

12 - STD

இரண்டாம் திருப்புதல் தேர்வு - 2024

12124

கணக்கு

பகுதி - I

காலம் : 3.00 மணி

மதிப்பெண்கள் : 90

I. சரியான விடையை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

20x1=20

1. A என்ற 3×3 பூச்சியமற்றக் கோவை அணிக்கு $AA^T = A^T A$ மற்றும் $B = A^{-1}A^T$ என்றவாறு இருப்பின் $BB^T =$

- 1) A 2) B 3) I_3 4) B^T

2. $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ மற்றும் $A(\text{adj}A) = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$, எனில், $k =$

- 1) 0 2) $\sin\theta$ 3) $\cos\theta$ 4) 1

3. ஒரு கலப்பெண்ணின் இணை கலப்பெண் $\frac{1}{i-2}$ எனில், அந்த கலப்பெண்

- 1) $\frac{1}{i+2}$ 2) $\frac{-1}{i+2}$ 3) $\frac{-1}{i-2}$ 4) $\frac{1}{i-2}$

4. $(\sin 40^\circ + \cos 40^\circ)^5$ ன் முதன்மை வீச்சு

- 1) -110° 2) -70° 3) 70° 4) 110°

5. விகிதமுறு மூலத் தேற்றத்தின் படி பின்வருவனவற்றுள் எந்த எண் $4x^7 + 2x^4 - 10x^3 - 5$ என்பதற்கு சாத்தியமற்ற விகிதமுறு பூச்சியமாகும்?

- 1) -1 2) $\frac{5}{4}$ 3) $\frac{4}{5}$ 4) 5

6. $x^9 - 5x^5 + 4x^4 + 2x^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு குறைந்தபட்சம் எத்தனை மெய்யற்ற கலப்பெண் தீர்வுகள் உண்டு

- 1) 9 2) 0 3) 6 4) ஏதுமில்லை

7. $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x-1}$ என வரையறுக்கப்படும் சார்பின் சார்பகம்

- 1) [1,2] 2) [-1,1] 3) [0,1] 4) [-1, 0]

8. $\cos^{-1}(\frac{4}{5}) + \sin^{-1}(\frac{4}{5})$ ன் மதிப்பு

- 1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{\pi}{3}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{\pi}{6}$

9. $x+y=6$ மற்றும் $x+2y=4$ is என்ற நேர்கோடுகளை விட்டங்களாகக் கொண்டு (6,2) புள்ளி வழிச் செல்லும் வட்டத்தின் ஆரம்.

- 1) 10 2) $2\sqrt{5}$ 3) 6 4) 4

10. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = \frac{y^2}{9}$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ 4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

11. $i+j$, $i+2j$, $i+j+\pi k$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு

- 1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{\pi}{3}$ 3) π 4) $\frac{\pi}{4}$

TVM-12-MAT-TM-1

12. $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 3$ மற்றும் $\vec{r} \cdot (4\hat{i} + \hat{j} - \mu\hat{k}) = 5$ ஆகிய தளங்கள் இணை எனில் λ மற்றும் μ ன் மதிப்புகள்

- 1) $\frac{1}{2}, -2$ 2) $-\frac{1}{2}, 2$ 3) $-\frac{1}{2}, -2$ 4) $\frac{1}{2}, 2$

13. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஏதேனும் மூன்று வெக்டர்கள் எனில் $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}]$ ன் மதிப்பு

- 1) 0 2) 1 3) $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ 4) $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]^2$

14. $\vec{y} = (x-1)^3$ என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்றப்படுள்ளி

- 1) (1,0) 2) (0,0) 3) (1,1) 4) (0,1)

15. $x^2 e^{-2x}$ என்ற சார்பின் பெரும் மதிப்பு

- 1) $\frac{4}{e}$ 2) $\frac{1}{2e}$ 3) $\frac{1}{e^2}$ 4) $\frac{4}{e^4}$

16. $u(x,y) = e^{x^2+y^2}$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ ன் மதிப்பு

- 1) $y^2 u$ 2) $e^{x^2+y^2}$ 3) $2xu$ 4) $x^2 u$

17. $y = cx - c^2$ என்பதனைப் பொதுத் தீர்வாகப் பெற்ற வகைக்கெழு சமன்பாடு

- 1) $y' = c$ 2) $(y')^2 + xy' + y = 0$ 3) $(y')^2 - xy' + y = 0$ 4) $y'' = 0$

18. $y' + (y'')^2 = x(x+y'')^2$ என்ற கைக்கெழு சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே

- 1) 1,2 2) 1,1 3) 2,2 4) 2,1

19. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\tan x - \cot x}{1 + \tan x \cot x} dx$ இன் மதிப்பு

- 1) $\frac{\pi}{4}$ 2) π 3) $\frac{\pi}{2}$ 4) 0

20. $\int_0^{\pi} \sin x dx$ - இன் மதிப்பு

- 1) 2 2) 0 3) π 4) 1

பகுதி - II

எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும், வினா எண் 30-க்கு கட்டாய விடையளிக்கவும்.

7x2=14

21. $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.

22. கீழ்க்காணும் பண்புகளை நிறுவுக

$$\operatorname{Re}(z) = \frac{z + \bar{z}}{2} \text{ and } \operatorname{Im}(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$$

23. $2 - \sqrt{3} - i$ ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க

24. $\sin^{-1}(\sin(\frac{5\pi}{6}))$ - ன் மதிப்பு காண்க.

25. $\vec{r} \cdot (i + j - 2k) = 3$ மற்றும் $2x - 2y + z = 2$ என்ற தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

26. $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $x \in (\frac{1}{2}, 2)$ என்ற சார்பிற்கு $(\frac{1}{2}, 2)$ என்ற இடைவெளியில் ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவுச் செய்யும் மதிப்பைக் காண்க.

27. $f(x) = x^2 + 3x$, என்ற சார்பிற்கு $x=2$ and $dx=0.1$ எனும் போது df - ஐ மதிப்பிடுக.

TVM-12-MAT-TM-2

28. $\int_0^{\pi} \frac{f(\sin x)}{f(\sin x) + f(\cos x)} dx = \frac{\pi}{4}$ என நிறுவுக.

29. தீர்க்க $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$

30. $3x^2 + 3y^2 + 6x - 9y + 6 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.

பகுதி III

எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 40-க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். 7x3=21

31. $10-8i, 11+6i$ ஆகிய புள்ளிகளில் எப்புள்ளி $1+i$ க்கு மிக அருகாமையில் இருக்கும்?

32. $2x^3 - 9x^2 + 10x = 3$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு, 1 ஒரு மூலமெனில் பிற மூலங்களைக் காண்க.

33. p என்பது ஒரு மெய்யெண் எனில், $4x^2 + 4px + p+2=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையை p -ன் அடிப்படையில் ஆராய்க.

34. $\cos^{-1}(\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{17} - \sin \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{17})$ -ன் மதிப்பு காண்க.

35. $4i - j + 3k$ மற்றும் $-2i + j - 2k$ எனும் வெக்டர்களுக்கு செங்குத்தானதும் எண் அளவு உடையதுமான வெக்டர்களைக் காண்க.

36. $\int_0^{\pi} \frac{\sec x \tan x}{1 + \sec^2 x} dx = \tan^{-1}(2) - \frac{\pi}{4}$ எனக் காட்டுக.

37. சூரியனிலிருந்து பூமியின் அதிகபட்சம் மற்றும் குறைந்தபட்ச தூரங்கள் முறையே 152×10^6 கி.மீ மற்றும் 94.5×10^6 கி.மீ நீள்வட்டப் பாதையின் ஒரு குவியத்தில் சூரியன் உள்ளது. சூரியனுக்கும் மற்றொரு குவியத்திற்குமான தூரம் காண்க.

38. மனிதனின் இரத்தக் குழாயின் (தமனியின்) குறுக்கு வெட்டானது வட்ட வடிவம் எனக் கொள்க. ஒரு நோயாளிக்கு இரத்தக் குழாய் விரிவடைவதற்கான மருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இரத்தக் குழாயின் ஆரம் 2 மி.மீ இலிருந்து 2.1 மி.மீ ஆக அதிகரிக்கும் போது அதன் குறுக்கு வெட்டின் பரப்பு தோராயமாக எந்த அளவு அதிகரிக்கும்?

39. மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 5x - 3}$

40. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டித் தொகுப்பை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க: $\frac{4}{x} - \frac{1}{y} = 6$, $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 10$

பகுதி IV

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். 7x5=35

41. அ) பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பானது ஒருங்கமைவு உடையதா என்பதை தர முறையில் ஆராய்க. $x-y+z = -9$, $2x-y+z=4$, $3x-y+z=6$, $4x-y+2z=7$ (அல்லது)

ஆ) $z = x+iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{2}$ எனில் $x^2+y^2 = 1$ எனக் காட்டுக.

42. அ) மதிப்பு காண்க: $\cos(\sin^{-1}(\frac{4}{5}) - \tan^{-1}(\frac{3}{4}))$ (அல்லது)

ஆ) வளைவரைகள் $y = \sin x$, $y = \cos x$ மற்றும் கோடுகள் $x = 0$ மற்றும் $x = \pi$ ஆகியவற்றிற்கு இடையே அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

43. அ) ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளத்தும் போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4 மீ - ஐ எட்டும்போது அது கொளத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத் தூரம் 6 மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12 மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் காண்க. (அல்லது)

ஆ) மதிப்பிடுக $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+a^2} dx$

44. அ) $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ என்பதை வெக்டர் முறையில் நிறுவுக. (அல்லது)

ஆ) நிறை M உடைய ஒரு தானியங்கி இயந்திரத்தின் இயக்கியால் உருவாக்கப்படும் மாறாத விசை F எனில் அதனுடைய திசைவேகம் V என்பது $M \left(\frac{dv}{dt} \right) = F - kV$, எனும் சமன்பாட்டால் குறிக்கப்படுகிறது. k என்பது மாறிலியாகும் $t=0$ எனும் போது $V=0$ எனில் $V = \frac{F}{k} \left(1 - e^{-\frac{kt}{M}} \right)$ என நிரூபிக்க.

45. அ) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $x+2y+z=8$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தானதுமான தளத்தின் துணையலகு வடிவ வெக்டர் மற்றும் கார்ட்சியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க (அல்லது)

ஆ) $u = \sec^{-1} \left(\frac{x^2 - y^2}{x+y} \right)$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2 \cot u$ என நிறுவுக

46. அ) $18x^2 + 12y^2 - 144x + 48y + 120 = 0$ என்ற கூம்பு வளைவின் வகையைக் கண்டறிந்து அவற்றின் மையம், குவியங்கள், முனைகள் மற்றும் இயக்குவரைகளைக் காண்க (அல்லது)

ஆ) பரப்பளவு 196 சதுர அலகுகள் கொண்ட ஒரு சதுர தகட்டினை அதன் ஒவ்வொரு மூலையிலும் சமமான சிறு சதுரங்களை நீக்கி, மடித்து ஒரு பெட்டியாக மாற்றப்படுகிறது. பெட்டியின் கன அளவு உச்சமாக இருக்க வேண்டுமாயின் வெட்டி நீக்கப்பட்ட சதுரத்தின் பக்கத்தின் அளவு $\frac{7}{3}$ என நிரூபிக்க.

47. அ) வெப்பநிலை 15°C உள்ள ஒரு அறையில் வைக்கப்பட்டுள்ள தேநீரின் வெப்பநிலை 100°C ஆகும். அது 5 நிமிடங்களில் 60°C ஆக குறைந்து விடுகிறது. மேலும் 5 நிமிடம் கழித்து தேநீரின் வெப்பநிலையினைக் காண்க. (அல்லது)

ஆ) வடதிசையிலிருந்து ஒரு செங்கோண சந்திப்பை அணுகும் ஒரு காவல்துறை வாகனம் வேகமாகச் சென்று திரும்பி கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் ஒரு மகிழுந்தை தூரத்துகிறது. சாலை சந்திப்பின் வடக்கே 0.6 கி.மீ தொலைவில் காவல் துறையின் வாகனமும் கிழக்கே 0.8 கி.மீ தொலைவில் மகிழுந்தும் உள்ள பொழுது, மின் காந்த அலைக் கருவியின் துணை கொண்டு காவல்துறை தங்களது வாகனத்திற்கும் மகிழுந்துக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் மணிக்கு 20 கி.மீ வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது எனத் தீர்மானிக்கின்றனர். காவல்துறை வாகனம் மணிக்கு 60 கி.மீ வேகத்தில் நகர்கிறது எனில் மகிழுந்தின் வேகம் என்ன?