11-ம் வகுப்பு
காலாண்டுத் தேர்வு - 2023

I.
1. c
2. a
3. b
4. c
5. b
6. a
7. c
8. c
9. d
10. b
11. b
12. d
13. c
14. a
15. c
16. b
17. a
18. b
19. d
20. b

II.
21. $n(P(A)) = 1024 = 2^{10}$; $n(A) = 10$
$n(P(B)) = 32 = 2^5$; $n(B) = 5$
$n(A \cup B) = 15$
$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$
$= 10 + 5 - 15 = 0$

22. $x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$
$x^2 - (7-3)x + 7(-3) = 0$
$x^2 - 4x - 21 = 0$

23. $\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ)$
$= \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ$
$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

24. $\frac{A}{9!} = \frac{1}{7!} + \frac{1}{8!} = \frac{1}{7!} + \frac{1}{8 \cdot 7!}$
$= \frac{1}{7!}\left[1 + \frac{1}{8}\right] = \frac{1}{7!}\left[\frac{9}{8}\right]$
$A = \frac{9 \times 8 \times 7! \times 9}{7! \times 8} = 81$

25. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-7}{7-5} = -1$
$\tan\theta = -1$; $\tan\theta = -\tan\frac{\pi}{4}$
$\theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$.

26. $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
$A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 2a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

27. $\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
$= \hat{i}[4] - \hat{j}[3] + \hat{k}[3-4]$
$\vec{a} \times \vec{b} = 4\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$
$|\vec{a} \times \vec{b}| = |4\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}| = \sqrt{16+9+1}$
$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{26}$

28. $\lim_{x \to 3} \frac{x^n - 3^n}{x-3} = 3 \cdot 3^{3-1} = n a^{n-1}$
$\therefore n = 3$

29. $\int \sqrt{1+\cos^2 x}\, dx = \int \sqrt{2\cos^2 x}\, dx$
$= \sqrt{2}\int \cos x\, dx$
$= \sqrt{2}\sin x + c$

30. $y = \sin^2 x$
$y' = 2\sin x \cos x$
$y' = \sin 2x$

III.
31. $1 - 2\cos x = 0$
$\cos x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$
$x = \frac{\pi}{3}$
∴ தேவையான $R - \{2n\pi \pm \frac{\pi}{3}\}$

32. LHS
$= \frac{\cot(180^\circ+\theta)\sin(90^\circ-\theta)\cos(-\theta)}{\sin(270^\circ+\theta)\tan(-\theta)\operatorname{cosec}(360^\circ-\theta)}$
$= \frac{\cot\theta \cos\theta \cos\theta}{(-\cos\theta)(-\tan\theta)\cdot\operatorname{cosec}\theta}$
$= \frac{\cot\theta \cos^2\theta}{\cos\theta \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta}} = \cot\theta\cos^2\theta$

33. $= 8 + 88 + 888 + 8888 + \cdots$
$= 8[1 + 11 + 111 + 1111 + \cdots]$
$= \frac{8}{9}[9 + 99 + 999 + \cdots]$
$= \frac{8}{9}[(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \cdots]$
$= \frac{8}{9}[10 + 10^2 + \cdots n \text{ terms} - (1+1+1+\cdots n \text{ times})]$
$= \frac{8}{9}\left[\frac{10(10^n-1)}{10-1} - n\right] = \frac{8}{9}\left[\frac{10(10^n-1)}{9} - n\right]$
$= \frac{80}{81}(10^n - 1) - \frac{8n}{9}$ //

34. $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$
$9x^2 - 24xy + 16y^2 - 12x + 16y - 12 = 0$
$a = 9$; $b = 16$; $2h = -24 \Rightarrow h = -12$
சோதனை: $h^2 - ab = 0$
$144 - 9(16) = 144 - 144 = 0$
இரண்டாவது முறை
$9x^2 - 24xy + 16y^2 = (3x - 4y)^2$
$9x^2 - 24xy + 16y^2 - 12x + 16y - 12$
$= (3x - 4y + l)(3x - 4y + m) + 1$ ①
x-குணகம்: $3m + 3l = -12$; $m + l = -4$
y-குணகம்: $-4m - 4l = 16$; $m + l = -4$
மாறிலி: $lm = -12$
$l = -6$ and $m = 2$.
② $(3x - 4y - 6)(3x - 4y + 2) = 0$
தேவையான $\pm \frac{c_2 - c_1}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{8+6}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{8}{5}$

35. L.H.S.
$= \begin{vmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{vmatrix}$
$= \begin{vmatrix} 0+c^2+b^2 & 0+0+ab & 0+ac+0 \\ 0+0+ab & c^2+0+a^2 & bc+0+0 \\ 0+ac+0 & bc+0+0 & b^2+a^2+0 \end{vmatrix}$
$= \begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ac \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ac & bc & b^2+a^2 \end{vmatrix}$

36.
$f(-5^-) = \lim_{x \to -5^-} \frac{-(x+5)}{x+5} = -1$
$f(-5^+) = \lim_{x \to -5^+} \frac{(x+5)}{x+5} = 1$
$\therefore f(-5^-) \neq f(-5^+)$
எல்லை வரையறுக்கப்படவில்லை.

37. $y = x^3 - 6x^2 - 5x + 3$
$y' = 3x^2 - 12x - 5$
$y'' = 6x - 12$
$y''' = 6$

38. $\int \frac{2x+4}{x^2+4x+6}$
$2x + 4 = A\frac{d}{dx}(x^2+4x+6) + B$
$2x + 4 = A(2x+4) + B$
x-குணகம்: $2A = 2 \Rightarrow \boxed{A = 1}$
மாறிலி: $4A + B = 4$
$B = 4 - 4 = 0$; $\boxed{B = 0}$
$I = \int \frac{(2x+4)}{x^2+4x+6}dx + \int \frac{0}{x^2+4x+6}dx$
$I = \log(x^2+4x+6)$

39. L.H.S.
$= \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b})$
$= \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{a} + \vec{c} \times \vec{a} + \vec{c} \times \vec{b}$
$= 0$

40. c ----- $= \frac{5!}{2!} = 60$
h ----- $= \frac{5!}{2!} = 60$
l ----- $= \frac{5!}{2!} = 60$
o ----- $= 5! = 120$
schl -- $= \frac{2!}{2!} = 01$
school $= 1! = 01$
302

IV.

41. (அ)

$f(x)=\begin{cases}-x+x\ ; & x<0\\ x+x\ ; & x>0\end{cases}$

$f(x)=\begin{cases}0\ ; & x<0\\ 2x\ ; & x>0\end{cases}$

$g(x)=\begin{cases}-x-x\ ; & x<0\\ x-x\ ; & x>0\end{cases}$

$g(x)=\begin{cases}-2x\ ; & x<0\\ 0\ ; & x>0\end{cases}$

$x<0$

$(g\circ f)(x)=g[f(x)]$

$=g(0)=-2\times 0=0$

$x>0$

$(g\circ f)(x)=g[f(x)]=g[2x]=0$

$x<0$

$(f\circ g)(x)=f[g(x)]=f[-2x]=0$

$x>0$

$(f\circ g)(x)=f[g(x)]=f(0)=0$

41. (ஆ)

L.H.S. $|A|=\begin{vmatrix}b+c & a-c & a-b\\ b-c & c+a & b-a\\ c-b & c-a & a+b\end{vmatrix}$ என்க.

$a=0$ எனில் $|A|=\begin{vmatrix}b+c & -c & -b\\ b-c & c & b\\ c-b & c & b\end{vmatrix}$

$\therefore |A|=0$; a-ஆனது $|A|$-ன் காரணி.

$b=0$ எனில் $|A|=\begin{vmatrix}c & a-c & a\\ -c & c+a & -a\\ c & c-a & a\end{vmatrix}=0$

$\therefore |A|=0$, b ஆனது $|A|$-ன் காரணி.

$c=0$ எனில் $|A|=\begin{vmatrix}b & a & a-b\\ b & a & b-a\\ -b & -a & a+b\end{vmatrix}$

$\therefore |A|=0$; c ஆனது $|A|$-ன் காரணி.

காரணிகளின் அதிகபட்ச படி $(abc)=3$.

கோவையின் படி $=3$.

$m=3-3=0$.

$|A|=\begin{vmatrix}b+c & a-c & a-b\\ b-c & c+a & b-a\\ c-b & c-a & a+b\end{vmatrix}=kabc \rightarrow (1)$

$a=1, b=1, c=1$ எனப் பிரதியிட,

$|A|=\begin{vmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{vmatrix}=k(1)$

$\boxed{k=8}$

(1) $\Rightarrow$ $|A|=\begin{vmatrix}b+c & a-c & a-b\\ b-c & c+a & b-a\\ c-b & c-a & a+b\end{vmatrix}=8abc$

42. (அ) $\dfrac{x+1}{x+3}<3$

$\dfrac{x+1}{x+3}-3<0$

$\dfrac{x+1-3x-9}{x+3}<0$

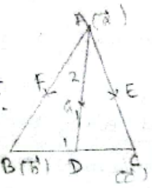
$\dfrac{-2x-8}{x+3}<0$; $\dfrac{-2(x+4)}{x+3}<0$

$\dfrac{x+4}{x+3}>0$

x	$x+3$	$x+4$	$\dfrac{x+4}{x+3}$
$x<-4$	$-$	$-$	$+$
$-4<x<-3$	$-$	$+$	$-$
$x>-3$	$+$	$+$	$+$
$x=-4$	$-$	0	0

$\therefore$ தீர்வு $(-\infty,-4)\cup(-3,\infty)$

42. (ஆ)



Δ-ல் ABC,

BC, CA, AB-ன் நடுப்புள்ளிகள் D, E, F என்க.

A, B, C-ன் நிலைவெக்டர்கள் $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

D-ன் நிலைவெக்டர் $=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$

E-ன் நிலைவெக்டர் $=\dfrac{\vec{c}+\vec{a}}{2}$

F-ன் நிலைவெக்டர் $=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

AD-யை G_1 ஆனது உட்புறமாக 2:1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் எனில்,

G_1-ன் நிலைவெக்டர் $=\dfrac{2\vec{OD}+1\vec{OA}}{2+1}$

$\vec{OG_1}=\dfrac{2\left(\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}\right)+\vec{a}}{3}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}\rightarrow (1)$

இதே போல்

$\vec{OG_2}=\dfrac{2\vec{OE}+1\vec{OB}}{3}=$

$=\dfrac{2\left(\frac{\vec{c}+\vec{a}}{2}\right)+1\cdot\vec{b}}{3}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}\rightarrow (2)$

$\vec{OG_3}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}\rightarrow (3)$

(1), (2), (3) லிருந்து நிலைவெக்டர்கள் சமம்.

$\therefore$ நடுக்கோடுகள் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கின்றன.

43. (அ)

$\sqrt{3}\tan^2\theta+(\sqrt{3}-1)\tan\theta-1=0$

$\sqrt{3}\tan^2\theta+\sqrt{3}\tan\theta-\tan\theta-1=0$

$(\sqrt{3}\tan\theta-1)(\tan\theta+1)=0$

$\sqrt{3}\tan\theta-1=0$ (அ) $\tan\theta+1=0$

$\tan\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\tan\theta=-1$

$\tan\theta=\tan\frac{\pi}{6}$; $\tan\theta=-\tan\frac{\pi}{4}$

$\theta=n\pi+\frac{\pi}{6}; n\in Z$; $\theta=n\pi-\frac{\pi}{4}$, $n\in Z$.

43. (ஆ)

$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^x-1}{\sqrt{x+1}-1}\times\dfrac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}+1}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(3^x-1)(\sqrt{x+1}+1)}{x+1-1}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^x-1}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt{x+1}+1)$

$=\log 3\,(\sqrt{1}+1)=\log 3(2)$

$=2\log 3=\log 3^2=\log 9$. //

44. (அ)

$P(n)=1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$

$P(1)=1=\left(\dfrac{1(1+1)}{2}\right)^2=1$ $\therefore P(1)$ உண்மை.

$n=k$ எனில்

$P(k)=1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3=\left[\dfrac{k(k+1)}{2}\right]^2\rightarrow (1)$

$n=k+1$ எனில்

$P(k+1)=1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3+(k+1)^3$

$=\left[\dfrac{k(k+1)}{2}\right]^2+(k+1)^3$

$=\left[\dfrac{(k+1)(k+1+1)}{2}\right]^2=\left(\dfrac{(k+1)(k+2)}{2}\right)^2$

$\therefore$ கணிதத் தொகுத்தறிதலின் கொள்கைப்படி n-க்கு

$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$ //

44. (ஆ) $y=(\cos^{-1}x)^2$; $\sqrt{y}=\cos^{-1}x$ என்க.

$y'=2\cos^{-1}x\left[\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}\right]$

$(\sqrt{1-x^2})y'=-2\sqrt{y}$

வர்க்கப்படுத்த,

$(1-x^2)(y')^2=4y$

வகையிட,

$(1-x^2)(2y'y'')+(y')^2(-2x)=4y'$

$\div 2y'$

$(1-x^2)y''-xy'-2=0\rightarrow (1)$

இதில் $x=0$ எனில்

(1) $\Rightarrow$ $y''-2=0$; $y''=2$.

45. (அ)

$\sqrt[3]{x^3+6}-\sqrt[3]{x^3+3}=(x^3+6)^{1/3}-(x^3+3)^{1/3}$

$=x\left(1+\dfrac{6}{x^3}\right)^{1/3}-x\left(1+\dfrac{3}{x^3}\right)^{1/3}$

$=x\left[1+\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{x^3}\cdots\right]-x\left[1+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{x^3}+\cdots\right]$

$=\left(x+\dfrac{2}{x^2}+\cdots\right)-\left(x+\dfrac{1}{x^2}+\cdots\right)$

$=\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{1}{x^2}$ (தோராயமாக)

45. (ஆ)

$I=\int\sqrt{(x-3)(5-x)}\,dx$ என்க.

$=\int\sqrt{8x-x^2-15}\,dx$

$=\int\sqrt{1^2-(x-4)^2}\,dx$

$=\dfrac{x-4}{2}\sqrt{1^2-(x-4)^2}+\dfrac{1}{2}\sin^{-1}\left(\dfrac{x-4}{1}\right)+c$

$=\dfrac{x-4}{2}\sqrt{8x-x^2-15}+\dfrac{1}{2}\sin^{-1}(x-4)+c$

Note:

$(x-3)(5-x)=5x-x^2-15+3x=8x-x^2-15$

$\int\sqrt{a^2-x^2}\,dx=\dfrac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\dfrac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\dfrac{x}{a}\right)+c$

46. (3) A(3,0), B(5,2)

AB சாய்வு $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-0}{5-3} = \frac{2}{2} = 1$

AB ன் கோணம் $= \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$ (அ) 45°

புதிய நேர்கோட்டின் சாய்வுகோணம் θ எனில்,

$m = \tan(45^\circ + 15^\circ)$

$= \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

(3, 0) புள்ளி வழியாகவும், சாய்வு $\sqrt{3}$ உடைய நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

$y - 0 = \sqrt{3}(x - 3)$

$\sqrt{3}x - y - 3\sqrt{3} = 0$

46. (இ) 3. 45

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix}$$

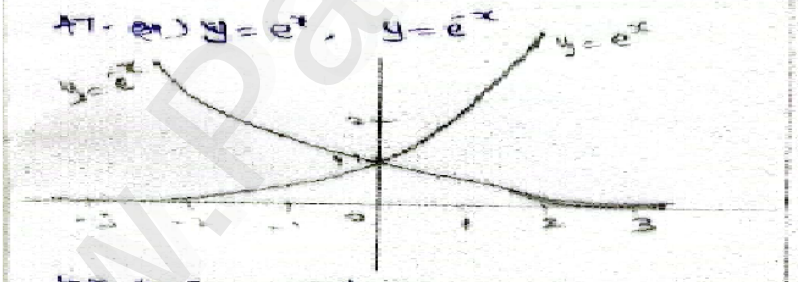
$$= \begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix} \times (-0)(-0) \begin{vmatrix} 1 & x & x \\ -x & + & -x \\ -x & -x & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & x & x \\ -x & -1 & -x \\ -x & -x & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1-x^2-x^2 & x-x-x^2 & x-x^2-x \\ x-x-x^2 & x^2-1-x^2 & x^2-x-x \\ x-x^2-x & x^2-x-x & x^2-x^2-1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1-2x^2 & -x^2 & -x^2 \\ -x^2 & -1 & x^2-2x \\ -x^2 & x^2-2x & -1 \end{vmatrix}$$

47. $y = e^x$, $y = e^{-x}$



48. (அ) $y = e^{\tan^{-1}x}$

$y' = e^{\tan^{-1}x}\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$

$(1+x^2)y' = e^{\tan^{-1}x} = y$

$(1+x^2)y' - y = 0$

மறுபடியும்,

$(1+x^2)y'' + y'(2x) - y' = 0$

$(1+x^2)y'' + (2x-1)y' = 0$

M.S. [illegible]
M.Sc., B.Ed., M.Phil.
9[illegible]