



**பள்ளிக்கல்வித்துறை
விழுப்புரம் மாவட்டம்**

கணிதம்

10

**மெல்லக் கற்கும்
மாணவர்களுக்கான கையேடு
2022-23**

வாழ்த்துகளுடன்.....

**திருமதி. K. கிருஷ்ணப்பிரியா, B.Sc., M.A., B.Ed.,
முதன்மைக் கல்வி அலுவலர், விழுப்புரம் மாவட்டம்.**

**மாநில அளவில் பத்தாம் வகுப்பு அரசுப் பொதுத் தேர்வில் 11 ஆம் இடத்தை,
நம்முடைய கடின உழைப்பின் மூலம் அடைந்தது பாராட்டுக்குரியது.**

**தன்னம்பிக்கை + விடாநுயற்சி + கடின உழைப்பு = வெற்றி
"The Struggle you're in Today will definitely develop the strength you need for Tomorrow.**

வாழ்த்துச் செய்தி

அன்புடையீர் வணக்கம்!

2022 - 2023 ஆம் கல்வி ஆண்டில் பத்தாம் வகுப்பு பொதுத் தேர்வு எழுதவிருக்கும் அனைத்து மாணவர்களும் சிறப்பான முறையில் தேர்ச்சி பெற அயராது உழைத்துக் கொண்டிருக்கும் அனைத்து ஆசிரியர்களுக்கும் எனது இதயப் பூர்வமான நன்றியை தெரிவித்துக் கொள்கிறேன்.

மீத்திறன் மிக்க மாணவர்களையும், மெல்ல கற்கும் மாணவர்களையும் தங்கள் நிலையில் இருந்து முன்னேற்றம் அடைய அதிகபட்ச அக்கறை எடுத்துக் கொள்ளும் அனைத்து ஆசிரியர்களுக்கும் எனது வாழ்த்துகளை கூறிக் கொள்வதில் பெருமை கொள்கிறேன்.

மாநில அளவில் விழுப்புரம் மாவட்டத்தின் பத்தாம் வகுப்பு தேர்ச்சி சதவீதத்தை உயர்த்துவதே நமது பிராதன நோக்கம் ஆகும். “சேவை மனப்பான்மையுடனும், அர்ப்பணிப்பு உணர்வுடனும் பணியாற்றும் ஒரு ஆசிரியர் என்றும் கடவுளால் ஆசிர்வதிக்கப்படுவார் என்பது என்னுடைய கருத்து”.

ஆதலால் பத்தாம் வகுப்பு எடுக்கும் அனைத்து ஆசிரியர்களும் ஏழை, ஆதரவற்ற, ஒடுக்கப்பட்ட, கிராமப்புற மாணவர்களின் நலன் மற்றும் முன்னேற்றம் கருதி அதிக நேரம் ஒதுக்கி அவர்களுடைய வாழ்க்கையில் ஒளியேற்ற வேண்டுமாறு கேட்டுக்கொள்கிறேன்.

வாழ்த்துகளுடன்,

திருமதி. மு. கிருஷ்ணப்பிரியா, B.Sc., M.A. B.Ed.,

முதன்மைக் கல்வி அலுவலர்,

விழுப்புரம் மாவட்டம்.

Preface

This material has been prepared in accordance with The TamilNadu Government State Board Syllabus. I am very happy to inform you that by practicing all the problems in this material thoroughly will definitely make the students to score more than 90 percentage of marks in Mathematics in the Public Examination. I am in a position to express my hearty gratitude to our respected CEO Madam and DEO Sir for having encouraged my serious attempt to prepare this material for the welfare of the students. Constructive criticisms and valuable suggestions are always welcome.

A. SIVAMOORTHY,
Government High School,
Perumbakkam,
Villupuram District.

அலகு	பாடத் தலைப்பு	மதிப்பெண்கள்			
		1	2	5	8
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	2	1	1	-
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	2	1	1	-
3	இயற்கணிதம்	2	1	1	1
4	வடிவியல்	2	1	1	1
5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	2	1	1	-
6	மூக்கோணவில்	1	1	-	-
7	அளவியல்	2	1	1	-
8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	1	2	1	-
	மொத்த வினாக்கள்	14(12)	14(9)	14(7)	2(2)
	மொத்த மதிப்பெண்கள்	12	18	35	16

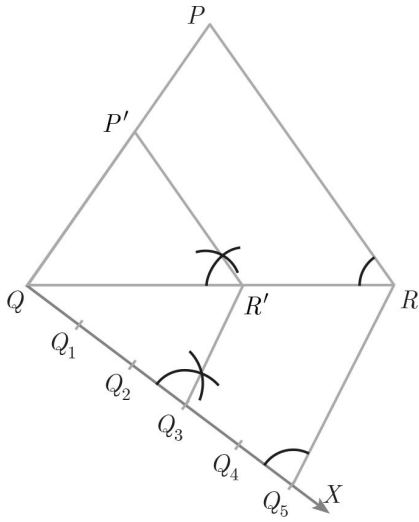
பாடப்புத்தகத்தில் உள்ள அனைத்து '1' மதிப்பெண் வினாக்களையும் நன்கு பயிற்சி பெறுவதன் மூலம் மாணவர்கள் குறைந்தது 10 மதிப்பெண்கள் பெற இயலும்.

4. வடிவியல்

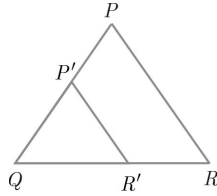
1. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR -க்கு ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{3}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும்.

(அளவு காரணி - < 1)

தீர்வு:



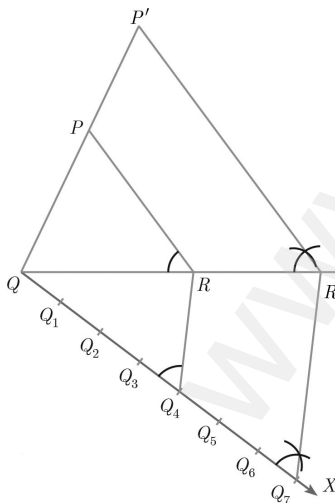
உதவிப்படம்



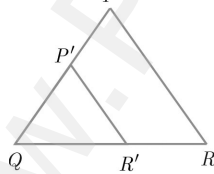
2. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR -க்கு ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{7}{4}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும்.

(அளவு காரணி (அளவு காரணி $\frac{7}{4} > 1$))

தீர்வு:



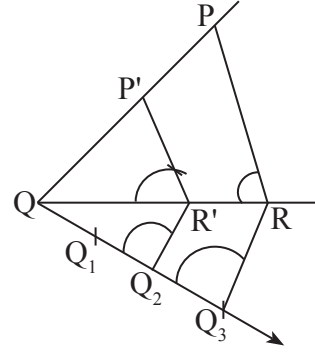
உதவிப்படம்



3. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{2}{3}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும்.

(அளவு காரணி $\frac{2}{3} < 1$).

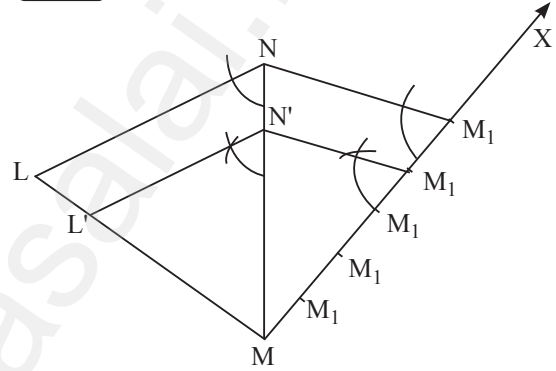
தீர்வு:



4. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் LMN -ன் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{4}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும்.

(அளவு காரணி $\frac{4}{5} < 1$).

தீர்வு:

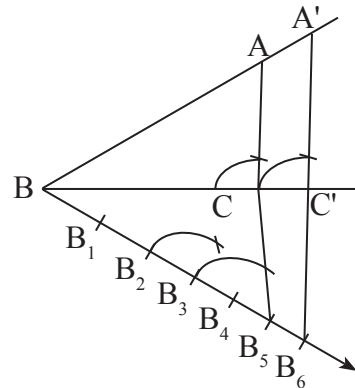


5. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ABC -யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{6}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும்.

(அளவு காரணி $\frac{6}{5} > 1$).

செப். 20

தீர்வு:

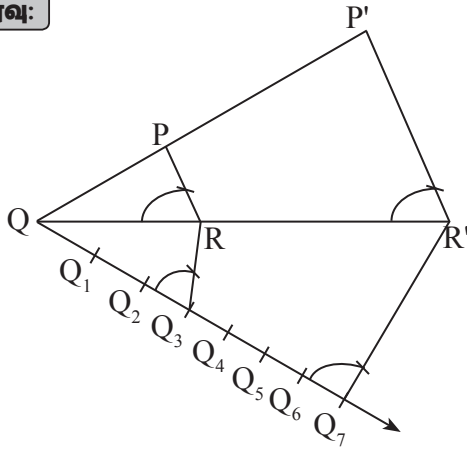


6. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR -ன் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{7}{3}$ என்றவாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரையவும்.

(அளவு காரணி $\frac{7}{3} > 1$).

ஆக. 22

தீர்வு:

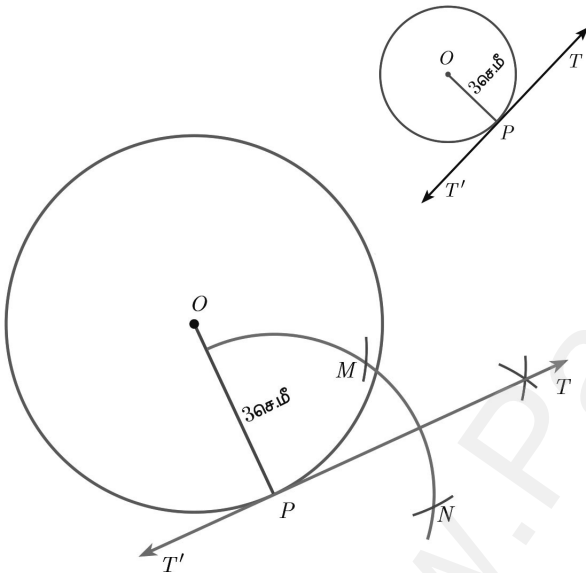


7. 3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும். வட்டத்தின் மேல் P என்ற புள்ளியைக் குறித்து அப்புள்ளி வழியே தொடுகோடு வரையவும்.

தீர்வு:

ஆரம் $r = 3$ செ.மீ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

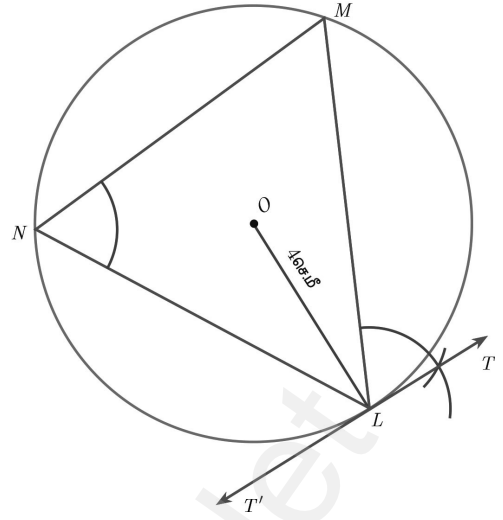
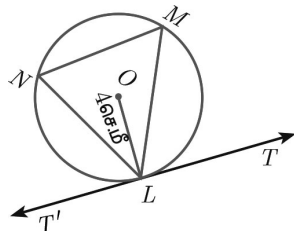
உதவிப்படம்



8. 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும். வட்டத்தின் மீதுள்ள L என்ற புள்ளி வழியாக மாற்று வட்டத்துண்டு தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி வட்டத்திற்குத் தொடுகோடு வரையவும்.

தீர்வு:

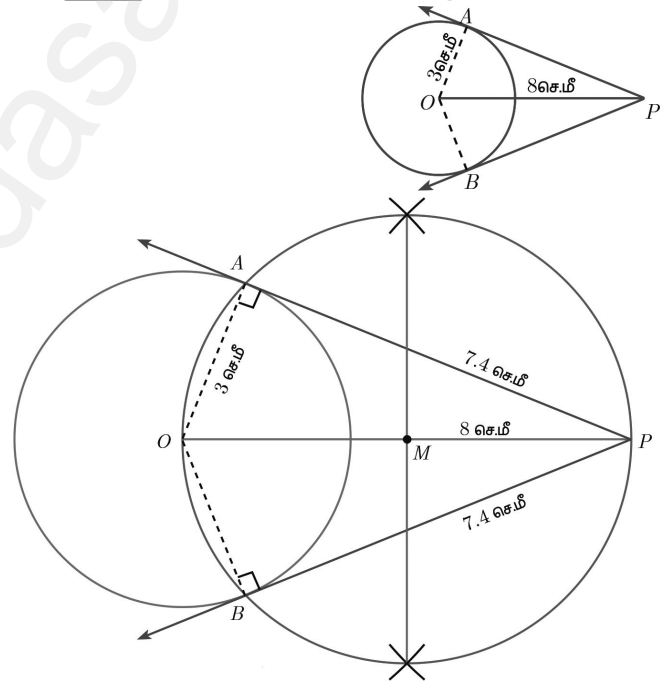
உதவிப்படம்



9. 6 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து, 8 செ.மீ தொலைவில் P என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளியிலிருந்து PA மற்றும் PB என்ற இரு தொடுகோடுகள் வரைந்து அவற்றின் நீளங்களை அளவிடுக.

தீர்வு:

உதவிப்படம்



தொடுகோட்டின் நீளம் $PA = PB = 7.4$ செ.மீ

சரிபார்த்தல்:

செங்கோண முக்கோணம் OPA-யில்

$$PA^2 - OA^2 = 64 - 9 = 55$$

$$PA = \sqrt{55} = 7.4 \text{ செ.மீ (தோராயமாக)}$$

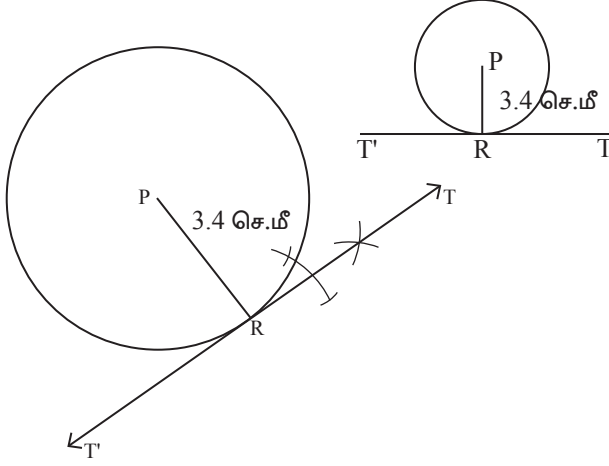
10 ஆம் வகுப்பு - கணிதம்

6

10. P ஐ மையமாகக் கொண்ட 3.4 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்திற்கு R என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு வரையவும்.

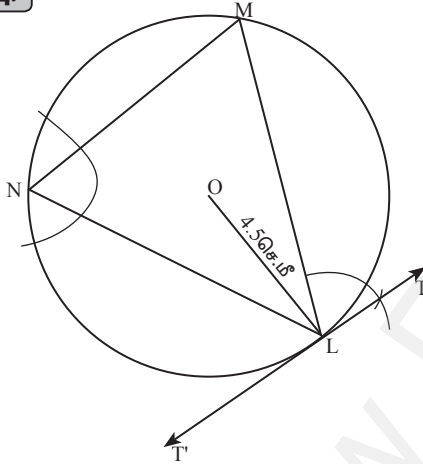
தீர்வு:

உதவிப்படம்



11. 4.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும். வட்டத்தின் மீது ஏதேனும் ஒரு புள்ளிக்கு மாற்று வட்டத்துண்டு தேற்றத்தினைப் பயன்படுத்தித் தொடுகோடு வரையவும்.

தீர்வு:

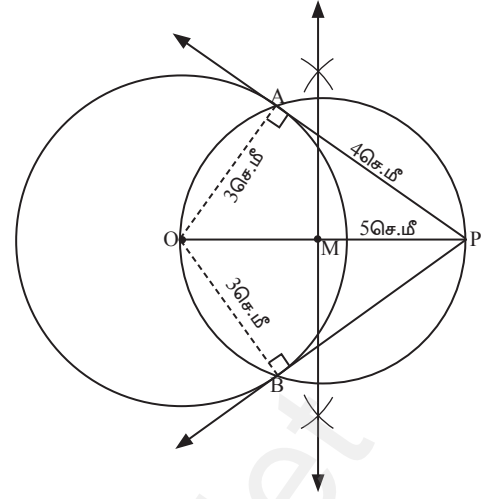
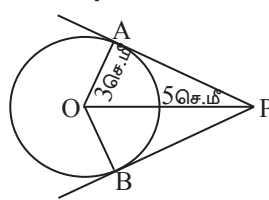


12. 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 10 செ.மீ தொலைவிலுள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரையவும். மேலும் தொடுகோட்டின் நீளங்களைக் கணக்கிடுக.

செப்.20

தீர்வு:

உதவிப்படம்



சரிபார்த்தல்:

செங்கோண முக்கோணம் OPA இல்

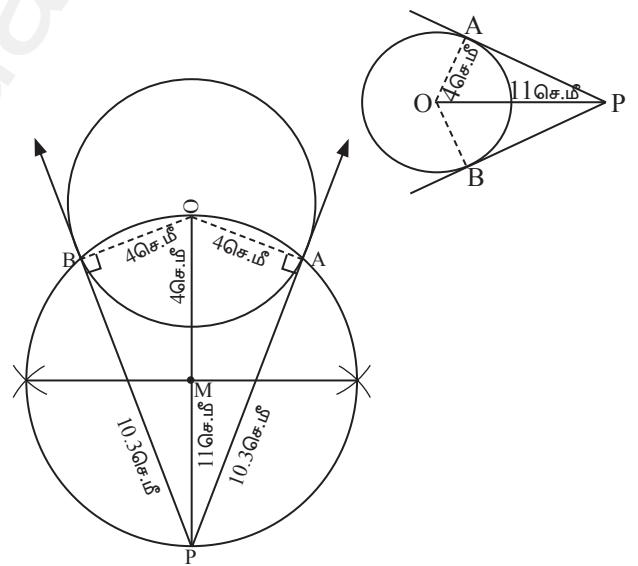
$$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$$

$$PA = \sqrt{75} = 8.6 \text{ செ.மீ (தோராயமாக)}$$

13. 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைந்து அதன் மையத்திலிருந்து 11 செ.மீ தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியைக் குறித்து, அப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரண்டு தொடுகோடுகள் வரையவும்.

தீர்வு:

உதவிப்படம்



சரிபார்த்தல்:

செங்கோண முக்கோணம் $\triangle OPA$ இல்

$$AP^2 = OP^2 - OA^2$$

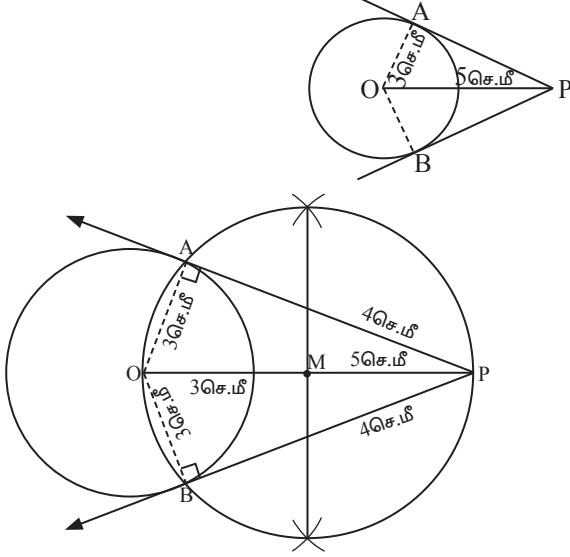
$$= 11^2 - 4^2 = 121 - 16 = 105$$

$$AP = \sqrt{105} = 10.2 \text{ செ.மீ}$$

14. 6 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 5 செ.மீ தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரைந்து தொடுகோட்டின் நீளங்களைக் கணக்கிடுக. **செப்.21 ஆக.22**

தீர்வு:

உதவிப்படம்



சரிபார்த்தல்:

செங்கோண முக்கோணம் $\triangle OPA$ இல்

$$AP^2 = OP^2 - OA^2$$

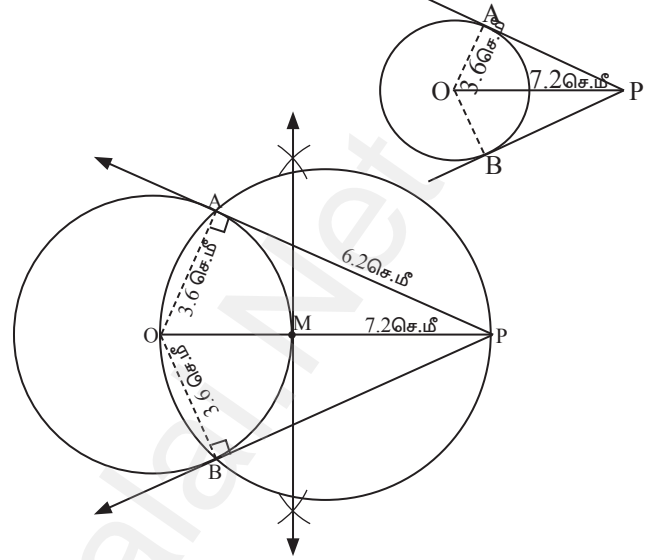
$$= 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$$AP = \sqrt{16} = 4 \text{ செ.மீ}$$

15. O-வை மையமாகக் கொண்ட 3.6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரையவும். வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 7.2 செ.மீ தொலைவிலுள்ள P என்ற புள்ளியைக் குறித்து அப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரையவும்.

தீர்வு:

உதவிப்படம்



சரிபார்த்தல்:

செங்கோண முக்கோணம் $\triangle OPA$ இல்

$$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 7.2^2 - 3.6^2$$

$$= 51.84 - 12.96 = 38.88$$

$$PA = \sqrt{38.88} = 6.2 \text{ செ.மீ (தோராயமாக)}$$

3. இயற்கணிதம்

1. வர்ஷிகா வெவ்வேறு அளவுகளில் 6 வட்டங்களை வரைந்தாள். அட்டவணையில் உள்ளவாறு, ஒவ்வொரு வட்டத்தின் விட்டத்திற்கும் சுற்றளவிற்குமான ஒரு வரைபடம் வரையவும். அதனைப் பயன்படுத்தி, விட்டமானது 6 செ.மீ ஆக இருக்கும்போது வட்டத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.

விட்டம் (x) செ.மீ	1	2	3	4	5
சுற்றளவு (y) செ.மீ	3.1	6.2	9.3	12.4	15.5

தீர்வு: I. அட்டவணை:

விட்டம் (x) செ.மீ	1	2	3	4	5
சுற்றளவு (y) செ.மீ	3.1	6.2	9.3	12.4	15.5

II. மாறுபாடு:

'x' அதிகரிக்க 'y' யும் அதிகரிக்கிறது. ஆகவே, இது நேர்மாறுபாடு ஆகும்.

$y = kx$ என்க. k - விகிதசம மாறிலியாகும்.

$$k = \frac{y}{x} = \frac{3.1}{1} = \frac{6.2}{2} = \frac{9.3}{3} = \frac{12.4}{4} = \dots = 3.1$$

∴ சமன்பாடு $y = 3.1x$

III. புள்ளிகள்: (1, 3.1) (2, 6.2) (3, 9.3),

(4, 12.4) மற்றும் (5, 15.5)

IV. தீர்வு:

வரைபடத்திலிருந்து விட்டம் 6 செ.மீ ஆக இருக்கும் பொழுது வட்டத்தின் சுற்றளவு 18.6 செ.மீ ஆகும். ஆகவே வட்டத்தின் சுற்றளவு 18.6 செ.மீ ஆகும்.

சரிபார்த்தல்: $x = 6$, எனில் $y = (3.1) \times 6 = 18.6$

2. ஒரு பேருந்து மணிக்கு 50 கி.மீ/மணி என்ற சீரான வேகத்தில் பயணிக்கிறது. இத்தொடர்புக்கான தூரம் - நேரம் வரைபடம் வரைந்து, பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

- (i) விகிதசம மாறிலியைக் காண்க. (ii) $1\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் பயணிக்கும் தூரம் எவ்வளவு?
(iii) 300 கி.மீ தூரத்தை பயணிக்க எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

தீர்வு: I. அட்டவணை:

x - நேரம் (நிமிடங்களில்), y - பயணித்த தூரம் (கி.மீ இல்) குறிப்பதாகக் கொள்வோம்.

பயண நேரம் x (நிமிடங்களில்)	60	120	180	240	300	360
பயண தூரம் y (கி.மீ-ல்)	50	100	150	200	250	300

II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' யும் அதிகரிக்கிறது. இது நேர்மாறுபாடு ஆகும்.

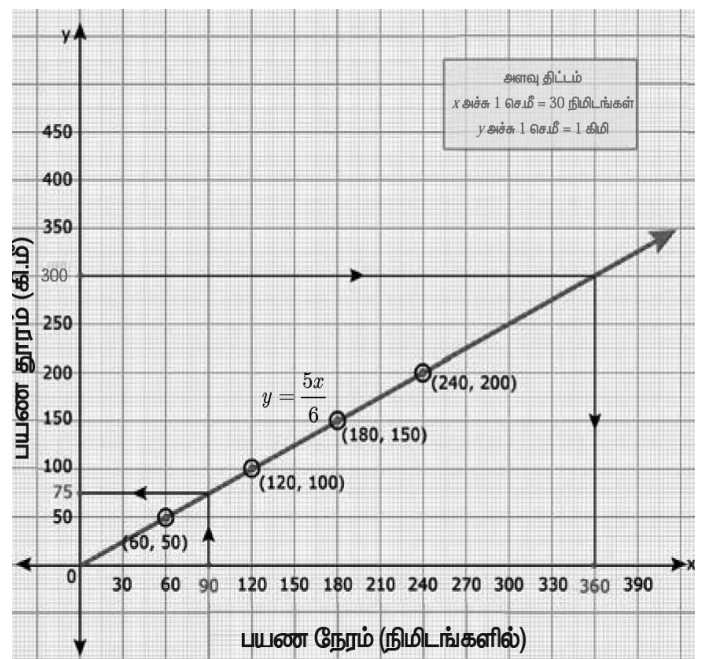
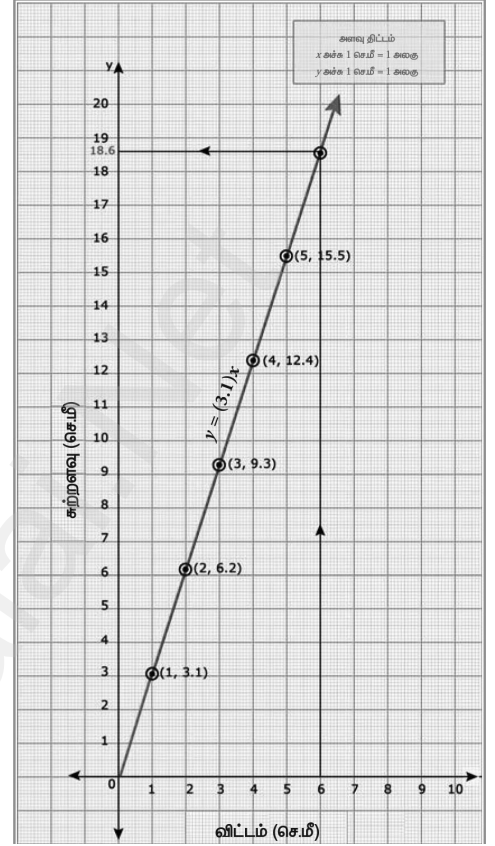
$$k = \frac{y}{x} = \frac{50}{60} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6} \quad \therefore \text{சமன்பாடு } y = \frac{5}{6}x$$

III. புள்ளிகள்: (60, 50), (120, 100), (180, 150), (240, 200), (300, 250)

IV. தீர்வு: i) விகிதசம மாறிலி $k = \frac{y}{x} = \frac{5}{6}$

ii) வரைபடத்திலிருந்து $x = 90$ எனில் $y = \frac{5}{6} \times 90 = \frac{450}{6} = 75$ கி.மீ. எனவே 90 நிமிடங்களில் பயணித்த தூரமானது 75 கி.மீ ஆகும்.

iii) 300 கி.மீ தூரம் பயணிக்க எடுத்துக்கொண்ட நேரம் 360 நிமிடங்கள், அதாவது 6 மணி நேரம்.



3. ஒரு நிறுவனமானது தொடக்கத்தில் 40 வேலையாளர்களுடன் 150 நாட்களில் ஒரு வேலையை முடிக்கத் தொடங்கியது. பிறகு, வேலையை விரைவாக முடித்திட பின்வருமாறு வேலையாளர்களை அதிகரித்தது.

வேலையாளர்களின் எண்ணிக்கை (x)	40	50	60	75
நாட்களின் எண்ணிக்கை (y)	150	120	100	80

- (i) மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து மாறுபாட்டின் வகையை அடையாளம் காண்க.
(ii) வரைபடத்திலிருந்து, நிறுவனமானது 120 வேலையாளர்களை வேலைக்கு அமர்த்த விரும்பினால், வேலை முடிய எத்தனை நாட்கள் ஆகும் எனக் காண்க.
(iii) வேலையானது 30 நாட்களில் முடிய வேண்டும் எனில், எத்தனை வேலையாளர்கள் தேவை?

தீர்வு: I. அட்டவணை (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

வேலையாளர்களின் எண்ணிக்கை (x)	40	50	60	75
நாட்களின் எண்ணிக்கை (y)	150	120	100	80

II. மாறுபாடு: அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' குறைகிறது என நாம் காண்கிறோம்.

ஆகவே, இது எதிர்மாறுபாடு ஆகும். i.e. $xy = k$
 $xy = 40 \times 150 = 50 \times 120 = \dots 75 \times 80 = 6000 = k$
 \therefore சமன்பாடு $xy = 6000$

III. புள்ளிகள்: (40,150), (50,120), (60,100), (75,80)

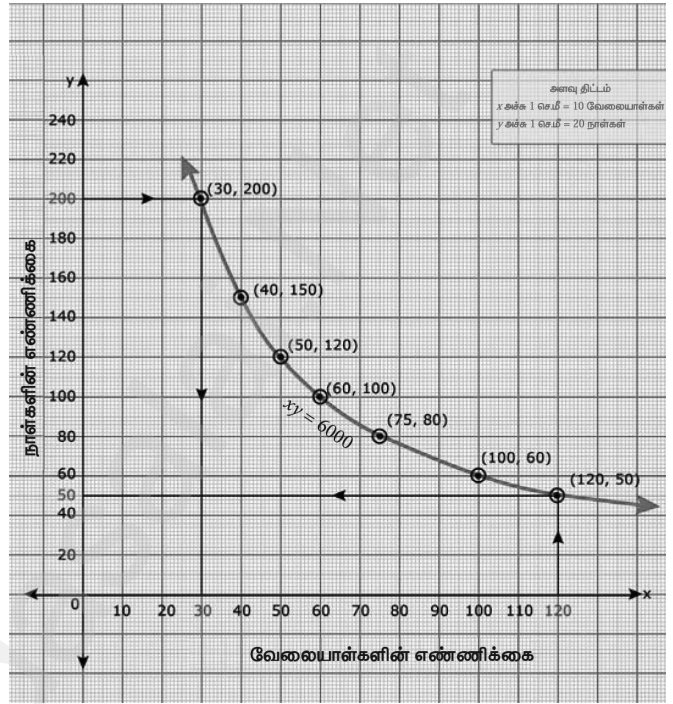
IV. தீர்வு: i. இது ஒரு எதிர்மாறுபாடு ஆகும்.

ii. $x=120$ எனில் $120 \times y = 6000 \Rightarrow y = \frac{6000}{120} = 50$
வரைபடத்திலிருந்து நிரூபணமானது.

120 வேலையாளர்களுடன் வேலை செய்ய முடிவு செய்தால் அவ்வேலையானது 50 நாட்களில் முடிவடையும்.

iii. $y = 200$ எனில் $x \times 200 = 6000 \Rightarrow x = \frac{6000}{200} = 30$

வரைபடத்திலிருந்து 200 நாட்களில் வேலையை முடிக்க வேண்டும் எனில் தேவையான வேலையாளர்களின் எண்ணிக்கை 30 ஆகும்.



4. நிஷாந்தி, 12 கி.மீ தூரத்திற்கான மாரத்தான் ஓட்டத்தின் வெற்றியாளர் ஆவார். அவர் மணிக்கு 12 கி.மீ என்ற சீரான வேகத்தில் ஓடி, இலக்கினை 1 மணி நேரத்தில் அடைந்தார். அவரைத் தொடர்ந்து ஆராதனா, பொன்மொழி, ஜெயந்த், சத்யா மற்றும் சுவேதா ஆகியோர் முறையே 6 கி.மீ/மணி, 4 கி.மீ/மணி, 3 கி.மீ/மணி மற்றும் 2 கி.மீ/மணி என்ற வேகத்தில் ஓடி வந்தனர். அவர்கள் அந்த தூரத்தை முறையே 2 மணி, 3 மணி, 4 மணி, மற்றும் 6 மணி நேரத்தில் அடைந்தனர். வேகம் - நேரம், வரைபடம் வரைந்து அதனைப் பயன்படுத்தி, மணிக்கு 2.4 கி.மீ/மணி வேகத்தில் சென்ற கௌசிக் எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தைக் காண்க.

தீர்வு: I. அட்டவணை:

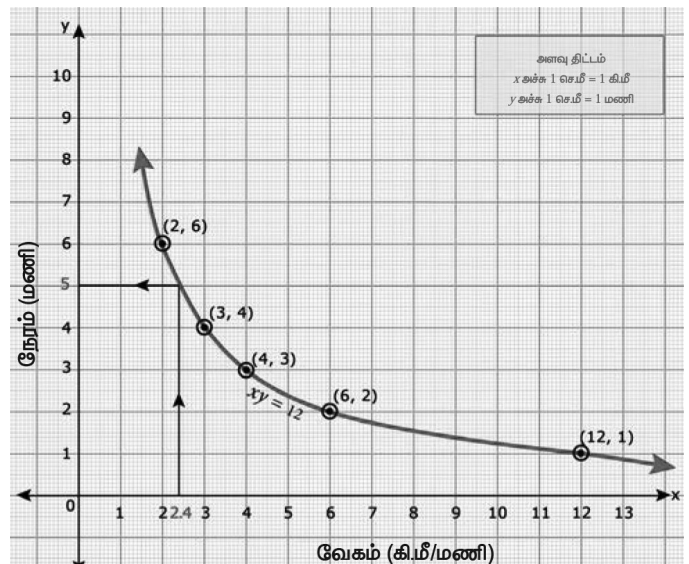
வேகம் (x) (கி.மீ/மணி)	12	6	4	3	2
நேரம் y மணி	1	2	3	4	6

II. மாறுபாடு: அட்டவணையிலிருந்து x குறையும்போது y அதிகரிக்கின்றது என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, இது எதிர் மாறுபாடு ஆகும்.

$\Rightarrow xy = k, k > 0, k$ என்பது விகிதசம மாறிலியாகும்.
இங்கு $xy = 12 \times 1 = 6 \times 2 = \dots = 2 \times 6 = 12 = k$
 $\therefore xy = 12$

III. புள்ளிகள்: (12, 1), (6, 2), (4, 3), (3, 4), (2, 6)

IV. தீர்வு: $x = 2.4 \Rightarrow 2.4 \times y = 12 \Rightarrow y = \frac{12}{2.4} = 5$
வரைபடத்திலிருந்து மணிக்கு 2.4 கி.மீ/மணி வேகத்தில் கௌசிக் எடுத்துக் கொண்ட நேரம் 5 மணி நேரமாகும்.



5. ஒரு துணிக்கடையானது தனது வாடிக்கையாளர்களுக்கு வாங்கும் ஒவ்வொரு பொருளின் மீதும் 50% தள்ளுபடியை அறிவிக்கிறது. குறித்த விலைக்கும் தள்ளுபடிக்குமான வரைபடம் வரையவும். மேலும்,
(i) வரைபடத்திலிருந்து, ஒரு வாடிக்கையாளர் ₹ 3250 ஐ தள்ளுபடியாகப் பெற்றால் குறித்த விலையைக் காண்க.
(ii) குறித்த விலையானது ₹ 2500 எனில் தள்ளுபடியைக் காண்க.

தீர்வு: I. அட்டவணை:

குறித்த தொகை ₹ (x)	1000	2000	3000	4000	5000	6000
தள்ளுபடி ₹ (y)	500	1000	1500	2000	2500	3000

II. மாறுபாடு: அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' யும் அதிகரிக்கிறது என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, இது நேர் மாறுபாடு ஆகும்.

$y = kx$, இங்கு k என்பது விகிதசம மாறிலியாகும்.

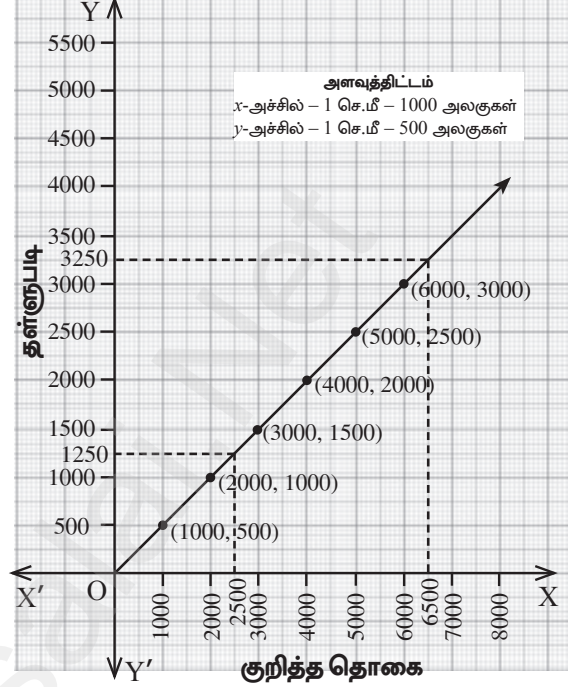
$$k = \frac{y}{x} = \frac{500}{1000} = \frac{1000}{2000} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{தேவையான சமன்பாடு } y = \frac{1}{2}x$$

III. புள்ளிகள்: (1000, 500), (2000, 1000), (3000, 1500), (4000, 2000), (5000, 2500), (6000, 3000)

IV. தீர்வு: i. வரைபடத்திலிருந்து $y = ₹3250$ எனில் $x = ₹6500$. அதாவது குறித்த தொகை = ₹6500

ii. வரைபடத்திலிருந்து $x = ₹2500$ எனில் $y = ₹1250$. அதாவது தள்ளுபடி = ₹1250



6. $xy = 24$, $x, y > 0$ என்ற வரைபடத்தை வரையவும். வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி,

(i) $x = 3$ எனில் y ஐக் காண்க மற்றும் (ii) $y = 6$ எனில் x -ஐக் காண்க.

தீர்வு:

I. அட்டவணை:

x	1	2	3	4	6	12	24
y	24	12	8	6	4	2	1

II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' குறைகிறது என நாம் காண்கிறோம்.

ஆகவே இது எதிர்மாறுபாடு ஆகும்.

i.e. $xy = k$

$$xy = 1 \times 24 = 2 \times 12 = \dots = 12 \times 2 = 24 \times 1 = 24 = k$$

$$\therefore xy = 24$$

III. புள்ளிகள்:

(1, 24), (2, 12), (3, 8), (4, 6), (6, 4), (12, 2), (24, 1)

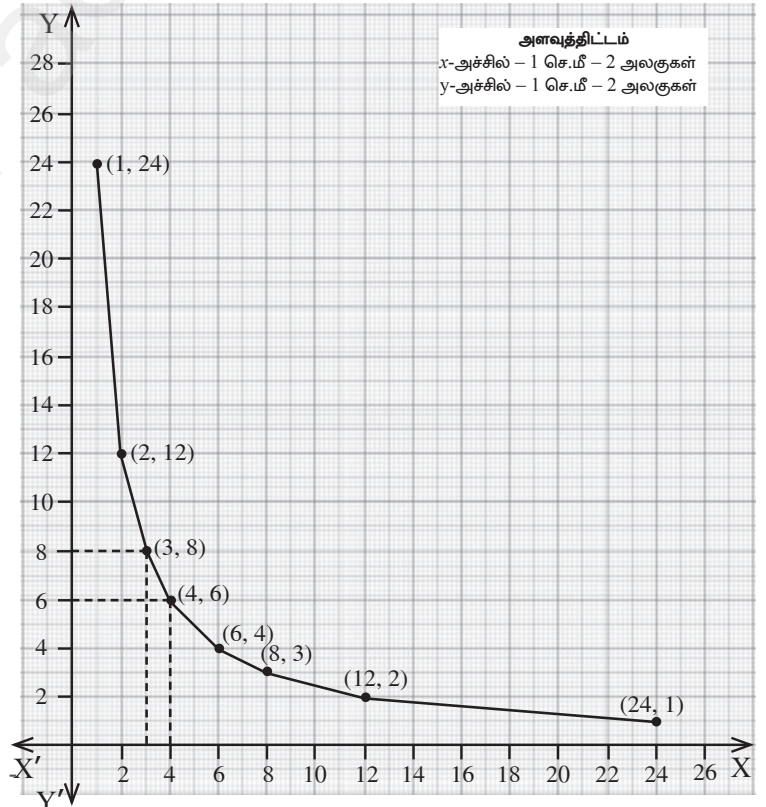
IV. தீர்வு:

i. $x = 3 \Rightarrow 3 \times y = 24$

$$y = \frac{24}{3} = 8 \quad \therefore y = 8$$

ii. $y = 6 \Rightarrow x \times 6 = 24$

$$x = \frac{24}{6} = 4 \quad \therefore x = 4$$



7. $y = \frac{1}{2}x$ என்ற நேரிய சமன்பாட்டின்/சார்பின் வரைபடம் வரையவும். விகிதசம மாறிலியை அடையாளம் கண்டு, அதனை வரைபடத்துடன் சரிபார்க்க. மேலும் (i) $x = 9$ எனில் y ஐக் காண்க. (ii) $y = 7.5$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு: I. அட்டவணை:

x	2	4	6	8	10
y	1	2	3	4	5

II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' யும் அதிகரிக்கிறது என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, இது நேர்மாறுபாடு ஆகும்.

$y = kx$, k என்பது விகிதசம மாறிலியாகும்.

$$k = \frac{y}{x} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \dots = \frac{1}{2};$$

∴ தேவையான சமன்பாடு $y = \frac{1}{2}x$

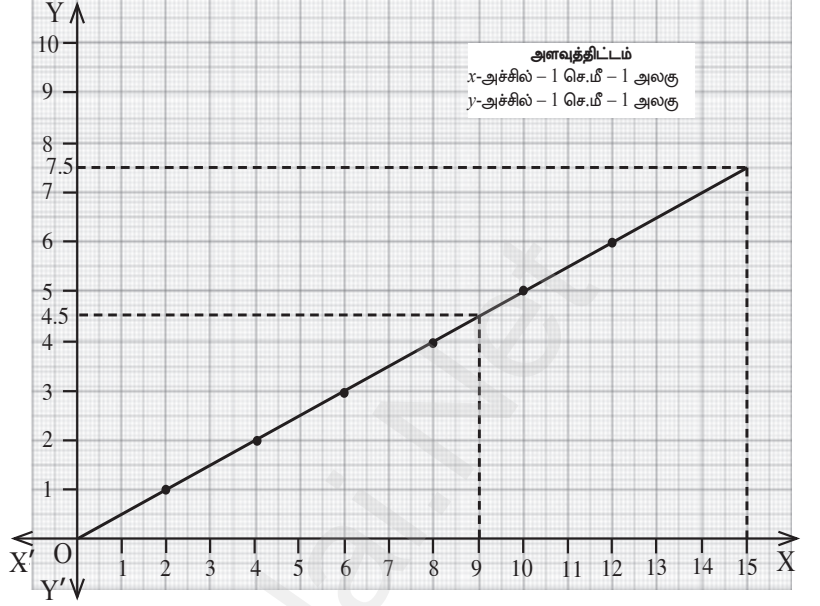
III. புள்ளிகள்:

(2, 1), (4, 2), (6, 3), (8, 4), (10, 5)

IV. தீர்வு:

வரைபடத்திலிருந்து $x = 9$ எனில், $y = 4.5$

வரைபடத்திலிருந்து $y = 7.5$, எனில் $x = 15$



8. ஒரு தொட்டியை நிரப்பத் தேவையான குழாய்களின் எண்ணிக்கையும் அவை எடுத்துக் கொள்ளும் நேரமும் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

குழாய்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	3	6	9
எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் (y) நிமிடங்களில்	45	30	15	10

மேற்காணும் தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து,

(i) 5 குழாய்களை பயன்படுத்தினால், தொட்டி நிரம்ப எடுத்துக் கொள்ளப்பட நேரத்தைக் காண்க.

(ii) 9 நிமிடங்களில் தொட்டி நிரம்பினால், பயன்படுத்தப்பட்ட குழாய்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு: I. அட்டவணை (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

குழாய்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	3	6	9
எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் (y) நிமிடங்களில்	45	30	15	10

II. மாறுபாடு:

அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' குறைகிறது என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, இது எதிர்மாறுபாடு ஆகும். *i.e.* $xy = k$

$$xy = 2 \times 45 = 3 \times 30 = \dots = 9 \times 10 = 90 (k)$$

∴ தேவையான சமன்பாடு $xy = 90$

III. புள்ளிகள்: (2, 45), (3, 30), (6, 15), (9, 10)

IV. தீர்வு:

வரைபடத்திலிருந்து $x = 5 \Rightarrow 5 \times y = 90$

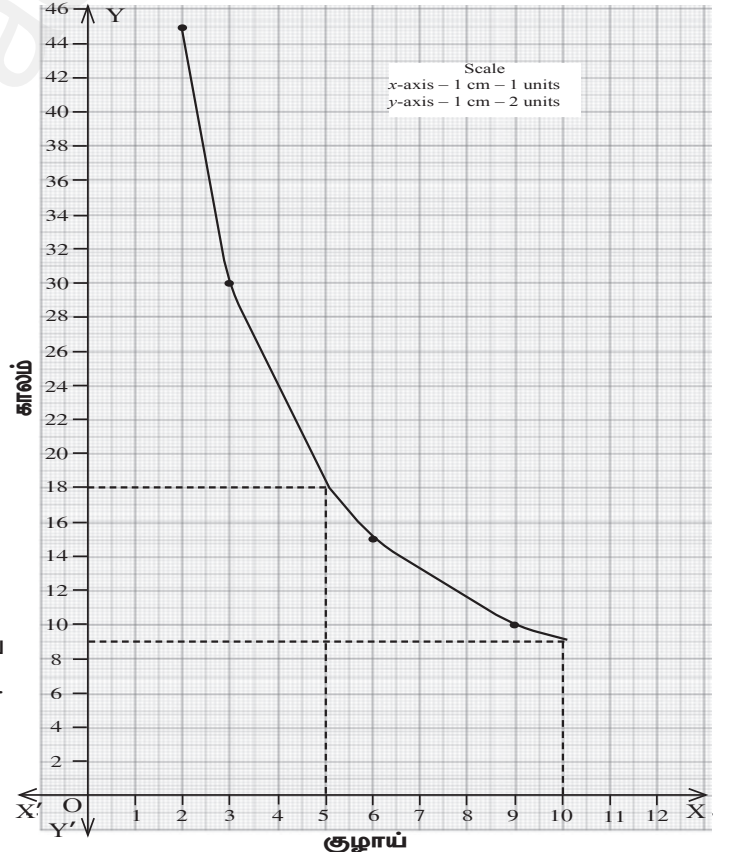
$$y = \frac{90}{5} = 18$$

எனவே குழாய்களைக் கொண்டு தொட்டியை நிரப்ப எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் 18 நிமிடங்கள்.

$$\text{வரைபடத்திலிருந்து } y=9 \Rightarrow x \times 9=90 \Rightarrow x = \frac{90}{9} = 10$$

9 நிமிடங்களில் தொட்டியை நிரப்பத்

தேவைப்படும் குழாய்களின் எண்ணிக்கை 10.



9. ஒரு பள்ளியானது, குறிப்பிட்ட சில போட்டிகளுக்கு, பரிசுத் தொகையினை எல்லா பங்கேற்பாளர்களுக்கும் பின்வருமாறு சமமாக பிரித்து வழங்குவதாக அறிவிக்கிறது.

பங்கேற்பாளர்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	4	6	8	10
ஒவ்வொரு பங்கேற்பாளரின் தொகை ₹ (y)	180	90	60	45	36

(i) விகிதசம மாறிலியைக் காண்க.

(ii) மேற்காணும் தரவுகளுக்கு வரைபடம் வரைந்து, 12 பங்கேற்பாளர்கள் பங்கெடுத்துக் கொண்டால் ஒவ்வொரு பங்கேற்பாளரும் பெறும் பரிசுத் தொகை எவ்வளவு என்பதைக் காண்க.

தீர்வு: I. அட்டவணை (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

பங்கேற்பாளர்களின் எண்ணிக்கை (x)	2	4	6	8	10
ஒவ்வொரு பங்கேற்பாளரின் தொகை ₹ (y)	180	90	60	45	36

II. மாறுபாடு: அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' குறைகிறது என நாம் காண்கிறோம்.

ஆகவே, இது எதிர்மாறுபாடு ஆகும்.

i.e. $xy = k$ இங்கு k என்பது விகிதசம மாறிலியாகும்.

$$xy = 2 \times 180 = 4 \times 90 = \dots = 10 \times 36 = 360 (k)$$

$$\therefore \text{தேவையான சமன்பாடு } xy = 360$$

III. புள்ளிகள்:

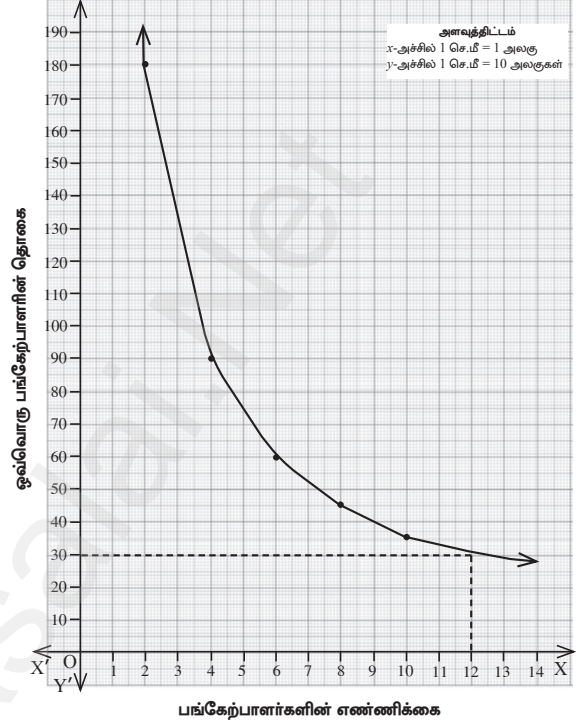
$$(2, 180), (4, 90), (6, 60), (8, 45), (10, 36)$$

IV. தீர்வு: i. விகிதசம மாறிலி $k = xy = 2 \times 180 = 360$

ii. வரைபடத்திலிருந்து $x = 12$ எனில் $xy = 360$

$$\Rightarrow 12y = 360 \Rightarrow y = \frac{360}{12} = 30$$

கலந்து கொள்ளும் ஒவ்வொருவரும் பெறும் தொகை ₹ 30



10. பேருந்து நிலையம் அருகே உள்ள இரு சக்கர வாகனம் நிறுத்துமிடத்தில் பெறப்படும் கட்டணத் தொகை பின்வருமாறு:

நேரம் (மணியில்) (x)	4	8	12	24
கட்டணத் தொகை ₹ (y)	60	120	180	360

பெறப்படும் கட்டணத் தொகையானது வாகனம் நிறுத்தப்படும் நேரத்திற்கு நேர் மாறுபாட்டில் உள்ளதா அல்லது எதிர் மாறுபாட்டில் உள்ளதா என ஆராய்க. கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளை வரைபடத்தில் குறிக்கவும். மேலும், (i) நிறுத்தப்படும் நேரம் 6 மணி எனில், கட்டணத்தொகையைக் காண்க. (ii) ₹150 ஐ கட்டணத் தொகையாகச் செலுத்தி இருந்தால், நிறுத்தப்பட்ட நேரத்தின் அளவைக் காண்க.

தீர்வு: I. அட்டவணை (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

நேரம் (மணியில்) (x)	4	8	12	24
கட்டணத் தொகை ₹ (y)	60	120	180	360

II. மாறுபாடு: அட்டவணையிலிருந்து 'x' அதிகரிக்க 'y' யும் அதிகரிக்கிறது என நாம் காண்கிறோம். ஆகவே, இது நேர்மாறுபாடு ஆகும்.

$y = kx$, இங்கு k என்பது விகிதசம மாறிலியாகும்.

$$k = \frac{y}{x} = \frac{60}{4} = \frac{120}{8} = \dots = \frac{360}{12} = 30 (k)$$

$$\therefore \text{தேவையான சமன்பாடு } y = 30x$$

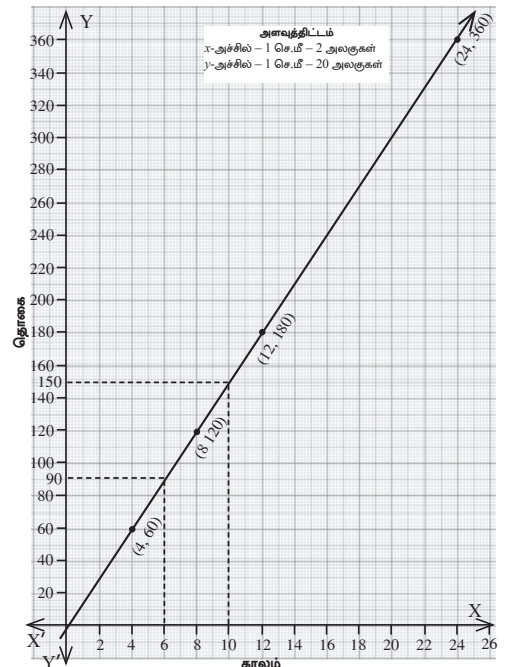
III. புள்ளிகள்: (4, 60), (8, 120), (12, 180), (24, 360)

IV. தீர்வு: வரைபடத்திலிருந்து, $x = 6$ எனில்

$$y = 30 \times 6 = 180. \text{ செலுத்த வேண்டிய தொகை ₹ 180.}$$

$$\text{வரைபடத்திலிருந்து } y = 150 \text{ எனில் } x = \frac{150}{30} = 5$$

அதாவது வாகனம் நிறுத்தப்பட அனுமதிக்கும் கால அளவு = 5 மணி



1. உறவுகளும் சார்புகளும்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $A \times B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$ எனில்

A மற்றும் B -ஐ காண்க.

செப்.20 ஆக.22

தீர்வு:

$$A \times B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$$

$A = \{A \times B$ -யின் முதல் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}. எனவே $A = \{3, 5\}$

$B = \{A \times B$ -யின் இரண்டாம் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}. எனவே $B = \{2, 4\}$

$$A = \{3, 5\} \text{ மற்றும் } B = \{2, 4\}$$

2. பின்வருவனவற்றிற்கு $A \times B$, $A \times A$ மற்றும் $B \times A$ ஐக் காண்க.

i) $A = \{2, -2, 3\}$ மற்றும் $B = \{1, -4\}$

ii) $A = B = \{p, q\}$ iii) $A = \{m, n\}$; $B = \varnothing$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{i) } A \times B &= \{2, -2, 3\} \times \{1, -4\} \\ &= \{(2, 1), (2, -4), (-2, 1), (-2, -4), \\ &\quad (3, 1), (3, -4)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \times A &= \{2, -2, 3\} \times \{2, -2, 3\} \\ &= \{(2, 2), (2, -2), (2, 3), (-2, 2), (-2, -2), \\ &\quad (-2, 3), (3, 2), (3, -2), (3, 3)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B \times A &= \{1, -4\} \times \{2, -2, 3\} \\ &= \{(1, 2), (1, -2), (1, 3), (-4, 2), \\ &\quad (-4, -2), (-4, 3)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } A = B &= \{p, q\} \\ A \times B &= \{p, q\} \times \{p, q\} \\ &= \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\} \\ A \times A &= \{p, q\} \times p, q \\ &= \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\} \\ B \times A &= \{p, q\} \times \{p, q\} \\ &= \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } A = \{m, n\}, B = \varnothing \\ A \times B &= \{(m, n) \times \{\}\} = \{\} \\ A \times A &= \{(m, n) \times \{m, n\}\} \\ &= \{(m, m), (m, n), (n, m), (n, n)\} \\ B \times A &= \{\} \times \{m, n\} = \{\} \end{aligned}$$

3. $A = \{1, 2, 3\}$ மற்றும் $B = \{x \mid x \text{ என்பது } 10\text{-ஐ விடச் சிறிய பகா எண்}\}$ எனில், $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

மே 22

தீர்வு:

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$A \times B = \{1, 2, 3\} \times \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$$

$$\begin{aligned} B \times A &= \{2, 3, 5, 7\} \times \{1, 2, 3\} \\ &= \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (7, 1), (7, 2), (7, 3)\} \end{aligned}$$

4. $B \times A = \{(-2, 3), (-2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)\}$ எனில், A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:

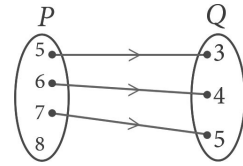
$A = \{B \times A$ -யின் இரண்டாவது ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்} எனவே, $A = \{3, 4\}$

$B = \{B \times A$ -யின் முதல் ஆயத் தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}

எனவே, $B = \{-2, 0, 3\}$

எனவே, $A = \{3, 4\}$, $B = \{-2, 0, 3\}$

5. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள (படம்) அம்புக்குறி படமானது P மற்றும் Q கணங்களுக்கான உறவைக் குறிக்கின்றது. இந்த உறவை



(i) கண கட்டமைப்பு முறை

(ii) பட்டியல் முறைகளில் எழுதுக.

(iii) R -ன் மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

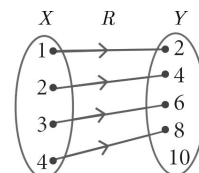
i) R யின் கண கட்டமைப்பு முறை
 $= \{(x, y) \mid y = x - 2, x \in P, y \in Q\}$

ii) R யின் பட்டியல் முறை
 $= \{(5, 3), (6, 4), (7, 5)\}$

iii) R யின் மதிப்பகம் = $\{5, 6, 7\}$ மற்றும்
 R யின் வீச்சகம் = $\{3, 4, 5\}$

6. $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ மற்றும் $R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$ எனில், R ஆனது ஒரு சார்பு எனக் காட்டுக. மேலும் அதன் மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு:



படத்தில் R குறிக்கப்பட்டுள்ளது.

ஒவ்வொரு $x \in X$ -க்கும், ஒரே ஒரு $y \in Y$ உறுப்பு மட்டும் கிடைக்கிறது.

எனவே X -ன் எல்லா உறுப்புகளுக்கும் Y -ல் ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளது.

எனவே R -ஆனது ஒரு சார்பு ஆகும்.

மதிப்பகம் $X = \{1, 2, 3, 4\}$

துணை மதிப்பகம் $Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

வீச்சகம் $f = \{2, 4, 6, 8\}$

7. $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 45\}$ மற்றும் R என்ற உறவு “ A -யின் மீது, ஒர் எண்ணின் வர்க்கம்” என வரையறுக்கப்பட்டால் R -ஐ $A \times A$ -யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும் R -க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.

தீர்வு:

செப்.21

$A = \{1, 2, 3, \dots, 45\}$

$R = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25), (6, 36)\}$

R ஆனது $(A \times A)$ யின் உட்கணம் என்பது தெளிவாகிறது.

\therefore மதிப்பகம் = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

வீச்சகம் = $\{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$

8. R என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y) / y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது இதன் மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் கண்டறிக.

தீர்வு:

$x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$f(x) = y = x + 3$

$f(0) = 3; f(1) = 4; f(2) = 5;$

$f(3) = 6; f(4) = 7; f(5) = 8$

$\therefore R = \{(0, 3), (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$

மதிப்பகம் = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

வீச்சகம் = $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

9. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \rightarrow x^2 - 5x + 6$, எனில், (i) $f(-1)$ (ii) $f(2)$ ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

தீர்வு:

இங்கு $f : x \rightarrow x^2 - 5x + 6$

$\Rightarrow f(x) = x^2 - 5x + 6$

- i) $f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 6$

$$= 1 + 5 + 6$$

$$= 12$$

- ii) $f(2) = (2)^2 - 5(2) + 6$

$$= 4 - 10 + 6$$

$$= 0$$

10. f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$f(x) = 3 - 2x$

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது $f(x^2) = [f(x)]^2$

$$3 - 2x^2 = [3 - 2x]^2$$

$$\Rightarrow 3 - 2x^2 = 9 + 4x^2 - 12x$$

$$3 - 2x^2 - 9 - 4x^2 + 12x = 0$$

$$\Rightarrow -6x^2 + 12x - 6 = 0 \div -6$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1, 1$$

11. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = N$ என்க.

மேலும் $f : A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = x^3$ என

வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், (i) f -யின் வீச்சகத்தைக் காண்க. (ii) f எவ்வகை சார்பு எனக் காண்க.

தீர்வு:

$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = N$

$f : A \rightarrow B, f(x) = x^3$

$f(1) = (1)^3 = 1; f(2) = (2)^3 = 8;$

$f(3) = (3)^3 = 27; f(4) = (4)^3 = 64$

i) வீச்சகம் = $\{1, 8, 27, 64\}$

ii) வீச்சகம் \neq துணை மதிப்பகம் என்பதால் இது ஒரு சார்பு ஆகும்.

5 மதிப்பெண்கள்

1. $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 3\}$ எனில்

(i) $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ -ஐ காண்க.

(ii) $A \times B = B \times A$ ஆகுமா? இல்லையெனில் ஏன்?

(iii) $n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B)$ எனக் காட்டுக. **செப்.21**

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது: $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 3\}$

- i) $A \times B = \{1, 3, 5\} \times \{2, 3\}$

$$= \{(1, 2), (1, 3), (3, 2), (3, 3), (5, 2), (5, 3)\}$$

---- (1)

$B \times A = \{2, 3\} \times \{1, 3, 5\}$

$$= \{(2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5)\}$$

---- (2)

- ii) (1) மற்றும் (2)-ன் மூலமாக $A \times B \neq B \times A$

ஏனெனில் $(1, 2) \neq (2, 1)$ மற்றும்

$(1, 3) \neq (3, 1)$...

- iii) $n(A) = 3; n(B) = 2$

(1) மற்றும் (2)-லிருந்து நாம் காண்பது,

$$n(A \times B) = n(B \times A) = 6;$$

$$n(A) \times n(B) = 3 \times 2 = 6$$

$$\begin{aligned} \text{ஆகவே, } n(A \times B) &= n(B \times A) \\ &= n(A) \times n(B) \end{aligned}$$

2. $A = \{x \in N \mid 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in W \mid 0 \leq x < 2\}$
மற்றும் $C = \{x \in N \mid x < 3\}$ என்க.

$$(i) A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$(ii) A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

என்பனவற்றைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$A = \{x \in N \mid 1 < x < 4\} = \{2, 3\},$$

$$B = \{x \in W \mid 0 \leq x < 2\} = \{0, 1\},$$

$$C = \{x \in N \mid x < 3\} = \{1, 2\}$$

$$i) A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$B \cup C = \{0, 1\} \cup \{1, 2\} = \{0, 1, 2\}$$

$$A \times (B \cup C) = \{2, 3\} \times \{0, 1, 2\}$$

$$= \{(2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2)\}$$

---- (1)

$$A \times B = \{2, 3\} \times \{0, 1\}$$

$$= \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\}$$

$$A \times C = \{2, 3\} \times \{1, 2\}$$

$$= \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

$$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\} \cup$$

$$\{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

$$= \{(2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2)\}$$

---- (2)

$$(1) = (2)$$

$$\therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C) \text{ என்பது}$$

சரிபார்க்கப்பட்டது.

$$ii) A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$B \cap C = \{0, 1\} \cap \{1, 2\} = \{1\}$$

$$A \times (B \cap C) = \{2, 3\} \times \{1\}$$

$$= \{(2, 1), (3, 1)\} \quad \text{---- (1)}$$

$$A \times B = \{2, 3\} \times \{0, 1\}$$

$$= \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\}$$

$$A \times C = \{2, 3\} \times \{1, 2\}$$

$$= \{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

$$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1)\} \cap$$

$$\{(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

$$= \{(2, 1), (3, 1)\} \quad \text{---- (2)}$$

$$(1) = (2)$$

$$\therefore A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

3. $A = \{5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$, $C = \{5, 6, 7\}$, எனில்
 $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ எனக் காட்டுக.

ஆக.22

தீர்வு:

$$A = \{5, 6\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{5, 6, 7\}$$

LHS:

$$A \times A = \{5, 6\} \times \{5, 6\}$$

$$= \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \quad \text{---- (1)}$$

RHS: $(B \times B) \cap (C \times C)$

$$B \times B = \{4, 5, 6\} \times \{4, 5, 6\}$$

$$= \{(4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5),$$

$$(5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

$$C \times C = \{5, 6, 7\} \times \{5, 6, 7\}$$

$$= \{(5, 5), (5, 6), (5, 7), (6, 5), (6, 6),$$

$$(6, 7), (7, 5), (7, 6), (7, 7)\}$$

$$\therefore (B \times B) \cap (C \times C) = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$$

---- (2)

\therefore (1) மற்றும் (2) விருந்து LHS = RHS.

4. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{3, 4\}$ மற்றும்
 $D = \{1, 3, 5\}$ எனில் $(A \cap C) \times (B \cap D) =$
 $(A \times B) \cap (C \times D)$ என்பது உண்மையா என
சோதிக்கவும்.

தீர்வு:

$$A \cap C = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}$$

$$A \cap C = \{3\}$$

$$B \cap D = \{2, 3, 5\} \cap \{1, 3, 5\}$$

$$B \cap D = \{3, 5\}$$

$$(A \cap C) \times (B \cap D) = \{3\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(3, 3), (3, 5)\} \quad \text{---- (1)}$$

$$A \times B = \{1, 2, 3\} \times \{2, 3, 5\}$$

$$= \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 2), (2, 3),$$

$$(2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)\}$$

$$C \times D = \{3, 4\} \times \{1, 3, 5\}$$

$$= \{(3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)\}$$

$$(A \times B) \cap (C \times D) = \{(3, 3), (3, 5)\} \quad \text{---- (2)}$$

(1) மற்றும் (2) சமம்.

$$\therefore (A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$$

என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

5. $A = \{x \in W \mid x < 2\}$, $B = \{x \in N \mid 1 < x \leq 4\}$
மற்றும் $C = \{3, 5\}$ எனில், கீழே கொடுக்கப்
பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க.

$$(i) A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$(ii) A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

செப்.21

$$(iii) (A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

தீர்வு:

$$A = \{x \in W \mid x < 2\} \Rightarrow A = \{0, 1\}$$

$$B = \{x \in N \mid 1 < x \leq 4\}$$

$$\Rightarrow B = \{2, 3, 4\}; C = \{3, 5\}$$

$$i) A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C).$$

$$B \cup C = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 5\}$$

$$B \cup C = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$A \times (B \cup C) = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4, 5\}$$

$$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\} \text{ ---- (1)}$$

$$A \times B = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4\}$$

$$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$A \times C = \{0, 1\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\} \text{ ---- (2)}$$

$\therefore (1) = (2)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

$$ii) A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$B \cap C = \{2, 3, 4\} \cap \{3, 5\} = \{3\}$$

$$A \times (B \cap C) = \{(0, 3), (1, 3)\} \text{ ---- (1)}$$

$$A \times B = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4\}$$

$$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$A \times C = \{0, 1\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \{(0, 3), (1, 3)\} \text{ ---- (2)}$$

$\therefore (1) = (2)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

$$iii) (A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

$$A \cup B = \{0, 1\} \cup \{2, 3, 4\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$\therefore (A \cup B) \times C = \{0, 1, 2, 3, 4\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\} \text{ ---- (1)}$$

$$A \times C = \{0, 1\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$$

$$B \times C = \{2, 3, 4\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$$

$$\therefore (A \times C) \cup (B \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\} \text{ ---- (2)}$$

$\therefore (1) = (2)$ LHS = RHS

6. A என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் $C =$ என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க.

$$(i) (A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C) \quad \text{செப்.20}$$

$$(ii) A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C) \quad \text{மே 22}$$

தீர்வு:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\} \quad C = \{2\}$$

நிரூபிக்க வேண்டியது:

$$i) (A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$$

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= \{2, 3, 5, 7\}$$

$$(A \cap B) \times C = \{2, 3, 5, 7\} \times \{2\}$$

$$\therefore (A \cap B) \times C = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\} \text{ ---- (1)}$$

$$A \times C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2\}$$

$$= \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$$

$$B \times C = \{2, 3, 5, 7\} \times \{2\}$$

$$= \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$$

$$(A \times C) \cap (B \times C)$$

$$= \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\} \text{ ---- (2)}$$

$\therefore (1) = (2)$ மற்றும் (2) லிருந்து, LHS = RHS.

$$ii) A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$$

$$B - C = \{2, 3, 5, 7\} - \{2\} = \{3, 5, 7\}$$

$$A \times (B - C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{3, 5, 7\}$$

$$= \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\} \text{ ---- (1)}$$

$$A \times B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$$

$$A \times C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2\}$$

$$= \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2), (7, 2)\}$$

$$(A \times B) - (A \times C)$$

$$= \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\} \text{ ---- (2)}$$

$$(1) = (2)$$

$$\therefore A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$$

என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

7. $A = \{3, 4, 7, 8\}$ மற்றும் $B = \{1, 7, 10\}$ எனில் கீழ் உள்ள கணங்களில் எவை A லிருந்து B -க்கு ஆன உறவைக் குறிக்கின்றது?

- (i) $R_1 = \{(3, 7), (4, 7), (7, 10), (8, 1)\}$
(ii) $R_2 = \{(3, 1), (4, 12)\}$
(iii) $R_3 = \{(3, 7), (4, 10), (7, 7), (7, 8), (8, 11), (8, 7), (8, 10)\}$

தீர்வு:

$$A \times B = \{(3, 1), (3, 7), (3, 10), (4, 1), (4, 7), (4, 10), (7, 1), (7, 7), (7, 10), (8, 1), (8, 7), (8, 10)\}$$

- i) $R_1 \subseteq A \times B$ என்பதைக் காணலாம். எனவே, R_1 என்பது A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவு ஆகும்.
ii) இங்கு, $(4, 12) \in R_2$, ஆனால் $(4, 12) \notin A \times B$. எனவே R_2 ஆனது A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவு இல்லை.
iii) இங்கு, $(7, 8) \in R_3$, ஆனால் $(7, 8) \notin A \times B$. எனவே, R_3 ஆனது A -லிருந்து B -க்கு ஆன உறவு இல்லை.

8. $A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$, பின்வருவனவற்றில் எவை A லிருந்து B -க்கான உறவுகளாகும்?

- (i) $R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$ (ii) $R_2 = \{(-1, 1)\}$
(iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$
(iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$

தீர்வு:

$$A = \{1, 2, 3, 7\} \text{ மற்றும் } B = \{3, 0, -1, 7\}$$

$$\therefore A \times B = \{1, 2, 3, 7\} \times \{3, 0, -1, 7\}$$

$$= \{(1, 3), (1, 0), (1, -1), (1, 7), (2, 3), (2, 0), (2, -1), (2, 7), (3, 3), (3, 0), (3, -1), (3, 7), (7, 3), (7, 0), (7, -1), (7, 7)\}$$

- i) $R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$, $(2, 1) \in R_1$
ஆனால் $(2, 1) \notin A \times B$
 $\therefore R_1$ ஒரு உறவு அல்ல.
ii) $R_2 = \{(-1, 1)\}$, $(-1, 1) \in R_2$
ஆனால் $(-1, 1) \notin A \times B$
 $\therefore R_2$ ஒரு உறவு அல்ல.
iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$, $R_3 \subseteq A \times B$
 $\therefore R_3$ ஒரு உறவு.
iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$,
 $(0, 3), (0, 7) \in R_4$ என்பது $A \times B$ ல் உறுப்பு அல்ல.
 $\therefore R_4$ ஒரு உறவு அல்ல.

9. கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும்
(1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம்
(3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.

- (i) $\{(x, y) \mid x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$
(ii) $\{(x, y) \mid y = x + 3, x, y \text{ ஆகியவை இயல் எண்கள் } < 10\}$

ஆக.22

தீர்வு:

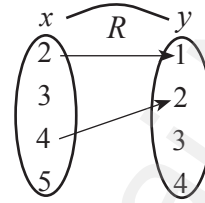
- (i) $\{(x, y) \mid x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

$$x = 2y$$

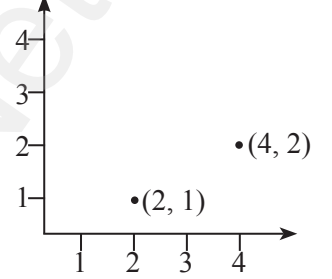
$$f(x) = \frac{x}{2}; f(2) = \frac{2}{2} = 1; f(3) = \frac{3}{2};$$

$$f(4) = \frac{4}{2} = 2; f(5) = \frac{5}{2}$$

1. அம்புக்குறி படம்



2. வரைபடம்



3. வரிசை சோடி

$$\{(2, 1), (4, 2)\}$$

- (ii) $\{(x, y) \mid y = x + 3, x, y \text{ ஆகியவை இயல் எண்கள் } < 10\}$

தீர்வு:

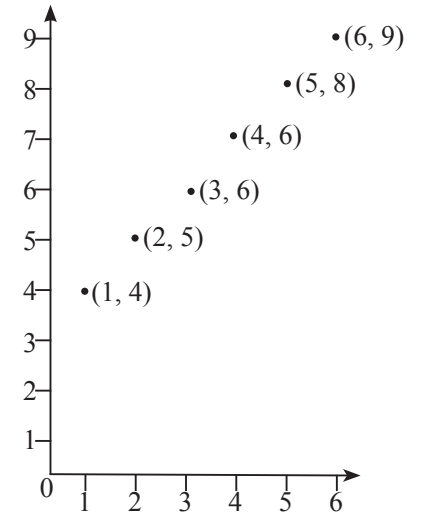
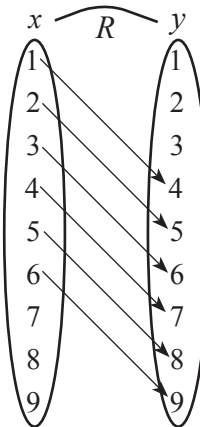
$$f(x) = x + 3;$$

$$f(1) = 4; f(2) = 5; f(3) = 6; f(4) = 7;$$

$$f(5) = 8; f(6) = 9$$

1. அம்புக்குறி படம்:

2. வரைபடம்:



3. வரிசை சோடி:

$$\{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)\}$$

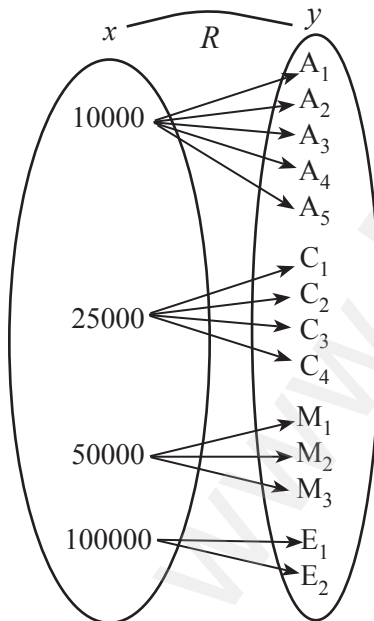
10. ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A), எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E) ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ₹ 10,000, ₹ 25,000, ₹ 50,000 மற்றும் ₹ 1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள் C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள் M_1, M_2, M_3 ஆகியோர்கள் மேலாளர்கள் மற்றும் E_1, E_2 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர். xRy என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் R -என்ற உறவை, வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அம்புக்குறி படம் மூலமாகவும் குறிப்பிடுக.

தீர்வு:

a) வரிசை சோடி:

{ (10000, A_1), (10000, A_2), (10000, A_3), (10000, A_4), (10000, A_5) (25000, C_1), (25000, C_2), (25000, C_3), (25000, C_4), (50000, M_1), (50000, M_2), (50000, M_3) (100000, E_1), (100000, E_2) }

b) அம்புக்குறி படம்:



11. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f: A \rightarrow B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினைக் கொண்டு

செப்.20

- அம்புக்குறி படம்
- அட்டவணை
- வரிசைச் சோடிகளின் கணம்
- வரைபடம் ஆகியவற்றைக் குறிக்க.

தீர்வு:

$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$

$f(x) = 3x - 1$

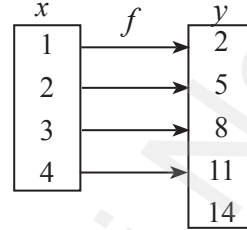
$f(1) = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2;$

$f(2) = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$ $f(3) = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8;$

$f(4) = 3(4) - 1 = 12 - 1 = 11$

சார்பு $R = \{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)\}$

i. அம்புக்குறி படம்:



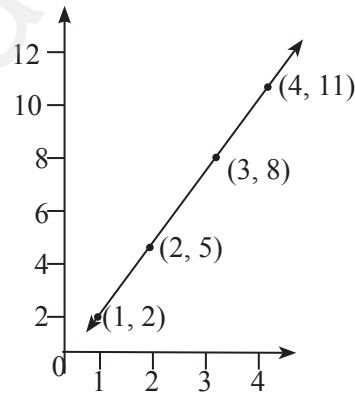
ii. அட்டவணை:

x	1	2	3	4
y	2	5	8	11

iii. வரிசை சோடி:

{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)}

iv. வரைபடம்:



12. $f: N \rightarrow N$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2$, $x \in N$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

- 1, 2, 3-யின் நிழல் உருக்களைக் காண்க.
- 29 மற்றும் 53 -யின் முன் உருக்களைக் காண்க.

(ii) சார்பின் வகையைக் காண்க.

தீர்வு:

$f: N \rightarrow N$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

- $x = 1$ எனில், $f(1) = 3(1) + 2 = 5$
 $x = 2$ எனில், $f(2) = 3(2) + 2 = 8$
 $x = 3$ எனில், $f(3) = 3(3) + 2 = 11$
1, 2, 3 -யின் நிழல் உருக்கள் முறையே 5, 8, 11 ஆகும்.

- ii) 29-யின் முன் உரு x எனில், $f(x) = 29$. எனவே $3x + 2 = 29$; $3x = 27 \Rightarrow x = 9$.
இதைப்போலவே, 53-ன் முன் உரு x எனில், $f(x) = 53$. எனவே, $3x + 2 = 53$
 $3x = 53 - 2 \Rightarrow 3x = 51 \Rightarrow x = 17$
எனவே, 29 மற்றும் 53 -யின் முன் உருக்கள் முறையே 9 மற்றும் 17 ஆகும்.

- iii) N -யின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன.

$\therefore f$ ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

f -யின் துணை மதிப்பகமானது N .

வீச்சகம் $f = \{5, 8, 11, 14, 17, \dots\}$ ஆனது N -ன் தகு உட்கணமாகும்.

எனவே, f ஆனது மேல்சார்பு இல்லை.

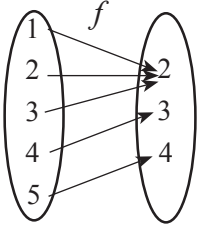
அதாவது, f உட்சார்பு ஆகும்.

எனவே, f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் உட்சார்பு ஆகும்.

13. $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$ என்ற சார்பினை (i) அம்புக்குறி படம் (ii) அட்டவணை (iii) வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்.

தீர்வு:

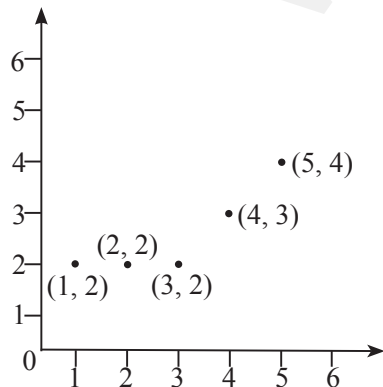
- i. அம்புக்குறி படம்:



- ii. அட்டவணை:

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	2	2	3	4

- iii. வரைபடம்:



14. $f : A \rightarrow B$ என்ற சார்பானது

$$f(x) = \frac{x}{2} - 1 \text{ என வரையறுக்கப்படுகிறது.}$$

இங்கு, $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$.

ஆக இருக்கும்போது சார்பு f -ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க.

- i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்
ii) அட்டவணை
iii) அம்புக்குறி படம்
iv) வரைபடம்

தீர்வு:

$$f(x) = \frac{x}{2} - 1$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 1 - 1 = 0$$

$$x = 4 \Rightarrow f(4) = 2 - 1 = 1$$

$$x = 6 \Rightarrow f(6) = 3 - 1 = 2$$

$$x = 10 \Rightarrow f(10) = 5 - 1 = 4$$

$$x = 12 \Rightarrow f(12) = 6 - 1 = 5$$

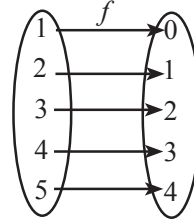
- i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்:

$$f = \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (10, 4), (12, 5)\}$$

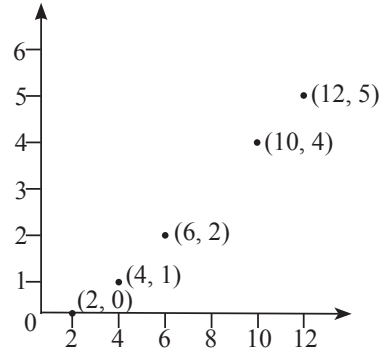
- ii) அட்டவணை:

x	2	4	6	10	12
$f(x)$	0	1	2	4	5

- iii) அம்புக்குறி படம்:



- iv) வரைபடம்:



★★★

2. எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $a^b \times b^a = 800$ என்றவாறு அமையும் இரு மிகை முழுக்கள் a மற்றும் b ஐ காண்க.

தீர்வு:

$$800 = a^b \times b^a \quad \begin{array}{r} 2 \mid 800 \\ 2 \mid 400 \\ 2 \mid 200 \\ 2 \mid 100 \\ 2 \mid 50 \\ 5 \mid 25 \\ 5 \end{array}$$

$$800 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^5 \times 5^2$$

$$\therefore a = 2, b = 5 \text{ (அல்லது)} a = 5, b = 2$$

2. 252525 மற்றும் 363636 என்ற எண்களின் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 2 \mid 363636 \\ 2 \mid 181818 \\ 3 \mid 90909 \\ 3 \mid 30303 \\ 3 \mid 10101 \\ 7 \mid 3367 \\ 13 \mid 481 \\ 37 \mid 37 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \mid 252525 \\ 5 \mid 50505 \\ 3 \mid 10101 \\ 7 \mid 3367 \\ 13 \mid 481 \\ 37 \mid 37 \\ 1 \end{array}$$

$$252525 = 3 \times 5^2 \times 7 \times 13 \times 37$$

$$363636 = 2^3 \times 3^3 \times 7 \times 13 \times 37$$

$$252525 \text{ மற்றும் } 363636 \text{ இன் மீ.பொ.வ} \\ = 3 \times 7 \times 13 \times 37 \\ = 10101$$

3. $13824 = 2^a \times 3^b$ எனில், a மற்றும் b -யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 2 \mid 13824 \\ 2 \mid 6912 \\ 2 \mid 3456 \\ 2 \mid 1728 \\ 2 \mid 864 \\ 2 \mid 432 \\ 2 \mid 216 \\ 2 \mid 108 \\ 2 \mid 54 \\ 3 \mid 27 \\ 3 \mid 9 \\ 3 \end{array}$$

மே 22

$$\Rightarrow 13824 = 2^9 \times 3^3$$

$$\therefore a = 9, b = 3$$

4. அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி 408 மற்றும் 170 என்ற எண்களின் மீ.பொ.ம மற்றும் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 2 \mid 408 \\ 2 \mid 204 \\ 2 \mid 102 \\ 3 \mid 51 \\ 17 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \mid 170 \\ 5 \mid 85 \\ 17 \end{array}$$

$$408 = 2^3 \times 3 \times 17$$

$$170 = 2 \times 5 \times 17$$

$$408, 170 \text{ இன் மீ.பொ.வ} = 2 \times 17 = 34$$

$$408, 170 \text{ இன் மீ.சி.ம} = 2^3 \times 3 \times 5 \times 17 \\ = 2040$$

5. ஒரு தொடர்வரிசையின் பொது உறுப்பு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$a_n = \begin{cases} n(n+3); & n \in N \text{ ஓர் ஒற்றை எண்} \\ n^2 + 1; & n \in N \text{ ஓர் இரட்டை எண்} \end{cases}$$

11-வது உறுப்பு மற்றும் 18-வது உறுப்பு காண்க.

தீர்வு:

$n = 11$ என்பது ஒற்றை எண் என்பதால், a_{11} இன் மதிப்பு காண $n = 11$ என

$$a_n = n(n+3) \text{ யில் பிரதியிட,}$$

$$11\text{-வது உறுப்பு } a_{11} = 11(11+3) = 154$$

$n = 18$ என்பது இரட்டைப்படை எண்

என்பதால், a_{18} இன் மதிப்பு காண

$$n = 18 \text{ என } a_n = n^2 + 1 \text{ யில் பிரதியிட}$$

$$18 \text{ வது உறுப்பு } a_{18} = 18^2 + 1 = 325$$

6. கீழ்க்கண்ட தொடர்வரிசைகள் ஒவ்வொன்றிலும் n -வது உறுப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதில் குறிப்பிட்டுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

(i) $a_n = \frac{5n}{n+2}$; a_6 மற்றும் a_{13}

(ii) $a_n = -(n^2 - 4)$; a_4 மற்றும் a_{11}

தீர்வு:

i. $a_n = \frac{5n}{n+2}$

$$a_6 = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}; \quad a_{13} = \frac{65}{15} = \frac{13}{3}$$

ii. $a_n = -(n^2 - 4)$

$$a_4 = -(16 - 4) = -12$$

$$a_{11} = -(121 - 4) = -117$$

$$7. a_n = \begin{cases} \frac{n^2 - 1}{n + 3}; & \text{ஓர் இரட்டை எண் } n \in N \\ \frac{n^2}{2n + 1}; & \text{ஓர் ஒற்றை எண் } n \in N \end{cases}$$

என்பது n -வது உறுப்பு எனில், a_8 மற்றும் a_{15} காண்க.

தீர்வு:

$$n \text{ இரட்டை எனில் } a_8 \text{ இன் மதிப்பு } \frac{n^2 - 1}{n + 3}$$

$$a_8 = \frac{64 - 1}{11} = \frac{63}{11}$$

$$n \text{ ஒற்றை எனில் } a_{15} \text{ இன் மதிப்பு } \frac{n^2}{2n + 1}$$

$$a_{15} = \frac{(15)^2}{30 + 1} = \frac{225}{31}$$

8. $-11, -15, -19, \dots$ என்ற கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் 19-வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

ஆக.22

கூட்டுத் தொடரின் n -வது உறுப்பு

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$a = -11; d = -15 + 11 = -4; n = 19$$

$$t_{19} = -11 + 18(-4)$$

$$= -11 - 72$$

$$t_{19} = -83$$

9. $16, 11, 6, 1, \dots$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் -54 என்பது எத்தனையாவது உறுப்பு? **மே 22**

தீர்வு:

$$n = \left(\frac{l - a}{d} \right) + 1$$

$$a = 16; d = 11 - 16 = -5; l = -54$$

$$n = \frac{-54 - 16}{-5} + 1 \Rightarrow = \frac{-70}{-5} + 1$$

$$n = 14 + 1 \Rightarrow n = 15$$

10. $9, 15, 21, 27, \dots, 183$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் நடு உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$a = 9, d = 6, l = 183$$

$$n = \left(\frac{l - a}{d} \right) + 1$$

$$= \frac{183 - 9}{6} + 1 = \frac{174}{6} + 1 = 29 + 1 = 30$$

\therefore 15 ஆவது உறுப்பும் 16 ஆவது உறுப்பும் நடு உறுப்புகளாகும்.

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$\therefore t_{15} = a + 14d \quad t_{16} = a + 15d$$

$$= 9 + 14(6) \quad = 9 + 15(6)$$

$$= 9 + 84 \quad = 9 + 90$$

$$= 93 \quad = 99$$

\therefore 93, 99 என்பன இக்கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் நடு உறுப்புகளாகும்.

11. $3 + k, 18 - k, 5k + 1$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ள எனில், k யின் மதிப்புக் காண்க. **செப்.21**

தீர்வு:

$3 + k, 18 - k, 5k + 1$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2$$

$$(18 - k) - (3 + k) = (5k + 1) - (18 - k)$$

$$15 - 2k = 6k - 17$$

$$-2k - 6k = -17 - 15$$

$$-8k = -32$$

$$k = 4$$

12. ஒரு சினிமா அரங்கின் முதல் வரிசையில் 20 இருக்கைகளும் மொத்தம் 30 வரிசைகளும் உள்ளன. அடுத்தடுத்த ஒவ்வொரு வரிசையிலும் அதற்கு முந்தைய வரிசையைவிட இரண்டு இருக்கைகள் கூடுதலாக உள்ளன. கடைசி வரிசையில் எத்தனை இருக்கைகள் இருக்கும்?

தீர்வு:

முதல் உறுப்பு $a = 20$

பொது வித்தியாசம் $d = 2$

\therefore கடைசி வரிசையில் உள்ள இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை $t_n = a + (n - 1)d$

$$t_{30} = a + 29d$$

$$= 20 + 29(2)$$

$$= 20 + 58 = 78$$

13. முதல் உறுப்பு 20 ஆகவும் பொது வித்தியாசம் 8 ஆகவும் கொண்ட கூட்டுத் தொடர்வரிசையை எழுதவும்.

தீர்வு:

முதல் உறுப்பு $a = 20$; பொது வித்தியாசம் $d = 8$ கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் பொது வடிவம் $a, a + d, a + 3d, \dots$

இந்த நிகழ்வில் நாம் பெறுவது

$$20, 20 + 8, 20 + 2(8), 20 + 3(8), \dots$$

எனவே, தேவையான கூட்டுத் தொடர்வரிசை $20, 28, 36, 44, \dots$ ஆகும்.

14. $3, 6, 9, 12, \dots, 111$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. **செப்.21**

தீர்வு:

முதல் உறுப்பு $a = 3$,

பொது வித்தியாசம் $d = 6 - 3 = 3$

கடைசி உறுப்பு $l = 111$

$n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$ என நாம் அறிவோம்.

$$n = \left(\frac{111-3}{3}\right) + 1 = 37$$

எனவே, இந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் 37 உறுப்புகள் உள்ளன.

15. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முதல் உறுப்பு மற்றும் பொது விகிதம் உடைய பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முதல் மூன்று உறுப்புகளை எழுதுக.

(i) $a = 6, r = 3$ (ii) $a = \sqrt{2}, r = \sqrt{2}$

(iii) $a = 1000, r = \frac{2}{5}$

தீர்வு:

i. பொதுவடிவம் $G.P. \Rightarrow a, ar, ar^2, \dots$

$$a = 6, r = 3$$

$$G.P. \Rightarrow 6, 6(3), 6(3)^2 \dots$$

$$\Rightarrow 6, 18, 54, \dots$$

ii. $G.P. \Rightarrow a, ar, ar^2, \dots$

$$a = \sqrt{2}, r = \sqrt{2}$$

$$G.P. \Rightarrow \sqrt{2}, \sqrt{2}(\sqrt{2}), \sqrt{2}(\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}$$

iii. $G.P. \Rightarrow a, ar, ar^2, \dots$

$$a = 1000, r = \frac{2}{5}$$

$$G.P. \Rightarrow 1000, 1000 \times \frac{2}{5}, 1000 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 \dots$$

$$G.P. \Rightarrow 1000, 400, 160, \dots$$

16. 729, 243, 81, ... என்ற பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் 7-வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

பெருக்குத் தொடரின் n ஆவது உறுப்பு

$$t_n = ar^{n-1}$$

$$a = 729, r = \frac{243}{729} = \frac{1}{3}, n = 7$$

$$t_7 = 729 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{7-1} \Rightarrow 729 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6$$

$$t_7 = 729 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

17. $x + 6, x + 12$ மற்றும் $x + 15$ என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் தொடர்ச்சியான மூன்று உறுப்புகள் எனில், x -யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$x + 6, x + 12$ மற்றும் $x + 15$ என்பன

ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசை

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$$

$$\frac{x+12}{x+6} = \frac{x+15}{x+12}$$

$$(x+12)^2 = (x+6)(x+15)$$

$$x^2 + 24x + 144 = x^2 + 21x + 90$$

$$24x - 21x = 90 - 144$$

$$3x = -54$$

$$x = -\frac{54}{3} = -18$$

18. பின்வரும் முடிவறா தொடர்களின் கூடுதல் காண்க.

(i) $9 + 3 + 1 + \dots$ (ii) $21 + 14 + \frac{28}{3} + \dots$

தீர்வு:

i. $9 + 3 + 1 + \dots$ இங்கு $a = 9, r = \frac{1}{3}$

$$(\because -1 < r < 1)$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{9}{1-\frac{1}{3}} = \frac{27}{\frac{2}{3}}$$

ii. $21 + 14 + \frac{28}{3} + \dots$ இங்கு $a = 21, r = \frac{2}{3}$

$$(\because -1 < \frac{2}{3} < 1)$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{21}{1-\frac{2}{3}} = 63$$

19. ஒரு முடிவறா பெருக்குத் தொடரின் முதல் உறுப்பு 8 மற்றும் முடிவறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல் $\frac{32}{3}$ எனில் அதன் பொது விகிதம் காண்க.

தீர்வு:

$$G.P. \quad a = 8, \quad S_\infty = \frac{32}{3}$$

$$\frac{a}{1-r} = S_\infty \Rightarrow \frac{8}{1-r} = \frac{32}{3}$$

$$\Rightarrow 24 = 32 - 32r$$

$$\Rightarrow 32r = 8 \quad \Rightarrow r = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

20. ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் $S_6 = 4095$ மற்றும் $r = 4$ எனில், அதன் முதல் உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

பொது விகிதம் $= 4 > 1,$

முதல் 6 உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_6 = 4095$

$$\text{எனவே, } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 4095$$

$$r = 4, \text{ என்பதால் } \frac{a(4^6 - 1)}{4 - 1} = 4095$$

$$\Rightarrow a \times \frac{4095}{3} = 4095$$

முதல் உறுப்பு $a = 3$

21. மதிப்பு காண்க. $1 + 2 + 3 + \dots + 50$

தீர்வு:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 50$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ என்ற}$$

சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த

$$1 + 2 + 3 + \dots + 50 = \frac{50 \times (50+1)}{2} = 1275$$

22. கூடுதல் காண்க.

$1 + 3 + 5 + \dots$ to 40 உறுப்புகள் வரை

தீர்வு:

$1 + 3 + 5 + \dots + n$ உறுப்புகள் வரை
கூடுதல் $= n^2$

$1 + 3 + 5 + \dots + 40$ உறுப்புகள் வரை
கூடுதல் $= (40)^2 = 1640$

23. கூடுதல் காண்க. $1^2 + 2^2 + \dots + 19^2$

தீர்வு:

$$1^2 + 2^2 + \dots + 19^2$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{19 \times (19+1)(2 \times 19+1)}{6}$$

$$= \frac{19 \times 20 \times 39}{6} = 2170$$

24. கூடுதல் காண்க. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 16^3$

தீர்வு:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 16^3 = \left[\frac{16 \times 17}{2} \right]^2$$

$$= [136]^2$$

$$= 18496$$

25. $1 + 2 + 3 + \dots + n = 666$ எனில், n -யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = 666$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 666$$

$$n^2 + n = 1332$$

$$n^2 + n - 1332 = 0$$

$$(n - 36)(n + 37) = 0$$

$$n = -37 \text{ அல்லது } n = 36$$

$$n \neq -37 \text{ (} n \neq -37 \text{ ஏற்கத்தக்கதல்ல)}$$

$$n = 36$$

26. கூடுதல் காண்க.

(i) $2 + 4 + 6 + \dots + 80$

(ii) $1 + 3 + 5 + \dots + 55$

தீர்வு:

i. $2 + 4 + 6 + \dots + 80$

$$= 2 [1 + 2 + 3 + \dots + 40]$$

$$= 2 \left[\frac{n(n+1)}{2} \right] = 40 \times 41 = 1640$$

ii. $1 + 3 + 5 + \dots + 55$

இந்த உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

கொடுக்கப்படவில்லை. நாம்

உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை என்ற

சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்போம்.

$$n = \frac{(55-1)}{2} + 1 = 28$$

எனவே,

$$1 + 3 + 5 + \dots + 55 = (28)^2 = 784$$

27. பின்வரும் தொடர்களின் கூடுதலைக் காண்க.

(i) $1 + 2 + 3 + \dots + 60$

(ii) $3 + 6 + 9 + \dots + 96$

(iii) $1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 225$

(iv) $1 + 3 + 5 + \dots + 71$

தீர்வு:

i. $1 + 2 + 3 + \dots + 60 = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{60 \times 61}{2}$

$$= 30 \times 61 = 1830$$

ii. $3 + 6 + 9 + \dots + 96$

$$= 3 (1 + 2 + 3 + \dots + 32)$$

$$= 3 \left[\frac{32 \times 33}{2} \right] = 3 \times 328 = 1584$$

iii. $1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 225$

$$= 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 15^2$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{15(15+1)(2 \times 15+1)}{6}$$

$$= \frac{15 \times 16 \times 31}{6} = 1240$$

iv. $1 + 3 + 5 + \dots + 71 = n^2$

$$n = \frac{l-a}{d} + 1 \Rightarrow \left(\frac{71-1}{2} \right) + 1 = 36$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + 71 = 36^2 = 1296$$

28. $1 + 2 + 3 + \dots + k = 325$, எனில் $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3$ யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} = 325$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left[\frac{k(k+1)}{2} \right]^2 = (325)^2 = 105625$$

29. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 44100$ எனில், $1 + 2 + 3 + \dots + k$ யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = 44100 = \left[\frac{k(k+1)}{2} \right]^2$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} = 210$$

30. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots$ என்ற தொடரின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் கூடுதல் 14400 கிடைக்கும்?

தீர்வு:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left[\frac{k(k+1)}{2} \right]^2 = 14400$$

$$\Rightarrow \frac{k(k+1)}{2} = \sqrt{14400} = 120$$

$$k(k+1) = 240$$

$$k^2 + k - 240 = 0$$

$$(k-15)(k+16) = 0$$

$$k = +15 \text{ அல்லது } k = -16$$

இது பொருந்தாது.
 $\therefore k = 15$

5 மதிப்பெண்கள்

1. $p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4} = 113400$ இங்கு p_1, p_2, p_3, p_4 என்பன ஏறுவரிசையில் அமைந்த பகா எண்கள் மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 என்பன முழுக்கள் எனில் p_1, p_2, p_3, p_4 மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

2	113400
2	56700
2	28350
3	14175
3	4725
3	1575
3	525
5	175
5	35
7	7
1	

$$11340 = 2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1$$

$$\therefore P_1 = 2, P_2 = 3, P_3 = 5, P_4 = 7$$

$$x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 2, x_4 = 1$$

2. $a_1 = 1, a_2 = 1$ மற்றும் $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} \quad n \geq 3, n \in N$, எனில் தொடர்வரிசையின் முதல் ஆறு உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$a_1 = a_2 = 1 \text{ மற்றும் } a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} \text{ என்க.}$$

$$a_3 = 2a_2 + a_1 = 2(1) + 1 = 3$$

$$a_4 = 2a_3 + a_2 = 2(3) + 1 = 7$$

$$a_5 = 2a_4 + a_3 = 2(7) + 3 = 17$$

$$a_6 = 2a_5 + a_4 = 2(17) + 7 = 41$$

3. $x, 10, y, 24, z$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில், x, y, z ஆகியவற்றின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

$x, 10, y, 24, z$ என்பன கூட்டுத் தொடர்வரிசை என்பதால் y என்பது

$10, 24$ இன் நடு உறுப்பாகும்.

$$\text{அதாவது } y = \frac{10+24}{2} = \frac{34}{2} = 17$$

$$\therefore \text{A.P} = x, 10, 17, 24, z$$

$d = 17 - 10 = 7$ என்பது இங்கு தெளிவாகிறது.

$$\therefore x = 10 - 7 = 3$$

$$z = 24 + 7 = 31$$

$$\therefore x = 3, y = 17, z = 31.$$

4. $5 + 55 + 555 + \dots$ என்ற தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

$$S_n = 5 + 55 + 555 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}$$

$$= 5[1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}]$$

$$= \frac{5}{9} [9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}]$$

$$= \frac{5}{9} [(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots + n \text{ உறுப்புகள் வரை}]$$

$$= \frac{5}{9} [(10 + 100 + 1000 + \dots) - (1 + 1 + 1 + \dots)]$$

$$= \frac{5}{9} \left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right]$$

$$= \frac{50}{81} \left[(10^n - 1) - \frac{5}{9}n \right]$$

5. பின்வரும் தொடர்களின் n உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.

(i) $0.4 + 0.44 + 0.444 + \dots$ n உறுப்புகள் வரை

(ii) $3 + 33 + 333 + \dots$ n உறுப்புகள் வரை

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{i. } & 0.4 + 0.44 + 0.444 + \dots n \text{ உறுப்புகள்} \\ &= \frac{4}{10} + \frac{44}{100} + \frac{444}{1000} + \dots n \text{ உறுப்புகள்} \\ &= 4 \left[\frac{1}{10} + \frac{11}{100} + \frac{111}{1000} + \dots n \text{ உறுப்புகள்} \right] \\ &= \frac{4}{9} \left[\frac{9}{10} + \frac{99}{100} + \frac{999}{1000} + \dots n \text{ உறுப்புகள்} \right] \\ &= \frac{4}{9} \left[\left(1 - \frac{1}{10}\right) + \left(1 - \frac{1}{100}\right) + \left(1 - \frac{1}{1000}\right) + \dots n \text{ உறுப்புகள்} \right] \\ &= \frac{4}{9} \left[(1+1+1+\dots n \text{ உறுப்புகள்}) - \left[\frac{1}{10} + \frac{11}{100} + \frac{111}{1000} + \dots n \text{ உறுப்புகள்} \right] \right] \\ &= \frac{4}{9} \left[n - \frac{1}{10} \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n}{1 - \frac{1}{10}} \right] \right] \\ &= \frac{4}{9} \left[-\frac{1}{9} \left(-\left(\frac{1}{10}\right)^n \right) \right] \end{aligned}$$

ii. $3 + 33 + 333 + \dots n$

$$\begin{aligned} &= 3 (1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள்}) \\ &= \frac{3}{9} (9 + 99 + 999 + \dots + n \text{ உறுப்புகள்}) \\ &= \frac{3}{9} ((10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots + n \text{ உறுப்புகள்}) \\ &= \frac{3}{9} (10 + 100 + 1000 + \dots + n \text{ உறுப்புகள்}) \\ &\quad - (1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள்}) \\ &= \frac{3}{9} \left(10 \left(\frac{10^n - 1}{9} \right) - n \right) \\ &= \frac{30}{81} (10n - 1) - \frac{3n}{9} \end{aligned}$$

6. $3 + 6 + 12 + \dots + 1536$ என்ற பெருக்குத் தொடரின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

$$3 + 6 + 12 + \dots + 1536$$

$$a = 3, r = 2$$

$$t_n = 1536$$

$$ar^{n-1} = 1536$$

$$3(2)^{n-1} = 1536$$

$$3(2)^{n-1} = 3(2)^9$$

$$2^{n-1} = 2^9$$

$$\therefore n = 10$$

$$\begin{aligned} \text{கூடுதல் } S_n &= \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow S_{10} = \frac{1(2^{10} - 1)}{2 - 1} \\ &= 3(1023) = 3069 \end{aligned}$$

7. மதிப்பு காண்க. $16 + 17 + 18 + \dots + 75$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} &16 + 17 + 18 + \dots + 75 \\ &= (1 + 2 + 3 + \dots + 75) - (1 + 2 + 3 + \dots + 15) \\ &= \left[\frac{n(n+1)}{2} \right] - \left[\frac{n(n+1)}{2} \right] \\ &= \frac{75(75+1)}{2} - \frac{15(15+1)}{2} \\ &= 2850 - 120 = 2730 \end{aligned}$$

8. கூடுதல் காண்க. $9^3 + 10^3 + \dots + 21^3$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} &9^3 + 10^3 + \dots + 21^3 \\ &= (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 21^3) - (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 8^3) \\ &= \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 - \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \\ &= \left[\frac{21 \times (21+1)}{2} \right]^2 - \left[\frac{8 \times (8+1)}{2} \right]^2 \\ &= (231)^2 - (36)^2 = 52065 \end{aligned}$$

9. பின்வரும் தொடர்களின் கூடுதலைக் காண்க.

(i) $6^2 + 7^2 + 8^2 + \dots + 21^2$

(ii) $10^3 + 11^3 + 12^3 + \dots + 20^3$

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \text{i. } &6^2 + 7^2 + 8^2 + \dots + 21^2 \\ &= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 21^2) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 5^2) \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ &= \frac{21 \times (21+1)(42+1)}{6} - \frac{5 \times (5+1)(10+1)}{6} \\ &= \frac{21 \times 22 \times 43}{6} - \frac{5 \times 6 \times 11}{6} \\ &= 3311 - 55 = 3256 \end{aligned}$$

ii. $10^3 + 11^3 + 12^3 + \dots + 20^3$

$$\begin{aligned} &= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 20^3 - (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 9^3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 - \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \\
&= \left[\frac{20 \times 21}{6} \right]^2 - \left[\frac{9 \times 10}{3} \right]^2 \\
&= [210]^2 - (45)^2 = 44100 - 2025 \\
&= 42075
\end{aligned}$$

10. முதல் n இயல் எண்களின் கணங்களின் கூடுதல் 2025 எனில் n -யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் = 285

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = 285$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{2 \times 3} = 285$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 285$$

$$n(n+1)(2n+1) = 285 \times 6 \quad \text{----(1)}$$

முதல் n இயல் எண்களின் கணங்களின் கூடுதல் = 2025

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 2025$$

$$\left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = 2025$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = \sqrt{2025} = 45$$

$$n(n+1) = 45 \times 2 \quad \text{----(2)}$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{n(n+1)(2n+1)}{n(n+1)} = \frac{258 \times 6}{45 \times 2}$$

$$2n + 1 = 19$$

$$2n = 19 - 1$$

$$\Rightarrow 2n = 18$$

$$\therefore n = 9$$

11. ரேகாவிடம் 10 செ.மீ, 11 செ.மீ, 12 செ.மீ..., 24 செ.மீ என்ற பக்க அளவுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்கள் உள்ளன. இந்த வண்ணக் காகிதங்களைக் கொண்டு எவ்வளவு பரப்பை அடைத்து அலங்கரிக்க முடியும்?

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்களின் பக்க அளவுகள்

$$10 \text{ செ.மீ} + 11 \text{ செ.மீ} + 12 \text{ செ.மீ} + \dots + 24 \text{ செ.மீ}$$

அதன் பரப்பு = $10^2 + 11^2 + 12^2 + \dots + 24^2$

$$\begin{aligned}
&= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 24^2) \\
&\quad - (1^2 + 2^2 + \dots + 9^2) \\
&= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\
&= \frac{24 \times 25 \times 49}{6} - \frac{9 \times 10 \times 19}{6} \\
&= 4900 - 285 \\
&= 4615 \text{ செ.மீ}^2
\end{aligned}$$

★★★

3. இயற்கணிதம்

2 மதிப்பெண்கள்

1. பின்வருவனவற்றிற்கு மீ.பொ.ம காண்க.

(i) $4x^2y, 8x^3y^2$

(ii) $9a^3b^2, 12a^2b^2c$

(iii) $16m, 12m^2n^2, 8n^2$

(iv) $p^2 - 3p + 2, p^2 - 4$

(v) $2x^2 - 5x - 3, 4x^2 - 36$

(vi) $(2x^2 - 3xy)^2, (4x - 6y)^3, 8x^3 - 27y^3$

தீர்வு:

i. $4x^2y, 8x^3y^2$

$$4x^2y = 2^2x^2y$$

$$8x^3y^2 = 2^3x^3y^2$$

$$\therefore (4x^2y, 8x^3y^2) \text{ -ன் மீ.பொ.ம} = 2^2x^2y^2 = 8x^3y^2$$

ii. $9a^3b^2, 12a^2b^2c$

$$9a^3b^2 = (1)(3)^2 a^3b^2$$

$$12a^2b^2c = 2^2 \times 3 \times a^2 \times b^2 \times c$$

$$\therefore (9a^3b^2, 12a^2b^2c) \text{ -ன் மீ.பொ.ம}$$

$$= (1) \times 2^2 \times 3^2 \times a^3 \times b^2 \times c = 36a^3b^2c$$

iii. $16m, 12m^2n^2, 8n^2$

$$16m = 2^4 \times m$$

$$12m^2n^2 = 2^2 \times 3 \times m^2 \times n^2$$

$$8n^2 = 2^3 \times n^2$$

$$\therefore (16m, 12m^2n^2, 8n^2) \text{ -ன் மீ.பொ.ம}$$

$$= 2^4 \times 3 \times m^2 \times n^2 = 48m^2n^2$$

iv. $p^2 - 3p + 2, p^2 - 4$

$$p^2 - 3p + 2 = (p-1)(p-2)$$

$$p^2 - 4 = (p+2)(p-2)$$

$$\therefore (p^2 - 3p + 2, p^2 - 4) \text{ -ன் மீ.பொ.ம}$$

$$= (p-1)(p+2)(p-2)$$

v. $2x^2 - 5x - 3, 4x^2 - 36$

$$2x^2 - 5x - 3 = (x-3)(2x+1)$$

$$4x^2 - 36 = 4(x+3)(x-3)$$

$$\therefore (2x^2 - 5x - 3, 4x^2 - 36) \text{ -ன் மீ.பொ.ம}$$

$$= 4(x-3)(x+3)(2x+1)$$

vi. $(2x^2 - 3xy)^2, (4x - 6y)^3, 8x^3 - 27y^3$

$$(2x^2 - 3xy)^2 = x^2(2x - 3y)^2$$

$$(4x - 6y)^3 = 2^3(2x - 3y)^3$$

$$8x^3 - 27y^3 = (2x)^3 - (3y)^3$$

$$= (2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

$$\therefore ((2x^2 - 3xy)^2, (4x - 6y)^3, (8x^3 - 27y^3) \text{ -ன் மீ.பொ.ம}$$

$$= 2^3 \times x^2 \times (2x - 3y)^3 (4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

$$= 8x^2(2x - 3y)^3 (4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

2. சுருக்குக.

i) $\frac{4x^2y}{2z^2} \times \frac{6xz^3}{20y^4}$

ii) $\frac{p^2 - 10p + 21}{p - 7} \times \frac{p^2 + p - 12}{(p - 3)^2}$

தீர்வு:

i. $\frac{4x^2y}{2z^2} \times \frac{6xz^3}{20y^4} = \frac{3x^3z}{5y^3}$

ii. $\frac{p^2 - 10p + 21}{p - 7} \times \frac{p^2 + p - 12}{(p - 3)^2}$

$$= \frac{(p - 7)(p - 3)}{(p - 7)} = \frac{(p + 4)(p - 3)}{(p - 3)^2}$$

$$= (p + 4)$$

3. கூட்டுக: $\frac{x^3}{x - y} + \frac{y^3}{y - x}$

தீர்வு:

$$\frac{x^3}{x - y} + \frac{y^3}{y - x} = \frac{x^3 - y^3}{x - y}$$

$$= \frac{(x^2 + xy + y^2)(x - y)}{(x - y)}$$

$$= x^2 + xy + y^2$$

4. பின்வரும் கோவைகளின் விலக்கப்பட்ட மதிப்பு காண்க.

மே 22

i) $\frac{x+10}{8x}$ ii) $\frac{7p+2}{8p^2+13p+5}$

தீர்வு:

i. $\frac{10}{8x}$ என்ற கோவையானது $8x = 0$ (அல்லது) $x = 0$ எனும்போது வரையறுக்க இயலாததாகிறது. ஆகவே விலக்கப்பட்ட மதிப்பு 0 ஆகும்.

ii. $\frac{7p+2}{8p^2+13p+5}$ என்ற கோவையானது

$$8p^2 + 13p + 5 = 0 \text{ அதாவது}$$

$$(8p + 5)(p + 1) = 0 \text{ விலிருந்து}$$

$$p = \frac{-5}{8}, p = -1, \text{ எனும்போது கோவை}$$

வரையறுக்க இயலாததாகிறது.

எனவே, விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள்

$$\frac{-5}{8} \text{ மற்றும் } -1$$

5. கீழ்க்கண்ட கோவைகளுக்கு விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் இருப்பின் அவற்றைக் காண்க.

i) $\frac{y}{y^2 - 25}$

ii) $\frac{t}{t^2 - 5t + 6}$

iii) $\frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 + x - 2}$

iv) $\frac{x^3 - 27}{x^3 + x^2 - 6x}$

தீர்வு:

i. $\frac{y}{y^2 - 25}$ என்ற கோவையானது $y^2 - 25 = 0$

$$y^2 - 25 = 0$$

$$(y + 5)(y - 5) = 0$$

$$y + 5 = 0, y - 5 = 0$$

$$y = -5, y = 5$$

எனும்போது கோவை வரையறுக்க

இயலாததாகிறது.

\therefore விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் -5 மற்றும் 5 .

ii. $\frac{t}{t^2 - 5t + 6}$ என்ற கோவையானது

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$(t - 2)(t - 3) = 0$$

$$t - 2 = 0, t - 3 = 0$$

$$t = 2, t = 3$$

எனும்போது கோவை வரையறுக்க

இயலாததாகிறது.

\therefore விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் 2 மற்றும் 3 .

iii. $\frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 + x - 2} = \frac{(x + 4)(x + 2)}{(x + 2)(x - 1)} = \frac{x + 4}{x - 1}$

$$\frac{x + 4}{x - 1} \text{ என்பது } x - 1 = 0 \text{ எனும்போது}$$

வரையறுக்கப்படவில்லை.

விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் 1 .

$$\text{iv. } \frac{x^3 - 27}{x^3 + x^2 - 6x} = \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 9)}{x(x^2 + x - 6)}$$

$$= \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 9)}{(x)(x+3)(x-2)}$$

$$\frac{x^3 - 27}{x^3 + x^2 - 6x} \text{ என்பது } x^3 + x^2 - 6x = 0$$

எனும்போது வையறுக்கப்படவில்லை.

$$\Rightarrow (x)(x+3)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ அல்லது } x = -3 \text{ அல்லது } x = 2$$

∴ விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் 0, -3, 2

6. பின்வருவனவற்றின் வர்க்கமூலம் காண்க.

$$\frac{400x^4y^{12}z^{16}}{100x^8y^4z^4}$$

ஆக.22

தீர்வு:

$$\frac{400x^4y^{12}z^{16}}{100x^8y^4z^4} = \sqrt{\frac{4y^8z^{12}}{x^4}} = 2 \left| \frac{y^4z^6}{x^2} \right|$$

7. கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க.

$$\text{i) } 256(x-a)^8(x-b)^4(x-c)^{16}(x-d)^{20}$$

$$\text{ii) } \frac{144a^8b^{12}c^{16}}{81f^{12}g^4h^{14}}$$

தீர்வு:

$$\text{i) } \sqrt{(256(x-a)^8(x-b)^4(x-c)^{16}(x-d)^{20})}$$

$$= 16 |(x-a)^4(x-b)^2(x-c)^8(x-d)^{10}|$$

$$\text{ii) } \sqrt{\frac{144a^8b^{12}c^{16}}{81f^{12}g^4h^{14}}} = \frac{4}{3} \left| \frac{a^4b^6c^8}{f^6g^2h^7} \right|$$

8. பின்வருவனவற்றின் வர்க்கமூலம் காண்க.

$$\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}(b-c)^4}$$

தீர்வு:

$$\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}(b-c)^4}$$

$$= \sqrt{\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}(b-c)^4}}$$

$$= \frac{11}{9} \left| \frac{(a+b)^4(x+y)^4}{(a-b)^6} \right|$$

9. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

$$\text{(i) } -9, 20 \quad \text{(ii) } \frac{5}{3}, 4$$

செப்.21

தீர்வு:

$$\text{i. } -9, 20$$

தேவையான இருபடி சமன்பாடு

$$x^2 - [\alpha + \beta]x + \alpha\beta = 0$$

$$x^2 - [-9]x + 20 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 9x + 20 = 0$$

$$\text{ii. } \frac{5}{3}, 4$$

தேவையான இருபடி சமன்பாடு

$$x^2 - (\text{மூலங்களின் கூடுதல் பலன்})x +$$

$$\text{மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்} = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{3}x + 4 = 0$$

இருபுறமும் 3 ஆல் பெருக்க

$$3x^2 - 5x + 12 = 0$$

10. கீழ்க்காணும் இருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கல் காண்க.

$$\text{(i) } x^2 + 3x - 28 = 0 \quad \text{(ii) } x^2 + 3x = 0$$

தீர்வு:

$$\text{i) } x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$a = 1, b = 3, c = -28$$

மூலங்களின் கூடுதல் பலன்

$$= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்

$$= \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{28}{1} = -28$$

$$\text{ii) } x^2 + 3x = 0$$

$$a = 1, b = 3, c = 0$$

மூலங்களின் கூடுதல் பலன்

$$= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்

$$= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\text{11. } A = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 4 & 3 \\ -1 & \sqrt{7} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 0 \\ 6 & 8 & -11 & 1 \end{pmatrix} \text{ என்ற அணியில்,}$$

(i) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(ii) அணியின் வரிசை காண்க.

(iii) $a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{34}, a_{43}, a_{44}$ ஆகிய உறுப்புகளை எழுதுக.

தீர்வு:

i) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை
 $= 4 \times 4 = 16$

ii) அணியின் வரிசை $= 4 \times 4$

iii) $a_{22} = \sqrt{7}$; $a_{23} = \frac{\sqrt{7}}{2}$; $a_{24} = 5$;
 $a_{34} = 0$; $a_{43} = -11$; $a_{44} = 1$

12. கீழ்க்காணும் இருபடிச் சமன்பாடுகளுக்கு மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கல் காண்க.
 (i) $x^2 + 3x - 28 = 0$ (ii) $x^2 + 3x = 0$

தீர்வு:

i. $x^2 + 3x - 28 = 0$

$a = 1, b = 3, c = -28$

மூலங்களின் கூடுதல் பலன்

$$= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்

$$= \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{28}{1} = -28$$

ii) $x^2 + 3x = 0$

$a = 1, b = 3, c = 0$

மூலங்களின் கூடுதல் பலன்

$$= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்

$$= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{0}{1} = 0$$

13. 18 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்? ஓர் அணியின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 6 எனில், எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்?

தீர்வு:

18 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு

1×18 (அ) 2×9 (அ) 3×6 (அ) 6×3 (அ)

9×2 (அ) 18×1 எனும் வகைகளில் வரிசை

இருக்க இயலும்.

6 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு

1×6 (அ) 2×3 (அ) 3×2 (அ) 6×1 எனும்

வகைகளில் வரிசை இருக்க இயலும்.

14. பின்வருவனவற்றைக் கொண்டு 3×3

வரிசையைக் கொண்ட அணி $A = [a_{ij}]$ யினைக் காண்க.

(i) $a_{ij} = i - 2j$

(ii) $a_{ij} = \frac{(i+j)^3}{3}$

தீர்வு:

i. $a_{ij} = |i - 2j|$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} |1-2| & |1-4| & |1-6| \\ |2-2| & |2-4| & |2-6| \\ |3-2| & |3-4| & |3-6| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

ii. $a_{ij} = \frac{(i+j)^3}{3}$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{8}{3} & 9 & \frac{64}{3} \\ 9 & \frac{64}{3} & \frac{125}{3} \\ \frac{64}{3} & \frac{125}{3} & 72 \end{bmatrix}$$

15. $a_{ij} = i^2 j^2$ என்ற அமைப்பைக் கொண்ட 3×3 வரிசையுடைய அணியைக் காண்க.

தீர்வு:

3×3 வரிசையுடைய அணியின் பொது வடிவம்

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad a_{ij} = i^2 j^2$$

$a_{11} = 1^2 \times 1^2 = 1 \times 1 = 1$; $a_{12} = 1^2 \times 2^2 = 1 \times 4 = 4$;

$a_{13} = 1^2 \times 3^2 = 1 \times 9 = 9$; $a_{21} = 2^2 \times 1^2 = 4 \times 1 = 4$;

$a_{22} = 2^2 \times 2^2 = 4 \times 4 = 16$; $a_{23} = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

$a_{31} = 3^2 \times 1^2 = 9 \times 1 = 9$; $a_{32} = 3^2 \times 2^2 = 9 \times 4 = 36$;

$a_{33} = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 81$

எனவே, தேவையான அணி $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 4 & 16 & 36 \\ 9 & 36 & 81 \end{pmatrix}$

16. $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 9 \\ 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ எனில், A யின் நிரை

நிரல் மாற்று அணியைக் காண்க.

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 9 \\ 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 4 & -7 & 8 \\ 3 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

$$17. A = \begin{pmatrix} \sqrt{7} & -3 \\ -\sqrt{5} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix} \text{ எனில்,}$$

$-A$ -யின் நிரை நிரல் மாற்று அணியைக் காண்க.

செப்.20

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} \sqrt{7} & -3 \\ -\sqrt{5} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix} \quad -A = \begin{pmatrix} -\sqrt{7} & 3 \\ \sqrt{5} & -2 \\ -\sqrt{3} & 5 \end{pmatrix}$$

$$(-A)^T = \begin{pmatrix} -\sqrt{7} & \sqrt{5} & -\sqrt{3} \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$18. A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ எனில்}$$

$(A^T)^T = A$ என்பதனைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad A^T = \begin{pmatrix} 5 & -\sqrt{17} & 8 \\ 2 & 0.7 & 3 \\ 2 & \frac{5}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A^T)^T = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore (A^T)^T = A$$

19. கீழ்க்காணும் சமன்பாடுகளில் இருந்து x , y மற்றும் z -யின் மதிப்பைக் காண்க.

$$(i) \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ x & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & z \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(ii) \begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$(iii) \begin{pmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

தீர்வு:

$$i. \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ x & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & z \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow 12 = y; 3 = z; x = 3$$

$$ii. \begin{pmatrix} x+y & 2 \\ 5+z & xy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow 5 + z = 5 \quad x + y = 6;$$

$$z = 5 - 5 \quad y = 6 - x;$$

$$z = 0$$

$$xy = 8$$

$$x(6-x) = 8$$

$$6x - x^2 - 8 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x-2)(x-4) = 0$$

$$x-2=0 \quad (\text{அ}) \quad x-4=0$$

$$x=2 \text{ (or) } x=4$$

$$x=2 \text{ எனில் } y = \frac{8}{x} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x=4 \text{ எனில் } y = \frac{8}{4} = 2$$

$$iii) \begin{pmatrix} x+y+z \\ x+z \\ y+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$x+y+z=9 \quad \text{---- (1)}$$

$$x+z=5 \quad \text{---- (2)}$$

$$y+z=7 \quad \text{---- (3)}$$

(3) ஐ (1) ல் பிரதியிட

$$x+7=9 \Rightarrow x=9-7=2$$

$x=2$ என (2) ல் பிரதியிட

$$2+z=5 \Rightarrow z=5-2=3$$

$z=3$ என (3) ல் பிரதியிட

$$y+3=7 \Rightarrow y=7-3 \Rightarrow y=4$$

$$20. A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 1 & 3 & 9 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

எனில், $2A + B$ ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$2A + B = 2 \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 \\ 1 & 3 & 9 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 16 & 12 \\ 2 & 6 & 18 \\ -8 & 6 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 11 & -3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14+4 & 16+11 & 12-3 \\ 2-1 & 6+2 & 18+4 \\ -8+7 & 6+5 & -2+0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 18 & 27 & 9 \\ 1 & 8 & 22 \\ -1 & 11 & -2 \end{pmatrix}$$

$$21. A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & \sqrt{2} \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & 4 & -3 \\ 1 & 7 & 3 \\ 4 & 2 & 9 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix},$$

எனில், $4A - 3B$ ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$4A - 3B = 4 \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & \sqrt{2} \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} -7 & 4 & -3 \\ 1 & 7 & 3 \\ 4 & 2 & 9 \\ 5 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 20 & 16 & -8 \\ 4 & 12 & 4\sqrt{2} \\ 8 & 16 & 16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 21 & -12 & 9 \\ -3 & -21 & -9 \\ -15 & 18 & -27 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 20+21 & 16-12 & -8+9 \\ 4-3 & 12-21 & 4\sqrt{2}-9 \\ 8-15 & 16+18 & 16-27 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 41 & 4 & 1 \\ 1 & -9 & 4\sqrt{2}-9 \\ -7 & 34 & -11 \end{pmatrix}$$

$$22. A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

பின்வருவனவற்றைச் சரிபார்க்க.

(i) $A + B = B + A$

(ii) $A + (-A) = (-A) + A = O$

தீர்வு:

i. $A + B = B + A$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} \\ A + B &= \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ 6 & 7 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{---- (1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{R.H.S.} \\ B + A &= \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ 6 & 7 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{---- (2)} \end{aligned}$$

(1), (2) $\Rightarrow A + B = B + A$

ii. $A + (-A) = (-A) + A = O$

$$A + (-A) = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -3 & -4 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{--- (1)}$$

$$(-A) + A = \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -3 & -4 \\ -8 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 3 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{--- (2)}$$

(1), (2) $\Rightarrow A + (-A) = (-A) + A = O$

$$23. A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

எனில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $B - 5A$ (ii) $3A - 9B$

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

i. $B - 5A$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -20 & -45 \\ -40 & -15 & -35 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 7 & -17 & -37 \\ -39 & -11 & -26 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ii. $3A - 9B$

$$\begin{aligned} &= 3 \begin{pmatrix} 0 & 4 & 9 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix} - 9 \begin{pmatrix} 7 & 3 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 12 & 27 \\ 24 & 9 & 21 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -63 & -27 & -72 \\ -9 & -36 & -81 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -63 & -15 & -45 \\ 15 & -27 & -60 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

5 மதிப்பெண்கள்

1. $64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$ என்பதன் வர்க்க மூலம் காண்க. **செப். 21**

தீர்வு:

$$\begin{array}{r} 8 \quad -1 \quad 1 \\ 8 \quad \overline{64 \quad -16 \quad 17 \quad -2 \quad 1} \\ \quad (-) 64 \\ \hline 16 \quad -1 \quad \quad \quad -16 \quad 17 \\ \quad \quad (+) \quad -16 \quad (-) 1 \\ \hline 16 \quad -2 \quad \quad \quad 16 \quad -2 \quad 1 \\ \quad \quad 1 \quad \quad \quad (-) 16 \quad (+) -2 \quad (-) 1 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

தேவையான வர்க்க மூலம் = $|8x^2 - x + 1|$

10 ஆம் வகுப்பு - கணிதம்

32

2. $9x^4 - 12x^3 + 28x^2 + ax + b$ ஆனது ஒரு முழுவாக்கம் எனில் a, b ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

		3	2	4		
3		9	-12	28	a	b
		(-) 9				
6	-2		-12	28		
		(+)	-12	(-) 4		
6	-4	4		24	a	b
				(-) 24	(+)	-16 (-) 16
						$a = -16, b = 16$

3. வகுத்தல் முறையில் பின்வரும் பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க.

தீர்வு:

செப்.20 ஆக.22

i. $x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$

		1	-6	3		
1		1	-12	42	-36	9
		(-) 1				
2	-6		-12	42		
		(+)	-12	(-) 36		
2	-12			6	-36	9
		3		(-) 6	(+)	-36 (-) 9
						0

தேவையான வர்க்கமூலம் = $|x^2 - 6x + 3|$

ii. $37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9$

		2	-7	-3		
2		4	-28	37	42	9
		(-) 4				
4	-7		-28	37		
		(-)	-28	(-) 49		
4	-14			-12	42	9
		-3		(+)	-12	$(-) 42$ (-) 9
						0

தேவையான வர்க்கமூலம் = $|2x^2 - 7x - 3|$

iii. $16x^4 + 8x^2 + 1$

		4	0	1		
4		16	0	8	0	1
		(-) 16				
8	0		0	8		
				0	0	
8	0	1		8	0	1
				(-) 8	(-) 0	$(-) 1$
						0

தேவையான வர்க்கமூலம் = $|4x^2 + 1|$

iv. $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$

		11	-9	-12		
11		121	-198	-183	216	144
		(-) 121				
22	-9		-198	-183		
		(+)	-198	(-) 81		
22	-18	-12			-264	216 144
					(+)	-264 (-) 216 (-) 144
						0

தேவையான வர்க்கமூலம் = $|11x^2 - 9x - 12|$

4. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் முழு வர்க்கங்கள் எனில் a மற்றும் b -யின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

i. $4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + bx + a$

		2	-3	7		
2		4	-12	37	b	a
		(-) 4				
4	-3		-12	37		
		(+)	-12	(-) 9		
4	-6	7			28	b a
					(-) 28	$(+) -42$ (-) 49
						$a = 49, b = -42$

ii. $ax^4 + bx^3 + 361x^2 + 220x + 100$

		10	11	12		
10		100	220	361	b	a
		(-) 100				
20	11		220	361		
		(-)	220	(-) 121		
20	22	12			240	b a
					(-) 240	$(-) 264$ (-) 144
						$a = 144, b = 264$

5. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் முழு வர்க்கங்கள் எனில், m மற்றும் n -யின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:

(i) $36x^4 - 60x^3 + 61x^2 - mx + n$

மே 22

		6	-5	3		
6		36	-60	61	$-m$	n
		(-) 36				
12	-5		-60	61		
		(+)	-60	(-) 25		
12	-10	3			36	$-m$ n
					(-) 36	$(+) -30$ (-) 9
						$-m = -30, m = 30$
						$n = 9$

$$ii. x^4 - 8x^3 + mx^2 + nx + 16$$

தீர்வு:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -4 & 4 & & \\ 1 & 1 & -8 & m & n & 16 \\ (-) & 1 & & & & \\ \hline 2 & -4 & & -8 & m & \\ (+) & & -8 & (-)16 & & \\ \hline 2 & -8 & 4 & & m-16 & n & 16 \\ & & & & (-)8 & (+)-32 & (-)16 \\ \hline & & & & & & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} m-16 &= 8, & n &= -32 \\ m &= 8+16 \\ m &= 24 \end{aligned}$$

6. 18 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்? ஓர் அணியின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 6 எனில், எவ்வகை வரிசைகள் இருக்க இயலும்?

தீர்வு:

18 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு 1×18 (அ) 2×9 (அ) 3×6 (அ) 6×3 (அ) 9×2 (அ) 18×1 எனும் வகைகளில் வரிசை இருக்க இயலும்.

6 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அணிக்கு 1×6 (அ) 2×3 (அ) 3×2 (அ) 6×1 எனும் வகைகளில் வரிசை இருக்க இயலும்.

$$7. A = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 8 & 7 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & -6 & -4 \\ 2 & 11 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ -1 & -7 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ எனில்,}$$

பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

$$3A + 2B - C$$

தீர்வு:

$$3A + 2B - C$$

$$= 3 \begin{pmatrix} 1 & 8 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ 8 & 7 & 6 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 8 & -6 & -4 \\ 2 & 11 & -3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ -1 & -7 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 24 & 9 \\ 9 & 15 & 0 \\ 24 & 21 & 18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 & -12 & -8 \\ 4 & 22 & -6 \\ 0 & 2 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & -3 & 0 \\ 1 & 7 & -2 \\ -1 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & 9 & 1 \\ 14 & 44 & -8 \\ 23 & 19 & 25 \end{pmatrix}$$

$$8. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ எனில்}$$

$A(B+C) = AB + AC$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} B+C &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1-7 & 2+6 \\ -4+3 & 2+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{LHS} = A(B+C)$$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -6-1 & 8+4 \\ 6-3 & -8+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1-4 & 2+2 \\ -1-12 & -2+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -7+3 & 6+2 \\ 7+9 & -6+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{RHS} = AB + AC$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -13 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 16 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3-4 & 4+8 \\ -13+16 & 4+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ மற்றும் } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ (செப். 20)}$$

எனில் $(AB)^T = B^T A^T$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2-2+0 & -1+8+2 \\ 4+1+0 & -2-4+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-2+0 & 4+1+0 \\ -1+8+2 & -2-4+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$$

∴ LHS = RHS

10. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$
எனில், $A(B+C) = AB+AC$ ஐச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$A(B+C) = AB+AC$ சரிபார்க்க வேண்டும்

LHS

$$B+C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A(B+C) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2-3 & 2+18 & 4+15 \\ 10+1 & 10-6 & 20-5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \quad \text{----(1)}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+9 & -1+15 & 2+6 \\ 5-3 & -5-5 & 10-2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 10 & 14 & 8 \\ 2 & -10 & 8 \end{pmatrix}$$

$$AC = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-12 & 3+3 & 2+9 \\ 5+4 & 15-1 & 10-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 6 & 11 \\ 9 & 14 & 7 \end{pmatrix}$$

$$AB+AC = \begin{pmatrix} -1 & 20 & 19 \\ 11 & 4 & 15 \end{pmatrix} \quad \text{----(2)}$$

$$(1), (2) \Rightarrow A(B+C) = AB+AC$$

11. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ எனில்,

$(AB)^T = B^T A^T$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 5+2+45 & 35+4-9 \\ 1+2+40 & 7+4-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52 & 30 \\ 43 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^T = \begin{pmatrix} 52 & 43 \\ 30 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad A^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 2 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B^T A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 7 & 2 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 2 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5+2+45 & 1+2+40 \\ 35+4-9 & 7+4-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 52 & 43 \\ 30 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(1), (2) \Rightarrow (AB)^T = B^T A^T$$

12. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில், $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$ என

நிறுவுக.

தீர்வு:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 9-1 & 3+2 \\ -3-2 & -1+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 5A + 7I_2$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + 7 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8-15+7 & 5-5+0 \\ -5+5+0 & 3-10+7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 5A + 7I_2 = 0 \text{ என நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

★★★

4. வடிவியல்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $\triangle ABC$ ஆனது $\triangle DEF$ -க்கு வடிவொத்தவை. மேலும் $BC = 3$ செ.மீ, $EF = 4$ செ.மீ மற்றும் முக்கோணம் $\triangle ABC$ -யின் பரப்பு = 54 செ.மீ² எனில், $\triangle DEF$ -யின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

இரு வடிவொத்த முக்கோணங்களுடைய பரப்புகளின் விகிதமானது அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களுடைய வர்க்கங்களின் விகிதத்திற்குச் சமம் என்பதால்

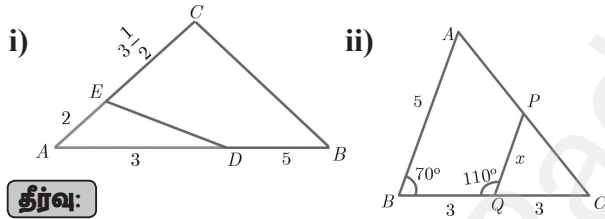
$$\frac{\triangle ABC \text{ -யின் பரப்பளவு}}{\triangle DEF \text{ -யின் பரப்பளவு}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$$\frac{54}{\triangle DEF \text{ -யின் பரப்பளவு}} = \frac{3^2}{4^2}$$

$$\triangle DEF \text{ -யின் பரப்பளவு} = \frac{16 \times 54}{9}$$

$$= 96 \text{ செ.மீ}^2$$

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டவற்றில் எந்த முக்கோணங்கள் வடிவொத்தவை என்பதைச் சோதிக்கவும். மேலும் x -யின் மதிப்பு காண்க.



தீர்வு:

- i. படத்திலிருந்து

$$\frac{AC}{AE} = \frac{3\frac{1}{2} + 2}{2} = \frac{7 + 2}{2} = \frac{7 + 4}{2}$$

$$= \frac{11}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{4} \quad \text{----(1)}$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{3 + 5}{3} = \frac{8}{3} \quad \text{----(2)}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AC}{AE} \neq \frac{AB}{AD}$$

$\therefore \triangle ABC$ மற்றும் $\triangle ADE$ வடிவொத்தவை அல்ல.

- ii. படத்திலிருந்து $\triangle ABC$ மற்றும் $\triangle PQC$
 $\angle ABC = \angle PQC = 70^\circ$ ----(1)
 (ஒத்த கோணங்கள் சமம்)
 $\angle C = \angle C$ (பொது கோணம்) ----(2)
 $\therefore \angle A = \angle QPC$ (\because AAA விதிப்படி)
 $\triangle ABC$ மற்றும் $\triangle PQC$ ஆகியன வடிவொத்த முக்கோணங்கள்.

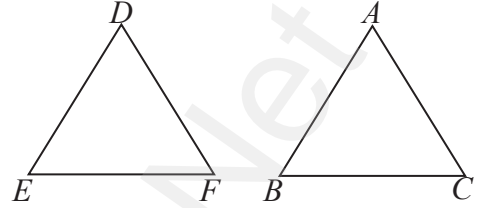
$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QC}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{6}{3} = 2 \quad \therefore x = \frac{5}{2}$$

$$= 2.5$$

3. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ -ல், $\triangle ABC$ -யின் பரப்பு 9 செ.மீ², $\triangle DEF$ -யின் பரப்பு 16 செ.மீ² மற்றும் $BC = 2.1$ செ.மீ எனில், EF -யின் நீளம் காண்க.

தீர்வு:



$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ என்க.

$$\frac{(\triangle ABC)\text{-ன் பரப்பளவு}}{(\triangle DEF)\text{-ன் பரப்பளவு}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$$= \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{16} = \frac{(2.1)^2}{EF^2}$$

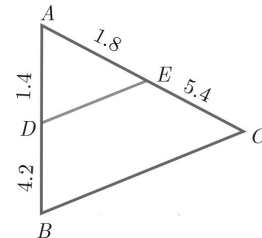
$$\Rightarrow EF^2 = (2.1)^2 \times \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow EF = 2.1 \times \frac{4}{3}$$

$$= 2.8 \text{ செ.மீ}$$

4. $\triangle ABC$ -யின் பக்கங்கள் AB மற்றும் AC -ல் அமைந்த புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E மேலும், $AB = 5.6$ செ.மீ, $AD = 1.4$ செ.மீ, $AC = 7.2$ செ.மீ, மற்றும் $AE = 1.8$ செ.மீ, எனில், $DE \parallel BC$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு:



$AB = 5.6$ செ.மீ, $AD = 1.4$ செ.மீ,

$AC = 7.2$ செ.மீ, $AE = 1.8$ செ.மீ

$BD = AB - AD = 5.6 - 1.4 = 4.2$ செ.மீ

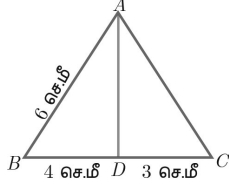
$EC = AC - AE = 7.2 - 1.8 = 5.4$ செ.மீ

$$\frac{AD}{DB} = \frac{1.4}{4.2} = \frac{1}{3} \quad \text{மற்றும்} \quad \frac{AE}{EC} = \frac{1.8}{5.4} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$\therefore DE \parallel BC$

5. படத்தில் $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டி AD ஆகும். $BD = 4$ செ.மீ, $DC = 3$ செ.மீ மற்றும் $AB = 6$ செ.மீ எனில், AC -யைக் காண்க. **மே 22**



தீர்வு:

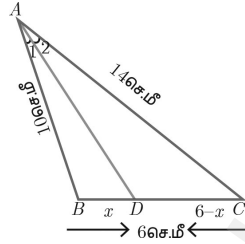
$\triangle ABC$ -யில், $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டி AD . எனவே, கோண இருசமவெட்டித் தேற்றத்தின் படி,

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{6}{AC} \text{ லிருந்து } 4AC = 18$$

$$\text{எனவே, } AC = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ செ.மீ}$$

6. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் AD என்பது $\angle BAC$ -யின் இருசமவெட்டியாகும். $AB = 10$ செ.மீ, $AC = 14$ செ.மீ மற்றும் $BC = 6$ செ.மீ எனில், BD மற்றும் DC ஐ காண்க.



தீர்வு:

AD என்பது $\angle BAC$ -ன் இருசமவெட்டியாகும். $AB = 10$ செ.மீ, $AC = 14$ செ.மீ, $BC = 6$ செ.மீ கோண இருசமவெட்டித் தேற்றப்படி,

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{x}{6-x} = \frac{10}{14}$$

$$\frac{x}{6-x} = \frac{5}{7}$$

$$7x = 30 - 5x$$

$$12x = 30$$

$$x = \frac{30}{12} = 2.5 \text{ செ.மீ}$$

$$\therefore BD = 2.5 \text{ செ.மீ} \quad DC = 3.5 \text{ செ.மீ}$$

7. $\triangle ABC$ -யின் பக்கங்கள், AB மற்றும் AC யின் மீதுள்ள புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E ஆனது $DE \parallel BC$ என்றவாறு அமைந்துள்ளது.

- (i) $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ மற்றும் $AC = 15$ செ.மீ எனில்

AE -யின் மதிப்பு காண்க. **செப்.21**

- (ii) $AD = 8x - 7$, $DB = 5x - 3$, $AE = 4x - 3$ மற்றும் $EC = 3x - 1$, எனில், x -ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு:

- i. $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$, $AC = 15$ செ.மீ

$$AE = x, EC = 15 - x$$

$DE \parallel BC$ தேல்ஸ் தேற்றப்படி,

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x}{15-x}$$

$$3(15-x) = 4x$$

$$45 - 3x = 4x$$

$$45 = 7x$$

$$x = \frac{45}{7} = 6.43 \text{ செ.மீ}$$

- ii. கொடுக்கப்பட்டவை:

$$AD = 8x - 7, DB = 5x - 3,$$

$$AE = 4x - 3, EC = 3x - 1$$

$DE \parallel BC$ தேல்ஸ் தேற்றப்படி

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow \frac{8x-7}{5x-3} = \frac{4x-3}{3x-1}$$

$$\Rightarrow (8x-7)(3x-1) = (5x-3)(4x-3)$$

$$\Rightarrow 24x^2 - 29x + 7 = 20x^2 - 27x + 9$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$$

$$(2x+1)(x-1) = 0$$

$$x = 1, x = -\frac{1}{2}$$

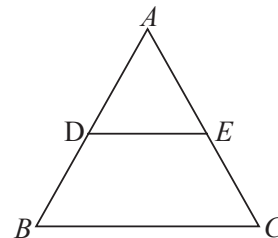
$$\therefore x = 1$$

8. $\triangle ABC$ -யில் D மற்றும் E என்ற புள்ளிகள் முறையே பக்கங்கள் AB மற்றும் AC ஆகியவற்றின் மீது அமைந்துள்ளன. பின்வருவனவற்றிற்கு $DE \parallel BC$ என நிறுவுக.

- (i) $AB = 12$ செ.மீ, $AD = 8$ செ.மீ $AE = 12$ செ.மீ மற்றும் $AC = 18$ செ.மீ.

- (ii) $AB = 5.6$ செ.மீ $AD = 1.4$ செ.மீ $AC = 7.2$ செ.மீ மற்றும் $AE = 1.8$ செ.மீ

தீர்வு:



- i. $AB = 12$ செ.மீ, $AD = 8$ செ.மீ,
 $AE = 12$ செ.மீ, $AC = 18$ செ.மீ

$$\frac{AD}{AB} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \text{----(1)}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \quad \text{----(2)}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\therefore DE \parallel BC$$

- ii. $AB = 5.6$ செ.மீ, $AD = 1.4$ செ.மீ,
 $AC = 7.2$ செ.மீ, $AE = 1.8$ செ.மீ

$$\frac{AD}{AB} = \frac{1.4}{5.6} = \frac{1}{4} \quad \text{----(1)}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{1.8}{7.2} = \frac{1}{4} \quad \text{----(2)}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

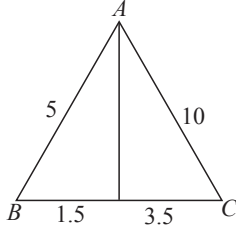
$$\therefore DE \parallel BC$$

9. பின்வருவனவற்றுள் $\triangle ABC$ -யில் AD ஆனது $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டி ஆகுமா எனச் சோதிக்கவும்.

- (i) $AB = 5$ செ.மீ, $AC = 10$ செ.மீ, $BD = 1.5$ செ.மீ மற்றும் $CD = 3.5$ செ.மீ **செப்.20**

- (ii) $AB = 4$ செ.மீ, $AC = 6$ செ.மீ, $BD = 1.6$ செ.மீ மற்றும் $CD = 2.4$ செ.மீ

தீர்வு:



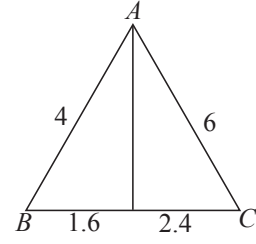
- i. $AB = 5$ செ.மீ, $AC = 10$ செ.மீ,
 $BD = 1.5$ செ.மீ, $CD = 3.5$ செ.மீ

$$\frac{AB}{AC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad \text{----(1)}$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{1.5}{3.5} = \frac{3}{7} \quad \text{----(2)}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AB}{AC} \neq \frac{BD}{CD}$$

(\therefore கோண இருசமவெட்டி தேற்றப்படி)
 $\angle A$ -ன் கோண இருசமவெட்டி AD அல்ல



- ii. $AB = 4$ செ.மீ, $AC = 6$ செ.மீ,
 $BD = 1.6$ செ.மீ, $CD = 2.4$ செ.மீ

$$\frac{AB}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \text{----(1)}$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{1.6}{2.4} = \frac{2}{3} \quad \text{----(2)}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

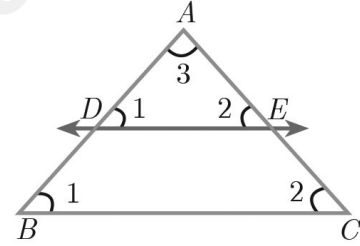
(\therefore கோண இருசமவெட்டி தேற்றப்படி)

$\angle A$ -ன் கோண இருசமவெட்டி AD ஆகும்.

5 மதிப்பெண்கள்

தேற்றம் 1

அடிப்படை விகிதசம தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக. (அல்லது) தேல்ஸ் தேற்றம். **மே 22**



கூற்று:

ஓர் நோக்கோடு முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்திற்கு இணையாகவும் மற்ற இரு பக்கங்களை வெட்டுமாறும் வரையப்பட்டால் அக்கோடு அவ்விரண்டு பக்கங்களையும் சம விகிதத்தில் பிரிக்கிறது.

நிரூபணம்:

கொடுக்கப்பட்டவை:

$\triangle ABC$ -யில், AB -யின் மேலுள்ள புள்ளி D , AC -யின் மேல் உள்ள புள்ளி E ஆகும்.

$$\text{நிரூபிக்க: } \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

அமைப்பு: $DE \parallel BC$ வரைக.

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\angle ABC = \angle ADE$ $= \angle 1$	ஒத்த கோணங்கள் சமம். ஏனெனில் $DE \parallel BC$

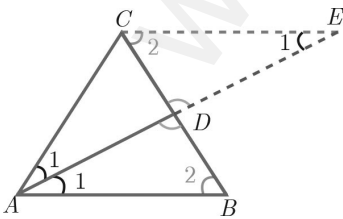
2.	$\angle ACB = \angle AED$ $= \angle 2$	ஒத்த கோணங்கள் சமம். ஏனெனில் $DE \parallel BC$
3.	$\angle DAE = \angle BAC$ $= \angle 3$	இரு முக்கோணங்களும் ஒரு பொதுவான கோணத்தைக் கொண்டுள்ளது.
	$\triangle ABC \sim \triangle ADE$	AAA விதிமுறைபடி
	$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$	ஒத்த பக்கங்கள் விகிதச் சமம்.
	$\frac{AD + DB}{AD} = \frac{AE + EC}{AE}$	D மற்றும் E-ஐப் பயன்படுத்தி AB மற்றும் AC-ஐப் பிரித்தல்
	$1 + \frac{DB}{AD} = 1 + \frac{EC}{AE}$	சுருக்குதல்
	$\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$	இரு பக்கங்களிலும் 1-ஐ நீக்குக.
	$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$	தலைகீழாக மாற்றுக
	தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது	

தேற்றம் 2

கோண இருசமவெட்டி தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.
(Angle Bisector Theorem) **செப்.20 ஆக.22**

கூற்று:

ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்தின் உட்புற இருசமவெட்டியானது அக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்தை உட்புறமாக அக்கோணத்தினை அடக்கிய பக்கங்களின் விகிதத்தில் பிரிக்கும்.

**கொடுக்கப்பட்டவை:**

$\triangle ABC$ -யில், AD -யானது $\angle A$ -யின் உட்புற இருசமவெட்டி

நிரூபிக்க: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$

அமைப்பு:

AB -க்கு இணையாக C வழியாக ஒரு இணைகோடு வரைக. AD யின் நீட்சியானது C வழியாக செல்லும் கோட்டினை E -யில் சந்திக்கிறது.

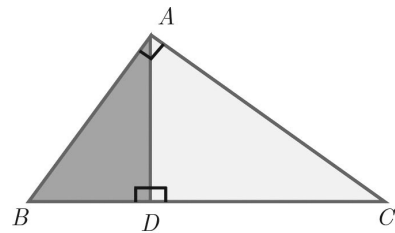
எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\angle AEC = \angle BAE = \angle 1$	ஒரு குறுக்கு வெட்டியானது இரண்டு இணைகோடுகளை வெட்டுவதால் ஏற்படும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம்.
2.	$\triangle ACE$ என்பது இருசமபக்க முக்கோணம் $AC = CE \dots (1)$	$\triangle ACE$ -யில் $\angle CAE = \angle CEA$.
3.	$\triangle ABD \sim \triangle ECD$ $\frac{AB}{CE} = \frac{BD}{CD}$	AA விதிமுறைபடி
4.	$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$	(1) லிருந்து $AC = CE$ தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

தேற்றம் 3

பிதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.
(Pythagoras Theorem) **செப்.21**

கூற்று:

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் காணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

**நிரூபணம்:**

கொடுக்கப்பட்டது: $\triangle ABC$, $\angle A = 90^\circ$

நிரூபிக்க: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

அமைப்பு: $AD \perp BC$ வரைக.

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	ΔABC மற்றும் ΔABD -ஐ ஒப்பிடுக. $\angle B$ பொதுவானது $\angle BAC = \angle BDA = 90^\circ$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ABD$ $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$ $AB^2 = BC \times BD$... (1)	$\angle BAC = 90^\circ$ கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $\angle BDA = 90^\circ$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைபடி
2.	ΔABC மற்றும் ΔADC -ஐ ஒப்பிடுக. $\angle C$ பொதுவானது $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ADC$ $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$ $AC^2 = BC \times DC$... (2)	$\angle BAC = 90^\circ$ கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $\angle CDA = 90^\circ$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைபடி

(1) மற்றும் (2)-ஐக் கூட்ட நாம் பெறவது

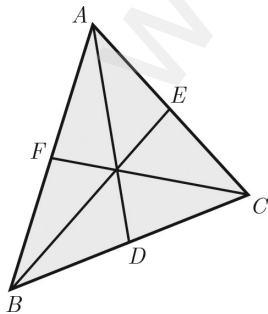
$$AB^2 + AC^2 = BC \times BD + BC \times DC$$

$$= BC(BD + DC)$$

$$AB^2 + AC^2 = BC \times BC = BC^2$$

தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் எனக் காட்டுக. **செப்.21**



ΔABC யில்

BC -ன் நடுப்புள்ளி D . எனவே,

$$BD = DC. \text{ அதாவது } \frac{BD}{DC} = 1 \quad \text{----(1)}$$

CA -ன் நடுப்புள்ளி E . எனவே,

$$CE = EA. \text{ அதாவது } \frac{CE}{EA} = 1 \quad \text{----(2)}$$

AB -ன் நடுப்புள்ளி F . எனவே

$$AF = FB. \text{ அதாவது } \frac{AF}{FB} = 1 \quad \text{----(3)}$$

(1), (2) மற்றும் (3)-ஐ பெருக்க நாம் பெறவது

$$\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

எனவே சீவாஸ் தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

ஆகையால், நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்கின்றன.

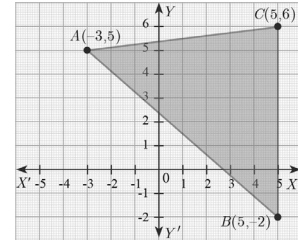
★★★

5. ஆயத்தொலைவு வடிவியல்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $(-3, 5)$, $(5, 6)$ மற்றும் $(5, -2)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:



$$A(-3, 5), \quad B(5, -2), \quad C(5, 6)$$

$$\downarrow$$

$$x_1y_1$$

$$\downarrow$$

$$x_2y_2$$

$$\downarrow$$

$$x_3y_3$$

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 5 & -2 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(6+30+25)-(25-10-18)]$$

$$= \frac{1}{2} [6+30+25-25+10+18]$$

$$= \frac{1}{2} [6+30+10+18]$$

$$= \frac{1}{2} [64] = 32 \text{ ச.அலகுகள்}$$

2. $P(-1.5, 3)$, $Q(6, -2)$, மற்றும் $R(-3, 4)$ ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும் எனக் காட்டுக. **மே 22**

தீர்வு:

ΔPQR ன் பரப்பு = 0

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1.5 & 3 \\ 6 & -2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$\frac{1}{2} [(3+24-9) - (18+6-6)] = 0$$

$$\frac{1}{2} [3+24-9-18-6+6] = 0$$

$$\frac{1}{2} [27-(27)] = 0$$

$$\frac{1}{2} [0] = 0$$

\therefore கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்.

3. $A(-1, 2)$, $B(k, -2)$ மற்றும் $C(7, 4)$ ஆகியவற்றை வரிசையான முனைப்பு புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 22 சதுர அலகுகள் எனில், k -யின் மதிப்புக் காண்க. **ஆக.22**

தீர்வு:

$A(-1, 2)$, $B(k, -2)$ மற்றும் $C(7, 4)$ ஆகியன முனைப்புள்ளிகள் ஆகும்.

ΔABC -யின் பரப்பு 22 சதுர அலகுகள்

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ k & -2 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = 22 \Rightarrow \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ k & -2 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = 44$$

$$\{(2 + 4k + 14) - (2k - 14 - 4)\} = 44$$

$$2 + 4k + 14 - 2k + 14 + 4 = 44$$

$$2k + 34 = 44$$

$$2k = 44 - 34$$

$$2k = 10$$

$$\text{எனவே } k = \frac{10}{2} = 5$$

4. கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.

தீர்வு:

- i. $(1, -1)$, $(-4, 6)$ மற்றும் $(-3, -5)$

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 6 \\ -3 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(6+20+3) - (4-18-5)]$$

$$= \frac{1}{2} [6+20+3-4+18+5]$$

$$= \frac{1}{2} [(6+20+3+18+5)-4]$$

$$= \frac{1}{2} [52-4]$$

$$= \frac{1}{2} [48] = 24 \text{ ச.அ}$$

- ii. $(-10, -4)$, $(-8, -1)$ மற்றும் $(-3, -5)$

தீர்வு:

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -10 & -4 \\ -8 & -1 \\ -3 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(10+40+12) - (32+3+50)]$$

$$= \frac{1}{2} [62 - 85]$$

$$= \frac{1}{2} [-23] = -11.5 \text{ ச.அ}$$

\therefore முக்கோணத்தின் பரப்பு = 11.5 ச.அ

5. கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையுமா எனத் தீர்மானிக்கவும்.

- i) $(-\frac{1}{2}, 3)$, $(-5, 6)$ மற்றும் $(-8, 8)$

தீர்வு:

$$\left(-\frac{1}{2}, 3\right), (-5, 6) \text{ மற்றும் } (-8, 8)$$

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 3 \\ -5 & 6 \\ -8 & 8 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(-3-40-24) - (-15-48-4)]$$

$$= \frac{1}{2} [(-67) - (-67)] = 0$$

\therefore கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்.

- ii. $(a, b+c)$, $(b, c+a)$ மற்றும் $(c, a+b)$

தீர்வு:

$$\Delta \text{ ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b+c \\ b & c+a \\ c & a+b \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} [(ac + a^2 + ab + b^2 + bc + c^2) - \\
&\quad (b^2 + bc + c^2 + ca + a^2 + ab)] \\
&= \frac{1}{2} [ac + a^2 + ab + b^2 + bc + c^2 - b^2 - bc \\
&\quad - c^2 - ca - a^2 - ab] \\
&= \frac{1}{2} [0] = 0
\end{aligned}$$

மாற்றுமுறை:

$(a, b+c), (b, c+a), (c, a+b)$

$x_1, y_1 \quad x_2, y_2 \quad x_3, y_3$

$$\begin{aligned}
\Delta \text{ன் பரப்பு} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & x_1 - x_3 \\ y_1 - y_2 & y_1 - y_3 \end{vmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a-b & a-c \\ b+c-c-a & b+c-a-b \end{vmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a-b & a-c \\ -(a-b) & -(a-c) \end{vmatrix} \\
&= \frac{1}{2} [(a-b)(a-c) + (a-b)(a-c)] \\
&= \frac{1}{2} [0] = 0
\end{aligned}$$

∴ கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்.

6. வரிசையில் அமைந்த முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளும், அதன் பரப்பளவுகளும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. 'p' -யின் மதிப்பைக் காண்க.

எண்	முனைப்புள்ளிகள்	பரப்பு (சதுர அலகில்)
(i)	$(0, 0), (p, 8), (6, 2)$	20
(ii)	$(p, p), (5, 6), (5, -2)$	32

தீர்வு:

i. $A(0, 0), B(p, 8), C(6, 2)$

ΔABC ன் பரப்பு = 20 ச.அ

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = 20 \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ p & 8 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 20$$

$$\begin{aligned}
(0+2p+0) - (0+48+0) &= 40 \\
2p - 48 &= 40 \\
2p &= 88 \\
p &= 44
\end{aligned}$$

ii. $A(p, p), B(5, 6), C(5, -2)$

Δ ன் பரப்பு = 32 ச.அ

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = 32 \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} p & p \\ 5 & 6 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 32$$

$$\begin{vmatrix} p & p \\ 5 & 6 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 64$$

$$(6p-10+5p) - (5p+30-2p) = 64$$

$$6p - 10 + 5p - 5p - 30 + 2p = 64$$

$$8p - 40 = 64$$

$$\Rightarrow 8p = 64 + 40$$

$$8p = 104$$

$$\Rightarrow p = \frac{104}{8}$$

$$\Rightarrow p = 13$$

7. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு கோட்டில் அமைந்தவை எனில், 'a' -யின் மதிப்பைக் காண்க.

$(2, 3), (4, a)$ மற்றும் $(6, -3)$

தீர்வு:

$\Delta = 0$ ச.அ

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & a \\ 6 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$[(2a - 12 + 18) - (12 + 6a - 6)] = 0$$

$$2a - 12 + 18 - 12 - 6a + 6 = 0$$

$$-4a = 0$$

$$\therefore a = 0$$

5 மதிப்பெண்கள்

1. ஓர் அறையின் தளமானது ஒரே மாதிரியான முக்கோண வடிவத் தரை ஓடுகளைக் கொண்டு (tiles) அமைக்கப்படுகிறது. அதில் ஓர் ஓட்டின் முனைகள் $(-3, 2)$, $(-1, -1)$ மற்றும் $(1, 2)$ ஆகும். தரைத்தளத்தை முழுமையாக அமைக்க 110 ஓடுகள் தேவைப்படுகின்றது. எனில் அதன் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

ஓர் ஓட்டின் முனைப்புள்ளிகள் $(-3, 2), (-1, -1)$ மற்றும் $(1, 2)$ ஆகும்.

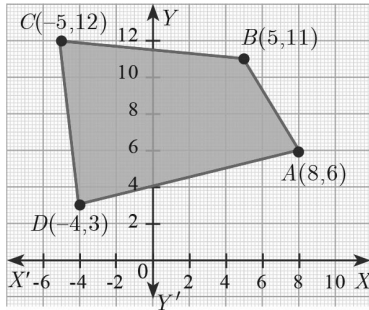
$$\Delta \text{ன் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -1 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}\text{ஒட்டின் பரப்பு} &= \frac{1}{2} \{(3-2+2) - (-2-1-6)\} \\ &= \frac{1}{2} [3 - (-9)] = \frac{1}{2} [3 + 9] \\ &= \frac{1}{2} (12) = 6 \text{ ச.அலகுகள்}\end{aligned}$$

தரைத்தளமானது ஒரே மாதிரியான 110
ஒடுகளால் நிரப்பப்படுவதால்,
தரைத்தளத்தின் பரப்பு = 110×6
= 660 ச.அலகுகள்

2. (8, 6), (5, 11), (-5, 12) மற்றும் (-4, 3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க. **ஆக.22**

தீர்வு:



நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்பதற்கு முன்பாக கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறிக்க வேண்டும்.

A (8, 6), B (5, 11), C (-5, 12) மற்றும் D (-4, 3) என்பன முனைப் புள்ளிகள் ஆகும். எனவே, நாற்கரம் ABCD-யின் பரப்பு

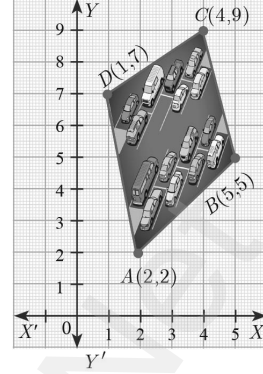
$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 11 \\ -5 & 12 \\ -4 & 3 \\ 8 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2} [(88 + 60 - 15 - 24) - (30 - 55 - 48 + 24)] \\ &= \frac{1}{2} [88 + 60 - 15 - 24 - 30 + 55 + 48 - 24] \\ &= \frac{1}{2} [88 + 60 + 55 + 48 - 15 - 24 - 30 - 24] \\ &= \frac{1}{2} [251 - 93] \\ &= \frac{1}{2} [158] = 79 \text{ ச.அலகுகள்}\end{aligned}$$

3. கொடுக்கப்பட்ட படமானது ஒரு வளாகத்தில் புதிய வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்த அமைக்கப்பட்ட பகுதியைக் காட்டுகிறது. இதை அமைப்பதற்கு ஒரு சதுர அடிக்கு

₹1300 செலவாகும் என மதிப்பிடப்படுகிறது எனில், வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்துவதற்குத் தேவையான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடவும்.

தீர்வு:



A (2, 2), B (5, 5), C (4, 9) மற்றும் D (1, 7) என்பது நாற்கர வடிவ வாகன நிறுத்தத்தின் முனைப் புள்ளிகள் ஆகும்.

எனவே, வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 5 \\ 4 & 9 \\ 1 & 7 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(10 + 45 + 28 + 2) - (10 + 20 + 9 + 14)]$$

$$= \frac{1}{2} [85 - 53] = \frac{1}{2} [32] = 16 \text{ சதுர அடிகள்}$$

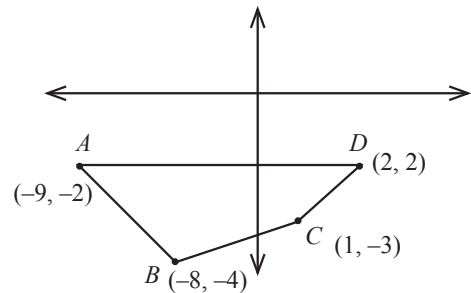
எனவே, வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு = 16 சதுர அடிகள்.

ஒரு சதுர அடி அமைக்க ஆகும் செலவு = ₹1300 ஆகையால், வாகன நிறுத்தம் அமைக்க ஆகும் மொத்தச் செலவு = $16 \times 1300 = ₹ 20800$

4. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

(i) (-9, -2), (-8, -4), (2, 2) மற்றும் (1, -3)



A (-9, -2), B (-8, -4), C (1, -3), D (2, 2) என்க.

நாற்கரத்தின் பரப்பு

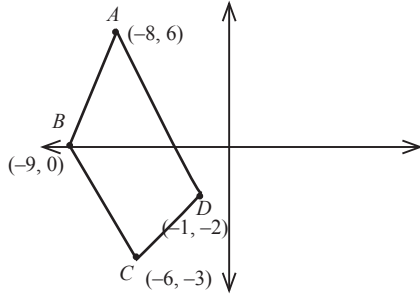
$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -9 & -2 \\ -8 & -4 \\ 1 & -3 \\ 2 & 2 \\ -9 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(36 + 24 + 2 - 4) - (16 - 4 - 6 - 18)]$$

$$= \frac{1}{2} [(36 + 24 + 2 + 4 + 6 + 18) - (4 + 16)]$$

$$= \frac{1}{2} [90 - (20)] = \frac{1}{2} [70] = 35 \text{ ச.அ}$$

ii. $(-9, 0)$, $(-8, 6)$, $(-1, -2)$ மற்றும் $(-6, -3)$



$A(-8, 6)$, $B(-9, 0)$, $C(-6, -3)$, $D(-1, -2)$

நாற்கரத்தின் பரப்பு

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -8 & 6 \\ -9 & 0 \\ -6 & -3 \\ -1 & -2 \\ -8 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(0 + 27 + 12 - 6) - (-54 + 0 + 3 + 16)]$$

$$= \frac{1}{2} [27 + 12 - 6 + 54 - 3 - 16]$$

$$= \frac{1}{2} [(27 + 12 + 54) - (6 + 3 + 16)]$$

$$= \frac{1}{2} [93 - 25] = \frac{1}{2} [68] = 34 \text{ ச.அ}$$

மாற்றுமுறை:

$A(-8, 6)$, $B(-9, 0)$, $C(-6, -3)$, $D(-1, -2)$

x_1, y_1 x_2, y_2 x_3, y_3 x_4, y_4

நாற்கரத்தின் பரப்பு

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_4 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -8 - (-6) & -9 - (-1) \\ 6 - (-3) & 0 - (-2) \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -8 + 6 & -9 + 1 \\ 6 + 3 & 0 + 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & -8 \\ 9 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [-4 + 72] = \frac{1}{2} [68] = 34 \text{ ச.அலகுகள்}$$

5. $(-4, -2)$, $(-3, k)$, $(3, -2)$ மற்றும் $(2, 3)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 28 ச.அலகுகள் எனில், k -யின் மதிப்புக் காண்க. **செப்.20**

தீர்வு:

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & -2 \\ -3 & k \\ 3 & -2 \\ 2 & 3 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} = 28$$

$$\Rightarrow (-4k + 6 + 9 - 4) - (6 + 3k - 4 - 12) = 56$$

$$\Rightarrow -4k + 6 + 9 - 4 - 6 - 3k + 4 + 12 = 56$$

$$\Rightarrow -7k + 21 = 56$$

$$\Rightarrow -7k = 56 - 21$$

$$\Rightarrow -7k = 35$$

$$\Rightarrow k = \frac{35}{-7} = -5$$

மாற்றுமுறை:

$(4, -2)$, $(-3, k)$, $(3, -2)$, $(2, 3)$

x_1, y_1 x_2, y_2 x_3, y_3 x_4, y_4

நாற்கரத்தின் பரப்பு

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 28$$

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_4 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_4 \end{vmatrix} = 28$$

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 - 3 & -3 - 2 \\ -2 - (-2) & k - 3 \end{vmatrix} = 28$$

$$\begin{vmatrix} -7 & -5 \\ 0 & k - 3 \end{vmatrix} = 56$$

$$-7(k - 3) + 0 = 56$$

$$-7k + 21 = 56$$

$$-7k = 56 - 21$$

$$-7k = 35$$

$$k = \frac{35}{-7} = -5$$

6. $A(-3, 9)$, $B(a, b)$ மற்றும் $C(4, -5)$ என்பன ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகள் மற்றும் if $a + b = 1$ எனில், a மற்றும் b -யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$A(-3, 9)$, $B(a, b)$, $C(4, -5)$ என்பன ஒரு கோட்டமைந்த புள்ளிகள் மற்றும்
 $a + b = 1$ ----(1)

ஒரே கோட்டமைந்த 3 புள்ளிகள் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு = 0

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & 9 \\ a & b \\ 4 & -5 \\ -3 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (-3b - 5a + 36) - (9a + 4b + 15) = 0$$

$$\Rightarrow -5a - 3b + 36 - 9a - 4b - 15 = 0$$

$$\Rightarrow -14a - 7b + 21 = 0$$

$$\Rightarrow -14a - 7b = -21$$

$$\Rightarrow 14a + 7b = 21 \quad (\div 7)$$

$$\Rightarrow 2a + b = 3 \quad \text{----(2)}$$

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது $a + b = 1$ ----(1)

$$(1) - (2) \Rightarrow a = 2 \quad b = -1$$

7. $A(-5, -4)$, $B(1, 6)$ மற்றும் $C(7, -4)$ ஆகியவற்றை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோண வடிவக் கண்ணாடிக்கு வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 6 சதுர அடி பரப்புக்கு வர்ணம் பூச ஒரு வானி தேவைப்படுகிறது எனில் கண்ணாடியின் முழுப் பகுதியையும் ஒரு முறை வர்ணம் பூச எத்தனை வானிகள் தேவைப்படும்?

தீர்வு:

தேவையான வானிகளின் பரப்பளவு =

ΔABC -ன் பரப்பளவு

ஒரு வானியினால் வர்ணம் பூசப்படும் பகுதியின் பரப்பளவு

ΔABC -ன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -5 & -4 \\ 1 & 6 \\ 7 & -4 \\ -5 & -4 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(-30 - 4 - 28) - (-4 + 42 + 20)]$$

$$= \frac{1}{2} [-30 - 4 - 28 + 4 - 42 - 20] = \frac{1}{2} [-120]$$

$$= +60 \text{ ச.அ}$$

$$\therefore \text{வானிகளின் எண்ணிக்கை} = \frac{60}{6} = 10$$

★★★

6. முக்கோணவியல்

2 மதிப்பெண்கள்

1. $\frac{\sin A}{1 + \cos A} = \frac{1 - \cos A}{\sin A}$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \frac{\sin A}{1 + \cos A} &= \frac{\sin A}{1 + \cos A} \times \frac{1 - \cos A}{1 - \cos A} \\ &= \frac{\sin A(1 - \cos A)}{(1 + \cos A)(1 - \cos A)} \\ &= \frac{\sin A(1 - \cos A)}{1 - \cos^2 A} \\ &= \frac{\sin A(1 - \cos A)}{\sin^2 A} = \frac{1 - \cos A}{\sin A} \end{aligned}$$

2. $1 + \frac{\cot^2 \theta}{1 + \operatorname{cosec} \theta} = \operatorname{cosec} \theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} 1 + \frac{\cot^2 \theta}{1 + \operatorname{cosec} \theta} &= 1 + \frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - 1}{\operatorname{cosec} \theta + 1} \\ & \quad [\because \operatorname{cosec}^2 \theta - 1 = \cot^2 \theta] \\ &= 1 + \frac{(\operatorname{cosec} \theta + 1)(\operatorname{cosec} \theta - 1)}{\operatorname{cosec} \theta + 1} \\ &= 1 + (\operatorname{cosec} \theta - 1) = \operatorname{cosec} \theta \end{aligned}$$

3. $\sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta}} &= \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \times \frac{1 + \cos \theta}{1 + \cos \theta}} \\ &= \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)^2}{1 - \cos^2 \theta}} = \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)^2}{\sin^2 \theta}} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}\right)^2} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \end{aligned}$$

$$\text{LHS} = \operatorname{cosec} \theta + \cot \theta$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

4. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு:

i. $\cot \theta + \tan \theta = \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$

$$\text{LHS} = \cot \theta + \tan \theta$$

$$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$$

∴ LHS = RHS நிரூபிக்கப்பட்டது.

ii. $\tan^4 \theta + \tan^2 \theta = \sec^4 \theta - \sec^2 \theta$

தீர்வு:

$$\text{LHS} = \tan^4 \theta + \tan^2 \theta = \tan^2 \theta (\tan^2 \theta + 1)$$

$$= \tan^2 \theta (\sec^2 \theta) \quad (\because \tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta)$$

$$= (\sec^2 \theta - 1)(\sec^2 \theta)$$

$$(\because \tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1)$$

$$= \sec^4 \theta - \sec^2 \theta$$

∴ LHS = RHS நிரூபிக்கப்பட்டது

5. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

$$\sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta}} = \sec \theta \tan \theta$$

செப்.20

தீர்வு:

$$\text{LHS} = \sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta} \times \frac{1+\sin \theta}{1+\sin \theta}}$$

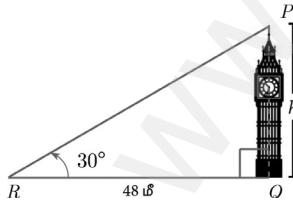
$$= \sqrt{\frac{(1+\sin \theta)^2}{1-\sin^2 \theta}} = \sqrt{\frac{(1+\sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}}$$

$$= \frac{1+\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$= \sec \theta + \tan \theta = \text{RHS}$$

∴ LHS = RHS நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. ஒரு கோபுரம் தரைக்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. கோபுரத்தின் அடிப்பகுதியிலிருந்து தரையில் 48 மீ, தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



தீர்வு:

$$\Delta PQR \text{ ல் } \tan \theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}} = \frac{PQ}{QR}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{48} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{48}$$

$$h = \frac{48}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{48\sqrt{3}}{3} = 16\sqrt{3}$$

$$h = 16\sqrt{3} \text{ மீ}$$

7. தரையிலிருந்து ஒரு பட்டம் 75 மீ உயரத்தில் பறக்கிறது. ஒரு நூல் கொண்டு தற்காலிகமாகத் தரையின் ஒரு புள்ளியில் பட்டம் கட்டப்பட்டுள்ளது. நூல் தரையுடன் ஏற்படுத்தும் சாய்வுக் கோணம் 60° எனில், நூலின் நீளம் காண்க. (நூலை ஒரு நேர்க்கோடாக எடுத்துக்கொள்ளவும்)

தீர்வு:

ΔABC யில் $\sin \theta$

$$= \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{75}{AC}$$

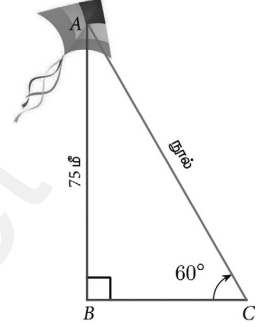
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{75}{AC}$$

$$AC = \frac{75 \times 2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{150\sqrt{3}}{3}$$

$$AC = 50\sqrt{3} \text{ மீ}$$

∴ கயிற்றின் நீளம் $50\sqrt{3}$ மீ



8. $10\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

செப்.21 ஆக.22

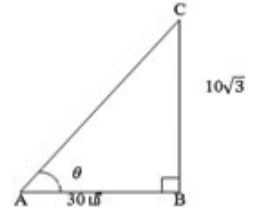
ΔABC ல்

$$\tan \theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$

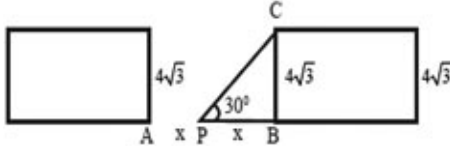
$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{10\sqrt{3}}{30}$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$



9. ஒரு சாலையின் இருபுறமும் இடைவெளியே இல்லாமல் வரிசையாக வீடுகள் தொடர்ச்சியாக உள்ளன. அவற்றின் உயரம் $4\sqrt{3}$ மீ. பாதசாரி ஒருவர் சாலையின் மையப் பகுதியில் நின்றுகொண்டு வரிசையாக உள்ள வீடுகளை நோக்குகிறார். 30° ஏற்றக்கோணத்தில் பாதசாரி வீட்டின் உச்சியை நோக்குகிறார் எனில், சாலையின் அகலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

படத்திலிருந்து,

 BC - வீடு, AB - சாலையின் அகலம், P - சாலையின் மையப்பகுதி

$$AP = PB = x$$

$$\Delta PBC\text{-ல், } \tan 30^\circ = \frac{BC}{PB}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{PB} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{PB}$$

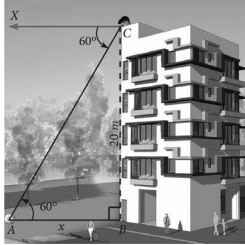
$$PB = 4\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$= 4 \times 3 = 12$$

$$\text{சாலையின் அகலம்} = AP + PB = 12 + 12$$

$$= 24 \text{ மீ}$$

10. 20 மீ உயரமுள்ள கட்டடத்தின் உச்சியில் ஒரு விளையாட்டு வீரர் அமர்ந்துகொண்டு தரையிலுள்ள ஒரு பந்தை 60° இறக்கக் கோணத்தில் காண்கிறார் எனில், கட்டட அடிப்பகுதிக்கும் பந்திற்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

**தீர்வு:**கட்டிடத்தின் உயரம் $BC = 20$ மீ என்க.தரையில் பந்து இருக்கும் இடத்தை A என்க.

$$\angle XCA = 60^\circ = \angle CAB$$

செங்கோண முக்கோணம் ABC யில்,

$$\tan \theta = \frac{BC}{AB}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{20}{AB} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{20}{AB}$$

$$AB = \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$AB = \frac{20\sqrt{3}}{3} = \frac{20 \times 1.732}{3}$$

$$= \frac{34.640}{3} = 11.54 \text{ மீ}$$

எனவே கட்டிடத்தின் அடிக்கும் பந்திற்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு = 11.55 மீ

11. $50\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள ஒரு பாறையின் உச்சியிலிருந்து 30° இறக்கக்கோணத்தில் தரையிலுள்ள மகிமுந்து ஒன்று பார்க்கப் படுகிறது எனில், மகிமுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க.

தீர்வு:**மே 22** ΔABC யில்,

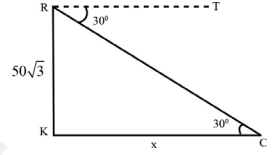
$$\tan \theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{50\sqrt{3}}{BC}$$

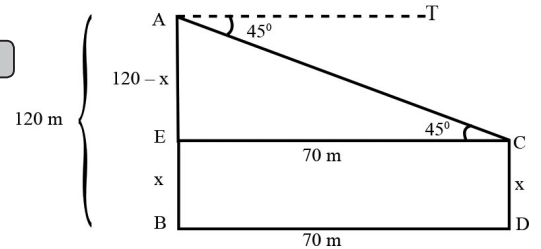
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}}{BC}$$

$$BC = 50\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

$$= 50(3) = 150 \text{ மீ}$$



12. இரண்டு கட்டடங்களுக்கு இடைப்பட்ட கிடைமட்டத் தொலைவு 70 மீ ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து முதல் கட்டடத்தின் உச்சிக்கு உள்ள இறக்கக்கோணம் 45° ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயரம் 120 மீ எனில் முதல் கட்டடத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு: CD - முதல் கட்டிடம் AB - இரண்டாவது கட்டிடம்படத்திலிருந்து $AB = 120$ மீ $EB = CD = x$, $AE = 120 - x$, $EC = BD = 70$ மீ

$$\Delta ACE\text{யில், } \tan \theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{120 - x}{70}$$

$$\Rightarrow 120 - x = 70 \text{ மீ}$$

$$\therefore x = 50 \text{ மீ}$$

★★★

7. அளவியல்

2 மதிப்பெண்கள்

1. ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்டச் சாயுயரம் 5 செ.மீ ஆகும். அதன் இரு ஆரங்கள் 4 செ.மீ மற்றும் 1 செ.மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{aligned} l &= 5 \text{ செ.மீ, } R = 4 \text{ செ.மீ, } r = 1 \text{ செ.மீ} \\ \text{இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு} \\ &= \pi (R + r) l \text{ ச.அ} \\ &= \frac{22}{7} (4+1) \times 5 \\ &= \frac{22 \times 5 \times 5}{7} = \frac{550}{7} \\ &= 78.57 \text{ ச.செ.மீ} \end{aligned}$$

2. ஓர் உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரங்களின் விகிதம் 5 : 7 ஆகும். அதன் வளைபரப்பு 5500 ச.செ.மீ எனில், உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காண்க. **ஆக.22**

தீர்வு:

$$\begin{aligned} r : h &= 5 : 7 \Rightarrow r = 5x \text{ செ.மீ, } h = 7x \text{ செ.மீ} \\ \text{வளைபரப்பு} &= 5500 \text{ ச.செ.மீ} \\ 2\pi rh &= 5500 \\ 2 \times \frac{22}{7} \times 5x \times 7x &= 5500 \\ x^2 &= \frac{5500}{2 \times 22 \times 5} \\ &= 25 \\ x &= 5 \\ \text{ஆரம்} &= 5 \times 5 = 25 \text{ செ.மீ} \\ \text{உயரம்} &= 7 \times 5 = 35 \text{ செ.மீ} \end{aligned}$$

3. சம ஆரங்கள் கொண்ட இரு கூம்புகளின் கனஅளவுகள் 3600 க.செ.மீ மற்றும் 5040 க.செ.மீ எனில், உயரங்களின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு:

மே 22

$$\begin{aligned} \text{கனஅளவுகளின் விகிதம்} \\ &= \frac{1}{3} \pi r^2 h_1 : \frac{1}{3} \pi r^2 h_2 \quad [\because \text{ஆரங்கள் சமம்}] \\ &= h_1 : h_2 \\ &= 3600 : 5040 \\ &= 360 : 504 \\ &= 40 : 56 \\ &= 5 : 7 \end{aligned}$$

4. இரு கோளங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் 4 : 7 எனில், அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு:

இரு கோளங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் = 4 : 7

கோளம்-1ன் ஆரம் $r_1 = 4x$,கோளம்-2ன் ஆரம் $r_2 = 7x$,

கன அளவுகளின் விகிதம்

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{4}{3} \pi r_1^3}{\frac{4}{3} \pi r_2^3} = \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{(4x)^3}{(7x)^3} = \frac{4^3 \times x^3}{7^3 \times x^3} \\ &= \frac{4^3}{7^3} = \frac{64}{343} \end{aligned}$$

கன அளவுகளின் விகிதம் 64 : 343

5. ஒரு திண்மக் கோளம் மற்றும் திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு சமமானதாக இருக்குமானால் அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் $3\sqrt{3} : 4$ என நிரூபி.

தீர்வு:

திண்மக் கோளத்தின் மொத்த பரப்பளவு =

திண்ம அரைக்கோளத்தின் மொத்த பரப்பளவு

$$\begin{aligned} 4\pi R^2 &= 3\pi r^2 \\ \Rightarrow \therefore \frac{R^2}{r^2} &= \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

∴ கன அளவுகளின் விகிதம்

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{3}{2} \pi r^3} = \frac{2R^3}{r^3} = 2 \left[\frac{R}{r} \right]^3 = 2 \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \right]^3 \\ &= 2 \times \frac{3\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

∴ கன அளவுகளின் விகிதம் = $3\sqrt{3} : 4$

5 மதிப்பெண்கள்

1. ஒரு தொழிற்சாலையின் உலோக வாளி, கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் உள்ளது. அதன் மேற்புற, அடிப்புற விட்டங்கள் முறையே 10 மீ மற்றும் 4 மீ ஆகும். அதன் உயரம் 4 மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

மேல்விட்டம் = 10 மீ

ஆரம் $R = 5$ மீ

கீழ்விட்டம் = 4 மீ

ஆரம் $r = 2$ மீ, உயரம் $h = 4$ மீ

$$\text{சாயுயரம் } l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$$



$$= \sqrt{4^2 + (5-2)^2}$$

$$l = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \text{ மீ}$$

இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு

$$= \pi(R+r)l \text{ ச. அலகுகள்}$$

$$= \frac{22}{7}(5+2) \times 5$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 5$$

$$= 110 \text{ மீ}^2$$

இடைக்கண்டத்தின் மொத்தபரப்பு

$$= \pi(R+r)l + \pi R^2 + \pi r^2 \text{ ச. அலகுகள்}$$

$$= \pi [(R+r)l + R^2 + r^2]$$

$$= \frac{22}{7} [(5+2)5 + 5^2 + 2^2]$$

$$= \frac{22}{7} (35 + 25 + 4)$$

$$= \frac{1408}{7} = 201.14 \text{ மீ}^2$$

வளைபரப்பு = 110 மீ² மற்றும்

மொத்தபரப்பு = 201.14 மீ²

2. ஒரு மேஜை விளக்கின் வெளிப்புறத்திற்கு (மேல்பகுதியுடன்) மட்டும் வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 1 ச.செ.மீ வர்ணம் பூச ₹ 2 செலவாகுமெனில் விளக்கிற்கு வர்ணம் பூசுவதற்கான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

படத்திலிருந்து
 $r = 6 \text{ மீ}$, $R = 12 \text{ மீ}$
 மற்றும் $h = 8 \text{ மீ}$

ஆனால், $l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2}$

$$= \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$= \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \text{ மீ}$$

$\therefore l = 10 \text{ மீ}$

மேசை விளக்கின் மொத்த பரப்பு

$$= \text{மேசை விளக்கின் வளைவு} +$$

$$\text{மேற்பகுதியின் பரப்பு}$$

$$= \pi(R+r)l + \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 18 \times 10 + \frac{22}{7} \times 6 \times 6$$

$$= \frac{22}{7} \times 6 [30 + 6] = \frac{22}{7} \times 6 \times 36$$

$$= 678.86 \text{ மீ}^2$$



1 ச.மீ க்கு ஆகும் செலவு ₹ 2

$$\therefore \text{வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு} = 678.86 \times 2$$

$$= ₹ 1357.72.$$

3. உயரம் 16 செ.மீ உடைய ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் அமைந்த கொள்கலன் ஒன்றின் மேற்புறம் திறந்த நிலையில் உள்ளது. கீழ்ப்புற ஆரம் 8 செ.மீ மற்றும் மேற்புற ஆரம் 20 செ.மீ கொண்ட கொள்கலனில் முழுமையாகப் பால் நிரப்பப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை ₹ 40 எனில், நிரப்பப்படும் பாலின் மொத்த விலையைக் காண்க. **மே 22**

தீர்வு:

$h = 16 \text{ செ.மீ}$, $r = 8 \text{ செ.மீ}$, $R = 20 \text{ செ.மீ}$,
 இடைக்கண்டத்தின் கனஅளவு

$$= \frac{1}{3} \pi h [R^2 + Rr + r^2] \text{ க.அ}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16 [20^2 + 20(8) + 8^2]$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16 [400 + 160 + 64]$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16 \times 624 = 10459 \text{ செ.மீ}^3$$

= 10.459 லிட்டர்

1 லிட்டர் பாலின் விலை = ₹ 40

10.459 லிட்டர் பாலின் விலை

$$= 10.459 \times 40 = ₹ 418.36$$

4. 45 செ.மீ உயரமுள்ள ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இரு புற ஆரங்கள் முறையே 28 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் கன அளவைக் காண்க. **செப்.21**

தீர்வு:

$h = 45 \text{ செ.மீ}$, $R = 28 \text{ செ.மீ}$, $r = 7 \text{ செ.மீ}$
 இடைக்கண்டத்தின் கனஅளவு

$$= \frac{1}{3} \pi h [R^2 + Rr + r^2] \text{ க.அ}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 [28^2 + 28 \times 7 + 7^2]$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 [784 + 196 + 49]$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 \times 1029$$

$$= 22 \times 15 \times 147 = 48510 \text{ செ.மீ}^3$$

★★★

8. புள்ளியலும் நிகழ்தகவும்

2 மதிப்பெண்கள்

1. கொடுக்கப்பட்ட தரவுப் புள்ளிகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக்கெழு ஆகியவற்றைக் காண்க. 25, 67, 48, 53, 18, 39, 44.

தீர்வு:

மிகப் பெரிய மதிப்பு $L = 67$;

மிகச் சிறிய மதிப்பு $S = 18$

வீச்சு $R = L - S = 67 - 18 = 49$

வீச்சுக்கெழு $= \frac{L - S}{L + S}$

வீச்சுக்கெழு $= \frac{67 - 18}{67 + 18} = \frac{49}{85} = 0.576$

2. கொடுக்கப்பட்ட பரவலின் வீச்சு காண்க.

வயது (வருடங்களில்)	16- 18	18- 20	20- 22	22- 24	24- 26	26- 28
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	0	4	6	8	2	2

தீர்வு:

இங்கு மிகப் பெரிய மதிப்பு $L = 28$

மிகச் சிறிய மதிப்பு $S = 18$

வீச்சு $R = L - S \Rightarrow R = 28 - 18$

$\Rightarrow = 10$ வருடங்கள்

3. ஒரு தரவின் வீச்சு 13.67 மற்றும் மிகப் பெரிய மதிப்பு 70.08 எனில் மிகச் சிறிய மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

வீச்சு, $R = 13.67$

மிகப் பெரிய மதிப்பு $L = 70.08$

வீச்சு, $R = L - S$

$13.67 = 70.08 - S$

$S = 70.08 - 13.67$

$= 56.41$

எனவே, மிகச் சிறிய மதிப்பு 56.41

4. கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழுவைக் காண்க.

(i) 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68 |செப்.20|

(ii) 43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.8

தீர்வு:

i. 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68

$L = 125, S = 63$

வீச்சு, $R = L - S = 125 - 63 = 62$

$$\begin{aligned} \text{வீச்சுக்கெழு} &= \frac{L - S}{L + S} \\ &= \frac{125 - 63}{125 + 63} = \frac{62}{188} \\ &= 0.33 \end{aligned}$$

- ii. 43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.8

$L = 61.4, S = 13.6$

வீச்சு, $R = L - S = 61.4 - 13.6 = 47.8$

$$\begin{aligned} \text{வீச்சுக்கெழு} &= \frac{L - S}{L + S} \\ &= \frac{47.8}{61.4 + 13.6} = \frac{47.8}{75.0} \\ &= 0.64 \end{aligned}$$

5. ஒரு தரவின் வீச்சு மற்றும் மிகச் சிறிய மதிப்பு ஆகியன முறையே 36.8 மற்றும் 13.4 எனில், மிகப்பெரிய மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

வீச்சு, $R = 36.8$

சிறிய மதிப்பு, $S = 13.4$

பெரிய மதிப்பு $L = R + S$

$= 36.8 + 13.4 = 50.2$

6. கொடுக்கப்பட்ட தரவின் வீச்சைக் காண்க.

வருமானம்	400-450	450-500	500-550
ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	8	12	30
வருமானம்	550-600	600-650	
ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	21	6	

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டவை:

பெரிய மதிப்பு, $L = 650$

சிறிய மதிப்பு, $S = 400$

\therefore வீச்சு $= L - S = 650 - 400 = 250$

7. முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம்

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}} \\ &= \sqrt{\frac{(21)^2 - 1}{12}} = \sqrt{\frac{441 - 1}{12}} \\ &= \sqrt{\frac{440}{12}} = \sqrt{36.66} = 6.05 \end{aligned}$$

8. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் 4.5 ஆகும். அதில் இருக்கும் தரவுப் புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 5-ஐ கழிக்க கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் $\sigma = 4.5$,
தரவுப்புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 5ஐ கழிக்க,
கிடைக்கும் புதிய திட்ட விலக்கம் 4.5 ஆகும்.

9. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் 3.6 ஆகும். அதன் ஒவ்வொரு புள்ளியையும் 3 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்டவிலக்கம் மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு தரவின் திட்டவிலக்கம் $\sigma = 3.6$
தரவுப்புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 3 ஆல்
வகுக்கும்போது கிடைப்பது $= \frac{3.6}{3} = 1.2$
அதாவது புதிய திட்டவிலக்கம் $= 1.2$
புதிய விலக்க வர்க்கச் சராசரி $= (1.2)^2$
 $\sigma^2 = 1.44$

10. தரவின் சராசரியானது 25.6 மற்றும் அதன் மாறுபாட்டுக் கெழுவானது 18.75 எனில், அதன் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

சராசரி $\bar{x} = 25.6$
மாறுபாட்டுக் கெழு C.V. = 18.75

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$18.75 = \frac{\sigma}{25.6} \times 100$$

$$\sigma = \frac{18.75 \times 25.6}{100} = 4.8$$

11. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் சராசரி ஆகியன முறையே 6.5 மற்றும் 12.5 எனில் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:

மாறுபாட்டுக் கெழு C.V. = $\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

தரவின் திட்ட விலக்கம் $\sigma = 6.5$
சராசரி $\bar{x} = 12.5$

மாறுபாட்டுக் கெழு

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{6.5}{12.5} \times 100$$

$$= \frac{6500}{125} = 52\%$$

12. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு ஆகியன முறையே 1.2 மற்றும் 25.6 எனில் அதன் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவின் திட்ட விலக்கம் $\sigma = 1.2$

மாறுபாட்டுக் கெழு C.V. = 25.6

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$\bar{x} = \frac{\sigma}{C.V} \times 100 = \frac{1.2}{25.6} \times 100 = \frac{1200}{256}$$

$$\bar{x} = 4.7$$

13. ஒரு தரவின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு முறையே 15 மற்றும் 48 எனில் அதன் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவின் சராசரி $\bar{x} = 15$

மாறுபாட்டுக் கெழு C.V. = 48

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$\text{திட்ட விலக்கம் } \sigma = \frac{C.V \times \bar{x}}{100} = \frac{48 \times 15}{100}$$

$$= \frac{720}{100} = 7.2$$

14. $n = 5$, $\bar{x} = 6$, $\Sigma x^2 = 765$, எனில், மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு:

$n = 5$, $\bar{x} = 6$, $\Sigma x^2 = 765$

$$\text{திட்ட விலக்கம் } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{765}{5} - (6)^2} = \sqrt{153 - 36} = \sqrt{117}$$

$$= 10.8$$

மாறுபாட்டுக் கெழு

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{10.8}{6} \times 100$$

$$= \frac{1080}{6} = 180\%$$

15. ஒரு பையில் 5 நீல நிறப்பந்துகளும், 4 பச்சை நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. பையிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. எடுக்கப்படும் பந்தானது (i) நீலமாக (ii) நீலமாக இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

மொத்த வாய்ப்புகளின் எண்ணிக்கை

$$n(S) = 5 + 4 = 9$$

- i. A என்பது நீல நிறப்பந்தை பெறுவதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

A நிகழ்வதற்கான வாய்ப்புகளின் எண்ணிக்கை $n(A) = 5$

நீல நிறப் பந்து கிடைப்பதற்கான

$$\text{நிகழ்தகவு, } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{9}$$

- ii. \bar{A} ஆனது நீல நிறப்பந்து கிடைக்காமல் இருக்கும் நிகழ்ச்சி, எனவே,

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

16. இரண்டு நாணயங்கள் ஒன்றாகச் சுண்டப் படுகின்றன. இரண்டு நாணயங்களிலும் வெவ்வேறு முகங்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? **மே 22**

தீர்வு:

இரண்டு நாணயங்கள் சுண்டப்படும்பொழுது அதன் கூறுவெளியானது

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}; n(S) = 4$$

A ஆனது நாணயங்களில் வெவ்வேறு முகங்கள் கொண்ட நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{HT, TH\}; n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

17. ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. இரண்டு அடுத்தடுத்தபூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

$$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

$$n(S) = 8$$

நிகழ்ச்சி A:

$$\text{அடுத்தடுத்து பூ விழ நிகழ்ச்சி} \\ = \{HTT, TTH, TTT\}$$

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

18. ஒரு நெட்டாண்டில் (leap year) 53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

$S = \{\text{ஞாயிறு-திங்கள், திங்கள்-செவ்வாய், செவ்வாய்-புதன், புதன்-வியாழன், வியாழன்-வெள்ளி, வெள்ளி-சனி, சனி-ஞாயிறு}\}$

$$n(S) = 7$$

A என்பது 53-வது சனிக்கிழமை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

எனவே $A = \{\text{வெள்ளி-சனி, சனி-ஞாயிறு}\}$

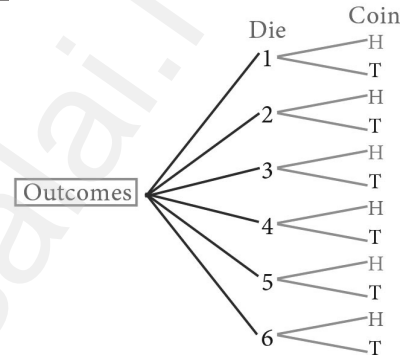
$$n(A) = 2$$

53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான

$$\text{நிகழ்தகவானது } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{7}$$

19. ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலைக் கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க. **செப். 21**

தீர்வு:



கூறுவெளி

$$S = \{1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T\}$$

$$n(S) = 12$$

A ஆனது ஒற்றைப்படை எண் மற்றும் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{1H, 3H, 5H\}; n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

20. $P(A) = 0.37$, $P(B) = 0.42$, $P(A \cap B) = 0.09$ எனில், $P(A \cup B)$ ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$P(A) = 0.37, P(B) = 0.42, P(A \cap B) = 0.09$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.37 + 0.42 - 0.09 = 0.7$$

21. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கும்போது ஓர் இராசா அல்லது ஓர் இராணி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

$$\text{மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை } n(S) = 52$$

$A = \text{இராசா கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.}$

$$n(A) = 4 \quad P(A) = \frac{4}{52}$$

$B =$ இராணி கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(B) = 4 \quad P(B) = \frac{4}{52}$$

இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்பதால், $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

\therefore எனவே, இராசா சீட்டு அல்லது இராணி சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது

$$= \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{2}{13}$$

$$22. P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A \cup B) = \frac{1}{3} \text{ எனில்}$$

$P(A \cap B)$ காண்க.

தீர்வு:

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A \cup B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{10+6-5}{15}$$

$$P(A \cap B) = \frac{11}{15}$$

23. நன்கு கலைத்து அடுக்கிய 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது சிவப்பு இராசாவாக அல்லது கருப்பு இராணியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$$n(S) = 52$$

$A =$ சிவப்பு இராசா கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(A) = 2P(A) = \frac{2}{52}$$

$B =$ கருப்பு இராணி கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(B) = 2P(B) = \frac{2}{52}$$

சிவப்பு இராசா அல்லது கருப்பு இராணியாக கிடைக்கும் நிகழ்தகவு

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) \\ = \frac{2}{52} + \frac{2}{52} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

5 மதிப்பெண்கள்

1. முதல் n இயல் எண்களின் சராசரி மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரிகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$\text{சராசரி } \bar{x} = \frac{\text{தரவுப் புள்ளிகளின் கூடுதல் மதிப்பு}}{\text{தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1+2+3+\dots+n}{n} = \frac{n(n+1)}{2 \times n}$$

$$\bar{x} = \frac{n+1}{2}$$

விலக்க வர்க்கச் சராசரி σ^2

$$= \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2 \left| \begin{aligned} \sum x_i^2 &= 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 \\ (\sum x_i)^2 &= (1+2+3+\dots+n)^2 \end{aligned} \right.$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6 \times n} - \left| \frac{n(n+1)}{2 \times n} \right|^2$$

$$= \frac{n+1}{2} \left[\frac{2n+1}{3} - \frac{n+1}{2} \right]$$

$$= \frac{n+1}{2} \left[\frac{4n+2-3n-3}{6} \right]$$

விலக்கவர்க்கச் சராசரி

$$\sigma^2 = \frac{n+1}{2} \left[\frac{n-1}{6} \right] = \frac{n^2-1}{12}$$

2. இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கிடைக்கப்பெறும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் (i) 4 -க்குச் சமமாக (ii) 10-ஐ விடப் பெரிதாக (iii) 13-ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க. **செப்.21**

தீர்வு:

இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படும்பொழுது, கூறுவெளியானது

$$S = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6) \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6) \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \};$$

என இருக்கும். எனவே $n(S) = 36$

i. A ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4-ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{ (1,3), (2,2), (3,1) \}; n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

ii. B ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 10 -ஐ விட பெரிய எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$B = \{ (5,6), (6,5), (6,6) \}; n(B) = 3$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

iii. C ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 13-ஐ விட குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க. எனவே $C = S$.

$$\text{ஆகவே, } n(C) = n(S) = 36$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{36}{36} = 1$$

3. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட சீட்டுக்கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i) சிவப்பு நிறச் சீட்டு (ii) ஹார்ட் சீட்டு (iii) சிவப்பு நிற இராசா (iv) முக சீட்டு (v) எண் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் கண்டறிக.

தீர்வு:

சீட்டுகளின் வகைகள்	ஸ்பேட்	ஹார்ட்	கிளவர்ட்	டைமண்ட்
ஒவ்வொரு வகையிலும் உள்ள சீட்டுகள்	A	A	A	A
	2	2	2	2
	3	3	3	3
	4	4	4	4
	5	5	5	5
	6	6	6	6
	7	7	7	7
	8	8	8	8
	9	9	9	9
	10	10	10	10
	J	J	J	J
	Q	Q	Q	Q
	K	K	K	K
ஒவ்வொரு வகையிலும் உள்ள சீட்டுகளின் தொகுப்பு	13	13	13	13

$$n(S) = 52$$

- i. A என்பது சிவப்புச் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.
 $n(A) = 26$
 சிவப்பு சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு,
 $P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$
- ii. B என்பது ஹார்ட் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.
 $n(B) = 13$
 ஹார்ட் சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு,
 $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$
- iii. C என்பது சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.
 $n(C) = 2$
 எனவே, சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு,
 $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$
- iv. D என்பது முகச்சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. முகச்சீட்டுகளாவன மந்திரி (J), அரசி (Q), மற்றும் இராசா (K).

$$n(D) = 4 \times 3 = 12$$

முகச்சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான

$$\text{நிகழ்தகவு, } P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

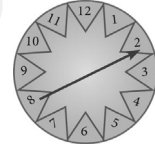
- v. E என்பது எண் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. எண் சீட்டுகளாவன 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 மற்றும் 10.

$$n(E) = 4 \times 9 = 36$$

எண் சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான

$$\text{நிகழ்தகவு, } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{36}{52} = \frac{9}{13}$$

4. படத்தில் காட்டியுள்ள அம்புக்குறி சுழற்றும் விளையாட்டில் 1, 2, 3, ...12 என்ற எண்கள் சமவாய்ப்பு முறையில் கிடைக்க வாய்ப்புள்ளது. அம்புக்குறியானது. (i) 7 (ii) பகா எண் (iii) பகு எண் ஆகியவற்றில் நிற்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் கண்டறிக.



தீர்வு:

$$\text{கூறுவெளி } S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$n(S) = 12$$

- i. A ஆனது, அம்புக்குறி எண் 7-ல் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க. $n(A)=1$
 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{12}$
- ii. B ஆனது அம்புக்குறி பகா எண்ணில் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.
 $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}; n(B) = 5$
 $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{12}$
- iii. C ஆனது அம்புக்குறி பகு எண்ணில் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.
 $C = \{4, 6, 8, 9, 10, 12\}; n(C) = 6$
 $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

5. ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி A என்க. இங்கு $P(A) : P(\bar{A}) = 17:15$ மற்றும் $n(S) = 640$ எனில் (i) $P(\bar{A})$ (ii) $n(A)$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$\frac{P(A)}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15}$$

$$\frac{1 - P(\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15}$$

$$15[1 - P(\bar{A})] = 17P(\bar{A})$$

$$15 - 15P(\bar{A}) = 17P(\bar{A})$$

$$15 = 15P(\bar{A}) + 17P(\bar{A})$$

$$32P(\bar{A}) = 15$$

$$P(\bar{A}) = \frac{15}{32}$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$= 1 - \frac{15}{32} = \frac{32 - 15}{32} = \frac{17}{32}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{17}{32} = \frac{n(A)}{640}$$

$$n(A) = \frac{17 \times 640}{32}$$

$$n(A) = 340$$

6. இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன.

(i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க

(ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

(iii) முகமதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

(iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1ஆக இருக்க

செப்.20 ஆக.22

தீர்வு:

$$n(S) = 36$$

i. $A =$ இரண்டு பகடையின் ஒரே முகம் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

$$n(A) = 6; P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$B =$ முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

ii. $B = \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,1), (3,1), (5,1)\}$

$$n(B) = 6; P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

iii. $C =$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$C = \{(1,1), (2,1), (1,2), (1,4), (4,1), (1,6), (6,1), (2,3), (2,5), (3,2), (3,4), (4,3), (5,2), (5,6), (6,5)\}$$

$$n(C) = 14; P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

iv. $D =$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1ஆக இருக்க நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(D) = 0; P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = 0$$

7. மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன.

(i) அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க

(ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க

(iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க

(iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$$

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

i. $A =$ அனைத்தும் தலை கிடைக்கம் நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{HHH\} \quad n(A) = 1$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

ii. $B =$ குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$B = \{HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\}$$

$$n(B) = 7 \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

iii. $C =$ அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$C = \{TTT, TTH, THT, HTT\}$$

$$n(C) = 4 \quad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

iv. $D =$ அதிகபட்சம் இரு பூக்கள் கிடைக்கம் நிகழ்ச்சி என்க.

$$D = \{TTH, THT, HTT, HHT, HTH, THH, HHH\}$$

$$n(D) = 7 \quad P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

8. ஒரு பையில் 5 சிவப்பு நிறப்பந்துகளும், 6 வெள்ளை நிறப்பந்துகளும், 7 பச்சை நிறப்பந்துகளும், 8 கருப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் பையிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது அந்தப் பந்து

(i) வெள்ளை

(ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு

(iii) வெள்ளையாக இல்லாமல்

(iv) வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும்

இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

ஆக.22

தீர்வு:

$$S = \{5 \text{ சி, } 6 \text{ வெ, } 7 \text{ ப, } 8 \text{ க}\}$$

$$n(S) = 26$$

i. A என்பது வெள்ளை நிற பந்து என்க.

$$n(A) = 6; P(A) = \frac{6}{26} = \frac{3}{13}$$

ii. B என்பது கருப்பு (அ) சிகப்பு நிற பந்து என்க.

$$n(B) = 8 + 5 = 13; P(B) = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$$

iii. C என்பது வெள்ளை நிற பந்து இல்லை என்க.

$$n(C) = 20; P(C) = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$$

iv. D என்பது வெள்ளை அல்லது கருப்பு நிற பந்து என்க.

$$n(D) = 12; P(D) = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

9. ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகளும் ஒரு சில குறைபாடுடைய விளக்குகளும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு விளக்கானது குறைபாடுடையதாக இருப்பதற்கான வாய்ப்பு $\frac{3}{8}$ எனில், குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:

ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகள் மற்றும் x என்பது குறைபாடுடைய விளக்குகள் என்பதால்

$$n(S) = x + 20$$

A என்பது குறைபாடுடைய விளக்குகள் எடுக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(A) = x$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{x}{x+20}$$

கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தின் படி

$$\frac{x}{x+20} = \frac{3}{8}$$

$$8x = 3x + 60$$

$$5x = 60$$

$$x = 12$$

∴ குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கை = 12

10. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டில், டைமண்ட் சீட்டுகளிலிருந்து இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகளும்,

ஹார்ட் சீட்டுகளிலிருந்து, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகளும், ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து, மந்திரி மற்றும் இராசா சீட்டுகளும் நிக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து, ஒரு சீட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகிறது. அந்த சீட்டானது (i) க்ளாவர் ஆக (ii) சிவப்பு இராணியாக (iii) கருப்பு இராசாவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

டைமண்ட் சீட்டிலிருந்து இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகளும் ஹார்ட் சீட்டிலிருந்து இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகளும், ஸ்பேடு சீட்டிலிருந்து மந்திரி மற்றும் இராசா சீட்டுகளும் நீக்கப்பட்டால் மீதமுள்ள மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை = $52 - 6 = 46$

அதாவது $n(S) = 52 - 6 = 46$

i. A = க்ளாவர் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(A) = 13 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{46}$$

ii. B = சிவப்பு இராணி கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

சிவப்பு நிற இராணி இரண்டும் நீக்கப்பட்டதால் $n(B) = 0$

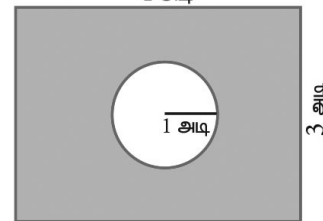
$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{0}{46} = 0$$

iii. C கருப்பு இராசா கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. ஸ்பேடு சீட்டில் உள்ள ஒரு கருப்பு இராணி நீக்கப்பட்டதால்

$$n(C) = 1 \quad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{46}$$

11. மாணவர்கள் விளையாடும் ஒரு விளையாட்டில் அவர்களால் எறியப்படும் கல்லானது வட்டப்பரிதிக்குள் விழுந்தால் அதை வெற்றியாகவும், வட்டப்பரிதிக்கு வெளியே செவ்வகத்திற்குள் விழுந்தால் அதைத் தோல்வியாகவும் கருதப்படுகிறது. விளையாட்டில் வெற்றி கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? ($\pi = 3.14$)

4 அடி

**தீர்வு:**

மொத்த பரப்பளவு = $4 \times 4 = 16$ ச.அ

∴ $n(S) = 16$

வெற்றி பெறும் பரப்பளவு = வட்டத்தின் பரப்பு
 $= \pi r^2 = \pi(1)^2 = \pi = 3.14$ ச.அ
 அதாவது $n(A) = 3.14$

$$P(\text{வெற்றி பெற}) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3.14}{12}$$

$$= \frac{314}{1200} = \frac{157}{600}$$

12. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு ஆகியன முறையே 1.2 மற்றும் 25.6 எனில் அதன் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு:

தரவின் திட்ட விலக்கம் $\sigma = 1.2$,

மாறுபாட்டுக் கெழு $CV = 25.6$,

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$\bar{x} = \frac{\sigma}{CV} \times 100 = \frac{1.2}{25.6} \times 100 = \frac{1200}{256}$$

$$\bar{x} = 4.7$$

13. இரண்டு நுகர்வோர்கள், பிரியா மற்றும் அமுதன் ஒரு குறிப்பிட்ட அங்காடிக்கும், குறிப்பிட்ட வாரத்தில் (திங்கள் முதல் சனி வரை) செல்கிறார்கள். அவர்கள் அங்காடிக்குச் சமவாய்ப்பு முறையில் ஒவ்வொரு நாளும் செல்கிறார்கள். இருவரும் அங்காடிக்கு,

(i) ஒரே நாளில்

(ii) வெவ்வேறு நாட்களில்

(iii) அடுத்தடுத்த நாட்களில் செல்வதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$n(S) = 36$$

i. A என்பது இருவரும் ஒரே நாளில் பார்வையிடும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{(தி, தி), (செ, செ), (பு, பு), (வி, வி), (வெ, வெ), (ச, ச)\}$$

$$n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ii. P(வெவ்வேறு நாட்களில் பார்வையிட)

$$= P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

iii. C என்பது அடுத்தடுத்த நாட்களில் பார்வையிடும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$C = \{(தி, செ), (செ, பு), (பு, வி), (வி, வெ), (வெ, ச), (செ, தி), (பு, செ), (வி, பு), (வெ, வி), (ச, வெ)\}$$

$$n(C) = 10$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

14. ஒரு விளையாட்டிற்கான, நுழைவுக் கட்டணம் ₹ 150. அந்த விளையாட்டில் ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. தனா, ஒரு நுழைவுச் சீட்டு வாங்கினாள். அவ்விளையாட்டில் ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் விழுந்தால் அவள் செலுத்திய நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பக் கிடைத்துவிடும். மூன்று தலைகள் கிடைத்தால் அவளது நுழைவுக் கட்டணம் இரண்டு மடங்காகக் கிடைக்கும். இல்லையென்றால் அவளுக்கு எந்தக் கட்டணமும் திரும்பக் கிடைக்காது. இவ்வாறெனில், (i) இரண்டு மடங்காக (ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற (iii) நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு, ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT\} \quad n(S) = 8$$

i. இரண்டு மடங்காக நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற மூன்று தலை பெற வேண்டும்.

A = மூன்று தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{HHH\} \quad n(A) = 1$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

ii. நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப் பெற ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் கிடைக்கப் பெற வேண்டும்.

B = ஒன்று அல்லது இரண்டு தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$B = \{TTH, THT, HTT, HHT, HTH, THH\}$$

$$n(B) = 6$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

iii. நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு தலையே விழாமல் இருக்க வேண்டும்.

C = தலையே விழாமல் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$C = \{TTT\}$$

$$n(C) = 1$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

15. இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. இரண்டு முக மதிப்புகளும் சமமாக இருக்க அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$$n(S) = 36$$

இரண்டு பகடைகள் ஒன்றாக உருட்டப்படும் பொழுது அதன் கூறுவெளியில் $6 \times 6 = 36$ உறுப்புகள் இருக்கும். எனவே, $n(S) = 36$

A ஆனது இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்புகள் மற்றும் B ஆனது இரண்டு பகடைகளின் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4-ஆக கிடைக்கப்பெறும் நிகழ்ச்சிகள் என்க.

எனவே $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

$B = \{(1,3), (2,2), (3,1)\}$

$\therefore A \cap B = \{(2,2)\}$

எனவே $n(A) = 6$, $n(B) = 3$, $n(A \cap B) = 1$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

$\therefore P$ (ஒரே முக மதிப்புகள் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 கிடைக்க) $= P(A \cup B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

எனவே, தேவையான நிகழ்தகவு $\frac{2}{9}$ ஆகும்.

16. A மற்றும் B ஆகியவை $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ மற்றும் $P(A \text{ மற்றும் } B) = \frac{1}{8}$, என இருக்குமாறு அமையும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $P(A$ அல்லது $B)$

(ii) $P(A$ -ம் இல்லை மற்றும் B -ம் இல்லை)

தீர்வு:

i. $P(A$ அல்லது $B) = P(A \cup B)$

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \text{ அல்லது } B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

ii. $P(A$ -ம் இல்லை மற்றும் B -ம் இல்லை)

$$= P(\bar{A} \cap \bar{B})$$

$$= P(\overline{A \cup B})$$

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$P(A \text{ -ம் இல்லை மற்றும் } B \text{ -ம் இல்லை})$$

$$= 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

17. 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகின்றது. அந்தச் சீட்டு இராசா அல்லது ஹார்ட் அல்லது சிவப்பு நிறச் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 52$

$$n(S) = 52$$

A ஆனது இராசா சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(A) = 4; \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52}$$

B ஆனது ஹார்ட் சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(B) = 13; \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52}$$

C ஆனது சிவப்பு சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(C) = 26; \quad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{26}{52}$$

$$P(A \cap B) = P(\text{ஹார்ட் மற்றும் இராசா சீட்டு கிடைக்க}) = \frac{1}{52}$$

$$P(B \cap C) = P(\text{சிவப்பு நிற ஹார்ட் சீட்டு கிடைக்க})$$

$$= \frac{13}{52}$$

$$P(A \cap C) = P(\text{சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைக்க})$$

$$= \frac{2}{52}$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(\text{ஹார்ட், இராசா சீட்டு$$

$$\text{சிவப்பு நிறத்தில் கிடைக்க}) = \frac{1}{52}$$

எனவே, தேவையான நிகழ்தகவானது

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} + \frac{26}{52} - \frac{1}{52} - \frac{13}{52} - \frac{2}{52} + \frac{1}{52}$$

$$= \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$$

18. 50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், 28 பேர் NCC-யிலும், 30 பேர் NSS-லும் மற்றும் 18 பேர் NCC மற்றும் NSS-லும் சேர்கிறார்கள். ஒரு மாணவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர்

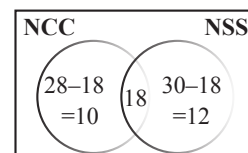
(i) NCC-யில் இருந்து, ஆனால் NSS -ல் இல்லாமல்

(ii) NSS-ல் இருந்து, ஆனால் NCC-யில் இல்லாமல்.

(iii) ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

மே 22

தீர்வு:



மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
 $n(S) = 50$

i. $A : NCC$ யில் சேர்ந்து NSS -யில்

சேராமல் உள்ள மாணவர்கள்

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

ii. $B : NSS$ -ல் இருந்து NCC -யில்

சேராமல் உள்ள மாணவர்கள்

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$$

iii. $C : ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து$

இருக்கும் மாணவர்கள்

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{(10+12)}{50} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$$

19. இரண்டு பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டப் படுகின்றன. முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப் படை எண் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)$
 $(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)$
 $(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)$
 $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)$
 $(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)$
 $(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

$$n(S) = 36$$

$A =$ முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப்பட எண் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)$
 $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)$
 $(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

$$n(A) = 18; \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36}$$

$B =$ முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$

$$n(B) = 5; \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

$$A \cap B = \{(2,6), (4,4), (6,2)\}$$

$$n(A \cap B) = 3$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{18}{36} + \frac{5}{36} - \frac{3}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

20. ஒரு பெட்டியில் 3, 5, 7, 9, ... 35, 37. என்ற எண்கள் குறிக்கப்பட்ட சீட்டுகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் ஒரு சீட்டு ஆனது 7-ன் மடங்காக அல்லது பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$S = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25,$
 $27, 29, 31, 33, 35, 37\}$

$$n(S) = 18$$

A என்பது 7-ன் மடங்காக இருக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{7, 21, 35\}, \quad n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{3}{18}$$

B என்பது பகா எண்ணாக இருக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37\}$

$$n(B) = 11; \quad P(B) = \frac{11}{18}$$

$$A \cap B = \{7\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{18}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{18} + \frac{11}{18} - \frac{1}{18} = \frac{13}{18}$$

21. சீரான மூன்று நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. அதிபட்சம் 2 பூக்கள் அல்லது குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT,$
 $HTT\} \quad n(S) = 8$

$A =$ அதிபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT\}$

$$n(A) = 7 \quad P(A) = \frac{7}{8}$$

$B =$ குறைந்தபட்சம் இரண்டு தலைகள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{HHT, HTH, THH, HHH\}$

$$n(B) = 4, \quad P(B) = \frac{4}{8}, \quad P(A \cap B) = \frac{4}{8}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{7}{8} + \frac{4}{8} - \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$$

★★★

அரசு வினாத்தாள் செப்டம்பர் 2020

வகுப்பு: 10

கணிதம்

கால அளவு : 15 நிமிடம் + 3 மணி

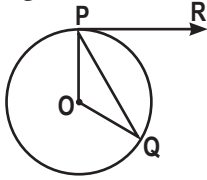
மதிப்பெண்கள் : 100

அறிவுரை:

- 1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின் அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாக தெரிவிக்கவும்.
- 2) நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

- குறிப்பு: i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். 14×1=14
 ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

1. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{5, 6\}$ மற்றும் $D = \{5, 6, 7, 8\}$ எனில் கீழே கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது சரியான கூற்று?
 - 1) $(A \times C) \subset (B \times D)$
 - 2) $(B \times D) \subset (A \times C)$
 - 3) $(A \times B) \subset (A \times D)$
 - 4) $(D \times A) \subset (B \times A)$
2. $f(x) = x^2 - x$ எனில், $f(x-1) - f(x+1) =$
 - 1) $4x$
 - 2) $2 - 2x$
 - 3) $2 - 4x$
 - 4) $4x - 2$
3. யூக்ளிடிஸ் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, எந்த மிகை முழுவின் கனத்தையும் 9-ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகள்
 - 1) 0, 1, 8
 - 2) 1, 4, 8
 - 3) 0, 1, 3
 - 4) 1, 3, 5
4. $A = 2^{65}$ மற்றும் $B = 2^{64} + 2^{63} + 2^{62} + \dots + 2^0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பின்வருவனவற்றில் எது உண்மை?
 - 1) B ஆனது A-ஐ விட 2^{64} அதிகம்
 - 2) A மற்றும் B சமம்
 - 3) B ஆனது A-ஐ விட 1 அதிகம்
 - 4) A ஆனது B-ஐ விட 1 அதிகம்
5. $\frac{a^2}{a^2 - b^2} + \frac{b^2}{b^2 - a^2}$ -ன் மதிப்பு
 - 1) $a - b$
 - 2) $a + b$
 - 3) $a^2 - b^2$
 - 4) 1
6. ஒரு நிரல் அணியின், நிரை நிரல் மாற்று அணி
 - 1) அலகு அணி
 - 2) மூலைவிட்ட அணி
 - 3) நிரல் அணி
 - 4) நிரை அணி
7. ΔLMN -ல் $\angle L = 60^\circ$, $\angle M = 50^\circ$ மேலும் $\Delta LMN \sim \Delta PQR$ எனில் $\angle R$ -ன் மதிப்பு
 - 1) 40°
 - 2) 70°
 - 3) 30°
 - 4) 110°
8. படத்தில் உள்ளவாறு O-வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் P-ல் தொடுகோடு PR எனில், $\angle POQ$ ஆனது
 
 - 1) 120°
 - 2) 100°
 - 3) 110°
 - 4) 90°
9. $x = 11$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட நோக்கோட்டின் சமன்பாடானது
 - 1) x -அச்சுக்கு இணை
 - 2) y -அச்சுக்கு இணை
 - 3) ஆதிப்புள்ளி வழிச்செல்லும்
 - 4) $(0, 11)$ என்ற புள்ளி வழிச்செல்லும்
10. $\tan\theta + \cot\theta = 2$ எனில் $\tan^2\theta + \cot^2\theta$ -ன் மதிப்பு
 - 1) 0
 - 2) 1
 - 3) 2
 - 4) 4
11. 24 செ.மீ உயரமும், 6 செ.மீ ஆரமும் உடைய களிமண்ணினால் செய்யப்பட்ட ஒரு கூம்பினை ஒரு சிறுமி கோளமாக மாற்றினால், கோளத்தின் ஆரம்
 - 1) 24 செ.மீ
 - 2) 12 செ.மீ
 - 3) 6 செ.மீ
 - 4) 48 செ.மீ

10 ஆம் வகுப்பு - கணிதம்

60

12. r_1 அலகுகள் ஆரமுள்ள ஒரு கோளப்பந்து உருக்கப்பட்டு r_2 அலகுகள் ஆரமுடைய 8-சம கோள பந்துகளாக ஆக்கப்படுகிறது எனில் $r_1:r_2$
- 1) 2 : 1 2) 1 : 2 3) 4 : 1 4) 1 : 4
13. 100 தரவுப் புள்ளிகளின் சராசரி 40 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 3 எனில் விலக்கங்களின் வர்க்கக் கூடுதலானது
- 1) 40000 2) 160900 3) 160000 4) 30000
14. ஆங்கில எழுத்துக்கள் {a, b, c,, z} யிலிருந்து ஓர் எழுத்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்வு செய்யப்படுகிறது. அந்த எழுத்து 4-க்கு முந்தைய எழுத்துக்களில் ஒன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
- 1) $\frac{12}{13}$ 2) $\frac{1}{13}$ 3) $\frac{23}{26}$ 4) $\frac{3}{26}$

பகுதி - II

குறிப்பு: எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க. வினா எண் 28-க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். $10 \times 2 = 20$

15. $A \times B = \{(3, 2) (3, 4) (5, 2) (5, 4)\}$ எனில், A மற்றும் B-ஐ காண்க.
16. $f: N \rightarrow N$ என்ற சார்பு $f(m) = m^2 + m + 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு எனக் காட்டுக.
17. m மற்றும் n இயல் எண்கள் எனில், எந்த m-ன் மதிப்புகளுக்கு $2^n \times 5^m$ என்ற எண் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்?
18. ஒரு தொடர் வரிசையின் பொது உறுப்பு $a_n = \begin{cases} n^2; & n \text{ ஒரு ஒற்றை எண்} \\ \frac{n^2}{2}; & n \text{ ஒரு இரட்டை எண்} \end{cases}$ எனில் 3-வது மற்றும் 4-வது உறுப்புகளைக் காண்க.
19. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$ -ன் மதிப்பு காண்க. இதிலிருந்து $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$ -ன் மதிப்பு காண்க.
20. $9x^2 + 3kx + 4 = 0$ என்ற இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில் k-ன் மதிப்பு காண்க.
21. $A = \begin{pmatrix} \sqrt{7} & -3 \\ -\sqrt{5} & 2 \\ \sqrt{3} & -5 \end{pmatrix}$ எனில் $-A$ -யின் நிரைநிரல் மாற்று அணியைக் காண்க.
22. பின்வருவனவற்றில் ΔABC -யில் AD ஆனது, $\angle A$ யின் இருசமவெட்டி ஆகுமா என சோதிக்கவும். $AB = 5$ செ.மீ, $AC = 10$ செ.மீ, $BD = 1.5$ செ.மீ. மற்றும் $CD = 3.5$ செ.மீ,
23. (14, 10) மற்றும் (14, -6) ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.
24. நிரூபிக்கவும்: $\sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta}} = \sec \theta + \tan \theta$
25. ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 154 ச.மீ எனில் அதன் விட்டம் காண்க.
26. ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு 1386 ச.மீ எனில் அதன் புறப்பரப்பினைக் காண்க.
27. கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழுவைக் காண்க. 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68.
28. ஒரு உள்ளீடற்ற உருளையின் உயரம், உட்புற மற்றும் வெளிப்புற ஆரங்கள் முறையே 9 செ.மீ, 3 செ.மீ, மற்றும் 5 செ.மீ, ஆகும். உருளையை உருவாக்கத் தேவைப்படும் இரும்பின் கன அளவினைக் காண்க.

பகுதி - III

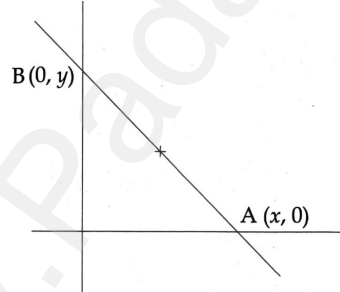
குறிப்பு: எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க. வினா எண் 42-க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். $10 \times 5 = 50$

29. A என்பது 8-ஐ விட குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விட குறைவான பகா எண்களின் கணம், மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ சரிபார்க்கவும்.
30. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ என்பன இரு கணங்கள் என்க. $f: A \rightarrow B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினை i) அம்புக்குறிபடம் ii) அட்டவணை iii) வரிசை சோடிகளின் கணம் iv) வரைபடம் ஆகியவற்றால் குறிக்கவும்.
31. 100- க்கும் 1000- க்கும் இடையே 11-ஆல் வகுபடும் அனைத்து இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.
32. தீர்க்க: $6x + 2y - 5z = 13$; $3x + 3y - 2z = 13$; $7x + 5y - 3z = 26$

A. SIVAMOORTHY, B.T. Asst. GHS, Perumpakkam, Villupuram Dt.

Kindly send me your questions and answerkeys to us : Padasalai.Net@gmail.com

33. பின்வரும் பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க. $x^4 + 3x^3 - x - 3$, $x^3 + x^2 - 5x + 3$
34. $\frac{x^2}{y^2} - \frac{10x}{y} + 27 - \frac{10y}{x} + \frac{y^2}{x^2}$ என்ற கோவையின் வர்க்கமூலம் காண்க.
35. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $(AB)^T = B^T \cdot A^T$ என்பதைச் சரிபார்க்க.
36. கோண இருசமவெட்டி தேற்றத்தினை எழுதி நிறுவுக.
37. $(-4, -2)$, $(-3, k)$, $(3, -2)$ மற்றும் $(2, 3)$ ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பளவு 28 ச.அலகுகள் எனில் k-யின் மதிப்பு காண்க.
38. 60 மீ. உயரமுள்ள கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து செங்குத்தாக உள்ள ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் இறக்கக் கோணங்கள் முறையே 38° மற்றும் 60° எனில், விளக்குக் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\tan 38^\circ = 0.7813$, $\sqrt{3} = 1.732$)
39. விட்டம் 20 செ.மீ உள்ள ஓர் உருளை வடிவக் கண்ணாடி குவளையில் 9 செ.மீ உயரத்திற்கு நீர் உள்ளது. ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் உயரம் 4 செ.மீ உடைய ஓர் சிறிய உலோக உருளை நீரில் முழுமையாக மூழ்கும் போது ஏற்படும் நீரின் உயர்வைக் கணக்கிடுக.
40. 7 போட்டிகளில் ஒரு கிரிக்கெட் வீரர் எடுத்த ஓட்டங்கள் முறையே 70, 80, 60, 50, 40, 90, 95. திட்ட விலக்கம் காண்க.
41. இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகிறது.
i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முகமதிப்பு கிடைக்க,
ii) முகமதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க,
iii) முகமதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க,
iv) முகமதிப்புகளின் கூடுதல் 1-ஆக இருக்க,
ஆகிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.
42. AB என்ற நேர்க்கோடு ஆய அச்சுகளை A மற்றும் B புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. AB-ன் நடுப்புள்ளி $(2, 3)$ எனில் AB-ன் சமன்பாட்டினைக் காண்க.



பகுதி - IV

குறிப்பு: அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

2×8=16

43. அ) கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ABC-யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{6}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{6}{5}$)
(அல்லது)
ஆ) 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 10 செ.மீ தொலைவிலுள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரையவும். மேலும் தொடுகோடுகளின் நீளங்களைக் கணக்கிடுக.
44. அ) $x^2 - 8x + 16 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைந்து தீர்வின் தன்மையைக் கூறுக.
(அல்லது)
ஆ) ஒரு துணிக்கடையானது தனது வாடிக்கையாளர்களுக்கு வாங்கும் ஒவ்வொரு பொருளின் மீதும் 50% தள்ளுபடியை அறிவிக்கிறது. குறித்த விலைக்கும் தள்ளுபடிக்குமான வரைபடம் வரைக. மேலும்,
i) வரைபடத்திலிருந்து ஒரு வாடிக்கையாளர் ₹ 3250 ஐ தள்ளுபடியாகப் பெற்றால் குறித்த விலையைக் காண்க.
ii) குறித்த விலையானது ₹ 2500 எனில், தள்ளுபடியைக் காண்க.

★★★