

43(a) தீர்க்க : $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ (அல்லது)

43(b) (2,2,1), (1,2,3) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் (2,1,1) மற்றும் (-1,2,3) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

44(a) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக. (அல்லது)

44(b) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது

X	1	2	3	4	5
f(x)	k^2	$2k^2$	$3k^2$	$2k$	$3k$

எனில் (i) k மதிப்பு (ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iii) $P(3 < X)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

45(a) 17 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு ஏணி செங்குத்தான சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து விலகிச் செல்லும் வீதம் வினாடிக்கு 5 மீட்டர் எனில் ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து 8 மீட்டர் தொலைவில் இருக்கும்போது, (i) அதன் உச்சி என்ன வீதத்தில் கீழேநோக்கி இறங்கும் என்பதைக் காண்க? (ii) எந்த வீதத்தில், ஏணி, சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவற்றால் உருவாகும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மாறுகிறது? (அல்லது)

45(b) $u = \sin^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x+y}}\right)$ எனில், $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$ என நிறுவுக.

46(a) நிறுவுக $\int_0^{\pi} \log(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{9} \log 2$. (அல்லது)

46(b) ஒரு விவசாயி ஒரு நதியை ஒட்டிய செவ்வக மேய்ச்சல் நிலத்திற்கு வேலி அமைக்க திட்டமிட்டுள்ளார். மந்தைகளுக்கு போதுமான புல் வழங்க மேய்ச்சல் நிலம் 1,80,000 சதுர மீட்டர் பரப்பளவு இருக்க வேண்டும். ஆற்றின் குறுக்கே வேலி அமைக்கத் தேவையில்லை. வேலி அமைக்கத் தேவையான குறைந்தபட்ச வேலிக் கம்பியின் நீளம் என்ன?

47(a) P என்பது $y = (x-2)^2 + 1$ என்ற வளைவரைக்கு ஒரு மீச்சிறு புள்ளி. Q என்ற புள்ளியானது, PQ -ன் சாய்வு 2 உள்ளவாறு வளைவரையின் மேல் உள்ளது எனில் வளைவரைக்கும் நாண் PQ -க்கும் இடையில் அடைபடும் பரப்பைக் காண்க. (அல்லது)

47(b) ஒரு மாதிரியில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்கள் சிதைவுறும் வீதமானது அந்நேரத்தில் அந்த மாதிரியில் கரணப்படும் அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 100 ஆண்டு கால இடைவெளியில் ஒரு மாதிரியில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் 10% சிதைவுறுகிறது. 1000 ஆண்டுகள் முடிவில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் எவ்வளவு மீதமிருக்கும்? (ஆரம்ப எண்ணிக்கை A_0 எனக்கொள்க)

வகுப்பு: 12

அரையாண்டுப் பொதுத் தேர்வு - 2023 - 24

தேர்வு எண்

நேரம் : 3.00 மணி

கணிதம்

[மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90]

பகுதி - I

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி :-

20X1=20

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ எனில் $|adjAB| =$

(1) -40 (2) -80 (3) -60 (4) -20

2. $x^a y^b = e^m$, $x^c y^d = e^n$, $\Delta_1 = \begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} a & m \\ c & n \end{vmatrix}$, $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ எனில் x

மற்றும் y-ன் மதிப்புகள் முறையே

(1) $e^{\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\right)}, e^{\left(\frac{\Delta_3}{\Delta_1}\right)}$ (2) $\log\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_3}\right), \log\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_3}\right)$

(3) $\log\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\right), \log\left(\frac{\Delta_3}{\Delta_1}\right)$ (4) $e^{\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_3}\right)}, e^{\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_3}\right)}$

3. $|z| = 1$ எனில் $\frac{1+z}{1+z}$ ன் மதிப்பு (1) z (2) \bar{z} (3) $\frac{1}{z}$ (4) 1

4. z என்ற கலப்பெண்ணானது $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ ஆகவும் $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{R}$

எனவும் இருந்தால் ன் மதிப்பு (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3

5. $x^3 + 64i$ ன் ஒரு பூச்சியமாக்கி

(1) 0 (2) 4 (3) 4i (4) -4

6. $x^3 + 12x^2 + 10ax + 1999$ க்கு நிச்சமாக ஒரு மிகையெண் பூச்சியமாக்கி இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை

(1) $a \geq 0$ (2) $a > 0$ (3) $a < 0$ (4) $a \leq 0$

7. $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x-1}$ என வரையறுக்கப்படும் சார்பின் சார்பகம்

(1) [1, 2] (2) [-1, 1] (3) [0, 1] (4) [-1, 0]

8. $3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் ஆரம்

(1) 1 (2) 3 (3) $\sqrt{10}$ (4) $\sqrt{11}$

9. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2}$, $z = 2$ மற்றும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3} = \frac{z+5}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு

இடைப்பட்ட கோணம் (1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{4}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ (4) $\frac{\pi}{2}$

10. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $3x - 6y + 2z + 7 = 0$ என்ற தளத்திற்கு உள்ள தொலைவு (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3

11. ஆதியில் $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட

கோணம் (1) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ (2) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) $\frac{\pi}{4}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{1}{x}\right)$ -ன் மதிப்பு (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) ∞

13. 31 ன் ஆம்படி மூல சதவீதப் பிழை தோராமாக ன் சதவீதப் பிழையைப் போல் எத்தனை மடங்காகும்?

- (1) $\frac{1}{31}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) 5 (4) 31

14. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 1% அதிகரிக்கும்போது அதன் கன அளவில் ஏற்படும் மாற்றம்

- (1) $0.3x dx m^3$ (2) $0.03x m^3$ (3) $0.03x^2 m^3$ (4) $0.03x^3 m^3$

15. $\int_{-1}^2 |x| dx$ இன் மதிப்பு

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{5}{2}$ (4) $\frac{7}{2}$

16. $y = Ae^x + Be^{-x}$ இங்கு A, B என்பன ஏதேனும் மாறத்தக்க மாறிலிகள் எனும் வளைவைத் தொகுதியின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

- (1) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ (2) $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$ (3) $\frac{dy}{dx} + y = 0$ (4) $\frac{dy}{dx} - y = 0$

17. $f(x) = \frac{1}{12}, a < x < b$ எனும் சார்பு ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பினைக் குறிக்கிறது எனில் பின்வருவனவற்றுள் எது a மற்றும் b ன் மதிப்புகளாக அமையாது?

- (1) 0 மற்றும் 1 (2) 5 மற்றும் 17 (3) 7 மற்றும் 19 (4) 16 மற்றும் 24

18. பின்வருபவைகளில் எது N ன் மீது ஓர் சுருறுப்புச் செயலி ஆகும்

- (1) கழித்தல் (2) பெருக்கல் (3) வகுத்தல் (4) அனைத்தும்

19. $\frac{dy}{dx} - Py = Q$ எனும் நேரியல் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி COSX எனில் P என்பது

- (1) $\log \sin x$ (2) $\cos x$ (3) $\tan x$ (4) $\cot x$

20. $\int_0^{\pi} \sin^4 x dx$ இன் மதிப்பு

- (1) $\frac{3\pi}{10}$ (2) $\frac{3\pi}{8}$ (3) $\frac{3\pi}{4}$ (4) $\frac{3\pi}{2}$

பகுதி - II

ஏதேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. வினா எண் 30க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். 7X2=14

21. $A = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ எனில், $A(adjA) = (adjA)A = |A|I_2$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

22. $(2 + i\sqrt{3})^{10} - (2 - i\sqrt{3})^{10}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனக்காட்டுக.

23. $2 - \sqrt{3}$ -ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

24. $\sin^{-1}(2)$ -ன் முதன்மை மதிப்பு இருப்பின், அதனை கண்டறிக.

25. ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் \vec{a} -க்கு, $i \times (\vec{a} \times i) + j \times (\vec{a} \times j) + k \times (\vec{a} \times k) = 2\vec{a}$ என நிறுவுக.

26. மதிப்பு காண்க: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x^2} \right)$.

27. $u(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x+y}}$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$ என நிறுவுக

28. பின்வரும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி (இருப்பின்) ஆகியவற்றைக் காண்க: $dy + (xy - \cos x)dx = 0$

29. $f(x) = \begin{cases} Cx^2, & 1 < x < 4 \\ 0, & x \text{ - ன் பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$ எனும் சார்பு ஒரு அடர்த்தி சார்பு எனில் மாறிலி C-இன் மதிப்பு காண்க.

30. தீர்க்க: $(1+x) \frac{dy}{dx} = 1+y$.

பகுதி - III

ஏதேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. வினா எண் 30க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். 7X3=21

31. $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ என்ற அணியை ஏறுபடி வடிவில் மாற்றி அணித்தரம் காண்க.

32. $z^3 + 27 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க

33. $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

34. மதிப்பு காண்க: $\tan^{-1}(-1) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$.

35. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்தின் செவ்வகல நீளம் $\frac{2b^2}{a}$ என நிறுவுக.

36. $8i - 6j - 4k$ என்ற வெக்டரை நிலை வெக்டராகக் கொண்ட புள்ளியில்

செயல்படும் $-3i + 6j - 3k, 4i - 10j + 12k$ மற்றும் $4i + 7j$ விசைகளின்

திருப்புத்திறனை $8i - 6j - 4k$ என்ற வெக்டரை நிலை வெக்டராகக் கொண்ட புள்ளியைப் பொறுத்துக் காண்க.

37. சராசரி மதிப்புத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, $|\sin \alpha - \sin \beta| \leq |\alpha - \beta|, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ என நிறுவுக.

38. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b$ என்ற அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பினை நெட்டச்சைப் பொருத்துச் சமூற்றினால் உருவாகும் திடப்பொருளின் கனஅளவைக் காண்க.

39. மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$ என்ற கூற்றுக்கள் தர்க்க சமானமானவை எனச் சோதிக்க.

40. ஓர் ஈருறுப்பு சமவாய்ப்பு மாறிய் X -ன் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் முறையே 4 மற்றும் 1 ஆகும். (i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு

(ii) $P(X = 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

பகுதி - IV

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி.

7X5=35

41(a) ஒருவர் $y = ax^2 + bx + c$ என்ற பாதையில் $(-6, 8), (-2, -12)$, மற்றும் $(3, 8)$ எனும் புள்ளிகள் வழியாக செல்கிறார். $P(7, 60)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள அவருடைய நண்பனை சந்திக்க விரும்புகிறார். அவர் அவருடைய நண்பனை சந்திப்பாரா - (காஸ் நீக்கல்முறையை பயன்படுத்துக)

(அல்லது)

41(b) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-1}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனில், $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ எனக்காட்டுக.

42(a) தீர்க்க: $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$ (அல்லது)

42(b) $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} - \{0\} \right\}$ என்க. * என்பது அணிப்பெருக்கல் எனக் கொள்க. * ஆனது M -ன் மீது பரிமாற்றுப் பண்பு, சேர்ப்புப் பண்புகளையும் நிறைவு செய்யுமா எனச் சோதிக்க.