

Kanchipuram District

இரண்டாம் திருப்புதல் தேர்வு - 2024

பன்னிரண்டாம் வகுப்பு

பதிவு எண்:

கணிதம்

நேரம் : 3.00 மணி

பகுதி - அ

மதிப்பெண்கள் : 90

20 x 1 = 20

1. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.
1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\lambda A^{-1} = A$ எனில், λ - ன் மதிப்பு
 அ) 17 ஆ) 14 இ) 19 ஈ) 21
2. பின்வருவனவற்றுள் எது தவறானது?
 அ) $\text{adj}(\text{adj } A) = |A|^{n-2} \cdot A$ ஆ) $|\text{adj } A| = A^{n-1}$
 இ) $|\text{adj}(\text{adj } A)| = |A|^{(n-1)^2}$ ஈ) $(\text{adj } A)^T = \text{adj}(A^T)$
3. $x^2 + x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் $\alpha^{2020} + \beta^{2020}$ ன் மதிப்பு
 அ) -2 ஆ) -1 இ) 1 ஈ) 2
4. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^8 + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^8$ - ன் மதிப்பு
 அ) 8 ஆ) 4 இ) 2 ஈ) 6
5. $x^3 + 12x^2 + 10ax + 1999$ க்கு நிச்சயமாக ஒரு மிகையெண் பூச்சியமாக்கி இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை
 அ) $a \geq 0$ ஆ) $a > 0$ இ) $a < 0$ ஈ) $a \leq 0$
6. $P(x)$ எனும் ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவையின் மிகையெண் பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை P மற்றும் $P(x)$ -ன் கெழுக்களின் குறி மாற்றங்களின் எண்ணிக்கை S எனில், $S - P$ என்பது
 அ) மிகை முழு எண் ஆ) குறை முழு எண்
 இ) குறையற்ற இரட்டைப்படை முழு எண் ஈ) ஒற்றைப்படை மிகை முழு எண்
7. $\tan^{-1}x - \cot^{-1}x = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு
 அ) தீர்வு இல்லை ஆ) ஒரேயொரு தீர்வு இ) இரு தீர்வுகள் ஈ) எண்ணற்ற தீர்வுகள்
8. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப்பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு
 அ) $2ab$ ஆ) ab இ) \sqrt{ab} ஈ) $\frac{a}{b}$
9. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{c} = \vec{i}$ மற்றும் $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$ எனில் $\lambda + \mu$ ன் மதிப்பு
 அ) 0 ஆ) 1 இ) 6 ஈ) 3
10. ஆதியிலிருந்து $(1,1,1)$ என்ற புள்ளிக்கு உள்ள தொலைவானது $x + y + z + k = 0$ என்ற தளத்திலிருந்து அப்புள்ளிக்கு உள்ள தொலைவில் பாதி எனில், k -ன் மதிப்புகள்
 அ) ± 3 ஆ) ± 6 இ) $-3, 9$ ஈ) $3, -9$
11. கூம்பு வடிவில் உள்ள ஒரு தொட்டியின் ஆரம் 10 மீ மற்றும் மணிக்கு 314 கன மீட்டர் வீதத்தில் கோதுமையால் தொட்டியானது நிரப்பப்படுகிறது எனில் கோதுமையின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வேகம்
 அ) 1 மீ/மணி ஆ) 0.1 மீ/மணி இ) 1.1 மீ/மணி ஈ) 0.5 மீ/மணி
12. $\frac{1}{x}$, $x \in [1, 9]$ என்ற சார்பிற்கு சராசரி மதிப்புத் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் எண்
 அ) 2 ஆ) 2.5 இ) 3 ஈ) 3.5

13. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு X_0 இலிருந்து $X_0 + dx$ ஆக மாறும் போது அதன் வளைபரப்பு $S = 6x^2$ இல் ஏற்படும் மாற்றம்
 அ) $12X_0 + dx$ ஆ) $12X_0 dx$ இ) $6X_0 dx$ ஈ) $6X_0 + dx$
14. $\int_0^{\pi/2} \tan x dx$ ன் மதிப்பு
 அ) $-\log 2$ ஆ) $\log 2$ இ) $-\log 3$ ஈ) $\log 3$
15. $\int_0^x f(t) dt = x + \int_x^1 t f(t) dt$ எனில், $f(1)$ ன் மதிப்பு
 அ) $1/2$ ஆ) 2 இ) 1 ஈ) $3/4$
16. $2x \frac{dy}{dx} - y = 3$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு குறிப்பிடுவது
 அ) நேர்க்கோடுகள் ஆ) வட்டங்கள் இ) பரவளையம் ஈ) நீள்வட்டம்
17. $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு
 அ) $y + \sin^{-1}x = c$ ஆ) $x + \sin^{-1}y = 0$ இ) $y^2 + 2\sin^{-1}x = c$ ஈ) $x^2 + 2\sin^{-1}y = 0$
18. $n = 25$ மற்றும் $p = 0.8$ என்று உள்ள ஈருறுப்பு பரவல் கொண்ட சமவாய்ப்பு மாறி X எனில் X -ன் திட்டவிலக்கத்தின் மதிப்பு
 அ) 6 ஆ) 4 இ) 3 ஈ) 2
19. * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி $a * b = \frac{ab}{7}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. * எதன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி ஆகாது?
 அ) \mathbb{R} ஆ) \mathbb{Q}^+ இ) \mathbb{C} ஈ) \mathbb{Z}
20. '÷' என்ற செயலி எக்கணத்தில் ஈருறுப்புச் செயலி?
 அ) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ஆ) \mathbb{C} இ) \mathbb{R} ஈ) \mathbb{Z}
- பகுதி - ஆ
- II. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 30 கட்டாய வினா) $7 \times 2 = 14$
21. $A = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் $A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)A = |A|I_2$ என்பதை சரிபார்க்க.
22. $i, -2+i$ மற்றும் 3 ஆகியவற்றில் எந்த கலப்பெண் ஆதியிலிருந்து அதிக தொலைவில் உள்ளது?
23. $\sum_{n=1}^{204} (i^{n+1} - i^{n+2})$ -ன் மதிப்பு காண்க.
24. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ஐ ஒரு மூலமாகவும் முழுக்களை கெழுக்களாகவும் கொண்ட ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.
25. $y = 2\sqrt{2}x + c$ என்ற கோடு $x^2 + y^2 = 16$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடு எனில், C -ன் மதிப்பு காண்க.
26. ஒரு துகள் $(1, 3, -1)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $(4, -1, \lambda)$ என்ற புள்ளிக்கு $3\bar{i} - 2\bar{j} + 2\bar{k}$ மற்றும் $2\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$ என்ற விசைகளின் செயல்பாட்டினால் நகர்த்தப்படுகிறது. அவ்விசைகள் செய்த வேலை 16 அலகுகள் எனில், λ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

27. மதிப்பிடுக : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

28. $f(x) = \left| \frac{1}{x} \right|$, $x \in [-1, 1]$ என்ற சார்பிற்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் ரோலின் தேற்றம் ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதை விளக்குக.

29. மதிப்பிடுக : $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^4 x \, dx$

30. $a * b = a^b$, $\forall a, b \in \mathbb{N}$ என வரையறுக்கப்பட்ட * என்ற செயலியானது சேர்ப்புப் பண்புடையதா எனச் சரிபார்க்க.

பகுதி - ஐ

III. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 40 கட்டாய வினா) 7 x 3 = 21

31. ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்தி அணித்தரம் காண்க :

$$\begin{bmatrix} 3 & -8 & 5 & 2 \\ 2 & -5 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

32. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right)^5 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right)^5 = -\sqrt{3}$ எனக் காட்டுக.

33. $2x^3 + 11x^2 - 9x - 18 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

34. மதிப்பு காண்க : $\sin \left[\tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{4}{5} \right) \right]$

35. செவ்வகல நீளம் 4, குவியங்களுக்கிடையேயான தூரம் $4\sqrt{2}$, மையம் (0,0) மற்றும் நெட்டச்சு, y-அச்சாக உடைய நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

36. $\vec{r} = (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) + t(\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (6\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

37. $U(x,y,z) = \log(x^3 + y^3 + z^3)$ எனில் $\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z}$ காண்க.

38. $\int_{\pi/8}^{3\pi/8} \frac{1}{1 + \sqrt{\tan x}} \, dx = \frac{\pi}{8}$ என நிரூபி.

39. தீர்வு காண்க : $\frac{dy}{dx} + 3y = e^{-2x}$

40. மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$ என்ற கூற்றுக்கள் தர்க்க சமானமானவை எனச் சோதிக்க.

பகுதி - ஈ

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். 7 x 5 = 35

41. அ) காஸ்லியன் நீக்கல் முறையைப் பயன்படுத்தி $C_2H_6 + O_2 \rightarrow H_2O + CO_2$ என்ற வேதியியல் எதிர்வினைச் சமன்பாட்டை சமநிலைப்படுத்துக.

(அல்லது)

ஆ) $z^3 + 8i = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. இங்கு $z \in \mathbb{C}$
 42. அ) வெக்டர் முறையைப் பயன்படுத்தி $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$ என நிறுவுக.
 (அல்லது)

ஆ) ஆரம் a செமீ மற்றும் உயரம் b செமீ கொண்ட ஒரு வெற்றுக்கூம்பு ஒரு மேசையின் மீது வைக்கப்படுகிறது. இதன் அடியில் மறைத்து வைக்கக்கூடிய மிகப்பெரிய உருளையின் கனஅளவு கூம்பின் கனஅளவைப் போல் $\frac{4}{9}$ மடங்கு என்பதைக் காட்டுக.

43. அ) $\cos^{-1}\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) + \cos^{-1}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right) = \frac{17\pi}{12}$ என நிரூபி. (அல்லது)

ஆ) $2x^2 - y^2 - 8x + 2y - 17 = 0$ என்ற அதிபரவளையத்தின் மையம், குவியங்கள், முனைகள் மற்றும் இயக்குவரையின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

44. அ) ஒரு மாதிரியில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்கள் சிதைவுறும் வீதமானது அந்நேரத்தில் அந்த மாதிரியில் காணப்படும் அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 100 ஆண்டு கால இடைவெளியில் ஒரு மாதிரியில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் 10% சிதைவுறுகிறது. 1000 ஆண்டுகள் முடிவில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் எவ்வளவு மீதமிருக்கும்? (அல்லது)

ஆ) மட்டுக்கூட்டல் 5 செயலி அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி கணம் Z_5 ன் மீது $+_5$ என்ற செயலிக்கு (i) அடைவுப் பண்பு (ii) பரிமாற்றுப்பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப் பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைச் சரிபார்க்க.

45. அ) $(3, 6, -2)$, $(-1, -2, 6)$ மற்றும் $(6, 4, -2)$ ஆகிய ஒரே கோட்டிலமையாத மூன்று புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் தளத்தின் துணையலகு, துணையலகு அல்லாத வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க. (அல்லது)

ஆ) ஒரு தர்பூசணியானது நீள்வட்ட திண்ம வடிவில் (ellipsoid shape) உள்ளது. இந்த நீள்வட்ட திண்மத்தை பெற நெட்டச்சின் நீளம் 20 செமீ. குற்றச்சின் நீளம் 10 செமீ கொண்ட நீள்வட்டத்தை நெட்டச்சைப் பொறுத்து சுழற்ற வேண்டும் எனில் தர்பூசணியின் கனஅளவை தொகையிடலைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

46. அ) ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும் போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4 மீ-ஐ எட்டும் போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத் தூரம் 6 மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12 மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில், புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் காண்க. (அல்லது)

ஆ) ஒரு பாதரச ஆவி விளக்கின் பயன்படும் காலம் குறைந்தபட்சம் 600 மணித்துளிகளுக்கான நிகழ்தகவு 0.9 எனில் அத்தகைய 12 விளக்குகளில் (i) சராசரியாக 10 விளக்குகளின் பயன்படும் காலம் குறைந்தபட்சம் 600 மணித்துளிகளுக்கான நிகழ்தகவு (ii) குறைந்தபட்சம் 11 விளக்குகளின் பயன்படும் காலம் குறைந்தபட்சம் 600 மணித்துளிகளுக்கான நிகழ்தகவு (iii) குறைந்தபட்சம் 2 விளக்குகளின் பயன்படும் காலம் குறைந்தபட்சம் 600 மணித்துளிகள் கூட இல்லாததற்கான நிகழ்தகவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

47. அ) $w(x, y, z) = \log\left(\frac{5x^3y^4 + 7y^2xz^4 - 75y^3z^4}{x^2 + y^2}\right)$ எனில் $x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z}$ காண்க.

(அல்லது)

ஆ) $1 + 2i$ மற்றும் $\sqrt{3}$ ஆகியவை $x^6 - 3x^5 - 5x^4 + 22x^3 - 39x^2 - 39x + 135$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் இரு பூச்சியமாக்கிகள் எனில் அனைத்து பூச்சியமாக்கிகளையும் கண்டறிக.
