

Kanchipuram District

முதலாம் திருப்புதல் தேர்வு - 2024

B

பன்னிரண்டாம் வகுப்பு

பதிவு எண்:

கணிதம்

நேரம் : 3.00 மணி

பகுதி - அ

மதிப்பெண்கள் : 90

$20 \times 1 = 20$

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

1. $A^T A^{-1}$ ஆனது சமச்சீர் எனில் $A^2 =$

- a) A^{-1} b) A^T c) $(A^{-1})^2$ d) $(A^T)^2$

2. கிராமின் விதிப்படி பின்வருவனவற்றுள் சரியானவை எவை?

- i) $\Delta = 0$ ii) $\Delta \neq 0$ iii) தொகுப்பிற்கு ஒரே ஒரு தீர்வு மட்டும் உண்டு
iv) தொகுப்பிற்கு எண்ணிலடங்கா தீர்வுகள் உண்டு
a) (i) மற்றும் (iv) b) (ii) மற்றும் (iii) c) அனைத்தும் d) எதுவுமில்லை

3. $\frac{z-1}{z+1}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனில், $|Z|$ இன் மதிப்பு

- a) $\frac{1}{2}$ b) 2 c) 1 d) 3

4. ஒரு கோட்டின் திசைக்கொண்கள் $\frac{1}{c}, \frac{1}{c}, \frac{1}{c}$ எனில்

- a) $c = \pm\sqrt{3}$ b) $c = \pm 3$ c) $c > 0$ d) $0 < c < 1$

5. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+1}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி

- a) $\frac{1}{x+1}$ b) $x+1$ c) $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ d) $\sqrt{x+1}$

6. $y^2 - xy + 9 = 0$ என்ற வளைவரையில் தொடுகோடு எப்போது நிலைகுத்தாக இருக்கும்?

- a) $y = 0$ b) $y = \pm\sqrt{3}$ c) $y = \frac{1}{2}$ d) $y = \pm 3$

7. $\sum_{r=0}^n nC_r (-1)^r x^r$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவையின் மிகையெண் பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை

- a) n b) 0 c) $< n$ d) r

8. $y^2 = x(a-x)$ என்ற வளைவரையில் அடைப்படும் அரங்கத்தின் பரப்பை x -அச்சைப் பொறுத்து சமூற்றுவதால் உருவாகும் திட்பொருளின் கன அளவு

- a) πa^3 b) $\frac{\pi a^3}{4}$ c) $\frac{\pi a^3}{5}$ d) $\frac{\pi a^3}{6}$

9. ரோலின் தேற்றம் கீழ்க்கண்டவற்றுள் எதற்குப் பொருந்தும்?

- a) $f'(x) \neq 0$ b) $f'(x) < 0$ c) $f'(x) > 0$ d) $f'(x) = 0$

10. சார்பு $g(x) = \cos x$ - ன் நேரியல் தோராய மதிப்பு $x = \frac{\pi}{2}$ இல்

- a) $x - \frac{\pi}{2}$ b) $x + \frac{\pi}{2}$ c) $-x + \frac{\pi}{2}$ d) $-x - \frac{\pi}{2}$

11. ஒர் ஈருறுப்புச் செயலி S என்ற ஒரு கணத்தின் மீது ஒரு சார்பாக பின்வருவனவற்றிலிருந்து பெறப்படுகிறது.

- a) $S \rightarrow S$ b) $(S \times S) \rightarrow S$ c) $S \rightarrow (S \times S)$ d) $(S \times S) \rightarrow (S \times S)$

12. ஒரு ஆட்டகூற்றில் 3 தனிக் கூற்றுகள் உட்படுத்தப்பட்டிருந்தால் அம்சமையீடு
அட்டவணையின் நிரைகளின் எண்ணிக்கை
- a) 9 b) 8 c) 6 d) 3
13. $n = 25$ மற்றும் $p = 0.8$ என்று உள்ள முறைப்பு படவுல் கொண்ட சமவாய்ப்பு மாறி X எனில் X -ன் நிட்டவிலக்கத்தின் மதிப்பு
- a) 4 b) 3 c) 6 d) 2
14. ஒன்றின் n -ஆம் படி மூலங்கள் அனைத்தின் பெருக்குத் தொகை
- a) $(-1)^n$ b) 1 c) $(-1)^{n-1}$ d) 0
15. $\int_0^a \frac{f(x) + f(a-x)}{f(x)} dx =$
- a) 0 b) a c) $\frac{a}{2}$ d) $2a$
16. $(x-h)^2 = -4a(y-k)$ என்ற பரவளையத்தின் இயக்குவரையின் சமன்பாடு
- a) $y = k$ b) $x = k + a$ c) $y = a$ d) $y = k + a$
17. $X \sim B(n, p)$ எனில்
- a) $\mu = np$, $\sigma^2 = np(1-p)$ b) $\mu = nq$, $\sigma = np(1-p)$
c) $\mu = np$, $\sigma = np(1-p)$ d) $\mu = npq$, $\sigma = npq$
18. $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$, $\vec{c} = \hat{i}$ மற்றும் $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$ எனில் $\lambda + \mu$ இன் மதிப்பு
- a) 0 b) 6 c) 1 d) 3
19. $\cos(\cos^{-1}x) = x$ எனில்
- a) $|x| < 1$ b) $|x| \leq 1$ c) $|x| \geq 1$ d) $|x| = 0$
20. தவறான கூற்றினைத் தேர்ந்தெடுக்க.
- a) $\operatorname{Re}(Z) \leq |Z|$ b) $|Z|^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{Z} = \bar{Z}$
c) $||Z_1| - |Z_2|| \geq |Z_1 + Z_2|$ d) $|Z^n| = |Z|^n$

பகுதி - ஆ

- II. எவ்யேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 30 கட்டாய வினா) $7 \times 2 = 14$
21. A என்பது சமச்சீர் அணி எனில் $\operatorname{adj} A$ சமச்சீர் அணி என நிறுவுக.

22. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100} = a + ib$ எனில் a, b இன் மதிப்புகளைக் காண்க.

23. $x^2 + 2(k+2)x + 9k = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் சமம் எனில், k மதிப்பு காண்க.

24. $\sqrt{3} \sec x = -2$ ன் முதன்மை தீர்வு காண்க.

25. மதிப்பு காண்க : $\int_0^1 x^3(1-x^4)dx$

26. $y = mx + \frac{7}{m}$, $m \neq 0$ என்பது $xy' + 7 \frac{1}{y'} - y = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக் காட்டுக.

27. சமவாய்ப்பு மாறி X-யின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} kxe^{-2x} & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{for } x \leq 0 \end{cases}$ எனில் k-ன் மதிப்பைக் காண்க.

28. R-ன் மீது * ஆனது $(a * b) = a + b + ab - 7$ என வரையறுக்கப்பட்டால் *, R-ன் மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில், $3 * \left(\frac{-7}{15} \right)$ காண்க.

29. ஓர் எண்ணின் n - ஆம் படி மூலம் கணக்கிடப்படும்போது ஏற்படும் சதவீதப் பிழை தோராயமாக, அந்த எண்ணின் சதவீத பிழையின் $\frac{1}{n}$ மடங்கு ஆகும் எனக் காட்டுக மதிப்பு காண்க.

30. மதிப்பு காண்க : $[2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}] + [\hat{i} - \hat{k} + \hat{j}] [\hat{k} + \hat{j} + 2\hat{i}]$

பகுதி - இ

III. எவ்யேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளிப்பாரா (வினா எண் 40 கட்டாய வினா) $7 \times 3 = 21$

31. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் (முறையைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க : $5x + 2y = 3$, $3x + 2y = 5$)

$$\left(\cos \frac{9\pi}{4} + i \sin \frac{9\pi}{4} \right)$$

32. $\frac{\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + i \sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{9\pi}{4}\right)}$ என்ற வகுத்தலின் மதிப்பினை செவ்வக வடிவில் காண்க.

33. $4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$ எனும் சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் அனைத்து மெய்யெண்களையும் காண்க.

34. $\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1} x + 2\cos^{-1} x \leq \frac{3\pi}{4}$ என நிறுவுக.

35. குவியங்கள் $(\pm 2, 0)$, $e = \frac{3}{2}$ உடைய அதி பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

36. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{6}$ என்ற கோட்டிற்கும், $10x + 2y - 11z = 3$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

37. மதிப்பிடுக : $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{\log(1-x)}{\cot(\pi x)} \right)$

38. $4P(X=4) = P(X=2)$ மற்றும் $n = 6$ எனும் படி உள்ள $X \sim B(n, p)$ - ன் பரவல் காண்க.

39. மெய்ஞம் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $q \rightarrow p \equiv \neg p \rightarrow \neg q$ என நிறுவுக.

40. $5x + 3y = 15$, x - அச்சு, $x = -1$ மற்றும் $x = 2$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பு காண்க.

பகுதி - ஈ

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். $7 \times 5 = 35$

41. அ) λ, μ - இன் எம் மதிப்புகளுக்கு $x + 2y + z = 7$, $x + y + \lambda z = \mu$, $x + 3y - 5z = 5$ என்ற சமன்பாடுகள்

- i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது
- ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும்
- iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.

(அவ்வது)

ஆ)
$$\tan \left[\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{2a}{1+a^2} \right) + \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1-a^2}{1+a^2} \right) \right] = \frac{2a}{1-a^2}$$
 என நிரூபிக்க.

42. அ) தீர்க்க : $(2x-3)(6x-1)(3x-2)(x-2)-5=0$ (அவ்வது)

ஆ) x -அச்சு, $x = \sqrt{3}y$ என்ற கோடு மற்றும் $x^2 + y^2 = 4$ என்ற வட்டம் ஆகியவற்றால் முதல் காலவட்டப் பகுதியில் அடைப்படும் அரங்கத்தின் பரப்பு காண்க.

43. அ) $(0, 0), (-2, 1)$ மற்றும் $(-3, 2)$ என்ற புள்ளிகள் வழிசெல்லூரும் வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

(அவ்வது)

ஆ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள குவிவு பரவல் சார்பு $F(x)$ -இன் தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பினைக் காண்க.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , -\infty < x < -2 \\ 0.25 & , -2 \leq x < -1 \\ 0.60 & , -1 \leq x < 0 \\ 0.90 & , 0 \leq x < 1 \\ 1 & , 1 \leq x < \infty \end{cases}$$

மேலும் i) $P(X < 0)$ மற்றும் ii) $P(X \geq -1)$ காண்க.

44. அ) $(5, 4, 2)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-1}$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டின் அடியைக் காண்க. மேலும், இச்செங்குத்துக் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(அவ்வது)

ஆ) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-i}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனில், $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ எனக் காட்டுக.

45. அ) வெக்டர் முறையில் $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$ என நிறுவுக.

(அவ்வது)

ஆ) $f(x, y) = \cos(x^2 - 3xy)$ எனில், f_x, f_y காண்க. மேலும் $f_{xy} = x_{yy}$ எனக் காட்டுக.

46. அ) ஒரு தொட்டியில் உள்ள 1000 லிட்டர்நீரில் 100 கிராம் உப்பு கரைந்துள்ளது. பிரென் என்பது அடர்ந்த அடர்த்திக் கொண்ட உப்புக் கரைசலாகும். வழக்கமாக சோடியம் குளோரைடு கரைசலாகும். பிரென் ஒரு நிமிடத்திற்கு 10 லிட்டர் வீதம் உட்புகுத்தப்படுகிறது. மேலும், ஒவ்வொரு லிட்டர் நீரிலும் 5 கிராம் உப்பு கரைந்துள்ளது. தொட்டியில் உள்ள நீரானது தொடர்ந்து கலக்கப்பட்டு சீராக வைக்கப்பட்டுள்ளது. பிரென் ஒரு நிமிடத்திற்கு 10 லிட்டர் வீதம் வெளியேறுகிறது. t நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவைக் காண்க.

(அவ்வது)

ஆ) மட்டு 11 ஜப் பொறுத்து எச்சத் தொகுதிகளின் கணம் $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ -இன் உட்கணம் $A = \{1, 3, 4, 5, 9\}$ -ன் மீது X_{11} என்ற செயலிக்கு (i) அடைவு பண்பு, (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு, (iii) சேர்ப்புப் பண்பு, (iv) சமனிப் பண்பு, (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைச் சரிபார்க்க.

47. அ) 1024 செ.மீ³ தண்ணீர் கொள்ளளவுள்ள சதுர வடிவ அடிப்பக்கம் கொண்ட ஒரு கணசெவ்வகத்தின் மேற்புறம், கீழ்ப்புறம் தகடு செய்ய ஒரு செமீ²-க்கு ₹5 மற்றும் அதன் பக்கங்கள் செய்ய ஒரு செமீ²-க்கு ₹2.50 செலவாகிறது எனில், அப்பெட்டி தயாரிக்க ஆகும் குறைந்த பட்ச செலவு காண்க.

(அவ்வது)

ஆ) தீர்க்க : $(1 + y^2) + \left(x - e^{\tan^{-1} y} \right) \frac{dy}{dx} = 0$
