

11 ஆம்
வகுப்பு

உடனடித் தேர்வு - ஜூலை - 2023

பதிவு எண்

--	--	--	--	--	--

Part - III

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்]

கணிதம் (விடைகளுடன்)

[மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90

- அறிவுரைகள்:** (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாகப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.
- (2) நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

- குறிப்பு:** (i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். 20 × 1 = 20
- (ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள நான்கு மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

- $n[(A \times B) \cap (A \times C)] = 8$ மற்றும் $n(B \cap C) = 2$, எனில் $n(A)$ என்பது :
(அ) 6 (ஆ) 4 (இ) 8 (ஈ) 16
- n உறுப்புகள் கொண்ட ஒரு கணத்தின் மீதான தற்கூட்டுத் தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை :
(அ) $2^{\frac{(n^2+n)}{2}}$ (ஆ) 2^{n^2-n} (இ) 2^n (ஈ) 2^{-n}
- $x^2 + px + 8 = 0$ -ன் மூலங்களின் வேறுபாடு 2 எனில் p -ன் மதிப்புகள் :
(அ) ± 4 (ஆ) ± 5 (இ) ± 6 (ஈ) ± 7
- $(x+3)^4 + (x+5)^4 = 16$ -ன் மூலங்களின் எண்ணிக்கை :
(அ) 4 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 0
- $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ -ன் முதன்மைத் தீர்வு :
(அ) $\theta = \frac{\pi}{6}$ (ஆ) $\theta = \frac{-\pi}{6}$ (இ) $\theta = \frac{\pi}{3}$ (ஈ) $\theta = -\frac{\pi}{3}$
- $x^2 + ax + b = 0$, இன் மூலங்கள் $\tan \alpha$ மற்றும் $\tan \beta$ எனில் $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}$ -ன் மதிப்பு :
(அ) $\frac{b}{a}$ (ஆ) $\frac{a}{b}$ (இ) $-\frac{a}{b}$ (ஈ) $-\frac{b}{a}$
- எல்லாம் ஒற்றை எண்களாகக் கொண்ட 5 இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கை :
(அ) 25 (ஆ) 5^5 (இ) 5^6 (ஈ) 625
- ${}^{(n-1)}C_r + {}^{(n-1)}C_{(r-1)}$ என்பது :
(அ) ${}^{(n+1)}C_r$ (ஆ) ${}^{(n-1)}C_r$ (இ) nC_r (ஈ) ${}^nC_{r-1}$
- இரு எண்களின் கூட்டுச் சராசரி a மற்றும் பெருக்குச் சராசரி g எனில்,
(அ) $a \leq g$ (ஆ) $a \geq g$ (இ) $a = g$ (ஈ) $a > g$

10. $x + (2k - 7)y + 3 = 0$ மற்றும் $3kx + 9y - 5 = 0$ இவ்விரு கோடுகள் செங்குத்தானவை எனில், k -ன் மதிப்பு :

- (அ) $k = 3$ (ஆ) $k = \frac{1}{3}$ (இ) $k = \frac{2}{3}$ (ஈ) $k = \frac{3}{2}$

11. $A = \begin{bmatrix} 0 & a & -b \\ -a & 0 & c \\ b & -c & 0 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கோவையின் மதிப்பு :

- (அ) $-2abc$ (ஆ) abc (இ) 0 (ஈ) $a^2 + b^2 + c^2$

12. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a & 1 \\ b & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $(A + B)^2 = A^2 + B^2$, எனில் a, b -ன் மதிப்புகள் :

- (அ) $a = 4, b = 1$ (ஆ) $a = 1, b = 4$ (இ) $a = 0, b = 4$ (ஈ) $a = 2, b = 4$

13. $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + x\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ மற்றும் $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 70$, எனில் x மதிப்பு :

- (அ) 5 (ஆ) 7 (இ) 26 (ஈ) 10

14. $\lim_{x \rightarrow 3} [x] =$

- (அ) 2 (ஆ) 3 (இ) மதிப்பு கிடைக்கப் பெறாது (ஈ) 0

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} =$

- (அ) $\log(ab)$ (ஆ) $\log\left(\frac{a}{b}\right)$ (இ) $\log\left(\frac{b}{a}\right)$ (ஈ) $\frac{a}{b}$

16. $f(x) = |x - 1| + |x - 3| + \sin x$ எனும் சார்பு \mathbb{R} -ல் உள்ள வகைமையாகாத புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை :

- (அ) 3 (ஆ) 2 (இ) 1 (ஈ) 4

17. $\int f(x) dx = g(x) + c$ எனில், $\int f(x) g'(x) dx =$

- (அ) $\int (f(x))^2 dx$ (ஆ) $\int f(x) g(x) dx$ (இ) $\int f'(x) g(x) dx$ (ஈ) $\int (g(x))^2 dx$

18. $\int \frac{dx}{e^x - 1} =$

- (அ) $\log |e^x| - \log |e^x - 1| + c$ (ஆ) $\log |e^x| + \log |e^x - 1| + c$
(இ) $\log |e^x - 1| - \log |e^x| + c$ (ஈ) $\log |e^x + 1| - \log |e^x| + c$

19. $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$, என்ற கணத்திலிருந்து ஒரு எண் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அந்த எண் 3 அல்லது 4 ஆல் வகுபடுவதற்கான நிகழ்தகவு :

- (அ) $\frac{2}{5}$ (ஆ) $\frac{1}{8}$ (இ) $\frac{1}{2}$ (ஈ) $\frac{2}{3}$

20. பத்து நாணயங்கள் சுண்டும் போது குறைந்தது 8 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு :

- (அ) $\frac{7}{64}$ (ஆ) $\frac{7}{32}$ (இ) $\frac{7}{16}$ (ஈ) $\frac{7}{128}$

பகுதி - II

குறிப்பு : எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 30 -க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். $7 \times 2 = 14$

21. f மற்றும் g என்ற இரு சார்புகள் R -லிருந்து R -க்கு $f(x) = 3x - 4$ மற்றும் $g(x) = x^2 + 3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், $g \circ f$ மற்றும் $f \circ g$ காண்க.
22. $23x < 100$ -ன் தீர்வை (i) $x \in \mathbb{N}$ (ii) $x \in \mathbb{Z}$ க்கு காண்க.
23. 5 செ.மீ ஆரம், மையக்கோணம் 15° -ஐ கொண்ட வட்ட வில்லின் நீளம் காண்க.
24. எத்தனை 3- இலக்க ஒற்றைப்படல எண்களை 0, 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி,
(i) இலக்கங்கள் திரும்ப வராமல் (ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வருமாறு காணலாம்.
25. $3x + 2y + 9 = 0$ மற்றும் $12x + 8y - 15 = 0$ ஆகியவை இணைகோடுகள் எனக் காட்டுக.
26. $A = \begin{bmatrix} \sin^2 \theta & 1 \\ \cot^2 \theta & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & 0 \\ -\operatorname{cosec}^2 \theta & 1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ எனில் $A + B + C$ ஐக் காண்க :
27. கணக்கிடுக : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$.
28. மதிப்பிடுக : $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$
29. இரண்டு பத்து ரூபாய், 4 நூறு ரூபாய் மற்றும் 6 ஐநூறு ரூபாய் தாள்கள் ஒருவர் பாக்கெட்டில் உள்ளது. சமவாய்ப்பு முறையில் 2 தாள்கள் எடுக்கப்படுகின்றன. அவ்விரண்டு தாள்கள் நூறு ரூபாய் தாள்களாக இருப்பதற்குச் சாதக விகிதம் மற்றும் அதன் நிகழ்தகவு என்ன?
30. $y = e^{\sin x}$, எனில் $\frac{dy}{dx}$ காண்க.

பகுதி - III

குறிப்பு : எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 40 -க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். $7 \times 3 = 21$

31. $A = \{a, b, c\}$, மற்றும் $R = \{(a, a) (b, b) (a, c)\}$ என்க. தொடர்பு R ஐ (i) தற்சுட்டு (ii) சமச்சீர் (iii) கடப்பு (iv) சமமானத் தொடர்பு என உருவாக்க R -உடன் சேர்க்க வேண்டிய குறைந்தபட்ச உறுப்புகளை எழுதுக.
32. $\left(\frac{1}{x^2} + x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{2}$, எனில் $x > 1$ -க்கு $\left(\frac{1}{x^2} - x - \frac{1}{2}\right)$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.
33. ${}^n P_r = 720$, ${}^n C_r = 120$, எனில், n, r ஐக் காண்க.
34. முதல் 10 மிகை முழு எண்களில் இருந்து ஒரு எண் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அந்த எண் இரட்டைப்படையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
35. $\left(0, \frac{-3}{2}\right)$, $(1, -1)$ மற்றும் $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு கோடமைப் புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.
36. $(-3, 0)$, $(3, 0)$, $(0, k)$ என்ற உச்சிப்புள்ளிகளைக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 9 சதுர அலகுகள் எனில், k -ன் மதிப்பைக் காண்க.
37. எந்தவொரு வெக்டர் \vec{r} -க்கும் $\vec{r} = (\vec{r} \cdot \hat{i})\hat{i} + (\vec{r} \cdot \hat{j})\hat{j} + (\vec{r} \cdot \hat{k})\hat{k}$ என நிறுவுக.
38. $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ என்ற சார்பின் தொடர்ச்சித் தன்மையை ஆராய்க.
39. $f'(x) = 3x^2 - 4x + 5$ மற்றும் $f(1) = 3$ எனில், $f(x)$ -ஐக் காண்க.
40. $\tan 165^\circ$ -ன் மதிப்பு காண்க.

பகுதி - IV

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

7 × 5 = 35

41. (அ) $A \times A$ கணத்தில் 16 உறுப்புகள் உள்ளன. $S = \{(a, b) \in A \times A : a < b\}$ என்ற கணத்தில் உள்ள இரு உறுப்புகள் $(-1, 2)$ மற்றும் $(0, 1)$ எனில் S இல் உள்ள மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

(அல்லது)

(ஆ) மதிப்பீடு : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^3 - 8x + 7}$

42. (அ) $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = \frac{7}{2}$ எனில், x -ன் மதிப்பைக் காண்க.

(அல்லது)

(ஆ) $2\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}, 4\hat{i} + \hat{j} + 9\hat{k}$ மற்றும் $10\hat{i} - \hat{j} + 6\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக.

43. (அ) ${}^n C_r + {}^n C_{r-1} = {}^{n+1} C_r$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

(ஆ) $\sin y = x \sin(a + y)$, எனில், $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a + y)}{\sin a}$ என நிரூபிக்க. இங்கு $a \neq n\pi$.

44. (அ) நேப்பியரின் சூத்திரத்தை எழுதி நிறுவுக.

(அல்லது)

(ஆ) மதிப்பீடு : $\int \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} dx$

45. (அ) x ஒரு தேவையான அளவிலான பெரிய எண் எனில், $\sqrt[3]{x^3 + 6} - \sqrt[3]{x^3 + 3}$ -ன் மதிப்பை தோராயமாக $\frac{1}{x^2}$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

(ஆ) $\begin{vmatrix} b+c & a-c & a-b \\ b-c & c+a & b-a \\ c-b & c-a & a+b \end{vmatrix} = 8abc$ என காரணித் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.

46. (அ) $\theta + \phi = \alpha$ மற்றும் $\tan \theta = k \tan \phi$ எனில் $\sin(\theta - \phi) = \frac{k-1}{k+1} \sin \alpha$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

(ஆ) $y = e^{\tan^{-1} x}$ எனில் $(1+x^2)y'' + (2x-1)y' = 0$ எனக் காட்டுக.

47. (அ) $x + y = 5$, என்ற கோட்டின் மீது அமையும் $4x + 3y - 12 = 0$ என்ற கோட்டிலிருந்து 2 அலகுகள் தொலைவில் உள்ள புள்ளிகளைக் காண்க.

(அல்லது)

(ஆ) ஒரு பகடையை ஒரு முறை உருட்டும் போது ஒரு ஒற்றைப்படை எண் கிடைக்கும் எனில் 5 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

விடைகள்**பகுதி - I**

1. (ஆ) 4
2. (ஆ) 2^{n^2-n}
3. (இ) ± 6
4. (அ) 4
5. (ஈ) $\theta = -\frac{\pi}{3}$
6. (இ) $-\frac{a}{b}$
7. (ஆ) 5^5
8. (இ) nC_r
9. (ஆ) $a \geq g$
10. (அ) $k = 3$
11. (இ) 0
12. (ஆ) $a = 1, b = 4$
13. (இ) 26
14. (இ) மதிப்பு கிடைக்கப்பெறாது
15. (ஆ) $\log\left(\frac{a}{b}\right)$
16. (ஆ) 2
17. (அ) $\int (f(x))^2 dx$
18. (இ) $\log |e^x-1| - \log |e^x| + c$
19. (இ) $\frac{1}{2}$
20. (ஈ) $\frac{7}{128}$

பகுதி - II

21. $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x-4) = (3x-4)^2 + 3 = 9x^2 - 24x + 19$
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2+3) = 3(x^2+3) - 4 = 3x^2 + 5.$

22. $23x < 100$ (i) $x \in \mathbb{N}$ எனில்

$$\Rightarrow 23x < 100 \Rightarrow x < \frac{100}{23}$$

$$\Rightarrow x < 4.348$$

$$\Rightarrow x = 1, 2, 3, 4$$

தீர்வுகணம் $\{1, 2, 3, 4\}$ (ii) $x \in \mathbb{Z}$ எனில் $x < 4.348$

$$\Rightarrow x = \{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

23. வில்லின் நீளம் s , ஆரம் r , மையக்கோணம் θ எனில், $s = r\theta$

$$\theta = 15^\circ = 15 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{12} \text{ ஆரையன்கள்}$$

$$s = r\theta \Rightarrow s = 5 \times \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{12} \text{ செ.மீ}$$

24. (i) இலக்கங்கள் திரும்ப வராமல் $(0, 1, 2, 3, 4, 5)$

ஒற்றைப்படை எண்களை பயன்படுத்த

நூறுகள்	பத்துகள்	ஒன்றுகள்
4	4	3

ஒன்றாம் இடம் = 3 வழிகளில் $(1, 3, 5)$

பத்தாம் இடம் = 4 வழிகளில்

நூறாம் இடம் = 4

 $(0, \text{ஒன்றாம் இட இலக்கம் தவிர})$

பெருக்கலின் அடிப்படைக் கொள்கையின் படி

$$= 3 \times 4 \times 4$$

= 48 வழிகளில் ஒற்றை எண்களை அமைக்கலாம்.

(ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வருமாறு $(0, 1, 2, 3, 4, 5)$

நூறுகள்	பத்துகள்	ஒன்றுகள்
5	6	3

1ம் இடத்தை நிரப்புவதற்கு தேவையான வழிகள் = 3

10ம் இடத்தை நிரப்புவதற்கு தேவையான வழிகள் = 6

100ம் இடத்தை நிரப்புவதற்கு தேவையான வழிகள் = 5

 \therefore பெருக்கலின் அடிப்படைக்கொள்கையின்படி = $3 \times 6 \times 5 = 90$ வழிகள்

25. இரண்டு கோடுகளின் சமன்பாடுகள் பொது வடிவில் கீழ்க்கண்டவாறு அமையும் எனில்

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ (அ) } a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \text{ (அ) } = a_1b_2 = a_2b_1$$

கொடுக்கப்பட்ட கோடுகள்

$$3x + 2y + 9 = 0 \text{ (அ) } 12x + 8y - 15 = 0$$

$$\frac{3}{12} = \frac{2}{8} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

∴ இரண்டு நேர்க்கோடுகளும் ஒன்றுக்கொன்று இணையாகும்.

26. வரையறைப்படி மூன்று அணிகளின் கூடுதல்

$$A + B + C = \begin{bmatrix} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 0 & 1 + 0 - 1 \\ \cot^2 \theta - \operatorname{cosec}^2 \theta - 1 & 0 + 1 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

27. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1^3}{x - 1} = 3(1)^{3-1} = 3.$

28. கொடுக்கப்பட்டது : $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{1}{\cos x} dx = \int \tan x \sec x dx = \sec x + c.$

29. S என்பது கூறுவெளி என்க.

A என்பது 2 நூறு ரூபாய்த் தாள்களை எடுக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

எனவே $n(S) = 12c_2 = 66$, $n(A) = 4c_2 = 6$ மற்றும் $n(\bar{A}) = 66 - 6 = 60$

A -விற்கு சாதகமான விகிதம் 6: 60 அதாவது A விற்கு சாதகமான விகிதம் 1: 10, மற்றும் $P(A) = \frac{1}{11}$

30.

$$\begin{aligned} u &= \sin x \text{ என எடுத்துக் கொண்டால்} \\ y &= e^u \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{d(e^u)}{du} \times \frac{du}{dx} \\ &= e^u \times \cos x = \cos x e^{\sin x} \end{aligned}$$

பகுதி - III

31. (i) $\Rightarrow R = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$ ஒரு தற்சுட்டு ஆக இருக்க முடியும். (c, c) என்ற உறுப்பு R -ல் சேர்க்கப்பட வேண்டும்.
- (ii) $R = \{(a, a), (b, b), (a, c)\}$ உடன் (c, a) சேர்த்தால் அது ஒரு சமச்சீர் தொடர்பு உடையதாகும்.
- (iii) $R = \{(a, a), (b, a), (a, c)\}$ ஒரு கடப்புத் தொடர்பு ஆகும்.
- (iv) R ஒரு சமானத் தொடர்பு ஆக இருக்க அது ஒரு தற்சுட்டு, சமச்சீர், கடப்பு தொடர்பு ஆக இருக்க வேண்டும். எனவே குறைந்த பட்ச உறுப்புகள் (c, c) மற்றும் (c, a)

32. $\left(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{9}{2}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\Rightarrow \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(x^{-\frac{1}{2}}\right)^2 + 2\left(x^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{-\frac{1}{2}}\right) = \frac{9}{2} \quad \left[\because (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab\right]$$

$$\Rightarrow x + x^{-1} + 2.x^{\left(\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{9}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} + 2 = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = \frac{9}{2} - 2 = \frac{9}{2} - \frac{4}{2} = \frac{5}{2} \quad \dots(1)$$

$$\left(x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = x + \frac{1}{x} - 2x^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x + \frac{1}{x} - 2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \because x > 1 \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

33. ${}^n P_r = 720$, ${}^n C_r = 120$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$$\frac{n!}{(n-r)!} = 720 \quad \dots (1)$$

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = 120 \quad \dots (2)$$

$$\frac{\frac{n!}{(n-r)!}}{\frac{n!}{r!(n-r)!}} = \frac{720}{120}$$

((1) மற்றும் (2) னை வகுக்க)

$$\Rightarrow \frac{\cancel{n!}}{\cancel{(n-r)!}} \times \frac{r!(n-r)!}{\cancel{n!}} = 6$$

$$\Rightarrow r! = 6$$

$$\Rightarrow r! = 3 \times 2 \times 1 = 3!$$

$$r = 3$$

$r = 3$ என்பதை (1) ல் பிரதியிட

$$\frac{n!}{(n-3)!} = 720$$

$$\frac{n!}{(n-3)!} = 720$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)\cancel{(n-3)!}}{\cancel{(n-3)!}} = 720$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 720$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 10 \times 9 \times 8$$

$$\Rightarrow n = 10$$

34. கூறுவெளி $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $n(S) = 10$

A என்பது இரட்டைப்படை எண் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

B என்பது மூன்றின் மடங்கு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, n(A) = 5,$$

$$B = \{3, 6, 9\}, n(B) = 3$$

$$P(\text{இரட்டைப்படை எண் கிடைக்க}) = P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{மூன்றின் மடங்கு கிடைக்க}) = P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{10}$$

35. A, B மற்றும் C என்ற புள்ளிகள் முறையே $(0, \frac{-3}{2})$, $(1, -1)$ மற்றும் $(2, -\frac{1}{2})$ என்க.

$$\text{கோட்டின் சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\text{AB-ன் சாய்வு } \frac{-1 + \frac{3}{2}}{1 - 0} = \frac{1}{2}$$

$$\text{BC-ன் சாய்வு } \frac{-\frac{1}{2} + 1}{2 - 1} = \frac{1}{2}$$

A, B-ன் சாய்வும், BC-ன் சாய்வும் சமம். எனவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி A, B, C ஒரு நேர்க் கோட்டில் அமைகிறது.

36. முக்கோணத்தின் பரப்பு $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$ -ன் எண்ணளவு ஆகும். எனவே,

$$9 = \left| \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & k & 1 \end{vmatrix} \right| = \left| \frac{1}{2} (-k)(-3 - 3) \right|$$

$$\Rightarrow \text{ஆகையால் } 9 = 3|k|, k = \pm 3.$$

37. $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ என்க.

$$\vec{r} \cdot \hat{i} = (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) \cdot \hat{i} = x$$

$$\vec{r} \cdot \hat{j} = (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) \cdot \hat{j} = y$$

$$\vec{r} \cdot \hat{k} = (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) \cdot \hat{k} = z$$

$$(\vec{r} \cdot \hat{i})\hat{i} + (\vec{r} \cdot \hat{j})\hat{j} + (\vec{r} \cdot \hat{k})\hat{k} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} = \vec{r}$$

$$\text{எனவே } \vec{r} = (\vec{r} \cdot \hat{i})\hat{i} + (\vec{r} \cdot \hat{j})\hat{j} + (\vec{r} \cdot \hat{k})\hat{k}.$$

38. சார்பு f -ன் வரையறைப்படி சார்பகம் மூடிய இடைவெளி $[-1, 1]$ ஆகும்.

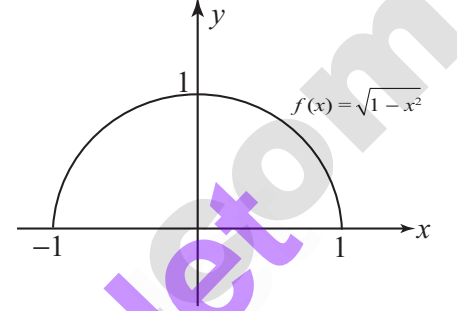
($1 - x^2 \geq 0$ ஆக இருக்கும்போது f வரையறுக்கப்படுகிறது.)

$c \in (-1, 1)$ என்ற ஏதேனும் ஒரு புள்ளிக்கு

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow c} f(x) &= \lim_{x \rightarrow c} \sqrt{1 - x^2} = \left[\lim_{x \rightarrow c} (1 - x^2) \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= (1 - c^2)^{\frac{1}{2}} = f(c). \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (1 - x^2)^{\frac{1}{2}} = 0 = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \left[\lim_{x \rightarrow -1^-} (1 - x^2)^{\frac{1}{2}} \right] = 0 = f(-1)$$



இவ்வாறாக f என்ற சார்பு $[-1, 1]$ இடைவெளியில் தொடர்ச்சியானது. இந்தக் கணக்கினை சார்புகளின் சேர்ப்புத் தேற்றம் மூலமும் தீர்க்கலாம்.

39. $f'(x) \frac{d}{dx} = f(x) = 3x^2 - 4x + 5$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இருபுறமும் தொகையீடு காண,

$$\begin{aligned} \int f'(x) dx &= \int (3x^2 - 4x + 5) dx \\ f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x + c \end{aligned}$$

$f(1) = 3$ எனும் கொடுக்கப்பட்ட தகவலைப் பயன்படுத்தி, தொகை மாறிலி c -ன் மதிப்பைத் தீர்மானிக்கலாம்.

$$f(1) = 3 \Rightarrow 3 = (1)^3 - 2(1)^2 + 5(1) + c \Rightarrow c = -1$$

$$\text{எனவே, } f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 1$$

40.

$$\text{இங்கு } \tan 165^\circ = \tan (120^\circ + 45^\circ) = \frac{\tan 120^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 120^\circ \tan 45^\circ}$$

$$\text{ஆனால், } \tan 120^\circ = \tan (90^\circ + 30^\circ) = -\cot 30^\circ = -\sqrt{3} \text{ மற்றும் } \tan 45^\circ = 1$$

$$\text{எனவே, } \tan 165^\circ = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$$

பகுதி - IV

41. (அ)

$$n(A \times A) = 16$$

$$\Rightarrow n(A) = 4.$$

$$S = \{(a, b) \in A \times A : a < b\}$$

$$A = \{-1, 0, 1, 2\}.$$

$$A \times A = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, -1), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, -1), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, -1), (-1, 0), (-1, 1), (-1, 2), (-1, -1)\}$$

$$\therefore S = \{(0, 1), (0, 2), (1, 2), (-1, 0), (-1, 1), (-1, 2)\}$$

\therefore எஞ்சியுள்ள S-ன் உறுப்புகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ள $(-1, 2), (0, 1)$ ஐத் தவிர்த்து $= \{(0, 2), (1, 2), (-1, 0), (-1, 1)\}$

(அல்லது)

(ஆ)

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 6x + 5) = 3^2 - 6 \times 3 + 5 = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 8x + 7) = 3^3 - 8 \times 3 + 7 = 10 \neq 0.$$

எனவே, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 6x + 5)}{x^3 - 8x + 7} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 6x + 5)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 8x + 7)} = \frac{-4}{10} = -\frac{2}{5}$

42. (அ) குறிப்பு $x > 0$

$$\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = \frac{7}{2} \text{ லிருந்து}$$

$$\frac{1}{\log_x 2} + \frac{1}{\log_x 4} + \frac{1}{\log_x 16} = \frac{7}{2}. \quad (\text{அடிமான மாற்று விதிப்படி})$$

$$\text{ஆகையால் } \frac{1}{a} + \frac{1}{2a} + \frac{1}{4a} = \frac{7}{2} \text{ இங்கு } a = \log_x 2.$$

$$\text{அதாவது } \frac{7}{4a} = \frac{7}{2}$$

(அல்லது)

(ஆ) O-ஐ ஆதிப்புள்ளியாகக் கொண்டு A, B, C என்ற புள்ளிகளின் நிலை வெக்டர்கள் $2\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$, $4\hat{i} + \hat{j} + 9\hat{k}$, $10\hat{i} - \hat{j} + 6\hat{k}$ என்க.

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= 2\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}, \overline{OB} = 4\hat{i} + \hat{j} + 9\hat{k} \text{ மற்றும் } \overline{OC} = 10\hat{i} - \hat{j} + 6\hat{k} \\ \overline{AB} &= \overline{OB} - \overline{OA} = (4\hat{i} + \hat{j} + 9\hat{k}) - (2\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}) = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k} \\ AB &= |\overline{AB}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 9 + 36} = 7 \\ \overline{BC} &= \overline{OC} - \overline{OB} = (10\hat{i} - \hat{j} + 6\hat{k}) - (4\hat{i} + \hat{j} + 9\hat{k}) = 6\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k} \\ BC &= |\overline{BC}| = \sqrt{6^2 + (-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{36 + 4 + 9} = 7 \\ \overline{CA} &= \overline{OA} - \overline{OC} = (2\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}) - (10\hat{i} - \hat{j} + 6\hat{k}) = -8\hat{i} + 5\hat{j} - 3\hat{k} \\ CA &= |\overline{CA}| = \sqrt{(-8)^2 + 5^2 + (-3)^2} = \sqrt{64 + 25 + 9} = \sqrt{98} \\ BC^2 &= 49, CA^2 = 98, AB^2 = 49. \end{aligned}$$

அதாவது $CA^2 = BC^2 + AB^2$.

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தினை அமைக்கும்.

43. (அ) ${}^n C_r + {}^n C_{r-1} = {}^{n+1} C_r$.

நிரூபணம் : சேர்வுகளுக்கான முடிவிலிருந்து பெறுவது.

$$\begin{aligned} {}^n C_r + {}^n C_{r-1} &= \frac{n!}{r!(n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!} \\ &= \frac{n!}{r(r-1)! \times (n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)! \times (n-r+1)(n-r)!} \\ &= \frac{n!}{r \cdot (r-1)! \times (n-r)!} + \frac{n!}{(r-1)! \times (n-r)! \times (n-r+1)} \\ &= \frac{n!}{(r-1)! \times (n-r)!} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{(n-r+1)} \right) = \frac{n!}{(r-1)! \times (n-r)!} \left(\frac{n+1}{r(n-r+1)} \right) \\ &= \frac{n!}{(r-1)! \times (n-r)!} \times \frac{(n+1)}{r(n-r+1)} = \frac{(n+1)!}{r! \times (n-r+1)!} = {}^{n+1} C_r \end{aligned}$$

(அல்லது)

(ஆ) $\sin y = x \sin (a + y) \dots (1)$

‘x’ ஐப் பொறுத்து வகைப்படுத்த

$$\cos y \frac{dy}{dx} = x \cos (a + y) \left(\frac{dy}{dx} \right) + \sin (a + y) (1) \text{ [பெருக்கல் விதிப்படி]}$$

$$\Rightarrow \cos y \frac{dy}{dx} = x \cos (a + y) \frac{dy}{dx} + \sin (a + y)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} (\cos y - x \cos (a + y)) = \sin (a + y)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\sin (a + y)}{\cos y - x \cos (a + y)}$$

$$= \frac{\sin (a + y)}{\cos y - \frac{\sin y}{\sin (a + y)} \cdot \cos (a + y)} \text{ [(1) விருந்து]}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2 (a + y)}{\sin (a + y) \cos y - \sin y \cos (a + y)}$$

$$= \frac{\sin^2 (a + y)}{\sin (a + y - y)} \text{ [} \because \sin (A+B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \text{]}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2 (a + y)}{\sin a}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது

44. (அ) நேப்பியரின் சூத்திரம் :

$$\tan \left(\frac{A - B}{2} \right) = \frac{a - b}{a + b} \cot \frac{C}{2}$$

ஆதாரம்:

$$\frac{a - b}{a + b} \cot \frac{C}{2} = \frac{2R \sin A - 2R \sin B}{2R \sin A + 2R \sin B} \cot \frac{C}{2}$$

$$= \cot \left(\frac{A + B}{2} \right) \tan \left(\frac{A - B}{2} \right) \cot \frac{C}{2}$$

$$= \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \left(\frac{A - B}{2} \right) \cdot \cot \frac{C}{2} = \tan \left(\frac{A - B}{2} \right).$$

(அல்லது)

(ஆ) $I = \int \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} dx$ என்க.

$\sin x - \cos x = u$, எனில் $(\cos x + \sin x) dx = du$

ஆகவே, $I = \int \frac{du}{u} = \log |u| + c = \log |\sin x - \cos x| + c$

எனவே, $\int \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} dx = \log |\sin x - \cos x| + c$

45. (அ) LHS = $(x^3 + 6)^{\frac{1}{3}} - (x^3 + 3)^{\frac{1}{3}}$
 $= x^{\frac{3}{3}} \left(1 + \frac{6}{x^3}\right)^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{3}{3}} \left(1 + \frac{3}{x^3}\right)^{\frac{1}{3}}$

($\because x$ பெரியதாக இருந்தால் $\frac{1}{x^3}$ மிகச் சிறியதாக இருக்கும். $\therefore \left|\frac{3}{x^3}\right| < 1$)

$= x \left(1 + \frac{6}{x^3}\right)^{\frac{1}{3}} - x \left(1 + \frac{3}{x^3}\right)^{\frac{1}{3}} = x \left(1 + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{6}{x^3}\right)\right) - x \left(1 + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{3}{x^3}\right)\right)$

$= x + \frac{2}{x^2} - x - \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2} = \text{RHS}$

(அல்லது)

(ஆ)

$$\Delta = \begin{vmatrix} b+c & a-c & a-b \\ b-c & c+a & b-a \\ c-b & c-a & a+b \end{vmatrix}$$

இங்கு $a = 0$ என பிரதியிட

$$= \begin{vmatrix} b+c & -c & -b \\ b-c & c & b \\ c-b & c & b \end{vmatrix}$$

C_2, C_3 -யிலிருந்து c, b -ஐ வெளியில் எடுக்க

$$= bc \begin{vmatrix} b+c & -1 & -1 \\ b-c & 1 & 1 \\ c-b & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow a$ ஒரு காரணியாகும். இதைப் போல் b, c யும் காரணிகளாகும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள அணிக் கோவையின் முதன்மை மூலைவிட்ட பெருக்கற் பலனின் படியானது 3 ஆகும். எனவே மற்றொருபடி k ஆகும்.

$$\therefore \begin{vmatrix} b+c & a-c & a-b \\ b-c & c+a & b-a \\ c-b & c-a & a+b \end{vmatrix} = k abc$$

இதில் $a = 1, b = 1, c = 1$ எனப் பிரதியிட

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = k \times 1 \times 1 \times 1$$

$$\Rightarrow k = 8 \therefore \Delta = 8 abc$$

46. (அ)

$$\theta + \phi = \alpha$$

$$\tan \theta = k \tan \phi$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \theta}{\tan \phi} = k = \frac{\sin \theta \cos \phi}{\cos \theta \sin \phi} = \frac{k}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta \cos \phi - \cos \theta \sin \phi}{\sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi} = \frac{k-1}{k+1} \quad [\because \text{கூறுகள் மற்றும் பங்கீடுகள் மூலமாக}]$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(\theta - \phi)}{\sin(\theta + \phi)} = \frac{k-1}{k+1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin(\theta - \phi)}{\sin \alpha} = \frac{k-1}{k+1}$$

$$\Rightarrow \sin(\theta - \phi) = \frac{k-1}{k+1} \sin \alpha$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(அல்லது)

(ஆ)

$$y = e^{\tan^{-1} x}$$

$$y' = e^{\tan^{-1} x} \cdot \frac{d}{dx} (\tan^{-1} x)$$

$$\Rightarrow y' = e^{\tan^{-1} x} \frac{1}{1+x^2}$$

$$\Rightarrow (1+x^2)y' = y \quad [\because y = e^{\tan^{-1} x}]$$

' x '-ஐப் பொறுத்து மீண்டும் வகைப்படுத்த

$$(1+x^2)y'' + y'(2x) = y'$$

$$\Rightarrow (1+x^2)y'' + 2xy' - y' = 0$$

$$\Rightarrow (1+x^2)y'' + (2x-1)y' = 0$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

47. (அ) $x + y = 5$ -ன் மீது அமைந்துள்ள எந்த ஒரு புள்ளியும் $x = t; y = 5 - t$ ஆகும்.

$(t, 5 - t)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $4x + 3y - 12 = 0$ என்ற கோட்டுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு 2 அலகுகள் எனில்,

$$\text{எனவே, } \frac{4(t) + 3(5 - t) - 12}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{|t + 3|}{5} = 2$$

$$\Rightarrow t + 3 = \pm 10 \Rightarrow t = -13; t = 7$$

எனவே தேவையான புள்ளிகள் $(-13, 18)$ மற்றும் $(7, -2)$.

(அல்லது)

(ஆ) கூறுவெளி $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

A என்பது ஒற்றைப்படை எண் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

B என்பது 5 கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{5\}$ மற்றும் $A \cap B = \{5\}$

$$\text{எனவே, } P(A) = \frac{3}{6} \text{ மற்றும் } P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$P(5 \text{ கிடைக்க} / \text{ஒற்றைப்படை எண் கிடைக்க}) = P(B/A)$

$$= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}}$$
$$P(B/A) = \frac{1}{3}$$

