V12M

விருதுநகர் மாவட்டப் பொதுத் தேர்வுகள்

இரண்டாம் திருப்புதல் தேர்வு - பிப்ரவரி 2023

வகுப்பு 12

நேரம்: 3.00 மணி | கணிதம் | மொத்த மதிப்பெண்கள்: 90

பகுதி - I

i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். ii) கொடுக்கப்பட்ட நான்கு விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக. குறியீட்டுடன் விடையினையும் எழுதுக. $20\times1=20$

1) $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \text{adj } A$ மற்றும் $C = 3A$ எனில் $\frac{|\text{adj} B|}{|C|} =$

a) $1/3$ b) $1/9$ c) $1/4$ d) 1

2) z எனும் பூச்சியமற்ற கலப்பெண்ணிற்கு $2iz^2 = \bar{z}$ எனில் $\bar{z}$ ன் மதிப்பு......

a) $-\frac{1}{2}$ b) 1 c) $\frac{1}{2}$ d) 3

3) $\frac{3}{-1+i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு ......

a) $\frac{-3\pi}{4}$ b) $\frac{-5\pi}{6}$ c) $\frac{-2\pi}{3}$ d) $\frac{-\pi}{2}$

4) x^3-kx^2+9x எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கின் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை

a) $|K| \le 6$ b) $|k| \ge 6$ c) $|K| > 0$ d) $K = 0$

5) $ax^4+bx^3+cx^2+dx+c = 0$ன் மூலங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்

a) $\frac{2ac-b^2}{a^2}$ b) $\frac{b^2-4ac}{2a}$ c) $\frac{4ac-b^2}{a^3}$ d) $\frac{b^2-2ac}{a^2}$

6) சார்பு $f(x) = \sin^{-1}(x^2-3)$ எனில் $x \in$ ....

a) $(-1, 1)$ b) $[\sqrt{2}, 2]$ c) $[-2, \sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, 2]$ d) $[-2, \sqrt{2}] \cap [\sqrt{2}, 2]$

7) $|x| < 1$ எனில் $\sin(\tan^{-1}(x))$-ன் மதிப்பு

a) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ c) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ d) $\frac{-x}{\sqrt{1+x^2}}$

8) $x+y = k$ என்ற நேர்கோடு பரவளையம் $y^2 = 12x$ ன் செங்கோட்டுச் சமன்பாட்டாக உள்ளது எனில் $K =$

a) 3 b) -1 c) 9 d) 1

9) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப்பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு

a) $2ab$ b) ab c) $\sqrt{ab}$ d) $\frac{a}{b}$

10) $\vec{a} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i}+\hat{j}$, $\vec{c} = \hat{i}$ மற்றும் $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c} = \lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$ எனில் $\lambda+\mu =$

a) 0 b) 1 c) 6 d) 3

11) $\vec{r}.(2\hat{i}-\hat{j}-2\hat{k}) = 6$ மற்றும் $\vec{r}(6\hat{i}-3\hat{j}-6\hat{k}) = 27$ என்ற தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு .....

a) 2 b) 1 c) 3 d) 6

12) x log x என்ற சார்பின் சிறும மதிப்பு

a) $-\frac{1}{e}$ b) $\frac{1}{2e}$ c) $\frac{1}{e}$ d) $\frac{4}{e^4}$

13) $f(x) = 2\cos 4x$ என்ற வளைவரைக்கு $x = \frac{\pi}{12}$ல் செங்கோட்டின் சாய்வு

a) $-4\sqrt{3}$ b) -4 c) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ d) $4\sqrt{3}$

14) ஒரு கனச்சதுரத்தின் பக்க அளவு 1% அதிகரிக்கும் பொழுது அதன் கனஅளவில் ஏற்படும் மாற்றம்

a) $0.3\ x\ dx$ மீ^{3} b) $0.03\ x$ மீ^{3} c) $0.03\ x^3$ மீ^{3} d) $0.03\ x^2$ மீ^{3}

15) $U(x, y, z) = \frac{x^2+y^2}{xy} + 3z^2y$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial z} = \ldots\ldots\ldots$

a) $6zy$ b) $\frac{1}{y} - \frac{y}{x^2}$ c) $-\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x} + 3z^2$ d) 0

16) $\int_0^1 x(1-x)^{99} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

a) $\frac{1}{11000}$ b) $\frac{1}{10100}$ c) $\frac{1}{10010}$ d) $\frac{1}{10001}$

17) ஏதேனும் tல் உள்ள Pன் பெருக்கவீதமானது மக்கள் தொகைக்கு விகிதமாக அமையும் எனில்

a) $P = Ce^{Kt}$ b) $P = Ce^{-Kt}$ c) $P = CKt$ d) $P = C$

18) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \le x \le a \\ 0 & \text{பிறமதிப்புகள்} \end{cases}$ எனில் a-ன் மதிப்பு

a) 4 b) 2 c) 3 d) 1

19) ஒரு கூட்டுக் கூற்றில் 3 தனிக் கூற்றுகள் உட்பட்டிருந்தால் அம்மெய்மை அட்டவணையின் நிரைகளின் எண்ணிக்கை

a) 9 b) 8 c) 6 d) 3

20) $\mathbb{R}$ -ன் மீது * $(a*b) = a+b+ab-7$ என வரையறுக்கப்பட்டால் $3*\left(\frac{-7}{15}\right) =$

a) $\frac{88}{15}$ b) $-\frac{88}{15}$ c) $\frac{8}{15}$ d) $-\frac{8}{15}$

பகுதி - II

7×2=14

ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க. வினா எண் 40க்கு கட்டாயம் விடையளி.

21) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{pmatrix}$ என்ற அணியை ஏறுபடி வடிவில் மாற்றி அணித்தரம் காண்க.

22) $x^{2018}+1947x^{1950}+15x^8+26x^6+2019 = 0$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் தன்மைபற்றி ஆராய்க.

23) மதிப்புக் காண்க: $\sin^{-1}(\cos\pi)$

24) $y^2 = 16x$ என்ற பரவளையத்திற்கு $2x+2y+3 = 0$ என்ற கோட்டிற்கு தொடுகோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

25) $2\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$ மற்றும் $3\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ என்ற வெக்டர்களை முனையில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத்திண்மத்தின் கனஅளவினைக் காண்க.

26) e^x என்ற சார்பிற்கு மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க.

27) சார்பு $g(x,y)=\dfrac{3x^2-xy}{x^2+y^2+3}$ க்கு எல்லை மதிப்பு இருக்குமானால் $\lim_{(x,y)\to(1,2)} g(x,y)$க்கு மதிப்புகாண்க.

28) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+5\dfrac{dy}{dx}+\int y\,dx_2=x^3$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி காண்க.

29) ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி 0, 1 மற்றும் 2 மதிப்புக்களை மட்டுமே கொள்ளும் எனில் $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{K} & x=0,1,2\\ 0 & x \text{ பிறமதிப்பு கள்}\end{cases}$ ன் K யின் மதிப்புக் காண்க.

30) $\neg p \vee \neg q$ என்ற கூறுக்கு மெய்மை அட்டவணை அமைக்க.

பகுதி - III $\qquad$ 7×3=21

எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க. வினா எண் 40க்கு கண்டிப்பாக விடையளி.

31) $|Z|=1$ எனில் $2\le|Z^2-3|\le 4$ எனக் காட்டுக.

32) $y=4x+c$ என்ற நேர்கோடு $x^2+y^2=9$ என்ற வட்டத்திற்கு தொடுகோடு எனில் cன் மதிப்பைக் காண்க.

33) ஒரு கான்கிரீட் பாலம் பரவளைய வடிவில் உள்ளது அதன் நீளம். 40 மீ அதன் அதிகபட்ச உயரம் 15 மீ எனில் அந்த பரவளைய சமன்பாட்டினை அமைக்க.

34) ஒரு துகள் (1, 2, 3) எனும் புள்ளியிலிருந்து (5, 4, 1) எனும் புள்ளிக்கு $8\vec{i}+2\vec{j}-6\vec{k}$ மற்றும் $6\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$ என்ற மாறாத விசைகளின் செயல்பாட்டினால் நகர்த்தப்பட்டால் அவ்விசைகள் செய்த மொத்த வேலையைக் காண்க.

35) $x^2-y^2=r^2$ மற்றும் $xy=c^2$ என்ற வளைவரைகள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் எனக் காட்டுக. (c, r ஆகியவை இங்கு மாறிகள்)

36) மதிப்புக் காண்க: $\displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(x^5+x\cos x+\tan^3 x+1\right)dx$

37) கணினி தயாரிக்கப்படும் போது ஆயிரம் மணி நேரத்தில் மின்னனு சாதனமொன்றின் பழுதடையும் நேரத்தின் அடர்த்திச்சார்பு $f(x)=\begin{cases}3e^{-3x} & x>0\\ 0 & \text{பிறமதிப்பு கள்}\end{cases}$ ஆகும். இம்மின்னனு சாதனத்தின் எதிர்பார்க்கப்படும் ஆயுட்காலத்தைக் காண்க.

38) தீர்க்க: $\cos x\cos y\,dy-\sin x\sin y\,dx=0$

39) (z, *) மேலும் * என்ற செயலி $a*b=a+b+2$ என வரையறுக்கப்பட்டால். அடையு விதி மற்றும் பரிமாற்றுக்கு உட்படுமா? எனச் சரிபார்க்க.

40) கிராமர் விதிப்படி தீர்: $2x-y=8;\ 3x+2y=-2$

பகுதி - IV $\qquad$ 7×5=35

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க:

41) தீர்க்க: $x+y+z=2;\ 6x-4y+5z=31$ மற்றும் $5x+2y+2z=13$.

(OR)

ஒரு குடும்பத்தலைவர் $x=0, x=4, y=4$ மற்றும் $y=0$ ஆகியவற்றால் அடைப்படும் சதுரநிலத்தின் பரப்பை $y^2=4x$ மற்றும் $x^2=4y$ என்ற வளைவரைகளின் வாயிலாக தன்னுடைய மனைவி, மகள் மற்றும் மகன் ஆகியோர்களுக்கு மூன்று சமபாகங்களாகப் பிரிக்க விரும்புகிறார் அவ்வாறு பிரிக்க இயலுமா? பிரிக்க இயலும் எனில் ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைக்கும் பரப்பைக் காண்க.

42) $Z = x+iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-i}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனில் $x^2+y^2+3x-3y+2 = 0$ எனக் காட்டுக.

(OR)

தீர்க்க: $(x^3+y^3)dy = x^2y\, dx$

43) $6x^4-5x^3-38x^2-5x+6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு $\frac{1}{3}$ எனில் சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.

(OR)

(1, 1) (2, −1) மற்றும் (3, 2) என்ற மூன்று புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டை அமைக்க.

44) வெக்டர் முறையைப் பயன்படுத்தி $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ என நிரூபிக்க.

(OR)

$W(x, y, z) = xy+yz+zx$, $x = u-v$, $y = uv$, $z = u+v$ மேலும் $u, v \in R$ எனில் $\frac{\partial w}{\partial u}$ மற்றும் $\frac{\partial w}{\partial v}$ ஐக் காண்க. அதிலிருந்து $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ இல் அவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.

45) x^2y^2ன் இடஞ்சார்ந்த பெரும மற்றும் சிறும மதிப்புக்களை $x+y = 10$ என்ற கோட்டின் மீது காண்க.

(OR)

ஒரு தனிநிலைச் சார்பு Xன் நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பானது.

X	1	2	3	4	5	6
f(x)	K	2K	6K	5K	6K	10K

46) மட்டு 11ஐப் பொறுத்து எச்சத் தொகுதிகளின் கணம் {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} இன் உட்கணம் A = {1, 3, 4, 5, 9} ன் மீது X_{11} என்ற செயலிக்கு (i) அடைவு பண்பு (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப்பண்பு (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைச் சரிபார்க்க.

(OR)

மதிப்பிடுக: i) $\tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right) - \sec^{-1}(-2)$

ii) $\tan^{-1}\left(\frac{2}{11}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{7}{24}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ என நிறுவுக.

47) (−1, 2, 0) (2, 2, 1) என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்வதும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் உள்ள தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(OR)

தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5 மீ உயரத்தில் தரைக்கு இணையாகப் பொருத்தப்பட்ட ஒரு குழாயிலிருந்து நீர் வெளியேறி தரையைத் தொடும்பாதை ஒரு பரவளையத்தை அமைக்கிறது மேலும் பரவளையப் பாதையின் முனை குழாயின் வாயில் அமைகிறது. குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5மீ கீழே நீரின் பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் நிலை குத்துக்கோட்டிற்கு 3 மீ தூரத்தில் உள்ளது எனில் குத்துக்கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்பதைக் காண்க.

- - - - -

II Revision Examination

XII - Mathematics

1.	b	$1/9$	11.	b	1
2.	c	$1/2$	12.	a	$-1/e$
3.	a	$-3\pi/4$	13.	c)	$\sqrt{3}/12$
4.	b	$k \geq 6$	14.	d	$0.03x^2 m^3$
5.	d	$\frac{b^2-2ac}{a^2}$	15.	a	$6zy$
6.		M.A	16.	b	$1/10100$
7.	a)	$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$	17.	a	$P = ce^{kt}$
8.	d)	1	18.	d	1
9.	a)	$2ab$	19.	b	8
10.	a	0	20.	b	$-88/15$

JB TUITION CENTRE

G. JAYABALAN
8056580481

21) Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{bmatrix}$

$\xrightarrow[R_3 \to R_3 - 5R_1]{R_2 \to R_2 - 2R_1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -6 & 2 & -4 \end{bmatrix}$

$\xrightarrow{R_3 \to R_3 - 2R_2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Number of non zero row is 2

$\therefore \rho(A) = 2$.

22) Let $P(x) = x^{2018} + 1947x^{1950} + 15x^8 + 26x^6 + 2019$

$\left.\begin{array}{l}\text{Number of sign} \\ \text{change in } P(x)\end{array}\right\} = 0$

$\therefore \left.\begin{array}{l}\text{Number of positive} \\ \text{real root}\end{array}\right\} = 0$

$P(-x) = x^{2018} + 1947x^{1950} + 15x^8 + 26x^6 + 2019$

$\left.\begin{array}{l}\text{Number of sign} \\ \text{change in } P(-x)\end{array}\right\} = 0$

$\therefore \left.\begin{array}{l}\text{Number of negative} \\ \text{real root}\end{array}\right\} = 0$

$\Rightarrow P(x)$ has no real root.

$\therefore$ All roots of $P(x)$ are imaginary.

23) $\sin^{-1}(\cos\pi) = \sin^{-1}(-1)$

$= -\pi/2$

24) Equation of parabola $y^2 = 16x \to (1)$

$\therefore a = 4$

Equation of st. line

$2x + 2y + 3 = 0 \to (2)$

Slope of (2) $= \frac{-2}{2} = -1$

Let m be the slope of tangent of (1).

Gin: Tangent of (1) is $\perp^r$ to (2)

$\therefore m = \frac{-1}{-1}$

$\boxed{m = 1}$

Equation of tangent of (1) is

$y = mx + \frac{a}{m}$

$y = (1)x + \frac{4}{1}$

$y = x + 4$

$x - y + 4 = 0$

25) Let $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$ are coterminus edges ~~are~~ of parallelepiped.

Gn: $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$

$\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

$\vec{c} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Volume of}\\ \text{parallelepiped}\end{array}\right\} = \left|[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]\right|$$

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$= 2(4-1) + 3(2+3) + 4(-1-6)$

$= 2(3) + 3(5) + 4(-7)$

$= 6 + 15 - 28$

$= 21 - 28$

$= -7$

$\therefore$ Volume $= |-7| = 7$ cu.units

26) Gn: $f(x) = e^x$

$f(x) = e^x \Rightarrow f(0) = e^0 = 1$

$f'(x) = e^x \Rightarrow f'(0) = e^0 = 1$

$f''(x) = e^x \Rightarrow f''(0) = e^0 = 1$

$f'''(x) = e^x \Rightarrow f'''(0) = e^0 = 1$

Maclaurin's series is

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots$$

$$= 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \cdots$$

$$f(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

27) Gn: $g(x,y) = \dfrac{3x^2 - xy}{x^2 + y^2 + 3}$

$$\lim_{(x,y)\to(1,2)} g(x,y) = \lim_{(x,y)\to(1,2)} \frac{3x^2 - xy}{x^2 + y^2 + 3}$$

$$= \frac{3(1)^2 - (1)(2)}{(1)^2 + (2)^2 + 3}$$

$$= \frac{3(1) - 2}{1 + 4 + 3}$$

$$= \frac{3 - 2}{8}$$

$$= \frac{1}{8}$$

28) Given:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + \int y\,dx = x^3$$

Differentiating with respect to "x",

$$\frac{d^3y}{dx^3} + 5\frac{d^2y}{dx^2} + y = 3x^2$$

Order $= 3$

degree $= 1$.

29) Given:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{k}, & x = 0, 1, 2 \\ 0, & \text{otherwise}. \end{cases}$$

WKT,

$$\sum f(x) = 1$$

$$f(0) + f(1) + f(2) = 1$$

$$\frac{0^2+1}{k} + \frac{1^2+1}{k} + \frac{2^2+1}{k} = 1$$

$$\frac{1}{k}+\frac{2}{k}+\frac{5}{k}=1$$

$$\frac{8}{k}=1$$

$$\boxed{k=8}$$

30) $\neg p \vee \neg q$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

31) Given $|z|=1$

Let $z_1=z^2$, $z_2=3$

WKT

$$\big||z_1|-|z_2|\big| \le |z_1-z_2| \le |z_1|+|z_2|$$

$$\big||z^2|-|3|\big| \le |z^2-3| \le |z^2|+|3|$$

$$\big||z|^2-3\big| \le |z^2-3| \le |z|^2+3$$

$$|1^2-3| \le |z^2-3| \le 1^2+3$$

$$|-2| \le |z^2-3| \le 4$$

$$2 \le |z^2-3| \le 4$$

32) Given Equation of

Circle is $x^2+y^2=9 \rightarrow (1)$

Tangent of (1) is

$$y=4x+c \rightarrow (2)$$

From (1) & (2),

$$a=3,\ m=4$$

Condition for tangent to (1) is

$$c^2=a^2(1+m^2)$$

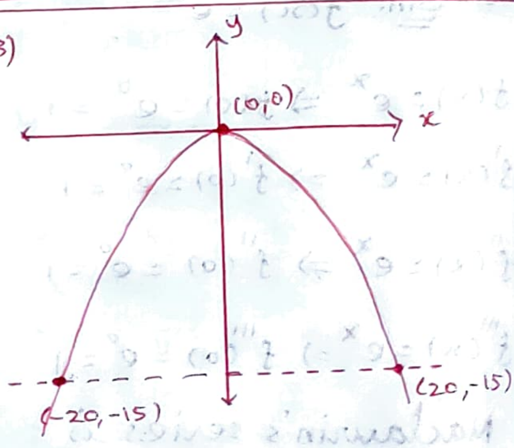
$$c^2=3^2(1+4^2)$$

$$c^2=9(1+16)$$

$$c^2=9(17)$$

$$\boxed{c=\pm 3\sqrt{17}}$$

33)



From the graph the vertex is at (0,0) and the parabola is open downward.

$\therefore$ Equation of parabola is

$$x^2=-4ay \rightarrow (1)$$

From the given data,

$(-20,-15)$ and $(20,-15)$ lie on the parabola (1),

$(1) \Rightarrow 20^2 = -4a(-15)$

$400 = 4a(15)$

$4a = \frac{400}{15}$

$4a = \frac{80}{3}$

$(1) \Rightarrow x^2 = \frac{-80}{3}y$

$3x^2 = -80y.$

34) Given: $\vec{F_1} = 8\hat{i}+2\hat{j}-6\hat{k}$

$\vec{F_2} = 6\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$

$\therefore$ Force $\vec{F} = \vec{F_1}+\vec{F_2}$

$= 8\hat{i}+2\hat{j}-6\hat{k}+6\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$

$\vec{F} = 14\hat{i}+4\hat{j}-8\hat{k}$

Given points

$A(1,2,3)$, $B(5,4,1)$

$\vec{OA} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$

$\vec{OB} = 5\hat{i}+4\hat{j}+\hat{k}$

$\vec{d} = \vec{OB} - \vec{OA}$

$\vec{d} = (5\hat{i}+4\hat{j}+\hat{k}) - (\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})$

$= 5\hat{i}+4\hat{j}+\hat{k}-\hat{i}-2\hat{j}-3\hat{k}$

$\vec{d} = 4\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$

Work done by the force

$W = \vec{F}\cdot\vec{d}$

$= (14\hat{i}+4\hat{j}-8\hat{k})\cdot(4\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k})$

$= 14(4)+4(2)+(-8)(-2)$

$= 56+8+16$

$W = 80$ units.

35) Given two curves,

$x^2-y^2=r^2 \to (1)$, $xy=c^2 \to (2)$

Let m_1, m_2 be the slopes of tangents of (1) & (2)

Let (x_1,y_1) be the intersecting point of (1) & (2).

Differentiating (1) w.r.to 'x',

$(1) \Rightarrow 2x - 2y\frac{dy}{dx} = 0$

$-2y\frac{dy}{dx} = -2x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$$

$$m_1 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(x_1,y_1)} = \frac{x_1}{y_1}$$

Differentiating ② w.r.to "x",

$$x\frac{dy}{dx} + y(1) = 0$$

$$x\frac{dy}{dx} = -y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x}$$

$$m_2 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(x_1,y_1)}$$

$$m_2 = \frac{-y_1}{x_1}$$

$$m_1 m_2 = \left(\frac{x_1}{y_1}\right)\left(\frac{-y_1}{x_1}\right) = -1$$

∴ ① & ② cuts orthogonally.

36)

Let $I = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x^5 + x\cos x + \tan^3 x + 1)\,dx$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^5\,dx + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} x\cos x\,dx + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \tan^3 x\,dx + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 1\,dx$$

WKT, x^5, $x\cos x$, $\tan^3 x$ are odd functions

1 is an even fn,

$$\therefore I = 0+0+0+2\int_0^{\pi/2} dx$$

$$= 2\left[x\right]_0^{\pi/2}$$

$$= 2\left(\pi/2 - 0\right)$$

$$= 2\left(\pi/2\right)$$

$$I = \pi$$

37)

Given p.d.f

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Expected life time

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)\,dx$$

$$= \int_{-\infty}^{0} x f(x)\,dx + \int_0^{\infty} x f(x)\,dx$$

$$= 0 + \int_0^{\infty} x\,3e^{-3x}\,dx$$

$$= 3\int_0^{\infty} e^{-3x} x\,dx$$

$$= 3\left[\frac{1!}{3^{1+1}}\right]$$

$$= 3\left(\frac{1}{9}\right)$$

$$E(x) = \frac{1}{3}$$

38) $\cos x \cos y \, dy - \sin x \sin y \, dx = 0$

$\cos x \cos y \, dy = \sin x \sin y \, dx$

$\frac{\cos y}{\sin y} dy = \frac{\sin x}{\cos x} dx$

$\cot y \, dy = \tan x \, dx$

$\int \cot y \, dy = \int \tan x \, dx$

$\log|\sin y| = \log|\sec x| + \log|c|$

$\log|\sin y| - \log|\sec x| = \log|c|$

$\log\left|\frac{\sin y}{\sec x}\right| = \log|c|$

$\sin y \cos x = c$

39) Given set : $\mathbb{Z}$

Let $a, b \in \mathbb{Z}$

$*$ is defined by

$a * b = a + b + 2$

since $a + b + 2 \in \mathbb{Z}$,

$a * b \in \mathbb{Z}$

$\therefore *$ is closed under $\mathbb{Z}$.

Commutative :

$a * b = a + b + 2$

$= b + a + 2$

$= b * a$

$\therefore *$ is commutative.

40) Given equations are

$2x - y = 8, \; 3x + 2y = -2$

Matrix form of the given system of equations is $AX = B$,

where $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix},$

$B = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$

$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 3 = 7$

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 16 - 2 = 14$

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -4 - 24 = -28$

$x = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta}$

$x = \frac{14}{7}, \quad y = \frac{-28}{7}$

$\boxed{x = 2, \quad y = -4}$

41)

a) Solution:

Given system of equations

$x+y+z=2$

$6x-4y+5z=31$

$5x+2y+2z=13$.

Matrix form of given system of equation is

$AX=B$, where

$A=\begin{bmatrix}1&1&1\\6&-4&5\\5&2&2\end{bmatrix}$, $X=\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}$

and $B=\begin{bmatrix}2\\31\\13\end{bmatrix}$.

The solution is

$$X=A^{-1}B.$$

To find A^{-1}:

$|A|=\begin{vmatrix}1&1&1\\6&-4&5\\5&2&2\end{vmatrix}$

$=1(-8-10)-1(12-25)+1(12+20)$

$=1(-18)-1(-13)+1(32)$

$=-18+13+32$

$|A|=27\neq0$

$\therefore A^{-1}$ exists.

$\text{adj } A=\begin{bmatrix}-18&13&32\\0&-3&3\\9&1&-10\end{bmatrix}^T$

$\text{adj } A=\begin{bmatrix}-18&0&9\\13&-3&1\\32&3&-10\end{bmatrix}$

$\therefore A^{-1}=\frac{1}{27}\begin{bmatrix}-18&0&9\\13&-3&1\\32&3&-10\end{bmatrix}$.

$\therefore X=\frac{1}{27}\begin{bmatrix}-18&0&9\\13&-3&1\\32&3&-10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\31\\13\end{bmatrix}$

$X=\frac{1}{27}\begin{bmatrix}-36+0+117\\26-93+13\\64+93-130\end{bmatrix}$.

$=\frac{1}{27}\begin{bmatrix}81\\-54\\27\end{bmatrix}$

$X=\frac{27}{27}\begin{bmatrix}3\\-2\\1\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\-2\\1\end{bmatrix}$

$\therefore x=3,\ y=-2,\ z=1$.

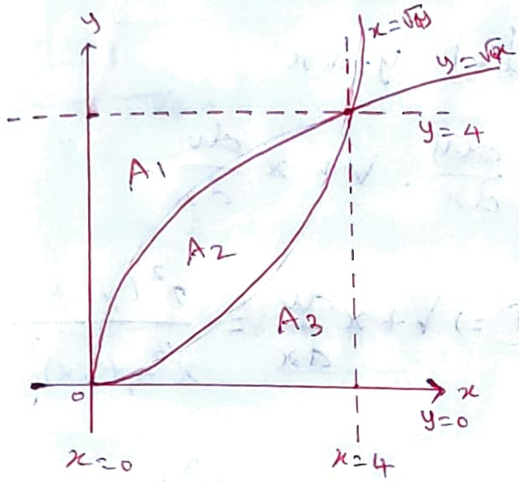
41)

i) Given curves

$y^2 = 4x$, $x^2 = 4y$

lines $x=0$, $x=4$,

$y=0$, $y=4$.



Total Area $= 4 \times 4 = 16$ sq. units

From the figure,

Area $A = A_1 + A_2 + A_3$. → ①

$$A_1 = \int_0^4 x\,dy$$

$$= \int_0^4 \frac{y^2}{4}\,dy$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{y^3}{3}\right)_0^4$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{4^3}{3}\right)$$

$$\boxed{A_1 = \frac{16}{3} \text{ sq. units}}$$

$$A_3 = \int_0^4 y\,dx$$

$$= \int_0^4 \frac{x^2}{4}\,dx$$

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^4$$

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{4^3}{3}\right]$$

$$\boxed{A_3 = \frac{16}{3} \text{ sq. units}}$$

① $\Rightarrow 16 = \frac{16}{3} + A_2 + \frac{16}{3}$

$$16 = \frac{32}{3} + A_2$$

$$A_2 = 16 - \frac{32}{3}$$

$$\boxed{A_2 = \frac{16}{3}} \text{ sq. units}$$

From A_1, A_2 and A_3, it is possible to divide equal parts

4)

a) Given

$z = x + iy.$

$$\arg\left(\frac{z-i}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\arg(z-i) - \arg(z+2) = \frac{\pi}{4}$$

$$\arg(x+iy-i) - \arg(x+iy+2) = \frac{\pi}{4}$$

$$\arg[(x+i(y-1)] - \arg[(x+2)+iy] = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{y-1}{x}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{y}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan^{-1}\left[\frac{\frac{y-1}{x} - \frac{y}{x+2}}{1+\left(\frac{y-1}{x}\right)\left(\frac{y}{x+2}\right)}\right] = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\left(\frac{(x+2)(y-1) - yx}{x(x+2)}\right)}{\left(\frac{x(x+2)+(y-1)y}{x(x+2)}\right)} = \tan\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{xy - x + 2y - 2 - xy}{x^2+2x+y^2-y} = 1$$

$$-x+2y-2 = x^2+2x+y^2-y$$

$$x^2+2x+y^2-y+x-2y+2=0$$

$$x^2+y^2+3x-3y+2=0$$

b) $(x^3+y^3)\,dy = x^2y\,dx$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2y}{x^3+y^3} \rightarrow (1)$$

It is homogeneous

Let $y = vx$

$$\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$$

$$(1) \Rightarrow v + x\frac{dv}{dx} = \frac{x^2(vx)}{x^3+(vx)^3}$$

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{x^3v}{x^3(1+v^3)}$$

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{v}{1+v^3}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v}{1+v^3} - v$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v - v(1+v^3)}{1+v^3}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{v - v - v^4}{1+v^3}$$

$$x\frac{dv}{dx} = \frac{-v^4}{1+v^3}$$

$$\frac{(1+v^3)\,dv}{v^4} = -\frac{dx}{x}$$

$$\left(\frac{1}{v^4}+\frac{v^3}{v^4}\right)dv = -\frac{dx}{x}$$

$$\int\frac{dv}{v^4}+\int\frac{dv}{v} = -\int\frac{dx}{x}$$

$$\frac{-1}{3v^3}+\log|v| = -\log|x| + \log|c|$$

$$\frac{-1}{3v^3} = \log|c|-\log|x| - \log|v|$$

$$\frac{-1}{3v^3} = \log\left|\frac{c}{vx}\right|$$

$$\frac{-1}{3\left(\frac{y}{x}\right)^3} = \log\left|\frac{c}{y}\right|$$

$$\frac{x^3}{3y^3} = \log\left|\frac{y}{c}\right|$$

$$\frac{y}{c} = e^{x^3/3y^3}$$

$$y = ce^{x^3/3y^3}.$$

43) a) Given equation

$$6x^4-5x^3-38x^2-5x+6=0 \rightarrow (1)$$

One solution is $\frac{1}{3}$.

Since (1) is a reciprocal equation, 3 is also one solution.

3	6	-5	-38	-5	6
	↓	18	39	3	-6
$\frac{1}{3}$	6	13	1	-2	$\boxed{0}$
	↓	2	5	2	
	6	15	6	$\boxed{0}$	

∴ One factor is

$$6x^2+15x+6$$

Let $6x^2+15x+6=0$

÷ by 3 $\Rightarrow 2x^2+5x+2=0$

$(x+2)(2x+1)=0$

4

$\frac{4}{2x}$ $\frac{1}{2x}$

$x+2=0$,

$2x+1=0$

$x=-2$, $x=-\frac{1}{2}$.

∴ Solutions of (1) are $3, \frac{1}{3}, -2, -\frac{1}{2}$.

b) Given points are $(1,1), (2,-1), (3,2)$

General equation of circle is

$$x^2+y^2+2gx+2fy+c=0 \to (1)$$

(1) passes through $(1,1)$

$$(1)^2+(1)^2+2g(1)+2f(1)+c=0$$

$$2+2g+2f+c=0$$

$$2g+2f+c=-2 \to (2)$$

(1) passes through $(2,-1)$

$$(2)^2+(-1)^2+2g(2)+2f(-1)+c=0$$

$$4+1+4g-2f+c=0$$

$$4g-2f+c=-5 \to (3)$$

(1) passes through $(3,2)$

$$3^2+2^2+2g(3)+2f(2)+c=0$$

$$9+4+6g+4f+c=0$$

$$6g+4f+c=-13 \to (4)$$

Solve (2) & (3),

$$(3) \Rightarrow 4g-2f+c=-5$$

$$(2) \Rightarrow \underset{-}{2g}\underset{-}{+2f}\underset{-}{+c}=\underset{+}{-2}$$

$$2g-4f=-3 \to (5)$$

Solve (2) & (4)

$$(4) \Rightarrow 6g+4f+c=-13$$

$$(2) \Rightarrow \underset{-}{2g}\underset{-}{+2f}\underset{-}{+c}=\underset{+}{-2}$$

$$4g+2f=-11 \to (6)$$

Solve (5) & (6)

$$(6) \Rightarrow 4g+2f=-11$$

$$(5)\times 2 \Rightarrow \underset{-}{4g}\underset{+}{-8f}=\underset{+}{-6}$$

$$10f=-5$$

$$\boxed{f=-1/2}$$

$$(6) \Rightarrow 4g+2(-1/2)=-11$$

$$4g-1=-11$$

$$4g=-10$$

$$g=\frac{-10}{4}$$

$$\boxed{g = \frac{-5}{2}}$$

$$② \Rightarrow 2\left(\frac{-5}{2}\right) + 2\left(\frac{-1}{2}\right) + c = -2$$

$$-5 - 1 + c = -2$$

$$c = -2 + 6$$

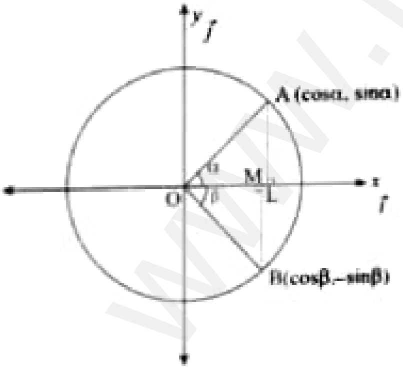
$$\boxed{c = 4}$$

∴ The required equation of circle is

$$① \Rightarrow x^2 + y^2 + 2\left(\frac{-1}{2}\right)x + 2\left(\frac{-5}{2}\right)y + 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 - x - 5y + 4 = 0$$

44) a) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$.



Let $A(\cos\alpha, \sin\alpha)$ and $B(\cos\beta, -\sin\beta)$ are any two points on the unit circle where $\angle XOA = \alpha$, $\angle BOx = \beta$

Let $\hat{i}$, $\hat{j}$ are unit vector along x-axis and y-axis. $\hat{k}$ be the $\perp^r$ unit vector to $\hat{i}$ and $\hat{j}$.

$$\therefore \overrightarrow{OA} = \cos\alpha\,\hat{i} + \sin\alpha\,\hat{j}$$

$$\overrightarrow{OB} = \cos\beta\,\hat{i} - \sin\beta\,\hat{j}$$

$$\therefore |\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = 1.$$

$$\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OA} = |\overrightarrow{OB}|\,|\overrightarrow{OA}| \sin(\alpha+\beta)\,\hat{k}$$

$$= (1)(1)\sin(\alpha+\beta)\,\hat{k}$$

$$\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OA} = \sin(\alpha+\beta)\,\hat{k} \longrightarrow ①$$

$$\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OA} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(0) - \hat{j}(0) + \hat{k}(\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)$$

$$\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OA} = (\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)\,\hat{k} \longrightarrow ②$$

From ① & ②,

$$\sin(\alpha+\beta)\,\hat{k} = (\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)\,\hat{k}$$

$$\therefore \sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

44)

b) Given:

$W(x,y,z) = xy + yz + zx$

$x = u - v,\ y = uv,\ z = u + v$

$\frac{\partial w}{\partial x} = y + z$

$\frac{\partial w}{\partial y} = x + z$

$\frac{\partial w}{\partial z} = y + x$

$\frac{\partial x}{\partial u} = 1,\ \frac{\partial y}{\partial u} = v,\ \frac{\partial z}{\partial u} = 1$

$\frac{\partial x}{\partial v} = -1,\ \frac{\partial y}{\partial v} = u,\ \frac{\partial z}{\partial v} = 1$

$\frac{\partial w}{\partial u} = \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial u}$

$= (y+z)(1) + (x+z)(v) + (y+x)(1)$

$= y + z + (x+z)v + y + x$

$= (uv) + u + v + (u - v + u + v)v + uv + u - v$

$= 2uv + 2u + 2uv.$

$\frac{\partial w}{\partial u} = 4uv + 2u$

$\left(\frac{\partial w}{\partial u}\right)_{(\frac{1}{2},1)} = 4(\frac{1}{2})(1) + 2(\frac{1}{2})$

$= 2 + 1$

$= 3.$

$\frac{\partial w}{\partial v} = \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial w}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial v}$

$= (y+z)(-1) + (x+z)(u) + (y+x)(1)$

$= \cancel{(y+z)})$

$\frac{\partial w}{\partial v} = (uv + u + v)(-1) + (u - v + u + v)u + (uv + u - v)(1)$

$= -uv - \cancel{u} - v + 2u^2 + uv + u - v$

$= 2u^2 - 2v$

$\left(\frac{\partial w}{\partial v}\right)_{(\frac{1}{2},1)} = 2(\frac{1}{2})^2 - 2(1)$

$= 2(\frac{1}{4}) - 2$

$= \frac{1}{2} - 2$

$= \frac{-3}{2}.$

45

Soln:

Gn: $x+y=10$

$y=x-10.$

Gn fn: $=x^2y^2$

$=x^2(x-10)^2$

~~$=x^3$~~

Let it be $f(x)$.

$f(x)=x^2(x-10)^2$

~~$f'(x)=x^2(2(x-10))$~~

~~$+(x-10)^2(2x)$~~

~~$=2x^3-20x^2$~~

$f(x)=x^2[x^2-20x+100]$

$f(x)=x^4-20x^3+100x^2$

$f'(x)=4x^3-60x^2+200x$

$f''(x)=12x^2-120x+200$

Let $f'(x)=0$

$4x^3-60x^2+200x=0.$

$\div$ by $4x$,

$x^2-15x+50=0$

$(x-10)(x-5)=0$

$x=10, x=5$

$f''(5)=12(5)^2-120(5)+200$

$f''(5)=300-600+200$

$f''(5)=-100<0$

$\therefore$ At $x=5$, $f(x)$ has local maximum.

$f''(10)=12(10)^2-120(10)+200$

$=1200-1200+200$

$f''(10)=200>0$

$\therefore$ At $x=10$, $f(x)$ has local minimum.

Local Maximum.

$f(5)=5^2(5-10)^2$

$=25(-5)^2$

$=25(25)$

$=625$

Local Minimum.

$f(10)=10^2(10-10)^2=0$

45)

b) M.A

Question Incomplete.

46

a) Given set

$A = \{1, 3, 4, 5, 9\}$.

Operation: $\times_{11}$

$\times_{11}$	1	3	4	5	9
1	1	3	4	5	9
3	3	9	1	4	5
4	4	1	5	9	3
5	5	4	9	3	1
9	9	5	3	1	4

(i) Closure property:

Since each box has an unique element of A, $\times_{11}$ is a binary operation on A.

(ii) Commutative:

The entries are symmetrical about the main diagonal. Hence $\times_{11}$ has commutative property.

(iii) Associative:

As usual, the associative property can be seen to be true.

(iv) Identity:

The entries of both the row and column headed by the element 1 are identical. Hence 1 is the identity element.

vi) Since the identity 1 exists in each row and each column, the existance of inverse property is assured for X_{11}.
The inverse of 1 is 1, that of 3 is 4, that of 4 is 3, 5 is 9 and, that of 9 is 5.

b)(i)

$\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$

$= \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}$

$= -\pi/3$.

(ii) $L.H.S = \tan^{-1}\left(\frac{2}{11}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{7}{24}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{2}{11}+\frac{7}{24}}{1-\left(\frac{2}{11}\right)\left(\frac{7}{24}\right)}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{48+77}{11\times 24}}{\frac{(11\times 24)-14}{11\times 24}}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{125}{264-14}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{125}{250}\right)$

$= \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

$= R.H.S$

44) Given points are $A(-1,2,0)$ and $B(2,2,1)$

$\therefore \vec{a} = -\hat{i} + 2\hat{j}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

$\vec{b} - \vec{a} = 3\hat{i} - 0\hat{j} + \hat{k}$

Given straight line

$\frac{x-1}{1} = \frac{2y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$

$\frac{x-1}{1} = \frac{\cancel{2}(y+1/2)}{\cancel{2}} = \frac{z+1}{-1}$

$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1/2}{1} = \frac{z+1}{-1}$

$\therefore \vec{c} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

(i) Parametric:

The required eqn. of plane is

$\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b}-\vec{a}) + t\vec{c}$, $s, t \in R$.

$$\vec{r} = (-\hat{i}+2\hat{j}) + s(3\hat{i}+\hat{k}) + t(\hat{i}+\hat{j}-\hat{k})$$

(ii) Non parametric :

$$\vec{r}\cdot((\vec{b}-\vec{a})\times\vec{c}) = \vec{a}\cdot[(\vec{b}-\vec{a})\times\vec{c}] \longrightarrow ①$$

$$(\vec{b}-\vec{a})\times\vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(0-1) - \hat{j}(-3-1) + \hat{k}(3-0)$$

$$= -\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k}.$$

① ⇒

$$\vec{r}\cdot(-\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k}) = (-\hat{i}+2\hat{j})\cdot(-\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k})$$

$$\vec{r}\cdot(-\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k}) = (-1)(-1)+2(4)+0(3)$$

$$\vec{r}\cdot(-\hat{i}+2\hat{j}) = 1+8+0$$

$$\vec{r}\cdot(-\hat{i}+2\hat{j}) = 9 \longrightarrow ②$$

Cartesian form

$$② \Rightarrow \vec{r}\cdot(-\hat{i}+2\hat{j}) = 9$$

$$(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k})\cdot(-\hat{i}+2\hat{j}) = 9$$

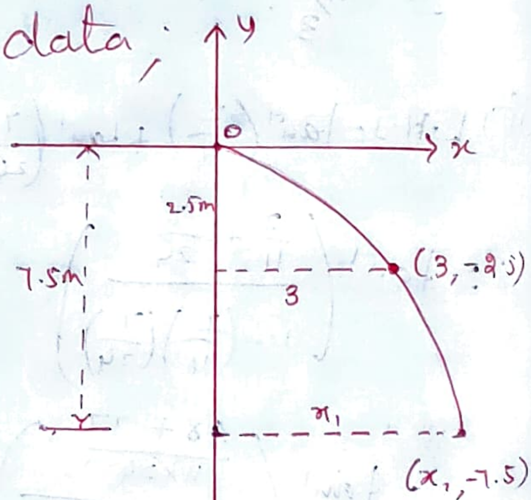
$$x(-1)+y(2)+z(0) = 9$$

$$-x+2y+0 = 9$$

$$x-2y+9 = 0$$

47)

b) From the given data,



From the figure,

Equation of the path of the water is $x^2 = -4ay \rightarrow (1)$

(1) passes through $(3, -2.5)$,

$(1) \Rightarrow 3^2 = -4a(-2.5)$

$9 = 10a$

$\boxed{a = \frac{9}{10}}$

$(1) \Rightarrow x^2 = -4\left(\frac{9}{10}\right)y$

$x^2 = \frac{-18}{5}y \rightarrow (2)$

(2) passes through the point $(x_1, -7.5)$

$x_1^2 = \frac{-18}{5}(-7.5)$

$x_1^2 = 27$

$x_1 = 3\sqrt{3}$ mtr.