

2

XII வணிகக்கணிதம்

12. $\frac{dx}{dy} + Px = Q$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி
 அ) $e^{\int Pdx}$ ஆ) $\int Pdx$ இ) $\int Pdy$ ஈ) $e^{\int Pdy}$
13. $y = mx + c$ - ன் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு (m மற்றும் c என்பன மாறத்தக்க மாறிலிகள்)
 அ) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ ஆ) $y = x - \frac{dy}{dx} + c$ இ) $x dy + y dx = 0$ ஈ) $y dx - x dy = 0$
14. $\frac{dy}{dx} = \cos x$ என்ற வகைக்கெழுச்சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வு
 அ) $y = \sin x + 1$ ஆ) $y = \sin x - 2$
 இ) $y = \cos x + c$, c மாறத்தக்க மாறிலி ஈ) $y = \sin x + c$, c மாறத்தக்க மாறிலி
15. $E f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$
 அ) $f(x-h)$ ஆ) $f(x)$ இ) $f(x+h)$ ஈ) $f(x+2h)$
16. $E \equiv \underline{\hspace{2cm}}$
 அ) $1 + \Delta$ ஆ) $1 + \nabla$ இ) $1 - \Delta$ ஈ) $1 - \nabla$
17. $\Delta^2 y_0 = \underline{\hspace{2cm}}$
 அ) $y_2 - 2y_1 + y_0$ ஆ) $y_2 + 2y_1 - y_0$ இ) $y_2 + 2y_1 + y_0$ ஈ) $y_2 + y_1 + 2y_0$
18. $E(X) = 5$ மற்றும் $E(Y) = -2$ எனில் $E(X-Y)$ - ன் மதிப்பானது
 அ) 3 ஆ) 5 இ) 7 ஈ) -2
19. C ஒரு மாறிலி எனில், $E(C)$ இன் மதிப்பு
 அ) 0 ஆ) 1 இ) $C f(C)$ ஈ) C
20. $p(x) = \frac{1}{10}$, $x = 10$ எனில், $E(X)$ - ன் மதிப்பானது
 அ) பூஜ்ஜியம் ஆ) $\frac{6}{8}$ இ) 1 ஈ) -1
- பகுதி - ஆ
- II. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 30 கட்டாய வினா) $7 \times 2 = 14$
21. $\begin{bmatrix} -5 & -7 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தினைக் காண்க.
22. கிரேமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி தீர்வு காண்க. : $2x + 3y = 7$, $3x + 5y = 9$
23. $f'(x) = e^x$ மற்றும் $f(0) = 2$ எனில், $f(x)$ - ஐ காண்க.
24. மதிப்பிடுக : $\int_0^{\infty} e^{-\frac{x}{2}} x^5 dx$
25. $y = x$ எனும் கோடு, X -அச்சு, $x = 1$ மற்றும் $x = 2$ எனும் எல்லைக்குள் ஏற்படுத்தும் பரப்பைக் காண்க.
26. $MR = 20 - 5x + 3x^2$ எனில், மொத்த வருவாய்ச் சார்பு காண்க.
27. தீர்க்க : $\frac{dy}{dx} + e^x + ye^x = 0$
28. தீர்க்க : $(D^2 - 3D - 4)y = 0$

29. $f(x) = x^2 + 3x$ மற்றும் $h = 1$ எனில் $\Delta f(x) = 2x + 4$ என நிறுவுக.

30. $P(x) = \begin{cases} \frac{x}{20}, & x = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$ எனில், (i) $P(X < 3)$ மற்றும் (ii) $P(2 < X \leq 4)$ ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

பகுதி - இ

III. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 40 கட்டாய வினா) $7 \times 3 = 21$

31. $3x - 2y = 6$, $6x - 4y = 10$ என்ற சமன்பாடுகள் ஒருங்கமைவு அற்றது எனக்காட்டுக.

32. பின்வருவனவற்றை X-ஐ பொறுத்து தொகையிடுக: $2\cos x - 3\sin x + 4\sec^2 x - 5\operatorname{cosec}^2 x$

33. கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி விடுபட்ட உறுப்பைக் காண்க.

x	0	1	2	3	4
y	1	3	9	-	81

34. நெகிழ்ச்சி சார்பு $\frac{E_y}{E_x} = \frac{x}{x-2}$, $x = 6$ மற்றும் $y = 16$ எனும் போது அதன் தொடக்க நிலைச் சார்பைக் காண்க.

35. பின்வருவனவற்றை இரண்டாம் அடிப்படைத் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக.:

$$\int \frac{2x+3}{-x^2+3x+7} dx$$

36. தனித்த சமவாய்ப்பு மாறி X ஆனது பின்வரும் நிகழ்தகவு சார்பைப் பெற்றுள்ளது.

$$P(X=x) = \begin{cases} kx, & x = 2, 4, 6 \\ k(x-2), & x = 8 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$

இங்கு k ஒரு மாறிலி எனில் $k = \frac{1}{18}$ என நிறுவுக.

37. பின்வருவனவற்றை தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x$

38. $h = 1$ எனில் $f(4) = f(3) + \Delta f(2) + \Delta^2 f(1) + \Delta^3 f(1)$ என நிறுவுக.

39. கணக்கியல் எதிர்பார்த்தலின் பண்புகள் யாவை?

40. $y = mx + c$ எனும் நேர்க்கோட்டுத் தொகுப்பில்,

(i) m ஒரு மாறத்தக்க மாறிலி

ii) c ஒரு மாறத்தக்க மாறிலி

iii) m, c ஆகிய இரண்டுமே மாறத்தக்க மாறிலிகள் எனில் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள் அமைக்க.

பகுதி - ஈ

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். $7 \times 5 = 35$

41. அ) 3 வணிகக்கணிதப் புத்தகங்கள், 2 கணக்குப்பதிவியல் புத்தகங்கள் மற்றும் ஒரு வணிகவியல் புத்தகம் ஆகியவற்றின் மொத்த விலை ₹840. இரண்டு வணிகக்கணிதப் புத்தகங்கள், ஒரு கணக்குப்பதிவியல் புத்தகம் மற்றும் ஒரு வணிகவியல் புத்தகத்தின் மொத்த விலை ₹570. ஒரு வணிகக்கணிதப் புத்தகம், ஒரு கணக்குப்பதிவியல் புத்தகம் மற்றும் 2 வணிகவியல் புத்தகங்களின் மொத்த விலை ₹630 எனில் ஒவ்வொரு புத்தகத்தின் விலையை கிரேமரின் விதியைக் கொண்டு காண்க. (அல்லது)

ஆ) A மற்றும் B என்ற இரு விற்பனைப் பொருள்களை தற்போதைய சந்தை விற்பனை 50% மற்றும் 50% ஆக உள்ளது. நுகர்வோரின் விருப்பங்கள் ஒவ்வொரு வாரமும் மாறுகின்றன. சென்ற வாரம் A-ஐ வாங்கியவர்களில் 60% பேர் மீண்டும் A-ஐ வாங்குகின்றனர். 40% பேர் B-க்கு மாறிவிடுகிறார்கள். சென்ற வாரம் B - வாங்கியவர்களில் 80% பேர் அதை மீண்டும் வாங்குகிறார்கள். 20% பேர் A-க்கு மாறிவிடுகிறார்கள். இரு வாரங்களுக்குப் பிறகு அவர்களின்

4

XII வணிகக்கணிதம்

சந்தைப் பங்கீடுகளைக் காண்க. இந்த போக்கு தொடருமானால், எப்போது சமநிலை எட்டப்படும்?

42. அ) பின்வருவனவற்றை வரையறுத்த தொகையீடுகளின் பண்புகளை பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக.:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^7 x}{\sin^7 x + \cos^7 x} dx$$

(அல்லது)

ஆ) மதிப்பிடுக : $\int_1^2 \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$

43. அ) தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி a அலகு ஆரம் உடைய வட்டத்தின் பரப்பைக் காண்க.
(அல்லது)

ஆ) தேவைச் சார்பு $P_d = 25 - 3x$ மற்றும் அளிப்புச் சார்பு $P_s = 5 + 2x$ எனில், சமநிலையில் நுகர்வோர் உபரி மற்றும் உற்பத்தியாளர் உபரியைக் காண்க.

44. அ) கீழ்க்காணும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க : $(D^2 + D - 6)y = e^{3x} + e^{-3x}$
(அல்லது)

ஆ) தீர்க்க : $(1 - x) dy - (1 + y) dx = 0$

45. அ) கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து $f(2.8)$ ன் மதிப்பைக் காண்க.

x	0	1	2	3
f(x)	1	2	11	34

(அல்லது)

- ஆ) கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையிலிருந்து $y(10)$ - ன் மதிப்பை இலக்ராஞ்சியின் குத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி காண்க.

x	5	6	9	11
y	12	13	14	16

46. அ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X - ஆனது பின்வரும் நிகழ்தகவு சார்பைப் பெற்றுள்ளது எனில்,

X = x	0	1	2	3	4	5	6	7
P(x)	0	k	2k	2k	3k	k ²	2k ²	7k ² +k

- i) k ன் மதிப்பைக் காண்க. ii) $P(x < 6)$, $P(x \geq 6)$ மற்றும் $P(0 < x < 5)$ ஐக் காண்க.
iii) $P(X \leq x) > \frac{1}{2}$ க்கான x இன் குறைந்தபட்ச மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(அல்லது)

- ஆ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X-இன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = ke^{-|x|}$, $-\infty < x < \infty$ எனில் k-இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும். மற்றும் சமவாய்ப்பு மாறியின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டு அளவுகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

47. அ) $h = 1$ எனில், $\Delta \left[\frac{5x+12}{x^2+5x+6} \right]$ - ஐ மதிப்பிடுக.

(அல்லது)

- ஆ) $2x + y + z = 5$, $x + y + z = 4$, $x - y + 2z = 1$ என்ற சமன்பாடுகள் ஒருங்கமைவு உடையது எனக்காட்டுக. மேலும் அவற்றைத் தீர்க்க.

23.9.24

- I 1. ஆ 1
- 2. ஆ 0.4
- 3. ஆ 0
- 4. ஆ தீர்வு இல்லை
- 5. ஆ $\frac{2^x}{\log 2} + C$
- 6. ஆ $2\sqrt{e^x} + C$
- 7. ஆ 2
- 8. ஆ $(n-1)!$
- 9. ஆ 2
- 10. ஆ $MC - MR = 0$
- 11. ஆ $\frac{3}{2}$ ச. சலுகை
- 12. ஆ $e^{\int p dx}$
- 13. ஆ $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$
- 14. ஆ $y = \sin x + C$, C மாறாத மாறிலி
- 15. ஆ $f(x+h)$
- 16. ஆ $1+\Delta$
- 17. ஆ $y_2 - 2y_1 + y_0$
- 18. ஆ 7
- 19. ஆ C
- 20. ஆ 1

- 29 $\Delta f(x) = f(x+h) - f(x)$
 $= [(x+h)^2 + 3(x+h) - (x^2 + 3x)]$
 $= h^2 + 2xh + 3h$
 $h=1 \Rightarrow \boxed{2x+4}$
- 30 (i) $P(x < 3) = 0 + \frac{1}{20} + \frac{2}{20} = \frac{3}{20}$
 (ii) $P(2 < x \leq 4) = \frac{3}{20} + \frac{4}{20} = \frac{7}{20}$
- 31 (i) $(A, B) \sim \begin{pmatrix} 3 & -2 & 6 \\ 6 & -4 & 10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $P(A) = 1$
 $P(A|B) = 2$
 $P(A) \neq P(A|B)$ ஆகவே சம்பவம் சம்பந்தம்
- 32 $= \int (2 \cos x - 3 \sin x + 4 \sec^2 x - 5 \csc^2 x) dx$
 $= 2 \sin x + 3 \cos x + 4 \tan x + 5 \cot x + C$
- 33 $(E^4 - 4E^3 + 6E^2 - 4E + 1)Y_0 = 0$
 $Y_4 - 4Y_3 + 6Y_2 - 4Y_1 + Y_0 = 0$
 $81 - 4Y_3 + 6(9) - 4(3) + 1 = 0 \Rightarrow Y_3 = \frac{124}{4} = 31$
- 34 $\frac{x}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{x}{x-2} \Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{x}{x-2} \frac{dx}{x}$
 $\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x-2} \Rightarrow \log y = \log(x-2) + \log k$
 $y = k(x-2) \Rightarrow x=2, y=16, k=4 \Rightarrow y = 4(x-2)$
- 35 $t = x^2 + 3x + 7 \Rightarrow dt = 2x + 3$
 $x = -1 \Rightarrow t = 5$
 $x = 1 \Rightarrow t = 11$
 $I = \int \frac{dx}{x-2} = \log 11 - \log 5 = \log \frac{11}{5}$
- 36

$x=x$	2	4	6	8
$P(x=x)$	2k	4k	6k	6k

 $2k + 4k + 6k + 6k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{18}$

- II 21. $\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = -6 \neq 0$ $P(A) = 2$
- 22. $\Delta = 1 \neq 0$, $\Delta x = 8$ $\Delta y = -3$ $\boxed{x=8}$ $\boxed{y=-3}$
- 23. $f(x) = e^x + C \Rightarrow 2 = e^0 + C \Rightarrow C = 1$
 $\boxed{f(x) = e^x + 1}$
- 24. $I = \frac{5!}{(\frac{1}{2})^6} = 2^6 \cdot 5!$
- 25. Area = $\int_1^2 x dx = (\frac{x^2}{2})_1^2 = \frac{3}{2}$ ச. ச
- 26. $\frac{dR}{dx} = 20 - 5x + 3x^2 \Rightarrow \int dR = \int (20 - 5x + 3x^2) dx$
 $R = 20x - \frac{5x^2}{2} + \frac{3x^3}{3} + K$, $x=0, R=20, K=0$
 $R = 20x - \frac{5x^2}{2} + x^3$
- 27. $\frac{dy}{dx} = -e^x(1+y) \Rightarrow \frac{dy}{1+y} = -e^x dx$
 $\log(1+y) = -e^x + C$
- 28. $m^2 - 3m - 4 = 0 \Rightarrow m = -1, 4$

- 37. $P = -\frac{1}{x}$ $Q = x \Rightarrow \int p dx = \log x^{-1}$
 $I.F. = e^{\int \log x^{-1}} = \frac{1}{x}$
 $Y(\frac{1}{x}) = \int x \cdot \frac{1}{x} dx + C \Rightarrow Y(\frac{1}{x}) = x + C$
- 38. $f(4) - f(3) = \Delta f(3)$
 $= \Delta(f(2) + \Delta f(2))$
 $= \Delta f(2) + \Delta^2 f(2)$
 $= \Delta f(2) + \Delta^2 [f(1) + \Delta f(1)]$
 $f(4) = f(3) + \Delta f(2) + \Delta^2 f(1) + \Delta^3 f(1)$
- 39. (i) $E(a) = a$ (ii) $E(ax) = aE(x)$
 (iii) $E(ax+b) = aE(x) + b$ (iv) $x \geq 0, E(x) \geq 0$
 (v) $V(a) = 0$, a மாறாத மாறிலி, (vi) $V(ax+b) = a^2 V(x)$
- 40. (i) $y = mx + c$, $\frac{dy}{dx} = m \Rightarrow y = x \frac{dy}{dx} + c$
 $x \frac{dy}{dx} - y + c = 0$
 (ii) $\frac{dy}{dx} = m$ (iii) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

C. SELVAM, M.Sc., M.Ed., P.O. ASST. (MATHS), ST. JOSEPH'S HR. SEC. SCHOOL - CPT

41. a. $3x + 2y + z = 840$
 $2x + y + z = 570$
 $x + y + 2z = 630$

$$\Delta = -2 \neq 0$$

$$\Delta x = -240$$

$$\Delta y = -300$$

$$\Delta z = -360$$

$x = 120, y = 150, z = 180$

b. $T = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$ $A = 50\% = 0.5$
 $B = 50\% = 0.5$

$$\Rightarrow (0.5 \ 0.5) \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix} = (0.40 \ 0.60)$$

$A = 40\%$ $B = 60\%$

$$\Rightarrow (A \ B) \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix} = (A \ B)$$

$0.6A + 0.2B = A \Rightarrow A = 33\%$ $B = 67\%$

42. a. $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} dx$ --- (1)

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} dx$$

--- (2)

$$\text{--- (1)} + \text{--- (2)} \Rightarrow 2I = \int_0^{\pi/2} dx \Rightarrow 2I = \pi/2 \Rightarrow I = \pi/4$$

b. $\int_1^2 \left[\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right] dx = \left[\log|x+1| - \log|x+2| \right]_1^2$

$$= \log \frac{3}{4} - \log \frac{2}{3} = \log \frac{9}{8}$$

43. a. $x^2 + y^2 = a^2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x^2 = a^2 \Rightarrow x = \pm a$

$$L.S = 4 \int_0^a y dx = 4 \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

$$= 4 \left[\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} \right]_0^a$$

$$= 4 \left[0 + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \left(\frac{a}{a} \right) \right] = 4 a^2 \frac{\pi}{2} = 2\pi a^2$$

b. $P_d = P_s \Rightarrow 25 - 3x = 5 + 2x \Rightarrow x = 4$

$$P_b = 13 \Rightarrow x = P_b = 52$$

$$C.S = \int_0^4 (25 - 3x) dx - 52 = 100 - 24 - 52 = 24$$

$$P.S = 52 - \int_0^4 (5 + 2x) dx = 52 - (20 + 16) = 16$$

44. a. $m^2 + m - 6 = 0 \Rightarrow m = -3, 2$

C.F: $Ae^{-3x} + Be^{2x}$

$$P.I_1 = \frac{e^{3x}}{6}, P.I_2 = -\frac{x}{5} e^{-3x}$$

$$y = Ae^{-3x} + Be^{2x} + \frac{e^{3x}}{6} - \frac{x}{5} e^{-3x}$$

b. $(1-x)dy = (1+y)dx \Rightarrow \frac{dy}{1+y} = \frac{dx}{1-x}$

$$\log(1+y) = \frac{\log(1-x)}{-1} + \log c$$

$$\log(1+y)(1-x) = \log c \Rightarrow (1+y)(1-x) = c$$

45. a. $h=1, n=-0.2$

x	y	∇y	$\nabla^2 y$	$\nabla^3 y$
0	1			
1	2	1		
2	11	9	8	
3	34	23	14	6

$$y(2.8) = y_n + \frac{n}{1!} \nabla y_n + \frac{n(n+1)}{2!} \nabla^2 y_n + \dots$$

$$y(2.8) = 34 + (-0.2)(23) + \frac{(-0.2)(-0.2+1)}{2} (14)$$

$$+ \frac{(-0.2)(-0.2+1)(-0.2+2)}{6} (6)$$

$$y(2.8) = 34 - 4.6 - 1.12 - 0.288$$

$$y(2.8) = 27.992$$

b. $y(10) = \frac{4(1)(-1)}{(1)(-4)(6)} (12) + \frac{(5)(1)(-1)}{(1)(-3)(-5)} (13)$

$$+ \frac{(5)(4)(-1)}{(4)(3)(-2)} (14) + \frac{(5)(4)(1)}{(6)(5)(2)} (16)$$

$$y(10) = 14.6663$$

46. a. (i) $0 + k + 2k + 2k + 3k + k^2 + 2k^2 + 7k^2 + k = 1$

$$\Rightarrow k = 1/10$$

(ii) $P(x < 6) = 8k + k^2 = \frac{81}{100}$

$$P(x \geq 6) = 9k^2 + k = \frac{19}{100}$$

$$P(0 < x < 5) = \frac{8}{100}$$

(iii) $P(x \leq x) \geq 1/2 \Rightarrow P(x \leq 4) \geq 1/2 \Rightarrow x \geq 4$

b. $k \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|x|} dx = 1 \Rightarrow 2k \int_0^{\infty} e^{-x} dx = 1$ [even]

$$2k \left[\frac{e^{-x}}{-1} \right]_0^{\infty} = 1 \Rightarrow k = 1/2$$

$$E(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-|x|} dx = 0$$

$$E(x^2) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-|x|} dx = \int_0^{\infty} x^2 e^{-x} dx = 2$$

$$V(x) = E(x^2) - [E(x)]^2 = 2 - 0 = 2$$

47. a. $A=3, B=2$

$$\Delta \left[\frac{5x+12}{x^2+5x+6} \right] = \Delta \left[\frac{3}{x+3} + \frac{2}{x+2} \right]$$

$$= \left[\frac{3}{x+4} - \frac{3}{x+3} \right] + \left[\frac{2}{x+3} - \frac{2}{x+2} \right]$$

$$= \frac{-3}{(x+4)(x+3)} - \frac{2}{(x+3)(x+2)} = \frac{-5x-14}{(x+2)(x+3)(x+4)}$$

b. $\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 2 & 4 & 16 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$P(A) = 2$
 $P(A|B) = 2$

$$x + y + z = 6$$

$$y + 2z = 8$$

$$z = k$$

$$x = k - 2$$

$$y = 8 - 2k$$

$$z = k$$