S

ஜூலை மாதத் தேர்வு - 2024

பன்னிரெண்டாம் வகுப்பு

பதிவு எண்: [ ]

கணிதம்

நேரம்: 1.30 மணி மதிப்பெண்கள்: 45

I. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்: **10×1=10**

1. $A = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ எனில் 9I - A =

   a) A^{-1} b) $\frac{A^{-1}}{2}$ c) $3A^{-1}$ d) $2A^{-1}$

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\lambda A^{-1} = A$ எனில் λ - ன் மதிப்பு

   a) 17 b) 14 c) 19 d) 21

3. $A^T A^{-1}$ ஆனது சமச்சீர் எனில் A^2 =

   a) A^{-1} b) $(A^T)^2$ c) A^T d) $(A^{-1})^2$

4. A என்பது பூச்சியமற்றக்கோவை அணி மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ எனில் $(A^T)^{-1}$ =

   a) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

5. $|adj\ (adj\ A)| = |A|^9$ எனில் சதுர அணி A யின் வரிசையானது

   a) 3 b) 4 c) 2 d) 5

6. $|Z_1| = 1, |Z_2| = 2, |Z_3| = 3$ மற்றும் $|9Z_1Z_2 + 4Z_1Z_3 + Z_2Z_3| = 12$ எனில் $|Z_1 + Z_2 + Z_3|$ - ன் மதிப்பு

   a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Maths Tuition Center
Mentor - M.Manikandan
Karaikudi (Sivaganga District)

7. $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10}$ ன் மதிப்பு

   a) cis $\frac{2\pi}{3}$ b) cis $\frac{4\pi}{3}$ c) -cis $\frac{2\pi}{3}$ d) -cis $\frac{4\pi}{3}$

8. $\frac{3}{-1+i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு

   a) $-\frac{5\pi}{6}$ b) $-\frac{2\pi}{3}$ c) $-\frac{3\pi}{4}$ d) $-\frac{\pi}{2}$

9. $|Z - 2 + i| \le 2$ எனில் $|z|$ ன் மீப்பெரு மதிப்பு

   a) $\sqrt{3}-2$ b) $\sqrt{3}+2$ c) $\sqrt{5}-2$ d) $\sqrt{5}+2$

10. $z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $|z + 2| = |z - 2|$ எனில், z - ன் நியமப்பாதை

    அ) மெய் அச்சு ஆ) கற்பனை அச்சு இ) நீள்வட்டம் ஈ) வட்டம்

II. எவையேனும் மூன்று வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 15க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். **3×2=6**

11. $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.

12. $\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$ என்ற அணியின் அணித்தரம் காண்க.

13. $z = (2+3i)(1-i)$ எனில் z^{-1} - ஐக் காண்க.

14. சுருக்குக : $\left(\frac{1+\cos 2\theta + i\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta - i\sin 2\theta}\right)^{30}$

15. $|z| = 2$ எனில் $3 \le |z+3+4i| \ge 7$ எனக் காட்டுக.

III. எவையேனும் மூன்று வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 20க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். 3×3=9

16. $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ எனில் $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ என்பதை சரிபார்க்க.

17. adj $(A) = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 12 & -7 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ எனில், A -ஐக் காண்க.

18. $10 - 8i$, $11 + 6i$ ஆகிய புள்ளிகளில் எப்புள்ளி $1 + i$ -க்கு மிக அருகாமையில் இருக்கும்?

19. 1, $-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}$ மற்றும் $-\frac{1}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளாக அமையும் என நிறுவுக.

20. $(2+i\sqrt{3})^{10} - (2-i\sqrt{3})^{10}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை என நிறுவுக.

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்: 4×5=20

21. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் முறையைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க. $2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5$, $x_1 - 2x_2 + x_3 = -4$, $3x_1 - x_2 - 2x_3 = 3$ **(அல்லது)**
$z^3 + 8i = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. இங்கு $z \in C$.

22. கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி தீர்க்கவும்.
$3x + 3y - z = 11$, $2x - y + 2z = 9$, $4x + 3y + 2z = 25$. **(அல்லது)**

$2\cos\alpha = x + \frac{1}{x}$ மற்றும் $2\cos\beta = y + \frac{1}{y}$ எனில் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

i) $\frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m} = 2i\sin(m\alpha - n\beta)$ ii) $x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n} = 2\cos(m\alpha + n\beta)$

23. $z = x + iy$ என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண் $\text{Im}\left(\frac{2z+1}{iz+1}\right) = 0$ எனுமாறு அமைந்தால் z -ன் நியமப்பாதை $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$ எனக் காட்டுக. **(அல்லது)**
ஒரு சிறுவன் $y = ax^2 + bx + c$ என்ற பாதையில் $(-6, 8)$, $(-2, -12)$ மற்றும் $(3, 8)$ எனும் புள்ளிகள் வழியாக செல்கிறான். $P(7, 60)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள அவனுடைய நண்பனை சந்திக்க விரும்புகிறான். அவன் அவனுடைய நண்பனை சந்திப்பானா? (காஸ் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்துக)

24. $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-i}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனில் $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ எனக் காட்டுக.

(அல்லது)

λ, μ - இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $2x + 3y + 5z = 9$, $7x + 3y - 5z = 8$, $2x + 3y + \lambda z = \mu$
i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும்
iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.

S

JULY MONTHLY TEST - 2024

Standard - XII

Reg No

MATHEMATICS

Time: 1.10 hrs. Marks:45

I. Choose the correct Answer: 10×1=10

1. If $A = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ then $9I_2 - A =$

a) A^{-1} b) $\frac{A^{-1}}{2}$ c) $3A^{-1}$ d) $2A^{-1}$

2. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ be such that $\lambda A^{-1} = A$, then λ is

a) 17 b) 14 c) 19 d) 21

3. If $A^T A^{-1}$ is symmetric, then $A^2 =$

a) A^{-1} b) $(A^T)^2$ c) A^T d) $(A^{-1})^2$

4. If A is non-singular matrix such that $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$, then $(A^T)^{-1} =$

a) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

5. If $|adj\,(adj\,A)| = |A|^9$, then the order of the square matrix A is

a) 3 b) 4 c) 2 d) 5

6. If $|Z_1| = 1$, $|Z_2| = 2$, $|Z_3| = 3$ and $|9Z_1Z_2 + 4Z_1Z_3 + Z_2Z_3| = 12$ then the value of $|Z_1 + Z_2 + Z_3|$ is

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

7. The value of $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10}$ is

a) $cis\,\frac{2\pi}{3}$ b) $cis\,\frac{4\pi}{3}$ c) $-cis\,\frac{2\pi}{3}$ d) $-cis\,\frac{4\pi}{3}$

8. The principal argument of $\frac{3}{-1+i}$ is

a) $-\frac{5\pi}{6}$ b) $-\frac{2\pi}{3}$ c) $-\frac{3\pi}{4}$ d) $-\frac{\pi}{2}$

9. If $|Z - 2 + i| \le 2$ then the greatest value of $|z|$ is

a) $\sqrt{3} - 2$ b) $\sqrt{3} + 2$ c) $\sqrt{5} - 2$ d) $\sqrt{5} + 2$

10. If $z = x + iy$ is a complex number such that $|z + 2| = |z - 2|$ then the locus of z is

a) real axis b) imaginary axis c) ellipse d) circle

II. Answer any three questions. Question No.15 is compulsory: 3×2=6

11. Prove that $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ is orthogonal.

12. Find the rank of the matrix $\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$

13. Find z^{-1}, if $z = (2+3i)(1-i)$.

14. Simplify $\left(\dfrac{1+\cos 2\theta + i\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta - i\sin 2\theta}\right)^{30}$
15. If $|z| = 2$, then show that $3 \le |z + 3 + 4i| \le 7$

III. Answer any three questions. Question No.20 is compulsory: 3×3=9

16. Verify $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ with $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
17. If $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 12 & -7 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, find A.
18. Which one of the points $10 - 8i$, $11 + 6i$ is closest to $1 + i$.
19. Show that the points 1, $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{i\sqrt{3}}{2}$ and $-\dfrac{1}{2} - \dfrac{i\sqrt{3}}{2}$ are the vertices of the equilateral triangle.
20. Show that $(2 + i\sqrt{3})^{10} - (2 - i\sqrt{3})^{10}$ is purely imaginary.

IV. Answer all the questions: 4×5=20

21. Solve the following system of equations, using matrix inversion method:
$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5$, $x_1 - 2x_2 + x_3 = -4$, $3x_1 - x_2 - 2x_3 = 3$

(OR)

Solve the equation $z^3 + 8i = 0$ where $z \in \mathbb{C}$.

22. Solve the following systems of linear equations by Cramer's rule :
$3x + 3y - z = 11$, $2x - y + 2z = 9$, $4x + 3y + 2z = 25$.

(OR)

If $2\cos\alpha = x + \dfrac{1}{x}$ and $2\cos\beta = y + \dfrac{1}{y}$ show that

i) $\dfrac{x^m}{y^n} - \dfrac{y^n}{x^m} = 2i\sin(m\alpha - n\beta)$ ii) $x^m y^n + \dfrac{1}{x^m y^n} = 2\cos(m\alpha + n\beta)$

23. If $z = x + iy$ is a complex number such that $\text{Im}\left(\dfrac{2z+1}{iz+1}\right) = 0$ Show that the locus of z is $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$.

(OR)

A boy is walking along the path $y = ax^2 + bx + c$ through the points (-6, 8), (-2, -12) and (3, 8). He wants to meet his friend at P(7, 60). Will he meet his friend? (Use Gaussian elimination method)

24. If $z = x + iy$ and $\arg\left(\dfrac{z - i}{z + 2}\right) = \dfrac{\pi}{4}$ then show that $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$.

(OR)

Investigate the values of λ and μ the system of linear equations
$2x + 3y + 5z = 9$, $7x + 3y - 5z = 8$, $2x + 3y + \lambda z = \mu$ have
i) no solution ii) a unique solution iii) an infinite number of solutions

----

XII

ஜூலை மாதத் தேர்வு - 2024

கணிதம்

I. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்

1. d) $2A^{-1}$
2. c) 19.
3. b) $(A^T)^2$
4. d) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$.
5. b) 4.
6. b) 2.
7. a) $cis\,\frac{2\pi}{3}$
8. c) $\frac{-3\pi}{4}$
9. d) $\sqrt{5}+2$
10. b) கற்பனை அச்சு / b) Imaginary axis.

11. $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.

தீர்வு:-

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \text{ என்க.}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$AA^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2\theta + \sin^2\theta & \cos\theta\sin\theta - \sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta - \cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta + \cos^2\theta \end{bmatrix}$$

$[\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1]$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$AA^T = I \rightarrow (1)$

$$A^T A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2\theta + \sin^2\theta & -\cos\theta\sin\theta + \sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta + \cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta + \cos^2\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$A^T A = I \rightarrow (2)$

(1), (2) லிருந்து $\therefore \boxed{AA^T = A^T A = I}$

$\therefore A$ ஆனது செங்குத்து அணியாகும்.

12. $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$

தீர்வு:

$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ என்க.

A-ன் வரிசை 3×2.

$$\rho(A) \le \min\{3, 2\}$$

$$\rho(A) \le 2.$$

2 வரிசையுடைய சிற்றணிக்கோவை தேர்வு செய்க.

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} = 7 - 12$$

$$= -5$$

$$\neq 0.$$

$$\therefore \boxed{\rho(A) = 2}$$

13. $z = (2+3i)(1-i)$

$= 2-2i+3i+3$

$\boxed{z = 5+i}$

$z^{-1} = \frac{1}{z}$

$= \frac{1}{5+i}$

$= \frac{1}{5+i} \times \frac{5-i}{5-i}$

$= \frac{5-i}{25+1}$

$= \frac{5-i}{26}$

$\boxed{z^{-1} = \frac{5}{26} - \frac{1i}{26}}$

$$\left(\frac{1+\cos 2\theta+i\sin 2\theta}{1+\cos 2\theta-i\sin 2\theta}\right)^{30}$$

14.

தீர்வு:

$$z=\cos 2\theta+i\sin 2\theta$$

$$|z|=\sqrt{\cos^2 2\theta+\sin^2 2\theta}$$

$$|z|=\sqrt{1}$$

$$|z|=1$$

$$|z|^2=1$$

$$z\bar{z}=1$$

$$\bar{z}=\frac{1}{z}$$

$-i\sin\frac{\pi}{6})$

$s\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6})^{18}$

$$\bar{z} = \frac{1}{z}$$

$$= \frac{1}{\cos 2\theta + i\sin 2\theta}$$

$$= (\cos 2\theta + i\sin 2\theta)^{-1}$$

$$\boxed{\bar{z} = \cos 2\theta - i\sin 2\theta}$$

$$= \left[\frac{1+z}{1+\frac{1}{z}}\right]^{30}$$

$$= \left[\frac{\cancel{1+z}}{\frac{\cancel{z+1}}{z}}\right]^{30}$$

$$= [z]^{30}$$

$$= (\cos 2\theta + i\sin 2\theta)^{30}$$

$$= \cos 60\theta + i\sin 60\theta$$

15. $z_1 = 2$, $z_2 = 3+4i$ எனில்.

$|z_1| = |2| = 2.$

$|z_2| = |3+4i| = \sqrt{9+16}$

$= \sqrt{25} = 5.$

$||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

$|2-5| \leq |z + (3+4i)| \leq 2+5$

$\therefore \boxed{3 \leq |z+3+4i| \leq 7}.$

16. $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

எனக்கொண்டு $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

என்பதைச் சரிபார்க்க.

L.H.S

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+0 & 0+3 \\ -2+0 & -3-4 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & -7 \end{bmatrix}$$

$$|AB| = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -2 & -7 \end{vmatrix}$$

$$= 0+6$$

$$\boxed{|AB| = 6} \neq 0$$

$\therefore (AB)^{-1}$ காணஇயலும்

$$adj(AB) = \begin{bmatrix} -7 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{|AB|} adj(AB).$$

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} -7 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow (1)$$

R.H.S

$$|B| = \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 2-0$$

$$\boxed{|B| = 2} \neq 0$$

$\therefore B^{-1}$ காணஇயலும்.

$$\text{adj } B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \text{adj } B$$

$$B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 0 + 3$$

$$\boxed{|A| = 3} \neq 0$$

$\therefore A^{-1}$ காண இயலும்.

$$\text{adj } (A) = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj } A$$

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1}A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -4-3 & -3+0 \\ 0+2 & 0+0 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1}A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -7 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow (2)$$

(1), (2) லிருந்து, LHS = RHS சரிபார்க்கப்பட்டது.

$$\therefore \boxed{(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}}$$

17. $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 12 & -7 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ எனில், A-ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 12 & -7 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$|\text{adj} A| = \begin{vmatrix} \overset{+}{2} & \overset{-}{-4} & \overset{+}{2} \\ -3 & 12 & -7 \\ -2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 2(24-0) + 4(-6-14) + 2(0+24)$$

$$= 2(24) + 4(-20) + 2(24)$$

$$= 48 - 80 + 48$$

$$|\text{adj} A| = 16$$

$$\sqrt{|\text{adj} A|} = \sqrt{16}$$

$$= 4.$$

$$\text{adj}(\text{adj} A) = \text{adj} \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 12 & -7 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} +\begin{vmatrix} 12 & -7 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -3 & -7 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} -3 & 12 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 12 & -7 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -3 & -7 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 12 \end{vmatrix} \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} (24-0) & -(-6-14) & (0+24) \\ -(-8-0) & (4+4) & -(0-8) \\ (28-24) & -(-14+6) & (24-12) \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 24 & 20 & 24 \\ 8 & 8 & 8 \\ 4 & 8 & 12 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 24 & 8 & 4 \\ 20 & 8 & 8 \\ 24 & 8 & 12 \end{bmatrix}$$

$$A = \pm \frac{1}{\sqrt{|\operatorname{adj} A|}} \operatorname{adj}(\operatorname{adj} A)$$

$$= \pm \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 24 & 8 & 4 \\ 20 & 8 & 8 \\ 24 & 8 & 12 \end{bmatrix}$$

$$= \pm \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{4}} \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \\ 6 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A = \pm \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \\ 6 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

புள்ளிகள் : $10-8i$, $11+6i$

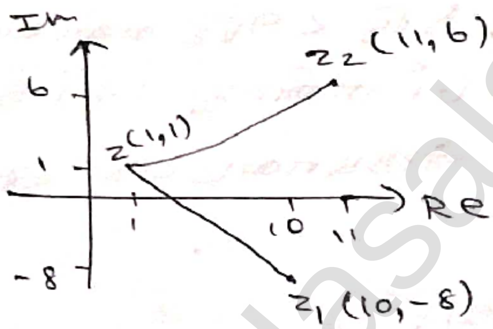
18.

அருகாமை புள்ளி : $1+i$

$$z_1 = 10-8i \Rightarrow (10, -8)$$

$$z_2 = 11+6i \Rightarrow (11, 6)$$

$$z = 1+i \Rightarrow (1, 1)$$



$$|z-z_1| = |1+i-(10-8i)|$$

$$= |1+i-10+8i|$$

$$= |-9+9i|$$

$$= \sqrt{81+81}$$

$$= \sqrt{162}$$

$$= \sqrt{81 \times 2}$$

$$= 9\sqrt{2}$$

$$= 9 \times 1.414$$

$$= 12.726$$

$$|z - z_2| = |1+i-(11+6i)|$$

$$= |1+i-11-6i|$$

$$= |-10-5i|$$

$$= \sqrt{100+25}$$

$$= \sqrt{125}$$

$$= \sqrt{25\times 5}$$

$$= 5\sqrt{5}$$

$$= 5\times 2.2360$$

$$= 12.1800$$

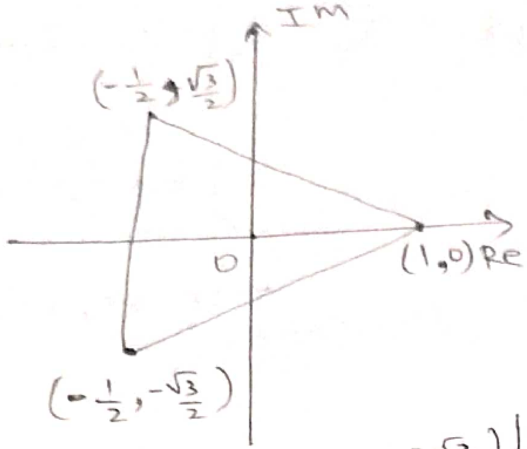
$\therefore 5\sqrt{5} < 9\sqrt{2}$ என்பதால் $11+6i$ என்பது $1+i$-க்கு மிக அருகாமையில் இருக்கும்.

19.

$z_1 = 1 \Rightarrow (1, 0)$

$z_2 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$z_3 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$



$$|z_1 - z_2| = \left|1 - \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right|$$

$$|z_1 - z_2| = \left|1 + \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right|$$

$$= \left|\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right|$$

$$= \left|\frac{3}{2} + i\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{12}{4}}$$

$$= \sqrt{3} \rightarrow (1)$$

$$|z_2 - z_3| = \left|-\cancel{\frac{1}{2}} + i\frac{\sqrt{3}}{2} + \cancel{\frac{1}{2}} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right|$$

$$= \left|i\,\cancel{2}\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\right|$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3})^{\cancel{2}}}$$

$$= \sqrt{3} \rightarrow (2)$$

$$|z_3 - z_1| = \left|-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right|$$

$$= \left|-\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right|$$

$$= \sqrt{\frac{9}{4}+\frac{3}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{12}{4}}$$

$$= \sqrt{3} \to (3)$$

(1), (2) மற்றும் (3) லிருந்து

$$|z_1 - z_2| = |z_2 - z_3| = |z_3 - z_1|$$
$$= \sqrt{3}.$$

∴ முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் நீளங்கள் சமம்.

∴ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை அமைக்கும்.

20: தீர்வு:

To prove: $z = -\bar{z}$ (or) $\bar{z} = -z$

i) $z = (2+i\sqrt{3})^{10} - (2-i\sqrt{3})^{10}$ என்க.

$$\bar{z} = \overline{(2+i\sqrt{3})^{10} - (2-i\sqrt{3})^{10}}$$

∵ [by property-3]

$$= \overline{(2+i\sqrt{3})^{10}} - \overline{(2-i\sqrt{3})^{10}}$$

∵ [by property-7] $\overline{z^n} = (\bar{z})^n$

$$= \left(\overline{2+i\sqrt{3}}\right)^{10} - \left(\overline{2-i\sqrt{3}}\right)^{10}$$

$$= (2-i\sqrt{3})^{10} - (2+i\sqrt{3})^{10}$$

$$= -\left[-(2-i\sqrt{3})^{10} + (2+i\sqrt{3})^{10}\right]$$

$$\boxed{\bar{z} = -z}$$

$\therefore z$ என்பது முழுவதும் கற்பனை ஆகும்.

21. நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்க:-

$$2x_1+3x_2+3x_3=5$$
$$x_1-2x_2+x_3=-4$$
$$3x_1-x_2-2x_3=3.$$

தீர்வு:-

அணிவடிவம்

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}}_{B}$$

இங்கு

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad X=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix},$$

$$B=\begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

$$|A| = \begin{vmatrix} \overset{+}{2} & \overset{-}{3} & \overset{+}{3} \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 2[4+1] - 3[-2-3] + 3[-1+6]$$

$$= 10 + 15 + 15$$

$$|A| = 40 \neq 0$$

$\therefore A^{-1}$ காண இயலும்.

$$\text{adj}\, A = [A_{ij}]^T$$

$$\text{adj}\, A = \begin{bmatrix} (4+1) & -(-2-3) & (-1+6) \\ -(-6+3) & (-4-9) & (-2-9) \\ (3+6) & -(-2-3) & (-4-3) \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 3 & -13 & 11 \\ 9 & 1 & -7 \end{bmatrix}^T$$

$$\text{adj}\, A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 5 & -13 & 1 \\ 5 & 11 & -7 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj}\, A$$

$$A^{-1} = \frac{1}{40} \begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 5 & -13 & 1 \\ 5 & 11 & -7 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1} B$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{40} \begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 5 & -13 & 1 \\ 5 & 11 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{40}\begin{bmatrix} 25-12+27 \\ 25+52+3 \\ 25-44-21 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{40}\begin{bmatrix} 40 \\ 80 \\ -40 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$\therefore x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = -1.$

தீர்வு:

21. $z^3 + 8i = 0$

$$z^3 = -8i$$

$$z^3 = 8(-i)$$

$$z = (8)^{\frac{1}{3}}(-i)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (2^{3})^{\frac{1}{3}}(-i)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2\left[\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2\left[\cos\left(2k\pi - \frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(2k\pi - \frac{\pi}{2}\right)\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2\left[\cos\left(\frac{4k\pi - \pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{4k\pi - \pi}{2}\right)\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2\left[\cos(4k-1)\frac{\pi}{2} + i\sin(4k-1)\frac{\pi}{2}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2\left[\cos(4k-1)\frac{\pi}{6} + i\sin(4k-1)\frac{\pi}{6}\right]$$

$k = 0, 1, 2$ எனப் பிரதியிட

$k = 0$

$$z = 2\left[\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$\because \left[\begin{array}{l}\cos(-\theta) = \cos\theta \\ \sin(-\theta) = -\sin\theta\end{array}\right]$

$$= 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$= 2\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - i\,\frac{1}{2}\right]$$

$$= \sqrt{3} - i$$

$$\begin{array}{c|c} \pi-\alpha & \alpha \\ \hline \alpha-\pi & -\alpha \end{array}$$

$\underline{k=1}$

$$z = 2\left[\cos \frac{\cancel{3}\pi}{\cancel{6}_2} + i\sin \frac{\cancel{3}\pi}{\cancel{6}_2}\right]$$

$$= 2\left[\cos \frac{\pi}{2} + i\sin \frac{\pi}{2}\right]$$

$$= 2\left[0 + i(1)\right]$$

$$= 2i.$$

$\underline{k=2}$

$$z = 2\left[\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i\sin\frac{7\pi}{6}\right]$$

$$= 2\left[\cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$= 2\left[-\cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}\right]$$

$$= 2\left[-\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right]$$

$$= -\sqrt{3} - i$$

∴ z-ன் மதிப்புகள்

$\sqrt{3} - i,\ 2i,\ -\sqrt{3} - i.$

22. $3x+3y-z=11$

$2x-y+2z=9$

$4x+3y+2z=25$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$=3[-2-6]-3[4-8]-1[6+4]$

$=3(-8)-3(-4)-1(10)$

$=-24+12-10$

$\boxed{\Delta=-22}\neq 0$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 11 & 3 & -1 \\ 9 & -1 & 2 \\ 25 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$=11(-2-6)-3(18-50)-1(27+25)$

$=11(-8)-3(-32)-1(52)$

$=-88+96-52$

$\boxed{\Delta_x=-44}$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 11 & -1 \\ 2 & 9 & 2 \\ 4 & 25 & 2 \end{vmatrix}$$

$=3(18-50)-11(4-8)-1(50-36)$

$=3(-32)-11(-4)-1(14)$

$=-96+44-14$

$\boxed{\Delta_y=-66.}$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 11 \\ 2 & -1 & 9 \\ 4 & 3 & 25 \end{vmatrix}$$

$$= 3(-25-27) - 3(50-36) + 11(6+4)$$

$$= 3(-52) - 3(14) + 11(10)$$

$$= -156 - 42 + 110$$

$$\boxed{\Delta_z = -88}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-44}{-22} = 2$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-66}{-22} = 3$$

$$z = \frac{\Delta z}{\Delta} = \frac{-88}{-22} = 4.$$

$$\therefore \boxed{x = 2}$$

$$\boxed{y = 3}$$

$$\boxed{z = 4}$$

22. $2\cos\alpha = x + \frac{1}{x}$

$$2\cos\alpha = \frac{x^2+1}{x}$$

$$x^2 - 2\cos\alpha\, x + 1 = 0$$

$$a = 1,\quad b = -2\cos\alpha,\quad c = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$= \frac{2\cos\alpha \pm \sqrt{4\cos^2\alpha - 4}}{2}$$

$$= \frac{2\cos\alpha \pm \sqrt{4(\cos^2\alpha - 1)}}{2}$$

$$= \frac{2\cos\alpha \pm 2\sqrt{\cos^2\alpha - 1}}{2}$$

$$= \frac{2\cos\alpha \pm 2\sqrt{-\sin^2\alpha}}{}$$

$$= \cancel{2(\cos\alpha \pm (\sqrt{-1})\,2\sqrt{\sin^2\alpha})}$$

$$\boxed{x = \cos\alpha \pm i\sin\alpha}$$

$$\boxed{x = \cos\alpha + i\sin\alpha}$$ எனக் கொள்க.

இதுபோலவே

இதே போல், $2\cos\beta = y + \frac{1}{y}$

$$\boxed{y = \cos\beta + i\sin\beta}$$

$$\frac{x^m}{y^n} = \frac{(\cos\alpha + i\sin\alpha)^m}{(\cos\beta + i\sin\beta)^n}$$

$$= (\cos\alpha + i\sin\alpha)^m (\cos\beta + i\sin\beta)^{-n}$$

$$= (\cos m\alpha + i\sin m\alpha)(\cos(-n\beta) + i\sin(-n\beta))$$

$$= \cos(m\alpha - n\beta) + i\sin(m\alpha - n\beta)$$

$$\frac{y^n}{x^m} = \frac{1}{\left(\frac{x^m}{y^n}\right)} = \left(\frac{x^m}{y^n}\right)^{-1}$$

$$= \cos(m\alpha - n\beta) - i\sin(m\alpha - n\beta).$$

$$\frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m} = \cancel{\cos(m\alpha - n\beta)} + i\sin(m\alpha - n\beta)$$

$$- \cancel{\cos(m\alpha - n\beta)} + i\sin(m\alpha - n\beta)$$

$$= 2i\sin(m\alpha - n\beta).$$

iv) தீர்வு:-

$$x^m y^n = (\cos\alpha + i\sin\alpha)^m (\cos\beta + i\sin\beta)^n$$

$$= (\cos m\alpha + i\sin m\alpha)\ (\cos n\beta + i\sin n\beta)$$

$$= \cos(m\alpha + n\beta) + i\sin(m\alpha + n\beta).$$

$$\frac{1}{x^m y^n} = (x^m y^n)^{-1}$$

$$= \cos(m\alpha + n\beta) - i\sin(m\alpha + n\beta).$$

$$x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n} = \cos(m\alpha + n\beta) + \cancel{i\sin(m\alpha + n\beta)}$$

$$+ \cos(m\alpha + n\beta) - \cancel{i\sin(m\alpha + n\beta)}$$

$$= 2\cos(m\alpha + n\beta).$$

23. $z = x+iy$, $Im\left(\frac{2z+1}{iz+1}\right)=0 \rightarrow ①$

$$\frac{2z+1}{iz+1} = \frac{2(x+iy)+1}{i(x+iy)+1}$$

$$= \frac{2x+2iy+1}{ix-y+1}$$

$$= \frac{(2x+1)+2iy}{(1-y)+ix}$$

$$= \frac{(2x+1)+2iy}{(1-y)+ix} \times \frac{(1-y)-ix}{(1-y)-ix}$$

$$\frac{2z+1}{iz+1} = \frac{(2x+1)(1-y) - ix(2x+1)+2iy(1-y)+2xy}{(1-y)^2+x^2}$$

$$= \frac{(2x+1)(1-y)+2xy}{(1-y)^2+x^2} + i\,\frac{-x(2x+1)+2y(1-y)}{(1-y)^2+x^2}$$

$① \Rightarrow Im\left(\frac{2z+1}{iz+1}\right)=0$

$$\frac{-x(2x+1)+2y(1-y)}{(1-y)^2+x^2}=0$$

$$-x(2x+1)+2y(1-y)=0$$

$$-2x^2-x+2y-2y^2=0$$

$\times(-1)$

$$2x^2+2y^2+x-2y=0$$

∴ z-ன் நியமப்பாதை $2x^2+2y^2+x-2y=0$ ஆகும்.

[Re (i

y^2

நியமப்பாதை

ii) தீர்வு:

Im [(

Im [(1-

Im [x+

iii) தீர்வு:

$|z+i|$

$|x+iy+$

$\sqrt{x^2+(y}$

23. $y = ax^2 + bx + c$

$\overset{x}{(-6}, \overset{y}{8})$

$8 = 36a - 6b + c$

$36a - 6b + c = 8 \rightarrow (1)$

$(-2, -12)$

$4a - 2b + c = -12 \rightarrow (2)$

(3, 8)

$9a + 3b + c = 8 \rightarrow ③$

அணிவடிவம்

$$\begin{bmatrix} 36 & -6 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -12 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$A \quad X = B$

விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணி

$$[A|B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 4 & -2 & 1 & -12 \\ 9 & 3 & 1 & 8 \end{array}\right]$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 0 & -12 & 8 & -116 \\ 0 & 18 & 3 & 24 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} R_2 \rightarrow 9R_2 - R_1 \\ R_3 \rightarrow 4R_3 - R_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 36 & 12 & 4 & 32 \\ 36 & -6 & 1 & 8 \\ - & + & - & - \\ \hline 0 & 18 & 3 & 24 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} 36 & -18 & 9 & -108 \\ 36 & -6 & 1 & 8 \\ - & + & - & - \\ \hline 0 & -12 & 8 & -116 \end{array}$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 0 & -12 & 8 & -116 \\ 0 & 6 & 1 & 8 \end{array}\right] \quad R_3 \rightarrow \frac{R_3}{3}$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 0 & -12 & 8 & -116 \\ 0 & 0 & 10 & -100 \end{array}\right] \quad \because R_3 \rightarrow 2R_3 + R_2$$

இது நிரை ஏறுபடிவடிவத்தில் உள்ளது.

$$\begin{array}{cccc} 0 & 12 & 2 & 16 \\ 0 & -12 & 8 & -116 \\ \hline 0 & 0 & 10 & -100 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 36 & -6 & 1 \\ 0 & -12 & 8 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -116 \\ -100 \end{bmatrix}$$

$36a - 6b + c = 8 \rightarrow ④$

$-12b + 8c = -116 \rightarrow ⑤$

$10c = -100 \rightarrow ⑥$

$\boxed{c = -10}$

$c = -10$ ஐ சமன்பாடு ⑤-ல் பிரதியிட

$-12b - 80 = -116$

$-12b = -116 + 80$

$-12b = -36$

$\boxed{b = 3}$

$b = 3, c = -10$ ஐ சமன்பாடு ④-ல் பிரதியிட

$36a - 6(3) - 10 = 8$

$36a - 18 - 10 = 8$

$36a = 8 + 28$

$36a = 36$

$\boxed{a = 1}$

$\therefore a = 1, b = 3, c = -10$

$y = ax^2 + bx + c$

$y = x^2 + 3x - 10$

$P(\overset{x}{7}, \overset{y}{60})$

$60 = (7)^2 + 3(7) - 10$

$= 49 + 21 - 10$

$= 70 - 10$

$\boxed{60 = 60}$

$\therefore P(7, 60)$ என்ற புள்ளி வழியே செல்கிறது, தரப்பட்ட சமன்பாட்டை

நிறைவு செய்வதால்,
அர்ச்சுவன் அவன்
நண்பனை ஈர்ப்பான்.

24. $z = x + iy$

$\arg\left(\frac{z-i}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$

$\because \boxed{\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_2)}$

$\arg(z-i) - \arg(z+2) = \frac{\pi}{4}$

$\arg(x+iy-i) - \arg(x+iy+2) = \frac{\pi}{4}$

$\arg[x + i(y-1)] - \arg[(x+2)+iy] = \frac{\pi}{4}$

$\tan^{-1}\left[\frac{y-1}{x}\right] - \tan^{-1}\left[\frac{y}{x+2}\right] = \frac{\pi}{4}$

$\because \left(\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}\left(\frac{x-y}{1+xy}\right)\right)$

$\tan^{-1}\left[\frac{\frac{y-1}{x} - \frac{y}{x+2}}{1+\left(\frac{y-1}{x}\right)\left(\frac{y}{x+2}\right)}\right] = \frac{\pi}{4}$

இருபுறமும் tan - ஆல் பெருக்க.

$\frac{\frac{(y-1)(x+2) - yx}{x\cancel{(x+2)}}}{\frac{x(x+2)+(y-1)y}{x\cancel{(x+2)}}} = \tan\frac{\pi}{4}$

$\frac{\cancel{xy} + 2y - x - 2 - \cancel{xy}}{x^2 + 2x + y^2 - y} = 1$

$2y - x - 2 = x^2 + 2x + y^2 - y$

$x^2 + y^2 + 2x - 2y + x + \cancel{2y} = 0$

$\boxed{x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0}$

24. $2x + 3y + 5z = 9$

$7x + 3y - 5z = 8$

$2x + 3y + \lambda z = \mu$

அணி வடிவம்:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 3 & -5 \\ 2 & 3 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ \mu \end{bmatrix}$$

$A \quad X = B$

விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணி

$$[A|B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 7 & 3 & -5 & 8 \\ 2 & 3 & \lambda & \mu \end{array}\right]$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 0 & -15 & -45 & -47 \\ 0 & 0 & \lambda-5 & \mu-9 \end{array}\right] \quad \begin{array}{l} R_2 \to 2R_2 - 7R_1 \\ R_3 \to R_3 - R_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 14 & 6 & -10 & 16 \\ 14 & 21 & 35 & 63 \\ \hline 0 & -15 & -45 & -47 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} 2 & 3 & \lambda & \mu \\ 2 & 3 & 5 & 9 \\ \hline 0 & 0 & \lambda-5 & \mu-9 \end{array}$$

இது நிரை ஏறுபடி வடிவில் உள்ளது.

i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (அல்லது) தீர்வு இல்லை:-

$a_{33} = 0, \; a_{34} \neq 0$

$\lambda - 5 = 0 \;\Rightarrow\; \boxed{\lambda = 5}$ | $\mu - 9 \neq 0 \;\Rightarrow\; \boxed{\mu \neq 9}$

$\lambda = 5, \mu = 0$

$$[A|B] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 0 & -15 & -45 & -47 \\ 0 & 0 & 0 & -9 \end{array}\right]$$

$\rho(A) = 2, \; \rho([A|B]) = 3.$

$\therefore \rho(A) \neq \rho([A|B])$

இந்த தொகுப்பானது ஒருங்கமைவு அற்றது(ம்) தீர்வு இல்லை.

ii) ஒரே ஒரு தீர்வு

$a_{33} \neq 0, \; a_{34} \neq 0$

$\lambda - 5 \neq 0 \;\Rightarrow\; \boxed{\lambda \neq 5}$ | $\mu - 9 \neq 0 \;\Rightarrow\; \boxed{\mu \neq 9}$

$\lambda = 0, \mu = 0$

$$[A|B] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 0 & -15 & -45 & -47 \\ 0 & 0 & -5 & -9 \end{array}\right]$$

$\rho(A) = 3, \; \rho([A|B]) = 3$

$\rho(A) = \rho([A|B]) = 3 = n$

இந்தத் தொகுப்பானது ஒருங்கமைவு உடையது(ம்) ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும்.

iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வு:

$a_{33} = 0, \; a_{34} = 0$

$\lambda - 5 = 0 \;\Rightarrow\; \boxed{\lambda = 5}$ | $\mu - 9 = 0 \;\Rightarrow\; \boxed{\mu = 9}$

$$[A|B] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 0 & -15 & -45 & -47 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$P(A) = 2$, $P([A|B]) = 2$

$\therefore P(A) = P([A|B]) = 2 < 3$

இந்த தொகுப்பானது

3 தெரிகளைவு உடையது (6)

எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப்

பெற்றிருக்கும்.