

12

ஆம் வகுப்பு

அரசு பொதுத் தேர்வு, மார்ச் - 2023

பதிவு எண்

--	--	--	--	--

கணிதம் (விடைகளுடன்)

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்]

[மொத்த மதிப்பெண்கள்: 90

- அறிவுரைகள்:** (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாகப் பதிவாசி உள்ளதா என்பதனைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அரைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.
- (2) நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

குறிப்பு: (i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

20 × 1 = 20

- (ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள நான்கு விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

1. n வரிசையுடைய ஒரு சதுர அணிக்கு நேர்மாறு காணத் தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை :
- (அ) $\rho(A) > n$ (ஆ) $\rho(A) = n$
(இ) $\rho(A) \neq n$ (ஈ) $\rho(A) < n$
2. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $3x - 6y + 2z + 7 = 0$ என்ற தளத்திற்கு உள்ள தொலைவு :
- (அ) 2 (ஆ) 0 (இ) 3 (ஈ) 1
3. $3 \cos^{-1} x = \cos^{-1} (4x^3 - 3x)$ எனில் :
- (அ) $x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ (ஆ) $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$
(இ) $x \in (-\infty, 1)$ (ஈ) $x \in \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$
4. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ எனும் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வு :
- (அ) $y = kx$ (ஆ) $xy = k$
(இ) $\log y = kx$ (ஈ) $y = k \log x$
5. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படும் செங்கோடுகளின் எண்ணிக்கை :
- (அ) 3 (ஆ) 2 (இ) 0 (ஈ) 1
6. \vec{a} மற்றும் \vec{b} என்பன இணை வெக்டர்கள் எனில் $[\vec{a}, \vec{c}, \vec{b}]$ -ன் மதிப்பு :
- (அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 0 (ஈ) -1

7. $[0, 2\pi]$ -ல் $\sin^4 x - 2 \sin^2 x + 1$ -யை நிறைவு செய்யும் மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கை :
- (அ) 1 (ஆ) 2 (இ) ∞ (ஈ) 4
8. 0, 1 மற்றும் 2 ஆகிய மதிப்புகளில் ஒன்றை X கொள்கிறது என்க. ஏதோ ஒரு மாறிலி k - விற்கு, $P(X = i) = kP(X = i - 1)$, $i = 1, 2$ மற்றும் $P(X = 0) = \frac{1}{7}$ எனில் k -ன் மதிப்பு :
- (அ) 3 (ஆ) 1 (இ) 4 (ஈ) 2
9. $x^2 e^{-2x}$, $x > 0$ என்ற சார்பின் பெரும் மதிப்பு :
- (அ) $\frac{1}{e^2}$ (ஆ) $\frac{1}{e}$ (இ) $\frac{4}{e^4}$ (ஈ) $\frac{1}{2e}$
10. * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி $a * b = \frac{ab}{7}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. * எதன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி ஆகாது?
- (அ) \mathbb{R} (ஆ) \mathbb{Q}^+ (இ) \mathbb{C} (ஈ) \mathbb{Z}
11. $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் அதன் செவ்வகலத்திற்கும் இடையே பரப்பானது :
- (அ) $\frac{8}{3}$ (ஆ) $\frac{2}{3}$ (இ) $\frac{5}{3}$ (ஈ) $\frac{4}{3}$
12. ஆதியில் $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் :
- (அ) $\frac{\pi}{2}$ (ஆ) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$
(இ) $\frac{\pi}{4}$ (ஈ) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$
13. $|\text{adj}(\text{adj}A)| = |A|^{16}$ எனில், சதுர அணி A -ன் வரிசையானது :
- (அ) 2 (ஆ) 3 (இ) 5 (ஈ) 4
14. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^8 + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^8$ -ன் மதிப்பு :
- (அ) 8 (ஆ) 4 (இ) 2 (ஈ) 6
15. $|z| = 1$ எனில் $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ -ன் மதிப்பு :
- (அ) $\frac{1}{z}$ (ஆ) z (இ) 1 (ஈ) \bar{z}

2 சுராவிள் + கணிதம் + 12 ஆம் வகுப்பு + அரசு பொதுத்தேர்வு + மார்ச் - 2023 + வினாத்தாள் விடைகளுடன்

16. $f(x) = \sqrt{8-2x}$ என்ற வளைவரையின் எந்த x - ஆயத்தொலைவில் வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் சாய்வு -0.25 ?

(அ) -2 (ஆ) -8 (இ) 0 (ஈ) -4

17. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x \, dx$ -ன் மதிப்பு :

(அ) $-\log 2$ (ஆ) $\log 2$
(இ) $-\log 3$ (ஈ) $\log 3$

18. $\sum_{r=0}^n {}^n C_r (-1)^r x^r$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவையின் மிகையெண் பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை :

(அ) $< n$ (ஆ) 0 (இ) r (ஈ) n

19. $\sin^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ -ன் முதன்மை மதிப்பு :

(அ) $\frac{-\pi}{6}$ (ஆ) 0 (இ) $\frac{-\pi}{2}$ (ஈ) $\frac{\pi}{2}$

20. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப் பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு :

(அ) \sqrt{ab} (ஆ) $2ab$ (இ) $\frac{a}{b}$ (ஈ) ab

பகுதி - II

எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும். வினா எண் 30 -க்கு கட்டாயம் விடையளிக்கவும். $7 \times 2 = 14$

21. $|z| = 2$, எனில், $3 \leq |z + 3 + 4i| \leq 7$ எனக் காட்டுக.

22. $1x^2 + nx + n = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் p மற்றும் q எனில், $\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = 0$ எனக் காட்டுக.

23. $y = 4x + c$ என்ற நேர்க்கோடு $x^2 + y^2 = 9$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடு எனில், c -ன் மதிப்புக் காண்க.

24. 10 செ.மீ. ஆரம் உள்ள கோளத்தின் ஆரம் 0.1 செ.மீ. குறைகின்றது எனில் அதன் கன அளவு தோராயமாக எவ்வளவு குறையும்?

25. மதிப்பிடுக : $\int_b^{\infty} \frac{1}{a^2 + x^2} dx$, $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$.

26. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து 7 அலகுகள் தொலைவில் உள்ளதும், செங்குத்தின் திசை விகிதங்கள் 3, -4, 5 கொண்டதுமான தளத்தின் வெக்டர் சமன்பாடு காண்க.

27. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே வகையான பூலியன் அணிகள் எனில், $A \vee B$ மற்றும் $A \wedge B$.

28. $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.

29. $y = x^2 + 3x - 2$ என்ற வளைவரைக்கு (1, 2) என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

30. $e^{\cos \theta + i \sin \theta}$ என்பதை $a + ib$ என்ற வடிவில் எழுதுக.

பகுதி - III

எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 40 -க்கு கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும்.

$7 \times 3 = 21$

31. முனை $(-1, -2)$, அச்ச y - அச்சுக்கு இணை மற்றும் $(3, 6)$ வழிச்செல்லும் பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

32. சூரியனிலிருந்து பூமியின் அதிகபட்சம் மற்றும் குறைந்தபட்ச தூரங்கள் முறையே 152×10^6 மற்றும் 94.5×10^6 கி.மீ. நீள்வட்டப் பாதையின் ஒரு குவியத்தில் சூரியன் உள்ளது. சூரியனுக்கும் மற்றொரு குவியத்திற்குமான தூரம் காண்க.

33. x -ன் எந்த மதிப்பிற்கு, சமனிலை $\frac{\pi}{2} < \cos^{-1}(3x - 1) < \pi$ மெய்யாகும்?

34. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{2} = -z$ என்ற நேர்க்கோடு ஆய அச்சுகளுடன் ஏற்படுத்தும் கோணங்களைக் காண்க.

35. $(123)_3$ -ன் தோராய மதிப்பினை நேரியல் தோராய மதிப்பீட்டு முறையில் காண்க.

36. தீர்க்க : $x \cos y \, dy = e^x (x \log x + 1) \, dx$

37. $F(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}$ எனில், $[F(\alpha)]^{-1} = F(-\alpha)$ எனக் காட்டுக.

38. $p \rightarrow q$ மற்றும் $q \rightarrow p$ ஆகியவைகள் சமானமற்றவை எனக் காட்டுக.

39. $z(2 + 3i)(1 - i)$ எனில் z^{-1} -யைக் காண்க.

40. $a + b + c = 0$ மற்றும் a, b, c ஆகியவை விகிதமுறு எண்கள் எனில் $(b + c - a)x^2 + (c + a - b)x + (a + b - c) = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் விகிதமுறு எண்களாகும் எனக் காட்டுக.

பகுதி - IV

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

$7 \times 5 = 35$

41. (அ) $z^3 + 8i = 0$, என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க, இங்கு $z \in \mathbb{C}$.

அல்லது

(ஆ) தீர்க்க : $(1 + x + xy^2) \frac{dy}{dx} + (y + y^3) = 0$.

42. (அ) வெக்டர் முறையில் $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ என நிறுவுக.

அல்லது

- (ஆ) ஒரு பால் விற்பனையத்தில் வினியோகிக்கப்படும் பாலின் அளவு சமவாய்ப்பு மாறி X என்க. குறைந்தபட்சம் 200 லிட்டர்கள் மற்றும் அதிகபட்சம் 600 லிட்டர்களுடன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} k & 200 \leq x \leq 600 \\ 0 & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

- (i) k மதிப்பு காண்க.
(ii) பரவல் சார்பு காண்க.
(iii) 300 லிட்டர்கள் மற்றும் 500 லிட்டர்களுக்கிடையே தினசரி விற்பனை இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

43. (அ) $18x^2 + 12y^2 - 144x + 48y + 120 = 0$ என்ற கூம்பு வளைவின் வகையை கண்டறிந்து அவற்றின் மையம், குவியங்கள் மற்றும் முனைகளைக் காண்க.

அல்லது

- (ஆ) $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = \pi$ மற்றும் $0 < x, y, z < 1$ எனில், $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ எனக் காட்டுக.

44. (அ) ஒரு சிறுவன் $y = ax^2 + bx + c$ என்ற பாதையில் $(-6, 8)$, $(-2, -12)$ மற்றும் $(3, 8)$. எனும் புள்ளிகள் வழியாக செல்கிறான், $P(7, 60)$. என்ற புள்ளியில் உள்ள அவனுடைய நண்பனை சந்திக்க விரும்புகிறான், அவன், அவனுடைய நண்பனை சந்திப்பானா? (காஸ்டியன் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்துக).

அல்லது

- (ஆ) $x^2 + 4y^2 = 8$ என்ற நீள் வட்டமும் $x^2 - 2y^2 = 4$ என்ற அதிபரவளையமும் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் என நிறுவுக.

45. (அ) $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + t(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தானதுமான தளத்தின் துணையலகு வடிவ வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

அல்லது

- (ஆ) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு $\frac{1}{3}$ எனில், சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.

46. (அ) $p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.

அல்லது

- (ஆ) வருடத்திற்கு 5% தொடர் கூட்டு வீதத்தில் ஒருவர் ₹ 10,000 -த்தை வாங்கி கணக்கில் முதலீடு செய்கிறார். 18 மாதங்களுக்கு பின்னர் அவர் வாங்கி கணக்கில் எவ்வளவு தொகை இருக்கும்?

47. (அ) $\frac{\log x}{x}$ என்ற சார்பின் மீப்பெரு மதிப்பு காண்க.

அல்லது

- (ஆ) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கும், $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கும் பொதுவான அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

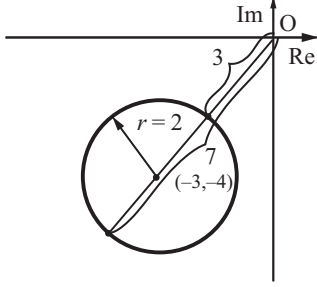
விடைகள்

பகுதி - I

- (ஆ) $\rho(A) = n$
- (ஈ) 1
- (ஆ) $x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$
- (அ) $y = kx$
- (ஈ) 1
- (இ) 0
- (ஆ) 2
- (ஈ) 2
- (அ) $\frac{1}{e^2}$
- (ஈ) Z
- (அ) $\frac{8}{3}$
- (அ) $\frac{\pi}{2}$
- (இ) 5
- (இ) 2
- (ஆ) z
- (ஈ) -4
- (ஆ) $\log 2$
- (ஈ) n
- (அ) $-\frac{\pi}{6}$
- (ஆ) 2ab

பகுதி - II

21.



$$|z + 3 + 4i| \leq |z| + |3 + 4i| = 2 + 5 = 7$$

$$|z + 3 + 4i| \leq 7 \quad \dots (1)$$

$$|z + 3 + 4i| \geq |z| - |3 + 4i| = |2 - 5| = 3$$

$$|z + 3 + 4i| \geq 3 \quad \dots (2)$$

(1) மற்றும் (2)-லிருந்து $3 \leq |z + 3 + 4i| \leq 7$ 22. கொடுக்கப்பட்ட $lx^2 + nx + n = 0$ -ன் மூலங்கள் p, q .இங்கு $a = l, b = +n, c = n$

$$p + q = \frac{-b}{a} = \frac{-n}{l} \quad \dots (1)$$

$$\text{மற்றும் } pq = \frac{c}{a} = \frac{n}{l} \quad \dots (2)$$

$$\text{கருதுக } \left(\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} \right)^2$$

$$= \frac{p}{q} + \frac{q}{p} + \frac{n}{l} + 2\sqrt{\frac{pq}{qp}} + 2\sqrt{\frac{qn}{pl}} + 2\sqrt{\frac{np}{ql}}$$

$$[\because (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca]$$

$$\Rightarrow \frac{p^2 + q^2}{pq} + \frac{n}{l} + 2 + 2\sqrt{\frac{p}{q} \cdot pq} + 2\sqrt{\frac{p}{q} \cdot pq}$$

$$= \frac{(p + q)^2 - 2pq}{pq} + \frac{n}{l} + 2 + 2\sqrt{p^2} + 2\sqrt{q^2}$$

$$= \frac{(p + q)^2}{pq} - \frac{2pq}{pq} + \frac{n}{l} + 2 + 2p + 2q$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{-n}{l}\right)^2}{l} - 2 + \frac{n}{l} + 2 + 2(p + q)$$

$$\Rightarrow \frac{n^2}{l^2} + \frac{n}{l} - \frac{2n}{l}$$

$$[\because p + q = \frac{-n}{l}]$$

$$\Rightarrow \frac{n}{l} + \frac{n}{l} - \frac{2n}{l} = 0 \therefore \left(\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} \right)^2 = 0$$

இருபுறமும் வர்க்க மூலம் காண, கிடைப்பது

$$\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = 0 \text{ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

23. $y = mx + c$ என்ற நேர்க்கோடு $x^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடாக இருக்கக் கட்டுப்பாடு $c^2 = a^2(1 + m^2)$.

$$\text{எனவே, } c = \pm \sqrt{9(1+16)}$$

$$\text{அல்லது } c = \pm 3\sqrt{17}$$

24. கோணத்தின் கன அளவு $V = \frac{4}{3}\pi r^2$ என நாம் அறிவோம். இங்கு $r > 0$ என்பது ஆரம். எனவே வகையீடு $dV = 4\pi r^2 dr$ மற்றும் $\Delta V \approx dV$ எனவே

$$dV = 4\pi (10)^2(9.9 - 10)\text{cm}^3$$

$$= 4\pi 10^2(-0.1)\text{cm}^3 = -40\pi\text{cm}^3.$$

ஆரம் 10-இலிருந்து 9.9 ஆக குறைகின்றதால் $dr = (9.9 - 10)$ செ.மீ எனப் பயன்படுத்தியுள்ளோம். மறுபடியும் விடையில் வரும் - குறியீடு கோளத்தின் கன அளவு 40π செ.மீ³ குறைவதைக் குறிக்கின்றது.

$$25. \int_b^{\infty} \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \left[\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} \right]_b^{\infty}$$

$$= \frac{1}{a} \tan^{-1} \infty - \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{b}{a} = \frac{1}{a} \left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{b}{a} \right]$$

26. கொடுக்கப்பட்ட $p = 7$

$$\hat{d} = \frac{3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}}{\sqrt{3^2 + (-4)^2 + 5^2}} = \frac{3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}}{\sqrt{9 + 16 + 25}}$$

$$= \frac{3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}}{\sqrt{50}} = \frac{3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}}{5\sqrt{2}}$$

 $\therefore 3, -4, 5$ திசை விகிதங்கள் ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து தளத்திற்கு உள்ள தூரம் p மற்றும் தளத்திற்குச் செங்குத்தான ஓரலகு வெக்டர் \hat{d} எனில், தளத்திற்கு சமன்பாடு $\vec{r} \cdot \hat{d} = p$.

$$\text{தேவையான தளத்தின் சமன்பாடு } \vec{r} \cdot \left(\frac{3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}}{5\sqrt{2}} \right) = 7$$

27.

$$A \vee B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \vee 1 & 1 \vee 1 \\ 1 \vee 0 & 1 \vee 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \wedge B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \wedge 1 & 1 \wedge 1 \\ 1 \wedge 0 & 1 \wedge 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

28.

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\text{எனவே, } A^T = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

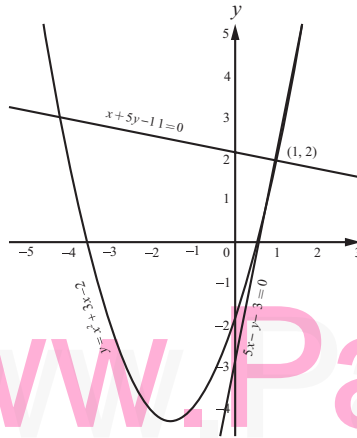
$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta - \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta - \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2.
 \end{aligned}$$

இதேபோல் $A^T A = I_2$, எனவே $AA^T = A^T A = I_2$

∴ A ஆனது செங்குத்து அணியாகும்.

29. x -ஐப் பொறுத்து வகையிட, $\frac{dy}{dx} = 2x + 3$ ஆகவே,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(1,2)} = 5$$



எனவே, தேவையான தொடுகோட்டின் சமன்பாடு $(y - 2) = 5(x - 1) \Rightarrow 5x - y - 3 = 0$ ஆகும்.

(1, 2) என்ற புள்ளியில் செங்கோட்டின் சாய்வு $-\frac{1}{5}$.

எனவே, தேவையான செங்கோட்டின் சமன்பாடு $(y - 2) = -\frac{1}{5}(x - 1) \Rightarrow x + 5y - 11 = 0$ ஆகும்.

$$\begin{aligned}
 30. e^{\cos \theta} + i \sin \theta &= e^{\cos \theta} \cdot e^{i \sin \theta} \\
 &= e^{\cos \theta} [\cos(\sin \theta) + i \sin(\sin \theta)] \\
 &[\because e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta] \\
 &= e^{\cos \theta} \cos(\sin \theta) + i e^{\cos \theta} \sin(\sin \theta)
 \end{aligned}$$

$a + ib$ இதன் பொது வடிவம்

எனவே இது நிரூபிக்கப்பட்டது.

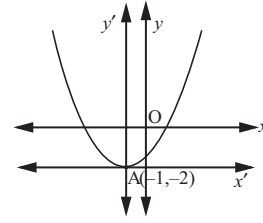
பகுதி - III

31. அச்சு y- அச்சுக்கு இணை என்பதால் தேவையான பரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$(x + 1)^2 = 4a(y + 2).$$

இது (3,6) வழிச்செல்வதால்

$$(3 + 1)^2 = 4a + (6 + 2) \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$



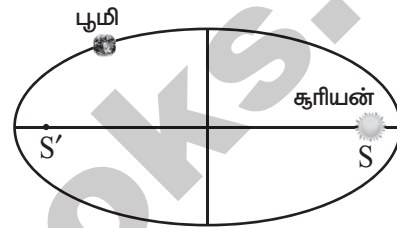
எனவே பரவளையத்தின் சமன்பாடு $(x + 1)^2 = 2(y + 2)$

இதைச் சுருக்க

$$x^2 + 2x - 2y - 3 = 0 \text{ எனக்கிடைக்கும்.}$$

32. AS = 94.5×10^6 கி.மீ, SA' = 152×10^6 கி.மீ,

$$a + c = 152 \times 10^6$$



$$a - c = 94.5 \times 10^6$$

$$\text{கழிக்க } 2c = 57.5 \times 10^6 = 575 \times 10^5 \text{ கி.மீ.}$$

மற்றொரு குவியத்திலிருந்து கிரியனுக்கு உள்ள தூரம்

$$SS' = 575 \times 10^5 \text{ கி.மீ.}$$

33. கொடுக்கப்பட்ட $\frac{\pi}{2} < \cos^{-1}(3x - 1) < \pi$

$$\cos \frac{\pi}{2} < 3x - 1 < \cos \pi \Rightarrow 0 < 3x - 1 < -1$$

$$0 + 1 < 3x < -1 + 1 \Rightarrow 1 < 3x < 0$$

$$\frac{1}{3} < x < 0$$

$0 < x < \frac{1}{3}$ எனில் மட்டும் இந்த அசமன்பாடு சரி.

34. கொடுக்கப்பட்ட நேர்க்கோட்டுக்கு இணையாக

உள்ள ஓரலகு வெக்டர் \hat{b} என்க. பின்னர்,

$$\hat{b} = \frac{2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}}{|2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}|} = \frac{1}{3}(2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}). \text{ ஆகவே } \hat{b}, -\text{ன்}$$

தலைசக் கொசைன்களின் வரையறைப்படி, நாம்

$$\text{பெறுவது } \cos \alpha = \frac{2}{3}, \cos \beta = \frac{2}{3}, \cos \gamma = -\frac{1}{3},$$

இங்கு α, β, γ என்பன முறையே மிகை x - அச்சு,

மிகை y - அச்சு மற்றும் மிகை z - அச்சுக்களுடன்

\hat{b} ஏற்படுத்தும் கோணங்கள் ஆகும். கொடுக்கப்பட்ட

நேர்க்கோடு ஆய அச்சுக்களுடன் ஏற்படுத்தும்

கோணங்களும், \hat{b} முறையே ஆய அச்சுக்களுடன்

ஏற்படுத்தும் கோணங்களும் சமம் என்பதால் $\alpha =$

$$\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right), \beta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right), \gamma = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right) \text{ எனப்}$$

பெறுகிறோம்.

35. $f(x) = x^{\frac{2}{3}}, x_0 = 125, \Delta x = -2$ என்க.

$$\therefore (123)^{\frac{2}{3}} = f(125) + f'(125)(-2) \quad \dots (1)$$

$$f(125) = (125)^{\frac{2}{3}} = (5^3)^{\frac{2}{3}} = 5^2 = 25$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3x^{\frac{1}{3}}}$$

$$f'(125) = \frac{2}{3(125)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{3(5^3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{3(5)} = \frac{2}{15}$$

\(\therefore (1)\) விருந்து,

$$(123)^{\frac{2}{3}} = 25 + \frac{2}{15}(-2)$$

$$= 25 - \frac{4}{15} = 25 - 0.27$$

$$(123)^{\frac{2}{3}} = 24.73$$

36. $x \cos y \, dy = e^x (x \log x + 1) \, dx$

$$\Rightarrow \cos y \, dy = e^x \frac{(x \log x + 1)}{x} \, dx = \left[e^x \left(\log x + \frac{1}{x} \right) \right] dx$$

$$\Rightarrow \int \cos y \, dy = \int e^x \left(\log x + \frac{1}{x} \right) dx$$

$$\Rightarrow \sin y = \int e^x (f(x) + f'(x)) dx \quad [\text{இங்கு } f(x) = \log x]$$

$$\Rightarrow \sin y = e^x f(x) + c$$

$$\Rightarrow \sin y = e^x \log x + C.$$

37. தீர்வு :

$$F(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \text{ தரப்பட்டது.}$$

$$R_1 \text{ மூலம் விரிவுபடுத்த கிடைப்பது, } |F(\alpha)| = \cos \alpha \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \alpha \end{vmatrix} - 0 + \sin \alpha \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -\sin \alpha & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \cos \alpha (\cos - 0) + \sin \alpha (0 + \sin \alpha)$$

$$= \cos^2 + \sin^2 \alpha = 1 \neq 0$$

ஒரு பூச்சியமற்றக் கோவை அணி ஆதலால், $[F(\alpha)]^{-1}$ காணலாம்.

$$\text{இங்கு, } \text{adj}(F(\alpha)) = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \alpha \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -\sin \alpha & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & \sin \alpha \\ 0 & \cos \alpha \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} \cos \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & \sin \alpha \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} \cos \alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} +(\cos \alpha - 0) & -(0) & + (0 + \sin \alpha) \\ -(0) & +(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) & - (0) \\ +(0 - \sin \alpha) & -(0) & +(\cos - 0) \end{bmatrix}^T \\
&= \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & +\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \\
\therefore F(\alpha)^{-1} &= \frac{1}{|F(\alpha)|} \text{adj } (F(\alpha)) \\
[F(\alpha)]^{-1} &= \frac{1}{1} \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad \dots(1)
\end{aligned}$$

$$\text{இங்கு, } F(-\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha) & 0 & \sin(-\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\alpha) & 0 & \cos(-\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad \dots(2)$$

[∵ $\cos \alpha$ ஒரு இரட்டைச் சார்பு, $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ மற்றும் $\sin \alpha$ ஒரு ஒற்றைச் சார்பு, $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$]
(1) மற்றும் (2) லிருந்து

$$[F(\alpha)]^{-1} = F(-\alpha)$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

38.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	T

நிரல்கள்(3) மற்றும் (4) ஒரே விதமாக இல்லை,

39.

$$z = (2 + 3i)(1 - i) = (2 + 3) + (3 - 2)i = 5 + i$$

$$\Rightarrow z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{5 + i}$$

தொகுதி மற்றும் பகுதியை பகுதியின் இணை எண்ணால் பெருக்க

$$z^{-1} = \frac{(5 - i)}{(5 + i)(5 - i)} = \frac{5 - i}{5^2 + 1^2} = \frac{5}{26} - i \frac{1}{26} \Rightarrow z^{-1} = \frac{5}{26} - i \frac{1}{26}$$

40. கொடுக்கப்பட்டது $a + b + c = 0$

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டையும் $Ax^2 + Bx + C = 0$ ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது

நமக்கு கிடைப்பது $A = (b + c - a)$, $B = (c + a - b)$, $C = (a + b - c)$

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

$$\Delta = (c + a - b)^2 - 4(b + c - a)(a + b - c)$$

$$= (a + b + c - 2b)^2 - 4(a + b + c - 2a)(a + b + c - 2c)$$

8 சுராவின் + கணிதம் + 12 ஆம் வகுப்பு + அரசு பொதுத்தேர்வு + மார்ச் - 2023 + வினாத்தாள் விடைகளுடன்

$$\begin{aligned} \text{இங்கு } a + b + c &= 0 = (-2b)^2 = 4(-2a)(-2c) = 4b^2 - 4(4ac) = 4b^2 - 16ac \\ &= 4(b^2 - 4ac) = 4[(-a - c)^2 - 4ac] = 4(a - c)^2 \\ &= [2(a - c)]^2 \Rightarrow \text{விகிதமுறு எண்} \end{aligned}$$

∴ மூலங்கள் விகிதமுறு எண்கள். எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

பகுதி - IV

41. (அ) $z^3 + 8i = 0$. என்க.

$$\begin{aligned} z^3 &= -8i \\ &= 8(-i) = 8\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)\right), k = \mathbb{Z}. \text{ எனவே,} \\ z &= \sqrt[3]{8}\left(\cos\left(\frac{-\pi + 4k\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi + 4k\pi}{6}\right)\right), k = 0, 1, 2. \end{aligned}$$

$k = 0, 1, 2$, எனப் பிரதியிட

$$k = 0, \quad z = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} - i$$

$$k = 1, \quad z = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = 2 = 2(0 + i) = 0 + 2i = 2i$$

$$\begin{aligned} k = 2, \quad z &= 2\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right) = 2\left(\cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) \\ &= 2\left(-\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) = 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right) = -\sqrt{3} - i \end{aligned}$$

z -ன் மதிப்புகள் $\sqrt{3} - i$, $2i$, மற்றும் $-\sqrt{3} - i$

அல்லது

(ஆ) தீர்க்க $(1 + x + xy^2) \frac{dy}{dx} + (y + y^3) = 0$

$$\Rightarrow (1 + x + xy^2)dy + (y + y^3)dx = 0$$

$$\Rightarrow (1 + x + xy^2) + (y + y^3) \frac{dx}{dy} = 0$$

$$\Rightarrow (y + y^3) \frac{dx}{dy} + (1 + x + xy^2) = 0$$

$y + y^3$ ஆல் வகுக்க கிடைப்பது,

$$\frac{dx}{dy} + \frac{1 + x + xy^2}{y + y^3} = 0$$

$$\frac{dx}{dy} + \frac{1 + x(1 + y^2)}{y + y^3} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} + \frac{1}{y + y^3} + \frac{x(1 + y^2)}{y + y^3} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} + \frac{x(1 + y^2)}{y(1 + y^2)} = \frac{-1}{y(1 + y^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} + \frac{1}{y} \cdot x = \frac{-1}{y(1+y^2)}$$

$$\text{இங்கு } P = \frac{1}{y} \text{ மற்றும் } Q = \frac{-1}{y(1+y^2)}$$

$$\therefore \int p dy = \int \frac{1}{y} dy = \log y$$

$$\therefore \text{I.F} = e^{\int p dy} = e^{\log y} = y$$

\therefore தீர்வு

$$x e^{\int p dy} = \int Q e^{\int p dy} dy + c$$

\Rightarrow

$$xy = \int \frac{-1}{y(1+y^2)} y dy + c = -\int \frac{dy}{1+y^2} + c$$

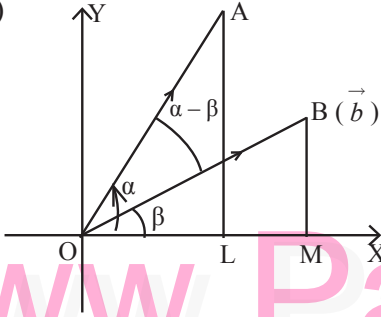
\Rightarrow

$$xy = -\tan^{-1}(y) + c$$

\Rightarrow

$$xy + \tan^{-1} y = C$$

42. (அ)



$\hat{a} = \overline{OA}$ மற்றும் $\hat{b} = \overline{OB}$ என்பன அலகு வெக்டர்கள் என்க மற்றும் அவைகள் கோணங்கள் α , β வை x -அச்சின் மிகையுடன் ஏற்படுத்துகின்றன. AL மற்றும் $BM \perp$ லிருந்து x -அச்சு எனுமாறு வரைக.

$$\text{பிறகு } |\overline{OL}| = |\overline{OA}| \cos \alpha = \cos \alpha$$

$$|\overline{LA}| = |\overline{OA}| \sin \alpha = \sin \alpha$$

$$[\because \Delta OAL, \sin \alpha = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} = \cos \alpha = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}]$$

$$\therefore \overline{OL} = |\overline{OL}| \hat{i} = \cos \alpha \hat{i}$$

$$\overline{LA} = |\overline{LA}| \hat{j} = \sin \alpha \hat{j}$$

$$\therefore \hat{a} = \overline{OA} = \overline{OL} + \overline{LA}$$

$$\hat{a} = \cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j} \quad \dots(1)$$

$$\text{அதை போல } \hat{b} = \cos \beta \hat{i} + \sin \beta \hat{j} \quad \dots(2)$$

\hat{a} மற்றும் \hat{b} க்கு இடையேயான கோணம் $(\alpha - \beta)$,

$$\therefore \hat{a} \cdot \hat{b} = |\hat{a}| |\hat{b}| \cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha - \beta) \quad \dots(3)$$

$$\text{மேலும் } \vec{a} \cdot \vec{b} = (\cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j}) (\cos \beta \hat{i} + \sin \beta \hat{j}) \quad [\because |\hat{a}| = |\hat{b}| = 1]$$

$$\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad \dots(4)$$

(3) மற்றும் (4) லிருந்து,

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta.$$

அல்லது

$$(ஆ) \quad \text{கொடுக்கப்பட்ட } f(x) = \begin{cases} k & 200 \leq x \leq 600 \\ 0 & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

(i) $f(x)$ ஆனது நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு ஆதலால்

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_{200}^{600} k dx = 1$$

$$\Rightarrow k[x]_{200}^{600} = 1 \Rightarrow k(600 - 200) = 1$$

$$\Rightarrow 400k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{400}$$

$$(ii) \quad \text{பரவல் சார்பு } F(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

$$x < 200 \text{ எனில், } F(x) = \int_{-\infty}^{200} f(x) dx = \int_{-\infty}^{200} 0 dx = 0$$

$200 \leq x \leq 600$ எனில்,

$$F(x) = \int_{-\infty}^{200} f(x) dx + \int_{200}^x f(x) dx = \int_{-\infty}^{200} 0 dx + \int_{200}^x k dx = 0 + [kx]_{200}^x$$

$$= kx - k(200) = \frac{x}{400} - \frac{200}{400} = \frac{x}{400} - \frac{1}{2}$$

$$x > 600 \text{ எனில், } F(x) = \int_{200}^{600} \frac{1}{400} dx + \int_{600}^x 0 dx = \int_{200}^{600} \frac{1}{400} dx = 1$$

$$\therefore \text{பரவல் சார்பு } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 200 \\ \frac{x}{400} - \frac{1}{2}, & 200 \leq x \leq 600 \\ 1, & x > 600 \end{cases}$$

$$(iii) \quad P(300 < X < 500) = \int_{300}^{500} f(x) dx = \int_{300}^{500} k dx = \frac{1}{400} [x]_{300}^{500}$$

$$= \frac{1}{400} [500 - 300] = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$$

43. (அ) கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$$18x^2 + 12y^2 - 144x + 48y + 120 = 0$$

$$18x^2 - 144x + 12y^2 + 48y = -120$$

$$\Rightarrow 18(x^2 - 8x) + 12(y^2 + 4y) = -120$$

$$\Rightarrow 18(x^2 - 8x + 16 - 16) + 12(y^2 + 4y + 4 - 4) = -120$$

$$18(x - 4)^2 - 288 + 12(y + 2)^2 - 48 = -120$$

$$\Rightarrow 18(x - 4)^2 + 12(y + 2)^2 = -120 + 288 + 48$$

$$\Rightarrow 18(x - 4)^2 + 12(y + 2)^2 = 216$$

216 ல் வகுக்க கிடைப்பது,

$$\frac{18(x - 4)^2}{216} + \frac{12(y + 2)^2}{216} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(x-4)^2}{12} + \frac{(y+2)^2}{18} = 1$$

நெட்டச்சு y -அச்சுக்கு இணையான நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு.

$$\therefore a^2 = 18, b^2 = 12$$

$$\therefore c^2 = a^2 - b^2 = 18 - 12 = 6 \Rightarrow c = \sqrt{6}$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{12}{18}} = \sqrt{\frac{18-12}{18}} = \sqrt{\frac{6}{18}} = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

(a) மையம்(4, -2)

$$\Rightarrow h = 4, k = -2$$

(b) குவியங்கள் $(h, k - c), (h, k + c)$

$$\Rightarrow (4, -2 - \sqrt{6}), (4, -2 + \sqrt{6})$$

(c) முனைகள் $(h, k - a), (h, k + a)$

$$\Rightarrow (4, -2 - 3\sqrt{2}), (4, -2 + 3\sqrt{2})$$

$$[\because a^2 = 18 \Rightarrow a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}]$$

அல்லது

(ஆ) $\cos^{-1} x = \alpha$ மற்றும் $\cos^{-1} y = \beta$ என்க. எனவே, $x = \cos \alpha$ மற்றும் $y = \beta$.

$$\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi \text{ என்பதிலிருந்து } \alpha + \beta = \pi - \cos^{-1} z. \quad \dots (1)$$

$$\text{இனி, } \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = xy - \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}.$$

$$(1)\text{-லிருந்து } \cos(\pi - \cos^{-1} z) = xy - \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2} \text{ எனப் பெறலாம்.}$$

$$-\cos(\cos^{-1} z) = xy - \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}$$

$$\text{எனவே, } -z = xy - \sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}, \text{ என்பதிலிருந்து } -xy - z = -\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}.$$

$$\text{இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்தி சுருக்க } -x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1.$$

44. (அ) கொடுக்கப்பட்ட $y = ax^2 + bx + c$... (1)

(-6, 8), (1) -ன் மீது அமைந்துள்ளது

$$\Rightarrow 8 = a(-6)^2 + b(-6) + c$$

$$\Rightarrow 8 = 36a - 6b + c \quad \dots (2)$$

(-2, -12), (1) -ன் மீது அமைந்துள்ளது

$$\Rightarrow -12 = a(-2)^2 + b(-2) + c$$

$$\Rightarrow -12 = 4a - 2b + c \quad \dots (3)$$

மேலும் (3, 8), (1) -ன் மீது அமைந்துள்ளது

$$\Rightarrow 8 = a(3)^2 + b(3) + c$$

$$\Rightarrow 8 = 9a + 3b + c \quad \dots (4)$$

விரிவுப்படுத்தப்பட்ட அணியை ஏறுபடிவ வடிவத்திற்கு தொடக்கநிலை உருமாற்றங்கள் செய்யக் கீடைப்பது,

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 4 & -2 & 1 & -12 \\ 9 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_2 \rightarrow 9R_2 - R_1 \\ R_3 \rightarrow 4R_3 - R_1}} \left[\begin{array}{ccc|c} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 0 & -12 & 8 & -116 \\ 0 & 18 & 3 & 24 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_2 \rightarrow R_2 \div 4 \\ R_3 \rightarrow R_3 \div 3}} \left[\begin{array}{ccc|c} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 0 & -3 & 2 & -29 \\ 0 & 6 & 1 & 8 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 + 2R_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 0 & -3 & 2 & -29 \\ 0 & 0 & 5 & -50 \end{array} \right]$$

ஏறுபடி வடிவத்திலிருந்து கிடைக்கும் சமமான சமன்பாடுகளின் தொகுப்பாக கிடைப்பது

$$36a - 6b + c = 8 \quad \dots(1)$$

$$-3b + 2c = -29 \quad \dots(2)$$

$$5c = -50$$

$$\Rightarrow c = \frac{-50}{5} = -10$$

$c = -10$ என (2) -ல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$$-3b + 2(-10) = -29$$

$$\Rightarrow -3b - 20 = -29$$

$$\Rightarrow -3b = -29 + 20$$

$$\Rightarrow -3b = -9$$

$$\Rightarrow b = \frac{-9}{-3} = 3$$

$b = 3$ மற்றும் $c = -10$ என (1) ல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$$36a - 6(3) - 10 = 8$$

$$\Rightarrow 36a - 18 - 10 = 8$$

$$\Rightarrow 36a - 28 = 8$$

$$\Rightarrow 36a = 8 + 28 = 36$$

$$\Rightarrow a = \frac{36}{36} = 1$$

$$\therefore a = 1, b = 3, c = -10$$

எனவே சிறுவனின் பாதை $y = 1(x^2) + 3(x) - 10$

$$\Rightarrow y = x^2 + 3x - 10$$

அவனுடைய நண்பன் P(7, 60) என்ற புள்ளியில் உள்ளதால்,

$$60 = (7)^2 + 3(7) - 10$$

$$\Rightarrow 60 = 49 + 21 - 10$$

$$\Rightarrow 60 = 70 - 10 = 60$$

$$\Rightarrow 60 = 60$$

P(7, 60) என்ற புள்ளி சமன்பாட்டை நிறைவு செய்வதால், அவர் அவருடைய நண்பனை சந்திப்பார்.

அல்லது

(ஆ) கொடுக்கப்பட்ட இரு வளைவரைகளும் வெட்டும் புள்ளியை (a, b) என்க.

$$\text{ஆகவே, } a^2 + b^2 = 8 \text{ மற்றும் } a^2 - 2b^2 = 4 \quad \dots (1)$$

நாம் (a, b) என்ற புள்ளியில் இவ்விரு வளைவரைகளின் சாய்வுகளின் பெருக்கல் பலன் -1 என நிறுவ வேண்டும்.

$x^2 + 4y^2 = 8$ ஐ x -ஐப் பொருத்து வகையிட

$$2x + 8y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\text{எனவே, } \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{4y}$$

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{(a,b)} = m_2 = -\frac{a}{4b}$$

$x^2 - 2y^2 = 4$ ஐ x -ஐப் பொருத்து வகையிட

$$2x - 4y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\text{எனவே, } \frac{dy}{dx} = \frac{x}{2y}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(a,b)} = m_2 = \frac{a}{2b}$$

$$\text{எனவே, } m_1 \times m_2 = \left(-\frac{a}{4b}\right) \times \left(\frac{a}{2b}\right) = \frac{a^2}{8b^2} \quad \dots (2)$$

(1)-ல் விகிதச் சமக் கொள்கையை பயன்படுத்த

$$\frac{a^2}{-16-16} = \frac{b^2}{-8+4} = \frac{1}{-2-4} \text{ எனப் பெறலாம்}$$

எனவே, $\frac{a^2}{b^2} = \frac{32}{4} = 8$ ஆகும். இதனை (2)-ல் பிரதியிட, நாம் $m_1 \times m_2 = -1$ எனப்பெறலாம். ஆகவே இவ்விரு வளைவரைகளும் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும்.

45. (அ) தளம் கொண்டிருக்கும் கோடானது $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + t(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$.

\therefore தேவையான தளம் $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்கிறது மற்றும் $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ என்ற வெக்டருக்கு இணை.

மேலும், தளம் $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்து.

\therefore தேவையான தளம் $\vec{c} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ என்ற வெக்டருக்கு இணை

(i) (\vec{a}) என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் \vec{b} மற்றும் \vec{c} என்ற இரு வெக்டர்களுக்கு இணையான தளத்தின் வெக்டர் சமன்பாட்டின் துணையலகு இல்லாத வடிவம்

$$\vec{r} = \vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c} \text{ இங்கு } s, t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + s(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}), s, t \in \mathbb{R}$$

$$(ii) \text{ கார்டீசியன் சமன்பாடு } \begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(-1-8) - (y+1)(2-4) + (z-3)(4+1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(-9) - (y+1)(-2) + (z-3)5 = 0$$

$$\Rightarrow 9x + 9 + 2y + 2 + 5z - 15 = 0$$

$$\Rightarrow -9x + 2y + 5z - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 9x - 2y - 5z + 4 = 0$$

அல்லது

(ஆ) இது இரட்டைப்படை இரண்டாம் வகை தலைகீழ் சமன்பாடாகும். எனவே இதனை பின்வருமாறு மாற்றி

$$\text{எழுதலாம். } 6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 38 = 0 \quad \dots(1)$$

$$\text{பிரதியிடு } x + \frac{1}{x} = y \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$$

\therefore (1) லிருந்து,

$$6(y^2 - 2) - 5y - 38 = 0$$

$$\Rightarrow 6y^2 - 12 - 5y - 38 = 0$$

$$\Rightarrow 6y^2 - 5y - 50 = 0$$

$$\begin{array}{r} -300 \\ \swarrow \quad \searrow \\ -20 \quad +15 \\ \hline -20 \quad \frac{15}{6} \\ \hline \frac{6}{6} \quad \frac{6}{6} \end{array}$$

14 சுராவிள் ✦ கணிதம் ✦ 12 ஆம் வகுப்பு ✦ அரசு பொதுத்தேர்வு ✦ மார்ச் - 2023 ✦ வினாத்தாள் விடைகளுடன்

$$\Rightarrow (3y - 10)(2y + 5) = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{10}{3}, \frac{-5}{2}$$

நிலை (i)

$$y = \frac{+10}{3} \text{ எனில், } x + \frac{1}{x} = \frac{+10}{3}$$

$$\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{+10}{3} \Rightarrow 3x^2 + 3 = 10x$$

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x-\frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow x = 3, \frac{1}{3}$$

நிலை (ii)

$$y = -\frac{5}{2} \text{ எனில், } x + \frac{1}{x} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2 + 5x = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(2x+1) = 0$$

$$\Rightarrow x = -2, -\frac{1}{2}$$

∴ மூலங்கள் $3, \frac{1}{3}, -2, -\frac{1}{2}$.

46. (அ)

p	q	r	$\neg q$	$\sim q \vee r$	$p \rightarrow (\neg q \vee r)$	$\neg p$	$\neg p \vee (\neg q \vee r)$
T	T	T	F	T	T	F	T
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	F	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

நிரல் (6) மற்றும் நிரல் (8) ஒரே விதமாக உள்ளன.

$$\therefore p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$$

அல்லது

(ஆ) நேரம் t யில் முதலீட்டுத் தொகை P என்க.

கொடுக்கப்பட்ட விகிதம் = 5%

$$\therefore \frac{dP}{dt} = P \left(\frac{5}{100} \right) = 0.05P$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = 0.05dt$$

[மாறிகளை பிரிக்க]

$$\begin{aligned} \text{தொகையிட,} \quad \int \frac{dP}{P} &= 0.05 \int dt \\ \Rightarrow \log P &= 0.05 t + \log C \\ \Rightarrow \log P - \log C &= 0.05 t \\ \Rightarrow \log \left(\frac{P}{C} \right) &= 0.05 t \\ \Rightarrow \frac{P}{C} &= e^{0.05 t} \\ \Rightarrow P &= C e^{0.05 t} \quad \dots(1) \end{aligned}$$

கொடுக்கப்பட்டது $t = 0$, $P = ₹10,000$

(1) ல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$$\begin{aligned} \Rightarrow 10,000 &= C e^0 \\ \Rightarrow C &= 10,000 \\ \therefore (1) \text{ லிருந்து,} \quad P &= 10,000 e^{0.05t} \end{aligned}$$

$t=18$ மாதங்கள் = $1\frac{1}{2}$ வருடங்கள் = $\frac{3}{2}$ வருடங்கள் எனில் கிடைப்பது,

$$\begin{aligned} P &= 10,000 e^{0.05\left(\frac{3}{2}\right)} \\ \therefore P &= 10,000 e^{0.075} \end{aligned}$$

47. (அ)

கொடுக்கப்பட்டது : $f(x) = \frac{\log x}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1 - \log x}{x^2}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ \Rightarrow \frac{1 - \log x}{x^2} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 1 - \log x &= 0 \\ \Rightarrow \log x &= 1 \\ \Rightarrow \log x &= \log e \\ \Rightarrow x &= e \end{aligned}$$

$$\text{இங்கு,} \quad f''x = \frac{-x - 2x(1 - \log x)}{x^4} = \frac{-3x - 2x \log x}{x^4}$$

$x = e$:

$$f''(e) = \frac{-3e - 2e \log e}{e^4} = \frac{-5}{e^3} < 0$$

எனவே $x = e$ அதிகபட்ச புள்ளி

இவ்வாறு, அதிகபட்ச மதிப்பு வழங்கப்படுகிறது.

$$f(e) = \frac{\log e}{e} = \frac{1}{e}$$

அல்லது

(ஆ) கொடுக்கப்பட்ட வளைவு

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \dots (1)$$

$$\text{கோட்டின் சமன்பாடு} \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad \dots (2)$$

$\frac{x}{a}$ ஐ சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) ல் பிரதியிட நமக்கு கிடைப்பது,

$$\left(1 - \frac{y}{b}\right)^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow 1 + 2\left(\frac{y^2}{b^2}\right) - \frac{2y}{b} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2y}{b}\left(\frac{y}{b} - 1\right) = 0$$

$$\Rightarrow y = 0, y = b \text{ எனில் } x = a, x = 0$$

அதாவது, வெட்டும் புள்ளிகள் A(a, 0) மற்றும் B(0, b) ஆகும்.

தேவையான பகுதி படத்தை நிழலிட்டு காட்டப்பட்டுள்ளது.

$$\frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{x^2}{a^2} \Rightarrow |y| = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$$

இப்போது, கால்விட்டத்தின் கீழ் பகுதி

$$\Delta AOB = \frac{1}{2} |OA| \cdot |OB| = \frac{1}{2} ab \text{ ச.அலகு}$$

மேலும் முதல் கால்விட்டத்தின் கீழ் பகுதி

$$= \int_0^a y \, dx = \int_0^a \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \, dx$$

$$= \frac{b}{a} \left[\frac{x\sqrt{a^2 - x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} \right]_0^a$$

$$= \frac{b}{2a} \left[(0 + a^2 \sin^{-1}(1)) - (0 + a^2 \sin^{-1}(0)) \right]$$

$$= \frac{b}{2a} \left[a^2 \cdot \frac{\pi}{2} - a^2 \cdot 0 \right] = \frac{\pi ab}{4} \text{ ச.அலகு}$$

\therefore தேவையான பரப்பு = நிழலிட்ட பகுதி = ΔABO -ன் வளைவு பரப்பு - ΔOAB -ன் பரப்பு

$$= \frac{\pi ab}{4} - \frac{1}{2} ab = \frac{(\pi - 2)ab}{4}$$

$$= \frac{ab}{4} (\pi - 2) \text{ ச.அலகு}$$

