

அரையாண்டு பொதுத் தேர்வு - 2022

பன்னிரெண்டாம் வகுப்பு பதிவு எண்:

--	--	--	--	--

கணிதவியல்

நேரம்: 3.00

மதிப்பெண்கள்: 90

பகுதி - I

I சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

20 x 1 = 20

1. $\vec{a}, \vec{b}$ என்பன $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}] = \frac{1}{4}$ எனுமாறுள்ள ஓரலகு வெக்டர்கள் எனில் $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ ஆகியவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{\pi}{2}$
2. $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}) = 3$ மற்றும் $\vec{r} \cdot (4\hat{i} + \hat{j} - \mu\hat{k}) = 5$ ஆகிய தளங்கள் இணை எனில் λ மற்றும் μ மதிப்புகள்
a) $\frac{1}{2}, -2$ b) $-\frac{1}{2}, 2$ c) $-\frac{1}{2}, -2$ d) $\frac{1}{2}, 2$
3. $x^2 - 8y - 1$ என்ற பரவளையத்தின் முனை
a) $(-\frac{1}{8}, 0)$ b) $(\frac{1}{8}, 0)$ c) $(-6, \frac{9}{2})$ d) $(\frac{9}{2}, -6)$
4. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப்பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு
a) $2ab$ b) ab c) $\sqrt{ab}$ d) $\frac{a}{b}$
5. $\tan^{-1}(\frac{1}{4}) + \tan^{-1}(\frac{2}{9})$ என்பதின் சமம்
a) $\frac{1}{2} \cos^{-1}(\frac{3}{5})$ b) $\frac{1}{2} \sin^{-1}(\frac{3}{5})$ c) $\frac{1}{2} \tan^{-1}(\frac{3}{5})$ d) $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$
6. $x^3 - kx^2 + 9x$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவைக்கு மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை
a) $|k| \leq 6$ b) $k = 0$ c) $|k| > 6$ d) $|k| \geq 6$
7. ஒரு கலப்பெண்ணின் இணை கலப்பெண் $\frac{1}{i-2}$ எனில் அந்த கலப்பெண்
a) $\frac{1}{i+2}$ b) $\frac{-1}{i+2}$ c) $\frac{-1}{i-2}$ d) $\frac{1}{i-2}$
8. $(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})^{\frac{3}{4}}$ ன் எல்லா நான்கு மதிப்புகளின் பெருக்குத் தொகை
a) -2 b) -1 c) 1 d) 2
9. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ எனில் $|\text{adj}(AB)| =$
a) -40 b) -80 c) -60 d) -20
10. A என்பது பூச்சியமற்ற கோவை அணி எனில், பின்வரும் கூற்றுகளில் எது தவறானது?
a) $(\text{adj} A)^{-1} = \frac{A}{|A|}$ b) I ஆனது செங்குத்து அணி
c) $\text{adj}(\text{adj} A) = |A|^n A$ d) A சமச்சீர் அணி எனில் $\text{adj} A$ ம் சமச்சீர் அணி

(2)

XII கணிதவியல்

11. கழித்தலின் கீழ் பின்வரும் கணம் அடைவு பெறவில்லை.
a) R b) Z c) N d) Q
12. $(p \vee q) \rightarrow p \wedge q$ - ன் எதிர்மறை கூற்று எது?
a) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ b) $\neg(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
c) $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ d) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
13. $n = 25$ மற்றும் $p = 0.8$ என்று உள்ள ஈருறுப்பு பரவல் கொண்ட சமவாய்ப்பு மாறி X எனில், X-ன் திட்டவிலக்கத்தின் மதிப்பு
a) 6 b) 4 c) 3 d) 2
14. $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/3} + x^{1/4} = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே
a) 2,3 b) 3,3 c) 2,6 d) 2,4
15. $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 1$ ன் தொகையீட்டுக் காரணி
a) $\cot x$ b) $\tan x$ c) $\sin x$ d) $\cos x$
16. $\int_0^1 \log\left(\frac{x}{1-x}\right) dx$ ன் மதிப்பு
a) 0 b) 2 c) 4 d) 5
17. $\int_0^\infty e^{-3x} x^2 dx$ ன் மதிப்பு
a) $\frac{7}{27}$ b) $\frac{5}{27}$ c) $\frac{4}{27}$ d) $\frac{2}{27}$
18. $u(x,y) = e^{x^2+y^2}$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ ன் மதிப்பு
a) $e^{x^2+y^2}$ b) $2xu$ c) x^2u d) y^2u
19. t என்ற காலத்தில் கிடைமட்டமாக நகரும் துகளின் நிலை $s(t) = 3t^2 - 2t - 8$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. துகள் ஓய்வு நிலைக்கு வரும் நேரம்
a) $t = 0$ b) $t = \frac{1}{3}$ c) $t = 1$ d) $t = 3$
20. ஆதியில் $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
a) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$ b) $\tan^{-1} \left(\frac{4}{3}\right)$ c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{\pi}{4}$

பகுதி - ஆ

II. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 30 கட்டாய வினா)

7 x 2 = 14

21. $\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$ செங்குத்து அணி என நிறுவுக.

22. $\sin^{-1}(\sin(5\pi/4))$ ன் மதிப்பு காண்க.

23. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ ன் செவ்வக வடிவம் எழுதுக.

24. $9x^9 - 4x^8 + 4x^7 - 3x^6 + 2x^5 + x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டின் அதிகபட்ச சாத்தியமான மிகை எண் மற்றும் குறையெண் மூலங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. (3) XII கணிதவியல்

25. $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ என்பன மூன்று வெக்டர்கள் எனில் $|\bar{a} + \bar{c}, \bar{a} + \bar{b}, \bar{a} + \bar{b} + \bar{c}| = |\bar{a} \ \bar{b} \ \bar{c}|$ என நிறுவுக.

26. $f(x) = \sqrt[3]{x}$ என்க. $x = 27$ ல் நேரியல் தோராய மதிப்பைக் காண்க. நேரியல் தோராய மதிப்பை பயன்படுத்தி $\sqrt[3]{27.2}$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

27. மதிப்பிடுக : $\int_0^{\pi/2} \sin^{10} x \, dx$

28. மெக்லாரின் விரிவு காண்க : e^x

29. மெய்மை அட்டவணை அமைக்க : $\neg(p \wedge \neg q)$

30. $xy = ae^x + be^{-x} + x^2$ என்ற வளைவரைக்கு வகைக்கெழு சமன்பாடு காண்க.

பகுதி - இ

III. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 40 கட்டாய வினா) $7 \times 3 = 21$

31. வர்க்கமூலம் காண்க : $6 - 8i$

32. $2x^2 - 7x - 13 = 0$ எனும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் α^2 மற்றும் β^2 ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை உருவாக்கவும்..

33. மதிப்பு காண்க : $\sin^{-1}\left(\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)\right)$

34. மையம் $(\pm 3, 5)$ மற்றும் மையத்தொலைத்தகவு $e = 2$ உடைய அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

35. $2x = 3y = -z$ மற்றும் $6x = -y = -4z$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

36. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$ -ன் எல்லைகளைக் காண தேவைப்படும் இடங்களில் லோபிதாலின் விதியைப் பயன்படுத்தி காண்க.

37. மதிப்பிடுக : $\int_0^1 \frac{2x}{1+x^2} \, dx$

38. தீர்க்க : $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$

39. ஒரு ஈருறுப்புப் பரவலின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி 2 மற்றும் 1.5 எனில் $P(X = 0)$ ன் மதிப்பு காண்க.

40. $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ \lambda & -2 \end{bmatrix}$ எனில், λ -ன் மதிப்பு காண $A^2 = \lambda A - 2I$ எனக் கொள்க.

பகுதி - ஈ

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

$7 \times 5 = 35$

41. a) λ, μ -ன் எம்மதிப்புகளுக்கு $2x + 3y + 5z = 9, 7x + 3y - 5z = 8, 2x + 3y + \lambda z = \mu$ என்ற சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது (i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதை ஆராய்க. (அல்லது)

b) $x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(4)

XII கணிதவியல்

42. a) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-i}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனில் $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ எனக்காட்டுக.

(அல்லது)

b) ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும் போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4 மீ ஐ எட்டும்போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத் தூரம் 6 மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12 மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் ஏறிகோணம் காண்க.

43. a) $(2,3,6)$ என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதும் $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{1}$ மற்றும் $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{-3}$

என்ற கோடுகளுக்கு இணையானதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(அல்லது)

b) ஒரு தனிநிலை சார்பு X ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	k	2k	6k	5k	6k	10k

எனில் (i) $P(2 < X < 6)$ ii) $P(2 \leq X < 5)$ iii) $P(X \leq 4)$ iv) $P(3 < X)$ காண்க.

44. a) $y = x^2$ மற்றும் $x = y^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தினை $(0,0)$ மற்றும் $(1,1)$ என்ற வெட்டும் புள்ளிகளில் காண்க.

(அல்லது)

b) நிரூபிக்க: $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \tan^{-1} \left[\frac{x+y+z-xyz}{1-xy-yz-zx} \right]$

45. a) $u = \sin^{-1} \left(\frac{x+y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right)$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

b) மட்டுக் கூட்டல் 5 செயலி அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி கணம் Z_5 -ன் மீது $+_5$ என்ற செயலிக்கு (i) அடைவுப் பண்பு (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப் பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றைச் சரிபார்க்க.

46. a) ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து அவற்றிற்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவுக. (அல்லது)

b) $4x^2 + y^2 + 24x - 2y + 21 = 0$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையம், முனைகள் மற்றும் குவியங்கள் காண்க. செவ்வகல நீளம் காண்க.

47. a) மதிப்பிடுக: $\int_{\pi/8}^{3\pi/8} \frac{1}{1 + \sqrt{\tan x}} dx$ (அல்லது)

b) ஆரம் a செ.மீ மற்றும் உயரம் b செ.மீ கொண்ட ஒரு வெற்றுக் கூம்பு ஒரு மேசையின் மீது வைக்கப்படுகிறது. இதன் அடியில் மறைத்து வைக்கக்கூடிய மிகப்பெரிய உருளையின் கனஅளவு கூம்பின் கனஅளவைப் போல $\frac{4}{9}$ மடங்கு என்பதைக் காட்டுக.

HALF YEARLY EXAM - 2022தொகுப்பிதழ் தேர்வு - 2022

தரகு: XII

தொகுப்பு - Mathematics

A. K. RAJADHURAI - TIRUVALLUR DIST

1) a) $\frac{\pi}{6}$

2) c) $-\frac{1}{2}, -2$ 3) a) $(0, -\frac{1}{8})$ 4) a) $2ab$

5) d) $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$ 6) $|k| \geq 6$ 7) b) $\frac{-1}{i+2}$ 8) c) 1

9) b) -80 10) c) $\text{adj}(\text{adj} A) = |A|^n A$ 11) c) $|A|$

12) d) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$ 13) d) 2

14) a) 2, 3 15) c) $\sin x$ 16) a) 0 17) d) $\frac{2}{27}$

18) b) $22u$

19) b) $t = \frac{1}{3}$

20) $\frac{\pi}{2}$

பகுதி - 2II
21)

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$AA^T = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$AA^T = I$$

 $\therefore A$ ஒரு ஒர்த்தோக்ஸித் மாட். $\therefore A$ is orthogonal.

22) ...

$$\begin{aligned}
 \sin^{-1}(\sin(\frac{5\pi}{4})) &= \sin^{-1}(\sin(\pi + \frac{\pi}{4})) \\
 &= \sin^{-1}(-\sin \frac{\pi}{4}) \\
 &= \sin^{-1}(\sin(-\frac{\pi}{4})) \\
 &= -\frac{\pi}{4} \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]
 \end{aligned}$$

$$23) \quad \frac{1+i}{1-i} = \frac{1+i}{1-i} \times \frac{1+i}{1+i} = \frac{1-1+2i}{1+1} = i$$

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{1}{i} = -i$$

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 &= i^3 - (-i)^3 = i^3 + i^3 \\
 &= 2i^3 = 2(-i) = -2i
 \end{aligned}$$

$$24) \quad P(x) = 9x^9 - 4x^8 + 4x^7 - 3x^6 + 2x^5 + x^3 + 7x^2 + 7x + 2$$

இந்த பหுகோணத்தின் தோற்றம் = 4.

அதிலுள்ள ஒன்று தான் பூச்சியம்
தோற்றம் = 4.

$$P(-x) = -9x^9 - 4x^8 - 4x^7 - 3x^6 - 2x^5 - x^3 + 7x^2 - 7x + 2$$

இந்த பகபகோணத்தின் தோற்றம் = 3

அதிலுள்ள இரண்டு தான் பூச்சியம்
தோற்றம் = 3

25)

$$\begin{aligned}
 [\vec{a} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] &= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] \\
 &= [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]
 \end{aligned}$$

26)

$$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$$

$$f(x_0) = f(27) = (27)^{\frac{1}{3}} = 3$$

$$f'(x_0) = f'(27) = \frac{1}{3} (27)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{27}$$

$$L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$L(x) = 3 + \frac{1}{27}(x - 27) = \frac{x}{27} + 2$$

$$\sqrt[3]{27.2} \approx L(27.2)$$

$$\approx \frac{27.2}{27} + 2 \approx 1.0074 + 2$$

$$\sqrt[3]{27.2} \approx 3.0074.$$

27)

$$\int_0^2 6n^{10} dn = \frac{9}{10} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{945\pi}{7680} = \frac{189\pi}{1536} = \frac{63\pi}{512}$$

28)

$$f(x) = e^x$$

$$f(0) = 1$$

$$f'(x) = e^x$$

$$f'(0) = 1$$

$$f''(x) = e^x$$

$$f''(0) = 1$$

தொடர்வாக்கம் எழுது:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots$$

29)

P	Q	$\neg Q$	$P \wedge \neg Q$	$\neg(P \wedge \neg Q)$
T	T	F	F	T
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T

30)

$$xy = ae^x + be^{-x} + x^2 \quad \text{--- (1)}$$

Diff, 2nd time,

$$xy' + y = ae^x - be^{-x} + 2x$$

Continue 2nd time, Again Diff,

$$xy'' + y' + y' = ae^x + be^{-x} + 2$$

① Along, From ①

$$xy'' + 2y' = xy - x^2 + 2$$

$$xy'' + 2y' - xy + x^2 - 2 = 0.$$

31) - 3)

31)

6-8i or 2 conjugate, Square root of 6-8i

$$|6-8i| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10.$$

$$\sqrt{a+ib} = \pm \left(\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} + i \frac{b}{|b|} \sqrt{\frac{|z|-a}{2}} \right)$$

$$\sqrt{6-8i} = \pm \left(\sqrt{\frac{10+6}{2}} + i \frac{-8}{8} \sqrt{\frac{10-6}{2}} \right)$$

$$= \pm (\sqrt{8} - i\sqrt{2}) = \pm (2\sqrt{2} - i\sqrt{2})$$

அரசு பெண்கள் மேல் நிலைப்பள்ளி
பொதுப்பேர்தல்-631 208,
திருவள்ளூர் மாவட்டம்.

32) α & β are the roots of $2x^2 - 7x - 13 = 0$.
 $2x^2 - 7x - 13 = 0$ ன் roots α, β .

$$\alpha + \beta = \frac{7}{2} \quad \alpha\beta = \frac{-13}{2}$$

$$\begin{aligned} \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{-13}{2}\right) \end{aligned}$$

$$= \frac{49}{4} + 13 = \frac{101}{4}$$

$$\alpha^2\beta^2 = \frac{169}{4}$$

பின்வரும் இருபடி சமன்பாடு, Quadratic equation

$$x^2 - (\alpha^2 + \beta^2)x + \alpha^2\beta^2 = 0$$

$$x^2 - \frac{101}{4}x + \frac{169}{4} = 0$$

$$4x^2 - 101x + 169 = 0$$

33)

$$\sin^{-1}\left(\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

34) The equation of the hyperbola
 அகலம், 2mm வில் தோன்றும்

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$2ae = 6$$

$$ae = 3$$

$$a(2) = 3$$

$$\boxed{a = \frac{3}{2}}$$

Centre or origin $(h, k) = (0, 5)$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{(y-5)^2}{b^2} = 1$$

$$b^2 = a^2 (e^2 - 1)$$

$$= \frac{9}{4} (2^2 - 1)$$

$$= \frac{9}{4} (3)$$

$$\boxed{b^2 = \frac{27}{4}}$$

அகலம், 2mm வில் தோன்றும்

$$\frac{4x^2}{9} - \frac{4(y-5)^2}{27} = 1$$

35)

$$2x = 3y = -z$$

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{1}{3}} = \frac{z}{-1}$$

$$(b_1, b_2, b_3) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -1\right)$$

$$6x = -y = -4z$$

$$\frac{x}{\frac{1}{6}} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-\frac{1}{4}}$$

$$(d_1, d_2, d_3) = \left(\frac{1}{6}, -1, -\frac{1}{4}\right)$$

Angle between two vectors

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{b} \cdot \vec{d}}{|\vec{b}| |\vec{d}|} \right)$$

$$= \cos^{-1} \left(\frac{\frac{1}{12} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + 1} \sqrt{\frac{1}{36} + 1 + \frac{1}{16}}} \right)$$

$$= \cos^{-1} \left(\frac{\frac{0}{12}}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + 1} \sqrt{\frac{1}{36} + 1 + \frac{1}{16}}} \right)$$

$$= \cos^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$$

$$36) \lim_{n \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin n} - \frac{1}{n} \right) = \infty - \infty$$

தேயமானம் வந்தது

$$= \lim_{n \rightarrow 0} \left(\frac{n - \sin n}{n \sin n} \right) = \frac{0}{0}$$

"

லேபிளாஸ் அளவுகோல் பயன்படுத்தி;

$$= \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos n}{n \cos n + \sin n} = \frac{0}{0}$$

தேயமானம் வந்தது

லேபிளாஸ் அளவுகோல் பயன்படுத்தி;

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin n}{n(-\sin n) + \cos n + \cos n} = \frac{0}{2} = 0 //$$

$$37) \int_0^1 \frac{2x}{1+x^2} dx$$

$$= [\log(1+x^2)]_0^1$$

$$= \log 2 - \log 1$$

$$= \log 2 //$$

$$38) \frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\sin^{-1}(y) = \sin^{-1}(x) + C$$

39) சராசரி $np = 2$

புறக்கூறு $npq = 1.5$

$$\frac{npq}{np} = \frac{1.5}{2} = \frac{3}{4}$$

$$q = \frac{3}{4}$$

$$p = 1 - q = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$p = \frac{1}{4}$$

$$n\left(\frac{1}{4}\right) = 2$$

$$n = 8$$

$$P(X=x) = \binom{8}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{8-x}$$

$$P(X=0) = \binom{8}{0} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^8 = \left(\frac{3}{4}\right)^8$$

40)

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ \lambda & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ \lambda & -2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 9 - 2\lambda & 10 \\ -5\lambda & -2\lambda + 4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \lambda A - 2I$$

$$\begin{pmatrix} 9 - 2\lambda & 10 \\ -5\lambda & -2\lambda + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\lambda & -2\lambda \\ \lambda^2 & -2\lambda \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 9 - 2\lambda & 10 \\ -5\lambda & -2\lambda + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\lambda - 2 & -2\lambda \\ \lambda^2 & -2\lambda - 2 \end{pmatrix}$$

$$-2\lambda = 10 \Rightarrow \lambda = -5$$

UBS - A.

41) a)

$$[A|B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 7 & 3 & -5 & 8 \\ 2 & 3 & \lambda & \mu \end{array} \right]$$

$$R_3 \rightarrow R_3 - R_1$$

$$R_2 \rightarrow 2R_2 - 7R_1$$

→

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 0 & -15 & -45 & -47 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 & \mu - 9 \end{array} \right]$$

By row echelon form
It is in echelon form

Case (i) $\lambda = 5, \mu \neq 9$

$$\rho(A) = 2 \quad \rho(A|B) = 3$$

$$\rho(A) \neq \rho(A|B)$$

no solution. No solution.

Case (ii) $\lambda \neq 5, \mu \in \mathbb{R}$

$$\rho(A) = 3 \quad \rho(A|B) = 3$$

$$\rho(A) = \rho(A|B) = 3 = 3 \text{ (b.o.s.)}$$

unique solution.

a unique solution.

Case (iii) $\lambda = 5, \mu = 9$

$$\rho(A) = \rho(A|B) = 2 < 3 \text{ (b.o.s.)}$$

∴ infinite number of solutions.

An infinite number of solutions.

41) b) $x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$

$$x^2 \left[\left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) - 10 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 26 \right] = 0$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) - 10 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 26 = 0$$

Let $y = x + \frac{1}{x}$ then $\Rightarrow y^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$

$$(y^2 - 2) - 10y + 26 = 0$$

$$y^2 - 10y + 24 = 0$$

$$(y-6)(y-4) = 0$$

$$y = 6, y = 4$$

Case (i)

If $y = 6$ then $x + \frac{1}{x} = 6$

$$\Rightarrow x = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$x = 3 - 2\sqrt{2}$$

Case (ii)

If $y = 4$ then $x + \frac{1}{x} = 4$

$$\Rightarrow x = 2 + \sqrt{3}$$

$$x = 2 - \sqrt{3}$$

Solution:

$$3 \pm 2\sqrt{2}, 2 \pm \sqrt{3}$$

42) a)

$$\frac{z-i}{z+2} = \frac{x+iy-i}{x+iy+2} = \frac{x+i(y-1)}{(x+2)+iy}$$

$$= \frac{x+i(y-1)}{(x+2)+iy} \times \frac{(x+2)-iy}{(x+2)-iy}$$

$$\frac{z-i}{z+2} = \frac{x(x+2) - ixy + i(y-1)(x+2) + y(y-1)}{(x+2)^2 + y^2}$$

$$\frac{z-i}{z+2} = \frac{x(x+2) + y(y-1) + i[(y-1)(x+2) - xy]}{(x+2)^2 + y^2}$$

$$\arg\left(\frac{z-i}{z+2}\right) = \tan^{-1} \frac{(y-1)(x+2) - xy}{x(x+2) + y(y-1)} = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{xy + 2y - x + 2 - xy}{x^2 + 2x + y^2 - y} = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$+2y - x + 2 = x^2 + 2x + y^2 - y$$

$$x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$$

42)

b)

Uppamigai Roddus
Equation of Parabola

$$x^2 = -4ay \quad \text{--- (1)}$$

If passes through (6, -4)

$$36 = -4a(-4) \Rightarrow 4a = 9$$

$$\text{(1)} \Rightarrow x^2 = -9y \quad \text{--- (2)}$$

(2) now differentiate, Diff wrt x,

$$2x = -9 \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{9}$$

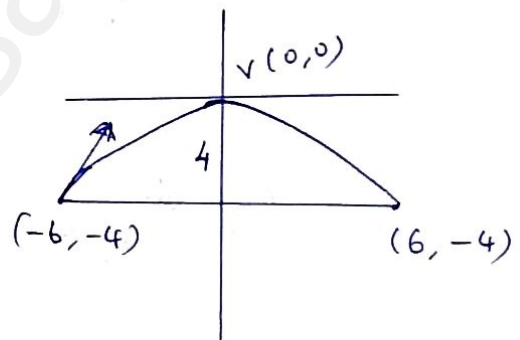
$$m = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(6, -4)} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

But $m = \tan \theta$

$$\tan \theta = \frac{4}{3}$$

or $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{4}{3}\right)$

The angle of Projection $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{4}{3}\right)$



43)

a)

$$(x_1, y_1, z_1) = (2, 3, 6)$$

$$(l_1, m_1, n_1) = (2, 3, 1)$$

$$(l_2, m_2, n_2) = (2, -5, -3)$$

Cartesian equation of plane is
தமிழ் கர்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z-6 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -5 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-2)(-4) - (y-3)(-8) + (z-6)(-16) = 0$$

$$\boxed{x - 2y + 4z - 20 = 0}$$

$$\vec{r} \cdot (\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}) = 20 \text{ சிங்}$$

ஹெர்ட் சிங் டைரெக்ட் சமன்பாடு க்கு.

It is the non-parametric vector equation.

43/b)

$$\sum_n f(n) = 1$$

$$\therefore k + 2k + 6k + 5k + 6k + 10k = 1$$

$$30k = 1$$

$$\boxed{k = \frac{1}{30}}$$

$$x : 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$

$$f(n) : \frac{1}{30} \quad \frac{2}{30} \quad \frac{6}{30} \quad \frac{5}{30} \quad \frac{6}{30} \quad \frac{10}{30}$$

$$(i) P(2 < x < 6) = f(3) + f(4) + f(5) \\ = \frac{6}{30} + \frac{5}{30} + \frac{6}{30} = \frac{17}{30}$$

$$(ii) P(2 \leq x < 5) = f(2) + f(3) + f(4) \\ = \frac{2}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{13}{30}$$

$$(iii) P(x \leq 4) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) \\ = \frac{1}{30} + \frac{2}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30} \\ = \frac{14}{30}$$

$$(iv) P(3 < x) = f(4) + f(5) + f(6) \\ = \frac{5}{30} + \frac{6}{30} + \frac{10}{30} = \frac{21}{30}$$

44) a) The equation of the curves
 $y = x^2$ and $x = y^2$

$$y = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$x = y^2$$

$$1 = 2y \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y}$$

In the point (0,0).

$$\tan \theta_1 = \left| \frac{2x - \frac{1}{2y}}{1 + (2x)\left(\frac{1}{2y}\right)} \right|$$

$$\tan \theta_1 = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left| \frac{2x - \frac{1}{2y}}{1 + (2x)\left(\frac{1}{2y}\right)} \right|$$

$$\tan \theta_1 = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left| \frac{4xy-1}{2(y+2)} \right|$$

$$\tan \theta_1 = \infty$$

$$\boxed{\theta_1 = \frac{\pi}{2}}$$

In the part (1,1)

$$m_1 = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{(1,1)} = 2(1) = 2$$

$$m_2 = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{(1,1)} = \frac{1}{2(1)} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \theta_2 = \left| \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 2(\frac{1}{2})} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\boxed{\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)}$$

44) b) $\frac{CHS}{\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z}$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right) + \tan^{-1}(z)$$

$$= \tan^{-1}\left[\frac{\frac{x+y}{1-xy} + z}{1 - z\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)}\right]$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{x+y+z - \cancel{xyz/(1-xy)}}{1-xy - \cancel{zn} - \cancel{yz}}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{x+y+z - xyz}{1-xy-yz-zx}\right) = R.H.S$$

45) a)

$$u = \sin^{-1} \left(\frac{x+y}{\sqrt{x+y}} \right)$$

$$f(x, y) = \sin u = \frac{x+y}{\sqrt{x+y}}$$

$$f(tx, ty) = \frac{tx+ty}{\sqrt{tx+ty}} = t^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{x+y}{\sqrt{x+y}}$$

$$f(tx, ty) = t^{\frac{1}{2}} \cdot f(x, y)$$

f homogeneous of $\frac{1}{2}$ order homogeneous function.

எனவே, By Euler's theorem

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{2} \cdot f$$

$$x \frac{\partial}{\partial x} (\sin u) + y \frac{\partial}{\partial y} (\sin u) = \frac{1}{2} \sin u$$

$$x \cos u \frac{\partial u}{\partial x} + y \cos u \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \sin u$$

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$$

45)

b)

$$Z_5 = \{ [0] [1] [2] [3] [4] \}$$

கொடுக்கப்பட்ட கணம் $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

$\{ [0] [1] [2] [3] [4] \}$ கணம் குறித்து

தொகுப்புகள் கொடுக்கப்படும்.

அக பெண்கள் மேல் நிகழ்ப்பள்ளி
வாத்தோப்பெட்டை-631 208.
திருவள்ளூர் மாவட்டம்

$+_5$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

(i) தொகுப்பு முறை:

அகலகணக்கின் அடிப்படையில் தொகுப்பு முறை

Z_5 -ன் தொகுப்புகள்

$\therefore +_5$ தொகுப்பு Z_5 -ன் மீது தொகுப்பு முறை.

(ii) பரிமாற்ற முறை:

அகலகணக்கின் மீதான பரிமாற்ற முறை

முடிவற்ற தொகுப்புகளின் மீதான தொகுப்பு முறை

$+_5$ தொகுப்பு பரிமாற்ற முறை முறை

(iii) தொகுப்பு முறை

$$2, 3, 4 \in Z_5$$

$$(2 +_5 3) +_5 4 = 0 +_5 4 = 4 \text{ (மீதான)}$$

$$2 +_5 (3 +_5 4) = 2 +_5 2 = 4 \text{ (மீதான)}$$

$$(2 +_5 3) +_5 4 = 2 +_5 (3 +_5 4)$$

தொகுப்பு முறை, அடிப்படையில் தொகுப்பு முறை
பரிமாற்ற முறை இதை பரிமாற்ற முறை.

(iv) சென்ற மீதும் எதிர்த்து வர

அவ்வாறு

சென்ற 2ம் $0 \in \mathbb{Z}_5$

0 மீத எதிர்த்து $0 \in \mathbb{Z}_5$

1 மீத எதிர்த்து $4 \in \mathbb{Z}_5$

2 மீத எதிர்த்து $3 \in \mathbb{Z}_5$

3 மீத எதிர்த்து $2 \in \mathbb{Z}_5$

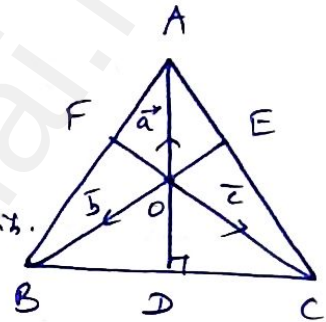
4 மீத எதிர்த்து $1 \in \mathbb{Z}_5$

4b/a)

$\triangle ABC$,

$\vec{AD}, \vec{BE}$ சென்று நிற்கிறது

பெருக்கெழுத்து மையம் புள்ளி O ஆக.



$$\vec{OA} = \vec{a}$$

$$\vec{OB} = \vec{b}$$

$$\vec{OC} = \vec{c}$$

$$\vec{AD} \perp BC \Rightarrow \vec{OA} \perp BC$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{BC} = 0$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{c} - \vec{b}) = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$\vec{BE} \perp CA \Rightarrow \vec{OB} \perp CA$$

$$\vec{OB} \cdot \vec{CA} = 0$$

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} - \vec{c}) = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \Rightarrow$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$$

$$\vec{c} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$$

$$\vec{OC} \cdot \vec{BA} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{OC} \perp \vec{BA}$$

$$\Rightarrow \vec{CF} \perp \vec{BA}.$$

$\therefore$ முக்கோணத்தின் இயக்க கோடுகள் மூன்றுமே ஊர்தி மீது செங்குத்தாகும்.

b) நேர்வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$4x^2 + 24x + y^2 - 2y + 21 = 0$$

$$4(x^2 + 6x + 9 - 9) + (y^2 - 2y + 1 - 1) + 21 = 0$$

$$4(x+3)^2 - 36 + (y-1)^2 - 1 + 21 = 0$$

$$4(x+3)^2 + (y-1)^2 = 16$$

$$\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$$

Centre மையம் $(-3, 1)$ $a = 4$, $b = 2$

நேர்வட்டத்தின் y -அச்சத்தின் மீது.

$$c^2 = 16 - 4 = 12$$

$$c = \pm 2\sqrt{3}$$

இயக்கங்கள் $(-3, 2\sqrt{3} + 1)$ $(-3, -2\sqrt{3} + 1)$

முனைகள் $(-3, \pm 4 + 1) \Rightarrow (3, 5)$ $(-3, -3)$

$$\text{நேர்வட்டத்தின் ஆரம்} = \frac{2b^2}{a} = 2 \text{ அலகுகள்}$$

47/a)

$$I = \int_{\pi/8}^{3\pi/8} \frac{1}{1 + \sqrt{\tan x}} dx$$

$$I = \int_{\pi/8}^{3\pi/8} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx \quad \text{--- (1)}$$

$$I = \int_{\pi/8}^{3\pi/8} \frac{\sqrt{\cos(\pi/8 + 3\pi/8 - x)}}{\sqrt{\cos(\pi/8 + 3\pi/8 - x)} + \sqrt{\sin(\pi/8 + 3\pi/8 - x)}} dx$$

$$I = \int_{\pi/8}^{3\pi/8} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx \quad \text{--- (2)}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \Rightarrow$$

$$2I = \int_{\pi/8}^{3\pi/8} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx + \int_{\pi/8}^{3\pi/8} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$$

$$2I = \int_{\pi/8}^{3\pi/8} dx = \left[x \right]_{\pi/8}^{3\pi/8} = \frac{3\pi}{8} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$I = \frac{\pi}{8}$$

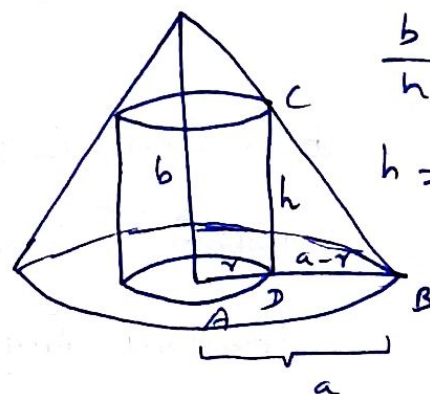
b)

Volume of cylinder

2 @mmndir Bmndry

$$V = \pi r^2 h$$

$$= \pi r^2 \frac{b}{a} (a-r)$$



$$\frac{b}{h} = \frac{a}{a-r}$$

$$h = \frac{b}{a} (a-r)$$

$$V = \frac{\pi b}{a} (ar^2 - r^3) \quad \text{--- (1)}$$

$$V' = \frac{\pi b}{a} (2ar - 3r^2)$$

$$V'' = \frac{\pi b}{a} (2a - 6r)$$

$$\text{Put } V' = 0$$

$$\frac{\pi b}{a} (2ar - 3r^2) = 0$$

$$r(2a - 3r) = 0$$

$$\begin{array}{l|l} r = 0 & 2a - 3r = 0 \\ \hline \underline{\underline{r \neq 0}} & \boxed{r = \frac{2a}{3}} \end{array}$$

$$\text{At } r = \frac{2a}{3}, \quad V'' = \frac{\pi b}{a} \left[2a - 6 \left(\frac{2a}{3} \right) \right]$$

$$V'' = \frac{\pi b}{a} (-2a) < 0$$

V attains maximum at $r = \frac{2a}{3}$

$$\textcircled{1} \Rightarrow V = \frac{\pi b}{a} \left[a \frac{4a^2}{9} - \frac{8a^3}{27} \right]$$

$$V = \frac{\pi b}{a} \left(\frac{4a^3}{27} \right) = \frac{4}{9} \times \frac{1}{3} \pi a^2 b$$

$$\underline{\underline{\text{Volume of cylinder} = \frac{4}{9} \times \text{Volume of cone}}}$$

By

A K RAJADHURAI

MATHS TEACHER

GGHSS - PODATURPET