

12

ஆம் வகுப்பு

பொதுத் தேர்வு - 2022

கணிதவியல் (விடைகளுடன்)

பதிவு எண்

--	--	--	--	--	--

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்]

[மொத்த மதிப்பெண்: 90

- அறிவுரைகள்:** (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாகப் பதிவாசி உள்எதா என்பதனைச் சரியார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.
- (2) நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I (20 × 1 = 20)

- குறிப்பு:** (i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.
(ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள நான்கு விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

1. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$ எனில், a -ன் மதிப்பு :

(அ) 3 (ஆ) 1 (இ) 4 (ஈ) 2

2. X என்பது தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறியாக இருக்கும் போது கீழ்க்காணும் கூற்றுகளில் எது தவறானது?

(அ) $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = F(\infty) = 1$ (ஆ) $0 \leq F(x) \leq 1$ அனைத்து $x \in \mathbb{R}$ (இ) $F(x)$ என்பது மெய் மதிப்புடைய குறையும் சார்பு(ஈ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = F(-\infty) = 0$

3. $f(x) = \frac{x}{x+1}$ எனில், அதன் வகையீடு:

(அ) $\frac{1}{x+1} dx$ (ஆ) $\frac{-1}{(x+1)^2} dx$ (இ) $\frac{-1}{x+1} dx$ (ஈ) $\frac{1}{(x+1)^2} dx$

4. $\int_0^1 x(1-x)^{99} dx$ -இன் மதிப்பு :

(அ) $\frac{1}{10010}$ (ஆ) $\frac{1}{11000}$ (இ) $\frac{1}{10001}$ (ஈ) $\frac{1}{10100}$

5. $\cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ -ன் முதன்மை மதிப்பு :

(அ) $\frac{\pi}{2}$ (ஆ) $\frac{\pi}{3}$ (இ) $\frac{5\pi}{6}$ (ஈ) $\frac{\pi}{6}$

6. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\lambda A^{-1} = A$ எனில், λ -ன் மதிப்பு:

(அ) 19 (ஆ) 17 (இ) 21 (ஈ) 14

7. $x^3 + px^2 + qx + r$ -க்கு α, β மற்றும் γ என்பவை பூச்சியமாக்கிகள் எனில் $\sum \frac{1}{\alpha}$ -ன் மதிப்பு :

(அ) $\frac{q}{r}$ (ஆ) $-\frac{q}{r}$ (இ) $-\frac{q}{p}$ (ஈ) $-\frac{p}{r}$

8. $(1+i)(1+2i)(1+3i) \dots (1+ni) = x + iy$ எனில், $2.5.10 \dots (1+n^2)$ -ன் மதிப்பு :

(அ) $x^2 + y^2$ (ஆ) 1(இ) $1 + n^2$ (ஈ) i

9. $|3-x| + 9$ என்ற சார்பின் குறைந்த மதிப்பு :

(அ) 6 (ஆ) 0 (இ) 9 (ஈ) 3

10. $\sum_{n=1}^{12} i^n$ -ன் மதிப்பு :

(அ) 0 (ஆ) 1 (இ) -1 (ஈ) i

11. $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}, 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}, \hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில், m -ன் மதிப்பு

(அ) 2 (ஆ) 3 (இ) -2 (ஈ) -3

12. மையம் $(-3, -4)$ மற்றும் ஆரம் 3 அலகுகள் கொண்ட வட்டத்தின் பொது வடிவச் சமன்பாடு :

(அ) $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 16 = 0$ (ஆ) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$ (இ) $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 16 = 0$ (ஈ) $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 16 = 0$

13. $\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0$ -இன் தீர்வு :

(அ) $x = ce^{-\int p dx}$ (ஆ) $y = ce^{\int p dx}$ (இ) $x = ce^{\int p dx}$ (ஈ) $y = ce^{-\int p dx}$

[1]

14. $\int_0^{\infty} e^{-3x} x^2 dx$ -ன் மதிப்பு :

(அ) $\frac{4}{27}$ (ஆ) $\frac{7}{27}$ (இ) $\frac{2}{27}$ (ஈ) $\frac{5}{27}$

15. $y = (x - 1)^3$ என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்றப் புள்ளி :

(அ) (1,0) (ஆ) (0,0)
(இ) (1,1) (ஈ) (0,1)

16. $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$ மற்றும் $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-2}{2}$ என்ற இரு நேர்க்கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் :

(அ) $\frac{\pi}{2}$ (ஆ) $\frac{\pi}{4}$ (இ) $\frac{2\pi}{3}$ (ஈ) $\frac{\pi}{3}$

17. பின்வருபவைகளில் எது N-ன் மீது ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்?

(அ) பெருக்கல் (ஆ) வகுத்தல்
(இ) கழித்தல் (ஈ) அனைத்தும்

18. கீழ்க்காணும் கூற்றுகளில் எது உண்மையல்ல?

- (அ) A என்பது n வரிசையுடைய ஒரு சதுர அணி மற்றும் λ என்பது ஒரு திசையிலி எனில் $\text{Adj}(\lambda A) = \lambda^n (\text{Adj} A)$.
(ஆ) ஒரு சமச்சீர் அணியின் சேர்ப்பு அணி சமச்சீராக இருக்கும்.
(இ) $A(\text{Adj} A) = (\text{Adj} A)A = |A|I$.
(ஈ) ஒரு மூலைவிட்ட அணியின் சேர்ப்பு அணி மூலைவிட்ட அணியாக இருக்கும்.

19. $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ எனும் நேரியல் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி $\sin x$ எனில், P என்பது :

(அ) $\tan x$ (ஆ) $\log \sin x$
(இ) $\cot x$ (ஈ) $\cos x$

20. $x^2 = 24y$ என்ற பரவளையத்தின் செவ்வகல நீளம் :

(அ) 8 (ஆ) 24 (இ) 6 (ஈ) 12

பகுதி - II

வையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும். வினா எண் 30 -க்கு கட்டாயம் விடையளிக்கவும்.

$7 \times 2 = 14$

21. கீழ்க்காணும் பண்புகளை நிறுவுக :

$\text{Re}(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ மற்றும் $\text{Im}(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

22. $2 - \sqrt{3}$ -ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

23. $\tan^{-1}(\sqrt{3})$ -ன் முதன்மை மதிப்பு காண்க.

24. $y = x^3 - 3x^2 + x - 2$ என்ற வளைவரைக்கு, எந்தெந்த புள்ளிகளில் வரையப்படும் தொடு கோடு $y = x$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக இருக்கும்?

25. $f(x) = x^2 + 3x$ என்ற சார்பிற்கு, $x = 2$ மற்றும் $dx = 0.1$ எனும் போது df -ஐ காண்க.

26. $y = Ae^x + Be^{-x}$, (A மற்றும் B ஆகியவை ஏதேச்சை மாறிலிகள்) என்ற வளைவரைகளின் தொகுப்பின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$ என நிறுவுக.

27. தீர்க்க : $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$.

28. ஒரு தனிநிலை சார்பு X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது :

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	k	2k	6k	5k	6k	10k

எனில், k-ன் மதிப்பைக் காண்க.

29. X என்பது மூன்று சீரான நாணயங்களை ஒரே சமயத்தில் ஒரு முறை சுண்டும் போது விழும் பூக்களின் எண்ணிக்கை என்க. சமவாய்ப்பு மாறியான X -இன் மதிப்புகளையும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க.

30. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $3x + 6y + 2z + 7 = 0$ என்ற தளத்திற்கு உள்ள தொலைவு 1 என நிறுவுக.

பகுதி - III

வையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 40 -க்கு கட்டாயம் விடையளிக்க வேண்டும்.

$7 \times 3 = 21$

31. பின்வரும் அணியின் அணித்தரம் 3 எனக் காட்டுக.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

32. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்க : $5x + 2y = 3, 3x + 2y = 5$.

33. $10 - 8i, 11 + 6i$ ஆகிய புள்ளிகளில் எப்புள்ளி $1 + i$ -க்கு மிக அருகாமையில் இருக்கும்?

34. $2x^3 - 9x^2 + 10x = 3$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு, 1 ஒரு மூலமெனில் பிற மூலங்களைக் காண்க.

35. $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ என்னும் விசை ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் செயல்படுகிறது எனில், $(2, 0, -1)$ என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து அவ்விசையின் திருப்புவிசையின் எண்ணளவு மற்றும் திசைக் கொசைன்களைக் காண்க.

36. மதிப்பீடுக : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 5x + 3}$

37. மனிதனின் இரத்தக் குழாயின் (தமனியின்) குறுக்கு வெட்டானது வட்ட வடிவம் எனக் கொள்க. ஒரு நோயாளிக்கு இரத்தக் குழாய் விரிவடைவதற்கான மருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இரத்தக் குழாயின் ஆரம் 2 மி.மீ இலிருந்து 2.1 மி.மீ ஆக அதிகரிக்கும் போது அதன் குறுக்கு வெட்டின் பரப்பு தோராயமாக எந்த அளவு அதிகரிக்கும்?

38. $\int_0^{\pi} \frac{\sec x \tan x}{1 + \sec^2 x} dx = \tan^{-1}(2) - \frac{\pi}{4}$ எனக் காட்டுக.

39. \mathbb{R} -ன் மீது * ஆனது $(a * b) = a + b + ab - 7$ என வரையறுக்கப்பட்டால், * \mathbb{R} -ன் மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில், $3 * \left(\frac{-7}{15}\right)$ -ஐ காண்க.

40. $(-4, -2)$ மற்றும் $(-1, -1)$, என்ற புள்ளிகளை விட்டத்தின் முனைகளாகக் கொண்ட வட்டத்தின் பொதுச் சமன்பாடு $x^2 + y^2 + 5x + 3y + 6 = 0$ என நிறுவுக.

பகுதி - IV

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

7 × 5 = 35

41. (அ) $3x + y + z = 2$, $x - 3y + 2z = 1$, $7x - y + 4z = 5$ என்ற சமன்பாட்டுத் தொகுப்பினை தீர்வு காண கிராமரின் விதியை பயன்படுத்த இயலாது. ஏன்?

(அல்லது)

(ஆ) $f(x) = 4x^6 - 6x^4$ என்ற சார்பிற்கு இடஞ்சார்ந்த சிறும மதிப்புகள் $x = -1$, $x = 1$ ஆகிய புள்ளிகளில் கிடைக்கும் என நிரூபிக்க.

42. (அ) $|z + i| = |z - 1|$ என்ற நிபந்தனைக்கு $z = x + iy$ -ன் நியமப்பாதை $x + y = 0$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

(ஆ) $\int_0^a \frac{f(x)}{f(x) + f(a-x)} dx = \frac{a}{2}$ எனக் காட்டுக.

43. (அ) குவியம் $(-\sqrt{2}, 0)$ மற்றும் இயக்குவரை $x = \sqrt{2}$ உடைய பரவளையத்தின் சமன்பாடு $y^2 = -4\sqrt{2}x$ எனக் காட்டுக.

(அல்லது)

(ஆ) $\cot^{-1}(1) + \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \sec^{-1}(-\sqrt{2})$ -ன் மதிப்பு காண்க.

44. (அ) சூரியனிலிருந்து பூமியின் அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச தூரங்கள் முறையே 152×10^6 கி.மீ மற்றும் 94.5×10^6 கி.மீ. நீள்வட்டப் பாதையின் ஒரு குவியத்தில் சூரியன் உள்ளது. சூரியனுக்கும் மற்றொரு குவியத்திற்குமான தூரம் 575×10^5 கி.மீ. எனக் காட்டுக.

(அல்லது)

(ஆ) வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$.

45. (அ) $(2, 2, 1)$ மற்றும் $(9, 3, 6)$ என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்வதும் $2x + 6y + 6z = 9$. என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் உள்ள தளத்தின் வெக்டர் சமன்பாடு (ஏதேனும் ஒரு வடிவம்) அல்லது கார்டீசியன் சமன்பாடு காண்க.

(அல்லது)

(ஆ) $y = x^2$ மற்றும் $x = y^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் $(1, 1)$ என்னும் புள்ளியில் $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ எனக் காட்டுக.

46. (அ) ஒரு தொடர் சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் பரவல் சார்பு :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 1 \\ \frac{x-1}{4} & , 1 \leq x \leq 5 \\ 1 & , x > 5 \end{cases}$$

எனில் (i) $P(X < 3)$ (ii) $P(2 < X < 4)$

(iii) $P(3 \leq X)$ காண்க.

(அல்லது)

(ஆ) $3x - 2y + 6 = 0$, $x = -3$, $x = 1$ மற்றும் $x -$ அச்ச ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பு $\frac{15}{2}$ எனக் காட்டுக.

47. (அ) $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$ என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் தீர்வு $\tan^{-1} y = \tan^{-1} x + C$ அல்லது $\tan^{-1} x = \tan^{-1} y + C$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

(ஆ) மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$ என நிறுவுக.

விடைகள்

பகுதி - I

1. (ஆ) 1
2. (இ) $F(x)$ என்பது மெய்மதிப்புடைய குறையும் சார்பு
3. (ஈ) $\frac{1}{(x+1)^2} dx$
4. (ஈ) $\frac{1}{10100}$
5. (ஈ) $\frac{\pi}{6}$
6. (அ) 19
7. (ஆ) $-\frac{q}{r}$
8. (அ) $x^2 + y^2$
9. (இ) 9
10. (அ) 0
11. (ஈ) -3
12. (ஈ) $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 16 = 0$
13. (ஈ) $y = ce^{-\int p dx}$
14. (இ) $\frac{2}{27}$
15. (அ) (1,0)
16. (அ) $\frac{\pi}{2}$
17. (அ) பெருக்கல்
18. (அ) A என்பது n வரிசையுடைய ஒரு சதுர அணி மற்றும் λ என்பது ஒரு திசையிலி எனில் $\text{Adj}(\lambda A) = \lambda^n (\text{Adj } A)$.
19. (இ) $\cot x$
20. (ஆ) 24

பகுதி - II

21. $z = x + iy$ என்க. இங்கு x என்பது $\text{Re}(z)$ மற்றும் y என்பது $\text{Im}(z)$.

$$\begin{aligned} \text{பிறகு } \bar{z} &= x - iy \\ z + \bar{z} &= x + iy + x - iy = 2x \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{z + \bar{z}}{2} = x$$

$$\Rightarrow \frac{z + \bar{z}}{2} = \text{Re}(z)$$

$$\begin{aligned} \text{மேலும் } z - \bar{z} &= x + iy - (x - iy) \\ &= x + iy - x + iy = 2iy \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{z - \bar{z}}{2i} = y$$

$$\Rightarrow \frac{z - \bar{z}}{2i} = \text{Im}(z)$$

22. $2 + \sqrt{3}$ பல்லுறுப்பு கோவையின் ஒரு மூலம் ஆதலால் அதனுடைய இணை $2 - \sqrt{3}$ யும் அந்த சமன்பாட்டிற்கு ஒரு மூலமாகும்.

∴ மூலங்களின் கூடுதல்

$$= 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன்

$$\begin{aligned} &= (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) \\ &= 2^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= 4 - 3 = 1 \end{aligned}$$

எனவே குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களையுடைய பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடு $x^2 - x$ (மூலங்களின் கூடுதல்) + மூலங்களின் பெருக்கல் பலன் = 0

$$\Rightarrow x^2 - x(4) + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

23. $\tan^{-1}(\sqrt{3}) = y$ என்க. எனவே,

$$\tan y = \sqrt{3}. \text{ ஆகையால், } y = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{ஏனெனில் } \frac{\pi}{3} \in \left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)$$

எனவே, $\tan^{-1}(\sqrt{3})$ ன் முதன்மை மதிப்பு $\frac{\pi}{3}$ ஆகும்.

24. $y = x$ என்ற நேர்க்கோட்டின் சாய்வு 1 ஆகும். கொடுக்கப்பட்ட வளைவரைக்கு வரையப்படும் தொடுகோடு, $y = x$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக இருக்க வேண்டும் எனில் தொடுகோட்டின் சாய்வும் 1 என இருக்க வேண்டும்.

$$\text{ஆகவே } \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x + 1 = 1$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 6x = 0$$

ஆகவே, $x = 0$ மற்றும் $x = 2$

எனவே, $(0, -2)$ மற்றும் $(2, -4)$ என்ற புள்ளிகளில் வரையப்படும் தொடுகோடு $y = x$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக இருக்கும்.

25. வகையீடு எடுக்க,

$$\begin{aligned} df &= (2x + 3) dx \\ x &= 2 \text{ எனில், } dx = 0.1 \\ df &= (2(2) + 3) (0.1) = 7(0.1) = 0.7 \end{aligned}$$

26. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு : $y = Ae^x + Be^{-x}$... (1)

சமன்பாடு (1)-ஐ இருபுறமும் x ஐப் பொருத்து வகைக்கெழு காண, நாம் பெறுவது,

$$\frac{dy}{dx} = Ae^x - Be^{-x} \quad \dots (2)$$

சமன்பாடு (2)-ஐ இருபுறமும் x ஐப் பொருத்து வகைக்கெழு காண, நாம் பெறுவது,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = Ae^x + Be^{-x}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = y$$

$$\Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} - y = 0 \text{ என்பது வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும்.}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

27. மாறிகளைப் பிரிக்க கீடைப்பது,

$$\begin{aligned} \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} &= \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ \sin^{-1}y &= \sin^{-1}x + C \end{aligned}$$

28. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு நிகழ்தகவு நிறை சார்பு என்பதால் மொத்த நிகழ்தகவு ஒன்றாகும். அதாவது $\sum f(x) = 1$.

$$\text{கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களிலிருந்து, } k + 2k + 6k + 5k + 6k + 10k = 30k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{30}$$

29. மூன்று சீரான நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டும் போது கூறுவெளி

$$s = \{HHH, HHT, THH, HTH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

இங்கு X என்பது பூக்களின் எண்ணிக்கையை குறிக்கிறது என்க.

$$X(0 \text{ பூ}) = \{HHH\} = 1$$

$$X(1 \text{ பூ}) = \{HHT, THH, HTH\} = 3$$

$$X(2 \text{ பூக்கள்}) = \{HTT, THT, TTH\} = 3$$

$$X(3 \text{ பூக்கள்}) = \{TTT\} = 1$$

$\therefore X$ எடுத்துக் கொள்ளும் மதிப்புகள் 0, 1, 2, 3.

சமவாய்ப்பு மாறி X இன் மதிப்புகள்	0	1	2	3	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	1	3	3	1	8

30. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து தளத்திற்காக செங்குத்து தொலைவு

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{|d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \\ &= \frac{|7|}{\sqrt{(3)^2 + (6)^2 + (2)^2}} = \frac{|7|}{\sqrt{9 + 36 + 4}} \\ &= \frac{|7|}{\sqrt{49}} = \frac{7}{7} = 1\end{aligned}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

பகுதி - III

31. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ என்க.

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{R_2 \rightarrow R_2 - 3R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - R_1 \\ R_4 \rightarrow R_4 - R_1}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -7 & 5 \\ 0 & -4 & 4 \\ 0 & -3 & 2 \end{bmatrix} \\ &\xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 \div 4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -7 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_4 \rightarrow R_4 - 3R_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -7 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ &\xrightarrow{R_3 \rightarrow 7R_3 - R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -7 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_4 \rightarrow 2R_4 + R_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -7 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

கடைசி சமான அணியானது நிரை ஏறுபடி வடிவத்தில் அமைந்துள்ளது. மூன்று அபூச்சிய நிரைகளை உடையது.

$$\therefore \rho(A) = 3$$

32. தொகுப்பின் அணி வடிவம் $AX = B$, இங்கு $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

$$|A| = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 10 - 6 = 4 \neq 0. \text{ எனவே } A^{-1} \text{ காண இயலும், மற்றும் } A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}.$$

$X = A^{-1} B$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தக் கிடைப்பது

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 6 - 10 \\ -9 + 25 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -4 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

எனவே தீர்வானது $x = -1, y = 4$.

33. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் A $(10 - 8i)$, B $(11 + 6i)$ மற்றும் C $(1 + i)$ ஆகும்.

$$\begin{aligned} \text{A மற்றும் C க்கு இடைப்பட்ட தூரம்} &= |(10 - 8i) - (1 + i)| \\ &= |10 - 8i - 1 - i| = |9 - 9i| \\ &= \sqrt{9^2 + (-9)^2} = \sqrt{81 + 81} = \sqrt{2 \times 81} = \sqrt{162} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B மற்றும் C க்கு இடைப்பட்ட தூரம்} &= |(11 + 6i) - (1 + i)| \\ &= |11 + 6i - 1 - i| = |10 + 5i| \\ &= \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} \end{aligned}$$

ஆகையால் $\sqrt{125} < \sqrt{162} \Rightarrow B$ என்பது C க்கு அருகாமையில் இருக்கும்.

$\therefore 11 + 6i, 1 + i$ க்கு அருகாமையில் இருக்கும்.

34. கெழுக்களின் கூடுதல்

$$2 - 9 + 10 - 3 = 12 - 12 = 0 \text{ ஆதலால்}$$

$\Rightarrow x = 1$ என்பது $f(x)$ -ன் ஒரு மூலம்

$\therefore (x - 1)$ என்பது $f(x)$ - ஒரு காரணி

மற்ற காரணியை காண $f(x)$ ஐ $x - 1$ ஆல் வகுக்க

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -9 & 10 & -3 \\ & 0 & 2 & -7 & 3 \\ \hline 3 & 2 & -7 & 3 & 0 \\ & 0 & 6 & -3 & \\ \hline & 2 & -1 & 0 & \end{array}$$

[தொகுமுறை வகுத்தலை பயன்படுத்தி]

$$f(x) = (x-1)(x-3)(2x-1) = 0$$

$\Rightarrow x - 1 = 0, x - 3 = 0$ அல்லது $2x - 1 = 0$

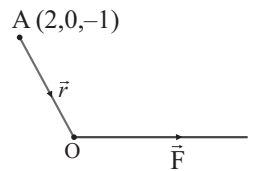
$$\Rightarrow x = 1, x = 3, x = \frac{1}{2}$$

எனவே மூலங்கள் $1, 3, \frac{1}{2}$ ஆகும்.

35. $(2, 0, -1)$ என்ற புள்ளியின் நிலை வெக்டர் A என்பது $\vec{OA} = 2\hat{i} - \hat{k}$ எனில் $\vec{r} = \vec{AO} = -2\hat{i} + \hat{k}$.

கொடுக்கப்பட்ட விசை $\vec{F} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ எனவே திருப்புவிசை

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -\hat{i} - 2\hat{k}$$



ஆகவே, திருப்புவிசையின் எண்ணளவு $= |-\hat{i} - 2\hat{k}| = \sqrt{5}$ மற்றும் திசைக்கொசைன்கள் $-\frac{1}{\sqrt{5}}, 0, -\frac{2}{\sqrt{5}}$ ஆகும்.

$$36. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 5x + 3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \frac{3}{x^2}}{1 - \frac{5}{x} + \frac{3}{x^2}} \quad [\text{தொகுதி மற்றும் பகுதியை } x^2 \text{ ல் வகுக்க}]$$

$$= \frac{2 - 0}{1 - 0 + 0} = \frac{2}{1} = 2$$

$$37. \quad r = 2 \text{ மி.மீ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)}$$

$$dr = (2.1 - 2) = 0.1 \text{ மி.மீ}$$

$$\text{பரப்பளவு} = \pi r^2$$

$$\text{தோராயமான பரப்பு } dA = 2\pi r dr = 2\pi (2) (0.1)$$

$$= 4\pi (0.1) = 0.4 \pi \text{ மி.மீ}^2$$

$$38. I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sec x \tan x}{1 + \sec^2 x} dx \text{ என்க.}$$

$$\sec x = u \text{ என்க. எனவே } \sec x \tan x dx = du$$

$$x = 0 \text{ எனில், } u = \sec 0 = 1 \text{ மற்றும்}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ எனில்}$$

$$u = \sec \frac{\pi}{3} = 2.$$

$$\therefore I = \int_1^2 \frac{du}{1+u^2} = [\tan^{-1} u]_1^2 = \tan^{-1}(2) - \tan^{-1}1 = \tan^{-1}(2) - \frac{\pi}{4}$$

39. $a * b = a + b + ab - 7$ என்பதில் $a + b, ab, -7$ என்பவை மெய்யெண்கள் மற்றும் இவற்றின் கூடுதலும் மெய்யெண்கள் ஆகும். எனவே * ஓர் ஈற்றுப்புச் செயலியாகும்.

$$3 * \left(\frac{-7}{15}\right) = 3 - \frac{7}{15} + 3^1 \left(\frac{-7}{15}\right) - 7$$

$$[\text{இங்கு } a = 3, b = \frac{-7}{15}]$$

$$= 3 - \frac{7}{15} - \frac{7}{5} - 7$$

$$= \frac{45 - 7 - 21 - 105}{15} = \frac{-88}{15}$$

$$\therefore 3 * \left(\frac{-7}{15}\right) = \frac{-88}{15}$$

40. (x_1, y_1) மற்றும் (x_2, y_2) என்ற புள்ளிகளை விட்டத்தின் முனைகளாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$$

$$(x + 4)(x + 1) + (y + 2)(y + 1) = 0$$

$$x^2 + x + 4x + 4 + y^2 + y + 2y + 2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 5x + 3y + 6 = 0$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

பகுதி - IV

41. (அ) நேரியல் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பில் உள்ள கெழுக்கள் அணியானது சதுர அணியாகவும் பூச்சியமற்ற அணிக்கோவை அணியாகவும் இருந்தால் மட்டுமே கிராமரின் விதி பயன்படுத்தப்படும்.

கெழுக்கள் அணி

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 7 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 3(-12 + 2) - 1(4 - 14) + 1(-1 + 21) \\ = 3(-10) - 1(-10) + 1(20) \\ = -30 + 10 + 20 = 0$$

∴ கெழுக்கள் அணி பூச்சிய அணிக்கோவையை பெற்றுள்ளது.

∴ கிராமரின் விதி பயன்படுத்த இயலாது.

(அல்லது)

- (ஆ) x -ஐப் பொருத்து வகையிட,

$$\begin{aligned} f'(x) &= 24x^5 - 24x^3 \\ &= 24x^3(x^2 - 1) \\ &= 24x^3(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -1, 0, 1.$$

ஆகவே நிலை எண்கள் $x = -1, 0, 1$ ஆகும்.

இப்பொழுது, $f''(x) = 120x^4 - 72x^2 = 24x^2(5x^2 - 3)$

$$\Rightarrow f''(-1) = 48, f''(0) = 0, f''(1) = 48.$$

$f''(-1)$ மற்றும் $f''(1)$ ஆகியவை மிகை. ஆகவே இரண்டாம் வகைக்கெழு சோதனையின்படி, -1 மற்றும் 1 ஆகிய புள்ளிகளில் சார்பிற்கு இடஞ்சார்ந்த சிறும மதிப்புகள் கிடைக்கும்.

$$42. (அ) \Rightarrow |x + iy + i| = |x + iy - 1|$$

$$\Rightarrow |x + i(y + 1)| = |(x - 1) + iy|$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + (y + 1)^2} = \sqrt{(x - 1)^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow x^2 + (y + 1)^2 = (x - 1)^2 + y^2$$

[இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த கிடைப்பது]

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2y + 1 = x^2 - 2x + 1 + y^2$$

$$\Rightarrow 2y + 2x = 0$$

$$\Rightarrow x + y = 0$$

எனவே கார்ட்டீசியன் சமன்பாடானது $x + y = 0$

(அல்லது)

$$(ஆ) \quad I = \int_0^a \frac{f(x)}{f(x)+f(a-x)} dx \text{ என்க.} \quad \dots (1)$$

$\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ என்பதை (1)-ல் பயன்படுத்தக் கிடைப்பது,

$$\begin{aligned} I &= \int_a^0 \frac{f(a-x)}{f(a-x)+f(a-(a-x))} dx \\ &= \int_0^a \frac{f(a-x)}{f(x)+f(a-x)} dx \quad \dots (2) \end{aligned}$$

சமன்பாடுகள் (1)-ம் (2)-ம் கூட்டக் கிடைப்பது,

$$\begin{aligned} 2I &= \int_0^a \frac{f(x)}{f(x)+f(a-x)} dx + \int_0^a \frac{f(a-x)}{f(x)+f(a-x)} dx \\ &= \int_0^a \frac{f(x)+f(a-x)}{f(x)+f(a-x)} dx \\ &= \int_0^a dx = a \end{aligned}$$

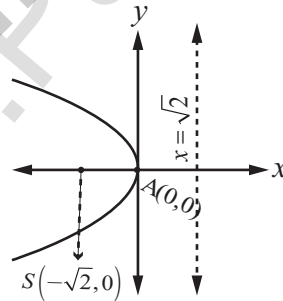
எனவே நாம் பெறுவது $I = \frac{a}{2}$

43. (அ) பரவளையம் இடப்பக்கம் திறப்புடையது மற்றும் சமச்சீர் அச்சு x - அச்சாகவும் முனை $(0,0)$ ஆகவும் இருக்கும்.

எனவே தேவையான பரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$(y-0)^2 = -4\sqrt{2}(x-0).$$

$$\Rightarrow y^2 = -4\sqrt{2}x$$



(அல்லது)

$$(ஆ) \quad \cot^{-1}(1) = x \text{ என்க.}$$

$$\Rightarrow \cot x = 1$$

$$\Rightarrow \tan x = 1$$

$$\Rightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

$$[\because \frac{\pi}{4} \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]]$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = y \text{ என்க.}$$

$$\Rightarrow \sin y = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\sin \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \sin y = \sin \left(\frac{-\pi}{3} \right)$$

$$\Rightarrow y = \frac{-\pi}{3}$$

$$\sec^{-1}(-\sqrt{2}) = z \text{ என்க}$$

$$\Rightarrow \sec z = -\sqrt{2} \Rightarrow \cos z = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \cos z = -\cos \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \cos z = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\Rightarrow \cos z = \cos \left(\frac{3\pi}{4} \right) \Rightarrow z = \frac{3\pi}{4}$$

$$\therefore \cot^{-1}(1) + \sin^{-1} \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} \right) - \sec^{-1}(-\sqrt{2}) = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi - 4\pi - 9\pi}{12} = \frac{-10\pi}{12} = \frac{-5\pi}{6}$$

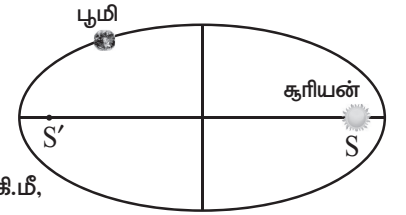
$$\therefore \cot^{-1}(1) + \sin^{-1} \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} \right) - \sec^{-1}(-\sqrt{2}) = \frac{-5\pi}{6}$$

44. (அ) AS = 94.5×10^6 கி.மீ, SA' = 152×10^6 கி.மீ,
 $a + c = 152 \times 10^6$
 $a - c = 94.5 \times 10^6$

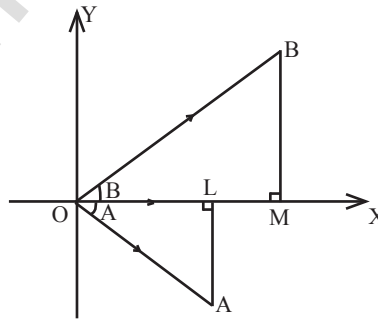
கழிக்க $2c = 57.5 \times 10^6 = 575 \times 10^5$ கி.மீ,

மற்றொரு குவியத்திலிருந்து சூரியனுக்கு உள்ள தூரம் $SS' = 575 \times 10^5$ கி.மீ,

(அல்லது)



(ஆ)



$\hat{a} = \overline{OA}$ மற்றும் $\hat{b} = \overline{OB}$ என்பன அலகு வெக்டர்கள் என்க மற்றும் அவைகள் கோணங்கள் A, B வை x -அச்சின் மிகையுடன் ஏற்படுத்துகின்றன.

AL மற்றும் BM \perp லிருந்து x -அச்சு எனுமாறு வரைக.

$$\text{எனவே } |\overline{OL}| = |\overline{OA}| \cos A$$

$$\Rightarrow \overline{OL} = |\overline{OA}| \hat{i} = \cos A \hat{i}$$

$$|\overline{LA}| = |\overline{OA}| \sin A$$

$$\Rightarrow \quad \overline{LA} = |\overline{OA}| \hat{j} = \sin A (-\hat{j}) = -\sin A \hat{j}$$

[\overline{LA} அச்சின் எதிர் திசையில் உள்ளது]

$$\hat{a} = \overline{OA} = \overline{OL} + \overline{LA} = \cos A \hat{i} - \sin A \hat{j} \quad \dots(1)$$

$$\text{அதை போல } \hat{b} = \overline{OB} = \overline{OM} + \overline{MB} = \cos B \hat{i} + \sin B \hat{j} \quad \dots(2)$$

$$\text{இங்கு } \hat{a} \times \hat{b} = |\hat{a}| |\hat{b}| \sin(A+B) \hat{k} = \sin(A+B) \hat{k} \quad \dots(3)$$

$$[|\hat{a}| = |\hat{b}| = 1]$$

$$\begin{aligned} \text{மேலும் } \hat{a} \times \hat{b} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos A & -\sin A & 0 \\ \cos B & \sin B & 0 \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(0) - \hat{j}(0) + \hat{k} (\cos A \sin B + \sin A \cos B) \\ &= (\sin A \cos B + \cos A \sin B) \hat{k} \quad \dots(4) \end{aligned}$$

(3) மற்றும் (4) ஐ பயன்படுத்த,

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

45. (அ) கொடுக்கப்பட்ட தளம் புள்ளிகள் $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ மற்றும் $\vec{b} = 9\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ வழிச் செல்கிறது.

கொடுக்கப்பட்ட தளத்தின் சமன்பாடு $2x + 6y + 6z = 9$. இதை இவ்வாறு எழுதலாம் $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k}) = 9$.

கொடுக்கப்பட்ட தளம் $2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k}$ -க்கு செங்குத்து ஆதலால், தேவையான தளம் $\vec{c} = 2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k}$ -க்கு இணை. ஆகையால் இரண்டு புள்ளி வழிச் செல்லும் மற்றும் வெக்டருக்கு இணையான தளத்தின் வெக்டர்

சமன்பாட்டின் துணையலகு வடிவம் $\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t\vec{c}$, $s, t \in \mathbb{R}$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + s(7\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}) + t(2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{k}), s, t \in \mathbb{R}$$

தளத்தின் கார்டிசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z-1 \\ 7 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(6-30) - (y-2)(42-10) + (z-1)(42-2) = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(-24) - (y-2)(32) + (z-1)(40) = 0$$

$$\Rightarrow -24x + 48 - 32y + 64 + 40z - 40 = 0$$

$$\Rightarrow -24x - 32y + 40z + 72 = 0$$

÷ -8 கிடைப்பது, $3x + 4y - 5z - 9 = 0$ என்பது கார்டிசியன் வடிவம்.

∴ வெக்டர் சமன்பாட்டின் துணையலகு வடிவம் $\vec{r} \cdot (3\hat{i} + 4\hat{j} - 5\hat{k}) = 9$.

(அல்லது)

(ஆ) இப்பொழுது நாம் வளைவரைகளின் சாய்வுகளைக் காண்போம்.

 $y = x^2$, என்ற வளைவரையின் சாய்வு m_1 என்க.

$$m_1 = \frac{dy}{dx} = 2x$$

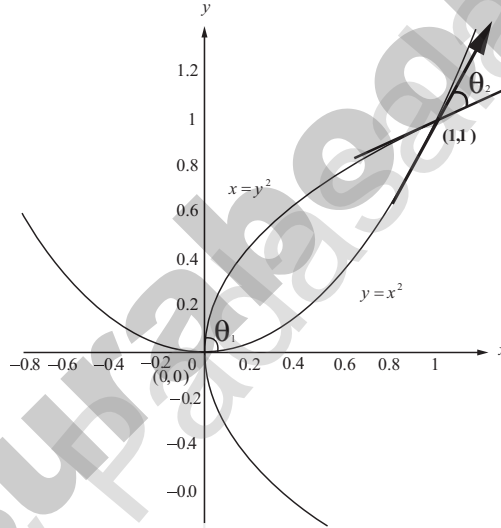
 $x = y^2$ என்ற வளைவரையின் சாய்வு m_2 என்க.

$$m_2 = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y}$$

(0,0) மற்றும் (1,1) என்ற புள்ளிகளிடத்து வளைவரைகளுக்கிடப்பட்ட கோணங்கள் θ_1 மற்றும் θ_2 என்க.

(0,0) என்ற புள்ளியில், $\tan \theta_1 = \left| \frac{2x - \frac{1}{2y}}{1 + 2x \left(\frac{1}{2y} \right)} \right|$ -ஐ கணக்கிடும் போது பகுதியில் $0 \times \infty$ என்ற தேரப்பெறாத

வடிவத்தைப் பெறுகிறோம். எனவே, நாம் எல்லை காணும் முறையை பயன்படுத்துவோம்.



$$\tan \theta_1 = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left| \frac{2x - \frac{1}{2y}}{1 + 2x \left(\frac{1}{2y} \right)} \right| = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \left| \frac{4xy - 1}{2(y+x)} \right| = \infty$$

$$\Rightarrow \theta_1 = \tan^{-1}(\infty) = \frac{\pi}{2}$$

(1,1) என்ற புள்ளியில், $m_1 = 2$, $m_2 = \frac{1}{2}$,

$$\tan \theta_2 = \left| \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + (2) \left(\frac{1}{2} \right)} \right| = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

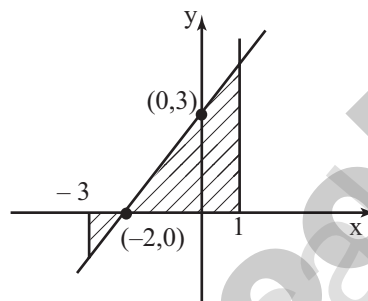
46. (அ) (i) $P(X < 3) = P(X \leq 3) = F(3) = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$ ($F(x)$ தொடர்ச்சியாக இருப்பதால்).
- (ii) $P(2 < X < 4) = P(2 \leq X \leq 4) = F(4) - F(2) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$
- (iii) $P(3 \leq X) = P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

(அல்லது)

(ஆ) கொடுக்கப்பட்ட கோட்டின் சமன்பாடு $3x - 2y + 6 = 0$

$$2y = 3x + 6 \Rightarrow y = \frac{3x + 6}{2}$$

x	0	-2
y	3	0



$$\therefore \text{பரப்பு} = \int_{-3}^{-2} -y dx + \int_{-2}^1 y dx$$

[: x - அச்சுக்கு கீழ் உள்ள பரப்பு]

$$= \frac{-1}{2} \int_{-3}^{-2} (3x+6) dx + \frac{1}{2} \int_{-2}^1 (3x+6) dx$$

$$= \frac{-1}{2} \left[\frac{3x^2}{2} + 6x \right]_{-3}^{-2} + \frac{1}{2} \left[\frac{3x^2}{2} + 6x \right]_{-2}^1$$

$$= \frac{-1}{2} \left[\left(\frac{12}{2} - 12 \right) - \left(\frac{27}{2} - 18 \right) \right] + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{3}{2} + 6 \right) - \left(\frac{12}{2} - 12 \right) \right]$$

$$= \frac{-1}{2} \left[(-6) - \left(\frac{27-36}{2} \right) \right] + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{3+12}{2} \right) - (-6) \right] = \frac{-1}{2} \left[-6 + \frac{9}{2} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{15}{2} + 6 \right]$$

$$= \frac{-1}{2} \left[\frac{-3}{2} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{27}{2} \right] = \frac{3}{4} + \frac{27}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$$

$\therefore A = 7.5$ ச.அலகுகள்

47. (அ) $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$ (1)

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் மாறிகளைப் பிரித்து

$$\frac{dy}{1 + y^2} = \frac{dx}{1 + x^2} \text{ என எழுதலாம்.} \dots (2)$$

சமன்பாடு (2)-ன் இருபக்கமும் தொகையிடக் கிடைப்பது $\tan^{-1} y = \tan^{-1} x + C$ (3)

$$\Rightarrow \tan^{-1} y - \tan^{-1} x = C.$$

இதுவே தேவையான தீர்வு ஆகும்.

(அல்லது)

(ஆ)

p	q	r	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow r$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F
T	F	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	T	T	F	T
F	T	F	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	T	T	F	T

$$\therefore p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.
