

7. வளைத நுண்ணகணதத்தின் பவண்பாடுகள்.

நுண இரு மாறுபாட்டு உதீதம்

$y = f(x)$  என்க

$\frac{dy}{dx} = f'(x)$  அகத்து 'x' லு

உபாறுத்து y ன் தணகரு மாறுபாட்டு உதீதமாகும்.

இடப்பயர்ச்சி  $s = f(t)$  எனில்

திசையகம்  $v(t) = \frac{ds}{dt} = f'(t)$

இடுக்கம்  $a(t) = v'(t) = \frac{d^2s}{dt^2} = f''(t)$

சராசரி திசையகம் =  $\frac{s(b) - s(a)}{b - a}$

தணப்பாடுது

திசையகம் =  $s'(t)$

① தகாணரிப்பட்டையலுடுத்து நிமிடத்திடு 30 தணமீட்டர் உதீதத்தில் தகாட்டப்படும் உயு உட்ட உயு அருமணம் தகாண்ட கூட்டி உயு உபறுகிறது. மேயும் கூட்டண உயு அருமணத்தின் உட்டபு சமமாக உண்ணது. 10 மீ உயு எயும் போது கூட்டண உயக எவ்வுகத்தில் அகிகுக்கும்? தீரவு. தரணபய



$h = 2r \Rightarrow r = \frac{h}{2}$   
 $\frac{dv}{dt} = 30 \text{ க.மீ/க}$

$h = 10 \text{ மீ}$  எனில்  $\frac{dh}{dt} = ?$

$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

$V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{h}{2}\right)^2 h$

$V = \frac{\pi}{3} \frac{h^3}{4}$

$V = \frac{\pi}{12} h^3$

$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{12} 3h^2 \frac{dh}{dt}$

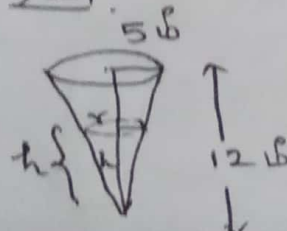
$30 = \frac{\pi}{12} 3(10)^2 \frac{dh}{dt}$

$\frac{30 \times 12}{3 \times 10 \times 10 \times \pi} = \frac{dh}{dt}$

$\frac{6}{5\pi} = \frac{dh}{dt}$

$\frac{dh}{dt} = \frac{6}{5\pi} \text{ மீ/க}$

② தலைகீழாக தவத்தப்பட்ட குடு கருஉட்ட கூட்டண உயு 2 மீ குடு நீர்ரிணைத் தகாட்டயன் அட்டம் 12 மீ மற்றும மேயுள்ள உட்டத்தின் அட்டம் 5 மீ என்க. நிமிடத்திடு 10 க.மீ உயகத்தில் நீர் பாய்த்தப்படுகிறது எனில், 8 மீ அட்டத்தில் நீர் இடுக்கும் போது நீரின் அட்டம் அகிகுக்கும் உயகம் எண்க? தீரவு:



$\frac{r}{h} = \frac{5}{12}$

$r = \frac{5h}{12}$

$$\frac{dv}{dt} = 10 \text{ க.மீ/நி.}$$

$$h = 8 \text{ மீ எனில் } \frac{dh}{dt} = ?$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{5}{12} h\right)^2 h$$

$$V = \frac{\pi}{3} \frac{25}{144} h^3$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{3} \frac{25}{144} 3h^2 \frac{dh}{dt}$$

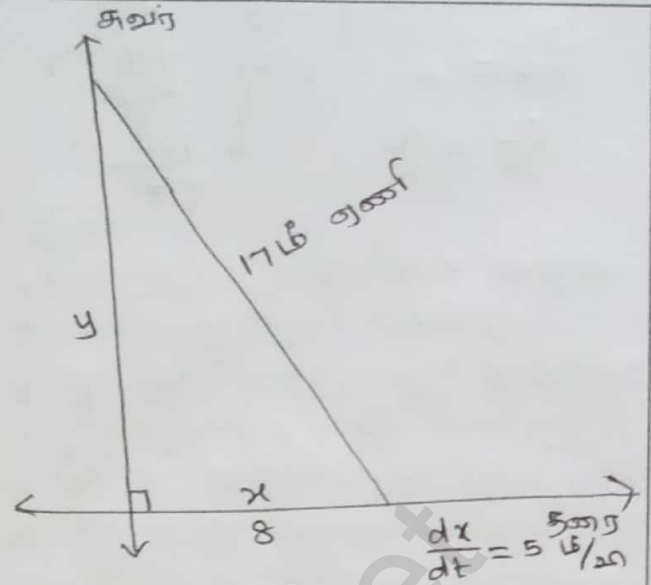
$$10 = \pi \frac{25}{144} 8^2 \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{10 \times 144 \times 18^9}{\pi \times 25 \times 8 \times 8}$$

$$= \frac{90}{100\pi} \text{ மீ/நி.}$$

3) 17 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு ஏணி செங்குத்தான சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து உலகிச் செல்லும் உதும் மிதாபடி 5 மீ எனில் ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து 8 மீ தொலைவு கிடைக்கப் போது

i) அதன் உச்சி என்ன உதத்தில் கீழ்க்காக்கி இறங்கும் வேகத்தை காண்க. ii) அந்த உதத்தில் ஏணி, சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவற்றால் உலகும் இடகொண்டதின் பரப்பை மாறுகிறது.



$$x^2 + y^2 = 17^2 \quad \rightarrow \textcircled{1}$$

$$8^2 + y^2 = 17^2$$

$$y^2 = 17^2 - 8^2$$

$$y^2 = (17+8)(17-8)$$

$$y^2 = 25 \times 9$$

$$y = 5 \times 3$$

$$y = 15$$

$$i) \quad x^2 + y^2 = 17^2$$

$$2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$8(5) + 15 \frac{dy}{dt} = 0$$

$$15 \frac{dy}{dt} = -40$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-40}{15}$$

$$= \frac{-8}{3} \text{ மீ/நி}$$

2யரம் குறையும் உதும்

$$= \frac{8}{3} \text{ மீ/20}$$

$$\text{ii) பரப்பு } A = \frac{1}{2} xy$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \left[ x \frac{dy}{dt} + y \frac{dx}{dt} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ 8 \left( -\frac{8}{3} \right) + 15(5) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ -\frac{64}{3} + 75 \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{-64 + 225}{3} \right]$$

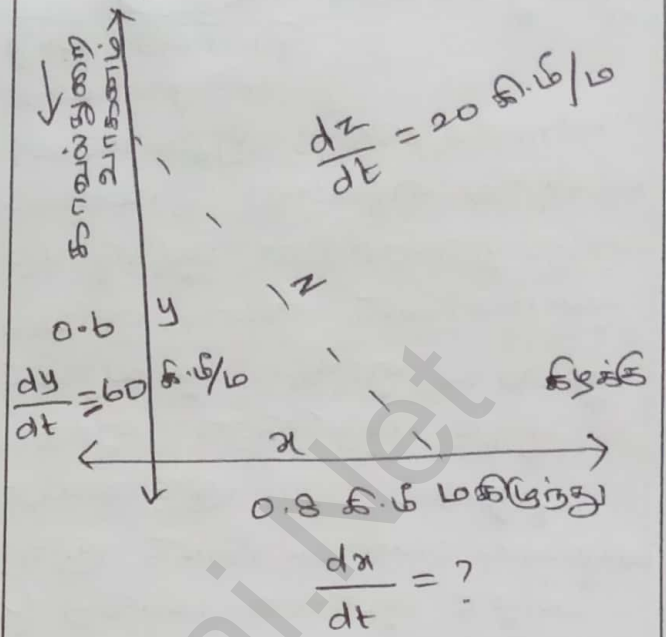
$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{161}{3} \right] = \frac{161}{6}$$

$$= 26.83 \text{ ச.மீ/வா.}$$

4) உட்கிரைசயல் இடுந்து ஒரு செங்குகாண சந்திப்பை அணுகும் ஒரு காவுத்துறை வாகனம் வேகமாகச் சென்று திரும்ப கிழக்கி ஓடாக்கிச் செல்லும் ஒரு மகிடுருதை துரத்துகிறது. காண சந்திப்பின் உட்குகை 0.6 கி.மீ தொலைவில் காவுத்துறை வாகனம் கிழக்கே 0.8 கி.மீ தொலைவில் மகிடுருயும் உள்ளபொழுது, மின் காந்த அலைக் கடுவாய் துணைக்கொண்டு காவுத்துறை தங்காது வாகனத்திற்கும் மகிடுருத்திற்கும் இடைப்பட்ட தூரம் மணிக்கு 20 கி.மீ உதத்தில் அதிகரிக்கிறது எனத் தீர்மானிக்கின்றனர். காவுத்துறை வாகனம் மணிக்கு 60 கி.மீ வேகத்தில்

நகர்த்து எணில் மகிடுரு 20 கி.மீ வேகம் என்ன?

தீர்வு  
உட்குகை



தரண்பு படத்தில்

$$x^2 + y^2 = z^2 \rightarrow \textcircled{1}$$

$$(0.8)^2 + (0.6)^2 = z^2$$

$$0.64 + 0.36 = z^2$$

$$z^2 = 1$$

$$z = 1 \text{ கி.மீ}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow 2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 2z \frac{dz}{dt}$$

$$x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} = z \frac{dz}{dt}$$

$$(0.8) \frac{dx}{dt} + (0.6)(60) = 1(20)$$

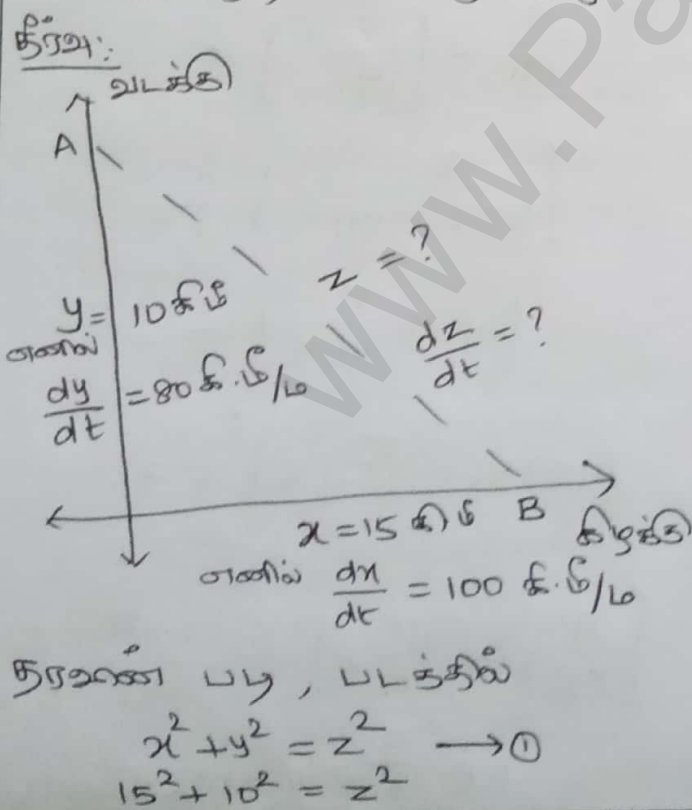
$$\frac{8}{10} \frac{dx}{dt} + \frac{6}{10} (-60) = 20$$

$$\frac{8}{10} \frac{dx}{dt} = 20 + 36 = 56$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{56 \times 10}{8} = 70 \text{ கி.மீ/ம}$$

மகிடுருதின் வேகம் = 70 கி.மீ/ம.

5) உட்க்கிட்டுத்து ததர்கே  
 தசல்யும் பாத்தயும், கிழக்கில்  
 கிட்டுத்து மேர்கே தசல்யும்  
 பாத்தயும் P ததும் டுள்ளல்  
 தவட்டுகிறது. உட்க்கிட்டு துாக்கி  
 தசல்யும் மகிட்டுத்து A டுதல்  
 பாத்த தவடுத் தசல்கிறது.  
 கிழக்கிட்டு துாக்கித் தசல்யும்  
 மகிட்டுத்து B துண்டாவது  
 பாத்த தவடுயாகத் தசல்கிறது.  
 துரிப்ட்டு துரத்தில் மகிட்டு  
 துத்து A துத்து P-க்கு  
 உட்க்கே 10 கி.டீ துதலலல்  
 மணிக்டி 80 கி.டீ துதல்தில்  
 தசல்கிறது. துத தமவத்தில்  
 மகிட்டுத்து B துத்து P-க்கு  
 கிழக்கே 15 கி.டீ துதலலல்  
 மணிக்டி 100 கி.டீ துதல்தில்  
 தசல்கிறது. துடு மகிட்டுத்துத்  
 துதலல துள்ள துரம்  
 தவடுதல்தில் மறுகிறது?



$$z^2 = 225 + 100$$

$$z^2 = 325$$

$$z = 25 \times 13$$

$$z = 5\sqrt{13}$$

$$① \Rightarrow x^2 + y^2 = z^2$$

$$2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 2z \frac{dz}{dt}$$

$$x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} = z \frac{dz}{dt}$$

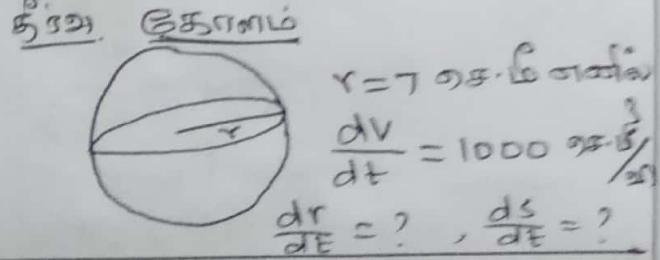
$$15(100) + 10(80) = 5\sqrt{13} \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{1500 + 800}{5\sqrt{13}} = \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{2300}{5\sqrt{13}}$$

$$= \frac{460}{\sqrt{13}} \text{ கி.டீ/ம.}$$

6) துாத்த தவடுதல் துள்ள  
 துடு துத்து தபமல் துள்ள  
 துதல்து 1000 தச.டீ<sup>3</sup>  
 துதும் துதல்தில் துடல்  
 துதல்தல் துரம் 7 தச.டீ  
 துதும் துத்து துத்துதபமல்  
 துதல்தில் மறுபுடட்டு துதல்  
 துண்ட? துதும் துதல்தல்  
 மறுபுடட்டு துதல்தல்தும்  
 துண்டக்டிடுக.



கொளத்தின் கன அளவு

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{4}{3} \pi 3r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$1000 = 4\pi (7)^2 \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1000}{4\pi \times 7 \times 7} \times 250$$

$$= \frac{250}{49\pi} \text{ செ.மீ/அ.}$$

கொளத்தின் மேற்பரப்பு

$$S = 4\pi r^2$$

$$\frac{ds}{dt} = 4\pi 2r \frac{dr}{dt}$$

$$= 4\pi \times 2 \times 7 \times \frac{250}{49\pi}$$

$$= \frac{2000}{7} \text{ செ.மீ}^2/\text{அ.}$$

7) ஒரு குளத்தில் அடிமேல் கல்லணால் பொதுமைய அட்டங்களின் அடிவத்தின் சிற்றவைகள் ஏற்படுகிறது. அன்பிப்பற சிற்றவைகள் ஆரம் r அணாய்க்கி 2 செ.மீ உதும் அதிகரிக்கிறது. ஆரம் 5 செ.மீ எனும் போது கலங்கும் நீரின் பரப்பளவு மாறும் உதும் என்ன?

தீர்வு



$$r = 5 \text{ செ.மீ}$$

$$\frac{dr}{dt} = 2 \text{ cm/m}$$

$$\frac{dA}{dt} = ?$$

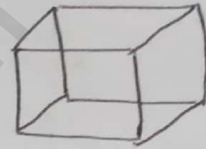
$$\text{அட்டத்தின் பரப்பு } A = \pi r^2$$

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$$

$$= 2\pi (5) \times 2$$

$$= 20\pi \text{ செ.மீ}^2/\text{அ.}$$

8) x பக்க அளவு கொண்ட ஒரு கன சதுரத்தின் கன அளவு  $V = x^3$  எனில்  $x = 5$  அளவும் போது x ஸ்பீஸ் அளவுக்கு கன அளவு மாறும் உதும் காண்க. தீர்வு:



$$V = x^3$$

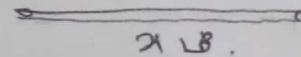
$$x = 5 \text{ எனில் } \frac{dv}{dx} = ?$$

$$\frac{dv}{dx} = 3x^2$$

$$\frac{dv}{dx} = 3(5)^2 = 75 \text{ க.அ.}$$

9) x நீளமுள்ள (மீட்டரில்) ஒரு மெல்லிய இகாவன் நிறை  $m(x)$  (கிலோகிராமில்),  $m(x) = \sqrt{3x}$  எனக் கொடுக்கப் பட்டுள்ளது எனில்  $x = 3$  மீற்றும்  $x = 27$  மீட்டர் எனும் போது நீளத்தைப் பொறுத்து நிறைமன் மாறுபாட்டு உதத்தைக் காண்க.

தீர்வு:



x மீ.

$$\text{நிறை } m(x) = \sqrt{3x}$$

$$m(x) = \sqrt{3x}$$

$$\frac{dm}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{3x}}$$

$$i) x = 3 \text{ மீ எனில் } \frac{dm}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \text{ கி/மீ}$$

ii)  $x = 27$  எனில்  $\frac{dm}{dx} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{27}}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{9 \times 3}} = \frac{\sqrt{3}}{2 \times 3\sqrt{3}} = \frac{1}{6}$$

எனவே

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-186}{(90+3)^2} \times 15$$

$$= \frac{-186}{93 \times 93} \times 15$$

$$= \frac{-10}{31} = -0.32 \text{ ரூ/வா}$$

10) ஒரு பொருளின் விலை அதன் சரக்கி இடுப்பைக் கொண்டு  $Px + 3P - 16x = 234$  எனும் சமன்பாட்டால் குறிக்கப்படுகிறது. இங்கு P என்பது பொருளின் விலை மற்றும் x என்பது அவதிகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும். 90 அவதிகள் இடுப்பு இடுக்கம்பொது வாரத்திற்கு 15 அவதிகள் உதேம் சரக்கி அதிகரிக்கிறது எனில் காலத்தை பொறுத்து விலையின் மாறுபாடு உதேம் காண்க.

11) கட்பலன் மீதுள்ள சாதல் ஒளி உலகத்தி ஒவ்வொரு 10 வினாடிகளுக்கு ஒருமுறை சிந்துகிறது. கடற்கரையால் இருந்து 5 கி.மீ தூரத்தில் கட்பல் நுங்கூரம் இடப்பட்டு உள்ளது. அவ்வினாக்கின் ஒளிக்கற்றை கடற்கரையுடன்  $45^\circ$  கோணத்தை ஏற்படுத்தும் போது கடற்கரையால் ஒளிக் கற்றை எவ்வளவு வேகமாக நகரும்?

தீர்வு: தரவண்படி

$$Px + 3P - 16x = 234$$

$$Px + 3P = 16x + 234$$

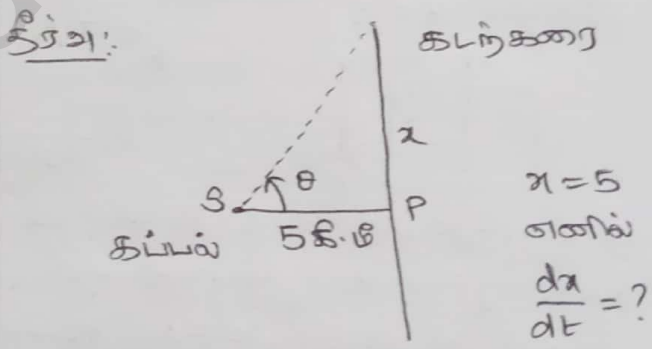
$$P(x+3) = 16x + 234$$

$$P = \frac{16x + 234}{x+3}$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{(x+3)16 - (16x+234)1}{(x+3)^2}$$

$$= \frac{16x + 48 - 16x - 234}{(x+3)^2} \frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{-186}{(x+3)^2} \frac{dx}{dt} \rightarrow \textcircled{1}$$



தரவண்படி

$$x = 90 \text{ எனில் } \frac{dx}{dt} = 15$$

10 வினாடிகளில் 1 சிந்துகி

$$10 \text{ வி. - களில் } = 2\pi^c$$

$$1 \text{ வி. - களில் } = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\pi}{5} \text{ ரே/வி.}$$

எனவே

$$\tan \theta = \frac{x}{5}$$

$$x = 5 \tan \theta$$

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 5 \sec^2 \theta \frac{d\theta}{dt} \\ &= 5 \sec^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\pi}{8} \\ &= (12)^2 \pi \\ &= 2\pi \text{ கி.மீ/அ}\end{aligned}$$

12) ஒரு ஆங்கிலத் தேர்விற்கு  
ஒருவர் 100 தொற்களைக்  
கற்கிறார். கற்றறடண் 't'  
நாட்களுக்குப் பிறகு அவர்  
நினைவல் திருக்கும் தொற்களின்  
எண்ணிக்கை

$$w(t) = 100 \times (1 - 0.1t)^2, \quad 0 \leq t \leq 10$$

ஆகும். கற்றறடண், 2 நாட்களுக்கு  
பிறகு அவர் தொற்களை  
மறப்பதன் வீதம் என்ன?

தீர்வு: தரண்பய

$$w(t) = 100 \times (1 - 0.1t)^2$$

$$\begin{aligned}\frac{dw}{dt} &= 100 \times 2 (1 - 0.1t) \\ &\quad \times (-0.1) \\ &= -20 (1 - 0.1t)\end{aligned}$$

t = 2 எனில்

$$\begin{aligned}\frac{dw}{dt} &= -20 (1 - 0.2) \\ &= -20 (0.8) \\ &= -16 \text{ தொற்கள்/நாள்}\end{aligned}$$

16 தொற்கள்/நாள்

வீதத்தில் மறப்பார்.

13)  $f(x) = x^2$ ,  $x \in [0, 2]$   
எனும் தீர்விற்கு  $[0, 0.5]$ ,  
 $[0.5, 1]$ ,  $[1, 1.5]$ ,  $[1.5, 2]$   
என்ற 2-ள் திட்டவென்களில்  
தராசரி மாறுபாட்டு வீதம்,  
மற்றும்  $x = 0.5, 1, 1.5,$   
2 புள்ளிகளில் ஏற்பட்டு  
தணப்பொடுது மாறுபாட்டு  
வீதங்களுடயும் காண்க.

தீர்வு:  $[a, b]$  என்ற திட்டவென்  
-வில் தராசரி மாறுபாட்டு வீதம்

$$= \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$= \frac{b^2 - a^2}{b - a} = \frac{(b+a)(b-a)}{(b-a)}$$

$$= b + a.$$

$$\therefore [0, 0.5], [0.5, 1],$$

$$[1, 1.5], [1.5, 2] \text{ என்ற}$$

2-ள் திட்டவென்களில் த.மா.வீ  
முறைபய

$$0 + 0.5, 0.5 + 1,$$

$$1 + 1.5, 1.5 + 2 \text{ ஆகும்}$$

அதாவது 0.5, 1.5, 2.5, 3.5

தணப்பொடுது மாறுபாட்டு

$$\text{வீதம்} = f'(x) = 2x$$

$$x = 0.5 \text{ எனில் த.மா.வீ} = 2(0.5) = 1$$

$$x = 1 \text{ எனில் த.மா.வீ} = 2(1) = 2$$

$$x = 1.5 \text{ எனில் த.மா.வீ} = 2(1.5) = 3$$

$$x = 2 \text{ எனில் த.மா.வீ} = 2(2) = 4$$

14) கிடு முண்குகரிபும் கஃப்டப்டு  
10 மீ நீளமுள்ள ஓடு கம்மண்  
ஓபபரிணை ஓசக்டியலில் நீளம்  
 $x$  சார்பாக  $T = x(10 - x)$   
ஊத தரப்டுகிறது. கம்மண்  
ஓலபபுள்ளில் ஓபபரிணை  
மாறுபாட்டு ஓதும் பூக்டியம்  
ஊபஓதா நடுகக.

தீர்பு: தரஓன்பபு

$$T = x(10 - x)$$

$$T = 10x - x^2$$

$$\frac{dT}{dx} = 10 - 2x$$

ஓலபபுள்ளி  $x = 5$  ல்

$$\frac{dT}{dx} = 10 - 2(5)$$

$$= 10 - 10$$

$$= 0$$

$$t = 0, t = 2$$

$\therefore t = 0, t = 2$  ஓஓப்டு  
திகசஓகம் பூக்டியலக்டு

$$a = 0$$
 ஓஓப்டு

$$2t - 2 = 0$$

$$2t = 2$$

$$t = 1$$

$\therefore t = 1$  ஓஓப்டு  
பூககம் பூக்டியலக்டு.

16) தரஓல்டுஓடுஓடு ஓல்டுஓடு  
கடப்டும் ஓடு துகள்  $S$   
ஓபு ஓபர்தஓத  $t$  ஓஓபுஓடு  
ஓஓஓஓ ஓஓஓஓஓ. கிஓடு  
 $S(t) = 128t - 16t^2$

i) துகள் ஓஓஓஓஓ ஓஓஓஓஓ  
ஓபர்தஓதக் கஓஓஓஓஓ?

ii) தரஓஓஓஓஓ ஓஓஓஓஓ  
ஓஓஓஓஓ திகசஓகம் ஓஓஓஓ?

தீர்பு: தரஓன்பபு

$$S(t) = 128t - 16t^2$$

$$V = \frac{dS}{dt} = 128 - 32t$$

i) ஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓ

$$V = 0$$

$$128 - 32t = 0$$

$$128 = 32t$$

$$t = \frac{128}{32}$$

$$t = 4$$
 ஓஓ.

$t = 4$  ஓஓ ஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓ

$$S = 128(4) - 16(4)^2$$

$$= 512 - 256$$

$$= 256$$
 ஓஓஓஓ.

15)  $S(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + 3$  ஓஓஓஓஓ  
ஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓ  
தரஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓ  
ஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓ  
ஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓ  
ஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓ  
ஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓ  
ஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓஓ?

தீர்பு:  $S(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + 3$

$$V(t) = \frac{3t^2}{3} - 2t$$

$$a(t) = 2t - 2$$

$$V = 0$$
 ஓஓஓஓஓ

$$t^2 - 2t = 0$$

$$t(t - 2) = 0$$



ii) தூண் தூரையை அடையும் போது  $S = 0$

$$128t - 16t^2 = 0$$

$$8t - t^2 = 0$$

$$t(8-t) = 0$$

$$t = 0, t = 8 \text{ மி.}$$

$t = 8$  மீட்டர்கள் தூரையை தொகுக்கிறது. அப்போது திசைவேகம் =  $128 - 32t$

$$= 128 - 32(8)$$

$$= 128 - 256$$

$$= -128 \text{ மீ/மீ.}$$

17)  $t > 0$  எனும் எந்தெந்த நிலைமையும் ஒரு தூண் நிலை  $s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 1$  எனும்படி கிடைக்கக்கூடிய கொடுக்கப்பட்ட ஒரு தூண் நகர்கிறது. இங்கு  $S$  என்பது மீட்டர்களும்,  $t$  மீட்டர்களும் கணக்கிடப்படுகிறது.

i) தூண் இயங்கும் போது நேரம் என்ன?

ii) தூண் திசைமாறும் போது நேரம் என்ன?

iii) முதல் கிரண்டு மீட்டர்களில் தூண் பயணிக்கும் மொத்த தொலைவு என்ன?

தீர்வு:

$$s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 1$$

$$v(t) = 3t^2 - 12t + 9$$

i) தூண் இயங்கும் நிலையில்  $v = 0$

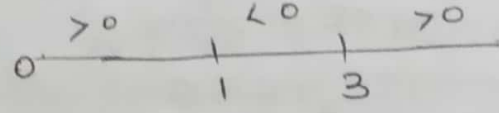
$$3t^2 - 12t + 9 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$(t-1)(t-3) = 0$$

$$t = 1, t = 3$$

ii) தூண் திசைமாறும் நேரத்தைக் காண



$0 \leq t < 1$  எனில்  $v > 0$

$1 < t < 3$  எனில்  $v < 0$

$t > 3$  எனில்  $v > 0$

$\therefore t = 1$  மி,  $t = 3$  மி, கனல் தூண் திசை மாறும்.

iii)  $t = 0$  மி முதல்  $t = 2$  மி வரை தூண் பயணிக்கும் மொத்த தூரம்

$$= |s(1) - s(0)| + |s(2) - s(1)|$$

$$= |5 - 1| + |3 - 5|$$

$$= 4 + 2$$

$$= 6 \text{ மீ.}$$

18) அதிகப்பள்ளியில் இருந்து  $t$  மீட்டர்களில் பறந்து ஒரு தூண் உள்ள தூரத்தின் அளவு  $S = 2t^2 + 3t$  மீட்டர் எனும்படி நேரக்கொடையில் ஒரு தூண் நகர்கிறது.

i)  $t = 3$  மீட்டரும்  $t = 6$  மி கிடைக்க உள்ள தூரத்தின் திசைவேகம் என்ன?

ii)  $t = 3$  மீட்டரும்  $t = 6$  மி கிடைக்க உள்ள கணப்போது திசைவேகம் என்ன?

தீர்வு:

$$S = 2t^2 + 3t$$

$$S(3) = 2(3)^2 + 3(3) +$$

$$= 18 + 9$$

$$= 27$$

$$s(b) = 2(b)^2 + 3(b)$$

$$= 2(36) + 18$$

$$= 72 + 18$$

$$= 90$$

$$\text{சராசரி திசைவேகம்} = \frac{s(b) - s(3)}{b - 3}$$

$$= \frac{90 - 27}{3}$$

$$= \frac{63}{3}$$

$$= 21 \text{ மீ/ஊ}$$

$$\text{ii) } s(t) = 2t^2 + 3t$$

$$v = s'(t) = 4t + 3$$

$$t = 3 \text{ ல் தகராப்தபாடுக்து}$$

$$\text{திசைவேகம்}$$

$$v = 4(3) + 3$$

$$= 12 + 3$$

$$= 15 \text{ மீ/ஊ}$$

$$t = 6 \text{ ல் } v = 4(6) + 3$$

$$= 24 + 3$$

$$= 27 \text{ மீ/ஊ}$$

19) 400 அடி உயர மணை உச்சி முகமீழ்ந்து தவறுதலாக ஒரு முகைப்பலக கடுவா உடுகிறதது.  $t$  உணாயகனில் முகைப்பலககடுவா உடும் சூறம்  $s = 16t^2$  அடும்.

i) துரைகயத் குதாடம் முண்ணர் முகைப்பலக கடுவா உடு அக்திக்கு குதாண்ட கடுரம் அண்ண?

ii) கீக்த உடுந்த திறுதி 2 உணாயகனில் முகைப்பலக கடுவாண சராசரி திசைவேகம் அண்ண?

ii) துரைகயத் குதாடம் உடுபாடு முகைப்பலக கடுவாண சராசரி திசைவேகம் அண்ண?

$$\text{தீரவு}$$

$$\text{கடுவாண்படு}$$

$$s = 16t^2$$

$$400 \text{ அடி}$$

$$\text{i) துரைகய சகைய}$$

$$\text{கடுரம் } 400 \text{ அடி}$$

$$16t^2 = 400$$

$$t^2 = 25$$

$$t = \pm 5$$

$$t = 5 \text{ உணாய}$$

ii) கடுவா கடுவாண உணாயகனில்  $a = 3, b = 5$ .

$$s(5) = 16(t^2) = 16(25) = 400$$

$$s(3) = 16(3)^2 = 16(9) = 144$$

சராசரி திசைவேகம்

$$= \frac{s(b) - s(a)}{b - a}$$

$$= \frac{s(5) - s(3)}{5 - 3}$$

$$= \frac{400 - 144}{2}$$

$$= \frac{256}{2} = 128 \text{ அடி/ஊ}$$

iii) தகராப்தபாடுக்து திசைவேகம்

$$s = 16t^2$$

$$v = \frac{ds}{dt} = 32t$$

$$t = 5 \text{ அடும் உடுபாடு } v$$

$$= 32(5)$$

$$= 160 \text{ அடி/ஊ}$$

20)  $S(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t - 4$   
 இங்கு  $t > 0$  எனும் அகிப்பய  
 சிவி கோட்பாடு 30 சூகன்  
 நகர்கிறது.

1) எந்தெந்தவகன்ல் சூகன்ல்  
 சிவக மாறுகின்றது?

2) இவல் 4 அகாயகன்ல்  
 சூகன்ல் பயண்ச்சு சூகன்ல் என்ன்?

3) சிவககககம் டூக்சிவ மக்சகம்  
 சககயும் எந்தெந்தவகன்ல்  
 எல்வகம் சூகன்ல் இவககம்  
 கககக.

சீர்சு:

$$S(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t - 4$$

$$V = \frac{dS}{dt} = 6t^2 - 18t + 12$$

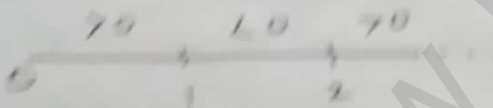
1) சூகன்ல் சிவக மாறுல் கோடி  
 $V = 0$

$$6t^2 - 18t + 12 = 0$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$(t-2)(t-1) = 0$$

$$t = 2, t = 1$$



$t = 1, 2$  அகாயகன்ல் சிவக  
 மாறுகிறது

2) இவல் 4 அகாயகன்ல் சூகன்ல்  
 பயண்ச்சு சூகன்ல்

$$= |S(1) - S(0)| + |S(2) - S(1)| + |S(4) - S(2)| = 9 \text{ ①}$$

$$\text{இங்கு } S(0) = -4$$

$$S(1) = 2 - 9 + 12 - 4 = 1$$

$$= 1$$

$$S(2) = 16 - 36 + 24 - 4 = 0$$

$$\begin{aligned} S(4) &= 2(4)^3 - 9(4)^2 + 12(4) - 4 \\ &= 2(64) - 9(16) + 48 - 4 \\ &= 128 - 144 + 48 - 4 \\ &= 176 - 148 \\ &= 28 \end{aligned}$$

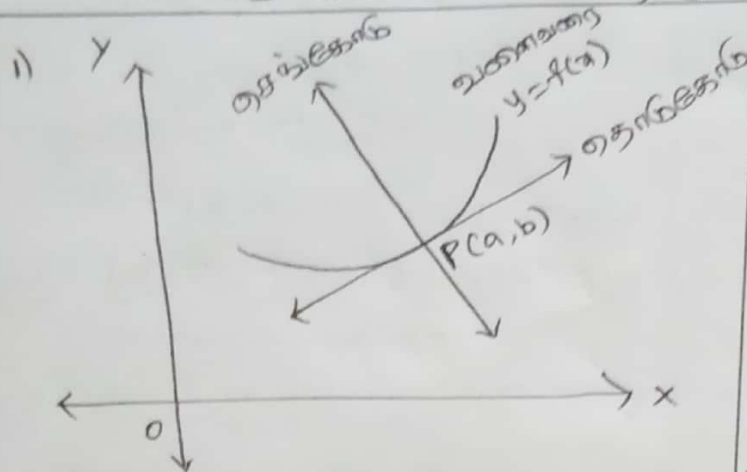
$$\begin{aligned} \text{①} \Rightarrow \text{சூகன்ல்} &= |1+4| + |0-1| \\ &\quad + |28-0| \\ &= 5+1+28 \\ &= 34 \text{ ①} \end{aligned}$$

K. BAKTHAVACHALAM

9944481639

bakthavate@gmail.com

7. உகை நுண்கணகத்திற் பவன்பாடுகற்  
 2. துாடுகொடு ஡ர்நுடும் தசங்ுகொட்புண் சடண்பாடுகற்



i)  $y = f(x)$  ஂண்ற உண்வரைக்கு  $P(a,b)$  ஂண்ற ஡ர்நுடத்து தொடுகொட்புண் சடங்வு  $m = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(a,b)}$

ii)  $y = f(x)$  ஂண்ற உண்வரைக்கு  $P(a,b)$  ஂண்ற ஡ர்நுடத்து தொடுகொட்புண் சடண்பாடு  $y - b = m(x - a)$  இங்ுகு  $m = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(a,b)}$

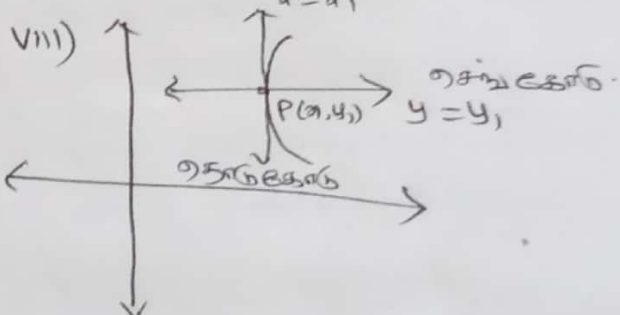
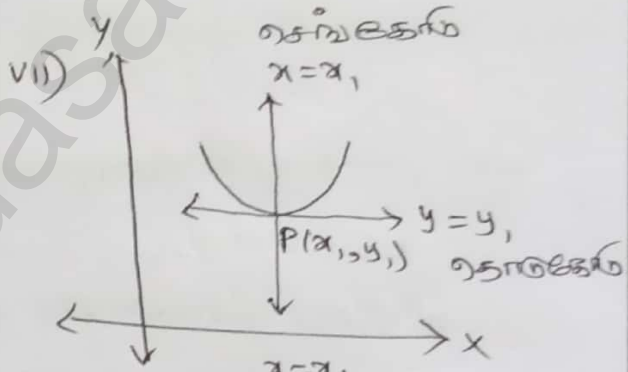
iii)  $y = f(x)$  ஂண்ற உண்வரைக்கு  $P(a,b)$  ஂண்ற ஡ர்நுடத்து தசங்ுகொட்புண் சடங்வு  $= -\frac{1}{m}$   
 $= -\frac{1}{\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(a,b)}}$

iv)  $y = f(x)$  ஂண்ற உண்வரைக்கு  $P(a,b)$  ஂண்ற ஡ர்நுடத்து தசங்ுகொட்புண் சடண்பாடு

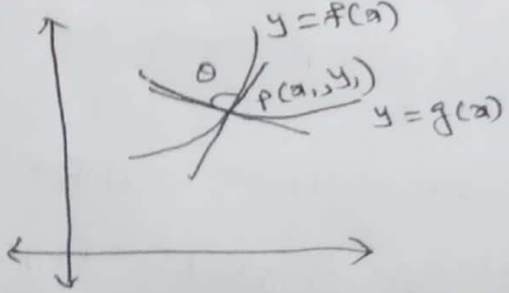
$$y - b = -\frac{1}{m}(x - a)$$

v) உண்வரைக்கு ஂடு ஡ர்நுடங்வு உண்வரய்ப்புடும் தொடுகொடு கிடை஡ட்டலாக இடுந்ரங்வு  $m = 0$  ஂடு஡். ஂதாவது உகைகக்ுகடு '0'

vi) உண்வரைக்கு ஂடு ஡ர்நுடங்வு உண்வரய்ப்புடும் தொடுகொடு நுண்வக்்கித்தாக இடுந்ரங்வு, உகைகக்ுகடு காணத்தக்கது ஡ர்நுடம் ஡ுடு஡்வு (உ) ஂடு஡்.



ix) இரண்டு உண்வரைக்குக் கிடைப்பட்ட கொண஡்.



$y = f(x)$  மற்றும்  $y = g(x)$   
 ஆகியவற்றிற்கு இடைப்பட்ட  
 கோணம் காண்க.

- 1) இடு வளைவரைகளும்  
 வட்டம்  $P(x, y)$   
 ஆக காண்க.
- 2)  $P(x, y)$  என்ற புள்ளியில்  
 $y = f(x)$  என்ற வளைவரைக்கு  
 தொடுகோட்டின் சாய்வு  $m_1$ ,  
 $y = g(x)$  என்ற வளைவரைக்கு  
 தொடுகோட்டின் சாய்வு  $m_2$  க்  
 காண்க.
- 3)  $m_1, m_2$  முடிவற்ற எண்கள்  
 எனில் இவ்வாறு வளைவரை  
 - களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்  
 $\theta$  எனில்

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| \text{ ஆகும்}$$

- 4)  $(x, y)$  என்ற புள்ளியில்  
 இரண்டு வளைவரைகள்  
 இணை எனில்  $m_1 = m_2$
- 5)  $(x, y)$  என்ற புள்ளியில்  
 இரண்டு வளைவரைகள்  
 செங்குத்து மற்றும்  $m_1, m_2$   
 ஆகியவை காணத்தக்கவை  
 மற்றும் முடிவற்ற எண்கள்  
 எனில்  $m_1 m_2 = -1$ .

①  $x^2 + 4y^2 = 8$  என்ற நீள்  
 வட்டமும்  $x^2 - 2y^2 = 4$   
 என்ற சதுரவளைவரும்  
 செங்குத்தாக வட்டத்திற்குள்ளும்  
 என நீறுவக.

தீர்வு: தரவழிய

$$x^2 + 4y^2 = 8 \rightarrow \text{①}$$

$$x^2 - 2y^2 = 4 \rightarrow \text{②}$$

①, ② வட்டம் புள்ளி  $P(x, y)$

$$x_1^2 + 4y_1^2 = 8 \rightarrow \text{③}$$

$$x_1^2 - 2y_1^2 = 4 \rightarrow \text{④}$$

$$\text{④} - \text{③} \Rightarrow 6y_1^2 = 4$$

$$y_1^2 = \frac{4}{6}$$

$$\boxed{y_1^2 = \frac{2}{3}}$$

$$\text{④} \Rightarrow 2x_1^2 - 4y_1^2 = 8$$

$$\text{③} \Rightarrow x_1^2 + 4y_1^2 = 8$$

$$3x_1^2 = 16$$

$$\boxed{x_1^2 = \frac{16}{3}}$$

$$\text{①} \Rightarrow x^2 + 4y^2 = 8$$

$$2x + 8y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$x + 4y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$4y \frac{dy}{dx} = -x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{4y}$$

$$m_1 = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{(x_1, y_1)} = \frac{-x_1}{4y_1}$$

$$\text{②} \Rightarrow x^2 - 2y^2 = 4$$

$$2x - 4y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$x - 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$x = 2y \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{x}{2y} = \frac{dy}{dx}$$

$$m_2 = \frac{+x_1}{2y_1}$$

$$m_1 m_2 = \left( \frac{-a_1}{a_2} \right) \left( \frac{a_1}{a_2} \right)$$

$$= - \frac{a_1^2}{a_2^2}$$

$$= - \frac{\frac{1}{b}}{\frac{1}{c}} = \frac{-1/b}{1/c}$$

$$= -1$$

① & ② மீ செங்குத்தாக  
வட்டங்களின் தொகுப்பு.

②  $ax^2 + by^2 = 1$  மற்றும்  
 $cx^2 + dy^2 = 1$  என்ற  
வட்டங்களின் தொகுப்பின்  
செங்குத்தாக வட்டங்களின்  
 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$  என நினைவுகூருக.

தீர்வு:

$$ax^2 + by^2 = 1 \rightarrow ①$$

$$cx^2 + dy^2 = 1 \rightarrow ②$$

①, ② வட்டங்களின் தொகுப்பின்  
மீள்  $P(x_1, y_1)$  க்கு

$$ax_1^2 + by_1^2 = 1$$

$$cx_1^2 + dy_1^2 = 1$$

$$\Rightarrow (a-c)x_1^2 + (b-d)y_1^2 = 0 \rightarrow ③$$

எனவே

$$ax^2 + by^2 = 1$$

$$2ax + 2by \frac{dy}{dx} = 0$$

$$ax + by \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{ax}{by}$$

$$m_1 = \left( \frac{dy}{dx} \right) (x_1, y_1) = - \frac{ax_1}{by_1}$$

$$③ \Rightarrow cx^2 + dy^2 = 1$$

$$2cx + 2dy \frac{dy}{dx} = 0$$

$$cx + dy \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} \frac{dy}{dx} = -cx$$

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{cx}{dy}$$

$$m_2 = \left( \frac{dy}{dx} \right) (x_1, y_1) = - \frac{cx_1}{dy_1}$$

① & ② மீ செங்குத்தாகவா

$$\therefore m_1 m_2 = -1$$

$$\left( - \frac{ax_1}{by_1} \right) \left( - \frac{cx_1}{dy_1} \right) = -1$$

$$\frac{acx_1^2}{bdy_1^2} = -1$$

$$acx_1^2 = -bdy_1^2$$

$$acx_1^2 + bdy_1^2 = 0 \rightarrow ④$$

③, ④ க்கு

$$\frac{a-c}{ac} = \frac{b-d}{bd}$$

$$\frac{a}{ac} - \frac{c}{ac} = \frac{b}{bd} - \frac{d}{bd}$$

$$\frac{1}{c} - \frac{1}{a} = \frac{1}{d} - \frac{1}{b}$$

$$\frac{1}{c} - \frac{1}{d} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

③.  $x^2 - y^2 = r^2$  மற்றும்  $xy = c^2$  என்ற வளைவரைகள் தொங்குதல் தைட்டிக் தொள்ளும் எண்க் காட்டுக. இங்கு  $c, r$  ஆகியவை மாறிலிகள்.

தீர்வு:  $x^2 - y^2 = r^2 \rightarrow ①$   
 $xy = c^2 \rightarrow ②$

①, ② தைட்டிக் புள்ளி  $P(x_1, y_1)$  எண்க்

$x_1^2 - y_1^2 = r^2$   
 $x_1 y_1 = c^2$

①  $\Rightarrow x^2 - y^2 = r^2$

$2x - 2y \frac{dy}{dx} = 0$

$x - y \frac{dy}{dx} = 0$

$x = y \frac{dy}{dx}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$

$m_1 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(x_1, y_1)} = \frac{x_1}{y_1}$

②  $\Rightarrow xy = c^2$

$x \frac{dy}{dx} + y(1) = 0$

$x \frac{dy}{dx} = -y$

$\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x}$

$m_2 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(x_1, y_1)} = \frac{-y_1}{x_1}$

$m_1 m_2 = \left(\frac{x_1}{y_1}\right) \left(\frac{-y_1}{x_1}\right) = -1$

$\therefore$  ① ல் ② ல் தொங்குதலாக தைட்டிக் தொள்ளும்.

④  $xy = 2$  என்ற தொங்குதல் அதிபரவளைவத்திற்கும்  $x^2 + 4y = 0$  என்ற பரவளைவத்திற்கும் இடைபட்ட தொணத்திற்குக் காண்க.

தீர்வு  $xy = 2 \rightarrow ①$   
 $x^2 + 4y = 0 \rightarrow ②$

$\Rightarrow x^2 + 4\left(\frac{2}{x}\right) = 0$

$\frac{x^3 + 8}{x} = 0$

$x^3 + 8 = 0$

$x^3 = -8$

$x^3 = (-2)^3$

$x = -2$

①  $\Rightarrow -2y = 2$

$y = -1$

தைட்டிக் புள்ளி  $P = (-2, -1)$ .

①  $\Rightarrow xy = 2$

$x \frac{dy}{dx} + y(1) = 0$

$x \frac{dy}{dx} = -y$

$\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x}$

$m_1 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{(-2, -1)} = \frac{-(-1)}{-2}$

②  $\Rightarrow x^2 + 4y = 0$

$2x + 4 \frac{dy}{dx} = 0$

$x + 2 \frac{dy}{dx} = 0$

$$2 \frac{dy}{dx} = -x$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{2}$$

$$m_2 = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{(-2, -1)} = \frac{2}{2} = 1$$

உணர்வு உரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்  $\theta$  எனில்

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

$$= \left| \frac{-\frac{1}{2} - 1}{1 + (-\frac{1}{2})(1)} \right|$$

$$= \left| \frac{-3/2}{1 - 1/2} \right|$$

$$= \left| \frac{-3/2}{1/2} \right|$$

$$\tan \theta = 3$$

$$\theta = \tan^{-1} 3$$

⑤  $y = x^2$  மற்றும்  $y = (x-3)^2$

என்ற உணர்வு உரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.

தீர்வு: தரவழி  
①  $y = x^2 \rightarrow$  ①

②  $y = (x-3)^2 \rightarrow$  ②

①, ② ஆக தீர்க்க

$$x^2 = (x-3)^2$$

$$x^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$6x - 9 = 0$$

$$6x = 9$$

$$x = 9/6$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow y = \left( \frac{3}{2} \right)^2 = \frac{9}{4}$$

உட்புள்ள புள்ளி =  $\left( \frac{3}{2}, \frac{9}{4} \right)$

$$\textcircled{1} \Rightarrow y = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$m_1 = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{\left( \frac{3}{2}, \frac{9}{4} \right)} = 2 \left( \frac{3}{2} \right)$$

$$= 3$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow y = (x-3)^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2(x-3)$$

$$m_2 = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{\left( \frac{3}{2}, \frac{9}{4} \right)}$$

$$= 2 \left( \frac{3}{2} - 3 \right)$$

$$= 2 \left( -\frac{3}{2} \right)$$

$$= -3$$

உணர்வு உரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்  $\theta$  எனில்

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

$$= \left| \frac{3 - (-3)}{1 + 3(-3)} \right|$$

$$= \left| \frac{6}{1-9} \right| = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$



$$\theta = \tan^{-1} \frac{3}{4}$$

⑥  $y = x^2$  மற்றும்  $x = y^2$  என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தினை  $(0,0)$  மற்றும்  $(1,1)$  என்ற வட்டம் புள்ளிகளில் காண்க.

தீர்வு:

$$\begin{array}{l|l} y = x^2 & x = y^2 \\ \frac{dy}{dx} = 2x & 1 = 2y \frac{dy}{dx} \\ & \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y} \end{array}$$

(i)  $(0,0)$  என்ற புள்ளியில்

$$m_1 = 0, \quad m_2 = \infty$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{2}$$

ii)  $(1,1)$  என்ற புள்ளியில்

$$m_1 = 2, \quad m_2 = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| \\ &= \left| \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 2 \left(\frac{1}{2}\right)} \right| \\ &= \left| \frac{\frac{3}{2}}{2} \right| \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{3}{4}$$

⑦  $y = \sin x$  என்ற வளைவரைக்கும்  $x$  அச்சிற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

தீர்வு:  $y = \sin x \rightarrow ①$

மிக்க  $x$  அச்சின் மீது  $y = 0$

$$\sin x = 0$$

$$x = n\pi, \quad n \in \mathbb{W}$$

$$① \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \cos x$$

$$\begin{aligned} \text{எனவே } m_1 &= \cos n\pi \\ &= (-1)^n, \end{aligned}$$

$x$  அச்சின் எவ்வ  $m_2 = 0$ .

$$\begin{aligned} \therefore \tan \theta &= \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| \\ &= \left| \frac{m_1}{1} \right| \\ &= |(-1)^n| \\ &= 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \tan^{-1}(1) \\ &= \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

⑧  $y = x^2 + 3x - 2$  என்ற வளைவரைக்கு  $(1,2)$  என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டிற்கு சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு:  $y = x^2 + 3x - 2$

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 3$$

$$m = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{(1,2)} = 2(1) + 3 = 5$$

தேவையான தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

$$y - 2 = 5(x - 1)$$

$$y - 2 = 5x - 5$$

$$5x - y - 5 + 2 = 0$$

$$5x - y - 3 = 0$$

தேவையான செங்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y - 2 = -\frac{1}{5}(x - 1)$$

$$5y - 10 = -x + 1$$

$$x + 5y - 10 - 1 = 0$$

$$x + 5y - 11 = 0.$$

(9)  $x = 2 \cos 3t$  மற்றும்  $y = 3 \sin 2t$ ,  $t \in \mathbb{R}$  என்ற வகைகளில் உணர்வுகரமாக மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு

$$\begin{array}{l|l} x = 2 \cos 3t & y = 3 \sin 2t \\ \frac{dx}{dt} = -2 \sin 3t & \frac{dy}{dt} = 3 \cos 2t \cdot (2) \\ (3) & = 6 \cos 2t \\ = -6 \sin 3t & \end{array}$$

$$\text{சாய்வு } m = \frac{dy}{dx}$$

$$= \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{6 \cos 2t}{-6 \sin 3t}$$

$$= -\frac{\cos 2t}{\sin 3t}$$

ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

$$y - 3 \sin 2t = -\frac{\cos 2t}{\sin 3t} (x - 2 \cos 3t)$$

$$y \sin 3t - 3 \sin 2t \sin 3t = -x \cos 2t + 2 \cos 2t \cos 3t$$

$$x \cos 2t + y \sin 3t$$

$$= 3 \sin 2t \sin 3t + 2 \cos 2t \cos 3t$$

செங்கோட்டின் சாய்வு

$$= -\frac{1}{-\frac{\cos 2t}{\sin 3t}}$$

$$= \frac{\sin 3t}{\cos 2t}$$

செங்கோட்டின் சமன்பாடு

$$(y - 3 \sin 2t) = \frac{\sin 3t}{\cos 2t} (x - 2 \cos 3t)$$

$$y \cos 2t - 3 \sin 2t \cos 2t$$

$$= x \sin 3t - 2 \sin 3t \cos 3t$$

$$x \sin 3t - y \cos 2t$$

$$= 2 \sin 3t \cos 3t - 3 \sin 2t \cos 2t$$

$$x \sin 3t - y \cos 2t$$

$$= \sin 6t - \frac{3}{2} \sin 4t$$

10)  $x = 7 \cos t$  மற்றும்  
 $y = 2 \sin t$ ,  $t \in R$  என்ற  
 அணுவகரக்தி ஏதேனும்  
 ஒரு புள்ளியில் அரைவட்டம்  
 தொடுகொடு மற்றும்  
 தொடுகொடியின் சமன்பாடுகள்  
 காண்க.

தீர்வு.

$$\begin{array}{l|l} x = 7 \cos t & y = 2 \sin t \\ \hline \frac{dx}{dt} = -7 \sin t & \frac{dy}{dt} = 2 \cos t \end{array}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{2 \cos t}{-7 \sin t}$$

தொடுகொடியின் சாய்வு

$$m = \frac{-2 \cos t}{7 \sin t}$$

தேவைபயமான தொடுகொடியின்  
 சமன்பாடு

$$y - 2 \sin t = \frac{-2 \cos t}{7 \sin t} (x - 7 \cos t)$$

$$\begin{aligned} 7y \sin t - 14 \sin^2 t \\ = -2x \cos t + 14 \cos^2 t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x \cos t + 7y \sin t \\ = 14 (\cos^2 t + \sin^2 t) \end{aligned}$$

$$2x \cos t + 7y \sin t = 14$$

தொடுகொடியின் சாய்வு

$$\begin{aligned} = -\frac{1}{m} &= -\frac{1}{\frac{-2 \cos t}{7 \sin t}} \\ &= \frac{7 \sin t}{2 \cos t} \end{aligned}$$

தொடுகொடியின் சமன்பாடு

$$y - 2 \sin t = \frac{7 \sin t}{2 \cos t} (x - 7 \cos t)$$

$$\begin{aligned} 2y \cos t - 4 \sin t \cos t \\ = 7x \sin t - 49 \sin t \cos t \\ 7x \sin t - 2y \cos t \\ = 49 \sin t \cos t - 4 \sin t \cos t \end{aligned}$$

$$7x \sin t - 2y \cos t = 45 \sin t \cos t$$

11)  $x = 1$  என்ற புள்ளியில்து  
 $y = x^4 + 2x^2 - x$  என்ற  
 அணுவகரக்தி தொடுகொடியின்  
 சாய்வகரக்தி காண்க.

தீர்வு

$$y = x^4 + 2x^2 - x$$

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3 + 4x - 1$$

$$m = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=1} = 4 + 4 - 1$$

$$\boxed{m = 7}$$

12)  $t = \pi/2$  ல்,  $x = a \cos^3 t$

$$y = b \sin^3 t$$

தொடுகொடியின் சாய்வு காண்க

தீர்வு.

$$x = a \cos^3 t$$

$$\frac{dx}{dt} = 3a \cos^2 t (-\sin t)$$

$$= -3a \cos^2 t \sin t$$

$$y = b \sin^3 t$$

$$\frac{dy}{dt} = 3b \sin^2 t \cos t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}$$

$$= \frac{3b \sin^2 t \cos t}{-3a \cos^2 t \sin t}$$

$$= -\frac{b}{a} \frac{\sin t}{\cos t} = -\frac{b}{a} \tan t$$

$$t = \frac{\pi}{2} \text{ ல் } m = \infty$$

(13)  $y = x^2 - 5x + 4$  என்ற வளைவரைக்கு அடீயுள்ளனில் வரையப்படும் தொடுகோடு  $3x + y = 7$  என்ற கோடியுந்தி கிணையாக கிடுக்கும்?

தீர்வு:  $3x + y = 7 \rightarrow (1)$  என்க

$$3x + y = 7 \text{ ன் சாய்வு} = -\frac{3}{1} = -3$$

வளைவரை

$$y = x^2 - 5x + 4 \rightarrow (2)$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x - 5$$

யுள்ள  $(x_1, y_1)$  எனில்

$$m = 2x_1 - 5$$

(2) க்கு வரையப்படும் தொடுகோடு

(1) க்கு கிணையாக

$$2x_1 - 5 = -3$$

$$2x_1 = -3 + 5$$

$$2x_1 = 2$$

$$x_1 = 1$$

(2) ல் மரதீமட

$$y = 1^2 - 5(1) + 7$$

$$= 1 - 5 + 7$$

$$= 8 - 5$$

$$= 3$$

கிணையாக யுள்ள  $(1, 3)$

(14)  $y = x^3 - 6x^2 + x + 3$  என்ற வளைவரைக்கு அடீயுள்ளனில் வரையப்படும் தொடுகோடு  $x + y = 1729$  என்ற கோடியுந்தி தொடுகோடு கிடுக்கும்.

தீர்வு:

$$x + y = 1729 \rightarrow (1)$$

$$(1) \text{ ன் சாய்வு} = -\frac{1}{1} = -1$$

வளைவரை

$$y = x^3 - 6x^2 + x + 3 \rightarrow (2)$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 12x + 1$$

$(x_1, y_1)$  என்ற யுள்ளமடக்கு

$$\text{சாய்வு } m = 3x_1^2 - 12x_1 + 1$$

(2) க்கு வரையப்படும் தொடுகோடு

(1) க்கு  $\perp$

$$m_1 m_2 = -1$$

$$(3x_1^2 - 12x_1 + 1)(-1) = -1$$

$$3x_1^2 - 12x_1 + 1 = 1$$

$$3x_1^2 - 12x_1 = 0$$

$$3x_1(x_1 - 4) = 0$$

$$x_1 = 0, x_1 = 4$$

எனது

$$y_1 = x_1^3 - 6x_1^2 + x_1 + 3$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 3$$

$$x_1 = 4 \Rightarrow y_1 = 4^3 - 6(4)^2 + 4 + 3$$

$$y_1 = 64 - 96 + 7$$

$$y_1 = -25$$

ஒதுபுள்ளிகள் (0,3), (4,-25)

15)  $y^2 - 4xy = x^2 + 5$  என்ற வளைவரைக்கு எப்பள்ளிகள் வரையப்படும் ஒதுபுகொடு கிடைமட்டமாக கிடுக்கும்?

தீர்வு:

ஒதுபுள்ளி  $(x_1, y_1)$  என்க

$$y^2 - 4xy = x^2 + 5 \rightarrow (1)$$

$$\frac{2y \frac{dy}{dx} - 4 \left[ x \frac{dy}{dx} + y(1) \right]}{= 2x}$$

$$\frac{y \frac{dy}{dx} - 2 \left[ x \frac{dy}{dx} + y \right]}{= x}$$

$$\frac{y \frac{dy}{dx} - 2x \frac{dy}{dx} - 2y}{= x}$$

$$(y - 2x) \frac{dy}{dx} = x + 2y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + 2y}{y - 2x}$$

$$m = \left( \frac{dy}{dx} \right) = \frac{x_1 + 2y_1}{y_1 - 2x_1}$$

ஒதுபுகொடு கிடைமட்டமாக கிடுக்கும்

$$m = 0$$

$$\frac{x_1 + 2y_1}{y_1 - 2x_1} = 0$$

$$x_1 + 2y_1 = 0$$

$$\boxed{x_1 = -2y_1}$$

①  $\Rightarrow$

$$y_1^2 - 4x_1 y_1 = x_1^2 + 5$$

$$y_1^2 - 4(-2y_1)y_1 = (-2y_1)^2 + 5$$

$$y_1^2 + 8y_1^2 = 4y_1^2 + 5$$

$$5y_1^2 = 5$$

$$y_1^2 = 1$$

$$\boxed{y_1 = \pm 1}$$

$$y_1 = 1 \text{ எனில் } x_1 = -2(1) = -2$$

$$y_1 = -1 \text{ எனில் } x_1 = -2(-1) = 2$$

ஒதுபுள்ளிகள் = (-2, 1), (2, -1)

16) கீழ்க்கண்ட வளைவரைகளின் மீது தொடுக்கப்பட புள்ளிகள் தொடுகொடு மர்நுயல் ஒதுங்கு -களின் சமன்பாட்டை காண்க.

$$y = x^2 - x^4, (1, 0)$$

தீர்வு:  $y = x^2 - x^4$

$$\frac{dy}{dx} = 2x - 4x^3$$

(1,0)ல்

ஒதுபுகொடு புள்ளி காண்க

$$m = \left( \frac{dy}{dx} \right)_{(1,0)} = 2 - 4$$

$$= -2$$

$$\begin{aligned} \text{தெங்குகோட்டியின் சாய்வு} &= \frac{-1}{-2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

தேவையான தொடுகோட்டியின் சமன்பாடு

$$\begin{aligned} y - 0 &= -2(x - 1) \\ y &= -2x + 2 \end{aligned}$$

$$2x + y - 2 = 0.$$

தெங்குகோட்டியின் சமன்பாடு

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 1)$$

$$2y = x - 1$$

$$x - 2y - 1 = 0.$$

$$(17) \quad y = x^4 + 2e^x, \quad (0, 2)$$

தீர்வு:

$$y = x^4 + 2e^x$$

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3 + 2e^x$$

(0, 2) என்ற புள்ளியைக் கொண்டு

தொடுகோட்டியின் சாய்வு

$$= 4(0) + 2e^0$$

$$= 0 + 2(1)$$

$$= 2.$$

$$\text{தெங்குகோட்டியின் சாய்வு} = -\frac{1}{2}$$

தொடுகோட்டியின் சமன்பாடு

$$y - 2 = 2(x - 0)$$

$$y - 2 = 2x$$

$$2x - y + 2 = 0.$$

தெங்குகோட்டியின் சமன்பாடு

$$y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 0)$$

$$2y - 4 = -x$$

$$x + 2y - 4 = 0.$$

$$(18) \quad y = x \sin x, \quad \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

தீர்வு:

$$y = x \sin x$$

$$\frac{dy}{dx} = x \cos x + \sin x$$

$\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ல் தொடுகோட்டியின்

$$\text{சாய்வு} = \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2}$$

$$= 0 + 1$$

$$= 1$$

$$\text{தெங்குகோட்டியின் சாய்வு} = -\frac{1}{1}$$

$$= -1$$

தொடுகோட்டியின் சமன்பாடு

$$y - \frac{\pi}{2} = 1(x - \frac{\pi}{2})$$

$$y - \frac{\pi}{2} = x - \frac{\pi}{2}$$

$$y = x$$

$$x - y = 0.$$

தெங்குகோட்டியின் சமன்பாடு

$$y - \frac{\pi}{2} = -1(x - \frac{\pi}{2})$$

$$y - \frac{\pi}{2} = -x + \frac{\pi}{2}$$

$$x + y = \pi$$

$$19) \quad x = \cos t, \quad y = 2 \sin^2 t,$$

$$t = \frac{\pi}{3}$$

தீர்வு:

$$(x_1, y_1) = \left( \cos \frac{\pi}{3}, 2 \sin^2 \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \left( \frac{1}{2}, 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \right)$$

$$= \left( \frac{1}{2}, 2 \left( \frac{3}{4} \right) \right)$$

$$= \left( \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

$$x = \cos t$$

$$\frac{dx}{dt} = -\sin t$$

$$y = 2 \sin^2 t$$

$$\frac{dy}{dt} = 4 \sin t \cos t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}$$

$$= \frac{4 \sin t \cos t}{-\sin t}$$

$$= -4 \cos t$$

$$t = \frac{\pi}{3} \text{ ல் சாய்வு} = -4 \cos \frac{\pi}{3}$$

$$= -4 \left( \frac{1}{2} \right)$$

$$= -2$$

$$\text{தெங்குகோட்டின் சாய்வு}$$

$$= -1/-2$$

$$= \frac{1}{2}$$

தெங்குவயான கதாடுகோட்டின் சமன்பாடு

$$y - \frac{3}{2} = -2 \left( x - \frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{2y - 3}{2} = -2 \left( \frac{2x - 1}{2} \right)$$

$$2y - 3 = -2(2x - 1)$$

$$2y - 3 = -4x + 2$$

$$4x + 2y - 3 - 2 = 0$$

$$4x + 2y - 5 = 0.$$

தெங்குகோட்டின் சமன்பாடு

$$y - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{2y - 3}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{2x - 1}{2} \right)$$

$$4y - 6 = 2x - 1$$

$$2x - 4y + 6 - 1 = 0$$

$$2x - 4y + 5 = 0.$$

$$20) \quad y = 1 + x^3 \text{ என்கிற}$$

வளைவரைக்கு  $x + 12y = 12$  என்கிற கோட்டிற்கு தெங்குகோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$x + 12y = 12 \rightarrow (1)$$

$$(1) \text{ ன் சாய்வு} = -a/b$$

$$= -\frac{1}{12}$$

மேலும் வளைவரை

$$y = 1 + x^3 \rightarrow (2)$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2$$

$$(x_1, y_1) \text{ ல் சாய்வு} = 3x_1^2$$

ஒதாடுகோடு ① க்கு  
ஒசங்குத்து எண்பெ

$$m, m_2 = -1$$

$$(3x_1^2) \left( \frac{-1}{4} \right) = -1$$

$$\frac{x_1^2}{4} = 1$$

$$x_1^2 = 4$$

$$x_1 = \pm 2$$

உகை 1

$$x_1 = 2 \text{ எனில்}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \Rightarrow y_1 &= 1 + x_1^3 \\ &= 1 + 2^3 \\ &= 1 + 8 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\text{கூள்ளி} = (2, 9)$$

$$\begin{aligned} \text{சாய்வு} &= 3x_1^2 \\ &= 3(2)^2 \\ &= 12 \end{aligned}$$

கேவையான ஒதாடுகோடெண்  
சமன்பாடு

$$y - 9 = 12(x - 2)$$

$$y - 9 = 12x - 24$$

$$12x - y + 9 - 24 = 0$$

$$12x - y - 15 = 0$$

உகை 2

$$x_1 = -2 \text{ எனில்}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \Rightarrow y_1 &= 1 + (-2)^3 \\ y_1 &= 1 - 8 \\ y_1 &= -7 \end{aligned}$$

$$\text{கூள்ளி} (x_1, y_1) = (-2, -7)$$

$$\begin{aligned} \text{சாய்வு} &= 3x_1^2 \\ &= 3(-2)^2 \\ &= 3(4) \\ &= 12 \end{aligned}$$

ஒதாடுகோடெண் சமன்பாடு

$$y + 7 = 12(x + 2)$$

$$y + 7 = 12x + 24$$

$$12x - y + 24 - 7 = 0$$

$$12x - y + 17 = 0$$

$$\textcircled{21} \quad y = \frac{x+1}{x-1} \text{ என்க}$$

உகைவகைக்கு  $x + 2y = 6$

என்க கோடெண்டு கிணையக  
உகை ஒதாடுகோடுகூள்ளி  
சமன்பாடெடக கூண்க.

சீர்து:

$$x + 2y = 6 \rightarrow \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \text{ன் சாய்வு} = -a/b$$

$$m_1 = -\frac{1}{2}$$

$$\text{உகைவகை} \quad y = \frac{x+1}{x-1} \rightarrow \textcircled{2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x-1) - (x+1)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x-1-x-1}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{-2}{(x-1)^2}$$

$(x_1, y_1)$  ல் சாய்வு

$$m_2 = \frac{-2}{(x_1-1)^2}$$



ஒதுக்கீடுகளைக் கண்டுபிடிக்க

$$-\frac{1}{2} = \frac{-2}{(x_1-1)^2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{(x_1-1)^2}$$

$$(x_1-1)^2 = 4$$

$$x_1-1 = \pm 2$$

$$x_1-1=2, \quad x_1-1=-2$$

$$x_1=3, \quad x_1=-1$$

$$x_1=3 \text{ எனில் } y_1 = \frac{3+1}{3-1}$$

$$= \frac{4}{2}$$

$$= 2$$

$$x_1=-1 \text{ எனில் } y_1 = \frac{-1+1}{-1-1}$$

$$= 0$$

புள்ளிகள்  $(3, 2), (-1, 0)$

இதன்மூலம் ஒதுக்கீடு

$$x+2y+k=0 \rightarrow \textcircled{3}$$

$(3, 2)$  மூலம் எடுத்துக் கொள்ள

$$3+2(2)+k=0$$

$$7+k=0$$

$$k=-7$$

$$\textcircled{3} \Rightarrow x+2y-7=0$$

$(-1, 0)$  மூலம் எடுத்துக் கொள்ள

$$-1+2(0)+k=0$$

$$-1+k=0$$

$$k=1$$

K. BAKTHAVACHALAM

bakthavate@gmail.com

9944481639.