

ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க

42. அ) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனில், $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ எனக்காட்டுக.

(அல்லது)

ஆ) ஒரு உருளையின் கன அளவு $V = \pi r^2 h$. மேலும் $r + h = 6$ எனில் கன அளவின் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்புகளைக் காண்க.

43. அ) $x^2 + y^2 = 16$ என்ற வட்டத்திற்கும் $y^2 = 6x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் பொதுவான அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க. (அல்லது)

ஆ) தீர்வு காண்க: $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$

44. அ) தீர்க்க: $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$. (அல்லது)

ஆ) ABC குழுவும் தயாரிக்கும் பொருட்களில் சராசரியாக 20% பொருட்கள் குறைபாடுள்ளவை எனக் கண்டறியப்பட்டது. சமவாய்ப்பு முறையில் இதுவற்றது 6 பொருட்கள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. மேலும் குறைபாடுள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கையை X குறித்தால் (i) இது பொருட்கள் குறைபாடுள்ளவை (ii) அதிகப்பட்சம் ஒரு பொருள் குறைபாடுள்ளது (iii) குறைந்தப்பட்சம் இரு பொருட்கள் குறைபாடுள்ளவை ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

45. அ) வெக்டர் முறையில் $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ என நிறுவுக. (அல்லது)

ஆ) $u = \cos^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x+y}}\right)$ எனில், $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{2} \cot u$ என நிறுவுக.

46. அ) மட்டு 11ஐப் பொருத்து எச்சத் தொகுதிகளின் கணம் $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ -இன் உட்கணம் $A = \{1,3,4,5,9\}$ -ன் மீது x_{11} என்ற செயலிக்கு (i) அடைவுப் பண்பு (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப் பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைச் சரிபார்க்க. (அல்லது)

ஆ) $(-1,2,0), (2,2,-1)$ என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்வதும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் உள்ள தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

47. அ) ஒரு மலைவழியே செல்லும் சாலையின் சுரங்கப்பாதையின் முகப்பு ஒரு அரைநீள்வட்ட வடிவமாக உள்ளது. நெடுஞ்சாலையின் மொத்த அகலம் 16மீ. சாலையின் விளிம்பில் சுரங்கப்பாதையின் உயரம், 4மீ உயரமுள்ள சரக்கு வாகனம் செல்வதற்குத் தேவையான அளவிற்கும் முகப்பின் அதிகப்பட்ச உயரம் 5மீ ஆகவும் இருக்க வேண்டுமெனில் சுரங்கப்பாதையின் முகப்பின் அகலம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்? (அல்லது)

ஆ) தலைமீழாக வைக்கப்பட்ட ஒரு நேர்வட்ட கூம்பின் வடிவில் உள்ள ஒரு நீர்நிலைத் தொட்டியின் ஆழம் 12 மீட்டர் மற்றும் மேலுள்ள வட்டத்தின் ஆரம் 5 மீட்டர் என்க. நீரிடத்திற்கு 10 கன மீட்டர் வேகத்தில் நீர் பாய்ச்சப்படுகிறது எனில், 8 மீட்டர் ஆழத்தில் நீர் இருக்கும்போது நீரின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வேகம் என்ன?

வகுப்பு: 12

தேர்வு
எண்

முதல் திருப்புதல் தேர்வு, ஜனவரி - 2024

நேரம் : 3.00 மணி

கணிதம்

[மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90

பகுதி-I

குறிப்பு: அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

20X1=20

1. P என்ற புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளுக்கிடையேயான கோணம் செங்கோணம் எனில் P -ன் நியமப்பாதை (1) $2x+1=0$ (2) $x=-1$ (3) $2x-1=0$ (4) $x=1$
2. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 2$ எனுமாறுள்ள ஒரு தளம் அமைய மூன்று பூச்சியமற்ற வெக்டர்கள் எனில் $[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}]$ -ன் மதிப்பு (1) 61 (2) 4 (3) 16 (4) 8
3. (1,1) என்ற புள்ளியில் $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் (1) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$ (2) $\tan^{-1} \left(\frac{4}{3}\right)$ (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) $\frac{\pi}{4}$
4. இரண்டு மிகை எண்களின் கூடுதல் 200 மேலும் அவற்றின் பெருக்கல் பலனின் பெரும் மதிப்பு (1) 100 (2) $25\sqrt{7}$ (3) 28 (4) $24\sqrt{14}$
5. $v(x, y) = \log(e^x + e^y)$, எனில் $\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ -ன் மதிப்பு (1) $e^x + e^y$ (2) $\frac{1}{e^x + e^y}$ (3) 2 (4) 1
6. $\int_{-4}^4 \left[\sin^{-1}\left(\frac{x^2}{x^2+1}\right) + \sec^{-1}\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right) \right] dx$ -இன் மதிப்பு (1) π (2) 2π (3) 3π (4) 4π
7. $\int_0^1 e^{-3x} x^2 dx$ -இன் மதிப்பு (1) $\frac{7}{27}$ (2) $\frac{5}{27}$ (3) $\frac{4}{27}$ (4) $\frac{2}{27}$
8. $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/3} + x^{1/4} = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே (1) 2, 3 (2) 3, 3 (3) 2, 6 (4) 2, 4
9. சராசரி 0.4 கொண்ட ஒரு பெர்னோலி பரவல் X எனில் $(2X-3)$ -ன் பரவல் (1) 0.24 (2) 0.48 (3) 0.6 (4) 0.96
10. $(p \vee q) \rightarrow r$ -ன் நேர்மறை கூற்று எது? (1) $\neg r \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ (2) $\neg r \rightarrow (p \vee q)$ (3) $r \rightarrow (p \wedge q)$ (4) $p \rightarrow (q \vee r)$
11. $A = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ எனில், $9I_2 - A =$ (1) A^{-1} (2) $\frac{A^{-1}}{2}$ (3) $3A^{-1}$ (4) $2A^{-1}$
12. $\rho(A) = \rho([A|B])$ எனில், $AX = B$ என்ற நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது (1) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும் (2) ஒருங்கமைவுடையது (3) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும் (4) ஒருங்கமைவுற்றது
13. $\sum_{n=1}^{13} (i^n + i^{n-1})$ -ன் மதிப்பு (1) $1+i$ (2) i (3) 1 (4) 0

14. $\omega = \text{cis } \frac{2\pi}{3}$ எனில் $\begin{vmatrix} z+1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & z+\omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & z+\omega \end{vmatrix} = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் வெவ்வேறான மூலங்களின்

எண்ணிக்கை 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

15. $\sum_{r=0}^n {}^n C_r (-1)^r x^r$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவையின் மிகையெண் பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை

1) 0 2) n 3) $< n$ 4) r

16. $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வு

(1) $e^x + e^y = C$ (2) $e^x + e^{-y} = C$ (3) $e^{-x} + e^y = C$ (4) $e^{-x} + e^{-y} = C$

17. $n = 25$ மற்றும் $p = 0.8$ என்று உள்ள ஈருறுப்பு பரவல் கொண்ட சமவாய்ப்பு மாறி X எனில் $-X$ ன் திட்ட விலக்கத்தின் மதிப்பு (1) 6 (2) 4 (3) 3 (4) 2

18. $\tan^{-1} x - \cot^{-1} x = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு

1) தீர்வு இல்லை 2) ஒரேயொரு தீர்வு 3) இரு தீர்வுகள் 4) எண்ணற்ற தீர்வுகள்

19. $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \frac{3\pi}{2}$ எனில் $x^{2017} + y^{2018} + z^{2019} - \frac{9}{x^{101} + y^{101} + z^{101}}$ -ன் மதிப்பு

1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

20. $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்தின் செவ்வக முனைகளில் வரையப்பட்ட செங்குத்துக் கோடுகள் $(x-3)^2 + (y+2)^2 = r^2$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடுகள் எனில் r^2 -ன் மதிப்பு

(1) 2 (2) 3 (3) 1 (4) 4

பகுதி-II

குறிப்பு: (i) எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்க

(ii) வினா எண் 30-க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும்.

7X2=14

21. அணித்தரம் காண்க : $\begin{bmatrix} 6 & 0 & -9 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

22. $\sum_{k=1}^9 \left(\cos \frac{2k\pi}{9} + i \sin \frac{2k\pi}{9} \right)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

23. $\sec^{-1} \left(-\frac{2\sqrt{3}}{3} \right)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

24. $2x^2 + 2y^2 - 6x + 4y + 2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க

25. $\vec{a} = i + 2j + 3k, \vec{b} = 2i - j + k, \vec{c} = 3i + 2j + k$ மற்றும் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = l\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c}$ எனில், l, m, n -ன் மதிப்புகளைக் காண்க.

26. மதிப்பிடுக : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$.

27. மதிப்பிடுக : $\int_{-\log 2}^{\log 2} e^{-|x|} dx$.

28. சமவாய்ப்பு மாறி X -யின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} kxe^{-2x}, x > 0 \\ 0, x \leq 0 \end{cases}$ எனில் k -ன் மதிப்பைக் காண்க.

29. Z -ன் மீது \otimes என்ற செயலி பின்வருமாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. $(m \otimes n) = m^n + n^m; \forall m, n \in \mathbb{Z}$. \otimes ஆனது \mathbb{Z} -ன் மீது அடைவுப் பண்பை பெற்றுள்ளதா?

30. $y = Ae^{3x} + Be^{-3x}$ என்பது $\frac{d^2y}{dx^2} - 9y = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக்காட்டுக. இங்கு a, b ஏதேனும் இரு எதேச்சை மாறிலிகள்.

பகுதி-III

குறிப்பு: (i) எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்க

(ii) வினா எண் 40-க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும்.

7X3=21

31. $z_1 = 2 - i$ மற்றும் $z_2 = -4 + 3i$ எனில் $z_1 z_2$ மற்றும் $\frac{z_1}{z_2}$ -ன் நேர்மாறைக் காண்க.

32. $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ -ன் மூலங்கள் கூட்டுத் தொடர் முறையில் இருப்பதற்கான நிபந்தனையைப் பெறுக.

33. $\sin^{-1}[\sin 5]$ -ன் மதிப்பு உள்ளது எனில் மதிப்பு காண்க. மதிப்பு இல்லையெனில் அதற்கான காரணம் தருக.

34. ஒரு பரவளையத் தொலைத்தொடர்பு அலைவாங்கியின் குவியம் அதன் முனையிலிருந்து 2 மீ தூரத்தில் உள்ளது. முனையிலிருந்து 3 மீ தூரத்தில் அலைவாங்கியின் அகலம் காண்க.

35. $f(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ என்ற சார்புகளுக்கு குழிவு இடைவெளிகள் மற்றும் வளைவு மாற்றப்புள்ளிகளைக் காண்க.

36. $V(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 + 3xyz$ எனில் $\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y}$ என நிறுவுக.

37. தீர்க்க $\frac{dy}{dx} = (3x + y + 4)^2$.

38. நான்கு சீரான நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. தலைகளின் எண்ணிக்கை நிகழ்விற்கு நிகழ்தகவு நிறை சார்பு, சராசரி, மற்றும் பரவற்படி காண்க.

39. $p \rightarrow q$ மற்றும் $q \rightarrow p$ ஆகியவைகள் சமானமற்றவை எனக்காட்டுக.

40. $A = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -8 & 1 & a \\ b & 4 & 7 \\ 1 & c & 4 \end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி எனில் a, b மற்றும் c -களின் மதிப்பைக் காண்க. இவற்றிலிருந்து A^{-1} -ஐக் காண்க.

பகுதி-IV

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க.

7X5=35

41. அ) ஒரு துப்பறிவாளர் ஒரு கொலைக்கான புலன் விசாரணையின்போது, ஒருவரின் உயிற்ற உடலை சரியாக பிற்பகல் 8 மணிக்கு காண்கிறார். முன்னெச்சரிக்கையாக துப்பறிவாளர் அவ்வுடலின் வெப்பநிலையை அளந்து 70°F எனக் குறித்துக் கொள்கிறார். 2 மணி நேரம் கழித்து அந்த உடலின் வெப்பநிலை 60°F ஆக இருப்பதைக் காண்கிறார். உடல் இருந்த அறையின் வெப்பநிலை 50°F ஆகும். மற்றும் இறப்பதற்கு முன்பு அந்நபரின் உடல் வெப்பநிலை 98.6°F எனில், அந்நபர் கொலை செய்யப்பட்ட நேரம் என்னவாக இருந்திருக்கும்? $[\log(2.43) = 0.88789; \log(0.5) = -0.69315]$ (அல்லது)

ஆ) λ, μ -இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $2x + 3y + 5z = 9, 7x + 3y - 5z = 8, 2x + 3y + \lambda z = \mu$ என்ற சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது (i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே