

லையோலா



ந.சி கணிதம்

10

அரசு புதிய பாடத் திட்டத்தின்படி
விடைக் குறிப்பு (Key) அடிப்படையில்
தயாரிக்கப்பட்ட சிறப்பு நூல்.

Loyola

Publications

Vivek Illam, No. 19, Raj Nagar, N.G.O. 'A' Colony,
Palayamkottai, Tirunelveli - 627 007.

Ph: 0462 - 2553186

Cell : 94433 81701, 94422 69810, 90474 74696

₹. 300/-

Less Strain Score More ★

நூலாக்கம்

லொயோலா பப்ளிகேஷன்

Copy right : © LOYOLA PUBLICATION.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or distributed in any form or by any means, or stored in a data base or retrieval system without the prior written Permission of the publisher.

ஆசிரியர்கள் :

திரு. S. பெனடிக் ராஜன் M.Sc.,B.Ed.,

தூய சவேரியார் மேல்நிலைப்பள்ளி,

பாளையங்கோட்டை

திருமதி. N.L. சூமதி M.Sc.,B.Ed.,

திரு. ஜெ. செலஸ்மன் ஹெர்குலிஸ்

M.Sc., M.Ed.,M.Phil., M.Sc (Psy)., M.A., (Eng)., PGDCA.,

திருமதி. து. ஜெயா M.Sc.,M.Ed., M.Phil.,

லொயோலா
பப்ளிகேஷன்ஸ்

அணிந்துரை

அறிவியலின் அரசி கணிதம் என்பது நாம் அனைவரும் அறிந்த உண்மை. இத்தகைய பெருமைக்குரிய கணித பாடத்தினை மாணவர்கள் முதன்முதலாக 10 ம் வகுப்பு அரசுப் பொதுத் தேர்வினை சிறந்த முறையில் எதிர் கொள்ள **ஈசி கணிதம்** என்ற இந்நூல் மாணவர்களின் மனதில் ஆழமாக பதிந்து வாழ்வின் வெற்றி படியின் உச்சத்தை அடைய வழி வகை செய்திடும்.

1. இந்நூலை எழுதிய ஆசிரியர்கள் பல ஆண்டுகளாக பள்ளியில் சிறப்பாக பணி செய்து கொண்டிருக்கிறார்கள்.
2. மாணவர்களின் எண்ணத்தினை நன்கு அறிந்தவர்கள்.
3. மாணவர்களுக்கு கணித பாடத்தினை எளிமையாக, மனதில் ஆழமாக பதிக்க வேண்டும் என்ற அனுபவம் கொண்டவர்கள்.
4. இந்நூல் புதிய பாடத்திட்டத்தின் அடிப்படையில் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது.
5. பயிற்சி வினாக்கள் அனைத்திற்கும் எளிமையான முறையில், மாணவர்கள் தாமதவே புரிந்து கொள்ளும் வடிவில் விடைகள் எழுதப்பட்டுள்ளது.
6. கூடுதலாக இணைக்கப்பட்ட அலகு வினாக்களுக்கு படத்துடன் கூடிய தீர்வுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
7. ஒரு மதிப்பெண் வினாக்களும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.
8. மாணவர்கள் எளிதாக படிக்க பயனுள்ளதாக இருக்கும்.
9. இப்பாட நூலை படிக்கும் ஒவ்வொரு மாணவரும் கணிதத்தில் அதிக மதிப்பெண்கள் பெற்று வாழ்வில் உச்சத்தை அடைய வாழ்த்துகிறேன்.
10. இப்படைப்புக்கு ஆதரவு அளித்து வரும் அனைத்து நல் உள்ளங்களையும் மனதார பாராட்டுகிறேன்.

அன்புடன்

Loyola Publication

குறிப்பு : Loyola Ec புத்தகங்களை 10, 11 மற்றும் 12ம் வகுப்பு மாணவ மாணவிகள் வாங்கிப் பயின்றால், அரசுத் தேர்வில் அதிக மதிப்பெண் பெற்று உச்சத்தைத் தொடலாம் என்பதை மகிழ்ச்சியுடன் தெரிவித்துக் கொள்கிறோம்.



யொருளடக்கம்

இயல்	தலைப்பு	பக்க எண்
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	5
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	30
3	இயற்கணிதம்	68
4	வடிவியல்	154
5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	190
6	முக்கோணவியல்	226
7	அளவியல்	251
8	புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்	277
அரசு மாதிரி வினாத்தாள் (GMQ)		319
PTA வினாத்தாள்கள் [I - VI]		322
அரசு துணைத் தேர்வு - ஆகஸ்ட் 2022		338
அரசு பொதுத்தேர்வு - ஏப்ரல் 2023		341

அலகு

1

உறவுகளும் சார்புகளும்

நினைவில்கொள்ள வேண்டியவை

- A உடன் B க்கான கார்ட்சியன் பெருக்கலை $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$ என வரையறுக்கலாம்.
- A யிலிருந்து B க்கான உறவு R ஆனது $A \times B$ யின் உட்கணமாகும். அதாவது $R \subseteq A \times B$.
- Xயிலிருந்து Y க்கான உறவு f ல் ஒவ்வொரு $x \in X$ க்கும் ஒரே ஒரு $y \in Y$ உண்டு எனில் அதை சார்பு என்கிறோம்.
- **ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு :**
 $f : A \rightarrow B$ என்பது ஒரு சார்பு என்க. A யின் வெவ்வேறான உறுப்புகளை B லுள்ள உறுப்புகளுடன் f ஆனது தொடர்புபடுத்துமானால், f என்பது ஒன்றுக்கு சார்பு ஆகும்.
- **பலவற்றிற்கு ஒன்றான சார்பு :**
சார்பு $f : A \rightarrow B$ ஐ பலவற்றிற்கு ஒன்றான சார்பு எனில், அச்சார்பில் A யின் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட உறுப்புகளுக்கு, B ல் ஒரே நிழல் உருகூடுக்கும்.
- **மேல்சார்பு :**
 $f : A \rightarrow B$ என்ற ஒரு சார்பு மேல்சார்பு எனில் f யின் வீச்சானது f ன் துணை மதிப்புகளிற்கு சமமாக இருக்கும். அதாவது $f(A) = B$.
- **உட்சார்பு :**
ஒரு சார்பு $f : A \rightarrow B$ ஆனது உட்சார்பு எனில் B ல் குறைந்தபட்சம் ஒர் உறுப்பிற்காவது A ல் முன் உரு இருக்காது.
- சமனிச்சார்பு $f(x) = x$
- தலைகீழ்ச்சார்பு $f(x) = \frac{1}{x}$
- மாறிலிச்சார்பு $f(x) = c$
- நேரியச்சார்பு $f(x) = ax + b \quad a \neq 0$
- இருப்படிச்சார்பு $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$
- முப்படிச்சார்பு கனச்சார்பு $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$
- A, B மற்றும் C ஆகியவை மூன்று வெற்றில்லா கணங்கள், $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$ ஆகியவை இரண்டு சார்புகள் எனில் $g \circ f : A \rightarrow C$ என்ற f மற்றும் g சார்புகளின் சேர்ப்பை $g \circ [f(x)] = g f(x)$ அனைத்து $x \in A$ என வரையறுக்கலாம்.
- f g ஆகியவை ஏதேனும் இரு சார்புகள் எனில் பொதுவாக $f \circ g \neq g \circ f$
- f, g மற்றும் h ஏதேனும் மூன்று சார்புகள் எனில் $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$

பயிற்சி 1.1

1. பின்வருவனவற்றிற்கு $A \times B, A \times A$ மற்றும் $B \times A$ ஐக் காண்க.

PTA - 1

i) $A = \{2, -2, 3\}$ மற்றும் $B = \{1, -4\}$ ii) $A = B = \{p, q\}$ iii) $A = \{m, n\}; B = \phi$

தீர்வு

i) $A = \{2, -2, 3\}$ மற்றும் $B = \{1, -4\}$

$$\begin{aligned} A \times B &= \{2, -2, 3\} \times \{1, -4\} \\ &= \{(2, 1), (2, -4), (-2, 1), (-2, -4), (3, 1), (3, -4)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \times A &= \{2, -2, 3\} \times \{2, -2, 3\} \\ &= \{(2, 2), (2, -2), (2, 3), (-2, 2), (-2, -2), (-2, 3), (3, 2), (3, -2), (3, 3)\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B \times A &= \{1, -4\} \times \{2, -2, 3\} \\ &= \{(1, 2), (1, -2), (1, 3), (-4, 2), (-4, -2), (-4, 3)\} \end{aligned}$$

$$\text{ii) } A = B = \{p, q\}$$

$$A \times B = \{p, q\} \times \{p, q\}$$

$$= \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$$

$$A \times A = \{p, q\} \times \{p, q\}$$

$$= \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$$

$$B \times A = \{p, q\} \times \{p, q\}$$

$$= \{(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)\}$$

$$\text{iii) } A = \{m, n\}; B = \phi$$

$$A \times B = \{\}$$

$$A \times A = \{m, n\} \times \{m, n\}$$

$$= \{(m, m), (m, n), (n, m), (n, n)\}$$

$$B \times A = \{\}$$

குறிப்பு :

இங்கே

$$A \times A = A \times B = B \times A$$

ஏனெனில் A மற்றும் B என்ற

கணங்களின் உறுப்புகள் சமம்.

குறிப்பு :

$$A \times B = \phi \text{ எனில்}$$

$$A = \phi \text{ அல்லது } B = \phi$$

2. $A = \{1, 2, 3\}$ மற்றும் $B = \{x | x \text{ என்பது } 10\text{-ஐ விடச் சிறிய பகா எண்}\}$ எனில், $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ ஆகியவற்றைக் காண்க. மே-2022

தீர்வு $A = \{1, 2, 3\}; B = \{2, 3, 5, 7\}$ என்க

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$$

$$B \times A = \{2, 3, 5, 7\} \times \{1, 2, 3\}$$

$$= \{(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (7, 1), (7, 2), (7, 3)\}$$

3. $B \times A = \{(-2, 3) (-2, 4) (0, 3) (0, 4) (3, 3) (3, 4)\}$ எனில், A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க. ஏப்ரல் 2023

தீர்வு :

$$B = \{B \times A \text{ ல் உள்ள } x \text{ அச்சுத் தூராங்களின் கணம்}\}$$

$$\therefore B = \{(-2, 0, 3)\}$$

$$A = \{B \times A \text{ ல் உள்ள } y \text{ அச்சுத் தூராங்களின் கணம்}\}$$

$$\therefore A = \{3, 4\}$$

4. $A = \{5, 6\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{5, 6, 7\}$ எனில், $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$ எனக் காட்டுக. ஆகஸ்ட் 2022

தீர்வு :

$$\text{L.H.S} = A \times A$$

$$= \{5, 6\} \times \{5, 6\}$$

$$A \times A = \{(5, 5) (5, 6) (6, 5) (6, 6)\} \text{ ————— } \textcircled{1}$$

$$\text{RHS} = (B \times B) \cap (C \times C)$$

$$B \times B = \{4, 5, 6\} \times \{4, 5, 6\}$$

$$= \{(4, 4) (4, 5) (4, 6) (5, 4) (5, 5) (5, 6) (6, 4) (6, 5) (6, 6)\}$$

$$C \times C = \{5, 6, 7\} \times \{5, 6, 7\}$$

லொயோலா

EC - 10 கணிதம்

$$= \{(5, 5) (5, 6) (5, 7) (6, 5) (6, 6) (6, 7) (7, 5) (7, 6) (7, 7)\}$$

$$(B \times B) \cap (C \times C) = \{(5, 5) (5, 6) (6, 5) (6, 6)\} \text{----- ②}$$

$$(1) = (2)$$

$$\therefore A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$$

5. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ $C = \{3, 4\}$ மற்றும் $D = \{1, 3, 5\}$ எனில் $(A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

தீர்வு :

$$\text{L.H.S } (A \cap C) \times (B \cap D)$$

$$A \cap C = \{1, 2, 3\} \cap \{3, 4\}$$

$$= \{3\}$$

$$B \cap D = \{2, 3, 5\} \cap \{1, 3, 5\}$$

$$= \{3, 5\}$$

$$(A \cap C) \times (B \cap D) = \{3\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(3,3) (3, 5)\} \text{----- ①}$$

$$\text{R.H.S } (A \times B) \cap (C \times D)$$

$$A \times B = \{1, 2, 3\} \times \{2, 3, 5\}$$

$$= \{(1, 2) (1, 3) (1, 5) (2, 2) (2, 3) (2, 5) (3, 2) (3, 3) (3, 5)\}$$

$$C \times D = \{(3, 4)\} \times \{(1, 3, 5)\}$$

$$= \{(3, 1) (3, 3) (3, 5) (4, 1) (4, 3) (4, 5)\}$$

$$(A \times B) \cap (C \times D) = \{(3, 3) (3, 5)\} \text{----- ②}$$

$$(1) = (2)$$

$$\therefore (A \cap C) \times (B \cap D) = (A \times B) \cap (C \times D) \text{ என்பது உண்மை}$$

6. $A = \{x \in W \mid x < 2\}$, $B = \{x \in N \mid 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3, 5\}$ எனில் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரி பார்க்க. PTA - 2,3 & 5 செப்-2021

$$\text{i) } A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$\text{ii) } A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$\text{iii) } (A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$$

$$\text{தீர்வு : } A = \{0, 1\} \quad B = \{2, 3, 4\} \quad C = \{3, 5\}$$

$$\text{i) } \text{L.H.S} = A \times (B \cup C)$$

$$B \cup C = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 5\}$$

$$= \{2, 3, 4, 5\}$$

$$A \times (B \cup C) = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4, 5\}$$

$$= \{(0, 2) (0, 3) (0, 4) (0, 5) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5)\} \text{----- ①}$$

$$\text{RHS} = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$A \times B = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4\}$$

$$= \{(0, 2) (0, 3) (0, 4) (1, 2) (1, 3) (1, 4)\}$$

$$A \times C = \{0, 1\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(0, 3), (0, 5) (1, 3) (1, 5)\}$$

$$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(0, 2) (0, 3) (0, 4) (0, 5) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5)\} \text{---} \textcircled{2}$$

$$\therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

$$\text{L.H.S} = A \times (B \cap C)$$

$$B \cap C = \{2, 3, 4\} \cap \{3, 5\}$$

$$= \{3\}$$

$$A \times (B \cap C) = \{0, 1\} \times \{3\}$$

$$= \{(0, 3) (1, 3)\} \text{---} \textcircled{1}$$

$$\text{R.H.S} = (A \times B) \cap (A \times C)$$

$$A \times B = \{0, 1\} \times \{2, 3, 4\}$$

$$= \{(0, 2) (0, 3) (0, 4) (1, 2) (1, 3) (1, 4)\}$$

$$A \times C = \{0, 1\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(0, 3) (0, 5) (1, 3) (1, 5)\}$$

$$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(0, 3) (1, 3)\} \text{---} \textcircled{2}$$

$$\therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

$$\text{L.H.S} = (A \cup B) \times C$$

$$A \cup B = \{0, 1\} \cup \{2, 3, 4\}$$

$$= \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$(A \cup B) \times C = \{0, 1, 2, 3, 4\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(0, 3) (0, 5) (1, 3) (1, 5) (2, 3) (2, 5) (3, 3) (3, 5) (4, 3) (4, 5)\} \text{---} \textcircled{1}$$

$$\text{R.H.S} = (A \times C) \cup (B \times C)$$

$$(A \times C) = \{(0, 1) \times (3, 5)\}$$

$$= \{(0, 3) (0, 5) (1, 3) (1, 5)\}$$

$$B \times C = \{2, 3, 4\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(2, 3) (2, 5) (3, 3) (3, 5) (4, 3) (4, 5)\}$$

$$(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0, 3) (0, 5) (1, 3) (1, 5) (2, 3) (2, 5) (3, 3) (3, 5) (4, 3) (4, 5)\} \text{---} \textcircled{2}$$

$$\therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

7. A என்பது 8 - ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க. **PTA - 1 மே 2022**

i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ **செப் 2020** ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

தீர்வு :

கணக்கின் படி $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ $B = \{2, 3, 5, 7\}$ $C = \{2\}$

i) LHS = $(A \cap B) \times C$

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= \{2, 3, 5, 7\}$$

$$(A \cap B) \times C = \{2, 3, 5, 7\} \times \{2\}$$

$$= \{(2, 2) (3, 2) (5, 2) (7, 2)\} \text{----- ①}$$

R.H.S = $(A \times C) \cap (B \times C)$

$$A \times C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2\}$$

$$= \{(1, 2) (2, 2) (3, 2) (4, 2) (5, 2) (6, 2) (7, 2)\}$$

$$B \times C = \{2, 3, 5, 7\} \times \{2\}$$

$$= \{(2, 2) (3, 2) (5, 2) (7, 2)\}$$

$$(A \times C) \cap B \times C = \{(2, 2) (3, 2) (5, 2) (7, 2)\} \text{----- ②}$$

\therefore L.H.S = R.H.S

ii) L.H.S = $A \times (B - C)$

$$B - C = \{2, 3, 5, 7\} - \{2\}$$

$$= \{3, 5, 7\}$$

$$A \times (B - C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{3, 5, 7\}$$

$$= \{(1, 3) (1, 5) (1, 7) (2, 3) (2, 5) (2, 7) (3, 3) (3, 5) (3, 7) (4, 3) (4, 5) (4, 7) (5, 3) (5, 5) (5, 7) (6, 3) (6, 5) (6, 7) (7, 3) (7, 5) (7, 7)\} \text{----- ①}$$

R.H.S = $(A \times B) - (A \times C)$

$$(A \times B) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= \{(1, 2) (1, 3) (1, 5) (1, 7) (2, 2) (2, 3) (2, 5) (2, 7) (3, 2) (3, 3) (3, 5) (3, 7) (4, 2) (4, 3) (4, 5) (4, 7) (5, 2) (5, 3) (5, 5) (5, 7) (6, 2) (6, 3) (6, 5) (6, 7) (7, 2) (7, 3) (7, 5) (7, 7)\}$$

$$A \times C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2\}$$

$$= \{(1, 2) (2, 2) (3, 2) (4, 2) (5, 2) (6, 2) (7, 2)\}$$

$$(A \times B) - (A \times C)$$

$$= \{(1, 3) (1, 5) (1, 7) (2, 3) (2, 5) (2, 7) (3, 3) (3, 5) (3, 7) (4, 3) (4, 5) (4, 7) (5, 3) (5, 5) (5, 7) (6, 3) (6, 5) (6, 7) (7, 3) (7, 5) (7, 7)\} \text{----- ②}$$

L.H.S = R.H.S (1 மற்றும் 2 லிருந்து)

பயிற்சி 1.2

1. $A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$ எனில் பின்வருவனவற்றில் எவை A-லிருந்து B க்கான உறவுகளாகும்?

- i) $R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$
 ii) $R_2 = \{(-1, 1)\}$
 iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$
 iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$

தீர்வு :

$$A = \{1, 2, 3, 7\} \quad B = \{3, 0, -1, 7\}$$

$$A \times B = \{1, 2, 3, 7\} \times \{3, 0, -1, 7\}$$

$$A \times B = \{(1, 3) (1, 0) (1, -1) (1, 7) (2, 3) (2, 0) (2, -1) (2, 7) (3, 3) (3, 0) (3, -1) (3, 7) (7, 3) (7, 0) (7, -1) (7, 7)\}$$

- i) இங்கு $(2, 1)$ மற்றும் $(7, 1) \notin A \times B$ எனவே உறவு இல்லை.
 ii) இங்கு $(-1, 1) \notin A \times B$ எனவே உறவு இல்லை
 iii) $R_3 \in A \times B$ எனவே இது ஒரு உறவு ஆகும்.
 iv) இங்கே $(0, 3), (0, 7) \notin A \times B$ எனவே உறவு இல்லை

2. $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 45\}$ மற்றும் R என்ற உறவு "A- யின் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால் R-ஐ $A \times A$ -யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும் R-க்கான மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் காண்க.

தீர்வு :

செப்-2021

$$1^2 = 1; \quad 2^2 = 4; \quad 3^2 = 9; \quad 4^2 = 16;$$

$$5^2 = 25; \quad 6^2 = 36 \quad 7^2 = 49 \neq 45$$

$$R = \{(1, 1) (2, 4) (3, 9) (4, 16) (5, 25) (6, 36)\}$$

$$R \in A \times A$$

$$R \text{ ன் மதிப்பகம்} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$R \text{ ன் வீச்சகம்} = \{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$$

3. R என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y) / y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

இதன் மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் கண்டறிக.

தீர்வு :

PTA - 2 & 5

$$\text{தரவு } y = x + 3 \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$x = 0; \text{ எனில் } y = 0 + 3 = 3$$

$$x = 1; \text{ எனில் } y = 1 + 3 = 4$$

$$x = 2; \text{ எனில் } y = 2 + 3 = 5$$

$$x = 3; \text{ எனில் } y = 3 + 3 = 6$$

$$x = 4; \text{ எனில் } y = 4 + 3 = 7$$

$$x = 5; \text{ எனில் } y = 5 + 3 = 8$$

$$R \text{ ன் மதிப்பகம்} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$R \text{ ன் வீச்சகம்} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

4. கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம் (3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.

i) $\{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

ii) $\{(x, y) | y = x + 3, x, y \text{ ஆகியவை இயல் எண்கள்} < 10\}$

ஆகஸ்ட் 2022

தீர்வு :

i) $x = 2y \Rightarrow y = \frac{x}{2} \quad x = 2, 3, 4, 5$

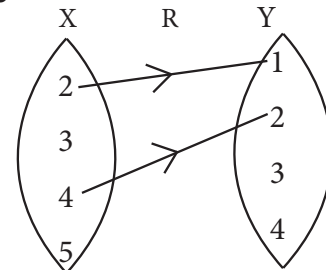
$$x = 2; \text{ எனில் } y = \frac{2}{2} = 1 \quad (2, 1)$$

$$x = 3; \text{ எனில் } y = \frac{3}{2} \quad (3, \frac{3}{2})$$

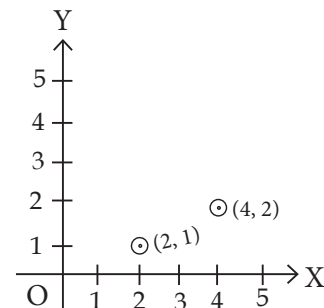
$$x = 4; \text{ எனில் } y = \frac{4}{2} = 2 \quad (4, 2)$$

$$x = 5; \text{ எனில் } y = \frac{5}{2} \quad (5, \frac{5}{2})$$

i) அம்புக்குறி படம்



ii) வரைபடம்



iii) பட்டியல் முறை

$$\{(2, 1), (4, 2)\}$$

ii) $\{(x, y)/y = x+3, x, y \text{ என்பவை இயல் எண்கள்} < 10\}$

$$x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

கணக்கின் படி $y = x + 3$

$$x = 1; \text{எனில் } y = 1 + 3 = 4$$

$$x = 2; \text{எனில் } y = 2 + 3 = 5$$

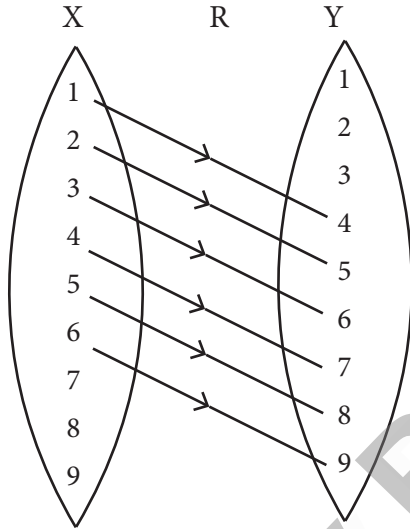
$$x = 3; \text{எனில் } y = 3 + 3 = 6$$

$$x = 4; \text{எனில் } y = 4 + 3 = 7$$

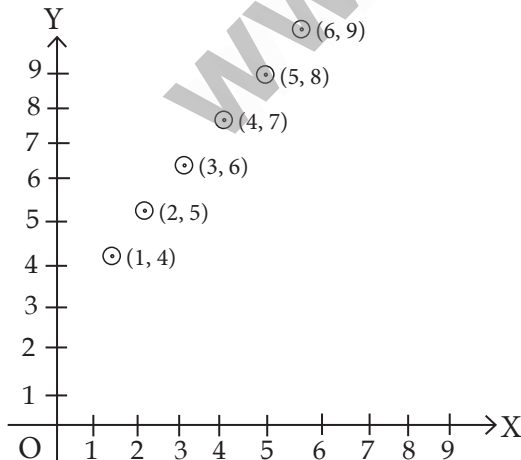
$$x = 5; \text{எனில் } y = 5 + 3 = 8$$

$$x = 6; \text{எனில் } y = 6 + 3 = 9$$

i) அம்புக்குறி படம்



ii) வரைபடம்



iii) பட்டியல் முறை

$$\{(1, 4) (2, 5) (3, 6) (4, 7) (5, 8) (6, 9)\}$$

5. ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A) எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E) ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ₹ 10,000, ₹ 25,000, ₹ 50,000 மற்றும் ₹ 1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள் C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள் M_1, M_2, M_3 ஆகியோர்கள் மேலாளர்கள் மற்றும் E_1, E_2 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர். xRy என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் R - என்ற உறவை, வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அம்புக்குறி படம் மூலமாகவும் குறிப்பிடுக.

தீர்வு :

வரிசைச் சோடிகளின் கணம் :

$$\{(10000, A_1) (10000, A_2) (10000, A_3)$$

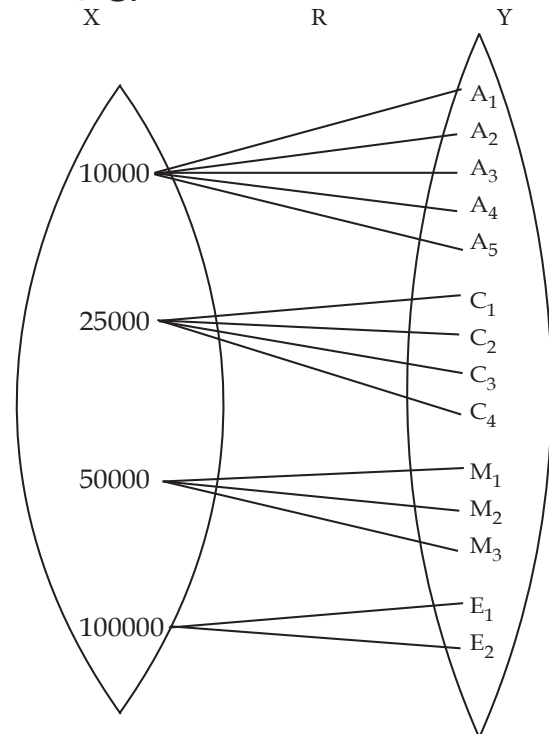
$$(10000, A_4) (10000, A_5) (25000, C_1)$$

$$(25000, C_2) (25000, C_3) (25000, C_4)$$

$$(50000, M_1) (50000, M_2) (50000, M_3)$$

$$(100000, E_1) (100000, E_2)\}$$

அம்புக்குறி படம்



பயிற்சி 1.3

1. $f = \{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{N} \text{ மற்றும் } y = 2x \}$ ஆனது \mathbb{N} -ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?

தீர்வு :

$$x, y \in \mathbb{N}$$

$$x = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$y = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\text{கணக்கின்படி } y = 2x$$

$$x = 1 \text{ எனில் } y = 2 \times 1 = 2$$

$$x = 2 \text{ எனில் } y = 2 \times 2 = 4$$

$$x = 3 \text{ எனில் } y = 2 \times 3 = 6$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\therefore R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), \dots\}$$

$$\text{மதிப்பகம்} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\text{துணை மதிப்பகம்} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\text{சார்பகம்} = \{2, 4, 6, \dots\}$$

இந்த உறவு சார்பு ஆகும்.

2. $X = \{3, 4, 6, 8\}$ என்க. $R = \{(x, f(x)) \mid x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$ என்ற உறவானது X - லிருந்து \mathbb{N} க்கு ஒரு சார்பாகுமா?

தீர்வு :

$$\text{தரவு } f(x) = x^2 + 1 \text{ இங்கே } x = \{3, 4, 6, 8\}$$

$$f(3) = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$f(4) = 4^2 + 1 = 16 + 1 = 17$$

$$f(6) = 6^2 + 1 = 36 + 1 = 37$$

$$f(8) = 8^2 + 1 = 64 + 1 = 65$$

இது ஒரு சார்பு ஆகும்

காரணம் : X ல் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் \mathbb{N} ல் ஒரே ஒரு உறுப்புடன் தொடர்புள்ளது.

3. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f: x \rightarrow x^2 - 5x + 6$, எனில்
(i) $f(-1)$ (ii) $f(2a)$ (iii) $f(2)$ (iv) $f(x-1)$
ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

தீர்வு :

$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$

- i) $x = -1$ எனில்

$$f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 6$$

$$= 1 + 5 + 6$$

$$= 12$$

- ii) $x = 2a$ எனில்

$$f(2a) = (2a)^2 - 5(2a) + 6$$

$$= 4a^2 - 10a + 6$$

- iii) $x = 2$ எனில்

$$f(2) = (2)^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6$$

$$= 0$$

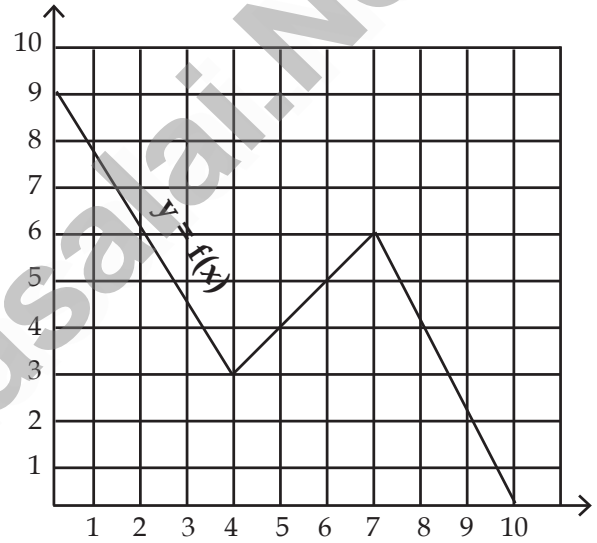
- iv) $x = x-1$ எனில்

$$f(x-1) = (x-1)^2 - 5(x-1) + 6$$

$$= x^2 - 2x + 1 - 5x + 5 + 6$$

$$= x^2 - 7x + 12$$

4. படம் 1.16 ல் கொடுக்கப்பட்ட வரைபடம் $f(x)$ யின் மூலமாக $f(9) = 2$ என்பது தெளிவாகிறது.



படம் 1.16

- i) பின்வரும் சார்புகளின் மதிப்புகளைக் காண்க.
(அ) $f(0)$ (ஆ) $f(7)$ (இ) $f(2)$ (ஈ) $f(10)$
ii) x -இன் எம்மதிப்பிற்கு $f(x) = 1$ ஆக இருக்கும்?
iii) படம் 1.16 யில் (1) மதிப்பகம் (2) வீச்சகம் காண்க.
iv) f என்ற சார்பில் 6 -ன் நிழல் உரு என்ன?

தீர்வு :

i) (a) $f(0) = 9$

(b) $f(7) = 6$

(c) $f(2) = 6$

(d) $f(10) = 0$

ii) $f(x) = 1$ எனில் x ன் மதிப்பு 9.5

iii) மதிப்பகம் = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

வீச்சகம் = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

iv) 6 ன் நிழல் உரு 5

5. $f(x) = 2x + 5$ என்க. $x \neq 0$ எனில்,

$$\frac{f(x+2) - f(2)}{x} \text{ ஐக் காண்க.}$$

தீர்வு :

$$\text{தரவு } f(x) = 2x + 5$$

$$\begin{aligned} f(x+2) &= 2(x+2) + 5 \\ &= 2x + 4 + 5 \\ &= 2x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(2) &= 2(2) + 5 \\ &= 4 + 5 = 9 \end{aligned}$$

$$\frac{f(x+2) - f(2)}{x} = \frac{2x + 9 - 9}{x} = \frac{2x}{x} = 2$$

6. ஒரு சார்பு f ஆனது $f(x) = 2x - 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

i) $\frac{f(0)+f(1)}{2}$ ஐக் காண்க

ii) $f(x) = 0$ எனில், x -ஐக் காண்க.

iii) $f(x) = x$ எனில், x -ஐக் காண்க.

iv) $f(x) = f(1-x)$ எனில், x -ஐக் காண்க.

தீர்வு :

$$\text{தரவு } f(x) = 2x - 3 \text{ எனில்}$$

$$f(0) = 2(0) - 3 = 0 - 3 = -3$$

$$f(1) = 2(1) - 3 = 2 - 3 = -1$$

i) $\frac{f(0)+f(1)}{2} = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

ii) தரவு $f(x) = 0$ எனில்

$$2x - 3 = 0$$

$$2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

iii) தரவு $f(x) = x$ எனில்

$$2x - 3 = x$$

$$2x - x = 3 \Rightarrow (2 - 1)x = 3$$

$$x = 3$$

iv) தரவு $f(x) = f(1-x)$ எனில்

$$2x - 3 = 2(1-x) - 3$$

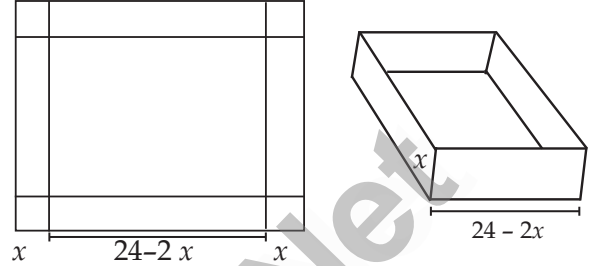
$$2x - 3 = 2 - 2x - 3$$

$$2x - 3 = -1 - 2x$$

$$2x + 2x = -1 + 3$$

$$4x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

7. 24 செ.மீ பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவத் துண்டிலிருந்து நான்கு மூலைகளிலும் சம அளவுள்ள சதுரங்களை வெட்டிபடம் 1.17 ல் உள்ளவாறு மேல்புறம் திறந்த ஒரு பெட்டி செய்யப்படுகிறது. இந்தப் பெட்டியின் கனஅளவு V எனில், V ஐ x -யின் சார்பாகக் குறிப்பிடுக.



தீர்வு :

$$\text{நீளம்} = 24 - 2x$$

$$\text{அகலம்} = 24 - 2x$$

$$\text{உயரம்} = x \quad [\because (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$$

$$\text{பெட்டியின் கன அளவு} = l \times b \times h$$

$$= (24 - 2x) \times (24 - 2x) \times x$$

$$= (24 - 2x)^2 \times x$$

$$= (576 - 96x + 4x^2) \times x$$

$$= 576x - 96x^2 + 4x^3$$

$$= 4x^3 - 96x^2 + 576x$$

8. f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு :

$$f(x) = 3 - 2x \text{ எனில்}$$

$$f(x^2) = 3 - 2x^2$$

$$[f(x)]^2 = (3 - 2x)^2$$

$$\text{கணக்கின் படி } f(x^2) = [f(x)]^2$$

$$3 - 2x^2 = (3 - 2x)^2$$

$$3 - 2x^2 = 9 - 12x + 4x^2$$

$$\Rightarrow 3 - 2x^2 - 9 + 12x - 4x^2 = 0$$

$$-6x^2 + 12x - 6 = 0$$

$$(\div - 6) \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

Squaring on both side

$$\Rightarrow (x - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x - 1 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

36	
-6	-6
6x	6x

9. ஒரு விமானம் 500 கி.மீ / மணி வேகத்தில் பறக்கிறது. விமானம் 'd' தொலைவு செல்வதற்கு ஆகும் காலத்தை t (மணியில்)-ன் சார்பாக வெளிப்படுத்துக.

தீர்வு

வேகம் = 500 கி.மீ / மணி

காலம் = t நேரம் என்க

தூரம் = வேகம் × நேரம்
= 500 × t = 500 t

10. அருகில் உள்ள அட்டவணையில் நான்கு நபர்களின் முன்னங்கைகளின் நீளம் மற்றும் அவர்களுடைய உயரங்களின் தகவல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர், உயரம் (y) மற்றும் முன்னங்கை நீளம் (x)-க்கான உறவை $y = ax + b$ எனக் கண்டுபிடித்தார். இங்கு a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலிகள். **PTA - 4**

- இந்த உறவானது சார்பாகுமா என ஆராய்க.
- a மற்றும் b - ஐக் காண்க.
- முன்னங்கையின் நீளம் 40 செ.மீ எனில், அந்த நபரின் உயரத்தைக் காண்க.
- உயரம் 53.3 அங்குலம் எனில், அந்த நபரின் முன்னங்கையின் நீளத்தைக் காண்க.

முன்னங்கைகளின் நீளம் (செ.மீ) X	உயரம் (அங்குலம்) Y
35	56
45	65
50	69.5
55	74

தீர்வு :

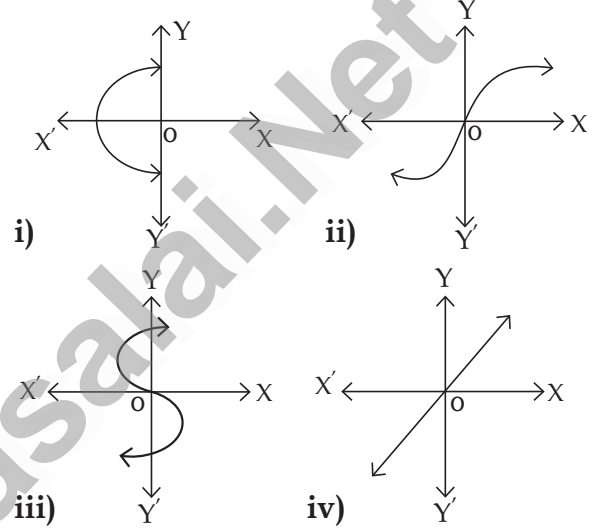
உறவு $y = 0.9x + 24.5$ ஆகும்

- இது ஒரு சார்பு
- $y = ax + b$ உடன் ஒப்பிடுகையில்
 $a = 0.9, b = 24.5$
- முன்னங்கையின் நீளம் 40 செ.மீ எனில்
பெண்ணின் உயரம் 60.5 அங்குலம் ஆகும்.
 $y = 0.9 \times 40 + 24.5$
 $= 36 + 24.5$
 $= 60.5$

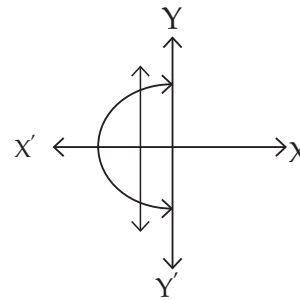
- உயரம் 53.3 அங்குலம் எனில் பெண்ணின் முன்னங்கையின் நீளம் 32 செ.மீ
 $53.3 = 0.9x + 24.5$
 $\therefore x = 32$

பயிற்சி 1.4

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட வரைபடங்கள் சார்பைக் குறிக்கின்றனவா எனத் தீர்மானிக்கவும். விடைகளுக்கான காரணத்தையும் கொடுக்கவும்.

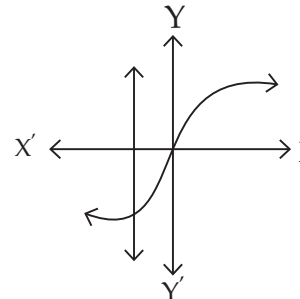


தீர்வு :



குத்துக்கோடானது வரைபடத்தை இரு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. எனவே இது சார்பு அல்ல.

தீர்வு

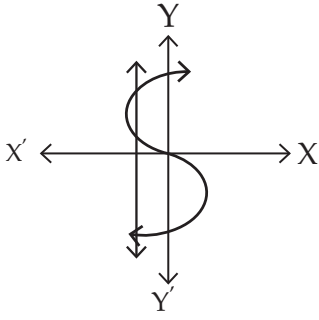


குத்துக்கோடானது வரைபடத்தை ஒரே ஒரு புள்ளியில் வெட்டுகிறது. எனவே இது ஒரு சார்பு.

லொயோலா

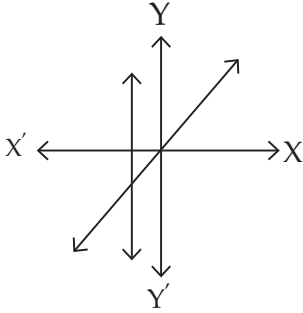
EC - 10 கணிதம்

தீர்வு :



குத்துக்கோடானது
வரைபடத்தை
இரு புள்ளிகளில்
வெட்டுகிறது இது ஒரு
சார்பு அல்ல.

தீர்வு



குத்துக்கோடானது
வரைபடத்தை ஒரே ஒரு
புள்ளியில் வெட்டுகிறது.
எனவே இது ஒரு சார்பு

2. $f : A \rightarrow B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \frac{x}{2} - 1$, என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$ $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$ ஆக இருக்கும் போது சார்பு f -ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க.

(i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

(ii) அட்டவணை

(iii) அம்புக்குறி படம்

(iv) வரைபடம்

GMQ ஏப்ரல் 2023

தீர்வு :

$$f(x) = \frac{x}{2} - 1 \text{ எனில்}$$

$$f(2) = \frac{2}{2} - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$f(4) = \frac{4}{2} - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$f(6) = \frac{6}{2} - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$f(10) = \frac{10}{2} - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$f(12) = \frac{12}{2} - 1 = 6 - 1 = 5$$

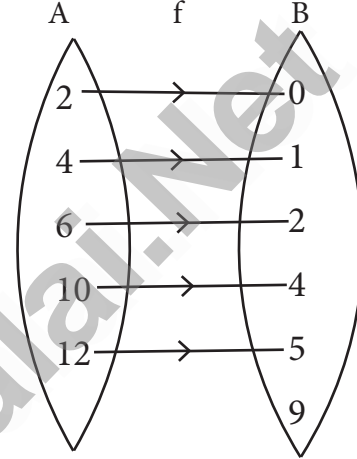
i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

$$f = \{(2, 0) (4, 1) (6, 2) (10, 4) (12, 5)\}$$

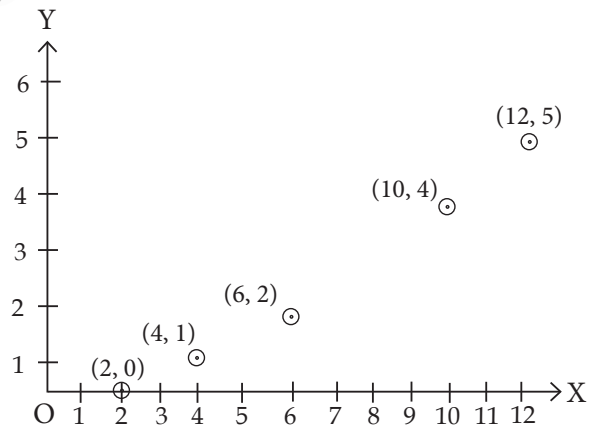
ii) அட்டவணை

x	2	4	6	10	12
$f(x)$	0	1	2	4	5

iii) அம்புக்குறி படம்



iv) வரைபடம்



3. $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$ என்ற சார்பினை

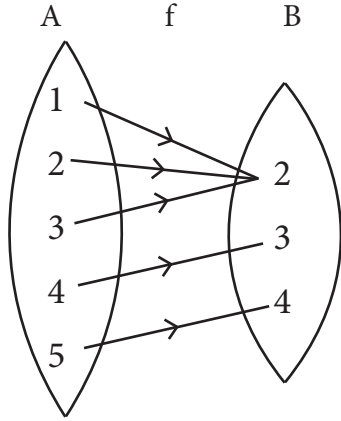
i) அம்புக்குறி படம்

ii) அட்டவணை

iii) வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்.

தீர்வு :

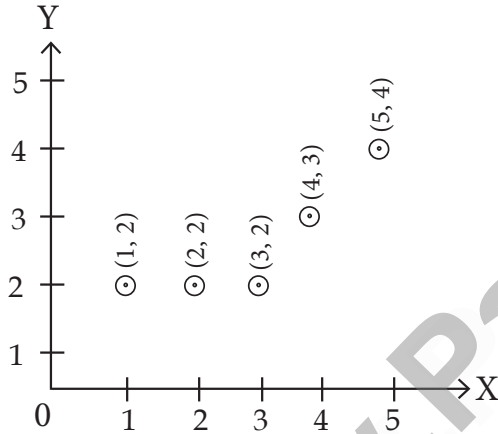
i) அம்புக்குறி படம்



ii) அட்டவணை

x	1	2	3	4	5
f(x)	2	2	2	3	4

iii) வரைபடம்



4. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான ஆனால் மேல் சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.

தீர்வு :

$$f(x) = 2x - 1$$

$$f(1) = 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$f(2) = 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$f(3) = 2(3) - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$f(4) = 2 \times 4 - 1 = 8 - 1 = 7$$

⋮

துணை மதிப்பகம் = $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ ----- (1)வீச்சகம் = $\{1, 3, 5, \dots\}$ ----- (2)(1) \neq (2)

∴ எனவே இது 1 - 1 சார்பு ஆனால் மேல் சார்பு இல்லை.

5. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(m) = m^2 + m + 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு எனக் காட்டுக. செப் -2020

தீர்வு :

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$f(m) = m^2 + m + 3$$

$$f(1) = 1^2 + 1 + 3 = 5$$

$$f(2) = 2^2 + 2 + 3 = 9$$

$$f(3) = 3^2 + 3 + 3 = 15$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\therefore f = \{(1, 5), (2, 9), (3, 15), \dots\}$$

∴ f ஆனது 1 - 1 சார்பு ஆகும்.

6. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \mathbb{N}$ என்க. மேலும் $f : A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = x^3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், PTA - 5

i) f -யின் வீச்சகத்தைக் காண்க.

ii) f எவ்வகை சார்பு எனக் காண்க.

தீர்வு :

$$f(x) = x^3 \text{ எனில்}$$

$$f(1) = 1^3 = 1$$

$$f(2) = 2^3 = 8$$

$$f(3) = 3^3 = 27$$

$$f(4) = 4^3 = 64$$

i) வீச்சகம் = $\{1, 8, 27, 64\}$

ii) ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும் உட்சார்பு

7. கீழே கொடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு சார்பும் இருபுறச் சார்பா, இல்லையா? உன் விடைக்கான காரணத்தைக் கூறுக.

i) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ஆனது $f(x) = 2x + 1$ ii) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ஆனது $f(x) = 3 - 4x^2$

தீர்வு :

i) $f(x) = 2(x) + 1$

$$f(0) = 2 \times 0 + 1 = 1$$

$$f(1) = 2 \times 1 + 1 = 3$$

$$f(2) = 2 \times 2 + 1 = 5$$

$$f(3) = 2 \times 3 + 1 = 7$$

வெவ்வேறான உறுப்புகள் வெவ்வேறான உருவங்களைக் கொண்டுள்ளது.

∴ இது 1 - 1 சார்பு

மேலும் $n(A) = n(B)$ என்பதால் இது மேல் சார்பு ஆகும்.

∴ $f(x) = 2x+1$ ஆனது இருபுறச் சார்பு ஆகும்.

$$\text{ii) } f(x) = 3 - 4x^2$$

$$f(1) = 3 - 4(1^2) = 3 - 4 = -1$$

$$f(2) = 3 - 4(2^2) = 3 - 4(4) = 3 - 16 = -13$$

$$f(3) = 3 - 4(3^2) = 3 - 4(9) = 3 - 36 = -33$$

$$f(4) = 3 - 4(4^2) = 3 - 4(16) = 3 - 64 = -61$$

$$f(-1) = 3 - 4(-1)^2 = 3 - 4(1) = 3 - 4 = -1$$

$$\text{இங்கு } f(1) = f(-1)$$

$$\text{ஆனால் } 1 \neq -1$$

$$\therefore f(x) \text{ ஆனது ஒரு புறச் சார்பு அல்ல}$$

8. $A = \{-1, 1\}$ மற்றும் $B = \{0, 2\}$ என்க மேலும், $f : A \rightarrow B$ ஆனது $f(x) = ax + b$. என வரையறுக்கப்பட்ட மேல் சார்பு எனில், a மற்றும் b ஐக் காண்க.

தீர்வு :

$$f(x) = ax + b$$

$$\text{கணக்கின் படி } f(-1) = 0$$

$$\Rightarrow a(-1) + b = 0$$

$$\boxed{-a + b = 0} \text{ ————— ①}$$

$$\text{மேலும் } f(1) = 2$$

$$\Rightarrow a(1) + b = 2$$

$$\boxed{a + b = 2} \text{ ————— ②}$$

① + ②

$$-a + b + a + b = 0 + 2$$

$$\Rightarrow 2b = 2$$

$$\boxed{b = 1}$$

b ன் மதிப்பை (2) ல் பிரதியிட

$$\boxed{a = 1}$$

9. f என்ற சார்பானது

$$f(x) = \begin{cases} x + 2; & x > 1 \\ 2; & -1 \leq x \leq 1 \\ x - 1; & -3 < x < -1 \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்பட்டால்

$$\text{i) } f(3)$$

$$\text{ii) } f(0)$$

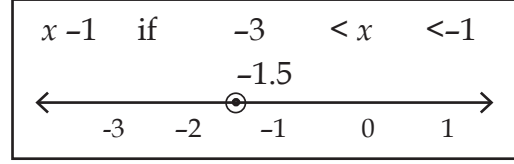
$$\text{iii) } f(-1.5)$$

$$\text{iv) } f(2) + f(-2)$$

ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு :

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{if } x = \{2, 3, 4, 5, \dots\} \\ 2 & \text{if } x = \{-1, 0, 1\} \\ x - 1 & \text{if } x = \{-2\} \end{cases}$$



$$\text{i) } f(3) = x + 2$$

$$= 3 + 2 = 5$$

$$\text{ii) } f(0) = 2$$

$$\text{iii) } f(-1.5) = x - 1$$

$$= -1.5 - 1$$

$$= -2.5$$

$$\text{iv) } f(2) + f(-2)$$

$$= x + 2 + x - 1$$

$$= 2 + 2 + (-2) - 1$$

$$= 4 - 3$$

$$= 1$$

10. $f : [-5, 9] \rightarrow \mathbb{R}$ என்ற சார்பானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. PTA - 4

$$f(x) = \begin{cases} 6x + 1; & -5 \leq x < 2 \\ 5x^2 - 1; & 2 \leq x < 6 \\ 3x - 4; & 6 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

$$\text{(i) } f(-3) + f(2)$$

$$\text{ii) } f(7) - f(1)$$

$$\text{iii) } 2f(4) + f(8)$$

$$\text{iv) } \frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)}$$

தீர்வு :

$$f(x) = \begin{cases} 6x + 1 & \text{if } x = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1\} \\ 5x^2 - 1 & \text{if } x = \{2, 3, 4, 5\} \\ 3x - 4 & \text{if } x = \{6, 7, 8, 9\} \end{cases}$$

$$f(-3) = 6x + 1$$

$$= 6(-3) + 1 = -18 + 1 = -17$$

$$f(2) = 5x^2 - 1$$

$$= 5(2^2) - 1 = 5 \times 4 - 1 = 20 - 1 = 19$$

$$f(7) = 3x - 4$$

$$= 3(7) - 4 = 21 - 4 = 17$$

$$f(1) = 6x + 1$$

$$= 6(1) + 1 = 7$$

$$f(4) = 5x^2 - 1$$

$$= 5 \times 4^2 - 1 = 5 \times 16 - 1 = 80 - 1 = 79$$

$$f(8) = 3x - 4$$

$$= 3(8) - 4 = 24 - 4 = 20$$

லொயோலா

EC - 10 கணிதம்

$$f(-2) = 6x + 1$$

$$= 6(-2) + 1 = -12 + 1 = -11$$

$$f(6) = 3x - 4$$

$$= 3(6) - 4 = 18 - 4 = 14$$

$$i) f(-3) + f(2) = -17 + 19 = 2$$

$$ii) f(7) - f(1) = 17 - 7 = 10$$

$$iii) 2f(4) + f(8) = 2 \times 79 + 20$$

$$= 158 + 20$$

$$= 178$$

$$iv) \frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)} = \frac{2(-11) - 14}{79 + (-11)}$$

$$= \frac{-22 - 14}{79 - 11} = \frac{-36}{68} = \frac{-9}{17}$$

11. புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக t வினாடிகளில் ஒரு பொருள் கடக்கும் தூரமானது $S(t) = \frac{1}{2}gt^2 + at + b$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள் (g ஆனது புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக ஏற்படும் முடுக்கம்). $S(t)$ ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகுமா என ஆராய்க.

தீர்வு :

$$s(t) = \frac{1}{2}gt^2 + at + b \text{ என்க}$$

$$t = 0 \text{ எனில் } S(0) = b$$

$$t = 1 \text{ எனில் } s(1) = \frac{1}{2}g \times 1^2 + a \times 1 + b$$

$$\frac{1}{2} = g + a + b$$

$$S(t_1) = S(t_2) \text{ எனில்}$$

$$t = 2 \text{ எனில் } S(2) = \frac{1}{2}g(2^2) + a \times 2 + b$$

$$= \frac{4g}{2} + 2a + b$$

:

இங்கு t ன் ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் $S(t)$ ன் மதிப்பு வேறுபட்டுள்ளது.

$\therefore S(t)$ ஆனது 1-1 சார்பு ஆகும்.

12. t என்ற சார்பானது செல்சியஸில் (C) உள்ள வெப்பநிலையையும், பாரன்ஹீட்டில் (F) உள்ள வெப்பநிலையையும் இணைக்கும் சார்பாகும். மேலும் அது $t(C) = F$ என வரையறுக்கப்பட்டால், (இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$)

$$(i) t(0) \quad (ii) t(28) \quad (iii) t(-10)$$

iv) $t(C) = 212$ ஆக இருக்கும் போது C - ன் மதிப்பு

PTA - 1

v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும் போது வெப்பநிலை ஆகியவற்றைக் கண்டறிக.

தீர்வு :

$$\text{கணக்கின் படி } t(C) = F$$

$$F = \frac{9C}{5} + 32 \quad \therefore t_c = \frac{9C}{5} + 32$$

$$i) t(0) = \frac{0}{5} + 32 = 32^\circ F$$

$$ii) t(28) = \frac{9 \times 28}{5} + 32$$

$$= \frac{252}{5} + 32$$

$$= 50.4 + 32 = 82.4^\circ F$$

$$iii) = \frac{9(-10)}{5} + 32$$

$$= \frac{-90}{5} + 32$$

$$= -18 + 32 = 24$$

$$iv) t(C) = 212$$

$$C = \frac{9C}{5} + 32 = 212$$

$$= 180$$

$$9C = 180 \times 5$$

$$= 900$$

$$\therefore C = 100^\circ C$$

v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும் போது வெப்பநிலை

$$C = \frac{9C}{5} + 32$$

$$C - 32 = \frac{9C}{5}$$

$$5(C-32) = 9C$$

$$5C - 160 = 9C$$

$$5C - 9C = 160$$

$$-4C = 160$$

$$C = -40$$

பயிற்சி 1.5

1. கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள f மற்றும் g எனும் சார்புகளைப் பயன்படுத்தி $f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ -ஐக் காண்க $f \circ g = g \circ f$ என்பது சரியா சோதிக்க.

i) $f(x) = x-6, g(x) = x^2$

ii) $f(x) = \frac{2}{x}, g(x) = 2x^2 - 1$

iii) $f(x) = \frac{x+6}{3}, g(x) = 3 - x$

iv) $f(x) = 3 + x, g(x) = x - 4$

v) $f(x) = 4x^2 - 1, g(x) = 1 + x$

தீர்வு :

i) $f(x) = x-6, g(x) = x^2$ [$\because f(x) = x-6$]

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2)$$

$$= x^2 - 6$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(x-6)$$

$$= (x-6)^2$$

$$\therefore f \circ g \neq g \circ f$$

ii) $f(x) = \frac{2}{x}; g(x) = 2x^2 - 1$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(2x^2 - 1)$$

$$= \frac{2}{2x^2 - 1}$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{2}{x}\right)$$

$$= 2\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 1$$

$$= 2 \times \frac{4}{x^2} - 1$$

$$= \frac{8}{x^2} - 1$$

$$\therefore f \circ g \neq g \circ f$$

iii) $f(x) = \frac{x+6}{3}, g(x) = 3 - x$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(3-x)$$

$$= \frac{3-x+6}{3} = \frac{9-x}{3}$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+6}{3}\right)$$

$$= 3 - \left(\frac{x+6}{3}\right)$$

$$= \frac{9-x-6}{3}$$

$$= \frac{3-x}{3} \quad \because f \circ g \neq g \circ f$$

iv) $f(x) = 3 + x; g(x) = x - 4$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x-4)$$

$$= 3 + x - 4$$

$$= x - 1$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(3+x)$$

$$= 3 + x - 4$$

$$= x - 1$$

எனவே $f \circ g = g \circ f$

v) $f(x) = 4x^2 - 1, g(x) = 1 + x$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(1+x)$$

$$= 4(1+x)^2 - 1$$

$$= 4(1+2x+x^2) - 1$$

$$= 4 + 8x + 4x^2 - 1$$

$$= 4x^2 + 8x + 3$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(4x^2 - 1)$$

$$= 1 + 4x^2 - 1$$

$$= 4x^2$$

எனவே $f \circ g \neq g \circ f$

2. $f \circ g = g \circ f$ எனில் k -யின் மதிப்பைக் காண்க.

i) $f(x) = 3x + 2, g(x) = 6x - k$

ii) $f(x) = 2x - k, g(x) = 4x + 5$

தீர்வு :

i) $f(x) = 3x + 2 \quad g(x) = 6x - k$

$$f \circ g = g \circ f \text{ (தரவு)}$$

$$f \circ g(x) = g \circ f(x)$$

$$f(g(x)) = g(f(x))$$

$$\begin{aligned}
 f(6x - k) &= g(3x + 2) \\
 3(6x - k) + 2 &= 6(3x + 2) - k \\
 18x - 3k + 2 &= 18x + 12 - k \\
 2k &= -10 \\
 k &= -5
 \end{aligned}$$

ii) $f(x) = 2x - k$, $g(x) = 4x + 5$

தரவு $f \circ g = g \circ f$

$$\begin{aligned}
 f \circ g(x) &= g \circ f(x) \\
 f(g(x)) &= g(f(x)) \\
 f(4x + 5) &= g(2x - k) \\
 2(4x + 5) - k &= 4(2x - k) + 5 \\
 8x + 10 - k &= 8x - 4k + 5 \\
 3k &= -5 \\
 k &= -\frac{5}{3}
 \end{aligned}$$

3. $f(x) = 2x - 1$; $g(x) = \frac{x+1}{2}$ எனில்,
 $f \circ g = g \circ f = x$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு :

$$\begin{aligned}
 f \circ g(x) &= f(g(x)) \\
 &= f\left(\frac{x+1}{2}\right) \\
 &= 2\left(\frac{x+1}{2}\right) - 1 \\
 &= x + 1 - 1 = x \\
 g \circ f &= g \circ f(x) \\
 &= g(f(x)) \\
 &= g(2x - 1) \\
 &= \frac{2x - 1 + 1}{2} \\
 &= \frac{2x}{2} \\
 &= x
 \end{aligned}$$

எனவே $f \circ g = g \circ f = x$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = x - 2$ மற்றும்
 $g \circ f(a) = 1$ எனில், a ஐக் காண்க. **PTA - 2**

தீர்வு :

i) $f(x) = x^2 - 1$; $g(x) = x - 2$

தரவு $g \circ f(a) = 1$

$$\begin{aligned}
 g(f(a)) &= 1 \\
 g(a^2 - 1) &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a^2 - 1 - 2 &= 1 \\
 a^2 - 3 &= 1 \\
 a^2 &= 4 \\
 a &= \sqrt{4} \\
 a &= \pm 2
 \end{aligned}$$

5. $A, B, C \subseteq \mathbb{N}$ மற்றும் $f: A \rightarrow B$ என்ற சார்பு
 $f(x) = 2x + 1$ எனவும் மற்றும் $g: B \rightarrow C$ ஆனது
 $g(x) = x^2$ எனவும் வரையறுக்கப்பட்டால், $f \circ g$
மற்றும் $g \circ f$ - யின் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

தரவு $f(x) = 2x + 1$ $g(x) = x^2$

$$\begin{aligned}
 f \circ g &= f \circ g(x) \\
 &= f(g(x)) \\
 &= f(x^2) \\
 &= 2x^2 + 1 \\
 g \circ f &= g \circ f(x) \\
 &= g(f(x)) \\
 &= g(2x + 1) \\
 &= (2x + 1)^2
 \end{aligned}$$

$f \circ g$ மற்றும் $g \circ f$ ன் வீச்சகம்

$$\{y/y = 2x^2 + 1, x \in \mathbb{N}\}; \{y/y = (2x + 1)^2, x \in \mathbb{N}\}$$

6. $f(x) = x^2 - 1$ எனில் i) $f \circ f$ ii) $f \circ f \circ f$ - ஐக்
காண்க

தீர்வு :

தரவு $f(x) = x^2 - 1$

a) $f \circ f(x) = f(f(x))$

$$\begin{aligned}
 &= f(x^2 - 1) \\
 &= (x^2 - 1)^2 - 1 \\
 &= x^4 - 2x^2 + 1 - 1 \\
 &= x^4 - 2x^2
 \end{aligned}$$

b) $f \circ f \circ f = f \circ f \circ f(x)$

$$\begin{aligned}
 &= f \circ f(f(x)) \\
 &= f \circ f(x^2 - 1) \\
 &= f(f(x^2 - 1)) \\
 &= f[(x^2 - 1)^2 - 1] \\
 &= f[x^4 - 2x^2 + 1 - 1] \\
 &= f[x^4 - 2x^2] \Rightarrow (x^4 - 2x^2)^2 - 1
 \end{aligned}$$

7. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ மற்றும் $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ஆனது முறையே,
 $f(x) = x^5$, $g(x) = x^4$ என வரையறுக்கப்பட்டால்,
 f, g ஆகியவை ஒன்றுக்கு ஒன்றானதா மற்றும்
 $f \circ g$ ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகுமா என்று
 ஆராய்க. **PTA - 6**

தீர்வு :

$$f(x) = f(y)$$

$$x^5 = y^5$$

$$\text{எனவே } x = y$$

ஆகையால் f ஒரு ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு

$$g(x) = g(y) \text{ எனில்}$$

$$x^4 = y^4$$

$$\text{ஆகையால் } x \neq \pm y$$

எனவே g ஒரு ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு இல்லை

$$f \circ g = f \circ g(x)$$

$$= f(g(x))$$

$$= f(x^4)$$

$$= (x^4)^5$$

$$= x^{20}$$

$$f \circ g(x) = f \circ g(y) \text{ எனில்}$$

$$x^{20} = y^{20}$$

$$x \neq \pm y$$

$\therefore f \circ g$ ஆனது 1 - 1 சார்பு ஆகாது.

8. கொடுக்கப்பட்ட $f(x), g(x), h(x)$ ஆகியவற்றைக்
 கொண்டு $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ எனக் காட்டுக.

i) $f(x) = x-1$, $g(x) = 3x + 1$ மற்றும் $h(x) = x^2$

ii) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x$ மற்றும் $h(x) = x + 4$

iii) $f(x) = x-4$, $g(x) = x^2$ மற்றும் $h(x) = 3x - 5$

தீர்வு :

i) $f(x) = x-1$ $g(x) = 3x + 1$ $h(x) = x^2$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(3x+1)$$

$$= (3x + 1 - 1)$$

$$= 3x$$

$$(f \circ g) \circ h = (f \circ g)(h(x))$$

$$= f \circ g(h(x))$$

$$= f \circ g(x^2)$$

$$= 3x^2 \text{ ----- ①}$$

$$g \circ h(x) = g(h(x)) = g(x^2)$$

$$= 3x^2 + 1$$

$$f \circ (g \circ h) = f \circ (g \circ h)(x)$$

$$= f(3x^2+1)$$

$$f \circ (g \circ h) = f \circ (g \circ h)(x)$$

$$= f(3x^2+1)$$

$$= 3x^2 + 1 - 1$$

$$= 3x^2 \text{ ----- ②}$$

①, ② விருந்து

$$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$$

ii) $f(x) = x^2$ $g(x) = 2x$ $h(x) = x+4$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(2x)$$

$$= (2x)^2$$

$$= 4x^2$$

$$(f \circ g) \circ h = (f \circ g)(h(x))$$

$$= f \circ g(h(x))$$

$$= f \circ g(x+4)$$

$$= 4(x+4)^2$$

$$= 4(x^2 + 8x + 16)$$

$$= 4x^2 + 32x + 64 \text{ ----- ①}$$

$$g \circ h = g \circ h(x) = g(h(x))$$

$$= g(x + 4)$$

$$= 2(x + 4) = 2x + 8$$

$$f \circ (g \circ h) = f \circ (g \circ h)(x)$$

$$= f(2x+8)$$

$$= (2x + 8)^2$$

$$= 4x^2 + 32x + 64 \text{ ----- ②}$$

①, ② விருந்து

iii) $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

$$f(x) = x - 4$$
 $g(x) = x^2$

$$h(x) = 3x - 5$$

$$f \circ g(x) = f \circ g(x^2)$$

$$= x^2 - 4$$

$$(f \circ g) \circ h = (f \circ g)(h(x))$$

$$= f \circ g(3x - 5)$$

$$= (3x - 5)^2 - 4$$

$$= 9x^2 - 30x + 25 - 4$$

$$= 9x^2 - 30x + 21 \text{ ----- ①}$$

$$g \circ h(x) = g \circ h(3x - 5)$$

$$= (3x - 5)^2$$

$$= 9x^2 - 30x + 25$$

$$\begin{aligned} fo(goh)x &= fo(9x^2 - 30x + 25) \\ &= 9x^2 - 30x + 25 - 4 \\ &= 9x^2 - 30x + 21 \end{aligned} \quad \text{②}$$

① மற்றும் ② லிருந்து

$$(fog)oh = fo(goh)$$

9. $f = \{(-1, 3), (0, -1), (2, -9)\}$ ஆனது Z -லிருந்து Z -க்கான ஒரு நேரிய சார்பு எனில், $f(x)$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு :

$$f(x) = ax + b \text{ என்க}$$

$$\text{கணக்கின்படி } f(-1) = 3$$

$$a(-1) + b = 3$$

$$-a + b = 3 \quad \text{①}$$

$$\text{மேலும் } f(0) = -1$$

$$0 + b = -1$$

$$\boxed{b = -1}$$

$$b \text{ ன் மதிப்பை (1) ல் பிரதியிட } \boxed{a = -4}$$

$$\therefore f(x) = -4x - 1$$

10. ஒரு மின்சுற்றுக் கோட்பாட்டின்படி $C(t)$ என்ற ஒரு நேரிய சுற்று, $C(at_1 + bt_2) = aC(t_1) + bC(t_2)$ ஐ பூர்த்தி செய்கிறது. மேலும் இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள் எனில், $C(t) = 3t$ ஆனது ஒரு நேரிய சுற்று எனக் காட்டுக.

தீர்வு :

$$\text{கணக்கின்படி } c(t) = 3t$$

$$c(at_1) = 3at_1 \quad \text{①}$$

$$c(bt_2) = 3bt_2 \quad \text{②}$$

① + ②

$$c(at_1) + c(bt_2) = 3at_1 + 3bt_2$$

$$c(at_1 + bt_2) = 3at_1 + 3bt_2$$

$$= c(at_1) + c(bt_2)$$

$$= c(at_1 + bt_2)$$

மின்சுற்றுக்கோட்பாட்டை பூர்த்தி செய்கிறது.

$\therefore c(t) = 3t$ என்பது ஒரு நேரிய சுற்று ஆகும்

பயிற்சி 1.6

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. $n(A \times B) = 6$ மற்றும் $A = \{1, 3\}$ எனில் $n(B)$

ஆனது

செப்-2021

அ) 1

ஆ) 2

இ) 3

ஈ) 6

விடை : இ) 3

$$n(A \times B) = 6$$

$$n(A) = 2$$

$$n(B) = \frac{n(A \times B)}{n(A)} = \frac{6}{2} = 3$$

2. $A = \{a, b, p\}$, $B = \{2, 3\}$

$C = \{p, q, r, s\}$ எனில், $n[(A \cup C) \times B]$ ஆனது

அ) 8

ஆ) 20

இ) 12

ஈ) 16

விடை : இ) 12

$$A \cup C = \{a, b, p, q, r, s\} \Rightarrow n(A \cup C) = 6$$

$$B = \{2, 3\} \Rightarrow n(B) = 2$$

$$n[(A \cup C) \times B] = 6 \times 2 = 12$$

3. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{5, 6\}$ மற்றும்

$D = \{5, 6, 7, 8\}$ எனில் கீழே

கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது சரியான கூற்று?

அ) $(A \times C) \subset (B \times D)$

ஆ) $(B \times D) \subset (A \times C)$

இ) $(A \times B) \subset (A \times D)$

ஈ) $(D \times A) \subset (B \times A)$

விடை : அ) $(A \times C) \subset (B \times D)$

$$A \times C = \{1, 2\} \times \{5, 6\}$$

$$= \{(1, 5) (1, 6) (2, 5) (2, 6)\}$$

$$B \times D = \{1, 2, 3, 4\} \times \{5, 6, 7, 8\}$$

$$= \{(1, 5) (1, 6) (1, 7) (1, 8) (2, 5) (2, 6) (2, 7) (2, 8) (3, 5) (3, 6) (3, 7) (3, 8) (4, 5) (4, 6) (4, 7) (4, 8)\}$$

$$\therefore (A \times C) \subset (B \times D)$$

லொயோலா

EC - 10 கணிதம்

4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ -லிருந்து, B என்ற கணத்திற்கு 1024 உறவுகள் உள்ளது எனில் B -ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை.

அ) 3 ஆ) 2 ஆகஸ்ட் 2022

இ) 4 ஈ) 8 விடை : ஆ) 2

$$2^{pq} = 1024 \quad n(A) = 5 = p$$

$$2^{5q} = 2^{10} \quad n(B) = ? = q$$

$$5q = 10$$

$$q = 2$$

5. $R = \{(x, x^2) | x \text{ ஆனது } 13\text{-ஐ விடக் குறைவான பகா எண்கள்}\}$ என்ற உறவின் வீச்சகமானது

அ) $\{2, 3, 5, 7\}$ ஆகஸ்ட் 2022

ஆ) $\{2, 3, 5, 7, 11\}$

இ) $\{4, 9, 25, 49, 121\}$

ஈ) $\{1, 4, 9, 25, 49, 121\}$

விடை : இ) $\{4, 9, 25, 49, 121\}$

13 விட குறைவான பகா எண்கள்

$\{2, 3, 5, 7, 11\}$

தரவு $f(x) = x^2$

$$f(2) = 2^2 = 4$$

$$f(3) = 3^2 = 9$$

$$f(5) = 5^2 = 25$$

$$f(7) = 7^2 = 49$$

$$f(11) = 11^2 = 121$$

$$\text{வீச்சகம்} = \{4, 9, 25, 49, 121\}$$

6. $(a + 2, 4)$ மற்றும் $(5, 2a + b)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில், (a, b) என்பது

அ) $(2, -2)$ ஆ) $(5, 1)$ மே 2022

இ) $(2, 3)$ ஈ) $(3, -2)$

விடை : ஈ) $(3, -2)$

$$a + 2 = 5$$

$$a = 5 - 2$$

$$a = 3$$

$$2a + b = 4$$

$$2(3) + b = 4$$

$$6 + b = 4$$

$$b = 4 - 6$$

$$b = -2$$

7. $n(A) = m$ மற்றும் $n(B) = n$ என்க. A -லிருந்து B -க்குவரையறுக்கப்பட்ட வெற்று கணமில்லாத உறவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

அ) m^n ஆ) n^m

இ) $2^{mn} - 1$ ஈ) 2^{mn}

விடை : ஈ) 2^{mn}

$$\text{உறவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை} = 2^{pq} = 2^{mn}$$

8. $\{(a, 8), (6, b)\}$ ஆனது ஒரு சமனிச்சார்பு எனில், a மற்றும் b மதிப்புகளாவன முறையே

அ) $(8, 6)$ ஆ) $(8, 8)$

இ) $(6, 8)$ ஈ) $(6, 6)$

விடை : அ) $(8, 6)$

9. Let $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{4, 8, 9, 10\}$ என்க.

சார்பு $f : A \rightarrow B$ ஆனது

$f = \{(1, 4), (2, 8), (3, 9), (4, 10)\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் f -என்பது

அ) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு

ஆ) சமனிச்சார்பு

இ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு

ஈ) உட்சார்பு

விடை : இ) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு

10. $f(x) = 2x^2$ மற்றும் $g(x) = \frac{1}{3x}$ எனில் $f \circ g$ ஆனது

அ) $\frac{3}{2x^2}$

ஆ) $\frac{2}{3x^2}$

இ) $\frac{2}{9x^2}$

ஈ) $\frac{1}{6x^2}$

விடை : இ) $\frac{2}{9x^2}$

$$\begin{aligned} f \circ g(x) &= f(g(x)) = f\left(\frac{1}{3x}\right) \\ &= 2\left(\frac{1}{3x}\right)^2 \\ &= 2 \times \left(\frac{1}{9x^2}\right) \Rightarrow \frac{2}{9x^2} \end{aligned}$$

11. $f: A \rightarrow B$ ஆனது இருபுறச் சார்பு மற்றும் $n(B) = 7$ எனில் $n(A)$ ஆனது

அ) 7 ஆ) 49

இ) 1 ஈ) 14

விடை : அ) 7

12. f மற்றும் g என்ற இரண்டு சார்புகளும்

$$f = \{(0, 1), (2, 0), (3, -4), (4, 2), (5, 7)\}$$

$$g = \{(0, 2), (1, 0), (2, 4), (-4, 2), (7, 0)\}$$

எனக் கொடுக்கப்பட்டால் fog-ன் வீச்சகமானது

அ) {0, 2, 3, 4, 5} ஆ) {-4, 1, 0, 2, 7}

இ) {1, 2, 3, 4, 5} ஈ) {0, 1, 2}

விடை : {0, 1, 2}

g யில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளுக்கும் f ல் தொடர்பு உள்ளது.

$$fog = \{0, 1, 2\}$$

13. $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ எனில்

அ) $f(xy) = f(x) \cdot f(y)$

ஆ) $f(xy) \geq f(x) \cdot f(y)$

இ) $f(xy) \leq f(x) \cdot f(y)$

ஈ) இவற்றில் ஒன்றுமில்லை

விடை : ஆ) $f(xy) \geq f(x) \cdot f(y)$

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} \text{ என்க.}$$

$$f(y) = \sqrt{1+y^2}$$

$$f(xy) = \sqrt{1+x^2y^2}$$

$$f(xy) = f(x) \cdot f(y)$$

$$\sqrt{1+x^2y^2} = \sqrt{1+x^2} \cdot \sqrt{1+y^2}$$

$$\sqrt{1+x^2y^2} = \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}$$

இருபுறமும் வர்க்கம் காண

$$1+x^2y^2 = (1+x^2)(1+y^2)$$

$$1+x^2y^2 = 1+x^2+y^2+x^2y^2$$

$$\text{எனவே } 1+x^2y^2 \leq 1+x^2+y^2+x^2y^2$$

14. $g = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7)\}$ என்ற சார்பானது

$g(x) = \alpha x + \beta$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் α மற்றும் β -வின் மதிப்பானது

அ) (-1, 2) ஆ) (2, -1)

இ) (-1, -2) ஈ) (1, 2)

விடை : (2, -1)

$$g(x) = ax + \beta$$

$$\begin{matrix} x & y \\ (1, & 1) \end{matrix}$$

$$g(1) = \alpha + \beta = 1 \text{ ————— ①}$$

$$g(2) = 2\alpha + \beta = 3 \text{ ————— ②}$$

$$\begin{matrix} x & y \\ (2, & 3) \end{matrix}$$

①, ② விருந்து

$$\alpha = 2$$

$$\beta = -1$$

15. $f(x) = (x+1)^3 - (x-1)^3$ குறிப்பிடும் சார்பானது

அ) நேரிய சார்பு ஆ) ஒரு கனச் சார்பு

இ) தலைகீழ்ச் சார்பு ஈ) இருபடிச் சார்பு

விடை : இருபடிச் சார்பு

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)^3 - (x-1)^3 \\ &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1 \\ &= 6x^2 + 2 \text{ ஒரு இருபடிச்சார்பு} \end{aligned}$$

அலகுப்பயிற்சி - 1

1. $(x^2 - 3x, y^2 + 4y)$ மற்றும் $(-2, 5)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில், x மற்றும் y -ஐக் காண்க.

தீர்வு :

$$\text{தரவு } x^2 - 3x = -2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$x = 1 \text{ மற்றும் } x = 2$$

$$\text{தரவு } y^2 + 4y = 5$$

$$y^2 + 4y - 5 = 0$$

$$(y-1)(y+5) = 0$$

$$y = 1 \text{ மற்றும் } y = -5$$

x ன் மதிப்பு 1 மற்றும் 2

y ன் மதிப்பு 1 மற்றும் -5

2. $A \times A$ கார்டிசியன் பெருக்கல் பலனின், 9 உறுப்புகளில், உறுப்புகள் $(-1, 0)$ மற்றும் $(0, 1)$ -யும் இருக்கிறது எனில், A -யில் உள்ள உறுப்புகளைக் காண்க. மற்றும் $A \times A$ -ன் மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு :

$$A = \{-1, 0, 1\}$$

$$A \times A =$$

$$\{(-1, -1), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 4 & x < 1 \end{cases} \text{ எனக்} \\ \text{கொடுக்கப்பட்டால்,}$$

$$i) f(0) \quad ii) f(3) \quad iii) f(a+1)$$

($a \geq 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) ஆகியவற்றை காண்க.

தீர்வு :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{if } x = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \\ 4 & \text{if } x = \{0, -1, -2, \dots\} \end{cases}$$

$$i) f(0) = 4$$

$$ii) f(3) = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$$

$$iii) f(a+1) = \sqrt{a+1-1} = \sqrt{a}$$

4. $A = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$ என்க. மற்றும் $f : A \rightarrow N$ ஆனது $f(n) = n$ -ன் அதிகபட்சப் பகாக்காரணி ($n \in A$) என வரையறுக்கப்பட்டால் f - ன் வரிசைச் சோடிகளின் கணத்தை எழுதுக மற்றும் f - ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

$$f(n) = \text{அதிகபட்ச பகாக்காரணி}$$

$$f(9) = 3 \quad (\text{காரணிகள் } 1, 3, 9)$$

$$f(10) = 5 \quad (\text{காரணிகள் } 1, 2, 5)$$

$$f(11) = 11 \quad (\text{காரணிகள் } 1, 11)$$

$$f(12) = 3 \quad (\text{காரணிகள் } 1, 2, 3, 4, 6, 12)$$

$$f(13) = 13 \quad (\text{காரணிகள் } 1, 13)$$

$$f(14) = 7 \quad (\text{காரணிகள் } 1, 2, 7, 14)$$

$$f(15) = 5 \quad (\text{காரணிகள் } 1, 3, 5, 15)$$

$$f(16) = 2 \quad (\text{காரணிகள் } 1, 2, 4, 8, 16)$$

$$f(17) = 17 \quad (\text{காரணிகள் } 1, 17)$$

வரிசை ஜோடிகளின் கணம் $\{(9, 3) (10, 5) (11, 11) (12, 3) (13, 13) (14, 7) (15, 5) (16, 2) (17, 7)\}$

$$f \text{ ன் வீச்சகம்} = \{(2, 3, 5, 11, 13, 17)\}$$

5. $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}$ என்ற சார்பின் மதிப்பகத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

$$f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}$$

இங்கு

$$\sqrt{1 - x^2} = \sqrt{(1+x)(1-x)}$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ (or) } x = -1$$

$$\Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

\therefore மதிப்பகம் $f(x) - \{-1, 0, 1\}$

6. $f(x) = x^2$, $g(x) = 3x$ மற்றும் $h(x) = x-2$ எனில், $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ என நிறுவுக.

தீர்வு :

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(3x) \\ = (3x)^2 \\ = 9x^2$$

$$(f \circ g) \circ h(x) = f \circ g(h(x))$$

$$= f \circ g(x-2)$$

$$= 9(x-2)^2$$

$$= 9[x^2 - 4x + 4]$$

$$= 9x^2 - 36x + 36 \quad \text{--- ①}$$

$$g \circ h(x) = g(h(x)) = g(x-2)$$

$$= 3(x-2)$$

$$= 3x - 6$$

$$f \circ (g \circ h)(x) = f(3x - 6)$$

$$= (3x - 6)^2$$

$$= 9x^2 - 36x + 36 \quad \text{--- ②}$$

①, ② விருந்து

$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$ என்பதை பெறலாம்.

7. $A = \{1, 2\}$ $B = \{1, 2, 3, 4\}$ $C = \{5, 6\}$ மற்றும் $D = \{5, 6, 7, 8\}$ எனில் $A \times C$ ஆனது $B \times D$ உட்கணமா எனச் சரிபார்க்க.

தீர்வு :

$$A \times C = \{1, 2\} \times \{5, 6\}$$

$$= \{(1, 5) (1, 6) (2, 5) (2, 6)\} \quad \text{--- ①}$$

$$B \times D = \{1, 2, 3, 4\} \times \{5, 6, 7, 8\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} (1, 5) (1, 6) (1, 7) (1, 8) (2, 5) (2, 6) \\ (2, 7) (2, 8) (3, 5) (3, 6) \\ (3, 7) (3, 8) (4, 5) (4, 6) (4, 7) (4, 8) \end{array} \right\} \quad \text{--- ②}$$

①, ② விருந்து

$A \times C \subset B \times D$ என்பதை அறியலாம்.

8. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $x \neq -1$ என்க. $x \neq 0$ எனில்,

$$f(f(x)) = \frac{-1}{x} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

தீர்வு :

$$\text{தரவு } f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$f(f(x)) = f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$$= \frac{\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{x-1}{x+1} + 1}$$

$$= \frac{x-1-(x+1)}{x-1+x+1}$$

$$= \frac{-2}{-2x} \Rightarrow = \frac{-1}{x} \text{ நிரூபிக்கப்பட்டது}$$

9. சார்பு f மற்றும் g ஆகியவை $f(x) = 6x + 8$,

$$g(x) = \frac{x-2}{3} \text{ எனில்,}$$

i) $gg\left(\frac{1}{2}\right)$ -யின் மதிப்பைக் காண்க.ii) $gf(x)$ - ஐ எளிய வடிவில் எழுதுக.

தீர்வு :

$$\text{தரவு } f(x) = 6x + 8$$

$$g(x) = \frac{x-2}{3}$$

$$gg(x) = g\left(\frac{x-2}{3}\right)$$

$$gg\frac{1}{2} = g\left(\frac{\frac{1}{2}-2}{3}\right) = g\left(\frac{-\frac{3}{2}}{3}\right)$$

$$= g\left(\frac{-1}{2}\right)$$

$$= \frac{x-2}{3} \text{ இங்கு } x = -\frac{1}{2}$$

$$= \frac{-\frac{1}{2}-2}{3}$$

$$= \frac{-\frac{5}{2}}{3} \Rightarrow \frac{-5}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{-5}{6}$$

ii) $gf(x)$ ஐ எளிய வடிவில் எழுதுக.

$$\text{தரவு : } f(x) = 6x + 8$$

$$g(x) = \frac{x-2}{3}$$

$$f(x) = g(6x + 8)$$

$$= \frac{x-2}{3} \text{ இங்கு } x = 6x + 8$$

$$= \frac{6x+8-2}{3}$$

$$= \frac{6x+6}{3} \Rightarrow \frac{6(x+1)}{3}$$

$$= 2(x+1)$$

10. பின்வருவனவற்றின் மதிப்பகங்களை எழுதுக.

$$\text{i) } f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$$

$$\text{ii) } p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$$

$$\text{iii) } g(x) = \sqrt{x-2}$$

$$\text{iv) } h(x) = x+6$$

PTA - 6

தீர்வு :

$$\text{i) } f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$$

$$\text{மதிப்பகம்} = \mathbb{R} - \{9\}$$

$$\text{ii) } p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$$

$$\text{மதிப்பகம்} = \mathbb{R}$$

$$\text{iii) } g(x) = \sqrt{x-2}$$

$$\text{மதிப்பகம்} = \{2, 3, 4, 5, \dots\}$$

$$\text{iv) } h(x) = x+6$$

$$\text{மதிப்பகம்} = \mathbb{R}$$

குறிப்பு

 $X = 9$ எனில்

$$f(x) = \frac{2(9)+1}{0}$$

வரையறுக்கப்

- படவில்லை

குறிப்பு

 $x = 0$ மற்றும் $X < 0$

$$g(0) = \sqrt{0-2} = \sqrt{-2} \notin \mathbb{R}$$

PTA & GMQ கூடுதல் வினாக்கள்

1. $f : X \rightarrow Y$ என்ற உறவானது $f(x) = x^2 - 2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு, $X = \{-2, -1, 0, 3\}$ மற்றும் $Y = \mathbb{R}$ எனக் கொண்டால் (i) f -யின் உறுப்புகளைப் பட்டியலிடுக. (ii) f -ஒரு சார்பாகுமா? **PTA - 1**

$$f(x) = x^2 - 2 \text{ இங்கு } x = \{-2, -1, 0, 3\}$$

$$\text{தீர்வு : } f(x) = x^2 - 2 \text{ இங்கு } X = \{-2, -1, 0, 3\}$$

$$i) f(-2) = (-2)^2 - 2 = 2 ; f(-1) = (-1)^2 - 2 = -1$$

$$f(0) = (0)^2 - 2 = -2 ; f(3) = (3)^2 - 2 = 7$$

$$\therefore f = \{(-2, 2), (-1, -1), (0, -2), (3, 7)\}$$

- ii) f -யின் ஒவ்வொரு மதிப்புகள் உறுப்பிற்கும் ஒரே ஒரு நிழல் உரு உள்ளதைக் காணலாம். எனவே f -ஆனது ஒரு சார்பாகும்.

2. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ மற்றும் $B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$ என்பன இரு கணங்கள் என்க.

செப் 2020 **PTA - 3**

$f : A \rightarrow B$ எனும் சார்பு $f(x) = 3x - 1$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சார்பினைக் கொண்டு

i) அம்புக்குறி படம்

ii) அட்டவணை

iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

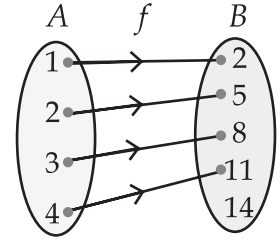
iv) வரைபடம் ஆகியவற்றைக் குறிக்க.

தீர்வு :

$$A = \{1, 2, 3, 4\} ; B = \{2, 5, 8, 11, 14\} ; f(x) = 3x - 1$$

$$f(1) = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2 ; f(2) = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$f(3) = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8 ; f(4) = 3(4) - 1 = 12 - 1 = 11$$



i) அம்புக்குறி படம்

சார்பு $f : A \rightarrow B$ ஐ அம்புக்குறி படத்தால் குறிப்போம் (படம் 1.19)

ii) அட்டவணை அமைப்பு

சார்பு f ஐ கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது அட்டவணையால் குறிப்போம்.

x	1	2	3	4
$f(x)$	2	5	8	11

iii) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்

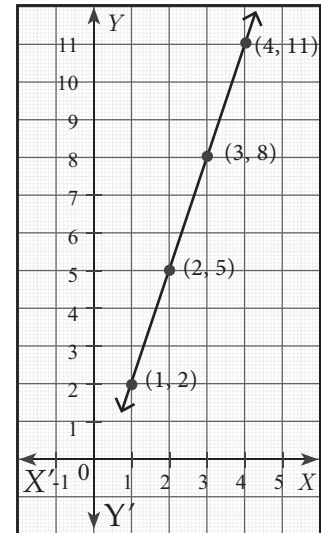
சார்பு f ஐ வரிசைச் சோடிகளின் கணமாக எழுதலாம்

$$f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11)\}$$

iv) வரைபடம்

படம் 1.20-ல் உள்ள XY - தளத்தில் ஒரே நேர்கோட்டில் (1,2), (2,5),

(3,8), (4,11) ஆகிய புள்ளிகள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.



3. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2, x \in \mathbb{N}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

PTA - 3 & GMQ

i) 1, 2, 3 - யின் நிழல் உருக்களைக் காண்க.

ii) 29 மற்றும் 53 யின் முன் உருக்களைக் காண்க.

iii) சார்பின் வகையைக் காண்க.

தீர்வு :

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ என்ற சார்பானது $f(x) = 3x + 2$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

- i) $x = 1$ எனில், $f(1) = 3(1) + 2 = 5$
 $x = 2$ எனில், $f(2) = 3(2) + 2 = 8$
 $x = 3$ எனில், $f(3) = 3(3) + 2 = 11$
 1,2,3 - யின் நிழல் உருக்கள் முறையே
 5,8,11 ஆகும்.

- ii) 29- யின் முன் உரு x எனில், $f(x) = 29$. எனவே
 $3x + 2 = 29, 3x = 27 \Rightarrow x = 9$.
 இதைப்போலவே, 53 ன் முன் உரு x எனில்,
 $f(x) = 53$ எனவே,
 $3x + 2 = 53, 3x = 51 \Rightarrow x = 17$
 எனவே, 29 மற்றும் 53 யின் முன் உருக்கள்
 முறையே 9 மற்றும் 17 ஆகும்.

- iii) \mathbb{N} - யின் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்புகத்தில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன.
 எனவே, f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும். f யின் துணை மதிப்புகமானது \mathbb{N} .
 வீச்சகம் $f = \{5, 8, 11, 14, 17, \dots\}$ ஆனது
 \mathbb{N} - ன் தகு உட்கணமாகும்.
 எனவே, f ஆனது மேல்சார்பு இல்லை.
 அதாவது, f உட்சார்பு ஆகும்.
 எனவே, f ஆனது ஒன்றுக்கு ஒன்றான மற்றும்
 உட்சார்பு ஆகும்.

4. f ஆனது \mathbb{R} -லிருந்து \mathbb{R} -க்கு ஆன சார்பு, மேலும் அது $f(x) = 3x - 5$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. (a,4) மற்றும் (1,b) எனக் கொடுக்கப்பட்டால் a மற்றும் b - யின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு : **PTA - 6**

$f(x) = 3x - 5, f = \{(x, 3x - 5) \mid x \in \mathbb{R}\}$
 என எழுதலாம்.

(a,4) எனில், a யின் நிழல் உரு 4. அதாவது,
 $f(a) = 4,$

$$3a - 5 = 4 \text{ லிருந்து } a = 3$$

(1,b) எனில், 1 யின் நிழல் உரு b அதாவது,
 $f(1) = b$

$$(3(1) - 5) = b \text{ எனவே, } b = -2$$

5. $f(x) = 3x + 1, g(x) = x + 3$ ஆகியவை இரு சார்புகள். மேலும் $gff(x) = fgg(x)$, எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு :

$$\begin{aligned} gff(x) &= g[f\{f(x)\}] \\ &= g[f(3x+1)] = g[3(3x+1)+1] \\ &= g(9x+4) \end{aligned}$$

$$g(9x+4) = [(9x+4) + 3] = 9x+7$$

$$\begin{aligned} fgg(x) &= f[g\{g(x)\}] \\ &= f[g(x+3)] = f[(x+3) + 3] \\ &= f(x+6) \end{aligned}$$

$$f(x+6) = [3(x+6) + 1] = 3x+19$$

$gff(x) = fgg(x)$ எனவே, $9x+7 = 3x+19$. இந்தச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க $x = 2$

6. $R = \{(x, -2), (-5, y)\}$ என்பது சமனிச் சார்பைக் குறிக்குமெனில் x மற்றும் y ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க. **PTA - 6**

தீர்வு :

$R = \{(x, -2), (-5, y)\}$ என்பது சமனிச் சார்பு

$$\therefore x = -2$$

$$y = -5$$

7. $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ மற்றும் R என்ற உறவு " A - ன் மீது ஓர் எண்ணின் கணம்" என வரையறுக்கப்பட்டால், R -க்கான மதிப்புகளையும் வீச்சுகளையும் காண்க.

தீர்வு : **PTA - 4**

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$$

R என்ற உறவு ' A ன் மீது ஓர் எண்ணின் கணம்'

$$R = \{(1,1), (2,8), (3,27), (4,64)\}$$

$$\therefore \text{மதிப்புகம்} = \{1,2,3,4\}$$

$$\text{வீச்சகம்} = \{1,8,27,64\}$$

8. $f \circ f(k) = 5$ மற்றும் $f(k) = 2k - 1$ எனில், k ஐக் காண்க.

தீர்வு : **PTA - 4** ஏப்ரல் 2023

$$f \circ f(k) = f(f(k))$$

$$= 2(2k - 1) - 1 = 4k - 3$$

$$\therefore f \circ f(k) = 4k - 3$$

$$f \circ f(k) = 5$$

$$\text{எனவே } 4k - 3 = 5 \Rightarrow k = 2$$

லொயோலா

EC - 10 கணிதம்

9. $f(x) = 2x + 3$, $g(x) = 1 - 2x$ மற்றும் $h(x) = 3x$.
 $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$ என நிறுவுக.

தீர்வு :

PTA - 5

$$f(x) = 2(x) + 3, g(x) = 1 - 2x, h(x) = 3x$$

$$\text{இப்போது. } (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(1 - 2x) \\ = 2(1 - 2x) + 3 = 5 - 4x$$

$$\text{மேலும், } (f \circ g) \circ h(x) = (f \circ g)(h(x))$$

$$= (f \circ g)(3x) = 5 - 4(3x) = 5 - 12x \text{ -----(1)}$$

$$(g \circ h)(x) = g(h(x)) = g(3x) = 1 - 2(3x) = 1 - 6x$$

$$\text{மேலும், } f \circ (g \circ h)(x) = f(1 - 6x) = 2(1 - 6x) \\ + 3 = 5 - 12x \text{ ----- (2)}$$

$$(1) \text{ மற்றும் } (2) \text{-லிருந்து } (f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$$

10. $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3\}$ எனில்

$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு :

செப் 2021

$$A \times B = \{1, 3, 5\} \times \{2, 3\}$$

$$= \{(1, 2), (1, 3), (3, 2), (3, 3), (5, 2), (5, 3)\}$$

$$n(A \times B) = 6$$

$$n(A) = 3$$

$$n(B) = 2$$

$$\therefore n(A \times B) = n(A) \times n(B)$$

$$\Rightarrow 6 = 3 \times 2$$

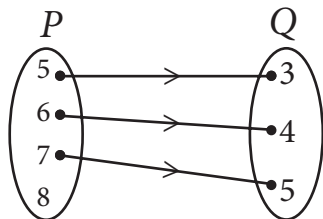
$$= 6$$

11. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள அம்புக்குறி படமானது P மற்றும் Q கணங்களுக்கான உறவைக் குறிக்கின்றது. இந்த உறவை (i) கணகட்டமைப்பு முறை (ii) பட்டியல் முறைகளில் எழுதுக. மே 2022

தீர்வு :

(i) R யின் கணகட்டமைப்பு முறை
 $\{(x, y) \mid y = x - 2, x \in P, y \in Q\}$

(ii) R யின் பட்டியல் முறை = $\{(5, 3), (6, 4), (7, 5)\}$



12. $A \times B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$ எனில் A மற்றும் B -ஐ காண்க. செப் 2020 ஆகஸ்ட் 2022 தீர்வு :

$$A \times B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$$

A = $\{A \times B$ - யின் முதல் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}, எனவே, $A = \{3, 5\}$

B = $\{A \times B$ - யின் இரண்டாம் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}, எனவே, $B = \{2, 4\}$

எனவே $A = \{3, 5\}$ மற்றும் $B = \{2, 4\}$

13. $f \circ f(k) = 5$, $f(k) = 2k - 1$ எனில்,

k - யின் மதிப்பைக் காண்க. ஏப்ரல் 2023

தீர்வு :

$$f \circ f(k) = f(f(k)) = 2(2k - 1) - 1 = 4k - 3.$$

$$\text{எனவே, } f \circ f(k) = 4k - 3$$

ஆனால் $f \circ f(k) = 5$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$4k - 3 = 5 \Rightarrow k = 2$$

14. $A = \{x \in W \mid x < 3\}$, $B = \{x \in N \mid 1 < x \leq 5\}$, மற்றும் $C = \{3, 5, 7\}$ எனில்

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பதை

சரிபார்க்கவும். ஏப்ரல் 2023

தீர்வு :

$$A = \{0, 1, 2\}$$

$$B = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$C = \{3, 5, 7\}$$

$$B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 7\}$$

$$A \times (B \cup C) = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (0, 7), \\ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 7), \\ (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 7)\}$$

(1)

$$A \times B = \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), \\ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), \\ (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

$$A \times C = \{(0, 3), (0, 5), (0, 7), (1, 3), (1, 5), (0, 7), \\ (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7)\}$$

$$(A \times B) \cup (A \times C)$$

$$= \{(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (0, 7), \\ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 7), \\ (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 7)\}$$

$$(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 7)$$

$$(2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 7)\}$$

(2)

\therefore (1) மற்றும் (2) லிருந்து

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

