

வகுப்பு : 12

தேர்வு  
எண்

1

2

3

4

5

-

காலாண்டுப் பொதுத் தேர்வு 2023 - 24

நேரம் : 3.00 மணி]

கணிதம்

[மொத்த மதிப்பெண்கள் :90

பகுதி - I

20x1=20

- பின்வரும் அனைத்து வினாக்களுக்கும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள 4 விடைகளில் சரியான விடையை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக
- ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் ஒரு மதிப்பெண்

1.  $(A) = p ((A | B))$  எனில்,  $AX = B$  என்ற நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது

- ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும்
- ஒருங்கமைவுடையது
- ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்
- ஒருங்கமைவற்றது

2.  $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  மற்றும்  $A(\text{adj } A) = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$  எனில்,  $k =$ 

- 0
- $\sin \theta$
- $\cos \theta$
- 1

3.  $z = \frac{(\sqrt{3}+i)^3 (3i+4)^2}{(8+6i)^2}$  எனில்,  $|z|$  -ன் மதிப்பு

- 0
- 1
- 2
- 3

4.  $z$  என்ற கலப்பெண்ணானது  $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$  ஆகவும்  $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{R}$  எனவும் இருந்தால்,  $|z|$  -ன் மதிப்பு

- 0
- 1
- 2
- 3

5.  $(1+i)(1+2i)(1+3i)\dots(1+ni) = x + iy$  எனில்,  $2 \cdot 5 \cdot 10 \dots (1+n^2)$  -ன் மதிப்பு

- 1
- $i$
- $x^2 + y^2$
- $1 + n^2$

6. விகிதமுறு மூலத் தேற்றத்தின்படி பின்வருவனவற்றுள் எந்த எண்  $4x^7 + 2x^4 - 10x^3 - 5$  என்பதற்கு சாத்தியமற்ற விகிதமுறு பூச்சியமாகும்?

- 1
- $\frac{5}{4}$
- $\frac{4}{5}$
- 5

7. சில  $x \in \mathbb{R}$  -க்கு  $\cot^{-1} x = \frac{2\pi}{5}$  எனில்,  $\tan^{-1} x$  -ன் மதிப்பு

- $-\frac{\pi}{10}$
- $\frac{\pi}{5}$
- $\frac{\pi}{10}$
- $-\frac{\pi}{5}$

8.  $x = \frac{1}{5}$  எனில்,  $\cos(\cos^{-1} x + 2 \sin^{-1} x)$  -ன் மதிப்பு

- $-\sqrt{\frac{24}{25}}$
- $\sqrt{\frac{24}{25}}$
- $\frac{1}{5}$
- $-\frac{1}{5}$

9.  $\tan^{-1}(\frac{1}{4}) + \tan^{-1}(\frac{2}{9})$  என்பதின் சமம்

- $\frac{1}{2} \cos^{-1}(\frac{3}{5})$
- $\frac{1}{2} \sin^{-1}(\frac{3}{5})$
- $\frac{1}{2} \tan^{-1}(\frac{3}{5})$
- $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$

10.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  என்ற நீள்வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப்பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு

- 2ab
- ab
- $\sqrt{ab}$
- $\frac{a}{b}$

CH/12/Mat / 1

11.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  என்ற நீள்வட்டத்தின் குவியங்கள் வழியாகவும் (0,3) என்ற புள்ளியை மையமாகவும் கொண்ட நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு
- (1)  $x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$  (2)  $x^2 + y^2 - 6y + 7 = 0$   
 (3)  $x^2 + y^2 - 6y - 5 = 0$  (4)  $x^2 + y^2 - 6y - 5 = 0$
12. (-2,0) -இலிருந்து ஒரு நகரும் புள்ளிக்கான தூரம் அந்தப் புள்ளிக்கும் நேர்க்கோடு  $x = -\frac{2}{3}$  -க்கும் இடையே யான தூரத்தைப் போல்  $\frac{2}{3}$  மடங்கு உள்ளது எனில் அந்தப் புள்ளியின் நியமப்பாபதை
- (1) பரவளையம் (2) அதிபரவளையம் (3) நீள்வட்டம் (4) வட்டம்
13.  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  என்பன  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \frac{\vec{b} + \vec{c}}{\sqrt{2}}$  எனுமாறுள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று ஓரலகு வெக்டர்கள் எனில்,  $\vec{a}$  மற்றும்  $\vec{b}$  ஆகியவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
- (1)  $\frac{\pi}{2}$  (2)  $\frac{3\pi}{4}$  (3)  $\frac{\pi}{4}$  (4)  $\pi$
14.  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  என்பன  $\vec{b} \cdot \vec{c} \neq 0$  மற்றும்  $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$  எனுமாறுள்ள மூன்று வெக்டர்கள் என்க,  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$  எனில்,  $\vec{a}$  மற்றும்  $\vec{c}$  என்பவை
- (1) செங்குத்தானவை (2) இணையானவை  
 (3)  $\pi/3$  என்ற கோணத்தை தாங்குபவை (4)  $\pi/3$  என்ற கோணத்தை தாங்குபவை
15.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2}, z = 2$  மற்றும்  $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3} = \frac{z+5}{2}$  என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
- (1)  $\frac{\pi}{6}$  (2)  $\frac{\pi}{4}$  (3)  $\frac{\pi}{3}$  (4)  $\frac{\pi}{2}$
16.  $AX = 0$  என்ற சமன்பாட்டின் நேரியல் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பானது வெளிப்படாத தீர்வு பெற நிபந்தனை
- (1)  $|A| \neq 0$  (2)  $|A| = 0$  (3)  $|A| = 1$  (4)  $|A| = -1$
17.  $-\sqrt{3} - i$  மட்டுமற்றும்முதன்மைவீச்சு
- (1)  $2, \pi/6$  (2)  $2, -\pi/6$  (3)  $2, -\frac{5\pi}{6}$  (4)  $2, \frac{5\pi}{6}$
18.  $x^{2018} + 19 + 7x^{1950} + 15x^8 + 26x^6 + 2019 = 0$  சமன்பாட்டின் மெய் மூலங்களின் எண்ணிக்கை
- (1) 1 (2) 2 (3) 0 (4) 2018
19.  $\sec^{-1} x$  -ன் சர்பகம்
- (1)  $R \setminus \{-1,1\}$  (2)  $R \setminus (-1,1)$  (3)  $R \setminus [-1,1]$  (4)  $R$
20.  $y^2 = 4ax$  என்ற பரவளையத்திற்கு  $(at^2, 2at)$  என்ற புள்ளியில் செங்கோட்டின் சமன்பாடு
- (1)  $y + xt = at^3 + 2at$  (2)  $x + yt = 2at + at^3$  (3)  $y - xt = at^3 - 2at$  (4)  $x - yt = 2at - at^3$ .

## பகுதி - II

- ஏதேனும் 7 வினாவிற்கு விடையளி
- ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 2 மதிப்பெண்
- வினா எண் 30 கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்

$$7 \times 2 = 14$$

21.  $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$  எனில்  $A^{-1}$  -ஐ காண்க.

22.  $z = (2 + 3i)(1 - i)$  எனில்  $z^{-1}$  -ஐக் காண்க.
23. நிறுவுக :  $(2 + i\sqrt{3})^{10} + (2 - i\sqrt{3})^{10}$  ஒரு மெய் எண்
24.  $7x^3 - 43x^2 = 43x - 7$  என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
25. மதிப்பு காண்க :  $2 \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) + \sin^{-1} \left( \frac{1}{2} \right)$
26.  $4x^2 + 36y^2 + 40x - 288y + 532 = 0$  என்ற கூம்பு வளைவின் குவியங்கள், முனைகள் மற்றும் அதன் நெட்டச்சு, குற்றச்சு நீளங்களைக் காண்க.
27. ஒரு நீரூற்றில், ஆதியிலிருந்து 0.5மீ கிடை மட்டத் தூரத்தில் நீரின் அதிகபட்ச உயரம் 4மீ, நீரின் பாதை ஒரு பரவளையம் எனில் ஆதியிலிருந்து 0.75மீ கிடை மட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரத்தைக் காண்க.
28. முக்கோணம் ABC -ல், BC, CA மற்றும் AB என்ற பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகள் முறையே D, E, F எனில்,  $\triangle DEF$  -ன் பரப்பு =  $\frac{1}{4}$  ( $\triangle ABC$  -ன் பரப்பு) என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.
29. (2,3,4), (-1,4,5) மற்றும் (8,1,2) என்ற புள்ளிகள் ஒரு கோடமைப்புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.
30.  $y^2 = 4ax$  என்ற பரவளையத்தின் செவ்வகவகல நீளத்தை காண்

## பகுதி - III

1. ஏதேனும் 7 வினாவிற்கு விடையளி

7X3=21

2. ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 3 மதிப்பெண்

3. வினா எண் 40 கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்

31. 4 ஆடவரும் 4 மகளிரும் சேர்ந்து ஒரு குறிப்பிட்ட வேலையை 3 நாட்களில் செய்து முடிப்பார்கள். அதே வேலையை 2 ஆடவரும் 5 மகளிரும் சேர்ந்து 4 நாட்களில் முடிப்பார்கள் எனில் அவ்வேலையை ஒர் ஆடவர் மற்றும் ஒரு மகளிர் தனித்தனியாக செய்து முடிப்பதற்கு எத்தனை நாட்களாகும்?
32. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுதியின் ஒருங்கமைவினைச் சோதிக்கவும், மற்றும் இயலுமாயின் தீர்க்கவும்.  $x - y + z = -9$ ,  $2x - 2y + 2z = -18$ ,  $3x - 3y + 3z + 27 = 0$
33.  $\frac{z+3}{z-5i} = \frac{1+4i}{2}$  எனில், கலப்பெண்  $z$  -ஐ செவ்வக வடிவில் காண்க.
34.  $x^2 + px + q = 0$  மற்றும்  $x^2 + p'x + q' = 0$  ஆகிய இரு சமன்பாடுகளுக்கும் ஒரு பொதுவான மூலம் இருப்பின், அம் மூலம்  $\frac{pq'-p'q}{q-q'}$  அல்லது  $\frac{q-q'}{p-p'}$  ஆகும் எனக்காட்டுக.
35.  $\sin^{-1}(2 - 3x^2)$  -ன் சார்பகத்தைக் காண்க.
36.  $x^2 + y^2 = 16$  என்ற வட்டத்தின் நாண்  $3x + y + 5 = 0$  -ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
37.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$  என்ற அதிபரவளையத்திற்கு,  $10x - 3y + 9 = 0$  என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையான தொடுகோட்டுச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
38. ஏதேனும் ஒரு வெக்டர்  $\vec{a}$  -க்கு,  $\vec{i} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + \vec{j} \times (\vec{a} \times \vec{j}) + \vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{k}) = 2\vec{a}$  என நிறுவுக.
39. (4, 3, 2) என்ற புள்ளியில் இருந்து  $x + 2y + 3z = 2$  என்ற தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் அடியின் அச்சத்தூரங்களையும், செங்குத்தின் நீளத்தையும் காண்க.
40. நிறுவுக :  $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ .

## பகுதி - IV

1. அனைத்து வினாவிற்கும் விடையளி

7X5=35

2. ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 5 மதிப்பெண்

41. a)  $A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}$  மற்றும்  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  எனில் பெருக்கற்பலன் AB மற்றும் BA காண்க. இதன்

மூலம்  $x - y + z = 4$ ,  $x - 2y - 2z = 9$ ,  $2x + y + 3z = 1$  என்ற நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பைத் தீர்க்கவும்.

(அல்லது)

b) k-ன் எம்மதிப்புகளுக்கு பின்வரும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு  $kx - 2y + z = 1$ ,  $x - 2ky + z = -2$ ,  $x - 2y + kz = 1$  (i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும்

42. a) நிறுவுக:  $\left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15}$  ஒரு முழுவதும் கற்பனை எண்.

(அல்லது)

b) If  $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$ , எனில், (i)  $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos(\alpha + \beta + \gamma)$  மற்றும் (ii)  $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin(\alpha + \beta + \gamma)$  என நிறுவுக.

43. a)  $2x^3 - 6x^2 + 3x + k = 0$  எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் மற்ற இரு மூலங்களின் கூடுதலின் இரு மடங்கு எனில், k-ன் மதிப்பைக் காண்க. மேலும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(அல்லது)

b)  $(2x - 3)(6x - 1)(3x - 2)(x - 2) - 5 = 0$  எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

44. a) நிரூபி  $\tan(\sin^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ,  $-1 < x < 1$

(அல்லது)

b) சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க  $\tan^{-1}(x-1) + \tan^{-1} x + \tan^{-1}(x+1) = \tan^{-1}(3x)$

45. a) ஒரு நான்கு வழிச்சாலைக்கான மலை வழியே செல்லும் சுரங்கப்பாதையின் முகப்பு ஒரு நீள்வட்ட வடிவமாக உள்ளது. நெடுஞ்சாலையின் மொத்த அகலம் (முகப்பு அல்ல) 16மீ. சாலையின் விளிம்பில் சுரங்கப்பாதையின் உயரம், 4மீ உயரமுள்ள சரக்கு வாகனம் செல்வதற்குத் தேவையான அளவிற்கும் முகப்பின் அதிகபட்ச உயரம் 5மீ ஆகவும் இருக்க வேண்டுமெனில் சுரங்கப்பாதையின் திறப்பின் அகலம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

(அல்லது)

b) (1,1), (2,-1) மற்றும் (3,2) என்ற மூன்று புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

46. a)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$  என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

(அல்லது)

b)  $\vec{a} = i - j$ ,  $\vec{b} = i - j - 4k$ ,  $\vec{c} = 3j - k$  மற்றும்  $\vec{d} = 2i + 5j + k$  எனில்  $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = [\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}]\vec{b} - [\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}]\vec{a}$

47. a) (4,3) என்ற புள்ளியிலிருந்து  $9x^2 + 16y^2 = 144$  நீள்வட்டத்திற்கு வரையப்படும் தொடுகோடுகளின் சமன்பாடுகளை காண்க

(அல்லது)

b)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$  என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும்  $r \cdot (i + 2j + k) = 8$  என்ற தளத்திற்குச்

செங்குத்தானதுமான தளத்தின் துணையலகு வடிவ வெக்டர், மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

2.09.23

1	2	ஒடுங்குதலையுடையது	25	$= 2 \times \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$
2	4	1	26	$\frac{(x+5)^2}{36} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$ , $c^2 = 32$ , $c = \pm 4\sqrt{2}$ இடையங்களை: $(-5 \pm 4\sqrt{2}, 4)$ குறை: $(1, 4)$ , $(-1, 4)$ மருட்டிச்சின் குறும்: 12 குற்றச்சின் குறும்: 4
3	3	2	27	$(x-0.5)^2 = -4a(y-4)$ $\Rightarrow 4a = \frac{0.25}{4}$ $(x-0.5)^2 = -\frac{0.25}{4}(y-4)$ $D(0.75, 4) \Rightarrow (0.75-0.5)^2 = \frac{-0.25}{4}(y-4)$ $y = 3$
4	2	1	28	$\Delta DEF$ -ன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}   \vec{DE} \times \vec{DF}  $ $\vec{OD} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{2}$ $= \frac{1}{2}   (\vec{AE} - \vec{AD}) \times (\vec{AF} - \vec{AD})  $ $\vec{OE} = \frac{\vec{AC}}{2}$ $= \frac{1}{2}   \frac{\vec{AB}}{2} \times \frac{\vec{AC}}{2}   = \frac{1}{4}   \frac{1}{2} \vec{AB} \times \vec{AC}  $ $\vec{OF} = \frac{\vec{AB}}{2}$ $= \frac{1}{4} (\Delta ABC)$ ன் பரப்பளவு
5	3	$x^2 + y^2$	29	$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = -3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \Rightarrow (b_1, b_2, b_3) = (-3, 1, 1)$ $\vec{BC} = 9\vec{i} - 3\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow (d_1, d_2, d_3) = (9, -3, -3)$ $\frac{b_1}{d_1} = \frac{-1}{3}$ , $\frac{b_2}{d_2} = \frac{-1}{3}$ , $\frac{b_3}{d_3} = \frac{-1}{3}$
6	3	$\frac{4}{5}$	30	$y^2 = 4ax$ , $\text{கூடுகல் } (a, 0) = LL'$ $L = (a, y_1) \Rightarrow y_1^2 = 4a^2$ $y_1 = \pm 2a$ மருட்டிச்சின் குறை $(a, 2a)$ , $(a, -2a)$
7	3	$\pi/10$	31	$\frac{8}{x} + \frac{20}{y} = 1$ - ①, $\frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1$ - ② $12x + 12y = 1$ $8x + 20y = 1$ $\begin{bmatrix} 12 & 12 \\ 8 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ , $ A  = 144$ $x = A^{-1}B \Rightarrow x = \frac{1}{144} \begin{bmatrix} 20 & -12 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $x = \frac{1}{18}$ , $y = \frac{1}{36}$ $\boxed{x = 18}$ , $\boxed{y = 36}$
8	4	$-\frac{1}{5}$		
9	4	$\tan^{-1}(\frac{1}{2})$		
10	1	2ab		
11	1	$x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$		
12	3	குறைகல்		
13	2	$\frac{3\pi}{4}$		
14	2	கொண்டிவாண்டல		
15	4	$\pi/2$		
16	1	$ A  \neq 0$		
17	1	$2, \pi/6$		
18	3	0		
19	2	$R \setminus (-1, 1)$		
20	1	$y + xt = at^3 + 2at$		

21	$ adj A  = 36$ $A^{-1} = \pm \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$
22	$z = 5+i$ , $z^{-1} = \frac{1}{5+i}$ $z^{-1} = \frac{5-i}{26 - \frac{1}{26}}$
23	$\bar{z} = \overline{(2+i\sqrt{3})^{10} + (2-i\sqrt{3})^{10}}$ $= \overline{(2+i\sqrt{3})^{10} + (2-i\sqrt{3})^{10}}$ $= (2-i\sqrt{3})^{10} + (2+i\sqrt{3})^{10} = z$
24	$7x^3 - 43x^2 - 43x + 7 = 0$ $\begin{array}{r rrrr} -1 & 7 & -43 & -43 & +7 \\ & 0 & -7 & 50 & -7 \\ \hline & 7 & -50 & 7 & 0 \end{array}$ $x = -1 \pm \sqrt{7}$

32  $[A|B] = \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -9 \\ 2 & -2 & 2 & -18 \\ 3 & -3 & 3 & -27 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_2-2R_1 \\ R_3-3R_1}} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$   
 $x = -9 + 5t - t, y = 5, z = 2t$

33  $2(2+3) = (1+4i)(2-5i)$   
 $2z+6 = (1+4i)z + 20-5i$   
 $z = \frac{14-5i}{1-4i} = \frac{34+51i}{17} = 2+3i$

34  $x^2 + px + q = 0 \quad x^2 + p'x + q' = 0$   
 $\alpha = -p - \beta_1 \quad \alpha = -p' - \beta_2$   
 $\alpha\beta_1 = q \quad \alpha\beta = q'$   
 $p' - p = \beta_1 - \beta_2$   
 $\Delta\beta_1 = \begin{vmatrix} p' - p & -1 \\ 0 & -q \end{vmatrix} \quad \Delta\beta_2 = \begin{vmatrix} 1 & p' - p \\ q' & 0 \end{vmatrix}$   
 $\beta_1 = \frac{\Delta\beta_1}{\Delta} = \frac{pq - p'q}{q' - q} \quad \beta_2 = \frac{\Delta\beta_2}{\Delta} = \frac{pq' - q'p}{q' - q}$   
 $\alpha = \frac{q}{\beta_1} = \frac{q - q'}{p' - p} \quad \alpha = -p - \beta_1 = \frac{pq' - p'q}{q' - q}$

35  $-1 \leq 2 - 3x^2 \leq 1$   
 $\frac{1}{3} \leq x^2 \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} \leq |x| \leq 1$   
 $x \in [-1, -\frac{1}{\sqrt{3}}] \cup [\frac{1}{\sqrt{3}}, 1]$

36  $x^2 + y^2 - 16 + \lambda(3x + y + 5) = 0$   
 compare!  $(-\frac{3\lambda}{2}, -\frac{\lambda}{2})$   
 $3(-\frac{3\lambda}{2}) - \frac{\lambda}{2} + 5 = 0 \Rightarrow \lambda = 1$   
 $x^2 + y^2 + 3x + y - 11 = 0$

37  $a^2 = 16 \quad b^2 = 64$   
 $10x - 3y + 9 = 0 \Rightarrow m = \frac{10}{3}$   
 $y = \frac{10x}{3} \pm \sqrt{16 \times \frac{100}{9} - 64}$   
 $y = \frac{10x}{3} \pm \frac{32}{3} \Rightarrow 3y = 10x \pm 32$   
 $10x - 3y \pm 32 = 0$

38  $\vec{i} \times (a\vec{x} + \vec{i}) = \vec{a} - (a \cdot \vec{i})\vec{i} \quad \vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$   
 $\vec{j} \times (a\vec{x} + \vec{j}) = \vec{a} - (a \cdot \vec{j})\vec{j}$   
 $\vec{k} \times (a\vec{x} + \vec{k}) = \vec{a} - (a \cdot \vec{k})\vec{k}$   
 $3\vec{a} = 3\vec{a} - [(a_1\vec{i})\vec{i} + (a_2\vec{j})\vec{j} + (a_3\vec{k})\vec{k}]$   
 $= 3\vec{a} - \vec{a}$   
 $= 2\vec{a}$

39  $\frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{3} = t$   
 $x = 4+t, y = 2t+3, z = 3t+2$   
 $t+4 + 2(2t+3) + 3(3t+2) = 2$   
 $t = -1$

$m(3, -1, -1), (x, y, z) = (4, 3, 2)$   
 $a=1, b=2, c=3, d=2$   
 $\delta = \frac{|1(4) + 2(3) + 3(2) - 2|}{\sqrt{1+4+9}} = \sqrt{14}$

40  $|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)(\overline{z_1 + z_2})$   
 $= z_1\bar{z}_1 + (z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2) + z_2\bar{z}_2$   
 $= |z_1|^2 + 2\text{Re}(z_1\bar{z}_2) + |z_2|^2$   
 $\leq |z_1|^2 + 2|z_1||z_2| + |z_2|^2$   
 $= (|z_1| + |z_2|)^2$   
 $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

41 a.  $AB = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} = 8I_3, BA = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix} = 8I_3$   
 $AB = BA = 8I_3 \Rightarrow (\frac{1}{8}A)B = B(\frac{1}{8}A) = I_3$   
 $B^{-1} = \frac{1}{8}A$   
 $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ -7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 24 \\ -16 \\ -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$

b  $[A|B] = \left[ \begin{array}{ccc|c} k & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2k & 1 & -2 \\ 1 & -2 & k & 1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & k & 1 \\ 1 & -2k & 1 & -2 \\ k & -2 & 1 & 1 \end{array} \right]$   
 $\sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & k & 1 \\ 0 & -2k+2 & 1-k & -3 \\ 0 & -2+2k & 1-k^2 & k \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & k & 1 \\ 0 & -2k+2 & 1-k & -3 \\ 0 & 0 & (1-k)(1+k) & k \end{array} \right]$   
 (i)  $k=1 \quad p(A) \neq p(A|B)$   
 (ii)  $k \neq 1, k \neq -2 \quad p(A) = p(A|B) = 3$

42 a.  $z = \left( \frac{19+9i}{5-3i} \right)^{15} - \left( \frac{8i}{1+2i} \right)^{15}$   
 $z = (2+3i)^{15} - (2-3i)^{15}$   
 $\bar{z} = \overline{(2+3i)^{15} - (2-3i)^{15}}$   
 $= \overline{(2+3i)^{15}} - \overline{(2-3i)^{15}}$   
 $= (2-3i)^{15} - (2+3i)^{15} = -((2+3i)^{15} - (2-3i)^{15})$   
 $\bar{z} = -z$

C. SELVAM, M.Sc., M.Ed.,  
P.O. ASST (MATHS)

42 b.  $a+b+c=0$ ,  $a^3+b^3+c^3=3abc$   
 $(\cos \alpha)^3 + (\cos \beta)^3 + (\cos \gamma)^3 = 3[\cos(\alpha+\beta+\gamma) + \sin(\alpha+\beta+\gamma)]$   
 $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma + [\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma]$   
 $= 3[\cos(\alpha+\beta+\gamma)] + 3[\sin(\alpha+\beta+\gamma)]$   
 $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos(\alpha+\beta+\gamma)$   
 $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin(\alpha+\beta+\gamma)$

43 a.  $\alpha = 2(\beta+\gamma)$   $\frac{\alpha}{2} = \beta+\gamma$   
 $\alpha+\beta+\gamma = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha + \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 2$   

$$\begin{vmatrix} 2 & -6 & 3 & k \\ 0 & 4 & -4 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & 0 \end{vmatrix} \quad k=2$$
  
 $2x^2 - 2x - 1 = 0$   
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}, \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$

44 a.  $(6x^2 - 13x + 6)(6x^2 - 13x + 2) - 5 = 0$   
 $y = 6x^2 - 13x \Rightarrow (y+6)(y+2) - 5 = 0$   
 $y^2 + 8y + 7 = 0 \Rightarrow y = -1, y = -7$   
 $6x^2 - 13x + 1 = 0$ ,  $6x^2 - 13x + 7 = 0$   
 $x = 1, \frac{7}{6}$   $x = \frac{13 \pm \sqrt{49}}{12}, \frac{13 - \sqrt{49}}{12}$

44 a.  $0 < x < 1$   
 $\theta = \sin^{-1} x \Rightarrow 0 < \theta < \pi/2$ ,  $\tan \theta = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$   
 $\tan(\sin^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ,  $-1 < x < 0$   
 $\theta = \sin^{-1} x$ ,  $-\pi/2 < \theta < 0$ ,  $\sin \theta = \frac{x}{1}$   
 $\tan(\sin^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ,  $-1 < x < 1$

b.  $\tan^{-1} \left[ \frac{x-1+x^2+1}{1-(x^2-1)} \right] + \tan^{-1} x = \tan^{-1}(3x)$   
 $\tan^{-1} \left[ \frac{2x}{2-x^2} \right] + \tan^{-1} x = \tan^{-1}(3x)$   
 $\tan^{-1} \left[ \frac{\frac{2x}{2-x^2} + x}{1 - \frac{2x}{2-x^2} \cdot x} \right] = \tan^{-1}(3x)$   
 $\frac{2x + 2x - x^3}{2 - 3x^2} = 3x \Rightarrow 4x - x^3 = 6x - 9x^3$   
 $2x(4x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm 1/2$

46 a.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$   $b < a$   
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow D(8,4) \Rightarrow \frac{8^2}{a^2} + \frac{4^2}{b^2} = 1$   
 $a = \frac{25}{9} \times 64$   
 $a = \frac{80}{3} = 26.66m$   $a = \frac{40}{3}$

b.  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$   
 $(1,1) \Rightarrow 2g + 2f + c = -2$   
 $(2,-1) \Rightarrow 4g - 2f + c = -5$   
 $(3,2) \Rightarrow 6g + 4f + c = -13$   
 $f = -1/2, g = -5/2, c = 4$   
 $x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$

46 a.  $\hat{a} = \cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j}$   
 $\hat{b} = \cos \beta \hat{i} - \sin \beta \hat{j}$   
 $\hat{b} \times \hat{a} = \sin(\alpha+\beta) \hat{k}$   
 $\hat{a} \times \hat{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ \cos \beta & -\sin \beta & 0 \end{vmatrix} = (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) \hat{k}$   
 $\sin(\alpha+\beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

b.  $\vec{a} \times \vec{b} = 4\hat{i} + 4\hat{j}$ ,  $\vec{c} \times \vec{d} = 8\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k}$   
 $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = -24\hat{i} + 24\hat{j} - 40\hat{k}$  (1)  
 $[\vec{a} \cdot \vec{c} \vec{d}] = 10$   $[\vec{b} \cdot \vec{c} \vec{d}] = -14$   
 $[\vec{a} \cdot \vec{c} \vec{d}] \vec{b} - [\vec{b} \cdot \vec{c} \vec{d}] \vec{a} = 10(\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) + 14(\hat{i} - \hat{j})$   
 $= 24\hat{i} - 24\hat{j} - 40\hat{k}$

47 a.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$   $a^2 = 16$   $b^2 = 9$   
 $y = mx \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2}$   
 $(4,3) \Rightarrow 3 = 4m \pm \sqrt{16m^2 + 9}$   
 $(3-4m)^2 = 16m^2 + 9$   
 $9 - 24m + 16m^2 = 16m^2 + 9$   
 $-24m = 0 \Rightarrow m = 0$   
 $y - 3 = 0(x - 4)$   
 $y - 3 = 0$

b.  $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $\vec{u} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ ,  $\vec{v} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$   
 $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + 5(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$   

$$\begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$
  
 $9x - 2y - 5z + 4 = 0$