

காலாண்டுத் தேர்வு - 2023

12 ஆம் வகுப்பு

கணிதம்

1 2 1 0 7

காலம் : 3.00 மணி

மதிப்பெண்கள் : 90

பகுதி - I

சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

20 X 1 = 20

1. A என்பது A^{-1} பூச்சியமற்றக் கோவை அணி மற்றும் $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ எனில் $(A^T)^{-1} =$
- a) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$
2. $\text{adj } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\text{adj } B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் $\text{adj } (AB)$ ஆனது
- a) $\begin{bmatrix} -7 & -1 \\ 7 & -9 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -2 & -10 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -7 & 7 \\ -1 & -9 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} -6 & -2 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}$
3. 2×3 வரிசையுடைய பூச்சிய அணியின் தரம்
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 0
4. $|z| - z = 1 + 2i$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு
- a) $\frac{3}{2} - 2i$ b) $-\frac{3}{2} + 2i$ c) $2 - \frac{3}{2}i$ d) $2 + \frac{3}{2}i$
5. $x^2 + x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், $\alpha^{2020} + \beta^{2020}$ -ன் மதிப்பு
- a) -2 b) -1 c) 1 d) 2
6. $|2z - 5 + 6i| = 6$ என்ற வட்டத்தின் மையம்
- a) $\left(\frac{-5}{2}, 3\right)$ b) $\left(\frac{5}{2}, -3\right)$ c) (-5, 6) d) (5, -6)
7. $x^3 - kx^2 + 9x$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவைக்கு மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை
- a) $|k| \leq 6$ b) $k = 0$ c) $|k| > 6$ d) $|k| \geq 6$
8. $x^3 + 12x^2 + 10ax + 1999$ க்கு நிச்சயமாக ஒரு மிகையெண் பூச்சியமாக்கி இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை a) $a \geq 0$ b) $a > 0$ c) $a < 0$ d) $a \leq 0$
9. $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{2\pi}{3}$; எனில் $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y$ என்பதன் மதிப்பு
- a) $\frac{2\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{6}$ d) π
10. $|x| < 1$ எனில், $\sin(\tan^{-1}x)$ -ன் மதிப்பு
- a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ c) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ d) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

12 கணிதம் PAGE-1

11. செவ்வகநீளம் 8 அகலுகள் மற்றும் துணையச்சின் நீளம் குவியங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தில் பாதி உள்ள அதிபரவளையத்தின் மையத் தொலைத் தகவு
 a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ c) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{3}{2}$
12. p (x, y) என்ற புள்ளி குவியங்கள் $F_1 (3, 0)$ மற்றும் $F_2 (-3, 0)$ கொண்ட கூம்புவளையவு $16x^2 + 25y^2 = 400$ - ன் மீதுள்ள புள்ளி எனில் $PF_1 + PF_2$ - ன் மதிப்பு
 a) 8 b) 6 c) 10 d) 12
13. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப்பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு
 a) 2ab b) ab c) \sqrt{ab} d) $\frac{a}{b}$
14. $y^2 = 8x$ என்ற பரவளையத்தின் செவ்வகநீளம் a) 2 b) 6 c) 4 d) 8
15. $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ மற்றும் $A (adj A) = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$ எனில், k =
 a) 0 b) $\sin\theta$ c) $\cos\theta$ d) 1
16. $(1 + i) (1 + 2i) (1 + 3i) \dots \dots (1 + ni) = x + iy$ எனில் 2.5.10 $\dots \dots (1 + n^2)$ - ன் மதிப்பு a) 1 b) i c) $x^2 + y^2$ d) $1 + n^2$
17. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $\vec{b} \cdot \vec{c} \neq 0$ மற்றும் $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$ எனுமாறுள்ள மூன்று வெக்டர்கள் என்க.
 $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ எனில் \vec{a} மற்றும் \vec{c} என்பவை a) செங்குத்தானவை
 b) இணையானவை c) $\frac{\pi}{3}$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை d) $\frac{\pi}{6}$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை
18. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $3x - 6y + 2z + 7 = 0$ என்ற தளத்திற்கு உள்ள தொலைவு
 a) 0 b) 1 c) 2 d) 3
19. ஒரு கோட்டின் திசைக்கொசைன்கள் $\frac{1}{c}, \frac{1}{c}, \frac{1}{c}$ எனில்
 a) $c = \pm 3$ b) $c = \pm \sqrt{3}$ c) $c > 0$ d) $0 < c < 1$
20. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன மூன்று ஒரு தள அமையா பூச்சியமற்ற வெக்டர்கள் மற்றும்
 $[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = 64$ எனில் $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] =$
 a) 4 b) 6 c) 8 d) 16

பகுதி - II

குறிப்பு : ஏதேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். 2) வினா எண் 30 க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும்.

$$7 \times 2 = 14$$

21. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -6 \\ 5 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

22. சுருக்குக: $\sum_{n=1}^{12} i^n$.
23. $2i + 3$ ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்த படச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய ஓர் பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.
24. $\sin^{-1}(2)$ -ன் முதன்மை மதிப்பு இருப்பின், அதனை கண்டறிக.
25. $x^2 + 6x + 4y + 5 = 0$ என்ற பரவளையத்திற்கு $(1, -3)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
26. $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$ மற்றும் $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-2}{2}$ என்ற இரு நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனக் காண்பிக்க.
27. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 12 = 0$ என்ற வட்டத்தைப் பொறுத்து $(2, 3)$ என்ற புள்ளியின் நிலையை ஆராய்க.
28. $5x - 2y + 16 = 0$, $x + 3y - 7 = 0$ என்ற நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க.
29. $9x^9 + 2x^5 - x^4 - 7x^2 + 2 = 0$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டிற்கு குறைந்த படசம் 6 மெய்யற்ற கலப்பெண் மூலங்கள் இருக்கும் எனக் காட்டுக.
30. $\vec{a} = \vec{i} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ எனில் $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ காண்க.

பகுதி - III

குறிப்பு : 1) ஏதேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். 2) வினா எண் 40 க்கு கட்டாயம் விடையளிக்கவும்.

$$7 \times 3 = 21$$

31. $A = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் $A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)A = |A| I_2$ என்பதைச் சரிபார்க்க.
32. $6 - 8i$ -ன் வர்க்கமூலம் காண்க.
33. 1, 2 மற்றும் 3 ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட முப்படிச் சமன்பாட்டை உருவாக்குக.
34. $\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right) = \sec^{-1} x$, $|x| > 1$ எனக் காட்டுக.
35. முனைகள் $(0, \pm 4)$ மற்றும் குவியங்கள் $(0, +6)$ உள்ள அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.
36. $2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ என்னும் விசை ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் செயல்படுகிறது எனில் $(2, 0, -1)$ என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து அவ்விசையின் முறுக்குத் திறனின் எண்ணளவு மற்றும் திசைக் கொசைன்களைக் காண்க.
37. $-1 - i$ என்ற கலப்பெண்களின் துருவ வடிவம் காண்க.
38. $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β, γ எனில் $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$ காண்க.
39. $\tan^{-1}\left(\frac{2}{11}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{7}{14}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ என நிரூபிக்க.
40. $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$ என்ற பூச்சியமற்றக் கோவை அணிக்கு காஸ் - ஜோர்மன் நீக்கல் முறை மூலம் நேர்மாறு காண்க.

பகுதி - IV

7 X 5 = 35

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

41. அ) $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக. (அல்லை)
ஆ) λ, μ இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $2x + 3y + 5z = 9$, $7x + 3y - 5z = 8$, $2x + 3y + \lambda z = \mu$ என்ற சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது.

1) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது.

2) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும்

3) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.

42. அ) (1, 1), (2, -1) மற்றும் (3, 2) என்ற மூன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடுகளை

காண்க. (அல்லை) ஆ) $Z = x + iy$ என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண் $\text{Im} \left(\frac{2z + 1}{iz + 1} \right) = 0$ எனுமாறு

அமைந்தால் Z -ன் நியமப்பாதை $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$ எனக் காட்டுக.

43. அ) $9x^2 - y^2 - 36x - 6y + 18 = 0$ என்ற கூம்பு வளைவின் வகையினைக் கண்டறிந்து அவற்றின் மையம், குவியங்கள் முனைகள் மற்றும் இயக்குவரைகளைக் காண்க. (அல்லை)

ஆ) $2 + i$ மற்றும் $3 - \sqrt{2}$ ஆகியவை $x^6 - 13x^5 + 62x^4 - 126x^3 + 65x^2 + 127x - 140 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் அனைத்து மூலங்களையும் காண்க.

44. தீர்க்க : $(x - 4)(x - 7)(x - 2)(x + 1) = 16$. (அல்லை)

ஆ) (2, 2, 1), (9, 3, 6) ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லக் கூடியதும் $2x + 6y + 6z = 9$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

45. அ) $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = \pi$ மற்றும் $0 < x, y, z < 1$ எனில் $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ எனக் காண்பி. (அல்லை)

ஆ) $A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 3 \\ 7 & 1 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் பெருக்கற்பலன் AB மற்றும் BA காண்க.

இதன் மூலம் $x + y + 2z = 1$, $3x + 2y + z = 7$, $2x + y + 3z = 2$ என்ற நேரிய சமன்பாட்டுத் தொகுப்பைத் தீர்க்கவும்.

46. அ) ஒரு பாலம் பரவளைய வளைவில் உள்ளது. மையத்தில் 10மீ உயரமும், அடிப்பகுதியில் 30மீ அகலமும் உள்ளது. மையத்திலிருந்து இருபுறமும் 6மீ தூரத்தில் பாலத்தின் உயரத்தைக் காண்க. (அல்லை) ஆ) $z^3 + 8i = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. இங்கு $Z \in C$.

47. அ) $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ எனில் $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c}) \vec{a}$ என்பதைச் சரிபார்க்க. (அல்லை)

ஆ) மதிப்பு காண்க: $\cos \left(\cos^{-1} \left(\frac{4}{5} \right) + \sin^{-1} \left(\frac{4}{5} \right) \right)$

12 கணிதம் PAGE-4