டவணைலிருந்து x அதிகரிக்கும்பொழுது y - யும் அதிகரிக்கின்றது என்பது தெளிவாகின்றது.

எனவே இது ஒரு நேர்மாறலாகும்.

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

வரிசை சோடி : $\{(2, 1), (4, 2), (6, 3), (8, 4), (10, 5), (12, 6)\}$



(i) $x = 9$ எனில் $y = 4.5$

(ii) $y = 7.5$ எனில் $x = 15$

18. ஒரு தொட்டியை நிரப்பத் தேவையான குழாய்களின் எண்ணிக்கையும் அவை எடுத்துக் கொள்ளும் நேரமும் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

குழாய்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	3	6	9
எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் நிமிடங்களில் (y)	45	30	15	10

மேற்காணும் தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து,

- 5 குழாய்களைப் பயன்படுத்தினால், தொட்டி நிரம்ப எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட நேரத்தைக் காண்க.
- 9 நிமிடங்களில் தொட்டி நிரம்பினால், பயன்படுத்தப்பட்ட குழாய்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

அட்டவணையிலிருந்து x அதிகரிக்கும்பொழுது y குறைகின்றது என்பது தெளிவாகின்றது. எனவே இது ஒரு எதிர்மாறலாகும்.

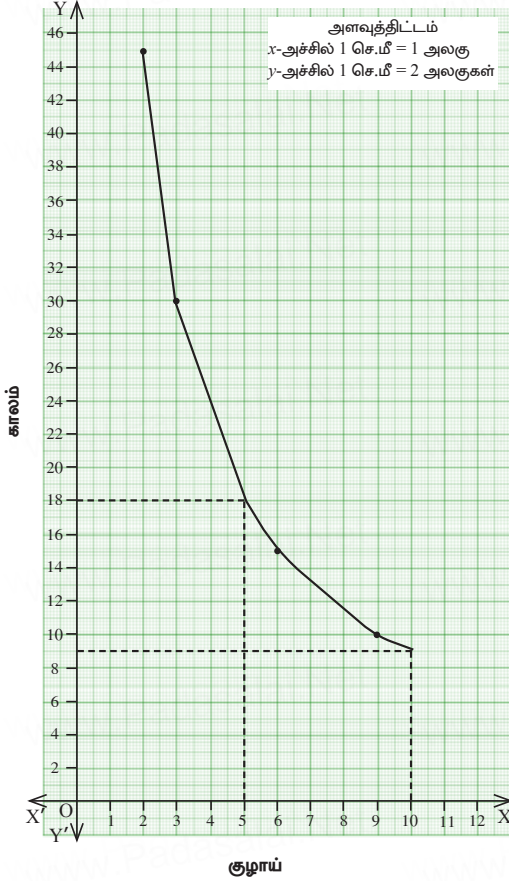
$$xy = k$$

$$\text{i.e } xy = 90$$

$$\text{i.e } k = 90$$

வரிசை சோடி = $\{(2, 45), (3, 30), (6, 15), (9, 10)\}$

- $x = 5$ எனில் $y = 18$
5 குழாய்களைக் கொண்டு தொட்டியை நிரப்ப எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் 18 நிமிடங்கள்.
- $y = 6$ எனில் $x = 10$
9 நிமிடங்களில் தொட்டியை நிரப்ப தேவைப்படும் குழாய்களின் எண்ணிக்கை 10.



19. ஒரு பள்ளியினது, குறிப்பிட்ட சில போட்டிகளுக்கு, பரிசுத் தொகையினை எல்லா பங்கேற்பாளர்களுக்கும் பின்வருமாறு சமமாக பிரித்து வழங்குவதாக அறிவிக்கிறது.

பங்கேற்பாளர்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	4	6	8	10
ஒவ்வொரு பங்கேற்பாளரின் தொகை ₹ (y)	180	90	60	45	36

- (i) விகிதசம மாறிலியைக் காண்க.
- (ii) மேற்காணும் தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து, 12 பங்கேற்பாளர்கள் பங்கெடுத்துக் கொண்டால் ஒவ்வொரு

பங்கேற்பாளரும் பெறும் பரிசுத் தொகை எவ்வளவு என்பதைக் காண்க.

தீர்வு:

அட்டவணையிலிருந்து x அதிகரிக்கும்பொழுது y குறைகின்றது என்பது தெளிவாகின்றது. எனவே இது ஒரு எதிர்மாறலாகும்.

(i) $xy = k$

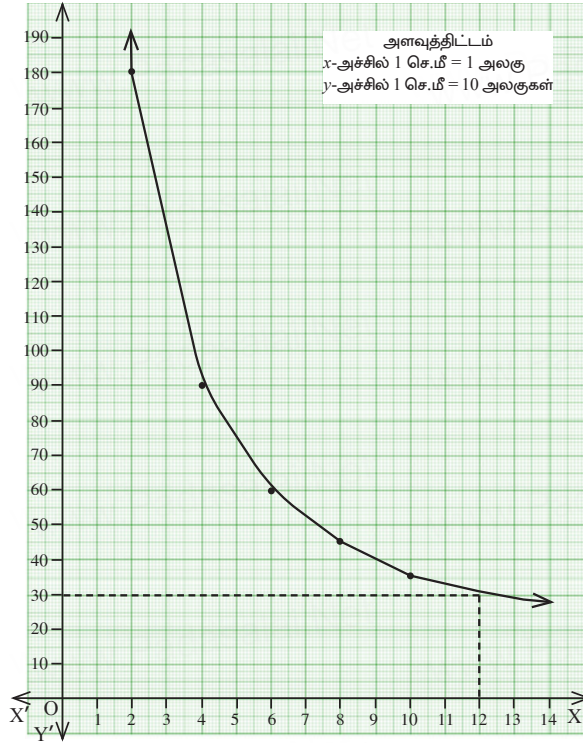
i.e $xy = 360$

i.e $k = 360$

வரிசை சோடி = $\{(2, 180), (4, 90), (6, 60), (8, 45), (10, 36)\}$

(ii) $x = 12$ எனில் $y = 30$

\therefore கலந்துகொள்ளும் ஒவ்வொருவரும் பெறும் தொகை = ₹30



20. பேருந்து நிலையம் அருகே உள்ள இரு சக்கர வாகனம் நிறுத்துமிடத்தில் பெறப்படும் கட்டண தொகை பின்வருமாறு:

நேரம் (மணியில்) (x)	4	8	12	24
கட்டண தொகை ₹ (y)	60	120	180	360

பெறப்படும் கட்டணத் தொகையானது வாகனம் நிறுத்தப்படும் நேரத்திற்கு நேர் மாறுபாட்டில் உள்ளதா அல்லது எதிர் மாறுபாட்டில் உள்ளதா என ஆராய்க. கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளை வரைபடத்தில் குறிக்கவும். மேலும்,

- (i) நிறுத்தப்படும் நேரம் 6 மணி எனில், கட்டணத் தொகையைக் காண்க.
- (ii) ₹150 ஐ கட்டணத் தொகையாகச் செலுத்தி இருந்தால், நிறுத்தப்பட்ட நேரத்தின் அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

அட்டவணையிலிருந்து x அதிகரிக்கும்பொழுது y -யும் அதிகரிக்கின்றது என்பது தெளிவாகின்றது. எனவே இது ஒரு நேர்மாறலாகும்.

$$y = kx$$

$$\text{i.e } y = 15x$$

$$\therefore k = 15$$

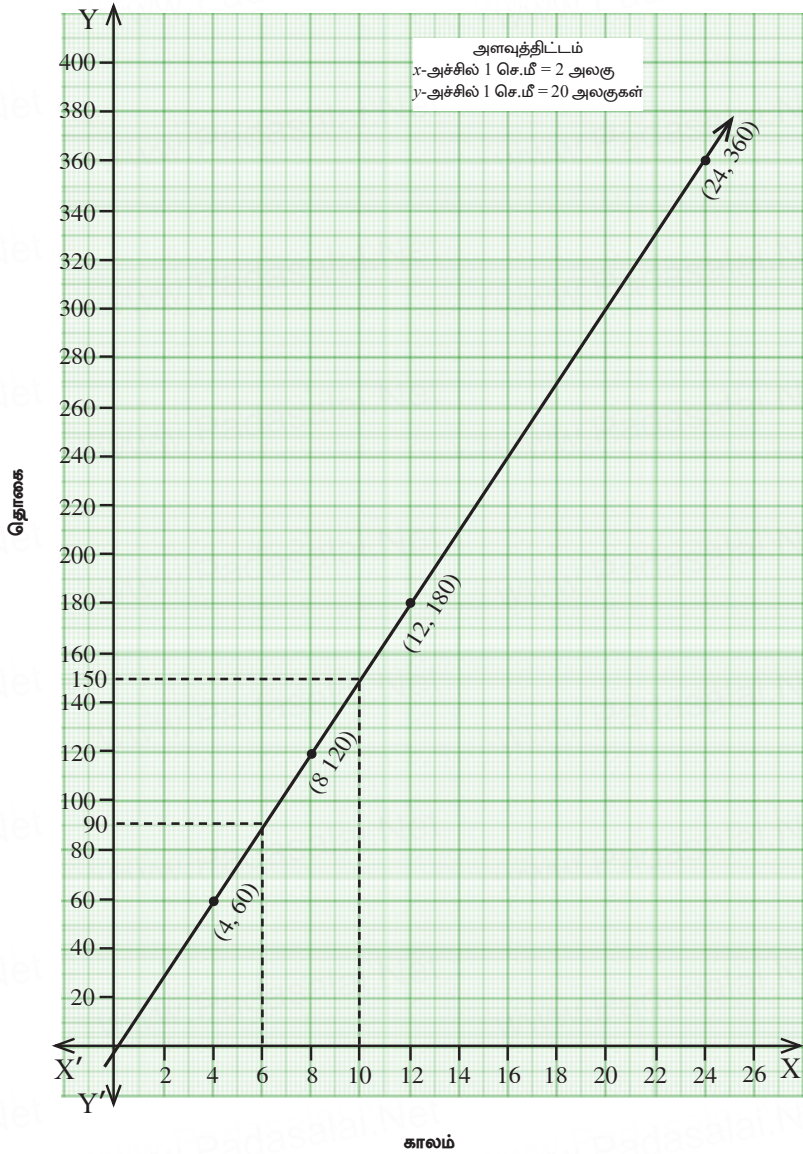
வரிசை சோடி = $\{(4, 60), (8, 120), (12, 180), (24, 360)\}$

- (i) $x = 6$ எனில் $y = 90$

செலுத்த வேண்டிய தொகை = ₹90

- (ii) $y = 150$ எனில் $x = 10$

\therefore நிறுத்தப்பட்ட அனுமதிக்கும் காலஅளவு = 90 மணி நேரம் ஆகும்.



பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. இருபடிச்சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் தன்மையை வரைபடம் மூலம் ஆராய்க: $x^2 + x - 12 = 0$
2. இருபடிச்சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் தன்மையை வரைபடம் மூலம் ஆராய்க: $x^2 - 8x + 16 = 0$
3. இருபடிச்சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் தன்மையை வரைபடம் மூலம் ஆராய்க: $x^2 + 2x + 5 = 0$
4. கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைக. அதன் தீர்வுகளின் தன்மையைக் கூறுக: $x^2 - 9 = 0$
5. கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைக. அதன் தீர்வுகளின் தன்மையைக் கூறுக: $x^2 - 6x + 9 = 0$
6. $y = x^2 - 4$ வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - x - 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.
7. $y = x^2 + 4x + 3$ -ன் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 + x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வைக் காண்க.
8. $y = x^2 + x$ யின் வரைபடம் வரைந்து, $x^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.
9. $y = x^2 + 3x + 2$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 + 2x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.
10. $y = x^2 + 3x - 4$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 + 3x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.
11. கீழ்க்காணும் அட்டவணையை நன்கு படித்து கொடுக்கப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடையளி.

ஆப்பிள்களின் எடை (கி.கி)	1	2	3	4	5
ஆப்பிள்களின் விலை (ரூ)	200	400	600	800	1000

- i) விகித சம மாறிலியைக் காண்க.
- ii) வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி 7 கி.கிராம் ஆப்பிள்களின் விலையைக் காண்க.
- iii) ₹500/- க்கு எவ்வளவு ஆப்பிள்கள் வாங்கலாம் எனக் காண்க.

12.

வேலை ஆட்களின் எண்ணிக்கை (x)	3	4	6	8	9	16
வேலை ஆட்களின் எண்ணிக்கை (y)	96	72	48	36	32	18

அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு பொருத்தமான வரைபடம் வரைக. அதனைப் பயன்படுத்தி 12 வேலை ஆட்கள் அவ்வேலையை முடிக்க எடுத்துக்கொள்ளும் கால அளவைக் காண்க.

13. 1 லிட்டர் பாலின் விலை ₹45/-. அளவிற்கும் விலைக்கும் இடைப்பட்ட தொடர்பை வரைபடமாக வரைக. மேலும்

i) விகித சம "K"வைக் காண்க.

ii) வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி 3 லிட்டர் பாலின் விலையைக் காண்க.

14. $xy = 16$, $x, y > 0$ என்பதன் வரைபடம் வரைக. அதனைப் பயன்படுத்தி 16 ன் வாக்க மூலம் காண்க.

15. ஒரு இருசக்கர வாகனம் ஒட்டுபவர் பயணம் செய்யும் தூரமும், நேரமும் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

நேரம் (நிமிடங்களில்)	4	8	12	16
தூரம் (கி.மீட்டரில்)	8	16	24	32

i) விகித சம மாறிலியைக் காண்க.

ii) வரைபடம் வரைந்து, 10 நிமிடங்களில் அவர் கடந்த தூரத்தைக் காண்க.

iii) 40 கி.மீ தூரத்தை கடக்க அவர் எடுத்துக்கொள்ளும் கால அளவு எவ்வளவு?

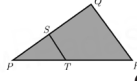
அலகு

4

வடிவவியல்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

1. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{FD}$ எனில், ABC மற்றும் EDF எப்பொழுது வடிவொத்தவையாக அமையும்?
 1) $\angle B = \angle E$ 2) $\angle A = \angle D$
 3) $\angle B = \angle D$ 4) $\angle A = \angle F$ விடை: 3)
 2. $\triangle LMN$ -யில் $\angle L = 60^\circ$, $\angle M = 50^\circ$, மேலும் $\triangle LMN \sim \triangle PQR$ எனில் $\angle R$ -யின் மதிப்பு
 1) 40° 2) 70°
 3) 30° 4) 110° விடை: 2)
 3. இருசமபக்க முக்கோணம் $\triangle ABC$ -யில் $\angle C = 90^\circ$ மற்றும் $AC = 5$ செ.மீ, எனில் AB ஆனது
 1) 2.5 செ.மீ 2) 5 செ.மீ
 3) 10 செ.மீ 4) $5\sqrt{2}$ செ.மீ விடை: 4)
 4. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், $ST \parallel QR$, $PS = 2$ செ.மீ மற்றும் $SQ = 3$ செ.மீ எனில் $\triangle PQR$ -யின் பரப்பளவுக்கும் $\triangle PST$ -யின் பரப்பளவுக்கும் உள்ள விகிதம்
 1) 25 : 4 2) 25 : 7
 3) 25 : 11 4) 25 : 13 விடை: 1)
- 
5. இரு வடிவொத்த முக்கோணங்கள் $\triangle ABC$ மற்றும் $\triangle PQR$ -யின் சுற்றளவுகள் முறையே 36 செ.மீ மற்றும் 24 செ.மீ ஆகும். $PQ = 10$ செ.மீ எனில் AB-யின் நீளம்.
 1) $6 \frac{2}{3}$ செ.மீ 2) $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ செ.மீ
 3) $66 \frac{2}{3}$ செ.மீ 4) 15 செ.மீ விடை: 4)
 6. $\triangle ABC$ -யில் $DE \parallel BC$, $AB = 3.6$ செ.மீ, $AC = 2.4$ செ.மீ மற்றும் $AD = 2.1$ செ.மீ எனில், AE-யின் நீளம்
 1) 1.4 செ.மீ 2) 1.8 செ.மீ
 3) 1.2 செ.மீ 4) 1.05 செ.மீ விடை: 1)

7. $\triangle ABC$, AD ஆனது, $\angle BAC$ -யின் இருசமவெட்டி. $AB = 8$ செ.மீ, $BD = 6$ செ.மீ மற்றும் $DC = 3$ செ.மீ எனில், பக்கம் AC-யின் நீளம்.

1) 6 செ.மீ

2) 4 செ.மீ

3) 3 செ.மீ

4) 8 செ.மீ

விடை: 2)

8. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $\angle BAC = 90^\circ$ மற்றும் $AD \perp BC$ எனில்,

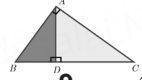
1) $BD \cdot CD = BC^2$

2) $AB \cdot AC = BC^2$

3) $BD \cdot CD = AD^2$

4) $AB \cdot AC = AD^2$

விடை: 3)



9. 6 மீ மற்றும் 11 மீ உயரமுள்ள இரு கம்பங்கள் சமதளத் தரையில் செங்குத்தாக உள்ளன. அவற்றின் அடிகளுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு 12 மீ எனில், அவற்றின் உச்சிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு என்ன?

1) 13 மீ

2) 14 மீ

3) 15 மீ

4) 12.8 மீ

விடை: 1)

10. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $PR = 26$ செ.மீ, $QR = 24$ செ.மீ $\angle PAQ = 90^\circ$, $PA = 6$ செ.மீ, $QA = 8$ செ.மீ. எனில் $\angle PQR$ -ஐக் காண்க.

1) 80°

2) 85°

3) 75°

4) 90°



விடை: 4)

11. வட்டத்தின் தொடுகோடும் அதன் ஆரமும் செங்குத்தாக அமையும் இடம்

1) மையம்

2) தொடுபுள்ளி

3) முடிவிலி

4) நாண்

விடை: 2)

12. வட்டத்தின் வெளிப்புறப் புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு எத்தனை தொடுகோடுகள் வரையலாம்?

1) ஒன்று

2) இரண்டு

3) முடிவற்ற எண்ணிக்கை

4) பூஜ்ஜியம்

விடை: 2)

13. O-வை மையமாக உடைய வட்டத்திற்கு, வெளியேயுள்ள புள்ளி P-யிலிருந்து வரையப்பட்ட தொடுகோடுகள் PA மற்றும் PB ஆகும். $\angle APB = 70^\circ$ எனில் $\angle AOB$ -யின் மதிப்பு

1) 100°

2) 110°

3) 120°

4) 130°

விடை: 2)

14. படத்தில் O-வை மையமாக உடைய வட்டத்தின் தொடுகோடுகள் CP மற்றும் CQ ஆகும். ARB ஆனது

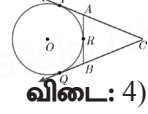
வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளி R வழியாகச் செல்லும் மற்றொரு தொடுகோடு ஆகும். $CP = 11$ செ.மீ மற்றும் $BC = 7$ செ.மீ. எனில் BR-யின் நீளம்.

1) 6 செ.மீ

2) 5 செ.மீ

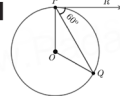
3) 8 செ.மீ

4) 4 செ.மீ



விடை: 4)

15. படத்தில் உள்ளவாறு O-ஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் தொடுகோடு PR எனில், $\angle POQ$ ஆனது

1) 120° 2) 100° 3) 110° 4) 90° 

விடை: 1)

சிந்தனை வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

1. கீழ்க்காண்பனவற்றுள் எது சரியல்ல?

1) இரு வடிவொத்த முக்கோணங்களின் பரப்புகளின் விகிதம் $64 : 81$ எனில் அவற்றின் பக்கங்களின் விகிதம் $8 : 9$ ஆகும்.

2) ஒரு முக்கோணத்தில் சீவியன்கள் சந்திக்கும் புள்ளியானது, ஒவ்வொரு சீவியனையும் என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் எனில், சீவியன்கள் சந்திக்கும் புள்ளியானது அம்முக்கோணத்தின் செங்கோட்டு மையம் என அழைக்கப்படும்.

3) இருவட்டங்கள் ஒன்றையொன்று உட்புறமாக தொட்டுக் கொள்ளும் எனில் ஆரங்களின் வித்தியாசமானது மையங்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரத்தினைக் குறிக்கும்.

4) ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் காணத்தின் மீது வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பானது வலது கோண முக்கோணத்தின் மற்ற பக்கங்களில் வரையப்பட்ட சதுரங்களின் பக்கத்திற்குச் சமம்.

விடை: 2)

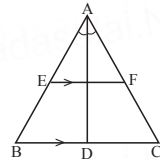
2. படத்திலிருந்து பொருத்தமான நிபந்தனை

$$1) BC \times AC = \frac{EF}{BF}$$

$$2) BD \times AF = AE \times DC$$

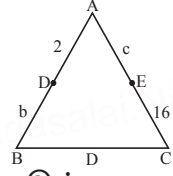
$$3) BE \times EF = AD \times FA$$

$$4) BD = DC$$



விடை: 2)

3. படத்திலிருந்து 2, b, c மற்றும் 16 என்பன பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் உள்ளன. மேலும் அவற்றின் கூடுதல் 30 எனில் படத்தில்



- 1) DE என்பது BC க்கு இணை
- 2) DE என்பது BC க்கு இணை அல்ல
- 3) அடிப்படை விகித சமத் தேற்றத்திற்கு பொருந்தாது
- 4) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் போதுமானதாக இல்லை

விடை: 1)

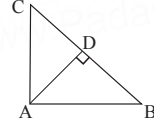
4. D, E மற்றும் F என்பன முறையே $\triangle ABC$ ன் பக்கங்களான BC, CA மற்றும் AB ஆகியவற்றின் மையப்புள்ளிகள் எனில் DEF மற்றும் ABC என்ற முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளின் விகிதம்.

- 1) 1 : 4
- 2) 1 : 2
- 3) 2 : 3
- 4) 4 : 5

விடை: 1)

5. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள $\triangle ABC$ ல் $\angle A = 90^\circ$ மற்றும் $AD \perp BC$. $AC = 3$ செ.மீ, $AB = 4$ செ.மீ மற்றும் $BD = 3.2$ செ.மீ எனில் $AD =$

- 1) 2.4
- 2) 4.2
- 3) 5.6
- 4) 3



விடை: 1)

6. இரு வட்டங்களின் ஆரங்கள் முறையே 8 செ.மீ மற்றும் 3 செ.மீ எனவும் அவற்றின் மையங்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் 13 செ.மீ எனவும் கொண்டால் அவற்றின் பொது தொடுகோட்டின் நீளம்

- 1) 8 செ.மீ
- 2) 5 செ.மீ
- 3) 13 செ.மீ
- 4) 12 செ.மீ

விடை: 4)

7. கீழ்காண்பனவற்றுள் எது/எவை உண்மை?

- 1) அனைத்து வட்டங்களும் வடிவொத்தவை.
- 2) அனைத்து சதுரங்களும் வடிவொத்தவை.
- 3) ஒரே எண்ணிக்கையில் பக்கங்களை கொண்ட இரு பலகோணங்களின் ஒத்த கோணங்கள் சமமாகவும் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமமாகவும் இருந்தால் அவ்விரு பலகோணங்களும் வடிவொத்தவை ஆகும்.
- 4) அனைத்து சமபக்க முக்கோணங்களும் வடிவொத்தவை.
- 1) 1 மற்றும் 2
- 2) 1, 2 மற்றும் 4
- 3) 1, 2 மற்றும் 3
- 4) மேற்கூறிய அனைத்தும்

விடை: 4)

8. 20மீ நீளமுடைய ஒரு நிலைக் குத்தான குச்சி ஆனது 10மீ நீளமுடைய நிழலை தரையில் ஏற்படுத்துமானால், 50மீ நீளமுடைய நிழலை தரையில் ஏற்படுத்தும் கோபுரத்தின் உயரம்
 1) 100 மீ 2) 120 மீ
 3) 25 மீ 4) 200 மீ விடை: 1)
9. முக்கோணம் ABC ல் $DE \parallel BC$, $AD = (7x-4)$ செ.மீ, $AE = (5x-2)$ செ.மீ, $DB = (3x+4)$ செ.மீ, $EC = 3x$ செ.மீ எனில் x ன் மதிப்பு
 1) 3 2) 5
 3) 4 4) 25 விடை: 3)
10. முக்கோணம் ABC ல் $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 50^\circ$ எனில் $\angle BAD =$
 1) 30° 2) 40°
 3) 50° 4) 60° விடை: 1)

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. பித்தாகரஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.
 ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் காணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.
2. பித்தாகரஸ் தேற்றத்தின் மறுதலையை எழுதுக.
 ஒரு முக்கோணத்தில் நீளமான பக்கத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம் எனில், அந்த முக்கோணம் செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.
3. மெனிலாஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.
 ABC என்ற முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் BC, CA, AB (அல்லது அவற்றின் நீட்சி)-யில் உள்ள புள்ளிகள் முறையே P, Q, R ஆகியன ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகளாக அமையத் தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை

$$\frac{BP}{PC} \times \frac{CQ}{QA} \times \frac{AR}{RB} = 1.$$
 இந்தச் சூத்திரத்தில் உள்ள கோட்டுத்துண்டுகள் அனைத்தும் திசை சார்ந்தவையாகும்.
4. சீவாஸ் தேற்றத்தை எழுதுக.
 ABC என்பது ஒரு முக்கோணம் என்க. பக்கங்கள் BC, CA, AB-யில் உள்ள புள்ளிகள் முறையே D, E மற்றும் F என்க.

முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் ஒரே திசையைப் பொருத்து,
AD, BE, CF என்ற சீவியன்கள் ஒருங்கிசைந்துள்ளது

எனில், $\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = 1$. ஒவ்வொரு விகிதத்தினையும்

தலைகீழியாக மாற்றினாலும் மேற்கூறியது உண்மையே.
ஏனெனில் 1-யின் தலைகீழி ஒன்று ஆகும்.

5. படத்தில் $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டி AD ஆகும். $BD = 4$ செ.மீ,
 $DC = 3$ செ.மீ மற்றும் $AB = 6$ செ.மீ எனில் AC-யைக் காண்க.

தீர்வு:

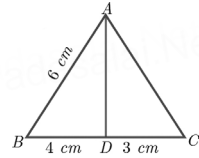
$\triangle ABC$ -யில், $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டி

AD ஆகும்.

எனவே, கோண இருசமவெட்டித்

$$\text{தேற்றத்தின்படி } \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}.$$

$$\frac{4}{3} = \frac{6}{AC} \text{ -யிருந்து, } 4AC = 18. \text{ எனவே } AC = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ செ.மீ}$$



6. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் AD என்பது $\angle BAC$ -ன் இருசம
வெட்டியாகும். $AB = 10$ செ.மீ, $AC = 14$ செ.மீ மற்றும் $BC = 6$
செ.மீ எனில் BD மற்றும் DC-ஐ காண்க.

தீர்வு:

AD என்பது $\angle BAC$ -ன் இருசமவெட்டியாகும்.

$AB=10$ செ.மீ, $AC=14$ செ.மீ, $BC=6$ செ.மீ

கோண இருசமவெட்டி தேற்றப்படி

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{x}{6-x} = \frac{10}{14} \Rightarrow \frac{x}{6-x} = \frac{5}{7}$$

$$7x = 30 - 5x$$

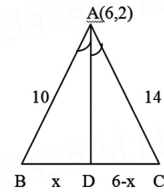
$$12x = 30$$

$$x = \frac{30}{12}$$

$$x = 2.5 \text{ செ.மீ}$$

$$BD = 2.5 \text{ செ.மீ}$$

$$DC = 3.5 \text{ செ.மீ}$$



7. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $DE \parallel AC$ மற்றும் $DC \parallel AP$ எனில்

$$\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP} \text{ என நிறுவுக.}$$

தீர்வு:

ΔBPA -யில், $DC \parallel AP$ என்பதால், அடிப்படை விகிதசம தேற்றத்தின்படி,

$$\text{நாம் பெறுவது, } \frac{BC}{CP} = \frac{BD}{DA} \quad \dots\dots (1)$$

ΔBCA -யில், $DE \parallel AC$ என்பதால், அடிப்படை விகிதசம தேற்றத்தின்

$$\text{நாம் பெறுவது, } \frac{BE}{EC} = \frac{BD}{DA} \quad \dots\dots (2)$$

(1) லிருந்து (2) $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ நிரூபிக்கப்பட்டது.

8. ஒரு மனிதன் 18 மீ கிழக்கே சென்று பின்னர் 24 மீ வடக்கே செல்கிறான். தொடக்க நிலையிலிருந்து அவர் இருக்கும் தொலைவைக் காண்க.

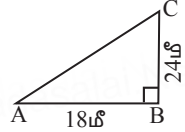
தீர்வு:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = (18)^2 + (24)^2 = 324 + 576$$

$$AC^2 = 900 \quad AC = \sqrt{900} \Rightarrow AC = 30 \text{ மீ}$$

\therefore தொடக்கநிலையில் இருந்து அவர் கடந்த தூரம் = 30 மீ



9. $\Delta PST \sim \Delta PQR$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

ΔPST மற்றும் ΔPQR -யில்

$$\frac{PS}{PQ} = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}, \quad \frac{PT}{PR} = \frac{4}{4+2} = \frac{2}{3}$$

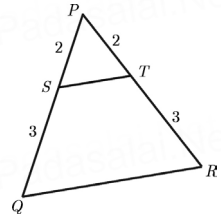
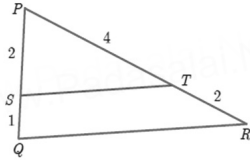
இதிலிருந்து, $\frac{PS}{PQ} = \frac{PT}{PR}$ மற்றும்

$\angle P$ ஆனது பொதுக் கோணம். எனவே,

SAS விதிமுறைப்படி $\Delta PST \sim \Delta PQR$

ΔPST மற்றும் ΔPQR -யில்

$$\frac{PS}{PQ} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}, \quad \frac{PT}{PR} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$$



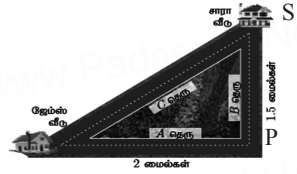
இதிலிருந்து, $\frac{PS}{PQ} = \frac{PT}{PR}$ மற்றும்

$\angle P$ ஆனது பொதுக் கோணம். எனவே,
SAS விதிமுறைப்படி $\Delta PST \sim \Delta PQR$

10. சாராவின் வீட்டிலிருந்து ஜேம்ஸின் வீட்டிற்குச் செல்ல இரண்டு வழிகள் உள்ளன. ஒரு வழி 'C' என்ற தெரு வழியாகச் செல்வதாகும். மற்றொரு வழி B மற்றும் A ஆகிய தெருக்கள் வழியாகச் செல்வதாகும். நேரடி பாதை C வழி செல்லும்போது தொலைவு எவ்வளவு குறையும்? (படத்தைப் பயன்படுத்துக)

தீர்வு:

$$\begin{aligned} SJ &= \sqrt{(1.5)^2 + (2)^2} \\ &= \sqrt{2.25 + 4} \\ &= \sqrt{6.25} = 2.5 \text{ மைல்கள்} \end{aligned}$$



B மற்றும் A வழிச் செல்லுதல்

$$SP + PJ = 1.5 + 2 = 3.5 \text{ மைல்கள்}$$

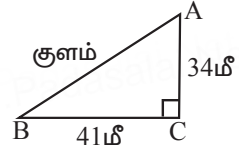
நேரடியாக C என்ற தெருவழியே சென்றால் 1 மைல் குறையும்.
வீட்டிலிருந்து சாராவின் வீடு 2.5 மைல்கள்

11. A என்ற புள்ளியில் இருந்து B என்ற புள்ளிக்குச் செல்வதற்கு ஒரு குளம் வழியாக, நடந்து செல்ல வேண்டும். குளம் வழியே செல்வதைத் தவிர்க்க 34 மீ தெற்கேயும், 41 மீ கிழக்கு நோக்கியும் நடக்க வேண்டும். குளம் வழியாகச் செல்வதற்குப் பாதை அமைத்து அப்பாதை வழியே சென்றால் எவ்வளவு மீட்டர் தொலைவு சேமிக்கப்படும்?

தீர்வு:

நேரடியாக குளம் வழியே செல்லுதல்

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ &= (34)^2 + (41)^2 = 1156 + 1681 \\ AB^2 &= 2837 \Rightarrow AB = \sqrt{2837} = 53.26 \text{ மீ} \end{aligned}$$



கிழக்கு தெற்காக செல்லுதல்

$$AB = AC + BC = 34 + 41 = 75 \text{ மீ}$$

நேரடியாக குளம் வழியே சென்றால் $75 - 53.26 \text{ மீ} = 21.74 \text{ மீ}$
தூரம் குறையும்.

12. 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 5 செ.மீ தொலைவில் உள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் நீளம் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டது

OP = 5 செ.மீ, ஆரம் r = 3 செ.மீ

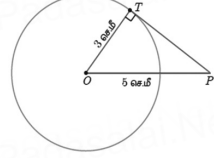
தொடுகோட்டின் நீளம் PT ஐ காண

செங்கோண முக்கோணம் OTP-யில்

$$OP^2 = OT^2 + PT^2 \text{ (பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி)}$$

$$5^2 = 3^2 + PT^2 \Rightarrow PT^2 = 25 - 9 = 16$$

தொடுகோட்டின் நீளம் PT = 4 செ.மீ.



13. இரண்டு பொது மைய வட்டங்களின் ஆரங்கள் 4 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ ஆகும். ஒரு வட்டத்தின் நாணானது மற்றொரு வட்டத்திற்குத் தொடுகோடாக அமைந்தால் அவ்வட்டத்தின் நாணின் நீளம் காண்க.

தீர்வு:

OA = 4 செ.மீ, OB = 5 செ.மீ, மேலும் OA ⊥ BC

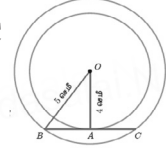
$$OB^2 = OA^2 + AB^2$$

$$5^2 = 4^2 + AB^2$$

$$AB^2 = 25 - 16 = 9$$

எனவே, AB = 3 செ.மீ, BC = 2AB

எனவே, BC = 2 × 3 = 6 செ.மீ



14. ΔABC ஆனது ΔDEF-க்கு வடிவொத்தவை. மேலும் BC = 3 செ.மீ, EF = 4 செ.மீ மற்றும் முக்கோணம் ABC-யின் பரப்பு = 54 செ.மீ² எனில், ΔDEF-யின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

இரு வடிவொத்த முக்கோணங்களுடைய பரப்புகளின்

விகிதமானது அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களுடைய

வர்க்கங்களின் விகிதத்திற்குச் சமம் என்பதால்

$$\frac{\Delta ABC - \text{யின் பரப்பளவு}}{\Delta DEF - \text{யின் பரப்பளவு}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$$\text{எனவே, } \frac{54}{\Delta DEF - \text{யின் பரப்பளவு}} = \frac{3^2}{4^2}$$

$$\triangle DEF\text{-யின் பரப்பளவு} = \frac{16 \times 54}{9} = 96 \text{ செ.மீ}^2$$

15. $\triangle ABC$ -யின் பக்கங்கள் AB மற்றும் AC -ல் அமைந்த புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E மேலும், $AB = 5.6$ செ.மீ, $AD = 1.4$ செ.மீ, $AC = 7.2$ செ.மீ மற்றும் $AE = 1.8$ செ.மீ எனில் $DE \parallel BC$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

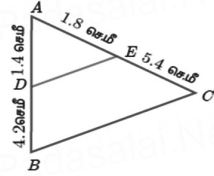
$AB = 5.6$ செ.மீ, $AD = 1.4$ செ.மீ, $AC = 7.2$ செ.மீ மற்றும் $AE = 1.8$ செ.மீ

$BD = AB - AD = 5.6 - 1.4 = 4.2$ செ.மீ மற்றும்

$EC = AC - AE = 7.2 - 1.8 = 5.4$ செ.மீ

$$\frac{AD}{DB} = \frac{1.4}{4.2} = \frac{1}{3} \text{ மற்றும் } \frac{AE}{EC} = \frac{1.8}{5.4} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$



எனவே, அடிப்படை விகிதசம தேற்றத்தின் மறுதலையின்படி DE யானது BC -க்கு இணை ஆகும்.

16. படத்தில் $\triangle ABC$ ஆனது ஒரு வட்டத்தைத் தொட்டுக்கொண்டு வட்டத்தைச் சுற்றி அமைந்துள்ளது எனில் BC -யின் நீளத்தைக் காண்க.

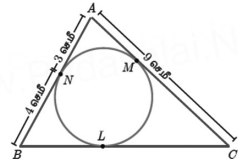
தீர்வு:

$AN = AM = 3$ செ.மீ (ஒரே வெளிப்புற புள்ளியிலிருந்து வரையப்பட்ட தொடுகளின் சமம்)

$BN = BL = 4$ செ.மீ

$$\begin{aligned} CL = CM &= AC - AM \\ &= 9 - 3 = 6 \text{ செ.மீ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= BL + CL \\ &= 4 + 6 \\ &= 10 \text{ செ.மீ} \end{aligned}$$



சிறந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

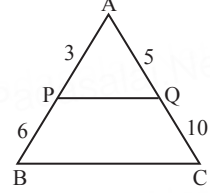
2 மதிப்பெண்கள்

1. $\triangle ABC$ யில், P மற்றும் Q என்பன AB மற்றும் AC ஆகிய பக்கங்களில் மீதுள்ள புள்ளிகள். $AP = 3$ செ.மீ, $PB = 6$ செ.மீ, $AQ = 5$ செ.மீ மற்றும் $QC = 10$ செ.மீ. $BC = 3 PQ$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AQ} = \frac{BC}{PQ}$$

$$\frac{9}{3} = \frac{15}{5} = \frac{BC}{PQ} \Rightarrow \frac{BC}{PQ} = 3 \Rightarrow BC = 3PQ$$



2. ஒரு முக்கோணத்தின் குத்துயரம் அதன் அடிப்பக்கத்தை விட 4 செ.மீ அதிகம். முக்கோணத்தின் பரப்பளவு 48 சதுர செ.மீ எனில், அதன் அடிப்படையில் மற்றும் குத்துயரத்தின் அளவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

அடிப்பக்கம் = x என்க, குத்துயரம் = $x + 4$

முக்கோணத்தின் பரப்பு = 48

$$= \frac{1}{2} \times \text{அடிப்பக்கம்} \times \text{குத்துயரம்}$$

$$48 = \frac{1}{2} \times x(x + 4)$$

$$96 = x^2 + 4x$$

$$x^2 + 4x - 96 = 0$$

$$(x + 12)(x - 8) = 0$$

$$x = -12 \text{ (Not possible) (அ) } x = 8$$

\therefore அடிப்பக்கம் = 8 செ.மீ, குத்துயரம் = 12 செ.மீ

3. முக்கோணம் ABC ல் $\angle A = 90^\circ$, $AB = 5$ செ.மீ $AC = 12$ செ.மீ $AD \perp BC$ எனில் $AD = ?$

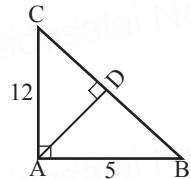
தீர்வு:

$$\triangle ABC \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30 \text{ செ.மீ}^2$$

மேலும் முக்கோணம் ABC ன் பரப்பு

$$= \frac{1}{2} \times BC \cdot AD$$

$$30 = \frac{1}{2} \times 13 \times AD$$



$$[BC = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13]$$

$$60 = 13 AD$$

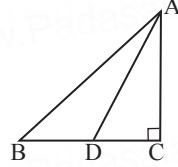
$$AD = \frac{60}{13} \text{ செ.மீ}$$

4. ABC என்ற செங்கோண முக்கோணத்தில், D என்பது BC ன் மையப்புள்ளி எனவும், $\angle C = 90^\circ$ எனவும் இருப்பின் $AB^2 = (4AD^2 - 3AC^2)$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

முக்கோணம் ABC-ல் $\angle C = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ &= AC^2 + (2CD)^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} [D \text{ என்பது } BC \text{ ன் மையப்புள்ளி என்பதால் } BC &= 2CD] \\ &= AC^2 + 4CD^2 \\ &= AC^2 + 4[AD^2 - AC^2] \\ &= AC^2 + 4AD^2 - 4AC^2 \end{aligned}$$

$$\text{எனவே } AB^2 = 4AD^2 - 3AC^2$$

5. படத்தில் A, B மற்றும் C என்பன முறையே OP, OQ மற்றும் OR ஆகியவற்றின் மீது அமைந்த புள்ளிகள் எனவும் $AB \parallel PQ$, $AC \parallel PR$ எனவும் இருப்பின் $BC \parallel QR$ என நிரூபி.

தீர்வு:

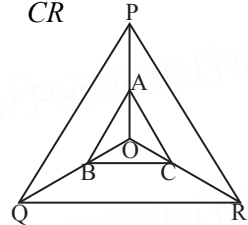
$$\text{முக்கோணம் OPQ ல் } AB \parallel PQ \text{ BPT } \frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ} \quad \dots\dots (1)$$

$$\text{முக்கோணம் OPR ல் } AC \parallel PR \text{ BPT } \frac{OA}{AP} = \frac{OC}{CR} \quad \dots\dots (2)$$

$$\frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$$

$$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$$

$$\therefore BC \parallel QR$$



- 6 AB, CD என்பன ஒரு வட்டத்தில் ஒன்றுக்கு ஒன்று செங்குத்தாக அமைந்த இருநாண்கள் என்க. $AD = 5$ செ.மீ, $AP = 3$ செ.மீ, $PB = 6$ செ.மீ. எனில் CP காண்க. இங்கு P என்பது AB மற்றும் CD ஆகியவற்றின் வெட்டும் புள்ளி ஆகும்.

தீர்வு:

முக்கோணம் APD-ல்

$$\begin{aligned} PD^2 &= AD^2 - AP^2 \\ &= 5^2 - 3^2 \\ &= 25 - 9 \\ &= 16 \end{aligned}$$

$$PD = 4 \text{ செ.மீ}$$

AB மற்றும் CD என்பன வட்டத்தில் இரு நாண்கள்

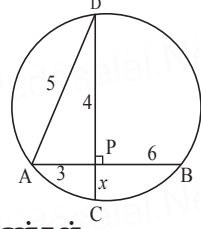
$$AP \cdot PB = CP \cdot PD$$

$$3 \times 6 = x \times 4$$

$$4x = 18$$

$$x = \frac{18}{4} = 4.5$$

$$CP = 4.5 \text{ செ.மீ}$$



7. படத்தில் CA மற்றும் DB என்பன ABக்கு செங்குத்தாகும். AO = 10 செ.மீ, BO = 6 செ.மீ மற்றும் DB = 9 செ.மீ எனில் AC காண்க.

தீர்வு:

முக்கோணங்கள் OAC மற்றும் OBD ல்

$$\angle OAC = \angle OBD = 90^\circ$$

$$\angle AOC = \angle BOD \text{ (குத்தெதிர் கோணங்கள்)}$$

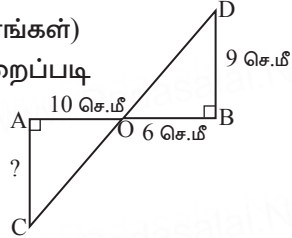
வடிவொத்தமைக்கான AA விதிமுறைப்படி

$$\triangle AOC \parallel \triangle BOD$$

$$\frac{AO}{BO} = \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{AO}{BO} = \frac{AC}{BD} \Rightarrow \frac{10}{6} = \frac{AC}{9}$$

$$\text{எனவே } AC = 15 \text{ செ.மீ}$$



பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. சுவரின் அடியிலிருந்து 4 அடி தொலைவில் உள்ள ஏணியானது சுவரின் உச்சியை 7 அடி உயரத்தில் தொடுமெனில் தேவையான ஏணியின் நீளத்தைக் காண்க. விடையை ஒரு தசம இடத்திருத்தமாக தருக.

2. பின்வருவனவற்றுள் $\triangle ABC$ -யில் AD ஆனது $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டி ஆகுமா எனச் சோதிக்கவும். (ஒவ்வொன்றும்)
 - (i) $AB = 5$ செ.மீ, $AC = 10$ செ.மீ, $BD = 1.5$ செ.மீ மற்றும் $CD = 3.5$ செ.மீ
 - (ii) $AB = 4$ செ.மீ, $AC = 6$ செ.மீ, $BD = 1.6$ செ.மீ மற்றும் $CD = 2.4$ செ.மீ
3. வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 25 செ.மீ தொலைவினில் உள்ள P என்ற புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் நீளம் 24 செ.மீ எனில், வட்டத்தின் ஆரம் என்ன?
4. இரண்டு பொது மைய வட்டங்களில், 16 செ.மீ நீளமுடைய பெரிய வட்டத்தின் நாணானது 6 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறிய வட்டத்திற்குத் தொடுகோடாக அமைந்தால், பெரிய வட்டத்தின் ஆரம் காண்க.
5. $\triangle ABC$ -யில் $DE \parallel BC$, $AD = x$, $DB = x - 2$, $AE = x + 2$ மற்றும் $EC = x - 1$ எனில், பக்கங்கள் AB மற்றும் AC -யின் நீளங்களைக் காண்க.

சிந்தனை வினாக்கள்	2 மதிப்பெண்கள்
--------------------------	----------------

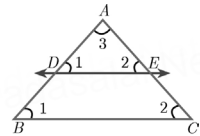
1. ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடானது மூன்றாவது பக்கத்திற்கு இணை என்பதை அடிப்படை விகிதசம தேற்றத்தை பயன்படுத்தி நிறுவுக.
2. $\triangle ABC$ -யில், $\angle A$ ன் கோண இருசமவெட்டியானது BC -ஐ இரு சமபாகங்களாக பிரிக்கும் எனில் அம்முக்கோணம் ஒரு இரு சமபக்க முக்கோணம் என நிறுவுக.

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்	5 மதிப்பெண்கள்
------------------------------	----------------

1. அடிப்படை விகிதசம தேற்றம் எழுதி நிறுவுக.

கூற்று:

ஒரு நோக்கோடு முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்திற்கு இணையாகவும் மற்ற இரு பக்கங்களை வெட்டுமாறும் வரையப் பட்டால் அக்கோடு அவ்விரண்டு பக்கங்களையும் சம விகிதத்தில் பிரிக்கிறது.



நிரூபணம்:

கொடுக்கப்பட்டது: $\triangle ABC$ -யில் AB யின் மேலுள்ள புள்ளி D, AC-யின் மேல் உள்ள புள்ளி E ஆகும்.

நிரூபிக்க: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. **அமைப்பு:** $DE \parallel BC$ வரைக.

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\angle ABC = \angle ADE = \angle 1$	ஒத்த கோணங்கள் சமம். ஏனெனில் $DE \parallel BC$
2.	$\angle ACB = \angle AED = \angle 2$	ஒத்த கோணங்கள் சமம். ஏனெனில் $DE \parallel BC$
3.	$\angle DAE = \angle BAC = \angle 3$	இரு முக்கோணங்களும் ஒரு பொதுவான கோணத்தைக் கொண்டுள்ளது.
4.	$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ $\frac{AD + DB}{AD} = \frac{AE + EC}{AE}$ $1 + \frac{DB}{AD} = 1 + \frac{EC}{AE}$ $\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$ $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$	AAA விதிமுறைப்படி ஒத்த பக்கங்கள் விகிதச்சமம். D மற்றும் E-ஐப் பயன்படுத்தி AB மற்றும் AC-ஐ பிரித்தல். சுருக்குதல்: இரு பக்கங்களிலும் 1-ஐ நீக்குக. தலைகீழாக மாற்று.
தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.		

2. கோண இருசமவெட்டி தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக. (Angle Bisector Theorem)

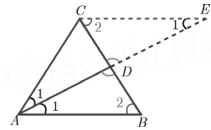
கூற்று:

ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்தின்

உட்புற இருசமவெட்டியானது

அக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்தை

உட்புறமாக அக்கோணத்தினை அடக்கிய பக்கங்களின் விகிதத்தில் பிரிக்கும்.



நிரூபணம்:

கொடுக்கப்பட்டது: $\triangle ABC$ -யில் AD -யானது $\angle A$ -யின் உட்புற இருசமவெட்டி.

நிரூபிக்க: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$

அமைப்பு: AB -க்கு இணையாக C வழியாக ஒரு இணைகோடு வரைக. AD -யின் நீட்டியானது C வழியாக செல்லும் கோட்டினை E -யில் சந்திக்கிறது.

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\angle AEC = \angle BAE = 90^\circ$	ஒரு குறுக்குவெட்டியானது இரண்டு இணைகோடுகளை வெட்டுவதால் ஏற்படும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம்.
2.	$\triangle ACE$ என்பது இரு சமபக்க முக்கோணம் $AC = CE$ (1)	$\triangle ACE$ -யில் $\angle CAE = \angle CEA$.
3.	$\triangle ABD \sim \triangle ECD$ $\frac{AB}{CE} = \frac{BD}{CD}$	AA விதிமுறைப்படி
4.	$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$	(1)-லிருந்து, $AC = CE$. தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

3. பிதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக. (Pythagoras Theorem)

கூற்று:

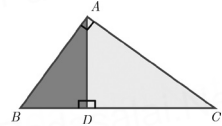
ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

நிரூபணம்:

கொடுக்கப்பட்டது: In $\triangle ABC$, $\angle A = 90^\circ$

நிரூபிக்க: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

அமைப்பு: $AD \perp BC$ வரைக.



எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\triangle ABC$ மற்றும் $\triangle ABD$ -ஐ ஒப்பிடுக. $\angle B$ பொதுவானது. $\angle BAC = \angle BDA = 90^\circ$ எனவே, $\triangle ABC \sim \triangle ABD$ $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$ $AB^2 = BC \times BD$ (1)	$\angle BAC = 90^\circ$ கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $\angle BDA = 90^\circ$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைப்படி
2.	$\triangle ABC$ மற்றும் $\triangle ADC$ -ஐ ஒப்பிடுக. $\angle C$ பொதுவானது $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$ எனவே, $\triangle ABC \sim \triangle ADC$ $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$ $AC^2 = BC \times DC$ (2)	$\angle BAC = 90^\circ$ கொடுக்கப்பட்டது. $\angle CDA = 90^\circ$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைப்படி

(1) மற்றும் (2)-ஐக் கூட்ட நாம் பெறுவது,

$$AB^2 + AC^2 = BC \times BD + BC \times DC$$

$$= BC (BD + DC)$$

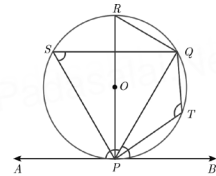
$$AB^2 + AC^2 = BC \times BC = BC^2.$$

தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. மாற்று வட்டத்துண்டு தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

கூற்று:

வட்டத்தில் தொடுகோட்டின் தொடுபுள்ளி வழியே ஒரு நாண் வரையப்பட்டால், அந்த நாண் தொடுகோட்டுடன் ஏற்படுத்தும் கோணங்கள் முறையே ஒவ்வொன்றும் தனித்தனியாக மாற்று வட்டத்துண்டுகளில் அமைந்த கோணங்களுக்குச் சமம்.



நிரூபணம்:

கொடுக்கப்பட்டது:

O-மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் AI தொடுகோட்டுடன் ஏற்படுத்தும் கோணங்கள் முறையே ஒவ்வொன்றும்

தனித்தனியாக மாற்று வட்டத்துண்டுகளில் அமைந்த கோணங்களுக்குச் சமம்.

நிரூபிக்க: (i) $\angle QPB = \angle PSQ$ மற்றும் (ii) $\angle QPA = \angle PTQ$

அமைப்பு : POR. என்ற விட்டம் வரைக QR, QS மற்றும் PS-யை இணைக்கவும்.

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\angle RPB=90^\circ$ $\angle RPQ+\angle QPB=90^\circ \dots (1)$	விட்டம் RP ஆனது தொடுகோடு AB-க்கு செங்குத்து ஆகும்.
2.	In $\triangle RPQ$, $\angle PQR=90^\circ \dots (2)$	அரைவட்டத்தில் உள்ள கோணம் 90°
3.	$\angle QRP+\angle RPQ=90^\circ \dots (3)$	ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் இரு குறுங்கோணங்களின் கூடுதல் 90° ஆகும்.
4.	$\angle RPQ+\angle QPB=\angle QRP+\angle RPQ$ $\angle QPB=\angle QRP \dots (4)$	(1) மற்றும் (3) லிருந்து,
5.	$\angle QRP=\angle PSQ \dots (5)$	ஒரே வட்டத்துண்டிலுள்ள கோணங்கள் சமம்.
6.	$\angle QPB=\angle PSQ \dots (6)$	(4) மற்றும் (5)-லிருந்து, (i) நிரூபிக்கப்பட்டது.
7.	$\angle QPB+\angle QPA=180^\circ \dots (7)$	நேர்கோட்டில் அமைந்த நேரிய இணைக் கோணங்கள்
8.	$\angle PSQ+\angle PTQ=180^\circ \dots (8)$	வட்டநாற்கரத்தின் எதிர் கோணங்களின் கூடுதல் 180°
9.	$\angle QPB+\angle QPA$ $= \angle PSQ+\angle PTQ$	(7) மற்றும் (8)-லிருந்து
10.	$\angle QPB+\angle QPA$ $= \angle QPB+\angle PTQ$	(6)-லிருந்து $\angle QPB=\angle PSQ$
11.	$\angle QPA=\angle PTQ$	எனவே, (ii) நிரூபிக்கப்பட்டது. தேற்றமும் நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

முக்கோணத்தின் ஒவ்வொரு முனையிலிருந்து அதன் எதிர் பக்கத்தின்மையப்புள்ளிக்கு வரையப்படும் கோட்டுத்துண்டு நடுக்கோடு எனப்படும்.

பக்கங்கள் BC, CA மற்றும் AB-யின்மையப்புள்ளிகள் முறையே D, E மற்றும் F-க்கு வரையப்படும் நடுக்கோடுகளானது சீவியன்களாகவும் இருக்கும்.

BC-யின் நடுப்புள்ளி D. எனவே,

$$BD = DC. \text{ அதாவது } \frac{BD}{DC} = 1 \quad \text{..... (1)}$$

CA-யின் நடுப்புள்ளி E. எனவே,

$$CE = EA. \text{ அதாவது } \frac{CE}{EA} = 1 \quad \text{..... (2)}$$

AB-யின் நடுப்புள்ளி F. எனவே,

$$AF = FB. \text{ அதாவது } \frac{AF}{FB} = 1 \quad \text{..... (3)}$$

(1), (2) மற்றும் (3)-ஐ பெருக்க நாம் பெறுவது

$$\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

எனவே சீவாஸ் தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

ஆகையால், நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்கின்றன.

6. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் சிறிய பக்கத்தின் 2 மடங்கை விட 6 மீ அதிகம். மேலும் மூன்றாவது பக்கமானது கர்ணத்தை விட 2மீ குறைவு எனில், முக்கோணத்தின் பக்கங்களைக் காண்க.

தீர்வு:

x - சிறிய பக்கம்; z - கர்ணம்; y - மூன்றாவது பக்கம்.

$$\text{கர்ணம், } z = 2x + 6$$

$$y = z - 2$$

$$= 2x + 6 - 2$$

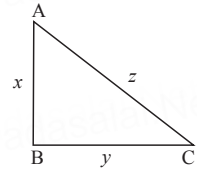
$$= 2x + 4$$

ΔABC -ல் பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$x^2 + (2x+4)^2 = (2x+6)^2$$

$$x^2 + 4x^2 + 16x + 16 = 4x^2 + 24x + 36$$



$$x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$(x - 10)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 10 \text{ மீ}$$

$$\therefore y = 2(10) + 4 = 24 \text{ மீ}$$

$$\therefore z = 2(10) + 6 = 26 \text{ மீ}$$

\therefore முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் 10 மீ, 24 மீ, 26 மீ.

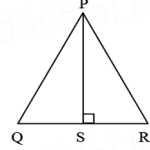
7. ΔPQR -யில் அடிப்பக்கம் QR -க்கு செங்குத்தாக உள்ள PS ஆனது QR -ஐ S -யில் சந்திக்கிறது. மேலும் $QS = 3SR$ எனில் $2PQ^2 = 2PR^2 + QR^2$ என நிறுவுக.

தீர்வு: $QS = 3SR$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

நிரூபிக்க: $2PQ^2 = 2PR^2 + QR^2$

$$\therefore QR = QS + SR \Rightarrow 3SR + SR \Rightarrow 4SR$$

$$SR = \frac{1}{4} QR$$



$$\Delta PQS\text{-ல், } PQ^2 = PS^2 + QS^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\Delta PRS\text{-ல், } PR^2 = PS^2 + SR^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} (1) - (2) \Rightarrow PQ^2 - PR^2 &= QS^2 - SR^2 \\ &= (3SR)^2 - SR^2 \\ &= 9SR^2 - SR^2 = 8SR^2 \\ &= 8\left(\frac{1}{4} QR\right)^2 \Rightarrow 8\left(\frac{1}{16} QR^2\right) \end{aligned}$$

$$PQ^2 - PR^2 = \frac{QR^2}{2}$$

$$2PQ^2 - 2PR^2 = QR^2$$

$$2PQ^2 = 2PR^2 + QR^2$$

\therefore நிரூபிக்கப்பட்டது.

சிறந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

5 மதிப்பெண்கள்

1. ஒரு சாய்சதுரத்தில் பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் அவற்றின் மூலைவிட்டங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்கு சமம் என நிறுவுக.

தீர்வு:

ABCD ஒரு சாய்சதுரம் என்க.

சாய்சதுரத்தின் மூலை விட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும்.

OA = OC மற்றும் OB = OD

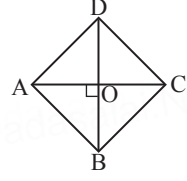
செங்கோண முக்கோணம் AOB ல்

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

$$BC^2 = OB^2 + OC^2$$

$$CD^2 = OC^2 + OD^2$$

$$DA^2 = OA^2 + OB^2$$



$$\begin{aligned} AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 &= (OA^2 + OB^2) + (OB^2 + OC^2) + \\ &\quad (OC^2 + OD^2) + (OA^2 + OD^2) \\ &= 2[OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2] \\ &= 2[OA^2 + OB^2 + OA^2 + OB^2] \\ &= 2[2OA^2 + 2OB^2] \\ &= 2\left[2\left(\frac{1}{2}AC\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}BD\right)^2\right] \\ &= 2\left[\frac{1}{2}AC^2 + \frac{1}{2}BD^2\right] \\ &= 2\frac{1}{2}[AC^2 + BD^2] \\ &= AC^2 + BD^2 \end{aligned}$$

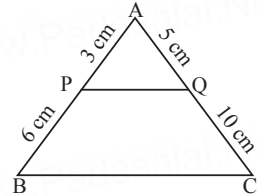
சாய்சதுரத்தின் பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் அவற்றின் மூலைவிட்டங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்கு சமம்.

2. P, Q என்பன $\triangle ABC$ ன் பக்கங்களான AB மற்றும் AC ஆகியவற்றின் மீது அமைந்த புள்ளிகள் என்க. AP = 3செ.மீ, PB = 6செ.மீ, AQ = 5செ.மீ மற்றும் QC = 10 செ.மீ எனில் BC = 3PQ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\frac{AP}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \frac{AQ}{AC} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}$$



$\triangle APQ$ மற்றும் $\triangle ABC$ ஆகியவற்றில் இருந்து

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} \text{ மற்றும் } \angle A \text{ என்பது பொதுவான கோணம்}$$

வடிவொத்தமைக்கான SAS விதிமுறைப்படி

$$\Delta APQ \sim \Delta ABC$$

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{PQ}{BC}$$

$BC = 3PQ$. நிரூபிக்கப்பட்டது.

3. AD மற்றும் PM என்பன முறையே ΔABC மற்றும் ΔPQR ன் நடுக்கோடுகள் என்க. இங்கு $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, எனில்

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM} \text{ என நிறுவுக.}$$

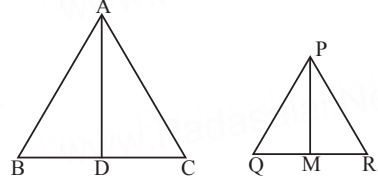
தீர்வு:

AD என்பது ΔABC ல் Aயிலிருந்து BCக்கு வரையப்பட்ட நடுக்கோடு எனவும், PM என்பது Pயிலிருந்து QRக்கு வரையப்பட்ட நடுக்கோடு எனவும் கொள்க.

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமமுடையவை.

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR} \quad \dots (1)$$

இரு வடிவொத்த முக்கோணங்களின் ஒத்த கோணங்கள் சமம்.



$$\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q, \angle C = \angle R$$

..... (2)

AD, PM என்பன நடுக்கோடுகள்.

$$\therefore BC = 2BD \text{ மற்றும் } QR = 2QM$$

$$(1) \text{ ல் இருந்து } \frac{AB}{PQ} = \frac{2BD}{2QM} = \frac{BD}{QM} \quad \dots (3)$$

$$\text{மற்றும் } \angle B = \angle Q \Rightarrow \angle ABD = \angle PQM \quad \dots (4)$$

(3) மற்றும் (4) ல் இருந்து

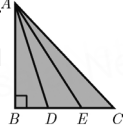
$$\Delta ABD \sim \Delta PQM$$

\therefore அவற்றின் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமம் உடையவை.

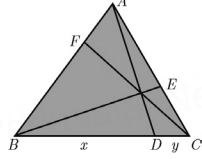
$$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$$

பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

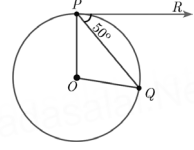
5 மதிப்பெண்கள்

1. $\triangle ABC$ -யில், பக்கங்கள் AB மற்றும் AC -யின் மீதுள்ள புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E . ஆனது $DE \parallel BC$ என்றவாறு அமைந்துள்ளது.
 - (i) $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ மற்றும் $AC = 15$ செ.மீ எனில் AE -யின் மதிப்பு காண்க.
 - (ii) $AD = 8x - 7$, $DB = 5x - 3$, $AE = 4x - 3$ மற்றும் $EC = 3x - 1$, எனில், x -ன் மதிப்பு காண்க.
2. நாற்கரம் $ABCD$ -யில் $AB = AD$, $\angle BAC$ மற்றும் $\angle CAD$ -யின் கோண இருசமவெட்டிகள் BC மற்றும் CD ஆகிய பக்கங்களை முறையே E மற்றும் F என்ற புள்ளிகளில் சந்திக்கின்றன எனில் $EF \parallel BD$ என நிறுவுக.
3. $ABCD$ என்ற சரிவகத்தில் $AB \parallel DC$ மற்றும் P, Q என்பன முறையே பக்கங்கள் AD மற்றும் BC -யின் மீது அமைந்துள்ள புள்ளிகள் ஆகும் மேலும் $PQ \parallel DC$, $PD = 18$ செ.மீ, $BQ = 35$ செ.மீ மற்றும் $QC = 15$ செ.மீ எனில், AD காண்க.
4. படத்தில், செங்கோண முக்கோணம் ABC -யில் கோணம் B ஆனது செங்கோணம் மற்றும் D, E என்ற புள்ளிகள் பக்கம் BC -ஐ மூன்று சமபகுதிகளாக பிரிக்கிறது எனில், $8AE^2 = 3AC^2 + 5AD^2$ என நிறுவுக.
 
5. $\triangle ABC$ -ல் D, E, F ஆகிய புள்ளிகள் முறையே BC, CA, AB மீது உள்ளது. AB, AC மற்றும் BC ஆகியவற்றின் நீளங்கள் முறையே 13, 14 மற்றும் 15 ஆகும்.

$$\frac{AF}{FB} = \frac{2}{5} \text{ மற்றும் } \frac{CE}{EA} = \frac{5}{8} \text{ எனில்,}$$

$$BD \text{ மற்றும் } DC \text{ காண்க.}$$


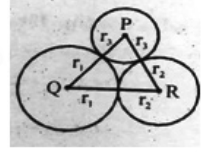
6. படத்தில் O ஆனது வட்டத்தின் மையம்.
PQ ஆனது ஒரு நாண் ஆகும். தொடுகோடு
PR ஆனது நாண் PQ-வுடன் P-யில் 50°
கோணத்தை ஏற்படுத்தினால், $\angle POQ$
காண்க.



சிந்தனை வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

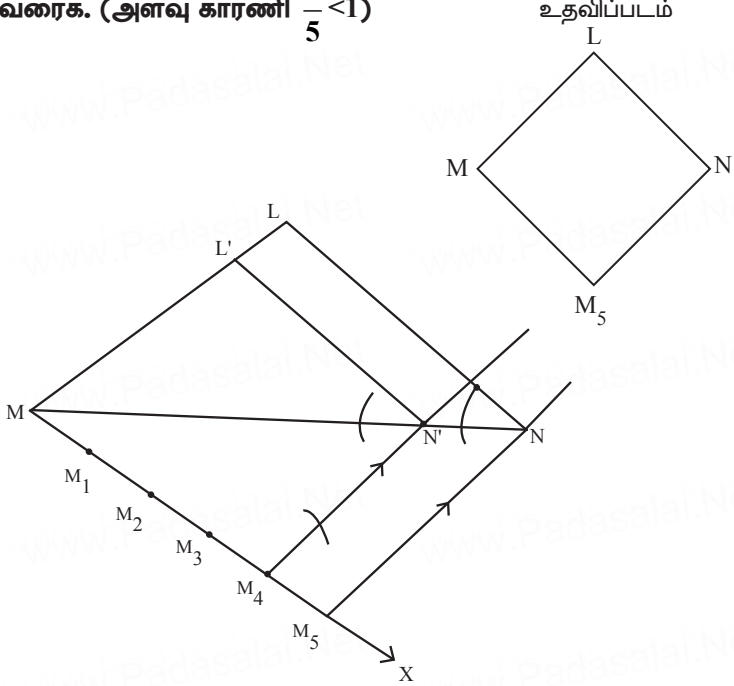
- P, Q, R ஆகியவற்றை மையங்களாகக் கொண்ட மூன்று வட்டங்கள் படத்தில் காட்டியவாறு ஒரு வட்டமானது மற்ற இரு வட்டங்களை வெளிப்புறமாக தொட்டுக்கொள்கின்றது எனவும். அம்முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்கள் 4 செ.மீ, 6 செ.மீ, 8 செ.மீ எனில் அம்மூன்று வட்டங்களின் ஆரங்களைக் காண்க.
- முக்கோணம் ABC யில் $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ ன் கோண இருசமவெட்டிகள் முறையே அதன் எதிர்பக்கங்களை மற்றும் என்ற புள்ளிகளில் சந்திக்கின்றது எனில் $\triangle ABC$ ஒரு இருசமபக்க முக்கோணம் என நிறுவுக. (இங்கு $DE \parallel BC$).
- ஒரு தாமரைப்பூவானது தண்ணீர் மட்டத்திற்கு மேல் 20 செ.மீ உயரத்தில் உள்ளது. தண்டின் மீதிப்பகுதி தண்ணீர் மட்டத்திற்கு கீழே உள்ளது. காற்று வீசும்போது தண்டுதள்ளப்பட்டு தாமரைப்பூவானது தண்டின் ஆரம்ப நிலையிலிருந்து 20 செ.மீ தூரத்தில் தண்ணீரைத் தொடுகின்றது. ஆரம்ப நிலையில் தண்ணீர் மட்டத்திற்கு கீழே உள்ள தண்டின் நீளம் காண்க.



செய்முறை வழுவியல் வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

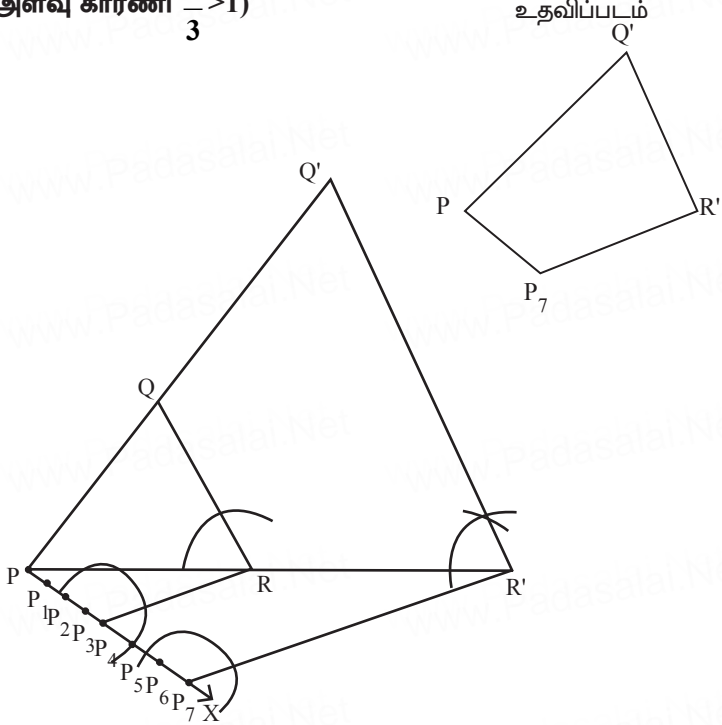
1. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் LMN-ன் ஒத்தப் பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{4}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{4}{5} < 1$)



வரைதலின் படிகள்:

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக்கொண்டு ΔLMN வரைக.
2. MN என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு MX என்ற கதிரை L என்ற முனைப் புள்ளிக்கு எதிர்திசையில் வரைந்து, அதில் $MM_1 = M_1M_2 = M_2M_3 = M_3M_4 = M_4M_5$ என்றவாறு குறிக்கவும்.
3. M_5N ஐ இணைத்து, இதற்கு இணையாக M_4N' லிருந்து LN க்கு இணையாக $L'N'$ வரைக.
4. $\Delta L'M'N'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

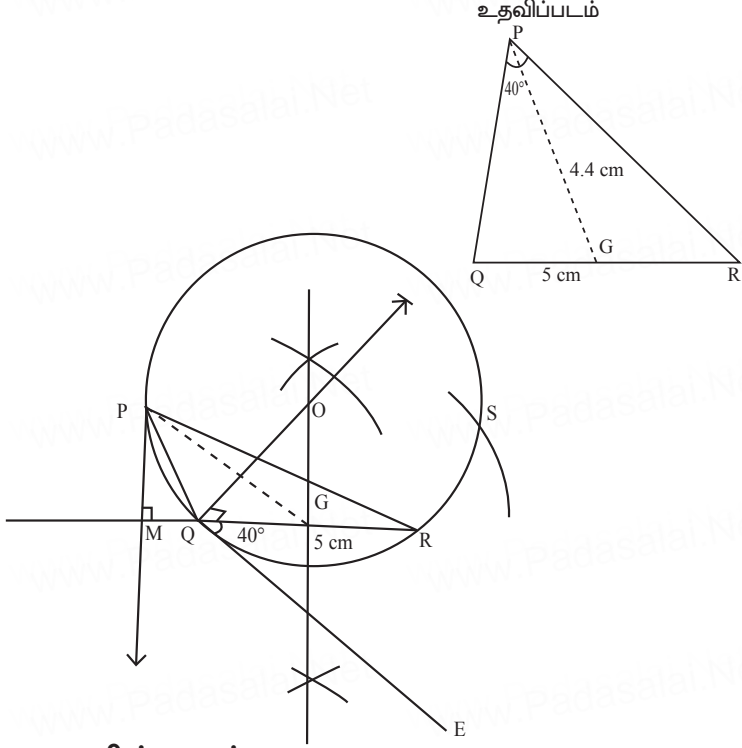
2. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{7}{3}$ என்றவாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{7}{3} > 1$)



வரைதலின் படிகள்:

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக்கொண்டு ΔPQR வரைக.
2. PR என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு PX என்ற கதிரை Q என்ற முனைப் புள்ளிக்கு எதிர்திசையில் வரைந்து, அதில் $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$ என்ற புள்ளிகளை சம அளவில் குறிக்க.
3. P_4R ஐ இணைத்து, இதற்கு இணையாக P_7R' வரைக. R' லிருந்து RQ க்கு இணையாக $R'Q'$ வரைக.
4. $\Delta P'Q'R'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

3. $QR = 5$ செ.மீ, $\angle P = 40^\circ$ மற்றும் உச்சி P-யிலிருந்து QR-க்கு வரையப்பட்ட நடுகோட்டின் நீளம் $PG = 4.4$ செ.மீ என இருக்கும்படி $\triangle PQR$ வரைக. மேலும் P-லிருந்து QR-க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் காண்க.

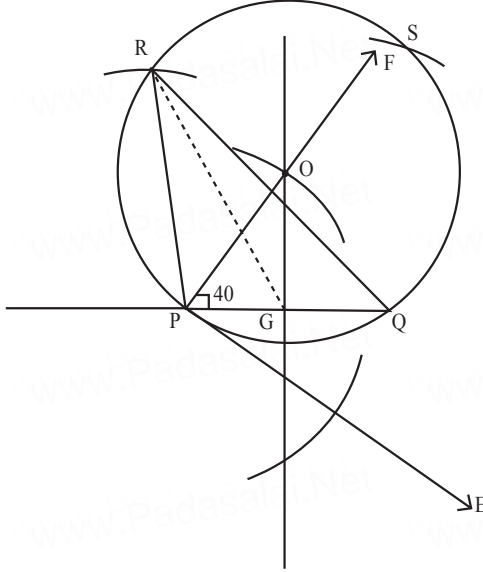
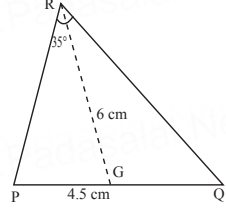


வரைதலின் படிகள்:

1. $QR = 5$ செ.மீ என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைக. புள்ளி Q வழியே $\angle RQE = 40^\circ$ என இருக்குபடி QF வரைக.
2. $QR \perp QF$ வரைக.
3. QR க்கு வரையப்படும் மையக்குத்துக்கோடு QF ஐ O விலும், QR-ஐ G யிலும் சந்திக்கட்டும்.
4. O வை மையமாகவும் OQ யை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக.
5. G-யிலிருந்து 4.4 செ.மீ ஆரமுள்ள வில்களை வட்டத்தில் வெட்டவும். அவை P, S என்ற புள்ளிகளில் சந்திக்கவும்.

4. $PQ = 4.5$ செ.மீ, $\angle R = 35^\circ$ மற்றும் உச்சி R-யிலிருந்து வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் நீளம் $RG = 6$ செ.மீ என அமையுமாறு $\triangle PQR$ வரைக.

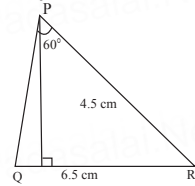
உதவிப்படம்



வரைதலின் படிகள்:

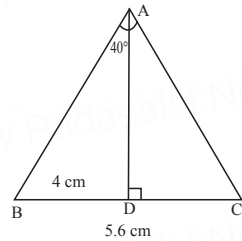
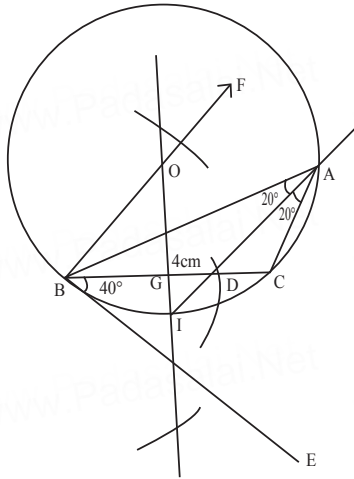
1. $PQ = 4.5$ செ.மீ என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைக. புள்ளி P வழியே $\angle QPE = 40^\circ$ என இருக்கும்படி PE வரைக.
2. புள்ளி P வழியே $\angle EPF = 90^\circ$ என இருக்கும்படி PF வரைக.
3. PQ க்கு வரையப்படும் மையக்குத்துக்கோடு PF ஐ O விலும், PQ-ஐ சந்திக்கிறது.
4. Oவை மையமாகவும் OP-யை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக.
5. G-யிலிருந்து 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வில்களை வட்டத்தில் வெட்டவும். அவை வெட்டவும். அவை வெட்டும் புள்ளிகள் R, S என குறிக்கவும்.
6. PQ மற்றும் RQ-ஐ இணைக்கவும். $\triangle PQR$ தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

உதவிப்படம்



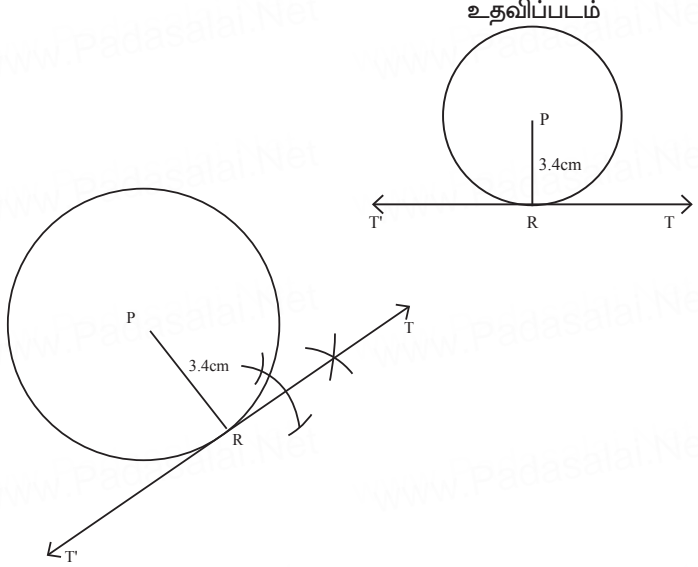
1. $QR = 6.5$ செ.மீ என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைந்து அதன் வழியே $\angle RQE = 60^\circ$ என இருக்குமாறு QE வரைக.
2. QE க்கு செங்குத்தாக QF வரைக.
3. QR க்கு மையக்குத்துக்கோடு வரைக. அது QF ஐ O விலும், QR -ஐ G -யிலும் சந்திக்கட்டும்.
4. O வை மையமாகவும் OQ -வை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக.
5. G -யிலிருந்து 6.5 செ.மீ செங்குத்து இடைவெளி உள்ளவாறு $QR \parallel AB$ வரைக. அது P, S புள்ளிகளில் வட்டத்தை வெட்டும்.
6. PQR இணைக்க. RQ -ஐ இணைக்கவும். இதுவே $\triangle PQR$ ஆன முக்கோணம் ஆகும்.

உதவிப்படம்



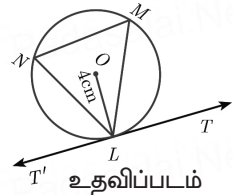
1. $BC = 5.6$ செ.மீ என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைக. புள்ளி B வழியே $\angle CBE = 40^\circ$ என இருக்கும்படி BE வரைக.
2. புள்ளி B வழியே $\angle EBF = 90^\circ$ என இருக்கும்படி BF வரைக.
3. BC க்கு வரையப்படும் மையக் குத்துக்கோடு BF ஐ O விலும் BC ஐ G யிலும் சந்திக்கட்டும்.
4. O வை மையமாகவும் OB-யை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக.
5. புள்ளி B-யிலிருந்து BC ல் 1.6 செ.மீ தொலைவில் D என்ற புள்ளிக்கு ஒரு வில் வரைக. மையக்குத்துக்கோடானது வட்டத்தை I என்ற புள்ளியில் சந்திக்கிறது. ID ஐ இணைக்கவும்.
6. ID ஐ வட்டத்தில் A ல் சந்திக்குமாறு நீட்டவும். AB மற்றும் AC-யை இணைக்கவும். $\triangle ABC$ என்பது தேவையான முக்கோணம் ஆகும்.

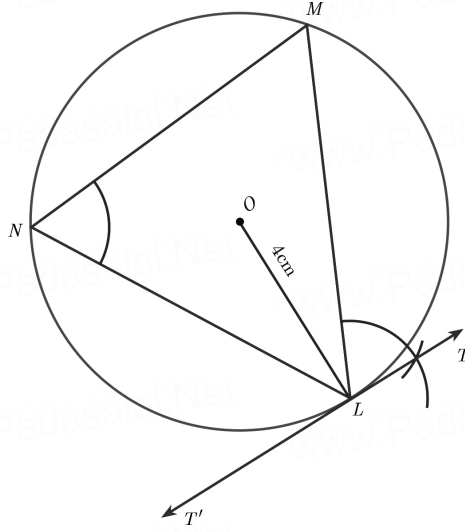
7. P ஐ மையமாகக் கொண்ட 3.4 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்திற்கு R என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு வரைக.



வரைதலின் படிகள்:

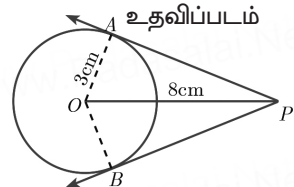
1. P ஐ மையமாகக் கொண்டு 3.4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.
 2. வட்டத்தின் R என்ற புள்ளியைக் குறித்து PR-ஐ இணைக்கவும்.
 3. R என்ற புள்ளி PR க்கு செங்குத்தாக TT' வரைக.
 4. TT' என்பது தேவையான தொடுகோடாகும்.
8. 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக. வட்டத்தின் மீதுள்ள L என்ற புள்ளி வழியாக மாற்று வட்டத்துண்டு தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி வட்டத்திற்குத் தொடுகோடு வரைக.

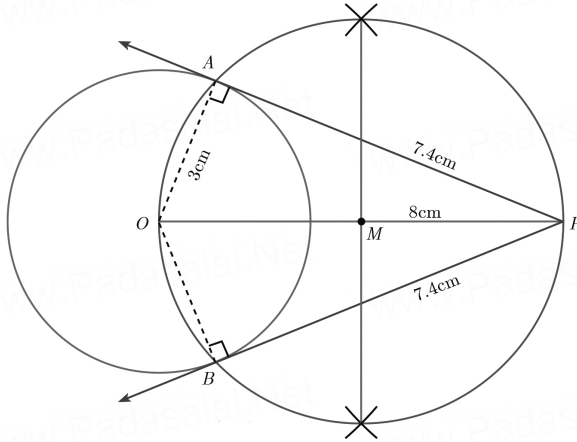




வரைதலின் படிகள்:

1. O ஐ மையமாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.
 2. வட்டத்தின் மேல் L என்ற புள்ளியை குறிக்கவும். L, M, N குறித்து இணைக்கவும்.
 3. $\angle TLM = \angle MNL$ என அமையுமாறு L வழியே TT' என்ற தொடுகோடு வரைக.
 4. TT' என்பது தேவையான தொடுகோடாகும்.
9. 6 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 8 செ.மீ தொலைவில் P என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளியிலிருந்து PA மற்றும் PB என்ற இரு தொடுகோடுகள் வரைந்து அவற்றின் நீளங்களை அளவிடுக.

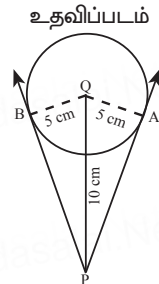




வரைதலின் படிக்கள்:

1. O வை மையமாகக் கொண்டு 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.
2. 8 செ.மீ நீளமுள்ள OP என்ற கோடு வரைக.
3. OP க்கு மையக்குத்துக்கோடு வரைக. அது OP யை M ல் சந்திக்கும்.
4. M யை மையமாகவும் MO ஆரமாகவும் கொண்டு வரைபட வட்டமானது முந்தைய வட்டத்தை A மற்றும் B ல் சந்திக்கிறது.
5. AP மற்றும் PB யை இணைக்கவும். AP மற்றும் PB தேவையான தொடு கோடுகளாகும். தொடுகோட்டின் நீளம் $PA = PB = 7.4$ செ.மீ.

10. 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 10 செ.மீ தொலைவிலுள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரையவும். மேலும் தொடுகோட்டின் நீளங்களைக் கணக்கிடுக.



பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR-க்கு ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{3}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{3}{5} < 1$).
2. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR-யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{2}{3}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{2}{3} < 1$)
3. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR-க்கு ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{7}{4}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{7}{4} > 1$).
4. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ABC யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{6}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{6}{5} > 1$).
5. QR = 5 செ.மீ, $\angle P = 30^\circ$ மற்றும் P-யிலிருந்து QR க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் 4.2 செ.மீ கொண்ட ΔPQR வரைக.
6. AB = 5.5 செ.மீ, $\angle C = 25^\circ$ மற்றும் உச்சி C-யிலிருந்து AB-க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் 4 செ.மீ உடைய ΔABC வரைக.
7. PQ = 8 செ.மீ, $\angle R = 60^\circ$, உச்சி R-லிருந்து PQ-க்கு வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் நீளம் RG = 5.8 செ.மீ என இருக்குமாறு ΔPQR வரைக. R-லிருந்து PQ க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் காண்க.
8. அடிப்பக்கம் BC = 8 செ.மீ, $\angle A = 60^\circ$ யின் மற்றும் $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டியானது BC ஐ D என்ற புள்ளியில் BD = 6 செ.மீ என்றவாறு சந்திக்கிறது எனில், முக்கோணம் ABC வரைக.

9. 6 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 5 செ.மீ தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரைந்து தொடுகோட்டின் நீளங்களைக் கணக்கிடுக.
10. 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைந்து அதன் மையத்திலிருந்து 11 செ.மீ தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியைக் குறித்து, அப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரண்டு தொடுகோடுகள் வரைக.
11. $QR = 5$ செ.மீ, $\angle P = 40^\circ$ மற்றும் உச்சி P-யிலிருந்து QR-க்கு வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் நீளம் $PG = 4.4$ செ.மீ என இருக்கும்படி ΔPQR வரைக. மேலும் P-லிருந்து QR-க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் காண்க.
12. $PQ = 6.8$ செ.மீ, உச்சிக்கோணம் 50° மற்றும் உச்சிக்கோணத்தின் இருசமவெட்டியானது அடிப்பக்கத்தை $PD = 5.2$ செ.மீ என D-யில் சந்திக்குமாறு அமையும் ΔPQR வரைக.

ஜ ★ ★ ★ ல

அலகு

5

ஆயத்தொலைவு வழவியல்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

1. $(-5, 0)$, $(0, -5)$ மற்றும் $(5, 0)$ ஆகிய புள்ளிகளால் அமைக்கப் படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு
 1) 0 ச.அலகுகள்
 2) 25 ச.அலகுகள்
 3) 5 ச.அலகுகள்
 4) எதுவுமில்லை
 விடை: 2)
2. ஒரு சுவரின் அருகே நடந்து சென்று கொண்டிருக்கும் ஒரு நபருக்கும் சுவருக்கும் இடையே உள்ள தூரம் 10 அலகுகள். சுவரை Y-அச்சாகக் கருதினால், அந்த நபர் செல்லும் பாதை என்பது.
 1) $x = 10$
 2) $y = 10$
 3) $x = 0$
 4) $y = 0$
 விடை: 1)
3. $x = 11$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாடானது
 1) X - அச்சுக்கு இணை
 2) Y - அச்சுக்கு இணை
 3) ஆதிப்புள்ளி வழிச் செல்லும்
 4) $(0, 11)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும்
 விடை: 2)
4. $(5, 7)$, $(3, p)$ மற்றும் $(6, 6)$ என்பன ஒரு கோடமைந்தவை எனில், p -யின் மதிப்பு
 1) 3
 2) 6
 3) 9
 4) 12
 விடை: 3)
5. $3x - y = 4$ மற்றும் $x + y = 8$ ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி
 1) $(5, 3)$
 2) $(2, 4)$
 3) $(3, 5)$
 4) $(4, 4)$
 விடை: 3)
6. $(12, 3)$, $(4, a)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சாய்வு $\frac{1}{8}$ எனில் a -யின் மதிப்பு
 1) 1
 2) 4
 3) -5
 4) 2
 விடை: 4)

7. (0, 0) மற்றும் (-8, 8) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டிற்குச் செங்குத்தான கோட்டின் சாய்வு

1) -1

2) 1

3) $\frac{1}{3}$

4) -8

விடை: 2)

8. கோட்டுத்துண்டு PQ-யின் சாய்வு $\frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில், PQ-க்கு செங்குத்தான இருசமவெட்டியின் சாய்வு

1) $\sqrt{3}$

2) $-\sqrt{3}$

3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

4) 0

விடை: 2)

9. Y அச்சில் அமையும் புள்ளி A-யின் செங்குத்துத் தொலைவு 8 மற்றும் X-அச்சில் அமையும் புள்ளி B-யின் கிடைமட்டத் தொலைவு 5 எனில், AB என்ற நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

1) $8x + 5y = 40$

2) $8x - 5y = 40$

3) $x = 8$

4) $y = 5$

விடை: 1)

10. $7x - 3y + 4 = 0$ என்ற நேர்கோட்டிற்குச் செங்குத்தாகவும், ஆதிப்புள்ளி வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

1) $7x - 3y + 4 = 0$

2) $3x - 7y + 4 = 0$

3) $3x + 7y = 0$

4) $7x - 3y = 0$

விடை: 3)

11. (i) $l_1 : 3y = 4x + 5$ (ii) $l_2 : 4y = 3x - 1$ (iii) $l_3 : 4y + 3x = 7$

(iv) $l_4 : 4x + 3y = 2$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட நான்கு

நேர்கோடுகளுக்குக் கீழ்க்கண்ட கூற்றுகளில் எது உண்மை?

1) l_1 மற்றும் l_2 செங்குத்தானவை

2) l_1 மற்றும் l_4 இணையானவை

3) l_2 மற்றும் l_4 செங்குத்தானவை

4) l_2 மற்றும் l_3 இணையானவை

விடை: 3)

12. $8y = 4x + 21$, என்ற நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டிற்குக் கீழ்க்கண்டவற்றில் எது உண்மை?

1) சாய்வு 0.5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 2.6

2) சாய்வு 5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 1.6

3) சாய்வு 0.5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 1.6

4) சாய்வு 5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 2.6

விடை: 1)

13. ஒரு நாற்கரமானது ஒரு சரிவகமாக அமையத் தேவையான நிபந்தனை

- 1) இரு பக்கங்கள் இணை
 - 2) இரு பக்கங்கள் இணை மற்றும் இரு பக்கங்கள் இணையற்றவை
 - 3) எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணை
 - 4) அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம் விடை: 2)
14. சாய்வைப் பயன்படுத்தி நாற்கரமானது ஓர் இணைகரமாக உள்ளது எனக் கூற நாம் காண வேண்டியவை
- 1) இரு பக்கங்களின் சாய்வுகள்
 - 2) இரு சோடி எதிர் பக்கங்களின் சாய்வுகள்
 - 3) அனைத்துப் பக்கங்களின் நீளங்கள்
 - 4) இரு பக்கங்களின் சாய்வுகள் மற்றும் நீளங்கள் விடை: 2)
15. (2, 1) ஐ வெட்டுப் புள்ளியாகக் கொண்ட இரு நேர்க்கோடுகள்
- 1) $x-y-3=0$; $3x-y-7=0$
 - 2) $x+y=3$; $3x+y=7$
 - 3) $3x+y=3$; $x+y=7$
 - 4) $x+3y-3=0$; $x-y-7=0$
- விடை: 2)

சிந்தனை வினாக்கள்	1 மதிப்பெண்
--------------------------	--------------------

1. A (6, 1), B (8, 2), C (9, 4) மற்றும் D (P, 3) என்பன ஒரு இணைகரத்தின் வரிசை கிரமமாக எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட முனைகள் எனில் p-ன் மதிப்பு
 - 1) -7
 - 2) 7
 - 3) 6
 - 4) -6 விடை: 2)
2. ஒரு நேர்க்கோட்டின் சாய்வின் தலைகீழியானது $\sqrt{3}$ க்குச் சமம் எனில் அந்த நேர்க்கோட்டின் கோணம்
 - 1) 60°
 - 2) 30°
 - 3) 45°
 - 4) 90° விடை: 2)
3. $x = y$ மற்றும் $\sqrt{3}x - y = 0$ என்ற கோடுகள் ஏற்படுத்தும் சாய்வு கோணங்களின் வித்தியாசம்
 - 1) 15°
 - 2) 30°
 - 3) 60°
 - 4) 90° விடை: 1)
4. நேர்க்கோடு வடிவில் அமைந்த AB என்ற சாலையானது (A நான்காம் கால் பகுதியில் உள்ளது) B(1, 0) எனும் புள்ளியில் வலது புறமாக 30° கோணத்தை ஏற்படுத்தும் வகையில் வளைந்து நேராக செல்கிறது. B எனும் புள்ளியில் ABன் செங்குத்துக் கோடானது X-அச்சு எனில் சாலையின் இருவேறு சமன்பாடுகள்

- 1) $x = 1, \sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$ 2) $y = 1, x - \sqrt{3}y + 1 = 0$
 3) $x = 0, y = \sqrt{3}$ 4) $y = 1, x = 1$ விடை: 1)
5. (0, 0) மற்றும் (-1, 1) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டிற்கு செங்குத்தான நேர்க்கோட்டின் சாய்வு
 1) 1 2) -1
 3) $\frac{1}{2}$ 4) -2 விடை: 1)
6. A என்பது x -அச்சிற்கு மேற்புறம், ஆதியிலிருந்து 4 அலகுகள் தூரத்தில் y -அச்சின் மீது அமைந்த புள்ளி எனவும், B என்பது y -அச்சிற்கு வலதுபுறம், ஆதியிலிருந்து 3 அலகுகள் தூரத்தில் x -அச்சின் மீது அமைந்த புள்ளி எனவும் கொண்டால் AB என்ற நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு
 1) $3x+4y = 12$ 2) $4x+3y = 12$
 3) $3x-4y = 0$ 4) $3x - y + 12 = 0$ விடை: 2)
7. $ax - 5y = 5$ மற்றும் $2x + y = 1$ என்ற நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று செங்குத்து எனில், a ன் மதிப்பு
 1) 2 2) $\frac{5}{2}$
 3) $\frac{2}{5}$ 4) $\frac{1}{2}$ விடை: 2)
8. c என்பது PQ வின் மையப்புள்ளி என்க. P என்பது (4, x), எனவும் c என்பது (y, -1) எனவும் கொள்க. Q ன் ஆயத்தொலைவுகள் (-2, 4) எனில் x, y ன் மதிப்பு
 1) -6, 1 2) -6, 2
 3) 6, -1 4) 6, -2 விடை: 1)
9. (a, b) (a_1, b_1) மற்றும் ($a-a_1, b-b_1$) என்ற புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும் எனில்
 1) $ab = a_1b_1$ 2) $ab_1 = a_1b$
 3) $a = b$ 4) $a_1 = b_1$ விடை: 2)
10. ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் இரு முனைகள் (4, -3) மற்றும் (-9, 7) என்க. மேலும் அம்முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் (1, 4) எனில் அதன் பரப்பு
 1) 183 ச.அ 2) $\frac{183}{2}$ ச.அ

3) 366 ச.அ

4) $\frac{183}{4}$ ச.அ

விடை: 2)

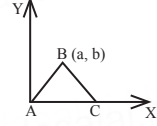
11. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணத்தின் பரப்பு 20 ச.அ எனில் c என்ற புள்ளியின் அச்சத் தூரங்கள்

1) $\left(0, \frac{40}{a}\right)$

2) $(a^2+b^2, 0)$

3) $\left(\frac{20}{b}, 0\right)$

4) $\left(\frac{40}{b}, 0\right)$



விடை: 4)

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $(-3, 5)$, $(5, 6)$ மற்றும் $(5, -2)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\Delta \text{ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 5 & 6 \\ 5 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(-18 - 10 + 25) - (25 + 30 + 6)]$$

$$= \frac{1}{2} [-3 - 61] = \left| \frac{-64}{2} \right| = 32 \text{ ச.அலகுகள்}$$

2. $(1, -1)$, $(-4, 6)$ மற்றும் $(-3, -5)$ என்ற புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$\Delta \text{ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 6 \\ -3 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(6 + 20 + 3) - (4 - 18 - 5)]$$

$$= \frac{1}{2} [29 + 19] = \frac{1}{2} [48] = 24 \text{ ச.அலகுகள்}$$

3. A (-1, 2), B (k, -2) மற்றும் C (7, 4) ஆகியவற்றை வரிசையான முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 22 சதுர அலகுகள் எனில், k-யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:

A (-1, 2), B (k, -2) மற்றும் C (7, 4) ஆகியன முனைப் புள்ளிகள் ஆகும்.

ΔABC -யின் பரப்பு 22 சதுர அலகுகள்.

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ k & -2 \\ 7 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 22 \Rightarrow \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ k & -2 \\ 7 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 44$$

$$\{(2 + 4k + 14) - (2k - 14 - 4)\} = 44$$

$$4k + 16 - 2k + 18 = 44$$

$$2k + 34 = 44$$

ஆகையால், $2k = 10$. எனவே $k = 5$.

4. P (-1.5, 3), Q (6, -2) மற்றும் R (-3, 4) ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும் எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

$$\Delta PQR\text{-ன் பரப்பு} = 0$$

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1.5 & 3 \\ 6 & -2 \\ -3 & 4 \\ -1.5 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$= \frac{1}{2} [(3 + 24 - 9) - (18 + 6 - 6)]$$

$$= \frac{1}{2} [18 - 18] = 0$$

\therefore கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும்.

5. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு கோட்டில் அமைந்தவை எனில் 'a'- யின் மதிப்பைக் காண்க. (2, 3), (4, a), (6, -3)

தீர்வு:

A (2, 3), B (4, a) C (6, -3) ஒரே நேர்கோட்டில் அமைவதால்
 ΔABC ன் பரப்பு = 0 ன் மதிப்பு = 0

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & a \\ 6 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\frac{1}{2} [(2a - 12 + 18) - (12 + 6a - 6)] = 0$$

$$(2a + 6) - (6 + 6a) = 0 \times \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow 2a + 6 - 6 - 6a = 0$$

$$-4a = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{0}{-4} = 0$$

$$\therefore a\text{-ன் மதிப்பு} = 0$$

6. கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையுமா எனத்
 தீர்மானிக்கவும். (a, b+c), (b, c+a) மற்றும் (c, a+b)

தீர்வு:

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b+c \\ b & c+a \\ c & a+b \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(ac + a^2 + ab + b^2 + bc + c^2) - (b^2 + bc + c^2 + ca + a^2 + ab)]$$

$$= \frac{1}{2} [ac + a^2 + ab + b^2 + bc + c^2 - b^2 - bc - c^2 - ca - a^2 - ab]$$

$$= \frac{1}{2} [0] = 0 \text{ சதுர அலகுகள்.}$$

\therefore கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில்
 அமையும்.

மாற்றுமுறை:

(a, b+c), (b, c+a), (c, a+b)

$x_1, y_1 \quad x_2, y_2 \quad x_3, y_3$

$$\begin{aligned}
 \Delta \text{ ன் பரப்பு} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & x_1 - x_3 \\ y_1 - y_2 & y_1 - y_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a-b & a-c \\ b+c-c-a & b+c-a-b \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a-b & a-c \\ -(a-b) & -(a-c) \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2} [-(a-b)(a-c) + (a-b)(a-c)] \\
 &= \frac{1}{2} [0] = 0
 \end{aligned}$$

7. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு கோட்டில் அமைந்தவை எனில், 'a'-யின் மதிப்பைக் காண்க. (a, 2-2a), (-a+1, 2a) மற்றும் (-4-a, 6-2a).

தீர்வு:

$$\Delta = 0$$

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & 2-2a \\ -a+1 & 2a \\ -4-a & 6-2a \\ a & 2-2a \end{vmatrix} = 0$$

$$(2a^2 - 6a + 2a^2 + 6 - 2a - 8 + 8a - 2a + 2a^2) - (-2a + 2a^2 + 2 - 2a - 8a - 2a^2 + 6a - 2a^2) = 0$$

$$(6a^2 - 2a - 2) - (-2a^2 - 6a + 2) = 0$$

$$8a^2 + 4a - 4 = 0 \div 4$$

$$2a^2 + a - 1 = 0$$

$$(2a - 1)(a + 1) = 0$$

$$a = \frac{1}{2} \text{ or } -1$$

மாற்றுமுறை:

$$\Delta = 0$$

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_2 & x_1 - x_3 \\ y_1 - y_2 & y_1 - y_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} a + a - 1 & a + 4 + a \\ 2 - 2a - 2a & 2 - 2a - 6 + 2a \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2a - 1 & 2a + 4 \\ 2 - 4a & -4 \end{vmatrix} = 0$$

$$-4(2a-1) - (2-4a)(2a+4) = 0$$

$$-8a+4 - [4a+8-8a^2-16a] = 0$$

$$-8a+4-4a-8+8a^2+16a = 0$$

$$8a^2+4a-4 = 0$$

$$2a^2+a-1 = 0$$

$$(a+1)(2a-1) = 0$$

$$a = -1 \text{ (அ) } a = \frac{1}{2}$$

8. சாய்வு 5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு -9 ஆகியவற்றைக் கொண்ட நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க..

தீர்வு:

சாய்வு, $m = 5$, y-வெட்டுத்துண்டு, $c = -9$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = mx + c$

$$y = 5x - 9$$

$$0 = 5x - y - 9$$

தேவையான சமன்பாடு, $5x - y - 9 = 0$

9. சாய்வுக் கோணம் 45° மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 11 யை உடைய நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

சாய்வுக் கோணம் $\theta = 45^\circ$

$$\text{சாய்வு } m = \tan \theta \Rightarrow m = \tan 45^\circ \Rightarrow \text{சாய்வு } m = 1$$

y-வெட்டுத்துண்டு, $C = 11$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு, $y = mx + C$

$$y = 1x + 11$$

$$0 = x + 11 - y$$

\therefore தேவையான சமன்பாடு $x - y + 11 = 0$

10. சாய்வு 1-ஐக் கொண்ட நேர்க்கோட்டின் சாய்வுக் கோணம் என்ன?

தீர்வு:

$$\text{சாய்வு, } m = 1 \Rightarrow \text{சாய்வு, } m = \tan \theta \Rightarrow \tan \theta = 1$$

$$\tan \theta = \tan 45^\circ$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$\therefore \text{சாய்வு கோணம்} = 45^\circ$$

11. $6x + 8y + 7 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{சாய்வு, } m = \frac{-x \text{ ன் கெழு}}{y \text{ ன் கெழு}} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}.$$

எனவே நேர்க்கோட்டின் சாய்வு $-\frac{3}{4}$ ஆகும்.

12. $(-6, 1)$ மற்றும் $(-3, 2)$ யை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

தீர்வு:

$$A(-6, 1), B(-3, 2)$$

$$AB \text{ ன் சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{-3 - (-6)} = \frac{2 - 1}{-3 + 6}$$

$$\therefore \text{சாய்வு } m = \frac{1}{3}$$

13. $8x - 7y + 6 = 0$ என்ற கோட்டின் சாய்வு மற்றும் வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

$$8x - 7y + 6 = 0$$

$$8x + 6 = 7y$$

$$7 \text{ ஆல் வகுக்க } \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} = \frac{7}{7}y \Rightarrow \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} = y$$

$$y = mx + c \text{ யுடன் ஒப்பிட}$$

$$\text{சாய்வு, } m = \frac{8}{7}; Y\text{-வெட்டுத்துண்டு, } c = \frac{6}{7}$$

14. x வெட்டுத்துண்டு 4, y வெட்டுத்துண்டு -6 கொண்ட நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

$$x \text{ வெட்டுத்துண்டு, } a = 4, y \text{ வெட்டுத்துண்டு, } b = -6$$

$$\text{நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$$

$$\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 1$$

$$\frac{3x-2y}{12} = 1$$

$$3x-2y = 12$$

$$3x-2y-12=0$$

15. (3,-4) என்ற புள்ளியின் வழி செல்வதும், $\frac{-5}{7}$ -ஐ சாய்வாக

உடையதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

$$(x_1, y_1) = (3, -4); \quad \text{சாய்வு, } m = -\frac{5}{7}$$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-4) = -\frac{5}{7}(x - 3)$$

$$7(y + 4) = -5(x - 3)$$

$$7y + 28 = -5x + 15$$

$$5x + 7y + 28 - 15 = 0$$

$$5x + 7y + 13 = 0$$

16. (5, -3) மற்றும் (7, -4) என்ற இருபுள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

தீர்வு:

$$x_1, y_1 \quad x_2, y_2$$

$$(5, -3) \text{ மற்றும் } (7, -4)$$

இருபுள்ளிவழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y + 3}{-4 - (-3)} = \frac{x - 5}{7 - 5}$$

$$\frac{y + 3}{-4 + 3} = \frac{x - 5}{2}$$

$$2(y + 3) = -1(x - 5)$$

$$2y + 6 = -x + 5$$

$$x + 2y + 6 - 5 = 0$$

$$x + 2y + 1 = 0$$

17. (-2, a) மற்றும் (9, 3) என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $-\frac{1}{2}$ எனில் a-யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$\text{சாய்வு} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - a}{9 - (-2)} = \frac{3 - a}{11}$$

$$\text{கொடுக்கப்பட்ட சாய்வு} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{3-a}{11} = -\frac{1}{2}$$

$$6-2a = -11$$

$$2a = 17$$

$$\Rightarrow a = \frac{17}{2}$$

18. $2x + 3y - 8 = 0$, $4x + 6y + 18 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் இணை எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

$$2x + 3y - 8 = 0 \text{ என்ற கோட்டின் சாய்வு}$$

$$m_1 = \frac{-x \text{ ன் கெழு}}{y \text{ ன் கெழு}} = -\frac{2}{3}$$

$$4x + 6y + 18 = 0 \text{ என்ற கோட்டின் சாய்வு}$$

$$m_2 = \frac{-x \text{ ன் கெழு}}{y \text{ ன் கெழு}} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

$$\text{இங்கு } m_1 = m_2$$

சாய்வுகள் சமம். எனவே இவ்விரு நேர்க்கோடுகளும் இணையாகும்.

19. $x - 2y + 3 = 0$ மற்றும் $6x + 3y + 8 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

$$x - 2y + 3 = 0 \text{ என்ற நேர்கோட்டின் சாய்வு}$$

$$m_1 = -\left(\frac{a}{b}\right) = -\left(\frac{1}{-2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$6x + 3y + 8 = 0 \text{ என்ற நேர்கோட்டின் சாய்வு}$$

$$m_2 = -\left(\frac{a}{b}\right) = -\left(\frac{6}{3}\right) = -2$$

$$m_1 \times m_2 = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

சாய்வுகளின் பெருக்கற்பலன் -1 ஆகும்.

\therefore கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு நேர்கோடுகளும் செங்குத்தானவையாகும்.

20. $12y = -(p+3)x + 12$, $12x - 7y = 16$ ஆகிய நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து எனில் 'p'-யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$12y = -(p+3)x + 12$$

$$(p+3)x + 12y + 12 = 0$$

$$m_1 = \frac{-x \text{ ன் கெழு}}{y \text{ ன் கெழு}} = -\frac{(p+3)}{12}$$

$$12x - 7y = 16 \text{ என்ற கோட்டின் சாய்வு}$$

$$m_2 = -\frac{12}{-7} = \frac{12}{7}$$

இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து.

$$\text{எனவே } m_1 \times m_2 = -1$$

$$-\frac{(p+3)}{12} \times \frac{12}{7} = -1$$

$$\frac{(p+3)}{7} = 1 \Rightarrow P + 3 = 7$$

$$P = 7 - 3$$

$$P = 4$$

21. (19, 3) என்ற புள்ளியை அடியாகக் கொண்ட குன்றானது செங்கோண முக்கோண வடிவில் உள்ளது. தரையுடன் குன்று ஏற்படுத்தும் சாய்வுக்கோணம் 45° எனில், குன்றின் அடி மற்றும் உச்சியை இணைக்கும் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{சாய்வு } m = \tan \theta = \tan 45^\circ = 1$$

$$\therefore m = 1$$

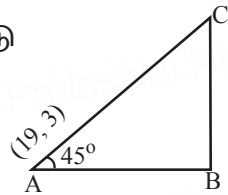
புள்ளி (19, 3) ல் நோக்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = 1(x - 19)$$

$$x - 19 - y + 3 = 0$$

$$x - y - 16 = 0$$



22. (-2, 6) மற்றும் (4, 8) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நோக்கோடானது (8, 12) மற்றும் (x, 24) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நோக்கோட்டிற்குச் செங்குத்து எனில் x-யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு: $(-2, 6)$, மற்றும் $(4, 8)$ ஆகிய புள்ளிகளின் சாய்வு

$$m_1 = \frac{8-6}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$$

 $(8, 12)$ மற்றும் $(x, 24)$ ஆகிய புள்ளிகளின் சாய்வு

$$m_2 = \frac{24-12}{x-8} = \frac{12}{x-8}$$

இரண்டு நேர்க்கோடுகளும் செங்குத்து என்பதால் $m_1 \times m_2 = -1$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times \frac{12}{x-8} &= -1 & \Rightarrow \frac{4}{x-8} &= -1 \\ \frac{12}{3(x-8)} &= -1 & \Rightarrow \frac{4}{x-8} &= -1 \\ x-8 &= -4 & & \\ x &= 4 & & \end{aligned}$$

சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $(-4, 3)$ என்ற புள்ளியின் வழி செல்வதும் $-\frac{7}{5}$ ஐ சாய்வாக

உடையதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{சாய்வு } m = -\frac{7}{5}; \quad \text{புள்ளி } (x_1, y_1) = (-4, 3)$$

$$\therefore \text{நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு: } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = -\frac{7}{5}(x + 4)$$

$$5y - 15 = -7x - 28$$

$$7x + 5y + 13 = 0$$

2. $3x - 5y + 7 = 0$ மற்றும் $15x + 9y + 4 = 0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$3x - 5y + 7 = 0$$

$$15x + 9y + 4 = 0$$

$$m_1 = -\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$m_2 = -\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$= -\left(\frac{3}{-5}\right)$$

$$= -\left(\frac{15}{9}\right)$$

$$m_1 = \frac{3}{5}$$

$$m_2 = -\frac{5}{3}$$

$$m_1 \times m_2 = \frac{3}{5} \times \left(-\frac{5}{3}\right)$$

$$m_1 \times m_2 = -1$$

∴ $3x - 5y + 7 = 0$ மற்றும் $15x + 9y + 4 = 0$ என்ற இரண்டு நேர்க்கோடுகளும் செங்குத்தானவையாகும்.

3. ஆய அச்சுகளை வெட்டும் நேர்க்கோட்டின் மையப்புள்ளி $P(r, c)$ எனில் $\frac{x}{r} + \frac{y}{c} = 2$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

x வெட்டுத்துண்டு 'a' எனவும், y வெட்டுத்துண்டு 'b' எனவும் கொண்டால் நேர்க்கோட்டின் வெட்டுத்துண்டு வடிவம்

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\text{மையப்புள்ளி} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

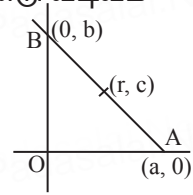
$$(r, c) = \left(\frac{a+0}{2}, \frac{b+0}{2} \right)$$

$$\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right) = (r, c)$$

$$a = 2r \text{ மற்றும் } b = 2c$$

$$\therefore \text{தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு } \frac{x}{2r} + \frac{y}{2c} = 1$$

$$\text{எனவே } \frac{x}{r} + \frac{y}{c} = 2$$



4. எண்ணளவில் சமமாகவும், குறிகளில் ஒன்றுக்கொன்று எதிரானதையும் உடைய வெட்டுத்துண்டுகளை பெற்றதும் $(-1, 1)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

தீர்வு:

$$\text{தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$a = -b \quad \dots\dots\dots (1) \text{ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)}$$

$$\frac{x}{-b} + \frac{y}{b} = 1$$

$(-1, 1)$ என்ற புள்ளி வழி நேர்க்கோடு செல்வதால்

$$\frac{-1}{-b} + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow \frac{2}{b} = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$(1) \Rightarrow a = -2$$

$$\text{நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு } \frac{x}{-2} + \frac{y}{2} = 1$$

$$2x - 2y + 4 = 0$$

$$\text{i.e } x - y + 2 = 0$$

5. A (x_1, y_1), B (x_2, y_2) மற்றும் C (x_3, y_3) என்ற புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமையும் எனில் $x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 = x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

A (x_1, y_1) B (x_2, y_2), C (x_3, y_3) என்ற புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும் என்பதால்

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3) = 0$$

$$x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 = x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3$$

6. கீழ்க்காணும் நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

i) $ax+by+c = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையானது

ii) $ax+by+c = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு செங்குத்தானது

தீர்வு:

i) $ax+by+c = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையான

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $ax+by+k = 0$

ii) $ax+by+c = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையான

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $bx-ay+k = 0$

7. (-3, 4) என்பது (1, 1) எனும் புள்ளியில் இருந்து ஏதேனும் ஒரு நேர்க்கோட்டிற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்தின் அடிப்புள்ளி எனில் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

தீர்வு:

$$AB \text{ ன் சாய்வு} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 1}{-3 - 1} = \frac{3}{-4}$$

$$CD \text{ ன் சாய்வு} = \frac{4}{3}; CD \text{ ன் சமன்பாடு: } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = \frac{4}{3}(x + 3)$$

$$3y - 12 = 4x + 12$$

$$4x - 3y + 24 = 0$$

பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க. $(-10, -4)$, $(-8, -1)$ மற்றும் $(-3, -5)$.
2. கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையுமா எனத் தீர்மானிக்கவும். $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$, $(-5, 6)$ மற்றும் $(-8, 8)$.
3. கொடுக்கப்பட்ட இரு புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. $(2, 3)$ மற்றும் $(-7, -1)$
4. $(-1, 2)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதும், சாய்வு $-\frac{5}{4}$ உடையதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
5. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க. $(14, 10)$ மற்றும் $(14, -6)$
6. கொடுக்கப்பட்ட நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாட்டிலிருந்து ஆய அச்சுகளின் மேல் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க. (ஒவ்வொன்றும்)
(i) $3x - 2y - 6 = 0$ (ii) $4x + 3y + 12 = 0$
7. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க. (ஒவ்வொன்றும்)
(i) $(5, \sqrt{5})$ மற்றும் ஆதிப்புள்ளி
(ii) $(\sin\theta, -\cos\theta)$ மற்றும் $(-\sin\theta, \cos\theta)$
8. $2(x - y) + 5 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டு சமன்பாட்டின் சாய்வு, சாய்வு கோணம் மற்றும் y -வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் காண்க.
9. கொடுக்கப்பட்ட இரு புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க. $\left(2, \frac{2}{3}\right)$ மற்றும் $\left(-\frac{1}{2}, -2\right)$

10. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{2}{7}, \frac{3}{7}\right)$ என்ற புள்ளிகள் இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.
11. A(2, 2), B(-2, -3), C(1, -3) மற்றும் D(x, y) ஆகிய புள்ளிகள் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனில், x மற்றும் y யின் மதிப்பைக் காண்க.
12. $\sqrt{3}x + (1 - \sqrt{3})y = 3$ என்ற நேர்கோட்டு சமன்பாட்டின் சாய்வு, y-வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் காண்க.
13. சாய்வு கோணம் 30° மற்றும் y-வெட்டுத்துண்டு -3 ஆகியவற்றைக் கொண்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

சிந்தனை வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. (a, b+c), (b, c+a), மற்றும் (c, a+b) என்ற புள்ளிகள் அமைக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.
2. (x, y), (1, 2) மற்றும் (7, 0) என்ற புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும் எனில் x க்கும் y க்கும் இடைப்பட்ட தொடர்பினைக் காண்க.
3. X அச்சின் மிகை திசையில் 30° சாய்வு கோணத்தை ஏற்படுத்துவதும், Y அச்சின் மிகை திசையில் 4 என்ற வெட்டுத்துண்டை பெற்றதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. (8, 6), (5, 11), (-5, 12) மற்றும் (-4, 3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

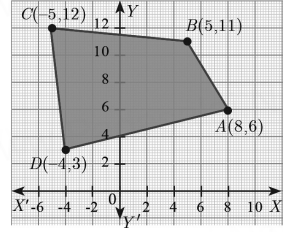
தீர்வு:

நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்பதற்கு முன்பாக கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறிக்க வேண்டும்.

A(8, 6), B(5, 11), C(-5, 12) மற்றும் D(-4, 3) என்பன முனைப் புள்ளிகள் ஆகும்.

எனவே, நாற்கரம் ABCD-யின் பரப்பு

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 11 \\ -5 & 12 \\ -4 & 3 \\ 8 & 6 \end{vmatrix}$$



$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} [(88 + 60 - 15 - 24) - (30 - 55 - 48 + 24)] \\ &= \frac{1}{2} [(88 + 60 - 15 - 24 - 30 + 55 + 48 - 24)] \\ &= \frac{1}{2} [88 + 60 - 15 - 24 - 30 + 55 + 48 - 24] \\ &= \frac{1}{2} [88 + 60 + 55 + 48 - 15 - 24 - 30 - 24] \\ &= \frac{1}{2} [251 - 93] \\ &= \frac{1}{2} [158] = 79 \text{ ச.அலகுகள்} \end{aligned}$$

மாற்றுமுறை:

நாற்கரம் ABCD-யின் பரப்பு

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_4 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 8 - (-5) & 5 - (-4) \\ 6 - 12 & 11 - 3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 8+5 & 5+4 \\ -6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 13 & 9 \\ -6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [104 - (-54)]$$

$$= \frac{1}{2} [104 + 54] = \frac{1}{2} [158]$$

$$= 79 \text{ ச.அலகுகள்}$$

2. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாகரத்தின் பரப்பைக் காண்க $(-9, -2)$, $(-8, -4)$, $(2, 2)$ மற்றும் $(1, -3)$.

தீர்வு:

A $(-9, -2)$, B $(-8, -4)$, C $(1, -3)$, D $(2, 2)$

$$\text{நாகரத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -9 & -8 & 1 & 2 & -9 \\ 2 & -4 & -3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(36 + 24 + 2 - 4) - (16 - 4 - 6 - 18)]$$

$$= \frac{1}{2} [58 - (-12)] = \frac{1}{2} [70]$$

$$= 35 \text{ ச.அலகுகள்}$$

மாற்றுமுறை:

A $(-9, -2)$, B $(-8, -4)$, C $(1, -3)$, D $(2, 2)$

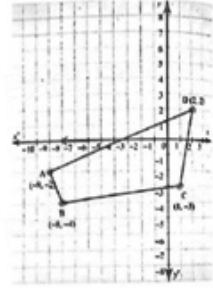
$x_1, y_1 \quad x_2, y_2 \quad x_3, y_3 \quad x_4, y_4$

$$\text{நாகரத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_4 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -10 & -10 \\ 1 & -6 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -9 - 1 & -8 - 2 \\ -2 - (-3) & -4 - 2 \end{vmatrix} = -[60 - (-10)]$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -10 & -10 \\ -2 + 3 & -6 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [70] = 35 \text{ ச.அலகுகள்}$$



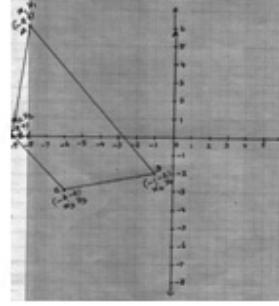
3. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாகரத்தின் பரப்பைக் காண்க.
 $(-9, 0)$, $(-8, 6)$, $(-1, -2)$ மற்றும் $(-6, -3)$

தீர்வு:

A $(-8, 6)$, B $(-9, 0)$, C $(-6, -3)$, D $(-1, -2)$

நாற்கரத்தின் பரப்பு

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -8 & -9 & -6 & -1 & -8 \\ 6 & 0 & -3 & -2 & 6 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} [(0+27+12-6) - (-54+0+3+16)] \\
 &= \frac{1}{2} [33 - (-35)] = \frac{1}{2} [68] \\
 &= 34 \text{ ச.அலகுகள்}
 \end{aligned}$$



மாற்றுமுறை:

A(-8, 6), B(-9, 0), C(-6, -3), D(-1, -2)

x_1, y_1 x_2, y_2 x_3, y_3 x_4, y_4

$$\begin{aligned}
 \text{நாற்கரத்தின் பரப்பு} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_4 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 9 & 2 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -8 - (-6) & -9 - (-1) \\ 6 - (-3) & 0 - (-2) \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [-4 + 72] \\
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -8 + 6 & -9 + 1 \\ 6 + 3 & 0 + 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [68] \\
 &= 34 \text{ ச.அலகுகள்}
 \end{aligned}$$

4. (-4, -2), (-3, k), (3, -2) மற்றும் (2, 3) ஆகிய முனைகளை வரிசையாக கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 28 ச.அலகுகள் எனில், k-யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 \text{நாற்கரத்தின் பரப்பு, } \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & -3 & 3 & 2 & -4 \\ -2 & k & -2 & 3 & -2 \end{vmatrix} &= 28 \\
 (-4k + 6 + 9 - 4) - (6 + 3k - 4 - 12) &= 56 \\
 (11 - 4k) - (3k - 10) &= 56 \\
 21 - 7k &= 56
 \end{aligned}$$

$$7k = -35$$

$$k = -5$$

மாற்றுமுறை:

$$(4, -2), (-3, k), (3, -2), (2, 3)$$

$$x_1, y_1 \quad x_2, y_2 \quad x_3, y_3 \quad x_4, y_4$$

$$\text{நாற்கரத்தின் பரப்பு} = 28$$

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 28 \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_4 \end{vmatrix} = 28$$

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4-3 & -3-2 \\ -2-(-2) & k-3 \end{vmatrix} = 28 \Rightarrow \begin{vmatrix} -7 & -5 \\ 0 & k-3 \end{vmatrix} = 56$$

$$-7(k-3) + 0 = 56$$

$$-7k+21 = 56$$

$$-7k = 56-21$$

$$-7k = 35$$

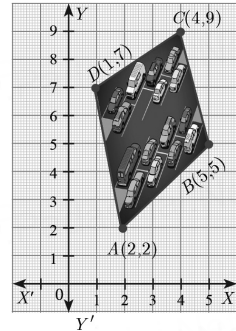
$$k = \frac{35}{-7} = -5$$

5. கொடுக்கப்பட்ட படமானது ஒரு வளாகத்தில் புதிய வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்த அமைக்கப்பட்ட பகுதியைக் காட்டுகிறது. இதை அமைப்பதற்கு ஒரு சதுர அடிக்கு ₹1300 செலவாகும் என மதிப்பிடப்படுகிறது எனில், வாகன நிறுத்தம்

ஏற்படுத்துவதற்குத் தேவையான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:

A (2, 2), B (5, 5), C (4, 9) மற்றும் D (1, 7) என்பது நாற்கர வடிவ வாகன நிறுத்தத்தின் முனைப் புள்ளிகள் ஆகும். எனவே, வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு



$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 5 \\ 4 & 9 \\ 1 & 7 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(10 + 45 + 28 + 2) - (10 + 20 + 9 + 14)]$$

$$= \frac{1}{2} [85 - 53]$$

$$= \frac{1}{2} [32] = 16 \text{ சதுர அடிகள்}$$

எனவே, வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு = 16 சதுர அடிகள்

ஒரு சதுர அடி அமைக்க ஆகும் செலவு = ₹1300

ஆகையால், வாகன நிறுத்தம் அமைக்க ஆகும் மொத்தச் செலவு = $16 \times 1300 = ₹20800$

மாற்றுமுறை:

A(2, 2), B(5, 5), C(4, 9) D(1, 7)

$x_1, y_1 \quad x_2, y_2 \quad x_3, y_3 \quad x_4, y_4$

$$\text{வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_4 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2-4 & 5-1 \\ 2-9 & 5-7 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -7 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [4 - (-28)]$$

$$= \frac{1}{2} [4 + 28]$$

$$= \frac{1}{2} [32]$$

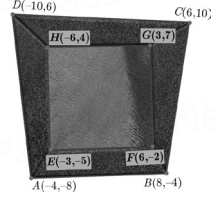
$$= 16 \text{ ச.அலகுகள்}$$

எனவே, வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு = 16 சதுர அடிகள்

ஒரு சதுர அடி அமைக்க ஆகும் செலவு = ₹1300

ஆகையால், வாகன நிறுத்தம் அமைக்க ஆகும் மொத்தச் செலவு = $16 \times 1300 = ₹20800$

6. நாற்கர வடிவ நீச்சல் குளத்தின் கான்கிரீட் உள்முற்றமானது படத்தில் காட்டியுள்ளபடி அமைக்கப்பட்டுள்ளது எனில், உள்முற்றத்தின் பரப்பு காண்க.



தீர்வு:

உள்முற்றத்தின் பரப்பு =

ABCD யின் பரப்பு – EFGH யின் பரப்பு

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 8 & 6 & -10 & -4 \\ -8 & -4 & 10 & 6 & -8 \end{vmatrix} - \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & 6 & 3 & -6 & -3 \\ -5 & -2 & 7 & 4 & -5 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} [(16 + 80 + 36 + 80) - (-64 - 24 - 100 - 24)] \\
 &\quad - \frac{1}{2} [(6 + 42 + 12 + 30) - (-30 - 6 - 42 - 12)] \\
 &= \frac{1}{2} [212 - (-212)] - \frac{1}{2} [90 - (-90)] \\
 &= \frac{1}{2} [424] - \frac{1}{2} [180] \\
 &= 212 - 90 = 122 \text{ சதுர அடிகள்}
 \end{aligned}$$

மாற்றுமுறை:

A(-4, -8), B(8, -4) C(6, 10), D(-10, 6)

x_1, y_1 x_2, y_2 x_3, y_3 x_4, y_4

E(-3, -5), F(6, -2) G(3, 7), H(-6, 4)

x_1, y_1 x_2, y_2 x_3, y_3 x_4, y_4

உள்முற்றத்தின் பரப்பு =

ABCD யின் பரப்பு – EFGH யின் பரப்பு

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_4 \end{vmatrix} - \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_4 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 - 6 & 8 + 10 \\ -8 - 10 & -4 - 6 \end{vmatrix} - \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 - 3 & 6 + 6 \\ -5 - 7 & -2 - 4 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -10 & 18 \\ -18 & -10 \end{vmatrix} - \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -6 & 12 \\ -12 & -6 \end{vmatrix} \\
&= \frac{1}{2} [100+324] - \frac{1}{2} [36+144] \\
&= \frac{1}{2} [424] - \frac{1}{2} [180] \\
&= 212 - 90 = 122 \text{ சதுர அடிகள்}
\end{aligned}$$

7. A (2.5, 3.5), B (10, -4), C (2.5, -2.5) மற்றும் D (-5, 5) ஆகியன இணைகரத்தின் முனைப் புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

A (2.5, 3.5) B (10, -4)

$$AB \text{ ன் சாய்வு} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 3.5}{10 - 2.5} = -\frac{7.5}{7.5} = -1$$

C (2.5, -2.5), D (-5, 5)

$$CD \text{ ன் சாய்வு} = \frac{5 - (-2.5)}{-5 - 2.5} = \frac{5 + 2.5}{-7.5} = -\frac{7.5}{7.5} = -1$$

∴ AB ன் சாய்வு = CD ன் சாய்வு.

எனவே AB யும் CD யும் இணைகோடுகள்.

B (10, -4), C (2.5, -2.5)

$$\begin{aligned}
BC \text{ ன் சாய்வு} &= \frac{-2.5 - (-4)}{2.5 - 10} = \frac{-2.5 + 4}{-7.5} \\
&= \frac{1.5}{-7.5} \times \frac{10}{10} = \frac{15}{-75} = -\frac{1}{5}
\end{aligned}$$

A (2.5, 3.5), D (-5, 5)

$$\begin{aligned}
AD \text{ ன் சாய்வு} &= \frac{5 - (3.5)}{-5 - 2.5} = \frac{1.5}{-7.5} \\
&= \frac{1.5}{-7.5} \times \frac{10}{10} = \frac{15}{-75} = -\frac{1}{5}
\end{aligned}$$

∴ BC ன் சாய்வு = AD ன் சாய்வு.

எனவே BC யும் AD யும் இணைகோடுகள்.

∴ எனவே ABCD ஓர் இணைகரத்தை அமைக்கும்.

8. $\triangle ABC$ -யின் முனைகள் A (-3, 0), B (10, -2) மற்றும் C (12, 3) எனில், A மற்றும் B-யிலிருந்து முக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்திற்கு வரையப்படும் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

A (-3, 0), B (10, -2) மற்றும் C (12, 3)

B (10, -2) C (12, 3)

$$BC \text{ ன் சாய்வு} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 + 2}{12 - 10} = \frac{5}{2}$$

$BC \perp AD$

$$\therefore AD \text{ ன் சாய்வு} = \frac{-2}{5} \quad A(-3, 0)$$

\therefore A யிலிருந்து முக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்திற்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{-2}{5} (x + 3)$$

$$2x + 5y + 6 = 0$$

$$A(-3, 0), C(12, 3) \text{ AC ன் சாய்வு} = \frac{3 - 0}{12 + 3} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$B(10, -2) \text{ BE ன் சாய்வு} = -5$$

\therefore B யிலிருந்து முக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்திற்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 2 = -5(x - 10)$$

$$y + 2 = -5x + 50$$

$$5x + y - 48 = 0$$

9. A(6,2), B(-5,-1) மற்றும் C(1,9) -ஐ முனைகளாகக் கொண்ட $\triangle ABC$ யின் முனை A-யிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோடு மற்றும் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

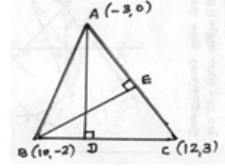
தீர்வு:

A யிலிருந்து வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் சமன்பாடு:

$$BC \text{ யின் நடுப்புள்ளி} = \left(\frac{-5+1}{2}, \frac{-1+9}{2} \right)$$

$$= D(-2, 4)$$

AD யின் சமன்பாடு A (6, 2), D (-2, 4)



$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 2}{4 - 2} = \frac{x - 6}{-2 - 6}$$

$$\frac{y - 2}{2} = \frac{x - 6}{-8}$$

$$\frac{y - 2}{1} = \frac{x - 6}{-4}$$

$$x - 6 = -4y + 8$$

$$x + 4y - 14 = 0$$

A யிலிருந்து வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு:

$$\text{சாய்வு } BC = \frac{9+1}{1+5} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$AD \perp BC$, என்பதால் சாய்வு $AD = \frac{-3}{5}$ மற்றும் A என்பது (6, 2)

AD என்ற குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{-3}{5} (x - 6)$$

$$5y - 10 = -3x + 18$$

$$3x + 5y - 28 = 0$$

10. (p, p), (5, 6), (5, -2) முனைப்புள்ளிகளைக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 32 சதுர அலகுகள் எனில் p-யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\Delta \text{ பரப்பு} = 32$$

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 32 \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} p & p \\ 5 & 6 \\ 5 & -2 \\ p & p \end{vmatrix} = 32 \Rightarrow \begin{vmatrix} p & p \\ 5 & 6 \\ 5 & -2 \\ p & p \end{vmatrix} = 64$$

$$(6p - 10 + 5p) - (5p + 30 - 2p) = 64$$

$$11p - 10 - (3p + 30) = 64$$

$$11p - 10 - 3p - 30 = 64$$

$$8p - 40 = 64$$

$$8p = 64 + 40$$

$$8p = 104$$

$$p = \frac{104}{8} \Rightarrow p = 13$$

மாற்றுமுறை:

(p, p), (5, 6), (5, -2)

$x_1, y_1 \quad x_2, y_2 \quad x_3, y_3$

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = 32$$

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & x_1 - x_3 \\ y_1 - y_2 & y_1 - y_3 \end{vmatrix} = 32$$

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} p-5 & p-5 \\ p-6 & p+2 \end{vmatrix} = 32$$

$$\begin{vmatrix} p-5 & p-5 \\ p-6 & p+2 \end{vmatrix} = 32 \times 2$$

$$(p-5)(p+2) - (p-5)(p-6) = 64$$

$$(p-5)[p+2-p+6] = 64$$

$$(p-5)[8] = 64$$

$$8p - 40 = 64$$

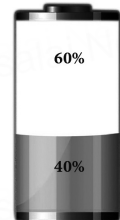
$$8p = 104$$

$$p = \frac{104}{8}$$

$$p = 13$$

11. ஓர் அலைபேசி மின்கலத்தின் சக்தி 100% இருக்கும்போது (battery power) அலைபேசியைப் பயன்படுத்தத் தொடங்குகிறோம். x மணி நேரம் பயன்படுத்திய பிறகு மீதி இருக்கும் மின்கலத்தின் சக்தி y சதவீதம் (தசமத்தில்) எனது $y = 0.25x + 1$ ஆகும்.

- எத்தனை மணி நேரத்திற்குப் பிறகு மின்கலத்தின் சக்தி 40% ஆகக் குறைந்திருக்கும் எனக் காண்க.
- மின்கலம் தனது முழுச் சக்தியை இழக்க எடுத்துக்கொள்ளும் கால அளவு எவ்வளவு?



தீர்வு:i) மின்கலன் சக்தி 40% எனில் நேரத்தைக் கணக்கிட, $y = 0.40$

$$y = -0.25x + 1$$

$$0.40 = -0.25x + 1$$

$$0.40 + 0.25x = 1$$

$$0.25x = 1 - 0.40$$

$$0.25x = 0.60$$

$$x = \frac{0.60}{0.25} \times \frac{100}{100} = \frac{60}{25} = 2.4 \text{ மணி}$$

ii) மின்கலம் தனது முழுச் சக்தியை இழந்துவிட்டால் $y = 0$

$$0 = -0.25x + 1$$

$$0.25x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{0.25}$$

$$x = \frac{1}{0.25} \times \frac{100}{100} = \frac{100}{25} \Rightarrow x = 4$$

12. $7x + 3y = 10$, $5x - 4y = 1$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும், $13x + 5y + 12 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

$$13x + 5y + 12 = 0$$

$$\text{சாய்வு} = \frac{-x \text{ன் கெழு}}{y \text{ன் கெழு}} \Rightarrow m = -\frac{13}{5}$$

$$7x + 3y = 10 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$5x - 4y = 1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \times 5 \Rightarrow 35x + 15y = 50$$

$$(2) \times 7 \Rightarrow 35x - 28y = 7$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline 43y = 43 \\ y = 1 \end{array}$$

y ன் மதிப்பை (1) ல் பிரதியிட $7x + 3(1) = 10$

$$7x = 10 - 3 \Rightarrow 7x = 7$$

$$x = 1$$

செங்குத்து கோட்டின் சாய்வு $-\frac{7}{4}$ புள்ளி (1, 1)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = -\frac{13}{5} (x - 1) \Rightarrow 5y - 5 = -13x + 13$$

$$13x + 5y - 18 = 0$$

∴ தேவையான சமன்பாடு $13x + 5y - 18 = 0$

13. $5x - 6y = 2$, $3x + 2y = 10$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி வழியாகவும் $4x - 7y + 13 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்குச் செங்குத்தாகவும் அமையும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:

$$5x - 6y = 2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$3x + 2y = 10 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \times 1 \Rightarrow 5x - 6y = 2$$

$$(2) \times 3 \Rightarrow 9x + 6y = 30$$

$$14x = 32$$

$$x = \frac{32}{14} \Rightarrow \frac{16}{7}$$

x ன் மதிப்பை (1) ல் பிரதியிட

$$5 \left(\frac{16}{7} \right) - 6y = 2 \Rightarrow \frac{80}{7} - 6y = 2 \Rightarrow -6y = 2 - \frac{80}{7}$$

$$\Rightarrow -6y = \frac{14 - 80}{7} \Rightarrow -6y = -\frac{66}{7} \Rightarrow y = \frac{66}{7 \times -6} \Rightarrow y = \frac{11}{7}$$

∴ சந்திக்கும் புள்ளி $\left(\frac{16}{7}, \frac{11}{7} \right)$.

$$4x - 7y + 13 = 0$$

சாய்வு $= \frac{4}{7}$; செங்குத்து சாய்வு $= -\frac{7}{4}$; புள்ளி $\left(\frac{16}{7}, \frac{11}{7} \right)$

∴ தேவையான சமன்பாடு $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - \frac{11}{7} = -\frac{7}{4} \left(x - \frac{16}{7} \right)$$

$$4y - 4 \left(\frac{11}{7} \right) = -7 \left(\frac{7x - 16}{7} \right)$$

$$4y - \frac{44}{7} = -7x + 16$$

$$28y - 44 = -49x + 112$$

$$49x + 28y - 156 = 0$$

14. ஒரு முக்கோணத்தின் பரப்பு 5 ச. அலகுகள். (2, 1) மற்றும் (3, -2) என்பன முக்கோணத்தின் இரண்டு முனைப் புள்ளிகள் ஆகும். மூன்றாம் முனைப் புள்ளி (x, y) என்பதில் $y = x + 3$ என இருந்தால் அப்புள்ளியைக் காண்க.

தீர்வு:

முக்கோணத்தின் மூன்றாவது முனை = (x, y) என்க.

$$\text{முக்கோணத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ x & y \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$5 = \frac{1}{2} [(-4 + 3y + x) - (3 - 2x + 2y)]$$

$$10 = [x + 3y - 4 - 3 + 2x - 2y]$$

$$10 = 3x + y$$

$$3x + y = 17 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = -3 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 4x = 14$$

$$x = \frac{7}{2}$$

x ன் மதிப்பை சமன்பாடு (1) ல் பிரதியிட

$$\begin{aligned} \frac{7}{2} - y &= -3 \\ -y &= -3 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$-y = -\frac{13}{2} \quad \Rightarrow y = \frac{13}{2}$$

$$\therefore \text{மூன்றாவது முனை } (x, y) = \left(\frac{7}{2}, \frac{13}{2}\right)$$

மாற்றுமுறை:

$$(2, 1), (3, -2), (x, y)$$

$$x_1, y_1 \quad x_2, y_2 \quad x_3, y_3$$

முக்கோணத்தின் மூன்றாவது முனை (x, y) என்க.

$$\text{முக்கோணத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & x_1 - x_3 \\ y_1 - y_2 & y_1 - y_3 \end{vmatrix}$$

$$5 = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2-3 & 2-x \\ 1+2 & 1-y \end{vmatrix}$$

$$10 = \begin{vmatrix} -1 & 2-x \\ 3 & 1-y \end{vmatrix}$$

$$-1(1-y) - 3(2-x) = 10$$

$$-1+y-6+3x = 10$$

$$(1) \Rightarrow 3x + y = 17$$

$$(2) \Rightarrow \frac{x-y}{4x} = \frac{-3}{14}$$

$$4x = 14$$

$$x = \frac{14}{4} \Rightarrow \frac{7}{2}$$

x ன் மதிப்பை சமன்பாடு (2) ல் பிரதியிட

$$\frac{7}{2} - y = -3$$

$$\frac{7}{2} + 3 = y$$

$$\frac{7+6}{2} = y$$

$$y = \frac{13}{2}$$

$$\text{மூன்றாவது முனை } (x, y) = \left(\frac{7}{2}, \frac{13}{2} \right)$$

15. A (-3, 9), B (a, b) மற்றும் C (4, -5) என்பன ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகள் மற்றும் $a+b=1$, எனில் a மற்றும் b-யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

A (-3, 9), B (a, b), C (4, -5) என்பன ஒரு கோட்டமைந்த புள்ளிகள் மற்றும் $a+b=1$ (1) 3 புள்ளிகள் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு = 0

$$(i.e.) \quad \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & a & 4 & -3 \\ 9 & b & -5 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned}
 (-3b - 5a + 36) - (9a + 4b + 15) &= 0 \\
 -5a - 3b + 36 - 9a - 4b - 15 &= 0 \\
 -14a - 7b + 21 &= 0 \quad (\div 7) \\
 2a + b &= 3 \quad \dots\dots (2) \\
 a + b &= 1 \quad \dots\dots (1) \\
 (1) - (2) \Rightarrow a = 2 \quad b = -1
 \end{aligned}$$

மாற்று முறை:

A(-3, 9), B(a, b), C(4, -5)

$$\begin{array}{ccc}
 x_1, y_1 & x_2, y_2 & x_3, y_3 \\
 \left| \begin{array}{cc} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{array} \right| & = 0 & \Rightarrow \left| \begin{array}{cc} x_1 - x_2 & x_1 - x_3 \\ y_1 - y_2 & y_1 - y_3 \end{array} \right| = 0
 \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{cc} -3 - a & -3 - 4 \\ 9 - b & 9 + 5 \end{array} \right| = 0 \Rightarrow \left| \begin{array}{cc} -3 - a & -7 \\ 9 - b & 14 \end{array} \right| = 0$$

$$14[-3-a] + 7[9-b] = 0$$

$$-42 - 14a + 63 - 7b = 0$$

$$-14a - 7b + 21 = 0$$

$$\div 7 \quad 14a + 7b = 21$$

$$2a + b = 3 \quad \dots\dots (1)$$

$$a + b = 1 \quad \dots\dots (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow a = 2$$

$$(2) \Rightarrow b = -1$$

16. சாய்வினைப் பயன்படுத்தி (1, -4), (2, -3) மற்றும் (4, -7) ஆகியப் புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தினை உருவாக்கும் என நிறுவுக.

தீர்வு:

A(1, -4), B(2, -3) மற்றும் C(4, -7) ஆகியன முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகள் என்க.

$$AB\text{-யின் சாய்வு} = \frac{-3 + 4}{2 - 1} = \frac{1}{1} = 1$$

$$BC\text{-யின் சாய்வு} = \frac{-7 + 3}{4 - 2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$AC\text{-யின் சாய்வு} = \frac{-7+4}{4-1} = \frac{-3}{3} = -1$$

$$AB\text{-யின் சாய்வு} \times AC\text{-யின் சாய்வு} = (1)(-1) = -1$$

ஆகவே, AB ஆனது AC க்கு செங்குத்தாகும் $\angle A = 90^\circ$

எனவே, ΔABC ஆனது செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

5 மதிப்பெண்கள்

1. $[P, 2-2P]$, $[1-P, 2P]$ மற்றும் $[-4-P, 6-2P]$ என்ற புள்ளிகள் அமைக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பு 56 சதுர அலகுகள் எனில் P ன் எத்தனை மதிப்புகள் முழுக்களில் அமையும்?

தீர்வு:

A $(P, 2-2P)$, B $(1-P, 2P)$ மற்றும் C $(-4-P, 6-2P)$ என்க.

முக்கோணம் ABC ன் பரப்பு = 70 ச.அ

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \Delta ABC \text{ ன் பரப்பு}$$

$$\begin{vmatrix} P & 2-2P \\ 1-P & 2P \\ -4-P & 6-2P \\ P & 2-2P \end{vmatrix} = 56$$

$$[2P^2 + (1-P)(6-2P) - (4+P)(2-2P)]$$

$$- [(1-P)(2-2P) - (4+P)(2P) + P(6-2P)] = 56$$

$$[2P^2 + 6-8P+2P^2 - (8-6P-2P^2)]$$

$$- [2-4P+2P^2 - 8P-2P^2+6P-2P^2] = 56$$

$$4P^2 - 8P + 6 + 2P^2 + 6P - 8 - [-2P^2 - 6P + 2] = 56$$

$$6P^2 - 2P - 2 + 2P^2 + 6P - 2 = 56$$

$$\div \text{by } 4$$

$$8P^2 + 4P - 60 = 0$$

$$2P^2 + P - 15 = 0$$

$$(P+3)(2P-5) = 0$$

$$(P+3) = 0 \text{ (அ)} (2P-5) = 0$$

$$\therefore P = -3 \text{ (அ)} P = \frac{5}{2}$$

$\therefore P$ க்கு ஒரே ஒரு முழு வின் மதிப்பு உண்டு.

2. $(-2, 3)$ மற்றும் $(4, 1)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோடு $3x - y - 1 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு செங்குத்தா என ஆராய்க. $3x - y - 1 = 0$ என்ற நேர்க்கோடு $(-2, 3)$ மற்றும் $(4, 1)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டினை இருசம பாகமாக பிரிக்குமா எனவும் ஆராய்க.

தீர்வு:

$A(-2, 3)$ மற்றும் $B(4, 1)$ என்பன கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள்

$$AB \text{ ன் சாய்வு} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 3}{4 + 2} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3} = m_1 \text{ (say)}$$

$$\text{கொடுக்கப்பட்ட நேர்க்கோட்டின் சாய்வு} = \frac{-3}{-1} = 3 = m_2$$

$$m_1 \times m_2 = -1.$$

எனவே நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று செங்குத்தாகும்.

$$AB \text{ ன் மையப்புள்ளி} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{-2 + 4}{2}, \frac{3 + 1}{2} \right)$$

$$= (1, 2)$$

$$x = 1, y = 2 \text{ என } 3x - y - 1 = 0 \text{ என்ற சமன்பாட்டில் பிரதியிட}$$

$$3(1) - 2 - 1 = 0$$

$$3 - 3 = 0$$

i.e சமன்பாடு நிறைவு செய்யப்படுகிறது.

∴ $3x - y - 1 = 0$ என்ற நேர்க்கோடு கொடுக்கப்பட்ட

இருபுள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டினை இரு சமபாகங்களாக பிரிக்கும்.

3. $A(4, 2)$, $B(3, 1)$ மற்றும் $C(3, 3)$ என்ற புள்ளிகள் அமைக்கும் முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்ட மையம் காண்க.

தீர்வு:

D மற்றும் E என்பன முறையே AB மற்றும் AC ஆகியவற்றின் மையப்புள்ளிகள் எனக் கொள்க.

$$D(x, y) = \left(\frac{4 + 3}{2}, \frac{2 + 1}{2} \right) = \left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

$$E = \left[\frac{4 + 3}{2}, \frac{2 + 3}{2} \right] = \left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

$$AB \text{ ன் சாய்வு} = \frac{2-1}{4-3} = 1$$

AB என்ற கோட்டிற்கு செங்குத்தான கோட்டின் சாய்வு -1

AB என்ற கோட்டின் மையக் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y - \frac{3}{2} = -1 \left(x - \frac{7}{2} \right)$$

$$2y - 3 = -2x + 7$$

$$2x + 2y = 10$$

$$x + y = 5 \quad \dots\dots (1)$$

AC என்ற கோட்டின் மையக் குத்துக்கோட்டின் சாய்வு 1

AC ன் செங்குத்து சமன்பாடு

$$y - \frac{5}{2} = 1 \left(x - \frac{7}{2} \right)$$

$$2y - 5 = 2x - 7$$

$$2x - 2y - 2 = 0$$

$$x - y - 1 = 0$$

$$x - y = 1 \quad \dots\dots (2)$$

(1) மற்றும் (2) ஐ தீர்க்க

$$x + y = 5$$

$$x - y = 1$$

$$\hline 2x = 6$$

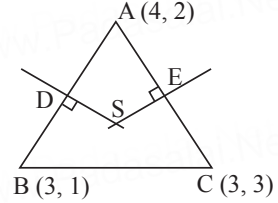
$$x = 3$$

$x = 3$ என (1) ல் பிரதியிட

$$3 + y = 5$$

$$y = 2$$

முக்கோணத்தின் சுற்று வட்டமையம் (3, 2) ஆகும்.

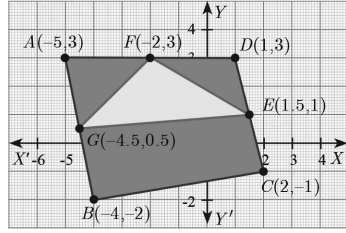


பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. A (-5, -4), B (1, 6) மற்றும் C (7, -4) ஆகியவற்றை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோண வடிவக் கண்ணாடிக்கு வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 6 சதுர அடி பரப்புக்கு வர்ணம் பூச ஒரு வாளி தேவைப்படுகிறது எனில் கண்ணாடியின் முழுப் பகுதியையும் ஒரு முறை வர்ணம் பூச எத்தனை வாளிகள் தேவைப்படும்?

2. படத்தை பயன்படுத்திப்
பரப்பைக் காண்க.



- (i) முக்கோணம் AGF
(ii) முக்கோணம் FED
(iii) நாற்கரம் BCEG.

3. $(-3, -4)$, $(7, 2)$ மற்றும் $(12, 5)$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனக் காட்டுக.
4. $(3, -1)$, $(a, 3)$ மற்றும் $(1, -3)$ ஆகிய மூன்று புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனில் a -யின் மதிப்பு காண்க.
5. $A(2, 2)$, $B(-2, -3)$, $C(1, -3)$ மற்றும் $D(x, y)$ ஆகிய புள்ளிகள் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனில் x மற்றும் y -யின் மதிப்பைக் காண்க.
6. ஓர் அறையின்தளமானது ஒரே மாதிரியான முக்கோணவடிவத் தரை ஓடுகளைக் கொண்டு (tiles) அமைக்கப்படுகிறது. அதில் ஓர் ஓட்டின் முனைகள் $(-3, 2)$, $(-1, -1)$ மற்றும் $(1, 2)$ ஆகும். தரைத்தளத்தை முழுமையாக அமைக்க 110 ஓடுகள் தேவைப்படுகின்றது எனில், அதன் பரப்பைக் காண்க.
7. வரிசையில் அமைந்த முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் $(0, 0)$, $(p, 8)$, $(6, 2)$ அதன் பரப்பு 20 (சதுர அலகு எனில்) 'p'-யின் மதிப்பைக் காண்க.
8. $(-2, 5)$, $(6, -1)$ மற்றும் $(2, 2)$ ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகள் எனக் காட்டு.
9. $4x - 9y + 36 = 0$ என்ற நேர்கோடு ஆய அச்சுகளில் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க.
10. $A(-4, 2)$ மற்றும் $B(6, -4)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் மையக் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
11. நீங்கள் ஒரு பாடலைப் பதிவிறக்கம் செய்யும்போது, x வினாடிகளுக்குப் பிறகு பதிவிறக்கம் செய்ய வேண்டிய மீதமுள்ள பாடலின் சதவீதம் (மெகா பைட்டில்) y -ஆனது (தசமத்தில்) $y = -0.1x + 1$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலம் குறிக்கப்பட்டால்,

- (i) பாடலின் மொத்த MB அளவைக் காண்க.
(ii) 75% பாடலை பதிவிறக்கம் செய்ய எவ்வளவு வினாடிகள் ஆகும்?
(iii) எத்தனை வினாடிகள் கழித்துப் பாடல் முழுமையாகப் பதிவிறக்கம் செய்யப்படும்?
12. $7x - 3y = -12$ மற்றும் $2y = x + 3$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியையும், $3x + y + 2 = 0$ மற்றும் $x - 2y - 4 = 0$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியையும் இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
13. $8x + 3y = 18$, $4x + 5y = 9$ ஆகிய நேர்க்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியின் வழியாகவும், $(5, -4)$ மற்றும் $(-7, 6)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டுத் துண்டின் நடுப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
14. $\triangle ABC$ -யின் பக்கங்கள் AB, BC மற்றும் AC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P (11, 7), Q (13.5, 4) மற்றும் R (9.5, 4) என்க. முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகள் A, B மற்றும் C காண்க. மேலும் $\triangle ABC$ -யின் பரப்பை $\triangle PQR$ -யின் பரப்புடன் ஒப்பிடுக.

சிந்தனை வினாக்கள்	5 மதிப்பெண்கள்
--------------------------	-----------------------

1. $2x+3y-1=0$ மற்றும் $3x-4y-6=0$ என்ற நேர்க்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளி வழி செல்வதும்
(i) $5x-y-2=0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையானதுமான
(ii) $x+2y-1=0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு செங்குத்தானதுமான நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளை காண்க.
2. $2x+y-5=0$ மற்றும் $x+y-3=0$ என்ற நேர்க்கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியையும் $(3, -2)$ மற்றும் $(-5, 6)$ என்ற இருபுள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டினை இருசமபாகங்களாக பிரிக்கும் புள்ளியையும் இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.
3. $(-1, -2)$ $(1, 0)$ $(-1, 2)$ மற்றும் $(-3, 0)$ என்ற புள்ளிகளால் உருவாக்கப்படும் நாற்கரத்தின் சிறப்புப் பெயர் யாது? விடைக்கு தக்க காரணம் கூறுக.

அலகு

6

முக்கோனவியல்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

1. $\sin^2\theta + \frac{1}{1+\tan^2\theta}$ -ன் மதிப்பு1) $\tan^2\theta$

2) 1

3) $\cot^2\theta$

4) 0

விடை: 2)

2. $\tan\theta \operatorname{cosec}^2\theta - \tan\theta$ -ன் மதிப்பு1) $\sec\theta$ 2) $\cot^2\theta$ 3) $\sin\theta$ 4) $\cot\theta$

விடை: 4)

3. $(\sin\alpha + \operatorname{cosec}\alpha)^2 + (\cos\alpha + \sec\alpha)^2 = k + \tan^2\alpha + \cot^2\alpha$ எனில் k-ன் மதிப்பு

1) 9

2) 7

3) 5

4) 3

விடை: 2)

4. $\sin\theta + \cos\theta = a$ மற்றும் $\sec\theta + \operatorname{cosec}\theta = b$ எனில், $b(a^2 - 1)$ -ன் மதிப்பு1) $2a$ 2) $3a$

3) 0

4) $2ab$

விடை: 1)

5. $5x = \sec\theta$ மற்றும் $\frac{5}{x} = \tan\theta$ எனில், $x^2 - \frac{1}{x^2}$ -ன் மதிப்பு

1) 25

2) $\frac{1}{25}$

3) 5

4) 1

விடை: 2)

6. $\sin\theta = \cos\theta$ எனில் $2\tan^2\theta + \sin^2\theta - 1$ -ன் மதிப்பு1) $-\frac{3}{2}$ 2) $\frac{3}{2}$ 3) $\frac{2}{3}$ 4) $-\frac{2}{3}$

விடை: 2)

7. $x = a \tan\theta$ மற்றும் $y = b \sec\theta$ எனில்1) $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ 2) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$(3) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$(4) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0 \quad \text{விடை: 1)}$$

8. $(1 + \tan \theta + \sec \theta)(1 + \cot \theta - \operatorname{cosec} \theta)$ -ன் மதிப்பு

1) 0

2) 1

3) 2

4) -1

விடை: 3)

9. $a \cot \theta + b \operatorname{cosec} \theta = p$ மற்றும் $b \cot \theta + a \operatorname{cosec} \theta = q$ எனில், $p^2 - q^2$ -ன் மதிப்பு

1) $a^2 - b^2$

2) $b^2 - a^2$

3) $a^2 + b^2$

4) $b - a$

விடை: 2)

10. ஒரு கோபுரத்தின் உயரத்திற்கும், அதன் நிழலின் நீளத்திற்கும் உள்ள விகிதம் $\sqrt{3} : 1$, எனில் சூரியனைக் காணும் ஏற்றக்கோண அளவானது

1) 45°

2) 30°

3) 90°

4) 60°

விடை: 4)

11. ஒரு மின்கம்பமானது அதன் அடியில் சமதளப் பரப்பில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் 30° கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. முதல் புள்ளிக்கு b மீ உயரத்தில் உள்ள இரண்டாவது புள்ளியிலிருந்து மின்கம்பத்தின் அடிக்கு இறக்கக்கோணம் 60° எனில், மின்கம்பத்தின் உயரமானது (மீட்டரில்)

1) $\sqrt{3} b$

2) $\frac{b}{3}$

3) $\frac{b}{2}$

4) $\frac{b}{\sqrt{3}}$

விடை: 4)

12. ஒரு கோபுரத்தின் உயரம் 60° மீ ஆகும். சூரியனைக் காணும் ஏற்றக்கோணம் 30° -லிருந்து 45° ஆக உயரும்போது, கோபுரத்தின் நிழலானது x மீ குறைகிறது எனில், x ன் மதிப்பு

1) 41.92 மீ

2) 43.92 மீ

3) 43 மீ

4) 45.6 மீ

விடை: 2)

13. பல அடுக்குக் கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து 20 மீ உயரமுள்ள கட்டடத்தின் உச்சி, அடி ஆகியவற்றின் இறக்கக்கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 60° எனில், பல அடுக்குக் கட்டடத்தின் உயரம் மற்றும் இரு கட்டடங்களுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவானது (மீட்டரில்)

1) 20, $10\sqrt{3}$

2) 30, $5\sqrt{3}$

3) 20, 10

4) 30, $10\sqrt{3}$

விடை: 4)

14. இரண்டு நபர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு x மீ ஆகும். முதல் நபரின் உயரமானது இரண்டாவது நபரின் உயரத்தைப் போல இரு மடங்காக உள்ளது. அவர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு நேர்கோட்டின் மையப் புள்ளியிலிருந்து இரு நபர்களின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணங்கள் நிரப்புக் கோணங்கள் எனில், குட்டையாக உள்ள நபரின் உயரம் (மீட்டரில்) காண்க.

1) $\sqrt{2}x$

2) $\frac{x}{2\sqrt{2}}$

3) $\frac{x}{\sqrt{2}}$

4) $2x$

விடை: 2)

15. ஓர் ஏரியின் மேலே h மீ உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து மேகத்திற்கு உள்ள ஏற்றக்கோணம் β . மேக பிம்பத்தின் இறக்கக் கோணம் 45° எனில், ஏரியில் இருந்து மேகத்திற்கு உள்ள உயரமானது (மீட்டரில்).

1) $\frac{h(1 + \tan \beta)}{1 - \tan \beta}$

2) $\frac{h(1 - \tan \beta)}{1 + \tan \beta}$

3) $h \tan(45^\circ - \beta)$

4) இவை ஒன்றும் இல்லை விடை: 1)

சிந்தனை வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

1. ஏற்றக்கோணம் மற்றும் இறக்கக்கோணங்களை அளவிடும் கருவி

1) தியோடலைட்

2) கலைடாஸ்கோப்

3) பெரிஸ்கோப்

4) தொலைநோக்கி விடை: 1)

2. $\frac{\sin(90^\circ - \theta)}{\tan \theta} + \frac{\cos(90^\circ - \theta)}{\cot \theta} =$

1) $\tan \theta$

2) 1

3) -1

4) $\sin \theta$

விடை: 2)

3. $\cos(40^\circ + x) = \sin 30^\circ$, எனில் $x =$

1) 20°

2) 30°

3) 60°

4) 0°

விடை: 1)

4. $\operatorname{cosec} \theta = x + \frac{1}{4x}$, எனில் $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$ ன் மதிப்பு

1) $2x$

2) $-2x$

3) $\frac{2}{x}$

4) $-\frac{1}{2x}$

விடை: 1)

5. $\sec A (1 - \sin A) (\sec A + \tan A) =$

1) 0

2) 1

3) $\cos \theta$

4) $\sin \theta$

விடை: 2)

6. ஒரு நிலைக்குத்தான கம்பத்தின் உயரமும், கம்பம் ஏற்படுத்தும் நிழலின் நீளமும் சமம். எனில் தரையிலிருந்து சூரியனின் ஏற்றக் கோணம்

1) 30°

2) 45°

3) 60°

4) 90°

விடை: 2)

7. ஒரு கோபுரத்தின் அடியில் இருந்து 100 மீ தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் இருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனில் கோபுரத்தின் உயரம்

1) $100\sqrt{3}$ மீ

2) $\frac{100}{\sqrt{3}}$ மீ

3) $50\sqrt{3}$ மீ

4) $\frac{200}{\sqrt{3}}$ மீ

விடை: 2)

8. $\frac{\sin^3 \theta + \cos^3 \theta}{\sin \theta + \cos \theta} =$

1) 1

2) $1 - \sin \theta \cos \theta$

3) $\sin \theta + \cos \theta$

4) $\tan \theta$

விடை: 2)

9. தரையிலிருந்து 85 மீ நீளமுள்ள நூலினைக் கொண்டு பறக்கும் ஒரு பட்டமானது தரையுடன் θ கோணத்தை ஏற்படுத்துவதாகக் கொள்க. $\tan \theta = \frac{15}{8}$ எனில் தரையிலிருந்து பட்டம் இருக்கும் இடத்தின் செங்குத்து உயரம்

1) 75 மீ

2) 78.05 மீ

3) 226 மீ

4) ஏதுமில்லை

விடை: 1)

10. நிலைக்குத்தாக நிறுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு கம்பியின் நீளமும், அக்கம்பி ஏற்படுத்தும் நிழலின் நீளமும் $1:\sqrt{3}$ என்ற விகிதத்தில் இருந்தால் சூரியனின் ஏற்றக்கோணம்

1) 30°

2) 45°

3) 60°

4) 90°

விடை: 1)

11. $3(\sec^2 \theta - 1) + 16 \tan \theta + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் இருந்து $\tan \theta$ -வின் மதிப்பு

1) $\left[\frac{1}{3}, 5\right]$

2) $\left[\frac{1}{5}, 3\right]$

$$3) \left[\frac{-1}{3}, \frac{-1}{5} \right]$$

$$4) \left[\frac{-1}{3}, -5 \right]$$

விடை: 4)

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $\sec\theta - \cos\theta = \tan\theta \sin\theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{LHS} = \sec\theta - \cos\theta &= \frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta \\ &= \frac{1 - \cos^2\theta}{\cos\theta} \\ &= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \sin\theta = \tan\theta \sin\theta \\ \therefore \text{LHS} &= \text{RHS} \end{aligned}$$

2. $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} \times \frac{1+\cos\theta}{1+\cos\theta}} \\ &= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}} = \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2} \\ &= \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \\ \text{LHS} &= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta \\ \therefore \text{LHS} &= \text{RHS.} \end{aligned}$$

3. $\cot\theta + \tan\theta = \sec\theta \operatorname{cosec}\theta$ என்ற முற்றொருமையை நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{LHS} = \cot\theta + \tan\theta &= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \\ &= \frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\sin\theta \cos\theta} = \frac{1}{\sin\theta \cos\theta} \\ &= \sec\theta \operatorname{cosec}\theta \end{aligned}$$

$\therefore \text{LHS} = \text{RHS.}$ நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \sec \theta - \tan \theta$ என்ற முற்றொருமையை நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} \times \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{\cos \theta (1 - \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta} \\ &= \frac{\cos \theta (1 - \sin \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} \\ &= \frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \sec \theta - \tan \theta \end{aligned}$$

$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}.$

5. $\frac{\cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta} = \frac{\operatorname{cosec} \theta - 1}{\operatorname{cosec} \theta + 1}$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{இடதுபக்கம்} &= \frac{\cot \theta - \cos \theta}{\cot \theta + \cos \theta} = \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \cos \theta}{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \cos \theta} \\ &= \frac{\cos \theta \left[\frac{1}{\sin \theta} - 1 \right]}{\cos \theta \left[\frac{1}{\sin \theta} + 1 \right]} \\ &= \frac{\operatorname{cosec} \theta - 1}{\operatorname{cosec} \theta + 1} = \text{வலதுபக்கம்} \end{aligned}$$

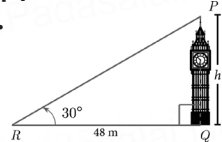
6. ஒரு கோபுரம் தரைக்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. கோபுரத்தின் அடிப்பகுதியிலிருந்து தரையில் 48மீ, தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\Delta PQR \text{ ல் } \tan \theta = \frac{\text{எதிர் பக்கம்}}{\text{காணம்}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{48}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{48}$$



$$h = \frac{48}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{48\sqrt{3}}{3}$$

$$h = 16\sqrt{3} \text{ மீ}$$

7. தரையிலிருந்து ஒரு பட்டம் 75மீ உயரத்தில் பறக்கிறது. ஒரு நூல் கொண்டு தற்காலிகமாகத் தரையின் ஒரு புள்ளியில் பட்டம் கட்டப்பட்டுள்ளது. நூல் தரையுடன் ஏற்படுத்தும் சாய்வுக் கோணம் 60° எனில், நூலின் நீளம் காண்க. (நூலை ஒரு நேர்க்கோடாக எடுத்துக்கொள்ளவும்.)

தீர்வு:

$$\Delta ABC \text{ யில் } \sin \theta = \frac{\text{எதிர் பக் கம்}}{\text{கர்ணம்}}$$

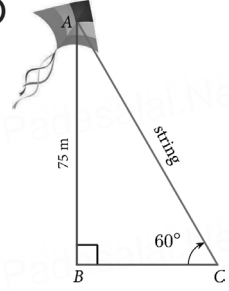
$$\sin 60^\circ = \frac{75}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{75}{AC}$$

$$AC = \frac{75 \times 2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{150\sqrt{3}}{3}$$

$$AC = 50\sqrt{3} \text{ மீ}$$

$$\therefore \text{கயிற்றின் நீளம்} = 50\sqrt{3} \text{ மீ}$$



8. $10\sqrt{3}$ மீ. உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 30மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் காண்க.

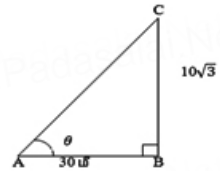
தீர்வு:

$$\Delta ABC \text{ யில் } \tan \theta = \frac{\text{எதிர் பக் கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக் கம்}}$$

$$\tan \theta = \frac{10\sqrt{3}}{30} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \theta = 30^\circ$$



9. $50\sqrt{3}$ மீ. உயரமுள்ள ஒரு பாறையின் உச்சியிலிருந்து 30° இறக்கக்கோணத்தில் தரையிலுள்ள மகிழுந்து ஒன்று பார்க்கப்படுகிறது எனில், மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க.

தீர்வு:

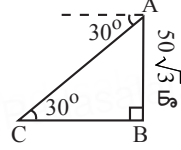
$$\Delta ABC \text{ யில் } \tan \theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ளபக்கம்}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{50\sqrt{3}}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}}{BC}$$

$$BC = 50\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$= 50(3) = 150 \text{ மீ}$$



சிந்தனை வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. 20மீ உயரமுள்ள கட்டிடத்தின் உச்சியில் ஒரு விளையாட்டு வீரர் அமர்ந்து கொண்டு தரையில் உள்ள ஒரு பந்தை 60° மீ இறக்கக்கோணத்தில் காண்கிறார் எனில் கட்டிட அடிப்பகுதிக்கும் பந்திற்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு:

$$\text{கட்டிடத்தின் உயரம்} = 20 \text{ மீ}$$

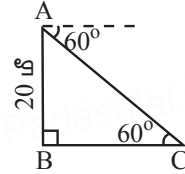
$$\Delta ABC, \text{ யில் } \tan \theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{20}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{20}{BC}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

$$BC = \frac{20\sqrt{3}}{3} = 11.55 \text{ செ.மீ}$$



2. $\frac{\sec \theta - \tan \theta}{\sec \theta + \tan \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 \text{LHS} &= \sqrt{\frac{\sec \theta - \tan \theta}{\sec \theta + \tan \theta}} = \sqrt{\frac{\sec \theta - \tan \theta}{\sec \theta + \tan \theta} \times \frac{\sec \theta - \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta}} \\
 &= \sqrt{\frac{(\sec \theta - \tan \theta)^2}{\sec^2 \theta + \tan^2 \theta}} \\
 &= \sqrt{\frac{(\sec \theta - \tan \theta)^2}{1}} \\
 &= \sec \theta - \tan \theta \\
 &= \frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\
 &= \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = \text{RHS}
 \end{aligned}$$

3. $x = a \sec \theta \cos \phi$, $y = b \sec \theta \sin \phi$ எனில் $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 + \tan^2 \theta$ என நிரூபி.

தீர்வு:

$$x = a \sec \theta \cos \phi \Rightarrow x^2 = a^2 \sec^2 \theta \cos^2 \phi$$

$$y = b \sec \theta \sin \phi \Rightarrow y^2 = b^2 \sec^2 \theta \sin^2 \phi$$

$$\begin{aligned}
 \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} &= \frac{a^2 \sec^2 \theta \cos^2 \phi}{a^2} + \frac{b^2 \sec^2 \theta \sin^2 \phi}{b^2} \\
 &= \sec^2 \theta \cos^2 \phi + \sec^2 \theta \sin^2 \phi \\
 &= \sec^2 \theta [\cos^2 \phi + \sin^2 \phi] \\
 &= \sec^2 \theta \\
 &= 1 + \tan^2 \theta
 \end{aligned}$$

4. $\sin^8 \theta - \cos^8 \theta = (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) (1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta)$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 \text{LHS} &= \sin^8 \theta - \cos^8 \theta \\
 &= (\sin^4 \theta)^2 - (\cos^4 \theta)^2 \\
 &= (\sin^4 \theta - \cos^4 \theta) (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\
 &= (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\
 &= (1) (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) ((\sin^2 \theta)^2 + (\cos^2 \theta)^2) \\
 &= (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) [(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta] \\
 &= (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) (1 - 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta)
 \end{aligned}$$

5. $x = r \sin A \cos B$, $y = r \sin A \sin B$ மற்றும் $z = r \cos A$ எனில் $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ என நிரூபி.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 &= r^2 \sin^2 A \cos^2 B + r^2 \sin^2 A \sin^2 B + r^2 \cos^2 A \\ &= r^2 \sin^2 A [\sin^2 B + \cos^2 B] + r^2 \cos^2 A \\ &= r^2 \sin^2 A + r^2 \cos^2 A \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1] \\ &= r^2 [\sin^2 A + \cos^2 A] \\ &= r^2 \end{aligned}$$

6. 30மீ உயரமுள்ள ஒரு கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 28.5மீ தூரத்தில் நிற்கும் 1.5மீ உயரமுள்ள ராகுலின் கண்ணில் இருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} CE &= CD - DE \\ &= 30 - 1.5 \\ &= 28.5 \end{aligned}$$

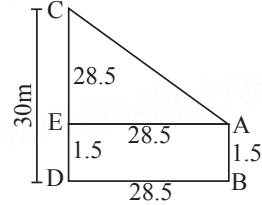
செங்கோண முக்கோணம்

CEA ல் இருந்து

$$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{Adj}} = \frac{28.5}{28.5}$$

$$\tan \theta = 1 \quad \therefore \theta = 45^\circ$$

தேவையான ஏற்றக்கோணம் = 45°



பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

- $\frac{\sqrt{1 + \sin \theta}}{\sqrt{1 - \sin \theta}} = \sec \theta + \tan \theta$ முற்றொருமையை நிரூபிக்கவும்.
- $\sec^6 \theta = \tan^6 \theta + 3 \tan^2 \theta \sec^2 \theta + 1$ என்ற முற்றொருமையை நிரூபிக்கவும்.
- $\frac{\sec \theta}{\sin \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \cot \theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.
- 20 மீ உயரமுள்ள கட்டடத்தின் உச்சியில் ஒரு விளையாட்டு வீரர் அமர்ந்துகொண்டு தரையிலுள்ள ஒரு பந்தை 60° இறக்கக்கோணத்தில் காண்கிறார் எனில், கட்டட அடிப்பகுதிக்கும் பந்திற்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

சிறந்தனை வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $\frac{\sin \theta}{\operatorname{cosec} \theta} + \frac{\cos \theta}{\sec \theta} = 1$ என்ற முற்றொருமையை நிறுவுக.
2. $x = a \sec \theta + b \tan \theta$ மற்றும் $y = a \tan \theta + b \sec \theta$ எனில் $x^2 - y^2 = a^2 - b^2$ என நிறுவுக.
3. ஒரு சுமை ஊர்தியிலிருந்து (Truck) சுமையை இறக்க ஏதுவாக 30° ஏற்றக்கோணத்தில் ஒரு சாய்வு தளம் (Ramp) உள்ளது. சாய்வுத் தளத்தின் உச்சி தரையிலிருந்து 0.9 மீ உயரத்தில் உள்ளது எனில் சாய்வு தளத்தின் நீளம் யாது?
4. சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்ட ஒரு ஏணியானது தரையுடன் 60° கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. ஏணியின் அடி சுவற்றிலிருந்து 3.5 மீ தூரத்தில் உள்ளது எனில் ஏணியின் நீளத்தைக் காண்க.
5. $\sqrt{3} \tan \theta = 3 \sin \theta$ எனில் $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta$ இன் மதிப்பு காண்க.
6. $\frac{1 + \sec A}{\sec A} = \frac{\sin^2 A}{1 - \cos A}$ என நிறுவுக.
7. தரையிலிருந்து 60மீ உயரத்தில் (செங்குத்தாக) பறக்கும் ஒரு பட்டமானது தரையில் உள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் நூலினால் கட்டப்பட்டுள்ளது. பட்டத்தில் கட்டப்பட்டுள்ள நூலானது தரையுடன் 60° கோணத்தை ஏற்படுத்துமானால் நூலின் நீளத்தை காண்க.

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = P$ எனில், $\cos \theta = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1}$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = P \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\Rightarrow \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{P} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2 \operatorname{cosec} \theta = P + \frac{1}{P}$$

$$2 \operatorname{cosec} \theta = \frac{P^2 + 1}{P} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow 2 \cot \theta = P - \frac{1}{P}$$

$$2 \cot \theta = \frac{P^2 - 1}{P} \quad \dots\dots (4)$$

$$(4) / (3) \Rightarrow \frac{2 \cot \theta}{2 \operatorname{cosec} \theta} = \frac{\frac{P^2 - 1}{P}}{\frac{P}{P^2 + 1}}$$

$$\frac{\cot}{\operatorname{cosec}} = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1}$$

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \sin \theta = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1}$$

$$\cos \theta = \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1} \cdot \text{நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

2. $\frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A} = 2$ என்ற முற்றொருமையை

நிறுவுக.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A} \\ &= \frac{(\sin A + \cos A)(\sin^2 A + \cos^2 A - \sin A \cos A)}{\sin A + \cos A} + \frac{(\sin A - \cos A)(\sin^2 A + \cos^2 A + \sin A \cos A)}{\sin A - \cos A} \\ &= \sin^2 A + \cos^2 A - \sin A \cos A + \sin^2 A + \cos^2 A + \sin A \cos A \\ &= \sin^2 A + \cos^2 A + \sin^2 A + \cos^2 A \\ &= 1 + 1 = 2 = \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

3. $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = m$ மற்றும் $\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = n$, எனக் கொண்டு

$(m^2 + n^2) \cos^2 \beta = n^2$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$m = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}, n = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow m^2 = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta}, n^2 = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta}$$

$$m^2 + n^2 = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta}$$

$$= \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \beta} + \frac{1}{\sin^2 \beta} \right)$$

$$= \cos^2 \alpha \left(\frac{\sin^2 \beta + \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta \sin^2 \beta} \right)$$

$$= \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \beta \sin^2 \beta} \right)$$

$$(m^2 + n^2) \cos^2 \beta = \cos^2 \alpha \left(\frac{1}{\cos^2 \beta \sin^2 \beta} \right) \cos^2 \beta$$

$$= \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta}$$

$$(m^2 + n^2) \cos^2 \beta = n^2 \text{ நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

4. $\sin \theta + \cos \theta = p$, $\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta = q$ எனில் $q(p^2 - 1) = 2p$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$p = \sin \theta + \cos \theta$$

$$p^2 = (\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$= 1 + 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$p^2 - 1 = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta - 1$$

$$= 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$q(p^2 - 1) = (\sec \theta + \operatorname{cosec} \theta) (2 \sin \theta \cos \theta)$$

$$= \left[\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \right] (2 \sin \theta \cos \theta)$$

$$= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} (2 \sin \theta \cos \theta)$$

$$= 2(\sin \theta + \cos \theta) = 2p$$

5. $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1}{a}$, எனில், $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = \sin \theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\frac{1}{a} = \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} \Rightarrow a = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$a = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \sec \theta + \tan \theta \quad \dots (1)$$

$$\text{|||}^y \frac{1}{a} = \sec \theta - \tan \theta \quad \dots (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow a - \frac{1}{a} = \sec \theta + \tan \theta - (\sec \theta - \tan \theta)$$

$$\frac{a^2 - 1}{a} = \sec \theta + \tan \theta - \sec \theta + \tan \theta$$

$$\frac{a^2 - 1}{a} = 2 \tan \theta \quad \dots (3)$$

இதேபோல் $\frac{a^2 + 1}{a} = 2 \sec \theta \quad \dots (4)$

$$(3) / (4) \Rightarrow \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = \frac{\tan \theta}{\sec \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \cos \theta$$

$$\therefore \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = \sin \theta$$

6. $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$ எனில், $\cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு:

இப்பொழுது, $\cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta$ என்பதை இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்துக.

$$(\cos \theta + \sin \theta)^2 = (\sqrt{2} \cos \theta)^2$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \cos^2 \theta$$

$$2 \cos^2 \theta - \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$(\cos \theta + \sin \theta) (\cos \theta - \sin \theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\begin{aligned}\cos\theta - \sin\theta &= \frac{2\sin\theta\cos\theta}{\cos\theta + \sin\theta} \\ &= \frac{2\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{2}\cos\theta} = \sqrt{2} \sin\theta\end{aligned}$$

ஆகவே,

$$\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2} \sin\theta. \text{ (ஏனெனில் } \cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2} \cos\theta)$$

$$7. \sqrt{3} \sin\theta - \cos\theta = 0, \text{ எனில் } \tan 3\theta = \frac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3\tan^2\theta}$$

தீர்வு:

$$\sqrt{3} \sin\theta - \cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \sqrt{3} \sin\theta = \cos\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \therefore \theta = 30^\circ$$

$$\text{LHS} = \tan 3\theta$$

$$= \tan 3(30^\circ)$$

$$= \tan 90^\circ$$

$$= \infty$$

$$\text{RHS} = \frac{3\tan\theta - \tan^3\theta}{1 - 3\tan^2\theta}$$

$$= \frac{3\tan 30^\circ - \tan^3 30^\circ}{1 - 3\tan^2 30^\circ}$$

$$= \frac{3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3\sqrt{3}}}{1 - 3 \cdot \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3\sqrt{3}}}{1 - 1}$$

$$= \frac{9 - 1}{3\sqrt{3}} = \frac{8}{3\sqrt{3}} = \frac{8}{0} = \infty$$

$$8. \left(\frac{\cos^3 A - \sin^3 A}{\cos A - \sin A} \right) - \left(\frac{\cos^3 A + \sin^3 A}{\cos A + \sin A} \right) = 2 \sin A \cos A$$

என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\text{LHS} = \left(\frac{\cos^3 A - \sin^3 A}{\cos A - \sin A} \right) - \left(\frac{\cos^3 A + \sin^3 A}{\cos A + \sin A} \right)$$

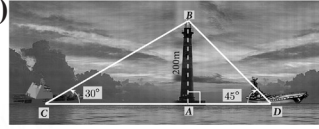
$$= \left(\frac{(\cos A - \sin A)(\cos^2 A + \sin^2 A + \cos A \sin A)}{\cos A - \sin A} \right)$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{(\cos A + \sin A)(\cos^2 A + \sin^2 A - \cos A \sin A)}{\cos A + \sin A} \right) \\
& = (1 + \cos A \sin A) - (1 - \cos A \sin A) \\
& \quad [\text{Since } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + b^2 + ab) \\
& \quad \quad a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)] \\
& = 1 + \cos A \sin A - 1 + \cos A \sin A \\
& = 2 \cos A \sin A
\end{aligned}$$

9. இரு கப்பல்கள் கலங்கரை விளக்கத்தின் இரு பக்கங்களிலும் கடலில் பயணம் செய்கின்றன. இரு கப்பல்களிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 45° ஆகும். கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் 200 மீ எனில், இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு:

கலங்கரை விளக்கம் AB என்க.



C மற்றும் D என்பன இரு கப்பல்கள் இருக்கும் இடங்கள் என்க. மேலும், $AB = 200$ மீ.

$\angle ACB = 30^\circ$, $\angle ADB = 45^\circ$

செங்கோண முக்கோணம் BAC-ல் $\tan 30^\circ = \frac{AB}{AC}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{200}{AC} \text{ இதிலிருந்து } AC = 200 \sqrt{3}$$

செங்கோண முக்கோணம் BAD-ல் $\tan 45^\circ = \frac{AB}{AD}$

$$1 = \frac{200}{AD} \text{ இதிலிருந்து } AD = 200 \sqrt{3}$$

தற்போது, $CD = AC + AD = 200\sqrt{3} + 200$ [(1) (2)-லிருந்து]

$$CD = 200(\sqrt{3} + 1) = 200 \times 2.732 = 546.4$$

இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு 546.4 மீ ஆகும்.

10. 50 மீ உயரமுள்ள ஒரு கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து ஒரு மரத்தின் உச்சி மற்றும் அடி ஆகியவற்றின் இறக்கக் கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 45° எனில், மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு:

கோபுரத்தின் உயரம் $AB = H = 50$ மீ

மரத்தின் உயரம் $= CD = h$ என்க.

$$\angle ACM = \alpha = 30^\circ$$

$$\angle ADB = \beta = 45^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{மரத்தின் உயரம்} = h &= \frac{H[\tan \beta - \tan \alpha]}{\tan \beta} \\ &= \frac{50[\tan 45^\circ - \tan 30^\circ]}{\tan 45^\circ} = 50 - \frac{50}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{50 \left[1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right]}{1} = 50 - \frac{50\sqrt{3}}{3} \\ &= 50 - \frac{50 \times 1.732}{3} \\ &= 50 - 28.87 \\ \text{மரத்தின் உயரம்} = h &= 21.13 \text{ m} \end{aligned}$$

11. தரையின்மீது ஒரு புள்ளியிலிருந்து 30மீ உயரமுள்ள கட்டடத்தின் மேலுள்ள கோபுரத்தின் அடி மற்றும் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 45° மற்றும் 60° எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு:

$$\Delta APB \text{ யில் } \tan \theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}} = \frac{AB}{BP}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{30}{BP} \Rightarrow 1 = \frac{30}{BP}$$

$$BP = 30 \text{ மீ}$$

$$\Delta BPC \text{ யில் } \tan 60^\circ = \frac{BC}{BP} = \frac{AB + AC}{BP}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h + 30}{30}$$

$$30\sqrt{3} = h + 30$$

$$h = 30\sqrt{3} - 30$$

$$= 30(1.732 - 1) = 30(0.732)$$

$$= 21.960$$

\therefore கோபுரத்தின் உயரம் $= 21.96$ மீ



12. இரண்டு கட்டடங்களுக்கு இடையேயுள்ள கிடைமட்டத் தொலைவு 140மீ. இரண்டாவது கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து முதல் கட்டடத்தின் உச்சிக்கு உள்ள இறக்கக்கோணம் 30° ஆகும். முதல் கட்டடத்தின் உயரம் 60 மீ எனில் இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு:

$$\Delta AEC \text{ யில் } \tan \theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{h - 60}{140}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h - 60}{140}$$

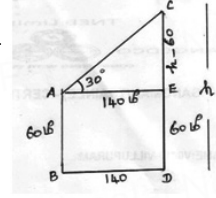
$$h - 60 = \frac{140}{\sqrt{3}} \Rightarrow h - 60 = \frac{140\sqrt{3}}{3}$$

$$h - 60 = \frac{140 \times 1.732}{3}$$

$$h - 60 = 80.83$$

$$h = 80.83 + 60$$

$$h = 140.83 \text{ மீ.}$$



13. 13மீ உயரமுள்ள ஒரு மரத்தின் உச்சியிலிருந்து மற்றொரு மரத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் ஏற்றக்கோணம் மற்றும் இறக்கக்கோணம் முறையே 45° மற்றும் 30° எனில், இரண்டாவது மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு:

முதல் மரத்தின் உயரம் $CD = h = 13\text{மீ}$

ஏற்றக்கோணம் $\angle ADE = \alpha = 45^\circ$

இறக்கக்கோணம் $\angle EDB = \beta = 30^\circ$

2வது மரத்தின் உயரம் $AB = H = h[1 + \tan \alpha \cot \beta]$

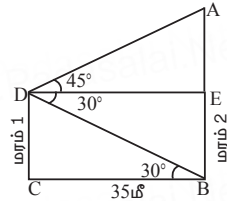
$$H = h[1 + \tan 45^\circ \cot 30^\circ]$$

$$= 13[1 + 1 \times \sqrt{3}]$$

$$= 13[1 + \sqrt{3}]$$

$$= 13[1 + 1.732]$$

$$= 13[1 + 2.732]$$



2 வது மரத்தின் உயரம் $H = 35.52$ மீ

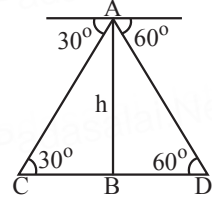
14. ஒரு கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியிலிருந்து எதிரெதிர் பக்கங்களில் உள்ள இரண்டு கப்பல்கள் 30° மற்றும் 60° இறக்கக்கோணத்தில் பார்க்கப்படுகின்றன. கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் h மீ. இரு கப்பல்கள் மற்றும் கலங்கரை விளக்கத்தின் அடிப்பகுதி ஆகியவை ஒரே நேர்கோட்டில் அமைகின்றன எனில், இரண்டு கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $\frac{4h}{\sqrt{3}}$ மீ என நிரூபிக்க.

தீர்வு:

C, D – கப்பல்களின் நிலைகள்

கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் $AB = h$ மீ

இங்கு $BC = x$, $BD = y$ எனக் கொள்க.



ΔABC யில் $\tan \theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x} \Rightarrow x = h\sqrt{3}$$

ΔABD யில்

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{y} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{y}$$

$$y = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

இரண்டு கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு

$$(x + y) = h\sqrt{3} + \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$d = \frac{4h}{\sqrt{3}} \text{ மீ}$$

15. கடலின் நீர் மட்டத்திலிருந்து 40 மீட்டருக்கு மேலே உள்ள ஒரு கப்பலின் மேல் பகுதியில் நின்று கொண்டிருக்கிற ஒருவர், குன்றின் உச்சியை 60° ஏற்றக்கோணத்திலும் அடிப்பகுதியை 30° இறக்கக்கோணத்திலும் காண்கிறார் எனில், கப்பலிலிருந்து குன்றுக்கு உள்ள தொலைவையும்

குன்றின் உயரத்தையும் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

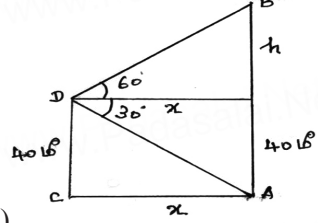
தீர்வு:

$$\Delta AED \text{ யில் } \tan \theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}} = \frac{AE}{DE}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$x = \frac{h}{\sqrt{3}} \dots\dots (1)$$



$$\Delta BDE \text{ யில் } \tan \theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{BE}{DE} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{40}{x}$$

$$x = 40\sqrt{3} \dots\dots (2)$$

சமன்பாடு (1), (2) லிருந்து

$$\frac{h}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3}$$

$$h = 40\sqrt{3} (\sqrt{3}) = 40(3)$$

$$h = 120 \text{ மீ}$$

h ன் மதிப்பை (1) ல் பிரதியிட

$$x = \frac{120}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{120\sqrt{3}}{3}$$

$$x = 40\sqrt{3} \text{ மீ}$$

∴ கப்பலுக்கும் மலைக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் $x = 40\sqrt{3}$

$$x = 40 \times 1.732 = 69.28 \text{ மீ}$$

∴ மலையின் உயரம் $AB = 120 + 40 = 160 \text{ மீ}$

16. ஒருவர், கோபுரத்திலிருந்து விலகி கடலில் சென்று கொண்டிருக்கும்படகு ஒன்றை, கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து பார்க்கிறார். தொலைவினில் படகு இருக்கும்போது, படகை அவர் 60° இறக்கக்கோணத்தில் காண்கிறார். 10 வினாடிகள்

கழித்து இறக்கக்கோணம் 45° ஆக மாறுகிறது எனில், படகு செல்லும் வேகத்தினைத் (கி.மீ/மணியில்) தோராயமாக கணக்கிடுக. மேலும் படகு நிலையான தண்ணீரில் செல்கிறது எனக் கருதுக. ($\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு:

AB என்பது கோபுரம் என்க.

C மற்றும் D என்பன படகு இருக்கும் நிலைகள் என்க. படத்திலிருந்து

$$\angle XAC = 60^\circ = \angle ACB \text{ மற்றும்}$$

$$\angle XAD = 45^\circ = \angle ADB, BC = 200 \text{ மீ}$$

செங்கோண முக்கோணம் ABC-ல்,

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{AB}{200} \text{ இதிலிருந்து } AB = 200 \sqrt{3} \quad \dots\dots (1)$$

செங்கோண முக்கோணம் ABD-ல் $\tan 45^\circ = \frac{AB}{BD}$

$$\text{இதிலிருந்து } 1 = \frac{200\sqrt{3}}{BD} \quad \dots\dots (1)\text{-லிருந்து}$$

$$\text{எனவே, } BD = 200 \sqrt{3}$$

$$\text{இப்போது, } CD = 200 \sqrt{3} - 200$$

$$= 200 (\sqrt{3} - 1) = 146.4$$

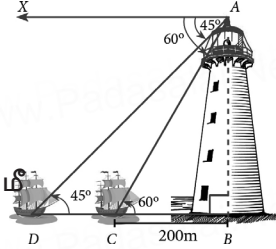
CD என்ற தொலைவை பயணிக்கத் தேவைப்படும் நேரம் 10 வினாடிகள், எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

அதாவது, 146.4 மீ தொலைவை 10 வினாடிகளில் படகு கடக்கிறது.

$$\begin{aligned} \text{எனவே, படகின் வேகம்} &= \frac{\text{தொலைவு}}{\text{காலம்}} = \frac{146.4}{10} \\ &= 14.64 \text{ மீ/வி.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{இதிலிருந்து } 14.64 \times \frac{3600}{1000} \text{ கி.மீ/மணி} \\ = 52.704 \text{ கி.மீ/மணி} \end{aligned}$$

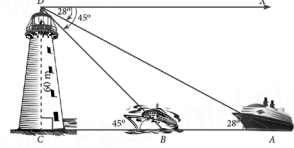
17. 60 மீ உயரமுள்ள கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியிலிருந்து ஒருவர் கடல்மட்டத்திலுள்ள இரு கப்பல்களை முறையே



28° மற்றும் 45° இறக்கக்கோணத்தில் பார்க்கிறார். ஒரு கப்பல் மற்றொரு கப்பலுக்குப் பின்னால் ஒரே திசையில் கலங்கரை விளக்கத்துடன் நோக்கோட்டில் உள்ளது எனில், இரண்டு கப்பல்களுக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\tan 28^\circ = 0.5317$).

தீர்வு:

கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் CD என்க.



D என்பது உற்று நோக்குபவர் இருக்கும் இடம் என்க.

கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் = CD = 60 மீ.

படத்திலிருந்து, $\angle XDA = 28^\circ = \angle DAC$ மற்றும்

$$\angle XDB = 45^\circ = \angle DBC$$

செங்கோண முக்கோணம் DCB-ல்

$$\tan 45^\circ = \frac{DC}{BC} \Rightarrow 1 = \frac{60}{BC}$$

$$BC = 60 \text{ மீ}$$

செங்கோண முக்கோணம் DCA-ல்

$$\tan 28^\circ = \frac{DC}{AC} \Rightarrow 0.5317 = \frac{60}{AC}$$

$$AC = \frac{60}{0.5317}$$

$$AC = 112.85 \text{ மீ}$$

இரண்டு கப்பல்களுக்கும் இடையேயான தொலைவு

$$AB = AC - BC = 52.85 \text{ மீ}$$

சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

5 மதிப்பெண்கள்

1. சிறுமி ஜாஸ்மினின் உயரம் 1.2 மீ ஆகும். 88.2 மீ உயரத்தில் கிடைமட்டமாக காற்றில் நகரும் பலூனை அவள் தரையில் நின்றவாறு பார்க்கிறாள். ஒரு புள்ளியில் பலூனின் ஏற்றக்கோணம் 60° . சிறுது நேரத்தில் மற்றொரு புள்ளியில் பலூனின் ஏற்றக்கோணம் 30° ஆகக் குறைகிறது. இந்த இடைவெளியில் பலூன் கடந்த தூரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

$$AG = \text{சிறுமியின் உயரம்} = 1.2 \text{ மீ}$$

பறக்கும் மொத்த உயரம் = 88.2 மீ

$$\Delta ABC \text{ யில் } \tan \theta = \frac{BE}{AE} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{87}{AE}$$

$$\sqrt{3} = \frac{87}{AE} \quad AE = \frac{87}{\sqrt{3}} = 29\sqrt{3}$$

$$\Delta ACD \text{ யில் } \tan \theta = \frac{CD}{AD}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{CD}{AE + ED}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{87}{29\sqrt{3} + ED}$$

$$29\sqrt{3} + ED = 87\sqrt{3}$$

$$ED = 87\sqrt{3} - 29\sqrt{3} \Rightarrow 58\sqrt{3}$$

$$ED = 58 \times 1.732$$

$$= 100.46 \text{ மீ}$$

இங்கு $ED = BC$ பலான் கடந்த தூரம் = 100.46 மீ

2. $x \sin^3 \theta + y \cos^3 \theta = \sin \theta \cos \theta$ மற்றும் $x \sin \theta = y \cos \theta$ எனில் $x^2 + y^2 = 1$ என நிரூபி.

தீர்வு:

$$x \sin^3 \theta + y \cos^3 \theta = \sin \theta \cos \theta$$

$$x \sin \theta (\sin^2 \theta) + y \cos \theta (\cos^2 \theta) = \sin \theta \cos \theta$$

$$x \sin \theta (\sin^2 \theta) + x \sin \theta (\cos^2 \theta) = \sin \theta \cos \theta$$

$$[\text{since } x \sin \theta = y \cos \theta]$$

$$x \sin \theta [\sin^2 \theta + \cos^2 \theta] = \sin \theta \cos \theta$$

$$x \sin \theta = \sin \theta \cos \theta$$

$$x = \cos \theta$$

மேலும்

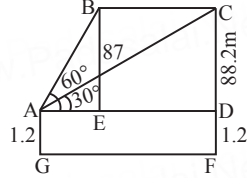
$$x \sin \theta = y \cos \theta$$

$$\cos \theta \sin \theta = y \cos \theta$$

$$y = \sin \theta$$

$$\text{எனவே } x^2 + y^2 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

3. $\left(\frac{1 + \sin \theta - \cos \theta}{1 + \sin \theta + \cos \theta} \right)^2 = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$ என்ற முற்றொருமையை நிறுவுக.



தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 \text{இ.ப} &= \left[\frac{1 + \sin \theta - \cos \theta}{1 + \sin \theta + \cos \theta} \right]^2 \\
 &= \frac{(1)^2 + (\sin \theta)^2 + (-\cos \theta)^2 + 2(1)\sin \theta + 2\sin \theta(-\cos \theta) + 2(-\cos \theta)(1)}{(1)^2 + (\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 + 2(1)\sin \theta + 2\sin \theta \cos \theta + 2\cos \theta(1)} \\
 &= \frac{1 + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta - 2\sin \theta \cos \theta - 2\cos \theta}{1 + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta + 2\sin \theta \cos \theta + 2\cos \theta} \\
 &= \frac{1 + 1 + 2\sin \theta - 2\cos \theta(1 + \sin \theta)}{1 + 1 + 2\sin \theta + 2\cos \theta(1 + \sin \theta)} \\
 &= \frac{2 + 2\sin \theta - 2\cos \theta(1 + \sin \theta)}{2 + 2\sin \theta + 2\cos \theta(1 + \sin \theta)} \\
 &= \frac{2(1 + \sin \theta) - 2\cos \theta(1 + \sin \theta)}{2(1 + \sin \theta) + 2\cos \theta(1 + \sin \theta)} \\
 &= \frac{2(1 + \sin \theta)(1 - \cos \theta)}{2(1 + \sin \theta)(1 + \cos \theta)} \\
 &= \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} = \text{வ.ப}
 \end{aligned}$$

4. ஒரு கட்டிடத்தின் மீது h மீ உயரமுள்ள ஒரு கொடிக் கம்பம் உள்ளது. தரையின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் இருந்து கொடிக்கம்பத்தின் அடி மற்றும் உச்சி ஆகியவற்றின் ஏற்றக் கோணங்கள் முறையே α மற்றும் β எனில் கட்டிடத்தின் உயரம் $\frac{h \tan \alpha}{\tan \beta - \tan \alpha}$ என நிறுவுக.

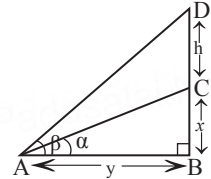
தீர்வு:

கட்டிடத்தின் உயரம் $BC = x$ மற்றும் $CD =$ கொடிக்கம்பத்தின் உயரம்

$CD = h$ என்க; $AB = y$ என்க.

முக்கோணம் ABC ல் $\tan \alpha = \frac{BC}{AB}$

முக்கோணம் ABD ல் $\tan \alpha = \frac{x}{y}$



$$y = \frac{x}{\tan \alpha} \dots\dots (1)$$

$$\tan \beta = \frac{x+h}{y}$$

$$y = \frac{x+h}{\tan \beta} \quad \dots\dots (2)$$

(1), (2) ல் இருந்து

$$\frac{x+h}{\tan \beta} = \frac{x}{\tan \alpha}$$

$$\frac{x}{\tan \beta} + \frac{h}{\tan \beta} = \frac{x}{\tan \alpha}$$

$$\frac{h}{\tan \beta} = \frac{x}{\tan \alpha} - \frac{x}{\tan \beta}$$

$$\frac{h}{\tan \beta} = x \left[\frac{\tan \beta - \tan \alpha}{\tan \alpha \tan \beta} \right]$$

$$x = \frac{h \tan \alpha}{\tan \beta - \tan \alpha}$$

$$\text{கட்டிடத்தின் உயரம்} = \frac{h \tan \alpha}{\tan \beta - \tan \alpha}$$

5. தரையில் இருந்து h மீ உயரத்தில் இருக்கும் ஒரு தெருவில் உள்ள வீட்டின் ஜன்னலில் இருந்து எதிர் திசையில் அமைந்த ஒரு வீட்டின் அடி மற்றும் உச்சியின் இறக்க, ஏற்றக் கோணங்கள் முறையே θ மற்றும் ϕ எனில் எதிர் வீட்டின் உயரம் $h(1 + \tan \theta \cot \phi)$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

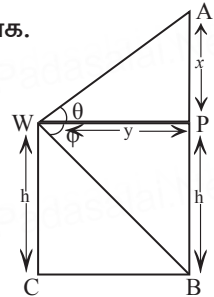
W என்பது ஜன்னல் எனவும் AB = எதிர் வீட்டின் உயரம்

WP = தெருவின் அகலம்

BP = h மீ, AP = x மீ, WP = y மீ எனக் கொள்க.

முக்கோணம் BPW ல்

$$\tan \phi = \frac{BP}{WP} \Rightarrow \tan \phi = \frac{h}{y}$$



$$y = \frac{h}{\tan \varphi} \Rightarrow y = h \cot \varphi$$

முக்கோணம் APW ல் இருந்து

$$\tan \theta = \frac{AP}{WP} \Rightarrow \frac{x}{y}$$

$$\tan \theta \cdot x = y \tan \theta$$

$$x = h \cot \varphi \tan \theta$$

$$\text{எதிர்வீட்டின் உயரம்} = AP + BP$$

$$\Rightarrow x + h = h \cot \varphi \tan \theta + h$$

$$= h[1 + \tan \theta \cot \varphi]$$

6. ஒரு தெருவில் ஒரு கட்டமும் ஒரு சிலையும் எதிரெதிர்த் திசையில் 35 மீ இடைவெளியில் அமைந்துள்ளன. கட்டத்தின் உச்சியிலிருந்து சிலை உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 24 மற்றும் சிலை அடியின் இறக்கக் கோணம் 34° எனில், சிலையின் உயரம் என்ன? ($\tan 24^\circ = 0.4452$, $\tan 34^\circ = 0.6745$)

தீர்வு:

$$CD = x \text{ மீ} = \text{கட்டத்தின் உயரம்} = EB$$

$$AB = x + y \text{ m} = \text{சிலையின் உயரம்}$$

$$\triangle CBD, \tan 34^\circ = \frac{CD}{BD}$$

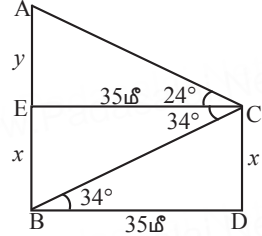
$$\tan 34^\circ = \frac{x}{35}$$

$$x = 35 \tan 34^\circ \dots\dots (1)$$

$$\triangle ACE, \tan 24^\circ = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \tan 24^\circ = \frac{y}{35}$$

$$y = 35 \tan 24^\circ \dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} \text{சிலையின் உயரம்} &= x + y \\ &= 35(\tan 34^\circ + \tan 24^\circ) \\ &= 35(0.6745 + 0.4452) \\ &= 35(1.1197) \end{aligned}$$



$$= 39.1895$$

$$\approx 39.19^\circ$$

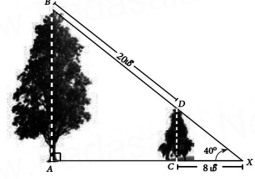
பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. $\sin\theta (1 + \sin^2\theta) = \cos^2\theta$ எனில் $\cos^6\theta - 4\cos^4\theta + 8\cos^2\theta = 4$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.
2. $\cot\theta + \tan\theta = x$ மற்றும் $\sec\theta - \cos\theta = y$ எனில், $(x^2y)^{\frac{2}{3}} - (xy^2)^{\frac{2}{3}} = 1$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.
3. 66 மீ உயரமுள்ள அடுக்குமாடிக் குடியிருப்பின் உச்சியிலிருந்து ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் ஏற்றக்கோணம் மற்றும் இறக்கக்கோணம் முறையே 60° , 30° எனில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.
(i) விளக்குக் கம்பத்தின் உயரம் (ii) விளக்கு கம்ப உயரத்திற்கும் அடுக்குமாடியின் உயரத்திற்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம். ($\sqrt{3} = 1.732$)
4. ஏரியின் நீர் மட்டத்திலிருந்து 'h' மீ உயரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு மேகத்தின் ஏற்றக்கோணம் θ_1 மற்றும் ஏரி நீரில் விழும் மேகப் பிம்பத்தின் இறக்கக்கோணம் θ_2 எனில், தரையிலிருந்து மேகத்தின் உயரம் $\frac{h(\tan\theta_1 + \tan\theta_2)}{\tan\theta_2 - \tan\theta_1}$ என நிரூபிக்கவும்.
5. ஒரு விமானம் G-யிலிருந்து 24° கோணத்தைத் தாங்கி 250 கி.மீ தொலைவிலுள்ள H-ஐ நோக்கிச் செல்கிறது. மேலும் H-லிருந்து 55° விலகி 180 கி.மீ தொலைவிலுள்ள J-ஐ நோக்கிச் செல்கிறது எனில்,
(i) G-ன் வடக்கு திசையிலிருந்து H-ன் தொலைவு என்ன?
(ii) G-ன் கிழக்கு திசையிலிருந்து H-ன் தொலைவு என்ன?
(iii) H-ன் வடக்கு திசையிலிருந்து J-ன் தொலைவு என்ன?
(iv) H-ன் கிழக்கு திசையிலிருந்து J-ன் தொலைவு என்ன?
$$\left(\begin{array}{l} \sin 24^\circ = 0.4067 \quad \sin 11^\circ = 0.1908 \\ \cos 24^\circ = 0.9135 \quad \cos 11^\circ = 0.9816 \end{array} \right)$$
6. படத்தில் உள்ளவாறு ஒரு சமதளத் தரையில் இரண்டு மரங்கள் உள்ளன. தரையில் உள்ள X என்ற புள்ளியிலிருந்து இரு மர உச்சிகளின் ஏற்றக்கோணமும் 40° ஆகும். புள்ளி X-லிருந்து சிறிய மரத்திற்கான கிடைமட்டத் தொலைவு 8

மீ மற்றும் இரண்டு மரங்களின் உச்சிகளுக்கிடையே உள்ள தொலைவு 20 மீ எனில்,

- புள்ளி X-க்கும் சிறிய மரத்தின் உச்சிக்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு.
- இரண்டு மரங்களுக்கும் இடையேயுள்ள கிடைமட்டத் தொலைவு ($\cos 40^\circ = 0.7660$) ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.



- 12 மீ உயரமுள்ள கட்டிடத்தின் உச்சியிலிருந்து மின்சாரக் கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 60° மற்றும் அதன் அடியின் இறக்கக்கோணம் 30° எனில், மின்சாரக் கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.
- ஒரு கோபுர உச்சியின் மீது 5 மீ உயரமுள்ள கம்பம் பொருத்தி வைக்கப்பட்டுள்ளது. தரையில் உள்ள 'A' என்ற புள்ளியிலிருந்து கம்பத்தின் உச்சியை 60° ஏற்றக் கோணத்திலும், கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து 'A' என்ற புள்ளியை 45° இறக்கக் கோணத்திலும் பார்த்தால், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

சிந்தனை வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

- $\tan \theta + \sin \theta = m$, $\tan \theta - \sin \theta = n$ மற்றும் $m \neq n$ எனில் $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ என நிறுவுக.
- A, B, C என்பது முக்கோணத்தின் உட்கோணங்கள் எனில் $\tan \left(\frac{B+C}{2} \right) = \cot \left(\frac{A}{2} \right)$ என நிறுவுக.
- 28மீ உயரமுள்ள ஒரு கட்டிடத்தின் அடி மற்றும் உச்சியிலிருந்து ஒரு குன்றின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் முறையே 60° , 30° எனில் குன்றின் உயரம் காண்க.
- நோக்குத்தான ஒரு மரத்தின் மேல்பாகம் காற்றினால் முறிந்து அம்முறிந்தபகுதி கீழே விழுந்துவிடாமல் மரத்தின் உச்சி தரையுடன் 30° கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மரத்தின் உச்சி அதன் அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவினில் தரையைத் தொடுகிறது எனில் மரத்தின் முழு உயரத்தைக் காண்க.
- முற்றொருமையை நிறுவுக.

$$\frac{1}{\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta} - \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta}$$

6. $x \sin^3 \theta + y \cos^3 \theta = \sin \theta \cos \theta$ மற்றும் $x \sin \theta = y \cos \theta$, எனில் $x^2 + y^2 = 1$ என நிறுவுக.
7. $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \operatorname{cosec} \theta \sec \theta$ என நிரூபி.
8. கலங்கரை விளக்கம் இருக்கும் இடத்திலிருந்து கடலின் எதிர் எதிர் திசையில் இரு கப்பல்கள் பயணம் செய்கின்றன. கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியில் இருந்து இரு கப்பல்களின் இறக்க கோணங்கள் முறையே 60° மற்றும் 45° கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு $100 \left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} \right)$ மீ எனில், கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் காண்க.

ஜ★★★★

அலகு

7

அளவியல்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

- 15 செ.மீ உயரமும் 16 செ.மீ விட்டமும் கொண்ட ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு
 1) 60π ச.செ.மீ 2) 68π ச.செ.மீ
 3) 120π ச.செ.மீ 4) 136π ச.செ.மீ விடை: 4)
- r அலகுகள் ஆரம் உடைய இரு சம அரைக் கோளங்களின் அடிப்பகுதிகள் இணைக்கப்படும் போது உருவாகும் திண்மத்தின் புறப்பரப்பு
 1) $4\pi r^2$ ச.அ 2) $6\pi r^2$ ச.அ
 3) $3\pi r^2$ ச.அ 4) $8\pi r^2$ ச.அ விடை: 1)
- ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் சாயுயரம் 13 செ.மீ உடைய நேர்வட்டக் கூம்பின் உயரம்
 (1) 12 செ.மீ 2) 10 செ.மீ
 3) 13 செ.மீ 4) 5 செ.மீ விடை: 1)
- ஒரு உருளையின் உயரத்தை மாற்றாமல் அதன் ஆரத்தைப் பாதியாகக் கொண்டு புதிய உருளை உருவாக்கப்படுகிறது. புதிய மற்றும் முந்தைய உருளைகளின் கன அளவுகளின் விகிதம்
 1) 1:2 2) 1:4
 3) 1:6 4) 1:8 விடை: 2)
- ஒரு உருளையின் ஆரம் அதன் உயரத்தில் மூன்றில் ஒரு பங்கு எனில், அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பு
 1) $\frac{9\pi h^2}{8}$ ச.அ 2) $24\pi h^2$ ச.அ
 3) $\frac{8\pi h^2}{9}$ ச.அ 4) $\frac{56\pi h^2}{9}$ ச.அ விடை: 3)
- ஒர் உள்ளீடற்ற உருளையின் வெளிப்புற மற்றும் உட்புற ஆரங்களின் கூடுதல் 14 செ.மீ மற்றும் அதன் தடிமன் 4 செ.மீ ஆகும். உருளையின் உயரம் 20 செ.மீ எனில், அதனை உருவாக்கப் பயன்பட்ட பொருளின் கன அளவு

- 1) 5600π க.செ.மீ 2) 1120π க.செ.மீ
3) 56π க.செ.மீ 4) 3600π க.செ.மீ விடை: 2)
7. ஒரு கூம்பின் அடிப்புற ஆரம் மும்மடங்காகவும் உயரம் இரு மடங்காகவும் மாறினால் கன அளவு எத்தனை மடங்காக மாறும்?
1) 6 மடங்கு 2) 18 மடங்கு
3) 12 மடங்கு 4) மாற்றமில்லை விடை: 2)
8. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு அதன் ஆரத்தினுடைய வர்க்கத்தின் _____ மடங்காகும்.
1) π 2) 4π
3) 3π 4) 2π விடை: 2)
9. x செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு திண்மக் கோளம் அதே ஆரமுள்ள ஒரு கூம்பாக மாற்றப்படுகிறது எனில், கூம்பின் உயரம்
1) $3x$ செ.மீ 2) x செ.மீ
3) $4x$ செ.மீ 4) $2x$ செ.மீ விடை: 3)
10. 16 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் இடைக்கண்ட ஆரங்கள் 8 செ.மீ மற்றும் 20 செ.மீ எனில், அதன் கன அளவு
1) 3328π க.செ.மீ 2) 3228π க.செ.மீ
3) 3240π க.செ.மீ 4) 3340π க.செ.மீ விடை: 1)
11. கீழ்க்காணும் எந்த இரு உருவங்களை இணைத்தால் ஓர் இறகுபந்தின் வடிவம் கிடைக்கும்?
1) உருளை மற்றும் கோளம்
2) அரைக்கோளம் மற்றும் கூம்பு
3) கோளம் மற்றும் கூம்பு
4) கூம்பின் இடைக்கண்டம் மற்றும் அரைக்கோளம் விடை: 4)
12. r_1 அலகுகள் ஆரமுள்ள ஒரு கோளப்பந்து உருக்கப்பட்டு r_2 அலகுகள் ஆரமுடைய 8 சமகோள பந்துகளாக ஆக்கப்படுகிறது எனில் $r_1 : r_2$
1) $2 : 1$ 2) $1 : 2$
3) $4 : 1$ 4) $1 : 4$ விடை: 1)
13. 1 செ.மீ ஆரமும் 5 செ.மீ உயரமும் கொண்ட ஒரு மர உருளையிலிருந்து அதிகபட்சக் கன அளவு கொண்ட கோளம் வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது எனில், அதன் கன அளவு (க.செ.மீ-ல்)

1) $\frac{4}{3} \pi$

2) $\frac{10}{3} \pi$

3) 5π

4) $\frac{20}{3} \pi$

விடை: 1)

14. இடைக்கண்டத்தை ஒரு பகுதியாகக் கொண்ட ஒரு கூம்பின் உயரம் மற்றும் ஆரம் முறையே h_1 அலகுகள் மற்றும் r_1 அலகுகள் ஆகும். இடைக்கண்டத்தின் உயரம் மற்றும் சிறிய பக்க ஆரம் முறையே h_2 அலகுகள் மற்றும் r_2 அலகுகள் மற்றும் $h_2 : h_1 = 1 : 2$ எனில் $r_2 : r_1$ -ன் மதிப்பு

1) 1 : 3

2) 1 : 2

3) 2 : 1

4) 3 : 1

விடை: 2)

15. சமமான விட்டம் மற்றும் உயரம் உடைய ஓர் உருளை, ஒரு கூம்பு மற்றும் ஒரு கோளத்தின் கன அளவுகளின் விகிதம்

1) 1 : 2 : 3

2) 2 : 1 : 3

3) 1 : 3 : 2

4) 3 : 1 : 2

விடை: 4)

சிந்தனை வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

1. 36π செ.மீ³ கன அளவு கொண்ட ஒரு கோளத்தின் ஆரம்

1) 3 செ.மீ

2) 2 செ.மீ

3) 5 செ.மீ

4) 10 செ.மீ

விடை: 1)

2. கோளத்தின் புறப்பரப்பிற்குச் சமமானது

1) கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு

2) அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு

3) அரைக்கோளத்தின் புறப்பரப்பு

4) இவற்றில் எதுமில்லை

விடை: 1)

3. ஒரு உருளையின் கன அளவு 180 செ.மீ³ எனில் அதே ஆரத்தினையும், உயரத்தினையும் உடைய கூம்பின் கன அளவு _____ ஆகும்.

1) 180 செ.மீ³

2) 540 செ.மீ³

3) 60 செ.மீ³

4) 360 செ.மீ³

விடை: 3)

4. ஒரு உருளையின் உயரம் 14 செ.மீ மேலும் அதன் வளைபரப்பு 264 ச.செ.மீ எனில் உருளையின் கன அளவு

1) 296 செ.மீ³

2) 396 செ.மீ³

3) 369 செ.மீ³

4) 503 செ.மீ³

விடை: 2)

5. ஒரு உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரங்களின் விகிதம் 2:3. மேலும் உருளையின் கனஅளவு 1617 செ.மீ³ எனில் உருளையின் மொத்தப் பரப்பு
 - 1) 208 செ.மீ²
 - 2) 77 செ.மீ²
 - 3) 707 செ.மீ²
 - 4) 770 செ.மீ²
 விடை: 4)
 6. இரு கோளங்களின் கன அளவுகளின் விகிதம் 8 : 27 எனில் அவற்றின் புறப்பரப்புகளின் விகிதம்
 - 1) 2 : 3
 - 2) 4 : 27
 - 3) 8 : 9
 - 4) 4 : 9
 விடை: 4)
 7. 8 செ.மீ ஆரமுள்ள காரீய கோளம் ஒன்றினை உருக்குவதன் மூலம், பெறப்படும் 1 செ.மீ ஆரமுள்ள கோள வடிவ பந்துகளின் எண்ணிக்கை
 - 1) 60
 - 2) 512
 - 3) 4096
 - 4) 8
 விடை: 2)
 8. ஒரு கூம்பின் ஆரம் மற்றும் சாயுயரங்களின் விகிதம் 4 : 7 மேலும் அதன் வளைபரப்பு 792 செ.மீ² எனில் கூம்பின் ஆரம்
 - 1) 10 செ.மீ
 - 2) 8 செ.மீ
 - 3) 12 செ.மீ
 - 4) 9 செ.மீ
 விடை: 3)
 9. ஒரு பொம்மை அரைக்கோளத்தின் மீது கூம்பு வைத்தாற்போல் உள்ளது. கூம்பின் உயரம் 1 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 2 செ.மீ. ஒரு நேர்வட்ட உருளையினுள் பொம்மை உள்ளது எனில், பொம்மை அல்லாத நேர்வட்ட உருளையின் பரப்பு
 - 1) 2π cc
 - 2) $\frac{\pi}{2}$ cc
 - 3) π cc
 - 4) π^2 cc
 விடை: 3)
 10. இரு உருளைகளின் ஆரங்களின் விகிதம் 4 : 5 மற்றும் உயரங்களின் விகிதம் 5 : 6 எனில் கனஅளவுகளின் விகிதம்
 - 1) 8 : 15
 - 2) 15 : 8
 - 3) 6 : 5
 - 4) 4 : 5
 விடை: 1)
 11. ஆரம் 6 செ.மீ, உயரம் 24 செ.மீ உடைய சீன களிமண்ணினால் செய்யப்பட்ட ஒரு கூம்பினை, ஒரு குழந்தை உருக்கி ஒரு கோளமாக மாற்றம் செய்கிறது. மாற்றம் செய்யப்பட்ட கோளத்தின் ஆரம்
 - 1) 24 செ.மீ
 - 2) 12 செ.மீ
 - 3) 6 செ.மீ
 - 4) 48 செ.மீ
 விடை: 3)

12. 6 செ.மீ ஆரமும், 10 செ.மீ உயரமும் உடைய ஒரு திட உருளையில் இருந்து அதே அளவு ஆரமும், உயரமும் உடைய ஒரு கூம்பு வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது எனில் மீதமுள்ள பகுதியின் கனஅளவு

- 1) 240π செ.மீ³ 2) 5280π செ.மீ³
3) 620π செ.மீ³ 4) 360π செ.மீ³ விடை: 1)

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. ஓர் உருளை வடிவப் பீப்பாயின் உயரம் 20 செ.மீ அடிப்புற ஆரம் 14 செ.மீ எனில், அதன் மொத்த புறப்பரப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு} &= 2\pi r (h + r) \text{ ச.அ} \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 (20+14) \\ &= 2 \times 22 \times 2 \times 34 \\ &= 2992 \text{ செ.மீ}^2 \\ \text{வளைப்பரப்பு} &= 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 20 = 1760 \text{ செ.மீ}^2 \end{aligned}$$

2. 88 ச.செ.மீ வளைப்பரப்புடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் உயரம் 14 செ.மீ எனில், உருளையின் விட்டம் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{உருளையின் வளைப்பரப்பு} \quad 2\pi rh &= 88 \\ 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14 &= 88 \\ \Rightarrow 2r &= \frac{88}{14} \times \frac{7}{22} \Rightarrow 2r = 2 \end{aligned}$$

$$\text{உருளையின் விட்டம்} = 2 \text{ செ.மீ}$$

3. நீளம் 3மீ மற்றும் விட்டம் 2.8மீ உடைய ஒரு சமன்படுத்தும் உருளையைக் கொண்டு ஒரு கோட்டம் சமன்படுத்தப்படுகிறது. 8 சுற்றுகளில் எவ்வளவு பரப்பை உருளை சமன் செய்யும்?

தீர்வு:

$$\text{விட்டம் } d = 2.8 \text{ மீ; ஆரம் } r = 1.4 \text{ மீ; உயரம் } h = 3 \text{ மீ}$$

உருளை ஒரு சுற்றில்

$$\begin{aligned} \text{சமன்படுத்தும் பரப்பு} &= \text{சமன்படுத்தும் உருளையின் பரப்பு} \\ &= 2\pi r h \text{ சதுர அலகுகள்.} \end{aligned}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 3$$

உருளை ஒரு சுற்றில்

$$\text{சமன்படுத்தும் பரப்பு} = 26.4 \text{ ச.மீ}$$

$$\begin{aligned} 8 \text{ சுற்றுகளில் சமன்படுத்தப்படும் மொத்தப் பரப்பு} \\ = 8 \times 26.4 = 211.2 \text{ மீ}^2 \end{aligned}$$

4. 704 ச.செ.மீ மொத்தப் புறப்பரப்பு கொண்ட ஒரு கூம்பின் ஆரம் 7 செ.மீ எனில் அதன் சாயுயரம் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{கூம்பின் மொத்தப் புறப்பரப்பு} = 704 \text{ ச.செ.மீ}$$

$$\pi r (l + r) = 704$$

$$\frac{22}{7} \times 7 (l + 7) = 704$$

$$l + 7 = \frac{704}{22} = \frac{64}{2} = 32$$

$$l + 7 = 32, l = 32 - 7 = 25 \text{ செ.மீ}$$

5. சாயுயரம் 19 மீ கொண்ட கூம்பு வடிவக் கூடாரத்தில் நால்வர் உள்ளனர். ஒருவருக்கு 22 ச.மீ பரப்பு தேவை எனில், கூடாரத்தின் உயரத்தைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:

$$\text{கூம்பின் அடிப்பரப்பு} = 4 \times 22 = 88 \text{ மீ}^2$$

$$\pi r^2 = 88$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times r^2 = 88$$

$$\frac{7}{r^2} = 88 \times \frac{7}{22} = 28 \text{ மீ}$$

$$l = 19 \text{ மீ} \quad l^2 = 361$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{361 - 28} = \sqrt{333}$$

$$\text{கூம்பின் உயரம்} = 18.25 \text{ மீ}$$

6. ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 154 ச.மீ எனில், அதன் விட்டம் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{கோளத்தின் புறப்பரப்பு} = 154 \text{ ச.மீ}$$

$$4\pi r^2 = 154$$

$$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$$

$$r^2 = \frac{154}{4} \times \frac{7}{22} \Rightarrow r^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow r = \frac{7}{2}$$

$$\text{கோளத்தின் ஆரம், } r = \frac{7}{2} \text{ மீ; கோளத்தின் விட்டம் } d = 7 \text{ மீ}$$

7. ஒரு கோள வடிவ வளிக்கூண்டினுள் (Balloon) காற்று உந்தப்படும்போது அதன் ஆரம் 12 செ.மீ-லிருந்து 16 செ.மீ ஆக உயருகிறது. இரு புறப்பரப்புகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு:

$$r_1 \text{ மற்றும் } r_2 \text{ வளிக் கூண்டின் ஆரங்கள் என்க. } \frac{r_1}{r_2} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\text{புறப்பரப்புகளின் விகிதம்} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\text{புறப்பரப்புகளின் விகிதம்} = 9 : 16$$

8. ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு 1386 ச.மீ எனில் அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{திண்ம அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு } \pi r^2 = 1386 \text{ ச.மீ}$$

$$\text{அரைக்கோளத்தின் மொத்தப்பரப்பு} = 3\pi r^2 = 3 \times 1386 = 4158 \text{ ச.மீ}$$

9. ஓர் கூம்பின் இடைக்கண்டச் சாயுயரம் 5 செ.மீ ஆகும். அதன் இரு ஆரங்கள் 4 செ.மீ மற்றும் 1 செ.மீ எனில் இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$l = 5 \text{ செ.மீ, } R = 4 \text{ செ.மீ, } r = 1 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு} = \pi (R + r) l \text{ ச.அ}$$

$$= \frac{22}{7} (4+1) \times 5$$

$$= \frac{22 \times 5 \times 5}{7} = \frac{550}{7} = 78.57 \text{ ச.செ.மீ}^2$$

10. ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு 11088 க.செ.மீ ஆகும். கூம்பின் உயரம் 24 செ.மீ எனில், அதன் ஆரம் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{கூம்பின் உயரம் மற்றும் ஆரம், } h \text{ மற்றும் } r \text{ என்க.}$$

$$\text{இங்கு } h = 24 \text{ செ.மீ, கன அளவு} = 11088 \text{ க.செ.மீ}$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = 11088$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 24 = 11088$$

$$r^2 = 441$$

$$\therefore \text{ஆகவே, கூம்பின் ஆரம் } r = 21 \text{ செ.மீ}$$

11. சம உயரங்களுடைய இரு நேர்வட்டக் கூம்புகளின் ஆரங்கள் 1 : 3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. கூம்புகளின் உயரம் சிறிய கூம்பின் ஆரத்தின் மூன்று மடங்கு எனில் வளைபரப்புகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு:

$$r_1 : r_2 = 1 : 3$$

$$h_1 = 3r_1$$

$$r_1 = x$$

$$h_1 = 3x$$

$$l_1 = \sqrt{h_1^2 + r_1^2}$$

$$= \sqrt{9x^2 + x^2}$$

$$= \sqrt{10x^2}$$

$$= \sqrt{10}x$$

$$h_2 = 3r_2$$

$$r_2 = 3x \text{ என்க.}$$

$$h_2 = 3x$$

$$l_2 = \sqrt{h_2^2 + r_2^2}$$

$$= \sqrt{9x^2 + 9x^2}$$

$$= 3\sqrt{2}x$$

$$\therefore \text{வளைபரப்புகளின் விகிதம்} = \frac{\pi r_1 l_1}{\pi r_2 l_2}$$

$$= \frac{x^2 \sqrt{10}}{3x(3\sqrt{2}x)} = \frac{\sqrt{10}x^2}{9\sqrt{2}x^2}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{9\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{9}$$

$$\therefore \text{வளைபரப்புகளின் விகிதம்} = \sqrt{5} : 9$$

12. களிமண் கொண்டு செய்யப்பட்ட 24 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு கூம்பை ஒரு குழந்தை அதே ஆரமுள்ள ஒரு உருளையாக மாற்றுகிறது எனில் உருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{கூம்பின் உயரம்} = 24 \text{ செ.மீ, ஆரங்கள் சமம்}$$

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h_1 = \pi r^2 h_2$$

$$\frac{1}{3} \times 24 = h_2$$

$$h_2 = 8 \text{ செ.மீ}$$

13. சம ஆரங்கள் கொண்ட இரு கூம்புகளின் கன அளவுகள் 3600 க.செ.மீ மற்றும் 5040 க.செ.மீ எனில், உயரங்களின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned}
 \text{கன அளவுகளின் விகிதம்} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h_1 : - \pi r^2 h_2 \\
 &= h_1 : h_2 \\
 &= 3600 : 5040 \\
 &= 360 : 504 \\
 &= 40 : 56 \\
 &= 5 : 7
 \end{aligned}$$

14. ஒரு திண்ம கோளம் மற்றும் திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்த பரப்பு சமமானதாக இருக்குமானால் அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் $3\sqrt{3} : 4$ என நிரூபி.

தீர்வு:

திண்ம கோளத்தின் மொத்த பரப்பளவு

= திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்த பரப்பளவு

$$4\pi R^2 = 3\pi r^2$$

$$\frac{R^2}{r^2} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \therefore \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{கன அளவுகளின் விகிதம்} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{3}{2}\pi r^3}$$

$$= \frac{2R^3}{r^3} = 2 \left[\frac{R}{r} \right]^3 = 2 \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \right]^3 = 2 \times \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore \text{கன அளவுகளின் விகிதம்} = 3\sqrt{3} : 4$$

சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

2 மதிப்பெண்கள்

1. 24 செ.மீ × 22 செ.மீ × 12 செ.மீ அளவுள்ள கனச் செவ்வக வடிவ ஈய திண்மத்திலிருந்து 6 செ.மீ விட்ட அளவுள்ள ஈயக் குண்டுகள் எத்தனை உருவாக்கலாம்?

தீர்வு:

கனசெவ்வகத்தின் கன அளவு $l \times b \times h = 24 \times 22 \times 12$

ஈயக்குண்டின் விட்டம் = 6 செ.மீ

ஈயக்குண்டின் ஆரம், $r = 3$ செ.மீ

$$\begin{aligned} \text{ஈயக்குண்டின் எண்ணிக்கை} &= \frac{\text{கனச் செவ்வகத்தின் கன அளவு}}{\text{கோளத்தின் கன அளவு}} = \frac{l \times b \times h}{\frac{4}{3} \pi r^3} \\ &= \frac{24 \times 22 \times 12}{\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{24 \times 22 \times 12 \times 3 \times 7}{4 \times 22 \times 3 \times 3 \times 3} = 56 \end{aligned}$$

∴ 56 ஈயக்குண்டுகளை உருவாக்க முடியும்.

2. ஒரு இடைக்கண்டத்தின் இருமுனைகளின் சுற்றளவுகள் முறையே 18 செ.மீ, 6 செ.மீ ஆகும். மேலும் இடைக்கண்டத்தின் சாயுயரம் 4 செ.மீ எனில் அதன் வளைபரப்பு காண்க.

தீர்வு:

சாயுயரம் (l) = 4 செ.மீ.

$$2\pi r_1 = 18; \quad 2\pi r_2 = 6$$

$$\pi r_1 = 9 \quad \pi r_2 = 3$$

$$\begin{aligned} \text{இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு} &= \pi r_1 l + \pi r_2 l \\ &= l [\pi r_1 + \pi r_2] \\ &= 4 [9+3] \\ &= 4[12] \\ &= 48 \text{ செ.மீ}^2 \end{aligned}$$

3. ஒரு திடப்பொருள் அரைக்கோளத்தின் மீது கூம்பு வைத்தாற்போல் உள்ளது. அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பும், கூம்பின் வளைபரப்பும் சமம் எனில் கூம்புப் பகுதியின் ஆரம் மற்றும் உயரத்திற்கான விகிதம் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டவை:

கூம்பின் வளைபரப்பு = அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு

$$\pi r l = 2\pi r^2$$

$$l = 2r$$

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$2r = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$4r^2 = h^2 + r^2$$

$$3r^2 = h^2$$

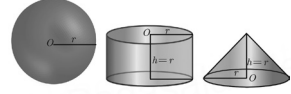
$$\sqrt{3} r = h \Rightarrow \frac{r}{h} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$r : h = 1 : \sqrt{3}$$

பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

- ஒரு கோளம், உருளை மற்றும் கூம்பு ஆகியவற்றின் ஆரங்கள் சமம். படத்தில் உள்ளபடி கூம்பு மற்றும் உருளையின் ஆரத்திற்குச் சமம் எனில், அவற்றின் வளைபரப்புகளின் விகிதம் காண்க.
- இரு கோளங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் 4:7 எனில் அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.
- 12 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் அலுமினியக் கோளம் உருக்கப்பட்டு 8 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. உருளையின் உயரம் காண்க.
- ஒரு நேர் வட்டக் கூம்பின் கன அளவு 11088 க.செ.மீ ஆகும். கூம்பின் உயரம் 24 செ.மீ எனில், அதன் ஆரம் காண்க.
- உயரம் 2 மீ மற்றும் அடிப்பரப்பு 250 ச.மீ கொண்ட ஓர் உருளையின் கனஅளவைக் காண்க.
- 16 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உலோகப் பந்து, உருக்கப்பட்டு 2 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறு பந்துகளாக்கப்பட்டால், எத்தனை பந்துகள் கிடைக்கும்?
- ஓர் உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரங்களின் விகிதம் 5:7 ஆகும். அதன் வளைபரப்பு 5500 ச.செ.மீ எனில், உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காண்க.
- 10 மீ உட்புற விட்டம் மற்றும் 14 மீ ஆழம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவக் கிணற்றிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட மண் கொண்டு 5 மீ அகலத்தில் கிணற்றைச் சுற்றி மேடை அமைக்கப்படுகிறது எனில், மேடையின் உயரத்தைக் காண்க.



சிறந்தனை வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. ஒரு கூம்பின் உயரம் 12 செ.மீ எனவும் அதன் விட்டம் 10 செ.மீ எனவும் கொண்டால் அவற்றின் அக்கூம்பின் சாயுயரத்தைக் காண்க.
2. இரு கூம்புகளின் உயரங்களின் விகிதம் 5 : 3 எனவும் ஆரங்களின் விகிதம் 2 : 1 எனவும் கொண்டால் அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் யாது?
3. ஒரு கோளத்தின் கன அளவும், வளைபரப்பும் எண்ணளவில் சமம் எனில் அக்கோளத்தின் விட்டம் காண்க.
4. 4.2 மீ விட்டமுடைய ஒரு அரைக்கோள வடிவத் தொட்டியில் எத்தனை லிட்டர் தண்ணீர் கொள்ளும்?
5. 484 செ.மீ சுற்றளவுள்ள ஒரு மரக்கூம்பின் உயரம் 105 செ.மீ எனில், கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.
6. ஒரு கனச் சதுரத்தின் கனஅளவு 2744 செ.மீ³ எனில் அதன் வளைபரப்பு காண்க.
7. ஒரு உருளையின் ஆரம் 80 செ.மீ உயரம் 20 செ.மீ எனில் உருளையின் வளைபரப்பிற்கும் மொத்தப் பரப்பிற்கும் உள்ள விகிதம் யாது?
8. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் 3 செ.மீ, 4 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ. 3 செ.மீ அளவுடைய பக்கத்தை சுழற்றுவதால் கிடைக்கும் கூம்பின் கனஅளவு காண்க.
9. ஒரு நேர்வட்டக்கூம்பின் அடிப்பகுதியின் பரப்பு 78.5 மீ² மேலும் கூம்பின் உயரம் 12 மீ அதன் கனஅளவு காண்க.

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

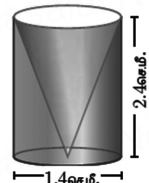
1. 2.4 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு திண்ம உருளையின் விட்டம் 1.4 செ.மீ ஆகும். உருளையினுள் அதே ஆரமுள்ள கூம்பு வடிவக் குழிவு உருளையின் உயரத்திற்கு ஏற்படுத்தப்படுகிறது எனில் மீதமுள்ள திண்மத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$h = 2.4 \text{ செ.மீ}, d = 1.4 \text{ செ.மீ}$$

மீதமுள்ள திண்மத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு

$$= \text{உருளையின் வளைப்பரப்பு} + \text{கூம்பின் வளைப்பரப்பு} + \text{அடிப்பரப்பு}$$



$$= (2\pi rh + \pi rl + \pi r^2) \text{ ச.அ}$$

$$= \pi r (2h + l + r) \text{ ச.அ}$$

$$l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(0.7)^2 + (2.4)^2}$$

$$= \sqrt{0.49 + 5.76} = \sqrt{6.25} = 2.5 \text{ செ.மீ}$$

மீதமுள்ள திண்மத்தின்

மொத்த புறப்பரப்பு

$$= \pi r (2h + l + r) \text{ ச.அ}$$

$$= \frac{22}{7} \times 0.7 [2(2.4) + 2.5 + 0.7]$$

$$= 22 \times 0.1 (4.8 + 2.5 + 0.7)$$

$$= 22 \times 0.1 \times 8.0$$

$$= 2.2 \times 8 = 17.6 \text{ செ.மீ}^2$$

2. ஒரு தொழிற்சாலையின் உலோக வாளி, கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் உள்ளது. அதன் மேற்புற, அடிப்புற விட்டங்கள் முறையே 10 மீ மற்றும் 4 மீ ஆகும். அதன் உயரம் 4 மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு, மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

மேல்விட்டம் = 10 மீ; ஆரம் $R = 5$ மீ

கீழ்விட்டம் = 4 மீ; ஆரம் $r = 2$ மீ, உயரம் $h = 4$ மீ

$$\text{சாயுயரம்} = \sqrt{h^2 + (R - r)^2} = \sqrt{4^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{16 + 9}$$

$$= \sqrt{25} = 5 \text{ மீ} \Rightarrow l = 5 \text{ மீ}$$

இடைக்கண்டத்தின் வளைப்பரப்பு = $\pi (R + r)l$ ச.அ

$$= \frac{22}{7} (5 + 2) \times 5$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 5 = 110 \text{ மீ}^2$$

இடைக்கண்டத்தின் மொத்தப்பரப்பு = $[\pi(R+r)l + \pi R^2 + \pi r^2]$ ச.அ

$$= \pi [(R + r)l + R^2 + r^2]$$

$$= \frac{22}{7} [(5 + 2)5 + 5^2 + 2^2]$$

$$= \frac{22}{7} (35 + 25 + 4)$$

$$= \frac{1408}{7} = 201.14 \text{ மீ}^2$$

3. 45செ.மீ உயரமுள்ள ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இருபுற ஆரங்கள் முறையே 28 செ.மீ, 7 செ.மீ எனில் இடைக்கண்டத்தின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} h &= 45 \text{ செ.மீ}, R = 28 \text{ செ.மீ}, r = 7 \text{ செ.மீ} \\ \text{இடைக்கண்டத்தின் கனஅளவு} &= \frac{1}{3} \pi h [R^2 + Rr + r^2] \text{ க.அ} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 [28^2 + 28 \times 7 + 7^2] \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 [784 + 196 + 49] \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 \times 1029 \\ &= 22 \times 15 \times 147 = 48510 \text{ செ.மீ}^3 \end{aligned}$$

4. உயரம் 16 செ.மீ உடைய ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் அமைந்த கொள்கலன் ஒன்றின் மேற்புறம் திறந்த நிலையில் உள்ளது. கீழ்ப்புற ஆரம் 8 செ.மீ மற்றும் மேற்புற ஆரம் 20 செ.மீ கொண்ட கொள்கலனில் முழுமையாகப் பால் நிரப்பப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை ₹40 எனில், நிரப்பப்படும் பாலின் மொத்த விலையைக் காண்க.

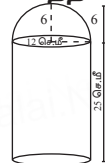
தீர்வு:

$$\begin{aligned} h &= 16 \text{ செ.மீ}, r = 8 \text{ செ.மீ}, R = 20 \text{ செ.மீ} \\ \text{இடைக்கண்டத்தின் கனஅளவு} &= \frac{1}{3} \pi h [R^2 + Rr + r^2] \text{ க.அ} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16 [20^2 + 20(8) + 8^2] \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16 [400 + 160 + 64] \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16 \times 624 \\ &= 10459 \text{ செ.மீ}^3 = 10.459 \text{ லிட்டர்} \\ 1 \text{ லிட்டர் பாலின் விலை} &= ₹ 40 \\ 10.459 \text{ லிட்டர் பாலின் விலை} &= 10.459 \times 40 = ₹418.36 \end{aligned}$$

5. ஓர் உருளையின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் இணைந்தவாறு உள்ள ஒரு பொம்மையின் மொத்த உயரம் 25 செ.மீ ஆகும். அதன் விட்டம் 12 செ.மீ எனில், பொம்மையின் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{விட்டம் } d &= 12 \text{ செ.மீ}, r = 6 \text{ செ.மீ} \\ \text{உருளையின் உயரம் } h &= 25 - 6 = 19 \text{ செ.மீ} \end{aligned}$$



பொம்மையின் மொத்த புறப்பரப்பு
 = உருளையின் வளைபரப்பு + அரைக்கோளத்தின்
 வளைபரப்பு + உருளையின் அடிப்பரப்பு

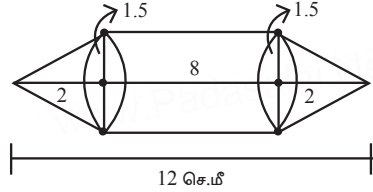
$$= 2\pi rh + 2\pi r^2 + \pi r^2 \text{ ச.அ}$$

$$= 2\pi rh + 3\pi r^2 = \pi (2h + 3r)$$

$$= \frac{22}{7} \times 6 \times (38 + 18) \Rightarrow \frac{22}{7} \times 6 \times 56$$

$$= 1056 \text{ செ.மீ}^2$$

6. நாதன் என்ற பொறியியல் மாணவர் ஓர் உருளையின் இருபுறமும் கூம்புகள் உள்ளவாறு மாதிரி ஒன்றை உருவாக்கினார். மாதிரியின் நீளம் 12 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 3 செ.மீ ஆகும். ஒவ்வொரு கூம்பின் உயரமும் 2 செ.மீ இருக்குமானால் நாதன் உருவாக்கிய மாதிரியின் கன அளவைக் காண்க.



தீர்வு:

உருளை:

விட்டம் $d = 3$ செ.மீ, ஆரம் $r = 1.5$ செ.மீ

உயரம் $h_1 = 12 - (2 + 2) = 8$ செ.மீ

கூம்பின் உயரம்:

ஆரம் $r = \frac{3}{2}$ செ.மீ, உயரம் $h_1 = 2$ செ.மீ

மாதிரியின் கனஅளவு = உருளையின் கனஅளவு + 2 கூம்பின் கனஅளவு

$$= \pi r^2 h_1 + 2 - \pi r^2 h_2 \Rightarrow \pi r^2 [h_1 + 2 \frac{1}{3} h_2]$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} [8 + \frac{2}{3} \times 2] \Rightarrow \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} [8 + \frac{4}{3}]$$

$$= \frac{99}{14} \left[\frac{28}{3} \right] = 66 \text{ செ.மீ}^3$$

7. விட்டம் 14 செ.மீ, உயரம் 8 செ.மீ உடைய ஒரு திண்ம நேர்வட்டக் கூம்பு, ஓர் உள்ளீடற்ற கோளமாக உருமாற்றப்படுகிறது. கோளத்தின் வெளிவிட்டம் 10 செ.மீ எனில், உள்விட்டத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

கூம்பின் விட்டம் $d = 14$ செ.மீ, ஆரம் $r = 7$ செ.மீ,
உயரம் $h = 8$ செ.மீ

$$\frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\frac{4}{3} \pi (5^3 - r^3) = \frac{1}{3} \pi \times 7 \times 7 \times 8$$

$$125 - r^3 = \frac{7 \times 7 \times 8}{4}$$

$$125 - r^3 = 98$$

$$r^3 = 27$$

$$r^3 = 3^3$$

$$r = 3$$

கோளத்தின் உள்விட்டம் $= 2(r) = 2(3) = 6$ செ.மீ

8. ஓர் உள்ளீடற்ற அரைக்கோள ஓட்டின் உட்புற மற்றும் வெளிப்புற விட்டங்கள் முறையே 6 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ ஆகும். அது உருக்கப்பட்டு 14 செ.மீ விட்டமுள்ள ஒரு திண்ம உருளையாக்கப்பட்டால், அவ்வுருளையின் உயரம் காண்க.

தீர்வு:

உள்ளீடற்ற அரைக்கோளம்

வெளிவிட்டம் $= 10$ செ.மீ

ஆரம், $R = 5$ செ.மீ

உள்விட்டம் $= 6$ செ.மீ

ஆரம், $r = 3$ செ.மீ

உருளை

விட்டம் $= 14$ செ.மீ

ஆரம் $= 7$ செ.மீ

உயரம், $h = ?$

உருளையின் கன அளவு $=$ உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் கன அளவு

$$\pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi (R^3 - r^3)$$

$$\pi \times 7 \times 7 \times h = \frac{2}{3} \pi (5^3 - 3^3)$$

$$7 \times 7 \times h = \frac{2}{3} (125 - 27)$$

$$h = \frac{2}{3} \times \frac{98}{7 \times 7}$$

உருளையின் உயரம், $h = \frac{4}{3} = 1.33$ செ.மீ

9. 6 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு திண்மக் கோளம் உருக்கப்பட்டுச் சீரான தடிமனுள்ள ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையாக மாற்றப் படுகிறது. உருளையின் வெளிஆரம் 5 செ.மீ உயரம் 32 செ.மீ எனில், உருளையின் தடிமனைக் காண்க.

தீர்வு:

கோளம்: ஆரம், $r = 6$ செ.மீ

உள்ளீடற்ற உருளை: வெளி ஆரம், $R = 5$ செ.மீ, உயரம் $h = 32$, $r = ?$

உள்ளீடற்ற உருளையின் கனஅளவு = கோளத்தின் கனஅளவு

$$\pi(R^2 - r^2)h = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\pi(5^2 - r^2)32 = \frac{4}{3} \pi \times 6 \times 6 \times 6$$

$$(25 - r^2) = \frac{4 \times 6 \times 6 \times 6}{3 \times 32}$$

$$25 - r^2 = 9$$

$$25 - 9 = r^2$$

$$r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$$

உருளையின் தடிமன் = $R - r = 5 - 4 = 1$ செ.மீ

10. சீனு வீட்டின் மேல்நிலை நீர்த்தொட்டி உருளை வடிவில் உள்ளது. அதன் ஆரம் 60 செ.மீ, உயரம் 105 செ.மீ ஆகும். 2 மீ \times 1.5 மீ \times 1 மீ பரிமாணங்களை உடைய ஒரு கனச்செவ்வகக் கீழ்நிலை நீர் தொட்டியிலிருந்து நீர் உந்தப்பட்டு மேலேயுள்ள உருளை வடிவத் தொட்டி முழுமையாக நிரப்பப்படுகிறது. தொடக்கத்தில் கீழ் தொட்டியில் நீர் முழுமையாக இருப்பதாகக் கருதுக. மேல்நிலை தொட்டிக்கு நீர் ஏற்றிய பிறகு மீதமுள்ள நீரின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:

மேல்நிலை நீர்த்தொட்டி (உருளை)

ஆரம், $r = 60$ செ.மீ, உயரம், $h = 105$ செ.மீ.

கனசெவ்வகம்

$l = 2$ மீ = 200 செ.மீ, $b = 1.5$ மீ = 150 செ.மீ, $h = 1$ மீ = 100 செ.மீ

கீழ்நிலை தொட்டியில் மீதமுள்ள நீரின் கனஅளவு

$$\begin{aligned}
&= \text{கீழ்நிலை தொட்டியின் கன அளவு (கனசெவ்வகம்)} \\
&\quad - \text{நீரின் கனஅளவு (உருளை)} \\
&= l \times b \times h - \pi r^2 h \\
&= 200 \times 150 \times 100 - \frac{22}{7} \times 60 \times 60 \times 105 \\
&= 3000000 - 1188000 \\
&= 1812000 \text{ செ.மீ}^3 = 1812 \text{ லிட்டர்}
\end{aligned}$$

11. 14 செ.மீ விட்டமுள்ள குழாயிலிருந்து 15 கி.மீ / மணி என்ற வேகத்தில் 50 மீ நீளம் மற்றும் 44 மீ அகலம் கொண்ட ஒரு செவ்வக வடிவத் தொட்டியினுள் தண்ணீர் பாய்கிறது. எவ்வளவு நேரத்தில் தண்ணீரின் மட்டம் 21 செ.மீ-க்கு உயரும்.

தீர்வு:

உருளை (குழாய்)

விட்டம் = 14 செ.மீ

ஆரம், $r = 7$ செ.மீ

$$r = \frac{7}{100} \text{ மீ}$$

கனச்செவ்வகத்தொட்டி

நீளம் = 50 மீ

அகலம், $b = 44$ மீ

$$\text{உயரம் } h = \frac{21}{100} \text{ மீ}$$

தண்ணீரின் வேகம் = 15 கி.மீ/மணி = 15000 மீ/மணி

T மணி நேரத்தில் குழாய்

செவ்வக தொட்டியில்

வழியே வெளியேற்றப்பட்ட = பாய்ச்சப்பட்ட தண்ணீரின்

தண்ணீரின் கனஅளவு

கனஅளவு

வெட்டு பரப்பு \times நேரம் \times வேகம் = $l \times b \times h$

$$\pi r^2 \times T \times \text{வேகம்} = l \times b \times h$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{7}{100} \times \frac{7}{100} \times T \times 15000 = 50 \times 44 \times \frac{21}{100}$$

$$T = \frac{22 \times 21}{11 \times 7 \times 3};$$

T = 2 மணி நேரம்

12. 6 செ.மீ ஆரம், மற்றும் 15 செ.மீ உயரம் கொண்ட ஓர் உருளை வடிவப் பாத்திரம் முழுவதுமாக பனிக்கூழ் (ice cream) உள்ளது. அந்த பனிக்கூழானது, கூம்பு மற்றும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவத்தில் நிரப்பப்படுகிறது. கூம்பின் உயரம் 9 செ.மீ மற்றும் ஆரம் 3 செ.மீ எனில், பாத்திரத்தில் உள்ள பனிக்கூழை நிரப்ப எத்தனைக் கூம்புகள் தேவை?

தீர்வு:**உருளை****கூம்பு****அரைகோளம்**ஆரம் $r = 6$ செ.மீஆரம் $r = 3$ செ.மீஆரம் $r = 3$ செ.மீஉயரம் $h = 15$ செ.மீஉயரம் $h = 9$ செ.மீ

பனிக்கூழ் நிரப்ப தேவையான கூம்புகளின் எண்ணிக்கை

$$\begin{aligned}
&= \frac{\text{உருளையின் கன அளவு}}{\text{கூம்பின் கன அளவு} + \text{அரைக் கோளத் தின் கனஅளவு}} \\
&= \frac{\pi r^2 h}{\frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^3} = \frac{\pi r^2 h}{\pi \left(\frac{1}{3} r^2 h + \frac{2}{3} r^3 \right)} \\
&= \frac{6 \times 6 \times 15}{\frac{1}{3} \times 3 \times 3 \times 9 + \frac{2}{3} \times 3 \times 3 \times 3} \\
&= \frac{6 \times 6 \times 15}{27 + 18} = \frac{6 \times 6 \times 15}{45} = 12
\end{aligned}$$

13. ஓர் அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்தின் விளிம்பு வரையில் பழச்சாறு நிரம்பியுள்ளது. உயரத்தைவிட 50% அதிக ஆரம் கொண்ட உருளை வடிவப் பாத்திரத்திற்குப் பழச்சாறு மாற்றப்படுகிறது. அரைக்கோளம் மற்றும் உருளை ஆகியவற்றின் விட்டங்கள் சமமானால் கிண்ணத்திலிருந்து எவ்வளவு சதவீதப் பழச்சாறு உருளை வடிவ பாத்திரத்திற்கு மாற்றப்படும்?

தீர்வு:**அரைக்கோளம்****உருளை**ஆரம் = r ஆரம் = r

$$r = h + \frac{1}{2} h = \frac{3}{2} h$$

$$\begin{aligned}
\text{அரைகோளத்தின் கன அளவு} &= \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \left(\frac{3}{2} h \right)^3 \\
&= \frac{2}{3} \pi \frac{27}{8} h^3 = \frac{9}{4} \pi h^3
\end{aligned}$$

$$\text{உருளையின் கன அளவு} = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{3}{2} h \right)^2 h$$

$$= \pi \times \frac{9}{4} h^2 h = \frac{9}{4} \pi h^3$$

100% பழச்சாறு மாற்றப்படுகிறது.

14. ஓர் உருளையின் மீது ஓர் இடைக்கண்டம் இணைந்தவாறு அமைந்த ஒரு புனலின் மொத்த உயரம் 20 செ.மீ, உருளையின் உயரம் 12 செ.மீ, மற்றும் விட்டம் 12 செ.மீ ஆகும். இடைக்கண்டத்தின் மேற்புற விட்டம் 2.4 செ.மீ எனில், புனலின் வெளிப்புறப் பரப்பைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

h_1 மற்றும் h_2 என்பன முறையே இடைக்கண்டம் மற்றும் உருளையின் உயரம் என்க.

R மற்றும் r என்பன இடைக்கண்டத்தின் மேல் மற்றும் கீழ்ப்புற ஆரங்கள் என்க.

இங்கு, $R = 12$ செ.மீ, $r = 6$ செ.மீ, $h_2 = 12$ செ.மீ,

$h_1 = 20 - 12 = 8$ செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் சாயுயரம் $l = \sqrt{(R-r)^2 + h_1^2}$ அலகுகள்.

$$l = \sqrt{36 + 64} = 10 \text{ செ.மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{வெளிப்புறப் பரப்பு} &= 2\pi r h_2 + \pi(R+r)l \text{ ச.அலகுகள்} \\ &= \pi[2rh_2 + (R+r)l] \\ &= \pi[(2 \times 6 \times 12) + (18) \times (10)] \\ &= \pi(144+180) \\ &= \frac{22}{7} \times 324 = 1018.28 \end{aligned}$$

எனவே, புனலின் வெளிப்புற பரப்பு 1018.28 ச.செ.மீ. ஆகும்.

15. ஒரு வட்டக்கோண வடிவில் உள்ள உலோகத் தகட்டின் ஆரம் 21 செ.மீ மற்றும் மையக்கோணம் 216° ஆகும். வட்ட கோணப்பகுதியின் ஆரங்களை இணைத்து உருவாக்கப்படும் கூம்பின் கனஅளவைக் காண்க.

தீர்வு:

மையக்கோணம் $D = 216^\circ$

வட்டக்கோணப்பகுதியின் ஆரம் = கூம்பின் சாயுயரம்

அதாவது $l = 21$ செ.மீ

வட்டக்கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம் = கூம்பின்

அடிச்சுற்றளவு

$$\frac{D}{360} \times 2\pi R = 2\pi r \quad \Rightarrow \quad \frac{216}{360} \times 21 = r \quad \Rightarrow \quad r = 12.6$$

$$\begin{aligned}
 h &= \sqrt{l^2 - r^2} \\
 &= \sqrt{21^2 - (12.6)^2} \Rightarrow \sqrt{441 - 158.76} \Rightarrow \sqrt{282.24} \\
 &= 16.8 \text{ செ.மீ} \\
 \therefore \text{கூம்பின் கன அளவு} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\
 &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 12.6 \times 12.6 \times 16.8 \\
 &= 22 \times 4.2 \times 12.6 \times 2.4 \\
 &= 2794.17 \text{ க.செ.மீ}
 \end{aligned}$$

16. கித்தானைக் கொண்டு 7மீ ஆரமும் 24 மீ உயரமும் உடைய ஒரு கூம்பு வடிவக் கூடாரம் உருவாக்கப்படுகிறது. செவ்வக வடிவக் கித்தானின் அகலம் 4மீ எனில், அதன் நீளம் காண்க.

தீர்வு:

கூம்பின் ஆரம், $r = 7$ மீ: உயரம், $h = 24$ மீ

$$\begin{aligned}
 \text{சாயுயரம் } l &= \sqrt{h^2 + r^2} \\
 &= \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} \\
 l &= 25 \text{ மீ}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{கூம்பின் வளைபரப்பு} &= \pi r l \\
 &= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 \\
 &= 550 \text{ ச.மீ}
 \end{aligned}$$

கித்தான் துணியின் அகலம் = 4 மீ

$$\begin{aligned}
 \text{செவ்வக வடிவ கித்தான் துணியின் பரப்பு} &= l \times b \\
 &= l \times 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{செவ்வக வடிவ கித்தான்} &= \text{கூம்பு வடிவ கூடாரத்தின்} \\
 \text{துணியின் பரப்பு} &= \text{வளைபரப்பு} \\
 4l &= 550 \\
 l &= 550/4 \Rightarrow l = 137.5 \text{ மீ}
 \end{aligned}$$

17. உயரம் 10 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 4.5 செ.மீ உடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையை உருவாக்க 1.5 செ.மீ விட்டமும், 2 மி.மீ தடிமன் கொண்ட எத்தனை வட்ட வில்லைகள் தேவை?

தீர்வு:

$$\text{வட்டவில்லையின் விட்டம்} = 1.5 \text{ செ.மீ (சிறிய உருளை)}$$

$$r = \frac{1.5}{2} = 0.75 \text{ செ.மீ}$$

$$h = 2 \text{ மி.மீ} = 0.2 \text{ செ.மீ}$$

$$\text{பெரிய உருளையின் விட்டம்} = 4.5 \text{ செ.மீ}$$

$$R = 2.25 \text{ செ.மீ} \quad H = 10 \text{ செ.மீ}$$

வட்டவிலைகளின்
எண்ணிக்கை

$$= \frac{\text{பெரிய உருளையின் கனஅளவு}}{\text{சிறிய உருளையின் கனஅளவு}}$$

$$= \frac{\pi R^2 H}{\pi r^2 h} = \frac{\frac{9}{4} \times \frac{9}{4} \times 10}{\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{10}}$$

$$= 450 \text{ வட்ட விலைகள்}$$

சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்	5 மதிப்பெண்கள்
---------------------------------------	-----------------------

1. 32 செ.மீ உயரமும் மற்றும் 18 செ.மீ ஆரமும் உடைய ஓர் உருளை வடிவ வாளியில் முழுமையாக மணல் உள்ளது. இந்த மணல் தரையில் கொட்டப்பட்டு கூம்பு வடிவில் அமைக்கப்படுகிறது. அந்தக் கூம்பின் உயரம் 24 செ.மீ எனில் அதன் ஆரம், சாயுயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{உருளை வடிவ வாளியின் கனஅளவு} &= \pi r^2 h \\ &= \pi \times 18 \times 18 \times 32 \end{aligned}$$

$$\text{கூம்பின் கனஅளவு} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \Rightarrow \frac{1}{3} \pi r^2 \times 24$$

$$\text{கூம்பின் கனஅளவு} = \text{உருளையின் கனஅளவு}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \pi r^2 \times 24 &= \pi \times 18 \times 18 \times 32 \\ 3 r^2 &= 18 \times 18 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

$$r = 18 \times 2 = 36 \text{ செ.மீ}$$

$$\therefore \text{கூம்பின் ஆரம்} = 36 \text{ செ.மீ}$$

$$\begin{aligned} l^2 &= r^2 + h^2 & \Rightarrow l &= \sqrt{1872} \\ &= 36^2 + 24^2 & l &= 2 \times 2 \times 3 \times \sqrt{13} \\ &= 1296 + 576 & l &= 12\sqrt{13} \\ &= 1872 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{கூம்பின் சாயுயரம்} = 12\sqrt{13} \text{ செ.மீ}$$

2. 3 மீ விட்டமும் 14 மீ ஆழமுமுள்ள ஒரு கிணறு உருளை வடிவில் வெட்டப்படுகிறது. அவ்வாறு வெட்டும் போது தோண்டியெடுக்கப்பட்ட மண் 4 மீ அகலமுள்ள வட்ட வடிவமாக சீராக பரப்பப்பட்டு ஒரு மேடை அமைக்கப்பட்டால் அம்மேடையின் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{விட்டம்} = 3 \text{ மீ}$$

$$\therefore \text{ஆரம், } r = \frac{3}{2} \text{ மீ; } R - r = 4 \Rightarrow R - \frac{3}{2} = 4 \therefore R = \frac{11}{2}$$

$$\text{உயரம், } h = 14 \text{ மீ}$$

$$\begin{aligned} \text{தோண்டி எடுக்கப்பட்ட மண்ணின் கனஅளவு} &= \pi r^2 h \\ &= \pi \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 14 \end{aligned}$$

கிணற்றை சுற்றி அமைக்கப்பட்ட வட்ட வளையத்தில் உள்ள மண்ணின் பரப்பு = $\pi(R^2 - r^2) h$

$$= \pi \times \left[\left(\frac{11}{2} \right)^2 - \left(\frac{3}{2} \right)^2 \right] \times h$$

$$= \pi \times \left[\frac{121}{4} - \frac{9}{4} \right] \times h \Rightarrow \pi \times \frac{112}{4} \times h$$

$$= \pi \times 28 \times h$$

$$\therefore \pi \times 28 \times h = \pi \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 14 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \text{தேவையான உயரம்} = \frac{9}{8} \text{ செ.மீ.}$$

3. 10.5 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு திடக்கோளம் உருக்கப்பட்டு, சிறுசிறு கூம்புகளாக வார்க்கப்படுகிறது. கூம்பின் ஆரம் 3.5 செ.மீ எனவும் உயரம் 3 செ.மீ எனவும் கொண்டால், வார்க்கப்படும் கூம்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{கோளத்தின் கனஅளவு} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi \times 10.5 \times 10.5 \times 10.5 \quad [r = 10.5 \text{ cm}]$$

$$\text{கூம்பின் கனஅளவு} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi \times 3.5 \times 3.5 \times 3$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{உருவாக்கப்படும் கூம்புகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{எண்ணிக்கை}} &= \frac{\frac{4}{3} \pi \times 10.5 \times 10.5 \times 10.5}{\frac{1}{3} \pi \times 3.5 \times 3.5 \times 3} \\ &= 126 \end{aligned}$$

4. 6 செ.மீ, 8 செ.மீ, 10 செ.மீ ஆரமுடைய மூன்று கோளங்கள் உருக்கப்பட்டு, ஒரு திடக் கோளமாக மாற்றப்படுகிறது. உருவாக்கப்பட்ட திடக்கோளத்தின் ஆரம் காண்க.

தீர்வு:**பெரிய கோளம் சிறு கோளம்** $R = ?$ $r_1 = 6 \text{ cm}$ $r_2 = 8 \text{ செ.மீ}$ $r_3 = 10 \text{ செ.மீ}$ **பெரிய கோளத்தின் கனஅளவு****= மூன்று சிறு கோளங்களின் கனஅளவுகளின் கூடுதல்**

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi [r_1^3 + r_2^3 + r_3^3]$$

$$R^3 = r_1^3 + r_2^3 + r_3^3$$

$$R^3 = (6)^3 + (8)^3 + (10)^3$$

$$R^3 = 216 + 512 + 1000$$

$$R^3 = 1728$$

$$R = 12 \text{ செ.மீ}$$

உருவாக்கப்பட்ட திடக் கோளத்தின் ஆரம் = 12 செ.மீ

5. 5.5செ.மீ, 10 செ.மீ மற்றும் 3.5 செ.மீ ஆகியவற்றை பக்க அளவுகளாகக் கொண்ட ஒரு கனச்செவ்வகத்தை உருவாக்க, 1.75 செ.மீ விட்டமும், 2 மி.மீ தடிமனும் கொண்ட வெள்ளி நாணயங்கள் எத்தனை உருக்கப்பட வேண்டும்?

தீர்வு:**வெள்ளி நாணயம்:**

விட்டம் = 1.75 செ.மீ

ஆரம் = $\frac{175}{200}$ செ.மீதடிமன்(h) = 2மி.மீ = $\frac{2}{10}$ செ.மீ**கனச்செவ்வகம்:**

நீளம் (h) = 10 செ.மீ

அகலம் (b) = 5.5 செ.மீ

உயரம் (h) = 3.5 செ.மீ

தேவையான நாணயங்களின் எண்ணிக்கை**= $\frac{\text{கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு}}{\text{ஒரு நாணயத்தின் கனஅளவு}}$**

$$= \frac{l \times b \times h}{\pi r^2 h} \Rightarrow \frac{10 \times 5.5 \times 3.5}{\frac{22}{7} \times \frac{175}{200} \times \frac{175}{200} \times \frac{2}{10}}$$

$$= \frac{10 \times 5.5 \times 3.5 \times 7 \times 200 \times 200 \times 10}{22 \times 175 \times 175 \times 2}$$

$$= 400$$

6. ஒரு இடைக்கண்டத்தின் இருமுனைகளின் சுற்றளவுகள் முறையே 48 செ.மீ, 36 செ.மீ எனில் இடைக்கண்டத்தின் உயரம் 11 செ.மீ எனக்கொண்டு அதன் கனஅளவு காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டது: $2\pi R = 48$ மற்றும் $2\pi r = 36$; $h = 11$ செ.மீ

$$R = \frac{24}{\pi} \quad r = \frac{18}{\pi}$$

இடைக்கண்டத்தின் கனஅளவு

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \pi h [R^2 + r^2 + Rr] \\ &= \frac{1}{3} \pi (11) \left[\left(\frac{24}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{18}{\pi} \right)^2 + \frac{24}{\pi} \left(\frac{18}{\pi} \right) \right] \\ &= \frac{11}{3} \pi \left[\frac{576 + 324 + 432}{\pi^2} \right] \\ &= \frac{11}{3\pi} [1332] \Rightarrow \frac{11 \times 7}{3 \times \frac{22}{2}} [1332] \\ &= \frac{7(1332)}{6} \\ &= 1554 \text{ செ.மீ}^3 \end{aligned}$$

7. தலைகீழாக வைக்கப்பட்ட ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பு வடிவில் உள்ள ஒரு நீர்நிலை தொட்டியின் உயரம் 8 செ.மீ, ஆரம் 5 செ.மீ ஆகும். முழுவதும் நீர் நிரப்பப்பட்ட தொட்டியினுள் 0.5 செ.மீ ஆரமுடைய காரிய குண்டுகள் சிலவற்றை போடும் போது நான்கில் ஒரு பங்கு தண்ணீர் வெளியேறுகிறது. போடப்பட்ட காரிய குண்டுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

$h = 8$ செ.மீ $r = 5$ செ.மீ

கூம்பு வடிவத் தொட்டியில் உள்ள நீரின் கனஅளவு

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 8 \\ &= \frac{4400}{21} \text{ செ.மீ}^3 \end{aligned}$$

காரீய குண்டுகளின் கனஅளவு

$$= \frac{1}{4} \times [\text{கூம்பில் உள்ள நீரின் கனஅளவு}]$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{4400}{21} = \frac{1100}{21} \text{ cm}^3$$

காரீய குண்டின் ஆரம் (r) = 0.5 செ.மீ

$$\text{காரீய குண்டின் கனஅளவு} = -\pi r^3 \Rightarrow \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.5)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{5}{10}$$

காரீய குண்டுகளின் எண்ணிக்கை

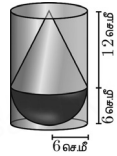
$$= \frac{\text{காரீயக் குண்டுகளின் மொத்த கனஅளவு}}{\text{ஒரு காரீயக் குண்டின் கனஅளவு}}$$

$$= \frac{\frac{1100}{21}}{\frac{4 \times 22 \times 5 \times 5 \times 5}{3 \times 7 \times 100}} = 10$$

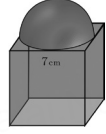
பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

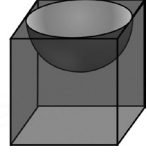
- ஒரு மருந்து குப்பி, ஓர் உருளையின் இருபுறமும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவில் உள்ளது. குப்பியின் மொத்த நீளம் 12 மி.மீ விட்டம் 3 மி.மீ எனில் அதில் அடைக்கப்படும் மருந்தின் கனஅளவைக் காண்க.
- உயரம் 2.4 செ.மீ மற்றும் விட்டம் 1.4 செ.மீ கொண்ட ஒரு திண்ம உருளையில் இருந்து அதே விட்டமும் உயரமும் உள்ள ஒரு கூம்பு வெட்டி எடுக்கப்பட்டால் மீதமுள்ள திண்மத்தின் கனஅளவு எவ்வளவு கன செ.மீ ஆகும்?
- ஒரு திண்மத்தின் அடிப்புறம் 6 செ.மீ ஆரம் உடைய அரைக்கோள வடிவிலும் மேற்புறம் 12 செ.மீ உயரமும் 6 செ.மீ ஆரமும் கொண்ட கூம்பு வடிவிலும் உள்ளது. முழுவதும் நீரால் நிரப்பப்பட்ட ஓர் உருளையின் அடிப்புறத்தைத் தொடுமாறு அத்திண்மம் வைக்கப்படும்போது வெளியேறும் நீரின் கனஅளவைக் காண்க. உருளையின் ஆரம் 6 செ.மீ மற்றும் உயரம் 18 செ.மீ எனக் கொள்க.



4. 7 செ.மீ பக்க அளவுள்ள கனச்சதுரத்தின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் படத்தில் உள்ளவாறு பொருந்தியுள்ளது. திண்மத்தின் புறப்பரப்பு காண்க.



5. கனச்சதுரத்தின் ஒரு பகுதியில் / அலகுகள் விட்டமுள்ள (கனச்சதுரத்தின் பக்க அளவிற்குச் சமமான) ஓர் அரைக் கோளம் (படத்தில் உள்ளதுபோல) வெட்டப்பட்டால் மீதமுள்ள திண்மத்தின் புறப்பரப்பைக் காண்க.



6. அருள் தனது குடும்ப விழாவிற்கு 150 நபர்கள் தங்குவதற்கு ஒரு கூடாரம் அமைக்கிறார். கூடாரத்தின் அடிப்பகுதி உருளை வடிவிலும் மேற்பகுதி கூம்பு வடிவிலும் உள்ளது. ஒருவர் தங்குவதற்கு 4 செ.மீ அடிப்பகுதி பரப்பும் 40 க.மீ காற்றும் தேவைப்படுகிறது. கூடாரத்தில் உருளையின் உயரம் 8 மீ எனில், கூம்பின் உயரம் காண்க.

சிந்தனை வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

- 120 செ.மீ, நீளமும் 84 செ.மீ விட்டமும் கொண்ட ஒரு சாலையை சமப்படுத்தும் உருளையைக் கொண்டு (Road Roller) ஒரு விளையாட்டுத்திடல் சமப்படுத்தப்படுகின்றது. விளையாட்டுத் திடலை சமப்படுத்த இவ்வுருளை 500 முழுச் சுற்றுகள் சுழல வேண்டும். விளையாட்டுத் திடலை சமப்படுத்த ஒரு ச.மீட்டருக்கு 74 பைசா வீதம் திடலைச் சமப்படுத்த ஆகும் செலவைக் காண்க.
- 18 செ.மீ ஆரமுள்ள திண்ம உலோக கோளமானது உருக்கப்பட்டு மூன்று சிறிய வெவ்வேறு அளவுள்ள கோளங்களாக வார்க்கப்படுகின்றது. அவ்வாறு வார்க்கப்பட்ட இரண்டு திண்மக் கோளங்களின் ஆரங்கள் முறையே 2 செ.மீ மற்றும் 12 செ.மீ எனில் மூன்றாவது கோளத்தின் ஆரத்தைக் காண்க.
- ஒரு திடப்பொருளானது உருளையின் இருபுறமும் அரைக்கோளம் இணைந்தவடிவில் உள்ளது. திடப்பொருளின் மொத்த உயரம் 19 செ.மீ மற்றும் உருளையின் விட்டம் 7 செ.மீ எனில் திடப்பொருளின் மொத்தப் புறப்பரப்பு காண்க.
- ஒரு கூடாரமானது உருளையின் மீது கூம்பு அமைந்தாற்போல் உள்ளது. உருளை வடிவப் பகுதியின் உயரம் மற்றும் விட்டம் முறையே 2.1 மீ மற்றும் 4 மீ. மேலும் கூம்பு வடிவப் பகுதியின் சாயுயரம் 2.8 மீ எனில் கூடாரம் உருவாக்க

தேவையான கித்தான் துணியின் பரப்பினைக் காண்க.
1ச.மீ கித்தான் துணியின் விலை ₹500 எனில் கூடாரத்தை உருவாக்க தேவையான கித்தான் துணியின் விலையினைக் காண்க. [கூடாரத்தின் அடிப்பகுதிக்கு கித்தான் துணி தேவையில்லை எனக் கொள்க]

5. ஒரு பாத்திரமானது தலைகீழாய் வைக்கப்பட்ட கூம்பு வடிவில் உள்ளது. பாத்திரத்தின் உயரம் 8 செ.மீ மற்றும் உச்சிப் பகுதியின் ஆரம் 5 செ.மீ. பாத்திரம் முழுவதும் தண்ணீர் உள்ளது. 0.5 செ.மீ ஆரமுடைய காரீய குண்டுகள் சிலவற்றை பாத்திரத்தினுள் போடும்போது நான்கில் ஒரு பங்கு தண்ணீர் வெளியேறுகிறது எனில் பாத்திரத்தினுள் போடப்பட்ட காரீய குண்டுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
6. 12 செ.மீ விட்டமும், 15 செ.மீ உயரமும் உடைய ஒரு உருளைவடிவபாத்திரம் நிறையபனிக்கூம்பு உள்ளது. 12 செ.மீ உயரமும், 6 செ.மீ விட்டமும் கொண்ட சிறு கூம்புகளில், பனிக்கூழானது கூம்புகளின் உச்சிகளில் அரைக்கோள வடிவத்தினை ஏற்படுத்துமாறு நிரப்பப் படுகிறது. பனிக்கூம்பு நிரப்பப்படும் கூம்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
7. ஒரு உள்ளீடற்ற கோள வடிவ முட்டை ஓட்டின் உள் ஆரம் 8 செ.மீ மேலும் கனஅளவு $\frac{1952\pi}{3}$ க.செ.மீ எனில் முட்டை ஓட்டின் தடிமனைக் காண்க. 3
8. ஒரு உள்ளீடற்ற கோளத்தின் உள் ஆரம் மற்றும் வெளி ஆரம் முறையே 3 செ.மீ, 5 செ.மீ ஆகும். உள்ளீடற்ற கோளமானது உருக்கப்பட்டு $2\frac{2}{3}$ செ.மீ உயரமுடைய ஒரு உருளையாக மாற்றப்படுகிறது. மாற்றப்பட்ட உருளையின் விட்டம் காண்க.
9. ஒரு மாத்திரை குப்பியானது உருளையின் இருபுறமும் அரைக்கோளம் அமைந்த வடிவில் உள்ளது. மாத்திரைக் குப்பியின் நீளம் 14 மி.மீ. மேலும் அதன் விட்டம் 5 மி.மீ எனில் மாத்திரைக் குப்பியின் வளைபரப்பு காண்க.
10. 60 செ.மீ ஆரமுடைய அரைக் கோளத்தின் மீது கூம்பு வைத்தாற் போல் ஒரு திடப்பொருள் உள்ளது. கூம்புப் பகுதியின் உயரம் 120 செ.மீ ஆகும். 60 செ.மீ ஆரமும் 180 செ.மீ உயரமும் உடைய ஒரு உருளையின் அடிப்பகுதியை திடப்பொருள் தொடும்படி நிறுத்தப்பட்டால், உருளையிலிருந்து வெளியேறும் தண்ணீரின் கனஅளவைக் காண்க.

அலகு

8

புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

- கீழே கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது பரவல் அளவை இல்லை?
 1) வீச்சு
 2) திட்ட விலக்கம்
 3) கூட்டுச் சராசரி
 4) விலக்க வர்க்கச் சராசரி
 விடை: 3)
- 8, 8, 8, 8, 8 8 ஆகிய தரவின் வீச்சு
 1) 0
 2) 1
 3) 8
 4) 3
 விடை: 1)
- சராசரியிலிருந்து கிடைக்கப் பெற்ற தரவுப் புள்ளிகளுடைய விலக்கங்களின் கூடுதலானது
 1) எப்பொழுதும் மிகை எண்
 2) எப்பொழுதும் குறை எண்
 3) பூச்சியம்
 4) பூச்சியமற்ற முழுக்கள்
 விடை: 3)
- 100 தரவுப் புள்ளிகளின் சராசரி 40 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 3 எனில், தரவுகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதலானது
 1) 40000
 2) 160900
 3) 160000
 4) 30000
 விடை: 2)
- முதல் 20 இயல் எண்களின் விலக்க வர்க்கச் சராசரியானது
 1) 32.25
 2) 44.25
 3) 33.25
 4) 30
 விடை: 3)
- ஒரு தரவின் திட்டவிலக்கமானது 3. ஒவ்வொரு மதிப்பையும் 5-ஆல் பெருக்கினால் கிடைக்கும் புதிய தரவின் விலக்க வர்க்கச் சராசரியானது
 1) 3
 2) 15
 3) 5
 4) 225
 விடை: 4)
- x, y, z ஆகியவற்றின் திட்டவிலக்கம் p -எனில், $3x + 5, 3y + 5, 3z + 5$ ஆகியவற்றின் திட்டவிலக்கமானது
 1) $3p+5$
 2) $3p$
 3) $p+5$
 4) $9p+15$
 விடை: 2)

8. ஒரு தரவின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு முறையே 4 மற்றும் 87.5% எனில் திட்டவிலக்கமானது

1) 3.5

2) 3

3) 4.5

4) 2.5

விடை: 1)

9. கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது தவறானது?

1) $P(A) > 1$

2) $0 \leq P(A) \leq 1$

3) $P(\phi) = 0$

4) $P(A) + P(A) = 1$ விடை: 1)

10. p சிவப்பு, q நீல, r பச்சை நிறக் கூழாங்கற்கள் உள்ள ஒரு குடுவையில் இருந்து ஒரு சிவப்பு கூழாங்கல் எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது.

1) $\frac{q}{p+q+r}$

2) $\frac{p}{p+q+r}$

3) $\frac{p+q}{p+q+r}$

4) $\frac{p+r}{p+q+r}$

விடை: 2)

11. ஒரு புத்தகத்திலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பக்கம் தோந்தெடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பக்க எண்ணின் ஒன்றாம் இட மதிப்பானது 7-ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவானது

1) $\frac{3}{10}$

2) $\frac{7}{10}$

3) $\frac{3}{9}$

4) $\frac{7}{9}$

விடை: 2)

12. ஒரு நபருக்கு வேலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது $\frac{x}{3}$, வேலை கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{2}{3}$ எனில், x-யின் மதிப்பானது

1) 2

2) 1

3) 3

4) 1.5

விடை: 2)

13. கமலம், குலுக்கல் போட்டியில் கலந்துகொண்டாள். அங்கு மொத்தம் 135 சீட்டுகள் விற்கப்பட்டன. கமலம் வெற்றி பெறுவதற்கான வாய்ப்பு $\frac{1}{9}$ எனில், கமலம் வாங்கிய சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை,

1) 5

2) 10

3) 15

4) 20

விடை: 3)

14. ஆங்கில எழுத்துகள் {a, b, ..., z}-யிலிருந்து ஓர் எழுத்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்வு செய்யப்படுகிறது. அந்த எழுத்து x-க்கு முந்தைய எழுத்துகளில் ஒன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

1) $\frac{12}{13}$

2) $\frac{1}{13}$

3) $\frac{23}{26}$

4) $\frac{3}{26}$

விடை: 3)

15. ஒரு பணப்பையில் ₹2000 நோட்டுகள் 10-ம் ₹500 நோட்டுகள் 15-ம், ₹200 நோட்டுகள் 25-ம் உள்ளன. ஒரு நோட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகின்றது எனில், அந்த நோட்டு ₹500 நோட்டாகவோ அல்லது ₹200 நோட்டாகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

1) $\frac{1}{5}$

2) $\frac{3}{10}$

3) $\frac{2}{3}$

4) $\frac{4}{5}$

விடை: 4)

சிந்தனை வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

1. முதல் பத்து பகா எண்களின் வீச்சு

1) 9

2) 20

3) 27

4) 5

விடை: 3)

2. முதல் 'n' இயல் எண்களின் சராசரி

1) $\frac{n(n+1)}{2}$

2) $\frac{n}{2}$

3) $\frac{n+1}{2}$

4) n

விடை: 3)

3. ஒரு நாணயத்தை மூன்று முறை சுண்டும் சோதனையில் 3 தலைகள் அல்லது 3 பூக்கள் கிடைக்க நிகழ்தகவு

1) $\frac{1}{8}$

2) $\frac{1}{4}$

3) $\frac{3}{8}$

4) $\frac{1}{2}$

விடை: 2)

4. ஒரு சீரான பகடை ஒரு முறை உருட்டப்படும்போது கிடைக்கும் எண், பகா எண் அல்லது பகு எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

- 1) 1
3) $\frac{5}{6}$
- 2) 0
4) $\frac{1}{6}$ விடை: 3)
5. $x - 8, x - 5, x - 3, x, x + 2, x + 3, x + 5$ மற்றும் $x + 7$ என்ற சில புள்ளி விவரங்களின் வீச்சுக் கெழு எனில் “ x ” ன் மதிப்பு (இங்கு $x \in \mathbb{Z}^+$)
- 1) 32
3) 30
- 2) 23
4) 1 விடை: 2)
6. கீழ்காண்பனவற்றுள் எது சரியல்ல?
- 1) “விலக்க வர்க்கச் சராசரியின்” மிகை வர்க்க மூலமே திட்ட விலக்கம் ஆகும்.
2) “கால்மான விலக்கம்” என்பது சிதறல் அளவைகளுள் ஒன்றாகும்.
3) ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ என இருக்கலாம்.
4) $p[A \text{ மற்றும் } B]$ என்பது $P(A \cup B)$ யினைக் குறிக்கும்.
- விடை: 4)
7. கீழ்க்காணும் வாக்கியங்களில் எவை உண்மை?
1. E என்ற நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு + E அல்லாத நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு = 1
2. நிகழ முடியாத நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு 0 ஆகும். அதுவே “நடக்க இயலாத நிகழ்ச்சி” என அழைக்கப்படும்.
3. கண்டிப்பாக நிகழும் நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு 0 ஆகும். அதுவே “உறுதியான நிகழ்ச்சி” என அழைக்கப்படும்.
4. ஒரு நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவின் மதிப்பு 0 விற்கும் 1 க்கும் இடைப்பட்டதாகும்.
- 1) 1, 2 மற்றும் 3
3) 1, 3 மற்றும் 4
- 2) 1, 2 மற்றும் 4
4) மேற்காணும் அனைத்தும் விடை: 2)
8. ஒரே நிலையில் அமைந்த இரு காலிப் பணியிடங்களுக்கு நேர்முகத்தேர்வில் ஒரு ஆண் மற்றும் ஒரு பெண் கலந்து கொள்கின்றனர். ஆண் தேர்ந்தெடுக்கப்பட நிகழ்தகவு $\frac{1}{4}$, பெண் தேர்ந்தெடுக்கப்பட நிகழ்தகவு $\frac{1}{3}$ எனில் இருவரும் தேர்ந்தெடுக்கப்படாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{3}$

3) $\frac{1}{4}$

4) $\frac{1}{8}$

விடை: 1)

9. 52 சீட்டுகள் அடங்கிய ஒரு தொகுப்பில் இருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது எனில் கீழ்க்கண்டவற்றில் எது உண்மை?

1) தேர்ந்தெடுக்கப்படும் சீட்டு “டைமண்ட்” ஆக இருக்க நிகழ்தகவு $= \frac{1}{2}$

2) “ஹார்ட்”ல் “ஏஸ்” ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{1}{52}$

3) “ஹார்ட்” அல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{1}{4}$

4) ராஜா அல்லது ராணியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{1}{26}$

விடை: 2)

10. இரு பகடைகள் ஒரு முறை ஒரே நேரத்தில் உருட்டப் படுகின்றன எனில் சரியான விடையை தேர்ந்தெடு.

1) இரு பகடைகளிலும் ஒரே எண் கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{5}{6}$

2) முக எண்களின் கூடுதல் 10 என கிடைக்க நிகழ்தகவு $= \frac{1}{6}$

3) முக எண்களின் கூடுதல் ஒரு “வர்க்கம்” அல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{29}{36}$

4) இவை அனைத்தும் விடை: 4)

11. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு கட்டில் இருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கும்போது, அது “இராஜா” வாகவோ அல்லது “ஏஸ்” ஆகவோ இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

1) $\frac{2}{13}$

2) $\frac{11}{13}$

3) $\frac{4}{13}$

4) $\frac{8}{13}$

விடை: 2)

2 மதிப்பெண் வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. கொடுக்கப்பட்ட தரவுப் புள்ளிகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழு ஆகியவற்றைக் காண்க: 25, 67, 48, 53, 18, 39, 44.

தீர்வு:மிகப் பெரிய மதிப்பு, $L = 67$; மிகச்சிறிய மதிப்பு, $S = 18$.வீச்சு $R = L - S = 67 - 18 = 49$

$$\text{வீச்சுக் கெழு} = \frac{L - S}{L + S} = \frac{67 - 18}{67 + 18} = \frac{49}{85} = 0.576$$

2. கொடுக்கப்பட்ட பரவலின் வீச்சு காண்க.

வயது (வருடங்களில்)	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26	26-28
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	0	4	6	8	2	2

தீர்வு:இங்கு மிகப் பெரிய மதிப்பு $L = 28$ மிகச் சிறிய மதிப்பு $S = 18$ வீச்சு $R = L - S \Rightarrow R = 28 - 18 = 10$ வருடங்கள்

3. ஒரு தரவின் வீச்சு 13.67 மற்றும் மிகப் பெரிய மதிப்பு 70.08 எனில் மிகச் சிறிய மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:வீச்சு, $R = 13.67$ மிகப் பெரிய மதிப்பு, $L = 70.08$ வீச்சு, $R = L - S$

$$13.67 = 70.08 - S$$

$$S = 70.08 - 13.67 = 56.41$$

எனவே, மிகச் சிறிய மதிப்பு 56.41

4. கீழ்க்காணும் தரவுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழுவைக் காண்க. 43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.8

தீர்வு:

43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.8

 $L = 61.4$, $S = 13.6$ வீச்சு, $R = L - S = 61.4 - 13.6 = 47.8$

$$\text{வீச்சுக்கெழு} = \frac{L - S}{L + S} = \frac{47.8}{61.4 + 13.6} = \frac{47.8}{75.0} = 0.64$$

5. முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்ட விலக்கம்

$$\sigma = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}} = \sqrt{\frac{(21)^2 - 1}{12}} = \sqrt{\frac{441 - 1}{12}} = \sqrt{\frac{440}{12}} = \sqrt{36.66} \\ = 6.05$$

6. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் 4.5 ஆகும். அதில் இருக்கும் தரவுப் புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 5-ஐ கழிக்க கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் $\sigma = 4.5$

தரவுப்புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 5 ஐ கழிக்க, கிடைக்கும் புதிய திட்ட விலக்கம் மாறாது.

எனவே புதிய தரவின் திட்டவிலக்கம் = 4.5.

7. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் 3.6 ஆகும். அதன் ஒவ்வொரு புள்ளியையும் 3 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் $\sigma = 3.6$

தரவுப்புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 3 ஆல் வகுக்கும்போது

$$\text{கிடைப்பது} = \frac{3.6}{3} = 1.2$$

அதாவது புதிய திட்ட விலக்கம் = 1.2

$$\text{புதிய விலக்க வர்க்கச் சராசரி} = \sigma^2 = (1.2)^2 = 1.44$$

8. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் சராசரி ஆகியன முறையே 6.5 மற்றும் 12.5 எனில் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:

மாறுபாட்டக் கெழு C.V. = $\frac{\sigma}{x} \times 100$

தரவின் திட்ட விலக்கம் $\sigma = 6.5$

சராசரி $x = 12.5$

$$CV = \frac{\sigma}{x} \times 100 = \frac{6.5}{12.5} \times 100 = \frac{6500}{125} = 52 \%$$

9. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு ஆகியன முறையே 1.2 மற்றும் 25.6 எனில் அதன் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\sigma = 1.2, CV = 25.6, = ?$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 \Rightarrow \bar{x} = \frac{\sigma}{CV} \times 100 = \frac{1.2}{25.6} \times 100 = \frac{1200}{256}$$

$$\bar{x} = 4.7$$

10. ஒரு தரவின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு முறையே 15 மற்றும் 48 எனில் அதன் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{தரவின் சராசரி } \bar{x} = 15,$$

$$\text{மாறுபட்டக் கெழு C.V.} = 48,$$

$$\text{திட்ட விலக்கம் } CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$\sigma = \frac{CV \times \bar{x}}{100} = \frac{48 \times 15}{100} = \frac{720}{100} = 7.2$$

11. $n = 5$, $\bar{x} = 6$, $\sum x^2 = 765$ எனில், மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:

$$n = 5, \bar{x} = 6, \sum x^2 = 765$$

$$\begin{aligned} \text{திட்ட விலக்கம் } \sigma &= \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{765}{5} - (6)^2} = \sqrt{153 - 36} \\ &= \sqrt{117} \\ &= 10.8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{மாறுபட்டக் கெழு CV} &= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 \% \\ &= \frac{10.8}{6} \times 100 = \frac{1080}{6} = 180 \% \end{aligned}$$

12. தரவின் சராசரியானது 25.6 மற்றும் அதன் மாறுபாட்டுக் கெழுவானது 18.75 எனில், அதன் திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

மாறுபட்டக் கெழு

$$= \frac{\sigma}{x} \times 100$$

$$18.75 = \frac{\sigma}{25.6} \times 100$$

$$\sigma = \frac{18.75 \times 25.6}{100} = 4.8$$

13. ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் A, B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள், மேலும் $P(A \text{ இல்லை}) = 0.45$, $P(A \cup B) = 0.65$ எனில் $P(B)$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:

A, B என்பன ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சி என்பதால் $P(A \cup B) = 0$ ஆகும்.

மேலும் $P(A \text{ இல்லை}) = 0.45$

$$P(A \cup B) = 0.65$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$0.65 = 0.55 + P(B)$$

$$P(B) = 0.10$$

14. A மற்றும் B ஆகிய இரு விண்ணப்பதாரர்கள் IIT-யில் சேர்வதற்காகக் காத்திருப்பவர்கள். இவர்களில் A தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.5, A மற்றும் B இருவரும் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.3 எனில், B தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான அதிகபட்ச நிகழ்தகவு 0.8 என நிரூபிக்க.

தீர்வு:

$$P(A) = 0.5$$

$$P(A \cap B) = 0.3$$

$$P(A \cup B) \leq 1 \text{ என அறிவோம்.}$$

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$0.5 + P(B) - 0.3 \leq 1$$

$$P(B) \leq 1 - 0.2$$

$$P(B) \leq 0.8$$

எனவே, B தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கான அதிகபட்ச நிகழ்தகவு 0.8 ஆகும்.

15. இரண்டு நாணயங்கள் ஒன்றாகச் சுண்டப்படுகின்றன. இரண்டு நாணயங்களிலும் வெவ்வேறு முகங்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

இரண்டு நாணயங்கள் சுண்டப்படும்பொழுது அதன் கூறுவெளியானது

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}; \quad n(S) = 4$$

A ஆனது நாணயங்களில் வெவ்வேறு முகங்கள் கொண்ட நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{HT, TH\}; \quad n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

16. ஒரு நெட்டாண்டில் (leap year) 53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? (குறிப்பு: $366 = 52 \times 7 + 2$)

தீர்வு:

$S = \{(\text{ஞாயிறு} - \text{திங்கள்}, \text{திங்கள்} - \text{செவ்வாய்}, \text{செவ்வாய்} - \text{புதன்}, \text{புதன்} - \text{வியாழன்}, \text{வியாழன்} - \text{வெள்ளி}, \text{வெள்ளி} - \text{சனி}, \text{சனி} - \text{ஞாயிறு})\}$

$$n(S) = 7$$

A என்பது 53-வது சனிக்கிழமை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

எனவே $A = \{\text{வெள்ளி} - \text{சனி}, \text{சனி} - \text{ஞாயிறு}\}$ $n(A) = 2$

53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{7}$$

17. ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலைக் கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

கூறுவெளி $S = \{1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T\}$

$$n(S) = 12$$

A ஆனது ஒற்றைப்படை எண் மற்றும் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{1H, 3H, 5H\}; \quad n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

18. ஒரு பையில் 5 நீல நிறப்பந்துகளும், 4 பச்சை நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. பையிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. எடுக்கப்படும் பந்தானது (i) நீலமாக (ii) நீலமாக இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

மொத்த வாய்ப்புகளின் எண்ணிக்கை $n(S) = 5 + 4 = 9$

- (i) A என்பது நீல நிறப்பந்தை பெறுவதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

A நிகழ்வதற்கான வாய்ப்புகளின் எண்ணிக்கை, $n(A) = 5$
நீலநிறப்பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{9}$$

- (ii) \bar{A} ஆனது நீல நிறப்பந்து கிடைக்காமல் இருக்கும் நிகழ்ச்சி. எனவே,

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

19. $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{2}{5}$ மற்றும் $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ எனில் $P(A \cap B)$ காண்க.

தீர்வு:

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A \cup B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{(10+6-5)}{15}$$

$$P(A \cap B) = \frac{11}{15}$$

20. நன்கு கலைத்து அடுக்கிய 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது சிவப்பு இராசாவாக அல்லது கருப்பு இராணியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$$n(S) = 52$$

A = சிவப்பு இராசா கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(A) = 2 \quad P(A) = \frac{2}{52}$$

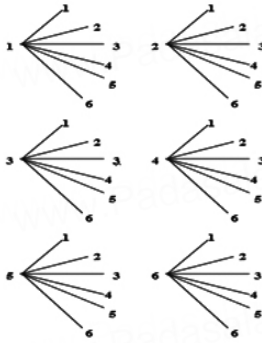
B = கருப்பு இராணி கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(B) = 2 \quad P(B) = \frac{2}{52}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{52} + \frac{2}{52} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

21. ஒரு பையிலுள்ள 1 முதல் 6 வரை எண்கள் குறிக்கப்பட்ட 6 பந்துகளிலிருந்து, ஒரே நேரத்தில் இரண்டு பந்துகள் எடுப்பதற்கான கூறுவெளியை மர வரைபடம் மூலமாக குறிப்பிடுக.

தீர்வு:



தீர்வு:

கூறுவெளி "S" =

{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

2 மதிப்பெண்கள்

1. ஐந்து நாணயங்களை ஒரே நேரத்தில் சுண்டும்பொழுது, அனைத்திலும் தலை விழ நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு:

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

A: அனைத்து நாணயங்களிலும் தலை கிடைத்தல்
= {(H, H, H, H, H)}

$$n(A) = 1$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{32}$$

2. "ASSASSINATION" என்ற சொல்லில் இருந்து ஒரு எழுத்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. தேர்ந்தெடுக்கப்படும் எழுத்து

i) ஒரு ஆங்கில உயிர் எழுத்தாக

ii) ஒரு ஆங்கில மெய் எழுத்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

தீர்வு:

கூறுவெளி "S" = {A, S, S, A, S, S, I, N, A, T, I, O, N}

$$n(S) = 13$$

i) A: ஆங்கில உயிர்எழுத்து கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி

$$n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{13}$$

ii) B: ஆங்கில மெய் எழுத்து கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி

$$n(B) = 7$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{13}$$

3. "6" மாறிகளைக் கொண்ட ஒரு விவரத்தில், சராசரியில் இருந்து பெறப்பட்ட விலக்கங்களின் கூடுதல் 54 எனில், விலக்கவாக்க சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\Sigma d^2 = 54 \text{ மற்றும் } n = 6 \text{ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)}$$

$$\begin{aligned} \text{விலக்கவாக்க சராசரி } \sigma^2 &= \frac{\Sigma d^2}{n} = \frac{54}{6} \\ &= 9 \end{aligned}$$

பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. கீழ்க்காணும் தரவுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழுவைக் காண்க. 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68
2. ஒரு தரவின் வீச்சு மற்றும் மிகச்சிறிய மதிப்பு ஆகியன முறையே 36.8 மற்றும் 13.4 எனில், மிகப்பெரிய மதிப்பைக் காண்க.
3. ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?
4. கொடுக்கப்பட்ட தரவின் வீச்சைக் காண்க.

வருமானம்	400-450	450-500	500-550	550-600	600-650
ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	8	12	30	21	6

5. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கும்போது ஓர் இராசா அல்லது ஓர் இராணி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

6. $P(A) = 0.37$, $P(B) = 0.42$, $P(A \cap B) = 0.09$, எனில், $P(A \cup B)$ ஐக் காண்க.
7. A மற்றும் B ஆகியவை இரு நிகழ்ச்சிகள். மேலும் $P(A) = 0.42$, $P(B) = 0.48$ மற்றும் $P(A \cap B) = 0.16$. எனில் (i) $P(A \text{ இல்லை})$ (ii) $P(B \text{ இல்லை})$ (iii) $P(A \text{ அல்லது } B)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
8. ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகளும் ஒரு சில குறைபாடுடைய விளக்குகளும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு விளக்கானது குறைபாடுடையதாக இருப்பதற்கான வாய்ப்பு $3/8$ எனில், குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

சிந்தனை வினாக்கள்

2 மதிப்பெண்கள்

1. 1 முதல் 100 வரை எண்ணிடப்பட்டுள்ள அட்டைகள் ஒரு பையில் உள்ளது. அவற்றுள் ஒன்றை தேர்ந்தெடுக்கும் போது, அது 30 க்கும் குறைவான பகா எண்ணாக இருக்க நிகழ்தகவு யாது?
2. 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு தேர்ந்தெடுக்க பொழுது, அது சிவப்பு சீட்டும் அல்லாமல், ராஜா சீட்டும் அல்லாமல் இருக்க நிகழ்தகவு யாது?
3. மூன்று நாணயங்கள் ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன. (i) குறைந்தபட்சம் 2 பூக்கள் (ii) சரியாக 2 பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
4. $27+x$, $31+x$, $89+x$, $107+x$, $156+x$ என்ற எண்களின் கூட்டுச்சராசரி 82 எனில் $130+x$, $126+x$, $68+x$, $50+x$, $1+x$ ஆகிய எண்களின் கூட்டுச் சராசரி காண்க.

5 மதிப்பெண் வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. முதல் n இயல் எண்களின் சராசரி மற்றும் விலக்க வாக்கச் சராசரிகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{சராசரி } x &= \frac{\text{தரவுப் புள்ளிகளின் கூடுதல் மதிப்பு}}{\text{தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}} \\ &= \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1+2+3+\dots+n}{n} = \frac{n(n+1)}{2} \end{aligned}$$

$$\text{சராசரி } \bar{x} = \frac{n+1}{2}$$

விலக்க வர்க்கச் சராசரி

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2 \left[\begin{array}{l} \sum x_i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \\ (\sum x_i)^2 = (1+2+3+\dots+n)^2 \end{array} \right] \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6 \times n} - \left[\frac{n(n+1)}{2 \times n} \right]^2 \\ &= \frac{(n+1)(2n+1)}{2 \times 3} - \left[\frac{(n+1)}{2} \right]^2 \\ &= \frac{n+1}{2} \left[\frac{2n+1}{3} - \frac{(n+1)}{2} \right] = \frac{n+1}{2} \left[\frac{4n+2-3n-3}{6} \right] \\ &= \frac{n+1}{2} \left[\frac{n-1}{6} \right] \\ \sigma^2 &= \frac{n^2-1}{12}\end{aligned}$$

$$\text{விலக்க வர்க்கச் சராசரி } \sigma^2 = \frac{n+1}{2} \left[\frac{n-1}{6} \right] = \frac{n^2-1}{12}$$

2. இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கிடைக்கப்பெறும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் (i) 4-க்குச் சமமாக (ii) 10-ஐ விடப் பெரிதாக (iii) 13-ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

தீர்வு:

இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படும்பொழுது,
கூறுவெளியானது

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6) \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6) \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\} \text{ என இருக்கும்.}$$

$$\text{எனவே } n(S) = 36$$

- (i) A ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4-ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{(1,3), (2,2), (3,1)\}; n(A) = 3 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(ii) B ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 10-ஐ விட பெரிய எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$B = \{(5,6), (6,5), (6,6)\}; n(B) = 3 \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

(iii) C ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 13-ஐ விட குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க. எனவே, $C = S$.

$$\text{ஆகவே } n(C) = n(S) = 36 \quad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{36}{36} = 1$$

3. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட சீட்டுக்கட்டிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i) சிவப்பு நிறச் சீட்டு (ii) ஹார்ட் சீட்டு (iii) சிவப்பு நிற இராசா (iv) முக சீட்டு (v) எண் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் கண்டறிக.

தீர்வு:

$$n(S) = 52$$

(i) A என்பது சிவப்புச் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(A) = 26$$

சிவப்பு சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

(ii) B என்பது ஹார்ட் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(B) = 13$$

ஹார்ட் சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

(iii) C என்பது சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. $n(C) = 2$

எனவே, சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

(iv) D என்பது முகச்சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. முகச்சீட்டுகளாவன மந்திரி (J), அரசி (Q), மற்றும் இராசா

$$(K). n(D) = 4 \times 3 = 12$$

முகச்சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

- (v) E என்பது எண் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. எண் சீட்டுகளாவன 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 மற்றும் 10. $n(E) = 4 \times 9 = 36$ எண் சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{36}{52} = \frac{9}{13}$$

4. ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி A என்க. இங்கு $P(A) : P(\bar{A}) = 17 : 15$ மற்றும் $n(S) = 640$ எனில் (i) $P(\bar{A})$ (ii) $n(A)$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$\frac{P(A)}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15} \Rightarrow \frac{1 - P(\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15}$$

$$15 [1 - P(\bar{A})] = 17 P(\bar{A}) \Rightarrow 15 - 15 P(\bar{A}) = 17 P(\bar{A})$$

$$15 = 15 P(\bar{A}) + 17 P(\bar{A}) \Rightarrow 32 P(\bar{A}) = 15$$

$$P(\bar{A}) = \frac{15}{32} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$= 1 - \frac{15}{32} = \frac{32 - 15}{32} = \frac{17}{32}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} ; \frac{17}{32} = \frac{n(A)}{640} \Rightarrow n(A) = \frac{17 \times 640}{32} \quad n(A) = 340$$

5. இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன.

- (i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க
(ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க
(iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க
(iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1-ஆக இருக்க, ஆகிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$n(S) = 36$$

- (i) A = இரண்டு பகடையிலும் ஒரே முகம் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

$$n(A) = 6 ; P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

- (ii) B = முகமதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$B = \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,1), (3,1), (5,1)\}$$

$$n(B) = 6 ; P(B) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

- (iii) C = முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க

$$C = \{(1,1) (1,2), (1,4), (1,6), (2,1) (2,3), (2,5), (3,2) (3,4), (4,1), (4,3), (5,2) (5,6), (6,1), (6,5)\}$$

$$n(C) = 15 ; P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

- D = முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1-ஆக இருக்க நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(D) = 0 ; P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = 0$$

6. மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன. (i) அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க (ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க (iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க (iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\} \quad n(S) = 8$$

- (i) A = அனைத்தும் தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{HHH\} \quad n(A) = 1 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

- (ii) B = குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$B = \{HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$$

$$n(B) = 7 \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

- (iii) C = அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$C = \{TTT, TTH, THT, HTT\}$$

$$n(C) = 4 \qquad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

- (iv) D = அதிகப்பட்சம் இரு பூக்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.
 $D = \{TTH, THT, HTT, HHT, HTH, THH, HHH\}$

$$n(D) = 7 \qquad P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

7. ஒரு பையில் 5 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும், 6 வெள்ளை நிறப்பந்துகளும், 7 பச்சை நிறப்பந்துகளும், 8 கருப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் பையிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பந்து (i) வெள்ளை (ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு (iii) வெள்ளையாக இல்லாமல் (iv) வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$S = \{5 \text{ சி, } 6 \text{ வெ, } 7 \text{ ப, } 8 \text{ க}\} \quad n(S) = 26$$

- i) A – என்பது வெள்ளை நிற பந்து என்க.

$$n(A) = 6; \qquad P(A) = \frac{6}{26} = \frac{3}{13}$$

- ii) B – என்பது கருப்பு (அ) சிகப்பு நிற பந்து என்க.

$$n(B) = 5 + 8 = 13; \qquad P(B) = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$$

- iii) C – என்பது வெள்ளை நிற பந்து இல்லை என்க.

$$n(C) = 20; \qquad P(C) = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$$

- iv) D – என்பது வெள்ளை அல்லது கருப்பு நிற பந்து என்க.

$$n(D) = 12 \qquad ; \qquad P(D) = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

8. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டில், டைமண்ட் சீட்டுகளிலிருந்து இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகளும், ஹார்ட் சீட்டுகளிலிருந்து, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகளும், ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து, மந்திரி மற்றும் இராசா சீட்டுகளும் நீக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து, ஒரு சீட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகிறது. அந்த சீட்டானது

(i) க்ளாவர் ஆக (ii) சிவப்பு இராணியாக (iii) கருப்பு இராசாவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$n(S) = 46$$

A = கிளாவர் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(A) = 13 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{46}$$

B = சிவப்பு இராணி கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(B) = 0 \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{0}{46} = 0$$

C = கருப்பு இராசா கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(C) = 1 \quad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{46}$$

9. இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. இரண்டு முக மதிப்புகளும் சமமாக இருக்க அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$$n(S) = 36$$

A-ஆனது இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்புகள் மற்றும் B-ஆனது இரண்டு பகடைகளின் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4-ஆக கிடைக்கப்பெறும் நிகழ்ச்சிகள் என்க.

எனவே,

$$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\} \quad n(A) = 6 \quad P(A) = \frac{6}{36}$$

$$B = \{(1,3), (2,2), (3,1)\} \quad n(B) = 3 \quad P(B) = \frac{3}{36}$$

$$\text{ஆகவே, } A \cap B = \{(2,2)\}, \quad n(A \cap B) = 1$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ = \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

எனவே, தேவையான நிகழ்தகவு $\frac{2}{9}$ ஆகும்.

10. 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகின்றது. எடுத்த சீட்டு இராசா அல்லது ஹார்ட்

அல்லது சிவப்பு நிறச் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை = 52 ; $n(S) = 52$.

A ஆனது இராசா சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(A) = 4 ; P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52}$$

B ஆனது இராசா சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(B) = 13 ; P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52}$$

C ஆனது சிவப்பு சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(C) = 26 ; P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{26}{52}$$

$$P(A \cap B) = P(\text{ஹார்ட் மற்றும் இராசா சீட்டு கிடைக்க}) = \frac{1}{52}$$

$$P(B \cap C) = P(\text{சிவப்பு நிற ஹார்ட் சீட்டு கிடைக்க}) = \frac{13}{52}$$

$$P(A \cap C) = P(\text{சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைக்க}) = \frac{2}{52}$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(\text{ஹார்ட், இராசா சீட்டு சிவப்பு நிறத்தில் கிடைக்க}) = \frac{1}{52}$$

எனவே, தேவையான நிகழ்தகவானது

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - \\ &\quad P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C) \\ &= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} + \frac{26}{52} - \frac{1}{52} - \frac{13}{52} - \frac{2}{52} + \frac{1}{52} \\ &= \frac{28}{52} = \frac{7}{13} \end{aligned}$$

11. இரண்டு பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டப்படுகின்றன. முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப் படை எண் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)$$

(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)

(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)

(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)

(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)

(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

 $n(S) = 36$

$A =$ முதல் பகடையில் முகமதிப்பு இரட்டைப்படை எண்கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

 $A = \{(2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)$ $(4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6)$ $(6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)\}$

$$n(A) = 18; \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36}$$

$B =$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

 $B = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$

$$n(B) = 5; \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{18}{36} + \frac{5}{36} - \frac{3}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

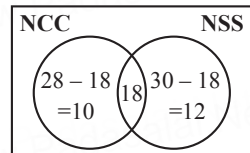
12. 50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், 28 பேர் NCC-யிலும், 30 பேர் NSS-லும் மற்றும் 18 பேர் NCC மற்றும் NSS-லும் சேர்கிறார்கள். ஒரு மாணவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர் (i) NCC-யில் இருந்து, ஆனால் NSS-ல் இல்லாமல் (ii) NSS-ல் இருந்து, ஆனால் NCC-யில் இல்லாமல் (iii) ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $n(S) = 50$

- (i) A : NCC யில் சேர்ந்து NSS-யில் சேராமல் உள்ள மாணவர்கள்

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$



- (ii) B : NSS-ல் இருந்து NCC-யில்
சேராமல் உள்ள மாணவர்கள்

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$$

- (iii) C : ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருக்கும் மாணவர்கள்

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{(10+12)}{50} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$$

13. சீரான மூன்று நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. அதிகபட்சம் 2 பூக்கள் அல்லது குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$$n(S) = 8$$

A = அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT\}$$

$$n(A) = 7$$

$$P(A) = \frac{7}{8}$$

B = குறைந்தபட்சம் இரண்டு தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$B = \{HHT, HTH, THH, HHH\}$$

$$n(B) = 4$$

$$P(B) = \frac{4}{8}$$

$$P(A \cap B) = \frac{4}{8}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{8} + \frac{4}{8} - \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$$

14. ஒரு பையில் 6 பச்சை நிறப்பந்துகளும், சில கருப்பு மற்றும் சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை, சிவப்பு பந்துகளைப் போல் இருமடங்காகும். பச்சை பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு சிவப்பு பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் போல் மூன்று மடங்காகும். இவ்வாறெனில், (i) கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை (ii) மொத்த பந்துகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

பச்சை பந்துகளின் எண்ணிக்கை $n(G) = 6$

சிவப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை $n(R) = x$

எனவே, கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை $n(B) = 2x$

மொத்த பந்துகளின் எண்ணிக்கை $n(S) = 6 + x + 2x = 6 + 3x$

கொடுக்கப்பட்டது, $P(G) = 3 \times P(R)$

$$\frac{6}{6+3x} = 3 \times \frac{x}{6+3x}$$

$$3x = 6 \text{ லிருந்து, } x = 2$$

(i) கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 2 \times 2 = 4$

(ii) மொத்த பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 6 + (3 \times 2) = 12$

15. ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. சரியாக இரண்டு தலைகள் அல்லது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ அல்லது அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$$

$$n(S) = 8$$

A = சரியாக 2 தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க

$$A = \{HHT, HTH, THH\}$$

$$n(A) = 3 \quad P(A) = \frac{3}{8}$$

B = குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$B = \{HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$$

$$n(B) = 7 \quad P(B) = \frac{7}{8}$$

C = அடுத்தடுத்து 2 தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$C = \{HHH, HHT, THH\}$$

$$n(C) = 3 \quad P(C) = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{8};$$

$$P(B \cap C) = \frac{2}{8}$$

$$P(A \cap C) = \frac{2}{8};$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{2}{8}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{3}{8} - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} - \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

16. ஒரு சுவர் கடிகாரம் 1 மணிக்கு 1 முறையும், 2 மணிக்கு 2 முறையும், 3 மணிக்கு 3 முறையும் ஒலி எழுப்புகிறது எனில், ஒரு நாளில் அக்கடிகாரம் எவ்வளவு முறை ஒலி எழுப்பும்? மேலும் கடிகாரம் எழுப்பும் ஒலி எண்ணிக்கைகளின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு நாளைக்கு அடிக்கும் மணியின் எண்ணிக்கை

$$= 2(1 + 2 + 3 + \dots + 12)$$

$$= 2 \times \left[\frac{n(n+1)}{2} \right] = 12(12 + 1)$$

= 156 முறை அடிக்கும் கடிகாரம் எழுப்பும் ஒலி எண்ணிக்கையில் திட்ட விலக்கம்

$$\sigma = 2 \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}} = 2 \times \sqrt{\frac{12^2 - 1}{12}}$$

$$= 2 \times \sqrt{\frac{144 - 1}{12}} = 2 \times \sqrt{\frac{143}{12}}$$

$$= 2 \times \sqrt{11.91} = 2 \times 3.45 = 6.9$$

$$\therefore \sigma \approx 6.9$$

17. 9 ஊழியர்களின் ஊதியம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஊதியங்களின் விலக்க வர்க்கச் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் காண்க.

₹310, ₹290, ₹320, ₹280, ₹300, ₹290, ₹320, ₹310, ₹280

தீர்வு:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2700}{9} = 300$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
310	10	100
290	-10	100
320	20	400
280	-20	400
300	0	0
290	-10	100
320	20	400

310	10	100
280	-20	400
$\Sigma x = 2700$	0	2000

$$\text{விலக்க வர்க்க சராசரி} = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{2000}{9} = 222.22$$

$$\text{திட்ட விலக்கம், } \sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{222.22} = 14.91$$

18. ஒரு வாரத்தில் ஐந்து மாவட்டங்களில் வெவ்வேறு இடங்களில் பெய்த மழையின் அளவானது பதிவு செய்யப்பட்டு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. கொடுக்கப்பட்டுள்ள மழையளவின் தரவிற்கு திட்ட விலக்கம் காண்க.

மழையளவு (மி.மீ)	45	50	55	60	65	70
இடங்களின் எண்ணிக்கை	5	13	4	9	5	4

தீர்வு:

ஊகச்சராசரி $A = 35$, $C = 10$

மழையளவு (மி.மீ)	இடங்களின் எண்ணிக்கை	fi xi	$d = \frac{x - A}{C}$	d_i^2	fid _i ²
45	5	225	-11	121	605
50	13	650	-6	36	468
55	4	220	-1	1	4
60	9	540	4	16	144
65	5	325	9	81	405
70	4	280	14	196	784
	$N = 40$	$\Sigma fi xi = 2240$			$\Sigma fid_i^2 = 2410$

$$\text{சராசரி} = \bar{x} = \frac{\sum fi xi}{N} = \frac{2240}{40} = 56$$

$$\text{திட்ட விலக்கம், } \sigma = \sqrt{\frac{\sum fid_i^2}{N}} = \sqrt{\frac{2410}{40}} = \sqrt{60.25} = 7.76$$

19. வைரஸ்காய்ச்சலைப்பற்றிய கருத்து கணிப்பில், பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இத்தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

வயது (வருடங்களில்)	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை	3	5	16	18	12	7	4

தீர்வு:

ஊகச்சராசரி $A = 35$, $C = 10$

வயது (வருடங் களில்)	பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை f_i	மைய மதிப்பு x_i	$d_i =$ $x_i - A$	$d_i =$ $\frac{x_i - A}{c}$	$f_i d_i$	d_i^2	$f_i d_i^2$
0 - 10	3	5	-30	-3	-9	9	27
10 - 20	5	15	-20	-2	-10	4	20
20 - 30	16	25	-10	-1	-16	1	16
30 - 40	18	35	0	0	0	0	0
40 - 50	12	45	10	1	12	1	12
50 - 60	7	55	20	2	14	4	28
60 - 70	4	65	30	3	12	9	36
	$N = 65$				$\Sigma f_i x_i = 3$		$\Sigma f_i d_i^2 = 139$

$$\begin{aligned}
 \text{திட்ட விலக்கம், } \sigma &= C \times \sqrt{\frac{\Sigma f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f_i d_i}{N}\right)^2} \\
 &= 10 \times \sqrt{\frac{139}{65} - \left(\frac{3}{65}\right)^2} \\
 &= 10 \times \sqrt{2.138 - (0.046)^2} \\
 &= 10 \times \sqrt{2.138 - 0.002116} \\
 &= 10 \times \sqrt{2.136} \\
 &= 10 \times 1.46 \\
 &= 14.6
 \end{aligned}$$

20. ஓர் ஆசிரியர் மாணவர்களை, அவர்களின் செய்முறைப் பதிவேட்டின் 60 பக்கங்களை நிறைவு செய்து வருமாறு

கூறினார். எட்டு மாணவர்கள் முறையே 32, 35, 37, 30, 33, 36, 35, 37 பக்கங்கள் மட்டுமே நிறைவு செய்திருந்தனர். மாணவர்கள் நிறைவு செய்யாத பக்கங்களின் திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

நிறைவு செய்யாத பக்கங்கள்

$$60 - 32, 60 - 35, 60 - 37, 60 - 30, 60 - 33, 60 - 36, 60 - 35, 60 - 37 \\ = 28, 25, 23, 30, 27, 24, 25, 23$$

நிறைவு செய்யாத பக்கங்களின் திட்ட விலக்கம் (ஊகச் சராசரி முறை) $A = 25$

x	$d = x - A$	d^2
23	-2	4
23	-2	4
24	1	1
25	0	0
25	0	0
27	2	4
28	3	9
30	5	25
	$\Sigma d = 5$	$\Sigma d^2 = 47$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{47}{8} - \left(\frac{5}{8}\right)^2} = \sqrt{\frac{47}{8} - \frac{25}{64}} \\ = \sqrt{\frac{376 - 25}{64}} = \sqrt{\frac{351}{64}} = \frac{18.73}{8}$$

$$\therefore \sigma \approx 2.34$$

21. 24, 26, 33, 37, 29, 31 ஆகியவற்றின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
24	-6	36
26	-4	16
33	3	9
37	7	49
29	-1	1

31	1	1
180	$\Sigma d = 0$	112

$$\text{சராசரி} = \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{180}{6} = 30$$

$$\text{திட்ட விலக்கம், } \sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{\frac{112}{6}} = \sqrt{18.66} = 4.32$$

$$\begin{aligned} \text{மாறுபட்டுக்கெழு} &= \frac{\sigma}{x} \times 100\% = \frac{4.32}{30} \times 100\% \\ &= 14.4\% \end{aligned}$$

22. வகுப்புத் தேர்வில் மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவர்களின் மதிப்பெண்ணிற்குத் திட்ட விலக்கம்

x	4	6	8	10	12
f	7	3	5	9	5

தீர்வு:

x_i	f_i	$d_i = x_i - A$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
4	7	-4	-28	112
6	3	-2	-6	12
8	5	0	0	0
10	9	2	18	36
12	5	4	20	80
	$N = 29$		$\Sigma f_i d_i = 4$	$\Sigma f_i d_i^2 = 240$

ஊகச்சராசரி $A = 8$

$$\begin{aligned} \text{திட்ட விலக்கம், } \sigma &= \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{n} \right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{240}{29} - \left(\frac{4}{29} \right)^2} = \sqrt{\frac{240 \times 29 - 16}{29 \times 29}} \\ \sigma &= \sqrt{\frac{6944}{29 \times 29}} \\ \sigma &\approx 2.87 \end{aligned}$$

23. 50 மாணவர்கள் 100 மீட்டர் தூரத்தை கடக்க எடுத்துக் கொண்ட கால அளவுகள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

அவற்றின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

எடுத்துக் கொண்ட நேரம் (வினாடியில்)	8.5-9.5	9.5-10.5	10.5-11.5	11.5-12.5	12.5-13.5
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	6	8	17	10	9

தீர்வு:

C.I	மைய மதிப்பு (x)	f	d=x-11	d ²	f.d	f.d ²
8.5-9.5	9	6	-2	4	-12	24
9.5-10.5	10	8	-1	1	-8	8
10.5-11.5	11	17	0	0	0	0
11.5-12.5	12	10	1	1	10	10
12.5-13.5	13	9	2	4	18	36
		Σf=50			Σfd=8	Σfd ² =78

$$\begin{aligned}
 \text{திட்ட விலக்கம், } \sigma &= \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n} - \left(\frac{\sum fd}{n}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{78}{50} - \left(\frac{8}{50}\right)^2} = \sqrt{\frac{78}{50} - \frac{64}{50^2}} = \sqrt{\frac{3900 - 64}{50^2}} \\
 &= \sqrt{\frac{3836}{50^2}} = \frac{61.935}{50} \\
 &= 1.238
 \end{aligned}$$

$$\text{திட்ட விலக்கம், } \sigma = 1.24$$

24. பின்வரும் அட்டவணையில் ஒரு பள்ளியின் பத்தாம் வகுப்பு மாணவர்களின் உயரம் மற்றும் எடைகளின் சராசரி மற்றும் விலக்க வர்க்க சராசரி ஆகிய மதிப்புகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றில் எது அதிக நிலைப்புத் தன்மை உடையது?

	உயரம்	எடை
சராசரி	155 செ.மீ	46.50 கி.கி
விலக்க வர்க்கச் சராசரி	72.25 செ.மீ ²	28.09 கி.கி ²

தீர்வு:

இரண்டு தரவுகளை ஒப்பிட, முதலில் இரண்டிற்கும் மாறுபாட்டு கெழு காண வேண்டும்.

சராசரி $\bar{x}_1 = 155$ செ.மீ, விலக்க வர்க்கச் சராசரி

$$\sigma_1^2 = 72.25 \text{ செ.மீ}^2$$

எனவே திட்ட விலக்கம் $\sigma_1 = 8.5$

$$\text{மாறுபாட்டு கெழு, } C.V_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} \times 100\%$$

$$C.V_1 = \frac{8.5}{155} \times 100\%$$

$$= 5.48\% (\text{உயரங்களுக்கானது})$$

சராசரி $\bar{x}_2 = 46.50$ கி.கி, விலக்க வர்க்கச் சராசரி

$$\sigma_2^2 = 28.09 \text{ கி.கி}^2$$

எனவே திட்ட விலக்கம், $\sigma_2 = 5.3$ கி.கி

$$\text{மாறுபாட்டுக் கெழு, } C.V_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} \times 100\%$$

$$C.V_2 = \frac{5.3}{46.50} \times 100\%$$

$$= 11.40\% (\text{எடைகளுக்கானது})$$

$$C.V_1 = 5.48\% \text{ மற்றும் } C.V_2 = 11.40\%$$

$C.V_2 > C.V_1$ என்பதால், மாணவர்களின் எடையானது, உயரத்தை விட அதிக மாறுபாட்டுடன் உள்ளது.

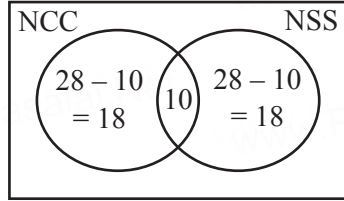
சிந்தனை வினாக்கள் தீர்வுகளுடன்

5 மதிப்பெண்கள்

1. 50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், 28 பேர் NCC-யிலும், 28 பேர் NSS -லும் சேர்கிறார்கள். 10 பேர் இரண்டிலும் சேர்கிறார்கள். ஒரு மாணவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர்
- (i) NCC-யில் இருந்து, NSS-ல் இல்லாமல்
 - (ii) NSS-யில் இருந்து, ஆனால் NCC-ல் இல்லாமல்
 - (iii) ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $n(S) = 50$



- (i) A: NCC ல் சேர்ந்து NSS-ல் சேராமல் உள்ள மாணவர்கள்

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{50} = \frac{9}{25}$$

- (ii) B: NSSல் இருந்து NCC-ல் இல்லாமல் உள்ள மாணவர்கள்

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{18}{50} = \frac{9}{25}$$

- (iii) C: ஒன்றே ஒன்றில் மட்டுமே சேர்ந்து உள்ள மாணவர்கள்

$$\therefore P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{18}{50} + \frac{18}{50} = \frac{36}{50} = \frac{18}{25}$$

2. 18, 20, 15, 12, 25 ஆகியவற்றின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
18	0	0
20	2	4

15	-3	9
12	-6	36
25	7	49
$\Sigma x = 90$	0	$\Sigma d^2 = 98$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{90}{5} = 18$$

$$\text{திட்ட விலக்கம், } \sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{\frac{98}{5}} = \sqrt{19.6} = 4.42$$

$$\text{மாறுபாட்டு கெழு, } = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{4.42}{18} \times 100 = 24.5 \%$$

- 3 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப் படுகின்றது. அந்த சீட்டு இராணியாக அல்லது டைமண்ட் அல்லது கருப்பு நிறச் சீட்டாக இருக்க நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$$n(S) = 52$$

நிகழ்ச்சி A : இராணி சீட்டு எடுத்தல்

$$n(A) = 4$$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52}$$

நிகழ்ச்சி B : டைமண்ட் சீட்டு எடுத்தல்

$$n(B) = 13$$

$$\therefore P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52}$$

நிகழ்ச்சி C : கருப்பு நிற சீட்டாக இருத்தல்

$$n(C) = 26$$

$$\therefore P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{26}{52}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{52}, \quad P(B \cap C) = 0$$

$$P(A \cap C) = \frac{2}{52}, \quad P(A \cap B \cap C) = 0$$

$$\therefore P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} + \frac{26}{52} - \frac{1}{52} - 0 - \frac{2}{52} + 0 \\
&= \frac{4+13+26-1-2}{52} = \frac{43-3}{52} \\
&= \frac{40}{52} = \frac{10}{13}
\end{aligned}$$

4. ஒரு ஜோடி பகடைகள் ஒருமுறை உருட்டப்படுகின்றன. முக எண்கள் சமமாகவும் அல்லாமல், முக எண்களின் கூடுதல் 7ம் அல்லாமல் கிடைக்க நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு:

கூறுவெளி "S" = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)
 (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)
 (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)
 (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)
 (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)
 (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

$$n(S) = 36$$

A: இருபகடைகளிலும் ஒரே எண் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

$$n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

B: முக எண்களின் கூடுதல் 7 என கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி

$$B = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$$

$$n(B) = 6$$

$$\therefore P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

"A" யும் "B" யும் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்பதால்

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{தேவையான நிகழ்தகவு} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

5. ஒரு ஜாடியில் பச்சை, வெள்ளை மற்றும் மஞ்சள் நிறத்தினால் ஆன பளிங்கு கற்கள் உள்ளன. அவற்றினுள் ஒன்றை தேர்வு செய்யும் போது, அது பச்சை நிறமாக இருக்க நிகழ்தகவு $\frac{1}{4}$ எனவும், $\frac{1}{3}$ எனவும் கொள்க. ஜாடியில் 10 மஞ்சள் நிற பளிங்கு கற்கள் உள்ளது எனில் ஜாடியில் உள்ள மொத்த பளிங்கு கற்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.

தீர்வு:

ஜாடியில் உள்ள மொத்த பளிங்கு

கற்களின் எண்ணிக்கை = x (say)

A: பச்சை நிற பளிங்கு கல்லை தேர்வு செய்தல்

B: வெள்ளை நிற பளிங்கு கல்லை தேர்வு செய்தல்

C: மஞ்சள் நிற பளிங்கு கல்லை தேர்வு செய்தல்

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{3}, P(C) = \frac{10}{x}$$

நிகழ்தகவின் மொத்த மதிப்பு = 1

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{10}{x} = 1$$

$$\frac{3x + 4x + 120}{12x} = 1$$

$$7x + 120 = 12x$$

$$120 = 12x - 7x$$

$$5x = 120$$

$$x = \frac{120}{5}$$

$$x = 24$$

∴ ஜாடியில் உள்ள மொத்த பளிங்கு

கற்களின் எண்ணிக்கை = 24

6. ஒரு புள்ளி விவரத்தின் வீச்சு மற்றும் வீச்சுக்கெழு முறையே 20 மற்றும் 0.2 எனில் அப்புள்ளி விவரத்தின் மீச்சிறு, மீப்பெரு மதிப்புகளை காண்க.

தீர்வு:

$$\text{வீச்சு} = L - S = 20$$

$$\text{வீச்சுக்கெழு} = \frac{L - S}{L + S} = 0.2$$

$$\frac{20}{L + S} = 0.2$$

$$0.2(L + S) = 20$$

$$\begin{aligned}
 L+S &= \frac{20}{0.2} \\
 &= \frac{20}{0.2} \times \frac{10}{10} \\
 &= \frac{200}{2}
 \end{aligned}$$

$$L+S = 100$$

கல்லை தோவு செய்தல்

$$L + S = 100$$

$$L - S = 20$$

$$2L = 120$$

$$L = \frac{120}{2}$$

$$L = 60$$

$$L+S = 100$$

$$60+S = 100$$

$$S = 100 - 60$$

$$S = 40$$

∴ மீப்பெரு மதிப்பு = 60

மீச்சிறு மதிப்பு = 40

7. 10 வரை உள்ள பகு எண்களின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு:

10 வரை உள்ள பகு எண்களாவன 4, 6, 8, 9, 10

x	x^2
4	16
6	36
8	64
9	81
10	100
$\Sigma x=37$	$\Sigma x^2=297$

$$\begin{aligned}
 \text{திட்ட விலக்கம் } \sigma &= \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left[\frac{\Sigma x}{n}\right]^2} \\
 &= \sqrt{\frac{297}{5} - \left[\frac{37}{5}\right]^2} \\
 &= \sqrt{\frac{297}{5} - \frac{1369}{25}} \\
 &= \sqrt{\frac{1485 - 1369}{25}} = \sqrt{\frac{116}{25}} \\
 &= \sqrt{4.64} = 2.15
 \end{aligned}$$

2	2.15
4	4.64, 00
41	64
	41
425	2300
	2125
	175

8. 16/07/2020 அன்று சில நகரங்களில் “கரோனா” வைரஸினால் பாதிக்கப்பட்டுள்ள மக்களின் எண்ணிக்கையை கீழ்க்காணும்

அட்டவணை காட்டுகிறது.

நகரம்	சென்னை	செங்கல்பட்டு	மதுரை	திருவள்ளூர்	வேலூர்
பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை	113	117	110	125	145

கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தின் மாறுபாட்டுக்கெழு காண்க.

தீர்வு:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{610}{5} = 122$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
113	-9	81
117	-5	25
110	-12	144
125	3	9
145	23	529
	$\Sigma d = 0$	$\Sigma d^2 = 788$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} = \sqrt{\frac{788}{5}} = \sqrt{157.6} = 12.6$$

$$C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{12.6}{122} \times 100 = \frac{1260}{122} = \frac{630}{61}$$

$$= 10.33\%$$

பயிற்சிக்கான வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

1. A, B, C என்பன, ஏதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள், மேலும் B கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A-ன் நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்காகவும், C கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A-ஐ விட மூன்று மடங்காகவும் உள்ளன. மேலும் $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, $P(B \cap C) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap C) = \frac{1}{8}$, $P(A \cup B \cup C) = \frac{9}{10}$, $P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{15}$, எனில், $P(A)$, $P(B)$ மற்றும் $P(C)$ -ஐக் காண்க.

2. அம்புக்குறி சுழற்றும் விளையாட்டில் 1, 2, 3, ..., 12. என்ற எண்கள் சமவாய்ப்பு முறையில் கிடைக்க வாய்ப்புள்ளது. அம்புக்குறியானது (i) 7 (ii) பகா எண் (iii) பகு எண் ஆகியவற்றில் நிற்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் கண்டறிக.



3. ஒரு விளையாட்டிற்கான, நுழைவுக் கட்டணம் ₹150. அந்த விளையாட்டில் ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. தனா, ஒரு நுழைவுச் சீட்டு வாங்கினாள். அவ்விளையாட்டில் ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் விழுந்தால் அவர் செலுத்திய நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பக் கிடைத்துவிடும். மூன்று தலைகள் கிடைத்தால் அவளது நுழைவுக் கட்டணம் இரண்டு மடங்காகக் கிடைக்கும். இல்லையென்றால் அவளுக்கு எந்தக் கட்டணமும் திரும்பக் கிடைக்காது. இவ்வாறெனில், (i) இரண்டு மடங்காக (ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற, (ii) நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு, ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.
4. ஒரு பெட்டியில் 3, 5, 7, 9, ... 35, 37 என்ற எண்கள் குறிக்கப்பட்ட சீட்டுகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் ஒரு சீட்டு ஆனது 7-ன் மடங்காக அல்லது பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
5. ஒருவருக்கு மின்சார ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{5}$ மற்றும் குழாய்கள் பொருத்துவதற்கான ஒப்பந்தம் கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{8}$ ஆகும். மேலும் குறைந்தபட்சம் ஏதாவது ஒரு ஒப்பந்தம் கிடைக்கப்பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{5}{7}$ எனில், இரண்டு ஒப்பந்தங்களும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?
6. 100 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு குழுவில், அவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்களின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கமானது முறையே 60 மற்றும் 15 ஆகும். பின்னர் 45 மற்றும் 72 என்ற இரு மதிப்பெண்களுக்குப் பதிலாக முறையே 40 மற்றும் 27 என்று தவறாகப் பதிவு செய்யப்பட்டது தெரிய வந்தது. அவற்றைச் சரி செய்தால் கிடைக்கப்பெறும் புதிய தரவின்

சராசரியும் திட்ட விலக்கமும் காண்க.

7. ஒரு வாரத்தின் ஒவ்வொரு நாளிலும் விற்கப்பட்ட தொலைக்காட்சிப் பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை பின்வருமாறு 13, 8, 4, 9, 7, 12, 10. இந்தத் தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.
8. ஒரு வகுப்புத் தேர்வில், 10 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் 25, 29, 30, 33, 35, 37, 38, 40, 44, 48 ஆகும். மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.
9. ஒரு குறிப்பிட்ட வாரத்தில் 48 மாணவர்கள் தொலைக்காட்சி பார்ப்பதற்காகச் செலவிட்ட நேரம் கேட்டறியப்பட்டது. அந்தத் தகவலின் அடிப்படையில், கீழ்க்காணும் தரவின் திட்டவிலக்கம் காண்க.

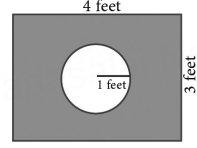
x	6	7	8	9	10	11	12
f	3	6	9	13	8	5	4

10. ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள், குறிப்பிட்ட பாடத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழ்க்கண்டவாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	8	12	17	14	9	7	4

11. 8 மாணவர்கள் ஒரு நாளில் வீட்டுப் பாடத்தை முடிப்பதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவுகள் (நிமிடங்களில்) பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 38, 40, 47, 44, 46, 43, 49, 53. இத்தரவின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.
12. ஒரு பையில் 12 நீல நிறப்பந்துகளும், x சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. (i) அது சிவப்பு நிறப்பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. (ii) 8 புதிய சிவப்பு நிறப்பந்துகள் அப்பையில் வைத்த பின்னர், ஒரு சிவப்பு நிறப்பந்தை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது (i)-ல் பெறப்பட்ட நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்கு எனில், x -ன் மதிப்பினைக் காண்க.

13. மாணவர்கள் விளையாடும் ஒரு விளையாட்டில் அவர்களால் எறியப்படும் கல்லானது வட்டப்பரிதிக்குள் விழுந்தால் அது வெற்றியாகவும், வட்டப் பரிதிக்கு வெளியில் செவ்வகத்திற்குள் விழுந்தால் அதைத் தோல்வியாகவும் கருதப்படுகிறது. விளையாட்டில் வெற்றி கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? ($\pi = 3.14$)



சிந்தனை வினாக்கள்

5 மதிப்பெண்கள்

- ஒரு பெட்டியில் உள்ள 12 பந்துகளில், x பந்துகள் கறுப்பு பந்துகள் ஆகும். பெட்டியில் இருந்து ஒரு பந்து சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கும்பொழுது, அது கறுப்பு பந்தாக இருக்க நிகழ்தகவு யாது. பெட்டியில் மேலும் 6 கறுப்பு பந்துகளை போடும் பொழுது, கறுப்பு பந்து எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது முன்னர் பெற்றதைப் போல் இருமடங்காகிறது எனில் x ன் மதிப்பு காண்க.
- ஒரு ஜாடியில் 24 பளிங்கு கற்கள் உள்ளது. அவற்றில் சில பச்சை வண்ணமுடையன, இதர கற்கள் நீலநிறமுடையவை. ஜாடியில் இருந்து ஒரு கல்லினை எடுக்கும்பொழுது, அது பச்சை நிற கல்லாக இருக்க நிகழ்தகவு $2/3$ எனில், ஜாடியில் உள்ள நீலநிற கற்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

☾ ★ ★ ★ ☽