

காலாண்டுத் தேர்வு - 2024	தேர்வு எண்				
காலம் : 3-00 மணி	XII - கணிதம்		மதிப்பெண் : 90		

பகுதி - 1

(20x1=20)

குறிப்பு: 1) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

2) ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

1. $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 12 & -17 \\ -19 & 27 \end{bmatrix}$ மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ எனில், $B^{-1} =$

1) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\lambda A^{-1} = A$ எனில், λ -ன் மதிப்பு

1) 17

2) 14

3) 19

4) 21

3. $(\sin 40^\circ + i \cos 40^\circ)^5$ -ன் முதன்மை வீச்சு

1) -110°

2) -70°

3) 70°

4) 110°

4. $\left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i}\right)^{10}$ -ன் மதிப்பு

1) $\text{cis } \frac{2\pi}{3}$

2) $\text{cis } \frac{4\pi}{3}$

3) $-\text{cis } \frac{2\pi}{3}$

4) $-\text{cis } \frac{4\pi}{3}$

5. $x^3 - kx^2 + 9x$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை

1) $|k| \leq 6$

2) $k = 0$

3) $|k| > 6$

4) $|k| \geq 6$

6. $\sum_{r=0}^n n C_r (-1)^r x^r$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவையின் மிகையெண் பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை

1) 0

2) n

3) $< n$

4) r

7. சார்பு $f(x) = \sin^{-1}(x^2 - 3)$ எனில், x இருக்கும் இடைவெளி

1) $[-1, 1]$

2) $[\sqrt{2}, 2]$

3) $[-2, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, 2]$

4) $[-2, -\sqrt{2}]$

8. $\sin^{-1}(2 \cos^2 x - 1) + \cos^{-1}(1 - 2 \sin^2 x) =$

1) $\frac{\pi}{2}$

2) $\frac{\pi}{3}$

3) $\frac{\pi}{4}$

4) $\frac{\pi}{6}$

9. $3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் ஆரம்

1) 1

2) 3

3) $\sqrt{10}$

4) $\sqrt{11}$

10. $x+y=k$ என்ற நேர்க்கோடு பரவளையம் $y^2=12x$ இன் செங்கோட்டுச் சமன்பாடாக உள்ளது எனில் k -ன் மதிப்பு
- 1) 3
2) -1
3) 1
4) 9
11. $P(x, y)$ என்ற புள்ளி குவியங்கள் $F_1(3, 0)$ மற்றும் $F_2(-3, 0)$ கொண்ட கூம்பு வளைவு $16x^2+25y^2=400$ -ன் மீதுள்ள புள்ளி எனில் PF_1+PF_2 -ன் மதிப்பு
- 1) 8
2) 6
3) 10
4) 12
12. $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ என்பன $\bar{a}x(\bar{b}x\bar{c}) = \frac{\bar{b}+\bar{c}}{\sqrt{2}}$ எனுமாறுள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று வெக்டர்கள் எனில், \bar{a} மற்றும் \bar{b} ஆகியவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
- 1) $\frac{\pi}{2}$
2) $\frac{3\pi}{4}$
3) $\frac{\pi}{4}$
4) π
13. ஆதியிலிருந்து $2x+3y+\lambda z=1, \lambda > 0$ என்ற தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் $\frac{1}{5}$ எனில், λ -ன் மதிப்பு
- 1) $2\sqrt{3}$
2) $3\sqrt{2}$
3) 0
4) 1
14. \bar{b} -க்கு செங்குத்தாகவும் \bar{c} -க்கு இணையாகவும் உள்ள வெக்டர் \bar{a} என்றவாறுள்ள ஓரலகு வெக்டர்கள் $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ எனில், $\bar{a}x(\bar{b}x\bar{c})$ -க்குச் சமமானது
- 1) \bar{a}
2) \bar{b}
3) \bar{c}
4) $\bar{0}$
15. $[0, 2\pi]$ -ல் $\sin^4 x - 2\sin^2 x + 1$ -ஐ நிறைவு செய்யும் மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கை
- 1) 2
2) 4
3) 1
4) ∞
16. A என்பது n -வரிசையுடைய பூச்சியமற்றக் கோவை அணி எனில் $\text{adj}(\text{adj } A) =$
- 1) $|A|^{n-3} A$
2) $|A|^{n-1} A$
3) $|A|^{n-2} A$
4) $|A|^{n-2}$
17. ஒன்றின் n -ம் படி மூலங்களின் பெருக்குத் தொகை
- 1) 0
2) $(-1)^{n+1}$
3) $(-1)^{n-1}$
4) 1
18. $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$ ன் மதிப்பு
- 1) $\frac{\pi}{3}$
2) $-\frac{\pi}{3}$
3) $\frac{2\pi}{3}$
4) $\frac{\pi}{6}$
19. $y^2=-8x$ ன் இயக்குவரையின் சமன்பாடு
- 1) $x=-2$
2) $x=1$
3) $y=2$
4) $x=2$
20. ஆதிபுள்ளியிலிருந்து $x+y+z+1=0$ எனும் தளத்திற்கு உள்ள செங்குத்து தொலைவு
- 1) $\frac{1}{3}$
2) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
3) 1
4) 0

பகுதி - 2

குறிப்பு: ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். (கட்டாய வினா 30) (7x2=14)

21. பின்வரும் அணிகளுக்கு சிற்றணிக்கோவையை பயன்படுத்தி அணித்தரம் காண்க

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -10 \\ 3 & -6 & -31 \end{bmatrix}$$

22. $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ எனில், A^{-1} -ஐ காண்க.

23. $(2 + i\sqrt{3})^{10} - (2 - i\sqrt{3})^{10}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை நிறுவுக.

24. $z_1 = 3 - 2i$ மற்றும் $z_2 = 6 + 4i$ எனில் $\frac{z_1}{z_2}$ ஐ செவ்வக வடிவில் காண்க.

25. $2x^2 - 7x + 13 = 0$ எனும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் α^2 மற்றும் β^2 ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டை உருவாக்கவும்.

26. $\sec^{-1}\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

27. மையம் $(-3, -4)$ மற்றும் ஆரம் 3 அலகுகள் கொண்ட வட்டத்தின் பொது வடிவச் சமன்பாடு காண்க.

28. $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$, $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ மற்றும் $3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்களாகும் என நிரூபிக்க.

29. ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் \vec{a} -க்கு, $\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = 2\vec{a}$ என நிறுவுக.

30. $(\text{adj } A) A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ எனில் $|\text{adj}(\text{adj } A)|$ -ன் மதிப்பு காண்க.

பகுதி - 3

குறிப்பு: ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். (கட்டாய வினா 40) (7x3=21)

31. $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ எனக் கொண்டு $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

32. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகளை நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க: $2x + 5y = -2$, $x + 2y = -3$

33. $(2+i)x + (1-i)y + 2i - 3$ மற்றும் $x + (-1+2i)y + 1 + i$ ஆகிய கலப்பெண்கள் சமம் எனில் x மற்றும் y -ன் மெய்மதிப்புகளைக் காண்க.

34. $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில், பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.
 $(1 - \omega + \omega^2)^6 + (1 + \omega - \omega^2)^6 = 128$

35. ஒரு கனச் சதுரப் பெட்டியின் பக்கங்களை 1, 2, 3, அலகுகள் அதிகரிப்பதால் கனச் சதுரப் பெட்டியின் கொள்ளளவை விட 52 கன அலகுகள் அதிகமுள்ள கனச்செவ்வகம் கிடைக்கிறது எனில், கன செவ்வகத்தின் கொள்ளளவைக் காண்க.

36. மதிப்பு காண்க: $\sin^{-1}\left(\sin \frac{5\pi}{9} \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} \sin \frac{\pi}{9}\right)$

37. 9π சதுர அலகுகள் பரப்பு கொண்ட வட்டத்தின் விட்டங்கள், $x + y = 5$ மற்றும் $x - y = 1$ என்ற நேர்கோடுகள் மீது அமைந்துள்ளன எனில் அந்த வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

38. குவியம் $(-\sqrt{2}, 0)$ மற்றும் இயக்குவரை $x = \sqrt{2}$ உடைய பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

39. $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{c} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ எனில் $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$ -ன் மதிப்புக் காண்க.

40. $x^3 + 4x + 1 = 0$ -ன் மூலங்கள் α, β, γ எனில் $(\alpha + \beta)^{-1} + (\beta + \gamma)^{-1} + (\gamma + \alpha)^{-1}$ -ன் மதிப்பு காண்க.

பகுதி - 4

குறிப்பு: அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(7x5=35)

41. அ) k-ன் எம்மதிப்புகளுக்கு பின்வரும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு

$$kx-2y+z=1, x-2ky+z=-2, x-2y+kz=1$$

i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது

ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும்

iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க

(அல்லது)

ஆ) பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல்

$$\text{முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்க: } 2x_1+3x_2+3x_3=5, x_1-2x_2+x_3=-4, 3x_1-x_2-2x_3=3$$

42. அ) $z=x+iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right)=\frac{\pi}{2}$ எனில், $x^2+y^2=1$ எனக் காட்டுக.

(அல்லது)

ஆ) $\frac{x-3}{3}=\frac{y-3}{-1}, z-1=0$ மற்றும் $\frac{x-6}{2}=\frac{z-1}{3}, y-2=0$ என்ற கோடுகள் வெட்டிக்

கொள்ளும் எனக் காட்டுக. மேலும், அவை வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

43. அ) $6x^4-5x^3-38x^2-5x+6=0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு $\frac{1}{3}$ எனில், சமன்பாட்டின்

தீர்வு காண்க.

(அல்லது)

ஆ) $x^3+px^2+qx+r=0$ -ன் மூலங்கள் இசைத்தொடர் முறையில் உள்ளன எனில், $9pqr=27r^2+2q^3$ என நிரூபிக்க. இங்கு $p, q, r \neq 0$ என்க.44. அ) d-ஐ பொது வித்தியாசமாகக் கொண்டு a_1, a_2, \dots, a_n ஒரு கூட்டுத்தொடர் எனில்,

$$\tan\left[\tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_1+a_2}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_2+a_3}\right)+\dots+\tan^{-1}\left(\frac{d}{1+a_n+a_{n-1}}\right)\right]=\frac{a_n-a_1}{1+a_1a_n}$$

என நிறுவு.

(அல்லது)

ஆ) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \pi$ எனில், $x+y+z=xyz$ எனக் காட்டுக.45. அ) $x^2+4y^2=32$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு $\theta=\frac{\pi}{4}$ எனும்போது தொடுகோடு மற்றும்

செங்கோட்டுச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(அல்லது)

ஆ) $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$, எனில்i) $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos(\alpha+\beta+\gamma)$ மற்றும்ii) $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin(\alpha+\beta+\gamma)$ என நிறுவுக.46. அ) $(1, 0), (-1, 0)$ மற்றும் $(0, 1)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

(அல்லது)

ஆ) வெக்டர் முறையில் $\cos(\alpha-\beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ என நிறுவுக.

47. அ) ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும்போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4மீ-ஐ எட்டும்போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத்தூரம் 6மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் காண்க.

(அல்லது)

ஆ) $(3, 6, -2), (-1, -2, 6)$ மற்றும் $(6, 4, -2)$ ஆகிய ஒரே கோட்டில்மையாத மூன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.