

மருதம் அகாடமி Youtube channel

தொகுப்பு: ந. சண்முகசுந்தரம் (மருதம் ஆசிரியர்), அ.எண்: 96598 38789

Subscribe: https://www.youtube.com/@Marutham_academy

HIGHER SECONDARY SECOND YEAR

12th - Maths / Unit 2 - கலப்பு எண்கள்

சரியான அல்லது மிகப்பொருத்தமான விடையை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக :

1. $i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3}$ -ன் மதிப்பு

- (1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) i

2. $\sum_{n=1}^{15} (i^n + i^{n-1})$ -ன் மதிப்பு

- (1) $1+i$ (2) i (3) 1 (4) 0

3. iz , மற்றும் $z+iz$ என்ற கலப்பெண்கள் ஆர்கன்ட் தளத்தில் உருவாக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

- (1) $\frac{1}{2}|z|^2$ (2) $|z|^2$ (3) $\frac{3}{2}|z|^2$ (4) $2|z|^2$

4. ஒரு கலப்பெண்ணின் இணை கலப்பெண் $\frac{1}{1-2i}$ எனில், அந்த கலப்பெண்

- (1) $\frac{1}{1+2i}$ (2) $\frac{-1}{1+2i}$ (3) $\frac{-1}{1-2i}$ (4) $\frac{1}{1-2i}$

5. $z = \frac{(\sqrt{3}+i)^3 (3i+4)^2}{(8+6i)^2}$ எனில், $|z|$ -ன் மதிப்பு

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3

6. z எனும் பூஜ்ஜியமற்ற கலப்பெண்ணிற்கு $2iz^2 = \bar{z}$ எனில், $|z|$ -ன் மதிப்பு

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) 1 (3) 2 (4) 3

7. $|z-2+i| \leq 2$ எனில், $|z|$ -ன் மீப்பெரு மதிப்பு

- (1) $\sqrt{3}-2$ (2) $\sqrt{3}+2$ (3) $\sqrt{5}-2$ (4) $\sqrt{5}+2$

8. $\left|z - \frac{3}{z}\right| = 2$ எனில், $|z|$ -ன் மீப்பெரு மதிப்பு

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 5

9. $|z| = 1$ எனில், $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ -ன் மதிப்பு

- (1) z (2) \bar{z} (3) $\frac{1}{z}$ (4) 1

10. $|z| - z = 1 + 2i$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

- (1) $\frac{3}{2} - 2i$ (2) $-\frac{3}{2} + 2i$ (3) $2 - \frac{3}{2}i$ (4) $2 + \frac{3}{2}i$

11. $|z_1| = 1$, $|z_2| = 2$, $|z_3| = 3$, மற்றும் $|9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3| = 12$ எனில், $|z_1 + z_2 + z_3|$ -ன் மதிப்பு

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

மருதம் அகாடமி Youtube channel

தொகுப்பு: ந. சண்முகசுந்தரம் (மருதம் ஆசிரியர்), அ.எண்: 96598 38789

Subscribe: https://www.youtube.com/@Marutham_academy

12. z என்ற கலப்பெண்ணானது $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ ஆகவும் $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{R}$ எனவும் இருந்தால், $|z|$ -ன் மதிப்பு
 (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3
13. $z_1, z_2,$ மற்றும் z_3 என்ற கலப்பெண்கள் $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ எனவும் $|z_1| - |z_2| - |z_3| = 1$ ஆகவும் இருந்தால், $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$ -ன் மதிப்பு
 (1) 3 (2) 2 (3) 1 (4) 0
14. $\frac{z-1}{z+1}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனில், $|z|$ -ன் மதிப்பு
 (1) $\frac{1}{2}$ (2) 1 (3) 2 (4) 3
15. $z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $|z+2| = |z-2|$ எனில், z -ன் நியமப்பாதை
 (1) மேய் அச்ச (2) கற்பனை அச்ச (3) நீள்வட்டம் (4) வட்டம்
16. $\frac{3}{-1+i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு
 (1) $-\frac{5\pi}{6}$ (2) $-\frac{2\pi}{3}$ (3) $-\frac{3\pi}{4}$ (4) $-\frac{\pi}{2}$
17. $(\sin 40^\circ + i \cos 40^\circ)^5$ -ன் முதன்மை வீச்சு
 (1) -110° (2) -70° (3) 70° (4) 110°
18. $(1+i)(1+2i)(1+3i)\dots(1+ni) = x + iy$ எனில், $2.5.10\dots(1+n^2)$ -ன் மதிப்பு
 (1) 1 (2) i (3) $x^2 + y^2$ (4) $1 + n^2$
19. $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் மற்றும் $(1+\omega)^7 = A + B\omega$ எனில், (A, B) என்பது
 (1) (1,0) (2) (-1,1) (3) (0,1) (4) (1,1)
20. $\frac{(1+\sqrt{3})^2}{4i(1-\sqrt{3})}$ என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு
 (1) $\frac{2\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{6}$ (3) $\frac{5\pi}{6}$ (4) $\frac{\pi}{2}$
21. $x^2 + x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், $\alpha^{2000} + \beta^{2000}$ -ன் மதிப்பு
 (1) -2 (2) -1 (3) 1 (4) 2
22. $\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$ -ன் எல்லா நான்கு மதிப்புகளின் பெருக்குத் தொகை
 (1) -2 (2) -1 (3) 1 (4) 2
23. $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் மற்றும் $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\omega^2 - 1 & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega^7 \end{vmatrix} = 3k$ எனில், k -ன் மதிப்பு
 (1) 1 (2) -1 (3) $\sqrt{3}i$ (4) $-\sqrt{3}i$

XII - கணிதவியல்

100

24. $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10}$ -ன் மதிப்பு
 (1) $\text{cis } \frac{2\pi}{3}$ (2) $\text{cis } \frac{4\pi}{3}$ (3) $-\text{cis } \frac{2\pi}{3}$ (4) $-\text{cis } \frac{4\pi}{3}$
25. $\omega = \text{cis } \frac{2\pi}{3}$ எனில் $\begin{vmatrix} z+1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & z+\omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & z+\omega \end{vmatrix} = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் வெவ்வேறான மூலங்களின் எண்ணிக்கை.
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

மருதம் அகாடமி Youtube channel

தொகுப்பு: ந. சண்முகசுந்தரம் (மருதம் ஆசிரியர்), அ.எண்: 96598 38789

Subscribe: https://www.youtube.com/@Marutham_academy

துருவ வடிவின் பண்புகள்

பண்பு 1

$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, எனில் $z^{-1} = \frac{1}{r}(\cos \theta - i \sin \theta)$ ஆகும்.

பண்பு 2

$z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ மற்றும் $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ எனில்,

$z_1 z_2 = r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$.

பண்பு 3

$z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ மற்றும் $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ எனில்,

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$.

19. டீலர்வரின் தேற்றம்

(a) கொடுக்கப்பட்ட கலப்பெண் $\cos \theta + i \sin \theta$ மற்றும் n என்ற முழு எண்ணிற்கு $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$.

(b) x ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $\cos x\theta + i \sin x\theta$ என்பது $(\cos \theta + i \sin \theta)^x$ -ன் மதிப்புகளில் ஒன்றாகும்.

$$z^{1/n} = r^{1/n} \left(\cos \left(\frac{\theta + 2k\pi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\theta + 2k\pi}{n} \right) \right), k = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1.$$

4. $i^{59} + \frac{1}{i^{59}}$

5. $ii^2i^3 \dots i^{2000}$

6. $\sum_{n=1}^{10} i^{n+50}$

எடுத்துக்காட்டு 2.2

$(2+i)x + (1-i)y + 2i - 3$ மற்றும் $x + (-1+2i)y + 1+i$ ஆகிய கலப்பெண்கள் சமம் எனில் x மற்றும் y -ன் மெய்மதிப்புகளைக் காண்க.

3. $(3-i)x - (2-i)y + 2i + 5$ மற்றும் $2x + (-1+2i)y + 3 + 2i$ ஆகிய கலப்பெண்கள் சமம் எனில் x மற்றும் y -ன் மதிப்புகளைக் காண்க.

3. $z_1 = 2 + 5i$, $z_2 = -3 - 4i$, மற்றும் $z_3 = 1 + i$ எனில் z_1 , z_2 , மற்றும் z_3 ஆகியவற்றின் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் நேர்மாறுகளைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 2.3

$\frac{3+4i}{5-12i}$ -ஐ $x + iy$ வடிவில் எழுதுக. இதிலிருந்து மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 2.6

$z_1 = 3 - 2i$ மற்றும் $z_2 = 6 + 4i$ எனில் $\frac{z_1}{z_2}$ -ஐ செவ்வக வடிவில் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 2.8

நிறுவுக (i) $(2 + i\sqrt{3})^{10} + (2 - i\sqrt{3})^{10}$ ஒரு மெய் எண் மற்றும்

(ii) $\left(\frac{19+9i}{5-3i} \right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i} \right)^{15}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எண்

மருதம் அகாடமி Youtube channel

தொகுப்பு: ந. சண்முகசுந்தரம் (மருதம் ஆசிரியர்), அ.எண்: 96598 38789

Subscribe: https://www.youtube.com/@Marutham_academy

3. $z_1 = 2 - i$ மற்றும் $z_2 = -4 + 3i$ எனில் $z_1 z_2$ மற்றும் $\frac{z_1}{z_2}$ -ன் நேர்மாறைக் காண்க.

4. கலப்பெண்கள் u, v , மற்றும் w ஆகியவை $\frac{1}{u} = \frac{1}{v} + \frac{1}{w}$ என்றவாறு தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது.
 $v = 3 - 4i$ மற்றும் $w = 4 + 3i$ எனில் u -ஐ செவ்வக வடிவில் எழுதுக.

7. பின்வருவனவற்றை நிறுவுக:

(i) $(2 + i\sqrt{3})^{10} - (2 - i\sqrt{3})^{10}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை

(ii) $\left(\frac{19-7i}{9+i}\right)^{12} + \left(\frac{20-5i}{7-6i}\right)^{12}$ என்பது மெய் எண்.

எடுத்துக்காட்டு 2.9

$z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 5 - 12i$, மற்றும் $z_3 = 6 + 8i$ எனில் $|z_1|, |z_2|, |z_3|, |z_1 + z_2|, |z_2 - z_3|$, மற்றும் $|z_1 + z_3|$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

கீழ்க்காண்பவைகளின் மதிப்புகளைக் காண்க.

(i) $\left| \frac{2+i}{-1+2i} \right|$

(ii) $|(1+i)(2+3i)(4i-3)|$

(iii) $\left| \frac{i(2+i)^3}{(1+i)^2} \right|$

எடுத்துக்காட்டு 2.12

z_1, z_2 , மற்றும் z_3 ஆகிய கலப்பெண்கள் $|z_1| = |z_2| = |z_3| = |z_1 + z_2 + z_3| = 1$ என்றவாறு இருந்தால்,

$\left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \right|$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 2.14

$1, \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, மற்றும் $\frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு சமக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளாக அமையும் என நிறுவுக.

எடுத்துக்காட்டு 2.17

$6 - 8i$ -ன் வர்க்கமூலம் காண்க.

7. z_1, z_2 , மற்றும் z_3 என்ற மூன்று கலப்பெண்கள் $|z_1| = 1, |z_2| = 2, |z_3| = 3$, மற்றும் $|z_1 + z_2 + z_3| = 1$ என்றவாறு உள்ளது எனில் $|9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3| = 6$ என நிறுவுக.

8. z, iz , மற்றும் $z + iz$ ஆகியவற்றை முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்டு அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு 50 சதுர அலகுகள் எனில், $|z|$ -ன் மதிப்பினைக் காண்க.

9. $z^3 + 2\bar{z} = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு ஐந்து தீர்வுகள் இருக்கும் என நிறுவுக.

மருதம் அகாடமி Youtube channel

தொகுப்பு: ந. சண்முகசுந்தரம் (மருதம் ஆசிரியர்), அ.எண்: 96598 38789

Subscribe: https://www.youtube.com/@Marutham_academy

எடுத்துக்காட்டு 2.20

$|z + 2 - i| < 2$ என்பது ஒரு வட்டத்தின் உள்பகுதியில் உள்ள புள்ளிகளைக் குறிக்கும் என காட்டுக. அவ்வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரத்தைக் காண்க.

2. $z = x + iy$ என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண் $\text{Im}\left(\frac{2z+1}{iz+1}\right) = 0$ எனுமாறு அமைந்தால் z -ன் நியமப்பாதை $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$ எனக்காட்டுக.

5. பின்வரும் சமன்பாடுகளில் $z = x + iy$ -ன் நியமப்பாதையை கார்மசியன் வடிவில் காண்க.

(i) $|z-4|=16$ (ii) $|z-4|^2 - |z-1|^2 = 16$.

எடுத்துக்காட்டு 2.24

$z = \frac{-2}{1+i\sqrt{3}}$ எனில் முதன்மை வீச்சு $\text{Arg } z$ -ஐ காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 2.26

$\frac{2\left(\cos\frac{9\pi}{4} + i\sin\frac{9\pi}{4}\right)}{4\left(\cos\left(\frac{-3\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{-3\pi}{2}\right)\right)}$ என்ற வகுத்தலின் மதிப்பினை செவ்வக வடிவில் காண்க.

5. $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$, எனில்,

(i) $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos(\alpha + \beta + \gamma)$ மற்றும்

(ii) $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin(\alpha + \beta + \gamma)$ என நிறுவுக.

6. $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-i}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனில், $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ எனக்காட்டுக.

எடுத்துக்காட்டு 2.30

சுருக்குக $\left(\frac{1 + \cos 2\theta + i \sin 2\theta}{1 + \cos 2\theta - i \sin 2\theta}\right)^{30}$.

எடுத்துக்காட்டு 2.32

ஒன்றின் மூன்றாம் படிமூலங்களைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 2.34

$z^3 + 8i = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. இங்கு $z \in \mathbb{C}$.

மருதம் அகாடமி Youtube channel

தொகுப்பு: ந. சண்முகசுந்தரம் (மருதம் ஆசிரியர்), அ.எண்: 96598 38789

Subscribe: https://www.youtube.com/@Marutham_academy

எடுத்துக்காட்டு 2.35

$\sqrt{3}+1$ -ன் எல்லா மூன்றாம் படிமூலங்களையும் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 2.36

z_1, z_2 , மற்றும் z_3 ஆகியவை $|z|=2$ என்ற வட்டத்தின் மீதமைந்த சமபக்க முக்கோணத்தின் உச்சிப்புள்ளிகள் என்க. மேலும் $z_1 = 1+i\sqrt{3}$ எனில், z_2 மற்றும் z_3 -ஐக் காண்க.

7. $\sum_{k=1}^8 \left(\cos \frac{2k\pi}{9} + i \sin \frac{2k\pi}{9} \right)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

8. $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

(i) $(1-\omega+\omega^2)^6 + (1+\omega-\omega^2)^6 = 128$.

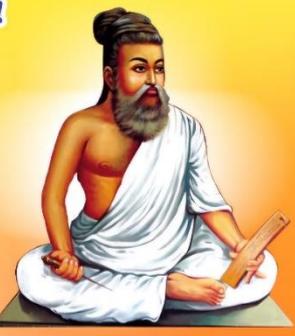
(ii) $(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^4)(1+\omega^8)\dots(1+\omega^{2^{11}})=1$.

முயற்சி! பயிற்சி!! வெற்றி!!!



அரண்

பயிற்சி மையம்



6-ம் வகுப்பு முதல் 12-ம் வகுப்பு வரை தமிழ் மற்றும் ஆங்கில வழியில் டியூசன் எடுக்கப்படும்.
TNPSC (Gr.I, II, IV) POLICE, POSTAL EXAM, RRB, SSC, BANKING போன்ற போட்டித் தேர்வுகளுக்கான வகுப்புகள் நடைபெறுகிறது.

தொடர்புக்கு :

96598 38789, 99650 51223, 90427 53569, 99439 97169

மருதம் அகாடமி Youtube channel

தொகுப்பு: ந. சண்முகசுந்தரம் (மருதம் ஆசிரியர்), அ.எண்: 96598 38789

Subscribe: https://www.youtube.com/@Marutham_academy



Subscribe: https://www.youtube.com/@Marutham_academy

10th to 12th important Questions.