

இரண்டாம் திருப்புதல் தேர்வு - 2023

பதிவேண்

XII - வணிகக் கணிதம் மற்றும் புள்ளியியல்

நேரம் : 3-00 மணி

மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90

- அறிவுரைகள் : 1. அனைத்து வினாக்களும் சரியாக பதிவாகி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிலில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.
2. நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிக் கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கும் பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

- குறிப்பு: i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.
- ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும். (20×1=20)

A B

1. $T = \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.6 & x \end{bmatrix}$ என்பது மாறுதல் நிகழ்வு அணி எனில் x ன் மதிப்பு
- a) 0.2 b) 0.3 c) 0.4 d) 0.7
2. இரு மாறிகளை கொண்ட ஒருபடி சமன்பாட்டு தொகுப்பு ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கிறது எனில் அவற்றை குறிக்கும் கோடுகள்
- a) L_1 மற்றும் L_2 சரியாக ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளும்
- b) L_1 மற்றும் L_2 ஒன்றின் மீது மற்றொன்று பொருந்தும்
- c) L_1 மற்றும் L_2 இணையானவை மற்றும் வெவ்வேறானவை
- d) a மற்றும் b
3. $\int 2^x dx$ ன் மதிப்புச் சார்பு
- a) $2^x + c$ b) $\frac{2^x}{\log 2} + c$ c) $\frac{\log 2}{2^x} + c$ d) $2^x \log 2 + c$
4. $\int_0^{\infty} e^{-2x} dx$ என்பது
- a) 0 b) 1 c) 2 d) 1/2
5. தேவை மற்றும் அளிப்பு சார்புகள் முறையே $D(x) = 16 - x^2$, $S(x) = 2x^2 + 4$ எனில் அதன் சமநிலை விலை
- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5
6. $p(x) = 1/10$, $x = 10$ எனில் $E(x)$ மதிப்பானது
- a) பூஜ்யம் b) 1/4 c) 1 d) -1
7. பின்வருவனவற்றில் எது நிகழ்தகவு பரவலில் சாத்தியமற்றது
- a) $\sum p(x) \geq 0$ b) $\sum p(x) = 1$ c) $\sum xp(x) = 2$ d) $p(x) = -0.5$
8. ஒரு முழுமைத் தொகுதியின் முடிவுறு உட்கணத்தை _____ என கூறலாம்
- a) கூறு b) முழுமைத்தொகுதி c) முழுமை d) முழுமைக் கணிப்பு
9. கூறுசராசரியின் திட்டபிழையானது
- a) $\frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$ b) $\frac{\sigma}{n}$ c) $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ d) $\frac{\sigma^2}{\sqrt{n}}$
10. $y = a + bx$ என்ற போக்கு கோட்டில் 'b' இன் மதிப்பானது
- a) மிகை அல்லது குறை b) எப்போதும் மிகை c) பூஜ்ஜியம் d) எப்போதும் குறை
11. $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{3/2} - \sqrt{\left(\frac{dy}{dx}\right)} - 4 = 0$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே
- a) 2 மற்றும் 6 b) 3 மற்றும் 6 c) 1 மற்றும் 4 d) 2 மற்றும் 4
12. $(3D^2 + D - 14)y = 13e^{2x}$ ன் சிறப்புத் தொகை
- a) $\frac{x}{2}e^{2x}$ b) xe^{2x} c) $\frac{x^2}{2}e^{2x}$ d) $13xe^{2x}$

13. $\Delta^2 y_0 =$ a) $y_2 - 2y_1 + y_0$ b) $y_2 + 2y_1 - y_0$ c) $y_2 + 2y_1 + y_0$ d) $y_2 + y_1 + 2y_0$
14. $\nabla f(a) =$ a) $f(a) + f(a-h)$ b) $f(a) - f(a+h)$ c) $f(a) - f(a-h)$ d) $f(a)$
15. ஒரு பொருளின் அளிப்புச் சார்பு $P = 3 + x$ மற்றும் $x_0 = 3$ எனில், உற்பத்தியாளர் உபரி
a) $3/2$ b) $5/2$ c) $7/2$ d) $9/2$
16. கீழ்க்கண்ட எந்த குறியீட்டு எண் கால மாற்று சோதனையை நிறைவு செய்கிறது?
a) பாசியின் குறியீட்டு எண் b) ஃபிஷர் குறியீட்டு எண்
c) லாஸ்பியர் குறியீட்டு எண் d) எப்போதும் குறை
17. ஈருறுப்புப் பரவலில் வெற்றிக்கான நிகழ்தகவானது தோல்விக்கான நிகழ்தகவைப் போல் இருமடங்கு எனில் நான்கு முயற்சிகளில் பூஜ்ஜிய வெற்றி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு
a) $16/81$ b) $1/16$ c) $2/27$ d) $1/81$
18. $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{72\pi}} \right) \frac{e^{-(x-10)^2}}{72}$, $-\infty < x < \infty$ என்ற இயல்நிலை பரவலின் பண்பளவைகளானது
a) (10, 6) b) (10, 36) c) (6, 10) d) (36, 10)
19. சில நேரங்களில் _____ முறையே போக்குவரத்து கணக்கின் உகந்த தீர்வாக அமையும்
a) வடமேற்கு மூலைமுறை b) மீச்சிறு மதிப்பு முறை
c) வோகலின் தோராய முறை d) நிரையின் சிறும முறை
20. மூன்று வேலைகள் மற்றும் நான்கு வேலையாட்கள் உள்ளடக்கிய ஒதுக்கீட்டு கணக்கில் சாத்தியமான ஒதுக்கீடுகளின் எண்ணிக்கை
a) 4 b) 3 c) 7 d) 12

பகுதி - II

II ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளி. அவற்றில் வினா எண் 30-க்கு கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும். (7x2=14)

21. $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -4 \\ -2 & -4 & 8 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தினைக் காண்க.

22. மதிப்பிடுக. $\int \sin^2 x \, dx$

23. $y = x$ எனும் கோடு X அச்சு, $x = 1$ மற்றும் $x = 2$ எனும் எல்லைக்குள் ஏற்படுத்தும் பரப்பைக் காண்க.

24. தீர்க்க. $\frac{d^2 y}{dx^2} - 6 \frac{dy}{dx} + 8y = 0$

25. காண்க. $\Delta \log x$

26. பின்வரும் தகவல் வெற்றிகளின் நிகழ்தகவு பரவலைக் குறிக்கிறது எனில், வெற்றியின் எதிர்பார்த்தல் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

வெற்றிகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2
நிகழ்தகவு	6/11	9/22	1/22

27. ஈருறுப்புப் பரவலின் சராசரி மதிப்பு 20 எனவும் மாறுபாட்டளவை 16 எனவும் கொண்டால் "p" மற்றும் "n" இன் மதிப்புகளைக் காண்க.

28. புள்ளியியல் அனுமானத்திற்கான செயல்பாட்டில் உள்ள இரண்டு முக்கிய பகுதிகளை குறிப்பிடுக.

29. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளித்தல் கட்டுப்பாட்டு அணி

மாற்று நடவடிக்கை	அளித்தல்கள் - நிபந்தனை நிகழ்வுகள்			
	A_1	A_2	A_3	A_4
E_1	7	12	20	27
E_2	10	9	10	25
E_3	23	20	14	23
E_4	32	24	21	17

மீப்பெருவின் மீச்சிறு விதிப்படி சிறந்த மாற்று நடவடிக்கையை காண்க.

30. ஒரு பொருளின் தரத்தை நிர்ணயிக்கும் மாறுபாட்டின் காரணங்களின் இரு வகைகளைக் குறிப்பிடுக.

பகுதி - III

III ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளி. அவற்றில் வினா எண் 40-க்கு கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும். (7x3=21)

31. தனித்த சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது

X = x	0	1	2	3
P(x)	0.2	0.1	0.4	0.3

எனில் $E(3X + 2X^2)$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

32. $2x + y = 5$, $4x + 2y = 10$ ஆகிய சமன்பாடுகள் ஒருங்கமைவு உடையது எனில் அவற்றைத் தீர்க்க.

33. மதிப்பிடுக. $\int \frac{5 + 5e^{2x}}{e^x + e^{-x}} dx$

34. ஒரு நிறுவனத்தின் உற்பத்தி பொருள்களின் இறுதிநிலை செலவு சார்பு $C(x) = 5 + 0.13x$, இறுதிநிலை வருவாய் சார்பு $R'(x) = 18$ மற்றும் மாறாச் செலவு ரூ.120 எனில் இலாபச் சார்பைக் காண்க.

35. $y = ae^{3x} + be^{-x}$ என்ற வளைவரைக்கு தொடர்புடைய வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க. இங்கு "a" மற்றும் "b" என்பன மாறத்தக்க மாறிலிகள்

36. $h = 1$ எனில், $\Delta^2 \left(\frac{1}{x} \right)$ ஐ மதிப்பிடுக.

37. பாய்சான் பரவலானது ஈருறுப்புப் பரவலின் எல்லையாக அமைவதற்கான கட்டுப்பாடுகளை எழுதுக.

38. மொத்த வணிகம் செய்யும் ஒருவர், தான் விற்பனை செய்த மொத்த ஆப்பிள்களில், 4% ஆப்பிள்கள் குறைபாடுள்ளவை எனக் கூறுகிறார். சமவாய்ப்பு முறையில் தெரிவு செய்யப்பட்ட 600 ஆப்பிள்களில் 36 ஆப்பிள்கள் குறைபாடுள்ளவை எனில், நல்ல ஆப்பிள்கள் குறித்த திட்டப் பிழையைக் காண்க.

39. ஒரு குறிப்பிட்ட கிராமத்தில் உள்ள மேல்நிலைப் பள்ளியில் பயிலும் மாணவர்களின் புள்ளி விவரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றின் மூன்று ஆண்டு நகரும் சராசரியைக் காண்க.

ஆண்டு	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	332	317	357	392	402	405	410	427	435	438

40. 2007 ஆம் ஆண்டின் அடிப்படையில் 2011 ஆம் ஆண்டிற்கான வாழ்க்கை குறியீட்டு எண்ணை கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு குடும்ப வரவு செலவு முறையைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடுக.

பொருள்கள்	விலை		நிறைகள்
	2007	2011	
A	350	400	40
B	170	250	35
C	100	115	15
D	75	105	20
E	60	80	25

பகுதி - IV

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி. (7x5=35)

41. அ. ஒரு தொகை ரூ.5000 ஆனது ஆண்டிற்கு 6%, 7% மற்றும் 8% தரக்கூடிய மூன்று பங்குகளில் பிரித்து முதலீடு செய்யப்பட்டு, ஆண்டு மொத்த வருமானமாக ரூ.358 பெறப்படுகிறது. முதல் இரண்டு முதலீடுகளிலிருந்து கிடைக்கும் வருமானம், மூன்றாவது முதலீட்டிலிருந்து கிடைக்கும் வருமானத்தை விட ரூ.70 அதிகம் எனில், அம்மூன்று பங்குகளில் செலுத்தப்படும் முதலீடுகளை தரமுறையில் காண்க.

(அல்லது)

ஆ. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X ஆனது பின்வரும் நிகழ்தகவு சார்பை பெற்றுள்ளது எனில்

X ன் மதிப்புகள்	0	1	2	3	4	5	6	7
P(x)	0	a	2a	2a	3a	a ²	2a ²	7a ² +a

42. அ. i) a வைக் கண்டுபிடிக்கவும் ii) $P(x < 3)$ iii) $P(x > 2)$ மற்றும் iv) $P(2 < x \leq 5)$ ஐ மதிப்பிடவும். 10 வருடங்களுக்கு ஒரு முறை எடுக்கப்படும் ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பின் விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. 1955 ஆம் வருடத்தின் மக்கள் தொகையை மதிப்பிடுக.

ஆண்டு	1951	1961	1971	1981
மக்கள் தொகை(இலட்சத்தில்)	35	42	58	84

(அல்லது)

ஆ. ஒரு வளைவரையில் உள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளி (x, y) இடத்து அமையக்கூடிய தொடுகோட்டின் சாய்வு $(y^3 - 2yx^2)dx + (2xy^2 - x^3)dy = 0$ ஆகும். மேலும் இந்த வளைவரையானது (1, 2) புள்ளி வழிச் செல்கிறது எனில், வளைவரையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

43. அ. ஒரு இயந்திரம் தயாரிக்கும் உற்பத்திப் பொருளின் உதிரி பாகங்களின் திட்ட விலக்கம் 1.6செ.மீ சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 64 மாதிரிகளின் சராசரி உயரம் 90செ.மீ ஆகும். உதிரிபாகங்களின் உயரம் 88 செமீட்டருக்கு குறைவாகவோ அல்லது 92 செ.மீட்டருக்கு அதிகமாகவோ இருக்கும் போது அப்பாகங்ளை வாடிக்கையாளர் நிராகரிக்கிறார். உற்பத்தி செய்யப்பட்ட சராசரி உயரம் கெண்ட உதிரி பாகங்கள், 95% நம்பிக்கை இடைவெளியில் அமையும் என வாடிக்கையாளருக்கு உறுதிப்படுத்த முடியுமா? $[|z_{\alpha}| = 1.96]$ (அல்லது)

ஆ. 2010 ஆம் ஆண்டிற்கு i) லாஸ்பியர் ii) பாசி iii) ஃபிஷர் விலைக் குறியீடு எண்களை பின்வரும் புள்ளி விவரங்களுக்குக் கணக்கிடுக.

பொருள்கள்	விலை		அளவு	
	2000	2010	2000	2010
A	12	14	18	16
B	15	16	20	15
C	14	15	24	20
D	12	12	29	23

44. அ. மதிப்பிடுக. $\int_2^5 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{7-x}} dx$ (அல்லது)

ஆ. ஒரு இரண்டு படி கொண்ட பல்லுறுப்புக் கோவையானது (0, -12), (1, 0), (3, 6) மற்றும் (4, 12) ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்கின்றது இலக்ராஞ்சியின் இடைச்செருகல் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி பல்லுறுப்புக் கோவையைக் காண்க.

45. அ. சரியான போட்டியின் கீழ் ஒரு பொருளின் தேவை மற்றும் அளிப்புச் சார்புகள் முறையே $P_d = \frac{8}{x+1} - 2$, $P_s = \frac{x+3}{2}$ எனில், நுகர்வோர் மற்றும் உற்பத்தியாளரின் உபரியைக் காண்க. (அல்லது)

ஆ. ஒவ்வொன்றும் அளவு 5 உள்ள பத்து கூறுகளின் சராசரி \bar{x} மற்றும் வீச்சுகள் R பற்றிய விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சராசரி மற்றும் வீச்சு படங்களுக்கான மத்தியகோடு மற்றும் கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகளின் எல்லைகளைக் கண்டு, செயல்பாடு கட்டுப்பாட்டில் உள்ளதா என்று கண்டுபிடிக்கவும்.

கூறுகள்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
சராசரி \bar{x}	11.2	11.8	10.8	11.6	11.0	9.6	10.4	9.6	10.6	10.0
வீச்சு (R)	7	4	8	5	7	4	8	4	7	9

(n = 5 எனில், $A_2 = 0.577$, $D_3 = 0$, $D_4 = 2.115$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

46. அ. மீச்சிறு செலவு முறையைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்ட போக்குவரத்துக் கணக்கின் ஆரம்ப அடிப்படை தீர்வு காண்க.

	D_1	D_2	D_3	D_4	அளிப்பு
O_1	1	2	3	4	6
O_2	4	3	2	5	8
O_3	5	2	2	1	10

தேவை 4 6 8 6 (அல்லது)

ஆ. வங்கிக்கு வரும் வாடிக்கையாளர்களின் எண்ணிக்கை சராசரியாக ஒரு நிமிடத்திற்கு இரண்டு ஆகும். ஒரு நிமிடத்தில் i) வாடிக்கையாளர் எவரும் வரவில்லை ii) 3 அல்லது அதற்கு மேல் வாடிக்கையாளர் வருவதற்கான நிகழ்தகவினைக் கண்டறிக. $[e^{-2} = 0.1353]$

47. அ. X என்பது ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி என்க. அதன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பானது $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4}, & x \geq 1 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$ எனில், X-ன் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டளவை

ஆகியவற்றைக் காண்க. (அல்லது)

ஆ. கீழ்க்கண்ட ஒதுக்கீட்டு கணக்கைத் தீர்க்க.

	நபர்		
	1	2	3
P	9	26	15
வேலை Q	13	27	6
R	35	20	15
S	18	30	20