

10 ஆம்
வகுப்பு

உடனடித் தேர்வு - ஜூன் - 2023

பதிவு எண்.

--	--	--	--	--

PART - III

கணிதம் (விடைகளுடன்)

[மொத்த மதிப்பெண்கள் : 100]

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்]

- அறிவுரைகள் : (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனை சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின் அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாக தெரிவிக்கவும்.
(2) நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

குறிப்பு : இவ்வினாத்தாள் நான்கு பகுதிகளை கொண்டது.

பகுதி - I

குறிப்பு : (i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்

(ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும். $14 \times 1 = 14$.

- A = {1, 2, 3, 4, 5} -லிருந்து B என்ற கணத்திற்கு 1024 உறுவுகள் உள்ளது எனில் B -ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை :
(அ) 3 (ஆ) 2 (இ) 4 (ஈ) 8
- $7^{4k} \equiv \underline{\hspace{2cm}}$ (மட்டு 100)
(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4
- $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}, \frac{1}{14} \dots$ என்ற தொடர்வரிசையின் அடுத்த உறுப்பு :
(அ) $\frac{1}{15}$ (ஆ) $\frac{1}{16}$ (இ) $\frac{1}{18}$ (ஈ) $\frac{1}{20}$
- கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது $y^2 + \frac{1}{y^2}$ -க்குச் சமம் இல்லை.
(அ) $\frac{y^4 + 1}{y^2}$ (ஆ) $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2$ (இ) $\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 + 2$ (ஈ) $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 2$
- ஒரு நேரிய சமன்பாட்டின் வரைபடம் ஒரு ஆகும்.
(அ) நேர்க்கோடு (ஆ) வட்டம் (இ) பரவளையம் (ஈ) அதி பரவளையம்
- ΔABC -யில் $DE \parallel BC$, $AB = 3.6$ செ.மீ. $AC = 2.4$ செ.மீ. மற்றும் $AD = 2.1$ செ.மீ. எனில், AE -யின் நீளம் :
(அ) 1.4 செ.மீ. (ஆ) 1.8 செ.மீ. (இ) 1.2 செ.மீ. (ஈ) 1.05 செ.மீ
- வட்டத்தின் வெளிப்புற புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு எத்தனை தொடுகோடுகள் வரையலாம்?
(அ) ஒன்று (ஆ) இரண்டு
(இ) முடிவற்ற எண்ணிக்கை (ஈ) பூஜ்ஜியம்
- $x = 11$ எனக் கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாடானது :
(அ) X - அச்சுக்கு இணை (ஆ) Y - அச்சுக்கு இணை
(இ) ஆதிப்புள்ளி வழிச் செல்லும் (ஈ) (0,11) என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும்

9. கோட்டுத்துண்டு PQ யின் சாய்வு $\frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில், PQ -க்கு செங்குத்தான இரு சம வெட்டியின் சாய்வு _____.
- (அ) $\sqrt{3}$ (ஆ) $-\sqrt{3}$ (இ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ஈ) 0
10. $\tan\theta \operatorname{cosec}^2\theta - \tan\theta$ ன் மதிப்பு :
- (அ) $\sec\theta$ (ஆ) $\cot^2\theta$ (இ) $\sin\theta$ (ஈ) $\cot\theta$
11. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு அதன் ஆரத்தினுடைய வர்க்கத்தின் _____ மடங்காகும்.
- (அ) π (ஆ) 4π (இ) 3π (ஈ) 2π
12. 15 செ.மீ உயரமும் 16 செ.மீ விட்டமும் கொண்ட ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு :
- (அ) 60π ச.செ.மீ (ஆ) 68π ச.செ.மீ (இ) 120π ச.செ.மீ (ஈ) 136π ச.செ.மீ
13. 8, 8, 8, 8, 8, ... 8 ஆகிய தரவின் வீச்சு :
- (அ) 0 (ஆ) 1 (இ) 8 (ஈ) 3
14. p சிவப்பு, q நீல, r பச்சை நிறக் கூழாங்கற்கள் உள்ள ஒரு குடுவையில் இருந்து ஒரு சிவப்பு கூழாங்கல் எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது :
- (அ) $\frac{q}{p+q+r}$ (ஆ) $\frac{p}{p+q+r}$ (இ) $\frac{p+q}{p+q+r}$ (ஈ) $\frac{p+r}{p+q+r}$

பகுதி - II

குறிப்பு : எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 28 க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்.

10 × 2 = 20

15. \mathbb{R} என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y) / y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் கண்டறிக.
16. $f(x) = x - 6, g(x) = x^2$ எனில் $f \circ g = g \circ f$ என்பது சரியா என சோதிக்க.
17. முதல் 10 இயல் எண்களால் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய சிறிய எண் எது?
18. 9, 3, 1, ... என்ற பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் 8-வது உறுப்பைக் காண்க.
19. $15x^2 + 11x + 2 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் தன்மையைக் கூறுக.
20. $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ எனில், $(A^T)^T = A$ என்பதனைச் சரிபார்க்க.
21. ΔABC -யில் $AB = 4$ செ.மீ, $AC = 6$ செ.மீ, $BD = 1.6$ செ.மீ. மற்றும் $CD = 2.4$ செ.மீ. எனில் AD ஆனது $\angle A$ -யின் இருசமவெட்டி ஆகுமா எனச் சோதிக்கவும்.
22. $(5, \sqrt{5})$ மற்றும் ஆதிப்புள்ளி ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.
23. $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \sin^2\theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.
24. 88 ச.செ.மீ வளைபரப்புடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் உயரம் 14 செ.மீ எனில், உருளையின் விட்டம் காண்க.
25. ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவு 11088 க.செ.மீ. ஆகும். கூம்பின் உயரம் 24 செ.மீ. எனில், அதன் ஆரம் காண்க.
26. முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க.
27. ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலை கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க.
28. $3x - 7y = 12$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாகவும் $(6, 4)$. என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

பகுதி - III

குறிப்பு : எவையேனும் 10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண். 42 க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்.

10 × 5 = 50

29. $A = \{x \in \mathbb{W} \mid x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$ எனில் $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பதை சரிபார்க்க.
30. $3 + 33 + 333 + \dots + n$ உறுப்புகள் வரை என்ற தொடர் வரிசையின் கூடுதல் காண்க.
31. ரேகாவிடம் 10 செ.மீ, 11 செ.மீ, 12 செ.மீ, 24 செ.மீ என்ற பக்க அளவுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்கள் உள்ளன. இந்த வண்ணக் காகிதங்களைக் கொண்டு எவ்வளவு பரப்பை அடைத்து அலங்கரிக்க முடியும்.
32. $3x - 2y + z = 2$, $2x + 3y - z = 5$, $x + y + z = 6$ என்ற மூன்று மாறிகளில் அமைந்த நேரிய சமன்பாட்டு தொகுப்பினைத் தீர்க்க.
33. $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் வர்க்க மூலத்தை வகுத்தல் முறையில் காண்க.
34. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$ என நிறுவுக.
35. பிதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபிக்க.
36. $(-9, -2)$, $(-8, -4)$, $(2, 2)$ மற்றும் $(1, -3)$ ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.
37. $A(-4, 2)$ மற்றும் $B(6, -4)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் மையக் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
38. $\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} = 2\sec\theta$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.
39. 16 செ.மீ ஆரமுள்ள ஓர் உலோகப்பந்து, உருக்கப்பட்டு 2 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறு பந்துகளாக்கப்பட்டால், எத்தனை பந்துகள் கிடைக்கும்?
40. 24, 26, 33, 37, 29, 31 ஆகியவற்றின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.
41. இரண்டு பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டப்படுகின்றன. முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப்படை எண் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
42. இரு கப்பல்கள் கலங்கரை விளக்கத்தின் இரு பக்கங்களிலும் கடலில் பயணம் செய்கின்றன. இரு கப்பல்களிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 45° ஆகும். கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் 200 மீ எனில், இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

பகுதி - IV

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

2 × 8 = 16

43. (அ) கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR -க்கு ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{3}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{3}{5} < 1$)
(அல்லது)
- (ஆ) 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 10 செ.மீ. தொலைவிலுள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரண்டு தொடுகோடுகள் வரையவும். மேலும் தொடுகோட்டின் நீளங்களைக் கணக்கிடுக.
44. (அ) $y = \frac{1}{2}x$ என்ற நேரிய சமன்பாட்டின் சார்பின் வரைபடம் வரைக. விகிதசம மாறிலியை அடையாளம் கண்டு, அதனை வரைபடத்துடன் சரிபார்க்க. மேலும் (i) $x = 9$ எனில் y ஐக் காண்க. (ii) $y = 7.5$ எனில் x -ஐக் காண்க.
(அல்லது)
- (ஆ) $y = x^2 - 4$ என்ற வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - x - 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

விடைகள்**பகுதி - I**

1. (ஆ) 2
2. (அ) 1
3. (இ) $\frac{1}{18}$
4. (ஆ) $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2$
5. (அ) நேர்க்கோடு
6. (அ) 1.4 செ.மீ
7. (ஆ) இரண்டு
8. (ஆ) Y அச்சுக்கு இணை
9. (ஆ) $-\sqrt{3}$
10. (ஈ) $\cot \theta$
11. (இ) 3π
12. (ஈ) 136π ச.செ.மீ
13. (அ) 0
14. (ஆ) $\frac{p}{p+q+r}$

பகுதி - II

15. $\mathbb{R} = \{(x, y) / y = x + 3\}$ மற்றும் $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

$$x = 0 \text{ எனில், } y = 0 + 3 = 3 \quad [\because y = x + 3]$$

$$x = 1 \text{ எனில், } y = 1 + 3 = 4$$

$$x = 2 \text{ எனில், } y = 2 + 3 = 5$$

$$x = 3 \text{ எனில், } y = 3 + 3 = 6$$

$$x = 4 \text{ எனில், } y = 4 + 3 = 7$$

$$x = 5 \text{ எனில், } y = 5 + 3 = 8$$

$$\therefore \mathbb{R} = \{(0, 3), (1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$$

$$\therefore \mathbb{R} \text{ இன் மதிப்புகள்} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

[\mathbb{R} இல் உள்ள எல்லா முதல் உறுப்பு]

$$\mathbb{R} \text{ இன் வீச்சுகள்} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

[\mathbb{R} இல் உள்ள எல்லா இரண்டாம் உறுப்பு]

16. $f(x) = x - 6, g(x) = x^2$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2)$$

$$[\because g(x) = x^2]$$

$$= x^2 - 6$$

$$\dots(1)$$

[இங்கு $f(x) = x - 6$ இல், x ஐ x^2 என மாற்ற]

$$\begin{aligned}
 g \circ f(x) &= g(f(x)) = g(x-6) && [\because f(x) = x-6] \\
 &= (x-6)^2 && [\text{இங்கு } g(x) = x^2 \text{ இல், } x \text{ ஐ } x-6 \text{ என மாற்ற}] \\
 &= x^2 - 12x + 36 && \dots (2) \\
 &&& [\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]
 \end{aligned}$$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து,

$$f \circ g(x) \neq g \circ f(x)$$

17. முதல் 10 இயல் எண்களால் வகுபடக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் 2520 ஆகும்.

குறிப்பு :

$$\begin{array}{l|l}
 1 = 1 & 6 = 2^1 + 3^1 \\
 2 = 2^1 & 7 = 7^1 \\
 3 = 3^1 & 8 = 2^3 \\
 4 = 2^2 & 9 = 3^2 \\
 5 = 5^1 & 10 = 2^1 \times 5^1
 \end{array}$$

\therefore மீ.பொ.ம (1, 2, 3, ..., 10)

$$\begin{aligned}
 &= 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \\
 &= 8 \times 9 \times 5 \times 7 \\
 &= 2520
 \end{aligned}$$

18. 8-வது உறுப்பைக் காண $t_n = ar^{n-1}$ என்ற n -வது சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தலாம்.

முதல் உறுப்பு $a = 9$, பொது விகிதம் $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$$t_8 = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{8-1} = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{1}{243}$$

எனவே, பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் 8-வது உறுப்பு $\frac{1}{243}$.

19. $15x^2 + 11x + 2 = 0$... (1)

$$ax^2 + bx + c = 0. \quad \dots (2)$$

(1), (2) ஐ ஒப்பிட நமக்குக் கிடைப்பது,

$$\begin{aligned}
 \Delta &= b^2 - 4ac \\
 &= 11^2 - 4 \times 15 \times 2 \\
 &= 121 - 120 = 1 > 0.
 \end{aligned}$$

\therefore மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமில்லை.

$$\begin{aligned}
 20. \quad A &= \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{bmatrix}, A^T = \begin{bmatrix} 5 & -\sqrt{17} & 8 \\ 2 & 0.7 & 3 \\ 2 & \frac{5}{2} & 1 \end{bmatrix} \\
 (A^T)^T &= \begin{bmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -\sqrt{17} & 0.7 & \frac{5}{2} \\ 8 & 3 & 1 \end{bmatrix} = A. \therefore \text{நிரூபிக்கப்பட்டது.}
 \end{aligned}$$

21. கொடுக்கப்பட்ட AB = 4 செ.மீ.
AC = 6 செ.மீ.
BD = 1.6 செ.மீ.
CD = 2.4 செ.மீ.

$$\text{ABT மூலம் } \frac{BD}{DC} = \frac{1.6 \times 10}{2.4 \times 10} = \frac{16^2}{24^2} = \frac{2}{3}$$
$$\frac{AB}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

∴ AD ஆனது $\triangle ABC$ யில் $\angle A$ -ன் இருசமவெட்டி ஆகும்.

22. இரு புள்ளிகள் தரப்பட்டால் சாய்வு $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$(5, \sqrt{5}), (0, 0) \quad \therefore m = \frac{0 - \sqrt{5}}{0 - 5} = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2$

23. $\tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \tan^2 \theta - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \cdot \cos^2 \theta$
 $= \tan^2 \theta (1 - \cos^2 \theta) = \tan^2 \theta \sin^2 \theta$

24. r மற்றும் h என்பன முறையே திண்ம நேர்வட்ட உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் என்க. இங்கு, உருளையின் வளைபரப்பு = 88 ச.செ.மீ

$$2\pi rh = 88$$
$$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14 = 88 \quad (\text{உயரம் } h = 14 \text{ செ.மீ})$$
$$2r = \frac{88 \times 7}{22 \times 14} = 2$$

ஆகவே, உருளையின் விட்டம் = 2 செ.மீ.

25. கூம்பின் உயரம் மற்றும் ஆரம், h மற்றும் r என்க.

இங்கு, $h = 24$ செ.மீ, கன அளவு = 11088 க.செ.மீ

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = 11088$$
$$\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 24 = 11088$$
$$r^2 = 441$$

ஆகவே, கூம்பின் ஆரம் $r = 21$ செ.மீ

26. முதல் n இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம்

$$= \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}}$$

∴ முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம்

$$= \sqrt{\frac{21^2 - 1}{12}} = \sqrt{\frac{441 - 1}{12}} = \sqrt{\frac{440}{12}}$$
$$= \sqrt{36.66} \cong 6.05$$

முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம் = 6.05

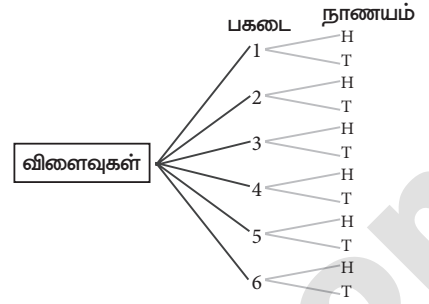
27. சூறுவெளி,

$$S = \{1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T\};$$

$$n(S) = 12$$

A ஆனது ஒற்றைப்படை எண் மற்றும் தலைக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{1H, 3H, 5H\}; n(A) = 3; P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$



28. $3x - 7y - 12 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $3x - 7y + k = 0$.

இந்த நேர்க்கோடானது $(6, 4)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதால்,

$$\begin{aligned} 3(6) - 7(4) + k &= 0 \\ k &= 28 - 18 = 10 \end{aligned}$$

எனவே, தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $3x - 7y + 10 = 0$.

பகுதி - III

29. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$$A = \{x \in \mathbb{W} \mid x < 2\} = \{0, 1\} \quad [2\text{ஐ விட குறைவான முழுக்கள்}]$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 4\} = \{2, 3, 4\} \quad [2 \text{ லிருந்து } 4 \text{ வரையிலான இயல் எண்கள்}]$$

$$C = \{3, 5\}$$

$$\text{LHS} = A \times (B \cup C)$$

$$B \cup C = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$A \times (B \cup C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\} \quad \dots(1)$$

$$\text{RHS} = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$(A \times B) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$$

$$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$$

$$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (0, 5), (1, 5)\} \quad \dots(2)$$

$$(1) = (2), \text{ LHS} = \text{RHS}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

30. கொடுக்கப்பட்ட தொடர் $3 + 33 + 333 + \dots + n$ உறுப்புகள்

$$S_n = 3 + 33 + 333 + \dots + n \text{ உறுப்புகள் என்க.}$$

$$= 3(1 + 11 + 111 + \dots + n \text{ உறுப்புகள்}) \quad [3\text{ஐ பொதுவில் எடுக்க}]$$

$$= \frac{3}{9} (9 + 99 + 999 + \dots \text{to } n \text{ உறுப்புகள்}) \quad [\text{முழுமைக்கும் } 9 \text{ ஆல் பெருக்கி வகுக்க}]$$

$$= \frac{1}{3} [(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots n \text{ உறுப்புகள்}] \quad [∵ 9 = 10 - 1, 99 = 100 - 1, 999 = 1000 - 1 \text{ மற்றும் பிற}]$$

$$= \frac{1}{3} [(10 + 10^2 + 10^3 + \dots n \text{ உறுப்புகள்}) - n] \quad [\text{எல்லா அடைப்புக் குறியிலிருந்தும் முதல் மற்றும் இரண்டாம் உறுப்புகளை தனித்தனியே பிரிக்க}]$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \right) = \frac{1}{3} \left[\frac{10(10^n - 1)}{9} - n \right]$$

$$3 + 33 + 333 + \dots + n \text{ உறுப்புகள்} = \frac{10(10^n - 1)}{27} - \frac{n}{3}$$

குறிப்பு:
இங்கு $a = 10$,
 $r = 10$
 $\therefore S_n = a \frac{(r^n - 1)}{r - 1}$

31. அலங்கரிக்க கூடிய பரப்பு $10^2 + 11^2 + 12^2 + \dots + 24^2$

$$= (1^2 + 2^2 + \dots + 24^2) - (1^2 + 2^2 + \dots + 9^2)$$

$$= \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right)_{n=24} - \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right)_{n=9}$$

$$= \frac{24^4 \times 25 \times 49}{6} - \frac{9^3 \times 10^5 \times 19}{6}$$

$$= 4900 - 285 = 4615$$

∴ அவளால் 4615 செ.மீ² பரப்பை அலங்கரிக்க முடியும்.

32. $3x - 2y + z = 2$... (1)

$2x + 3y - z = 5$... (2)

$x + y + z = 6$... (3)

(1) மற்றும் (2)ஐக் கூட்ட,

$3x - 2y + z = 2$

$2x + 3y - z = 5$ (+)

$$\frac{5x + y = 7}{\dots(4)}$$

(2) மற்றும் (3)ஐக் கூட்ட,

$2x + 3y - z = 5$

$x + y + z = 6$ (+)

$$\frac{3x + 4y = 11}{\dots(5)}$$

$4 \times (4) - (5)$

$20x + 4y = 28$

$3x + 4y = 11$ (-)

$$\frac{17x = 17}{\Rightarrow x = 1}$$

$x = 1$ என (4)-யில் பிரதியிட, $5 + y = 7 \Rightarrow y = 2$

$x = 1, y = 2$ என (3)-யில் பிரதியிட, $1 + 2 + z = 6 \Rightarrow z = 3$

எனவே, $x = 1, y = 2, z = 3$

33. $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$

$11x^2 - 9x - 12$

$11x^2$	$121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$
$121x^4$ (-)	
$22x^2 - 9x$	$-198x^3 - 183x^2$
	$-198x^3 + 81x^2$ (+)
$22x^2 - 18x$	$-264x^2 + 216x + 144$
-12	$-264x^2 + 216x + 144$ (+)
	0

$$\therefore \sqrt{121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144}$$

$$= 11x^2 - 9x - 12$$

34. L.H.S = $A^2 - 5A + 7I_2$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (9-1) & (3+2) \\ (-3-2) & (-1+4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$5A = 5 \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix}$$

$$7I_2 = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - 5A + 7I_2 = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$$

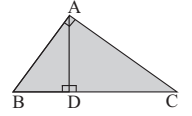
எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

35. கூற்று : ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.

நிரூபணம் கொடுக்கப்பட்டது : ΔABC , $\angle A = 90^\circ$

நிரூபிக்க : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

அமைப்பு : $AD \perp BC$ வரைக.



எண்	கூற்று	காரணம்
1.	ΔABC மற்றும் ΔABD -ஐ ஒப்பிடுக. $\angle B$ பொதுவானது $\angle BAC = \angle BAC = 90^\circ$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ABD$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ABD$ $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$ $AB^2 = BC \times BD$... (1)	$\angle BAC = 90^\circ$ கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $\angle BDA = 90^\circ$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைப்படி
2.	ΔABC மற்றும் ΔADC -ஐ ஒப்பிடுக $\angle C$ பொதுவானது $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ADC$ எனவே, $\Delta ABC \sim \Delta ADC$ $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$ $AC^2 = BC \times DC$... (2)	$\angle BAC = 90^\circ$ கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $\angle CDA = 90^\circ$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைப்படி

(1) மற்றும் (2) -ஐக் கூட்டி நாம் பெறுவது,

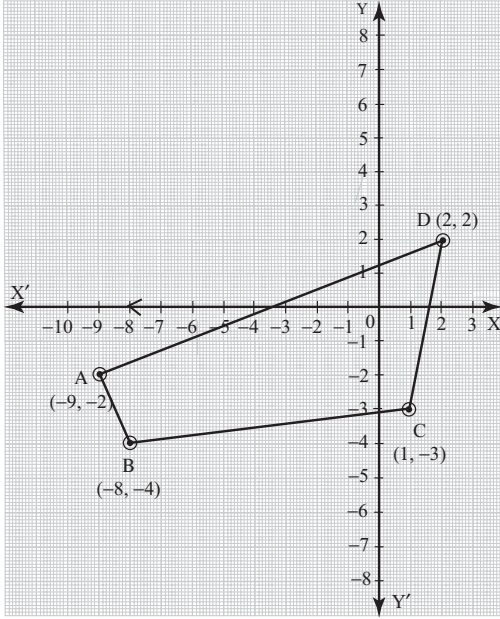
$$AB^2 + AC^2 = BC \times BD + BC \times DC$$

$$= BC(BD + DC) = BC \times BC$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2.$$

தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

36.



$$A \begin{pmatrix} -9 & -2 \\ x_1 & y_1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}, C \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ x_3 & y_3 \end{pmatrix}, D \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ x_4 & y_4 \end{pmatrix}$$

$$\text{நாற்கரத்தின் பரப்பு} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & \diagdown \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -9 & -8 & 1 & 2 & -9 \\ \diagdown & \diagup & \diagdown & \diagup & \diagdown \\ -2 & -4 & -3 & 2 & -2 \end{vmatrix} \text{ சதுர அலகுகள்}$$

$$= \frac{1}{2} [(36 + 24 + 2 - 4) - (16 - 4 - 6 - 18)] = \frac{1}{2} [58 - (-12)] = \frac{1}{2} (70) = 35 \text{ சதுர அலகுகள்}$$

37.

$$\text{நடுப்புள்ளி } M(x, y) = \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}$$

AB யின் நடுப்புள்ளி D

$$\Rightarrow D = \left(\frac{-4 + 6}{2}, \frac{2 + (-4)}{2} \right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{-2}{2} \right) = (1, -1)$$

$$\text{ABயின் சாய்வு} = \frac{-4 - 2}{6 - (-4)} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}$$

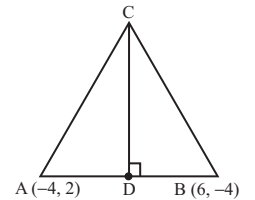
$$\therefore \text{CDயின் சாய்வு} = \frac{-1}{-3/5} = \frac{5}{3}$$

\therefore CD யின் சமன்பாடு

$$y - (-1) = \frac{5}{3} (x - 1)$$

$$3(y + 1) = 5x - 5 \Rightarrow 3y + 3 = 5x - 5$$

$5x - 3y - 8 = 0$ தேவையான கோட்டின் சமன்பாடு ஆகும்.



[\therefore CD \perp AB]

$$\begin{aligned}
 38. \quad \text{L.H.S} &= \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} = \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} \times \frac{\sqrt{1+\sin\theta}}{\sqrt{1+\sin\theta}} \\
 &= \sqrt{\frac{(1+\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}} = \frac{1+\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \\
 &= \sec\theta + \tan\theta \quad \dots (1) \\
 &= \frac{\sqrt{1-\sin\theta}}{\sqrt{1+\sin\theta}} \times \frac{\sqrt{1-\sin\theta}}{\sqrt{1-\sin\theta}} \\
 &= \sqrt{\frac{(1-\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}} = \frac{1-\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}} = \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \\
 &= \sec\theta - \tan\theta \quad \dots (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (1) + (2) &\Rightarrow \sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} + \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} = \sec\theta + \tan\theta + \sec\theta - \tan\theta \\
 &= 2 \sec\theta = \text{R.H.S} \quad \text{எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.}
 \end{aligned}$$

39. சிறிய உலோகப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை n என்க.

சிறிய மற்றும் பெரிய உலோகப் பந்துகளின் ஆரங்கள் முறையே r மற்றும் R என்க.

இங்கு, $R = 16$ செ.மீ, $r = 2$ செ.மீ.

தற்போது $n \times$ (ஒரு சிறிய உலோகப் பந்தின் கனஅளவு) = பெரிய உலோகப் பந்தின் கனஅளவு

$$\begin{aligned}
 n\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) &= \frac{4}{3}\pi R^3 \\
 n\left(\frac{4}{3}\pi \times 2^3\right) &= \frac{4}{3}\pi \times 16^3 \\
 8n &= 4096 \quad \text{எனவே } n = 512
 \end{aligned}$$

ஆகவே, சிறிய உலோகப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை 512 ஆகும்.

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
24	-6	36
26	-4	16
33	3	9
37	7	49
29	-1	1
31	1	1
180	$\Sigma d = 0$	112

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{180}{6} = 30$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}} = \sqrt{\frac{112}{6}} = \sqrt{18.66} = 4.32$$

$$\therefore \text{மாறுபாட்டுக் கெழு C.V} = \frac{\sigma}{x} \times 100\%$$

$$\text{C.V} = \frac{4.32}{30} \times 100\% = 14.4\%$$

41. இரண்டு பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டுவதால்

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6) \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6) \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \end{array} \right\}$$

$$n(S) = 36$$

முதல் பகடையில் இரட்டைப் படை எண் கிடைப்பது A என்க.

$$A = \left\{ \begin{array}{l} (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6) \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \end{array} \right\}$$

$$n(A) = 18 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36}$$

முகமதிப்புகளின் கூடுதல் 8 கிடைப்பது B என்க.

$$B = \{(2, 6), (3,5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$$

$$n(B) = 5$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

$$(A \cap B) = \{(2, 6), (4, 4), (6, 2)\}$$

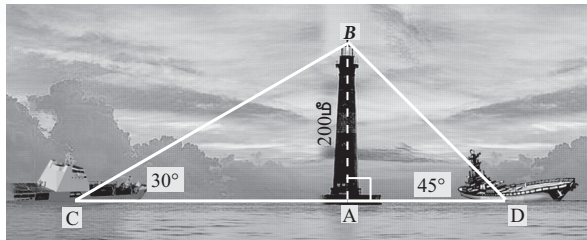
$$n(A \cap B) = 3$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{18}{36} + \frac{5}{36} - \frac{3}{36} = \frac{18+5-3}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

42. கலங்கரை விளக்கம் AB என்க. C மற்றும் D என்பன இரு கப்பல்கள் இருக்கும் இடங்கள் என்க.



மேலும், AB = 200 மீ. $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle ADB = 45^\circ$

செங்கோண ΔBAC -ல்

$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{200}{AC} \Rightarrow AC = 200\sqrt{3} \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} \text{செங்கோண } \triangle BAD\text{-ல் } \tan 45^\circ &= \frac{AB}{AD} \\ 1 &= \frac{200}{AD} \Rightarrow AD = 200 \quad \dots(2) \end{aligned}$$

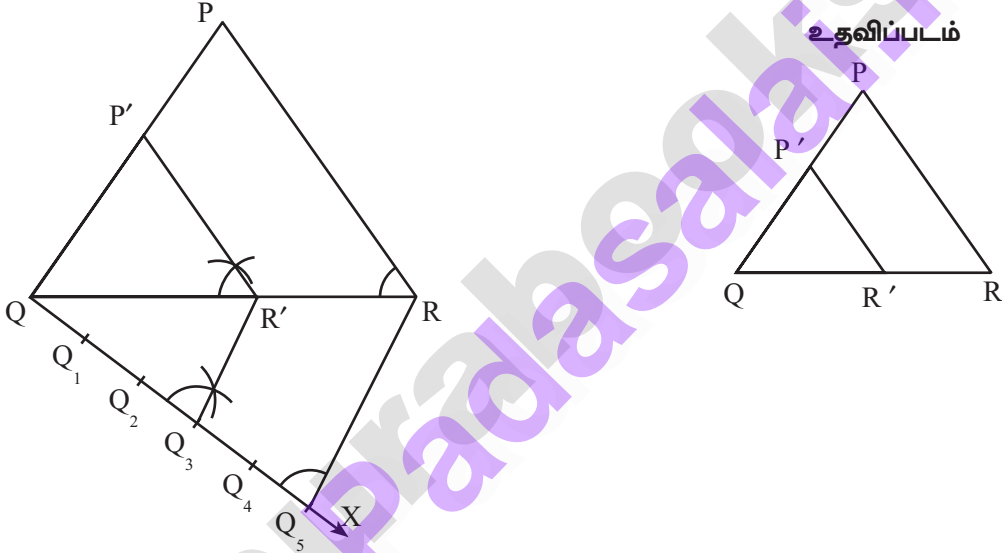
$$\text{Now, } CD = AC + AD = 200\sqrt{3} + 200 \quad [(1), (2)\text{-லிருந்து}]$$

$$CD = 200(\sqrt{3} + 1) = 200 \times 2.732 = 546.4$$

இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு 546.4 மீ ஆகும்.

பகுதி - IV

43. (அ) PQR ஆனது கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ஆகும். PQR என்ற முக்கோணத்தின் பக்கங்களுக்கு $\frac{3}{5}$ அளவுடைய ஒத்த பக்கங்களின் மற்றொரு முக்கோணத்தை அமைப்போம்.



வரைதலின் படிகள்

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக் கொண்டு $\triangle PQR$ வரைக.
2. QR என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு, QX என்ற கதிரை P என்ற முனைப் புள்ளிக்கு எதிர் திசையில் வரைக.
3. QX-யின் மீது Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 மற்றும் Q_5 என்ற 5 புள்ளிகளை ($\frac{3}{5}$ -யில் 3 மற்றும் 5 ஆகியவற்றில் பெரியது 5 என்பதால்) $QQ_1 = Q_1Q_2 = Q_2Q_3 = Q_3Q_4 = Q_4Q_5$ என்றவாறு குறிக்கவும்.
4. Q_5R -ஐ இணைத்து Q_3 -யிலிருந்து (3-வது புள்ளி, அதாவது $\frac{3}{5}$ -யில் 3 மற்றும் 5 ஆகியவற்றில் சிறியது) Q_5R -க்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைக. இது QR-ஐ R' -யில் சந்திக்கிறது.
5. R' -லிருந்து RP-க்கு இணையாக வரையப்படும் கோடு QP-ஐ P' -யில் சந்திக்கிறது.

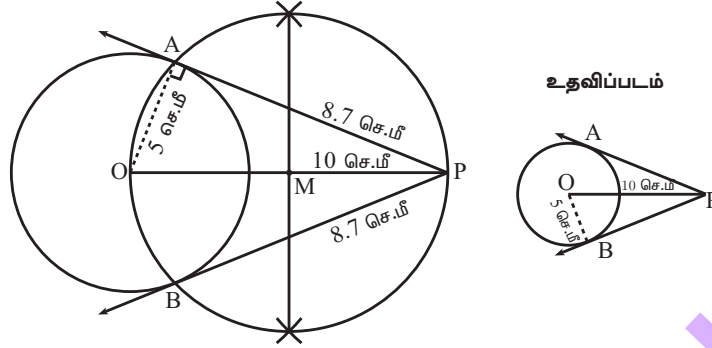
$\triangle P'Q'R'$ -யின் பக்கங்கள் $\triangle PQR$ -ன் ஒத்த பக்கங்களின் அளவில் 5-ல் 3 பங்கு ஆகும்.

$\triangle P'Q'R'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

(அல்லது)

(ஆ) ஆரம் = 5 செ.மீ.

வட்டத்தின் மையத்திற்கும் வெளியில் உள்ள புள்ளிக்கும் இடையே உள்ள தூரம் = 10 செ.மீ.



வரைமுறை :

- படி : 1** O-வை மையமாகக் கொண்டு, 5 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.
- படி : 2** O விலிருந்து 10 செ.மீ தொலைவில் P என்ற புள்ளியைக் குறித்து OP யை வரைக.
- படி : 3** OP க்கு மையக்குத்துக்கோடு வரைக. அது OP ஐ M -ல் சந்திக்கட்டும்.
- படி : 4** M ஐ மையமாகவும் MO ஆரமாகவும் கொண்டு வரையப்படும் வட்டமானது முந்தைய வட்டத்தை A மற்றும் B யில் வெட்டுகிறது.
- படி : 5** AP மற்றும் BP யை இணைக்கவும். AP மற்றும் BP தேவையான தொடுகோடுகள் ஆகும். தொடுகோட்டின் நீளம் PA = PB = 8.7 செ.மீ.

சரிபார்த்தல் :

$$\Delta OPA \text{ யில் } \angle OAP = 90^\circ; PA = \sqrt{OP^2 - OA^2}$$

$$PA = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} \cong 8.7 \text{ செ.மீ. (தோராயமாக)}$$

44. (அ)

x	2	4	6	8
$y = \frac{1}{2}x$	1	2	3	4

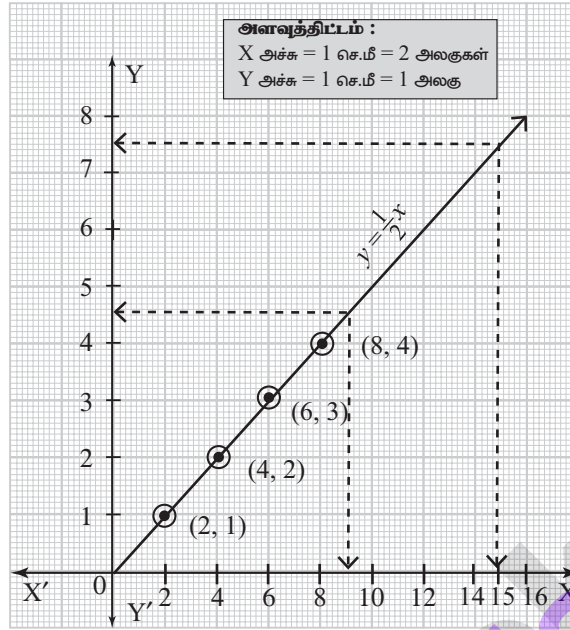
மேலுள்ள அட்டவணையிலிருந்து x அதிகரிக்கும் போது y யும் அதிகரிப்பதை காண்கிறோம். ஆகையால் இது நேர்மாறு ஆகும்.

நாம் பெறுவது $y \propto x$ (i.e.) $y = kx \Rightarrow \frac{y}{x} = k$, இங்கு k ஒரு விகிதசம மாறிலியாகும்.

$$\text{அட்டவணையிலிருந்து நாம் பெறுவது } \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = k.$$

$$\therefore \text{ நாம் பெறுவது } k = \frac{1}{2}.$$

(2, 1), (4, 2), (6, 3) மற்றும் (8, 4) என்ற புள்ளிகளை குறிக்கவும் மற்றும் அவைகளை இணைக்கவும்.



∴ உறவு $y = \frac{1}{2}x$ படத்தில் உள்ளவாறு நேர்க்கோட்டை வெளிப்படுத்தும்.

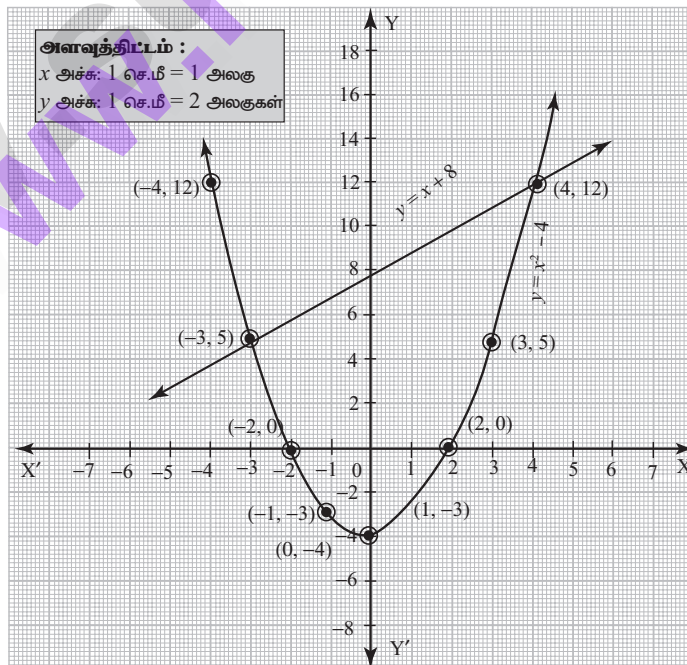
படத்திலிருந்து நாம் காண்பது,

- (i) $x = 9$ எனில் $y = 4.5$ (ii) $y = 7.5$ எனில் $x = 15$

(அல்லது)

(ஆ) படி 1 : $y = x^2 - 4$ என்ற சமன்பாட்டின் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துக.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
$x^2 - 4$	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12



படி 2 : $x^2 - x - 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்பதற்கு, முதலில்
 $y = x^2 - 4$ விருந்து
 $x^2 - x - 12 = 0$ ஐ கழிக்க வேண்டும்.

எனவே,

$$\begin{array}{r} x^2 - 4 = y \\ x^2 - x - 12 = 0 \\ \hline (-) (+) (+) \quad (-) \\ x + 8 = y \end{array}$$

$$y = x + 8 \text{ என்பது நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு ஆகும்.}$$

படி 3 : $y = x + 8$ நேர்க்கோட்டின் மதிப்புகளை அட்டவணைப்படுத்துக.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
$x + 8$	4	5	6	7	8	9	10	11	12

படி 4 : $y = x^2 - 4$ என்ற பரவளையம் மற்றும் $y = x + 8$ என்ற நேர்க்கோடு வெட்டும் புள்ளிகள் $(-3, 5)$ மற்றும் $(4, 12)$. இப்புள்ளிகள் x -ஆயத்தொலைவுகள் -3 மற்றும் 4 ஆகும். எனவே சமன்பாடு $x^2 - x - 12 = 0$ -யின் தீர்வுகள் -3 மற்றும் 4 ஆகும்.

