

காணாண்டுப் பொதுத் தேர்வு - 2024

பதிவேண்

XII - கணிதம்

நேரம் : 3.00 மணி

மதிப்பெண்கள் : 90

பகுதி - அ

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

20 x 1 = 20

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ எனில் $A =$

a) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ மற்றும் $A(\text{adj } A) = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$ எனில், $k =$

a) 0

b) $\sin \theta$

c) $\cos \theta$

d) 1

3. $0 \leq \theta \leq \pi$ மற்றும் $x + (\sin \theta)y - (\cos \theta)z = 0$, $(\cos \theta)x - y + z = 0$, $(\sin \theta)x + y - z = 0$ மற்றும் தொகுப்பானது வெளிப்படையற்ற தீர்வு பெற்றிருப்பின் θ ன் மதிப்பு

a) $\frac{2\pi}{3}$

b) $\frac{3\pi}{4}$

c) $\frac{5\pi}{6}$

d) $\frac{\pi}{4}$

4. $\sum_{i=1}^{13} (i^n + i^{n-1})$ ன் மதிப்பு

a) $1+i$

b) i

c) 1

d) 0

5. $|z| = 1$ எனில் $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ ன் மதிப்பு

a) z

b) \bar{z}

c) $\frac{1}{z}$

d) 1

6. $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் மற்றும் $(1 + \omega)^7 = A + B\omega$ எனில் (A, B) என்பது

a) (1, 0)

b) (-1, 1)

c) (0, 1)

d) (1, 1)

7. $[0, 2\pi]$ ல் $\sin^4 x - 2\sin^2 x + 1$ ஐ நிறைவு செய்யும் மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கை

a) 2

b) 4

c) 1

d) ∞

8. $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{2\pi}{3}$ எனில் $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y$ என்பதன் மதிப்பு

a) $\frac{2\pi}{3}$

b) $\frac{\pi}{3}$

c) $\frac{\pi}{6}$

d) π

9. $|x| \leq 1$ எனில் $2 \tan^{-1} x - \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$ என்பதற்கு சமம்

a) $\tan^{-1} x$

b) $\sin^{-1} x$

c) 0

d) π

10. $3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் ஆரம்

a) 1

b) 3

c) $\sqrt{10}$

d) $\sqrt{11}$

11. $x + y = k$ என்ற நேர்க்கோடு பரவளையம் $y^2 = 12x$ இன் செங்கோட்டுச் சமன்பாடாக உள்ளது எனில் k -ன் மதிப்பு

a) 3

b) -1

c) 1

d) 9

12. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = \frac{y^2}{9}$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு

- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

13. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ எனில் $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ ன் மதிப்பு

- a) $|\vec{a}| |\vec{b}| |\vec{c}|$ b) $\frac{1}{3} |\vec{a}| |\vec{b}| |\vec{c}|$ c) 1 d) -1

14. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2}, z=0$ மற்றும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3} = \frac{z+5}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

- a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{\pi}{2}$

15. $x + 2y + 3z + 7 = 0$ மற்றும் $2x + 4y + 6z + 7 = 0$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு

- a) $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$ b) $\frac{7}{2}$ c) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ d) $\frac{7}{2\sqrt{2}}$

16. $x^3 + 64$ ன் ஒரு பூச்சியமாக்கி

- a) 0 b) 4 c) 4i d) -4

17. கிராமர் விதிப்படி பின்வருவனவற்றுள் சரியானவை எவை?

- i) $\Delta = 0$ ii) $\Delta \neq 0$ iii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும்
iv) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்

- a) (i) மற்றும் (iv) b) (ii) மற்றும் (iii) c) (i) மற்றும் (ii) d) (ii) மற்றும் (iii)

18. தவறான கூற்றினைத் தேர்ந்தெடுக்க.

- a) $|z|^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{z} = \bar{z}$ b) $\text{Re}(z) \leq |z|$ c) $\| |z_1| - |z_2| \| \geq |z_1 + z_2|$ d) $|z^n| = |z|^n$

19. $y = mx + c$ என்ற பரவளையத்தின் தொடுகோடு $y^2 = 4ax$ எனில்

- a) $c = \frac{a}{m}$ b) $c = \frac{m}{a}$ c) $c^2 = a^2m^2 + m^2s$ d) $m = c$

20. e^{ix} ஓர் காலச்சார்பு எனில் அதன் காலம்

- a) 0 b) π c) 2π d) $4\pi s$

பகுதி - ஆ

II. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 30 கட்டாய வினா) $7 \times 2 = 14$

21. $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ எனில், A^{-1} ஐ காண்க.

22. நிறுவுக : $(2 + i\sqrt{3})^{10} - (2 - i\sqrt{3})^{10}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை

23. $2 - \sqrt{3}i$ ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் மெய்யெண் கெழுக்களுடைய தலை ஒற்றைப் பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

24. $|z| = 3$ எனில் $7 \leq |z + 6 - 8i| \leq 13$ எனக்காட்டுக.

25. $lx^2 + nx + n = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் p மற்றும் q எனில் $\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = 0$

எனக்காட்டுக.

26. கூம்பு வளைவு வகையைக் கண்டறிக : $y^2 + 4x + 3y + 4 = 0$

27. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ன் முதன்மை மதிப்புக் காண்க.

28. ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் \vec{a} க்கு $\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = 2\vec{a}$ என நிறுவுக.

29. $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில், m -ன் மதிப்பு காண்க.

30. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் முறையைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க :
 $3x + 2y = 3$, $6x + 4y = 7$

பகுதி - இ

III. வையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 40 கட்டாய வினா) $7 \times 3 = 21$

31. $\begin{bmatrix} 3 & -8 & 5 & 2 \\ 2 & -5 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்தி அணித்தரம் 3 என

நிறுவுக.

32. ஒன்றின் மூன்றாம் படி மூலங்களைக் காண்க.

33. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ ஐ செவ்வக வடிவில் சுருக்குக.

34. மதிப்பு காண்க : $\cos^{-1}\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) + \cos^{-1}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$

35. $3x^2 + (3-p)xy + qy^2 - 2px = 8pq$ என்ற சமன்பாடு வட்டத்தைக் குறிக்கும் எனில் p மற்றும் q -மதிப்பு காண்க. மேலும் அந்த வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.

36. நீள்வட்டம் $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ன் செவ்வகல நீளம் காண்க.

37. $7\hat{i} + \lambda\hat{j} - 3\hat{k}$, $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, $-3\hat{i} + 7\hat{j} + 5\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கனஅளவு 90 கன அலகுகள் எனில், λ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

38. $x^9 + 9x^7 + 7x^5 + 5x^3 + 3x$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவையின் மெய்யெண் மற்றும் மெய்யற்ற கலப்பெண் பூச்சியமாக்கிகளின் துல்லியமான எண்ணிக்கையைக் கண்டறிக.

39. $x^2 + px + q = 0$ மற்றும் $x^2 + p'x + q' = 0$ ஆகிய இரு சமன்பாடுகளுக்கும் ஒரு பொதுவான மூலம் இருப்பின், அம்மூலம் $\frac{pq' - p'q}{q - q'}$ அல்லது $\frac{q - q'}{p' - p}$ ஆகும் எனக்காட்டுக.

40. $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{c} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ மற்றும் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = l\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c}$ எனில் l, m, n ன் மதிப்புகளைக் காண்க.

பகுதி - ஈ

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். $7 \times 5 = 35$

41. a) λ, μ -இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $x + 2y + z = 7$, $x + y + \lambda z = \mu$, $x + 3y - 5z = 5$ என்ற சமன்பாடுகள் (i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.

(அல்லது)

b) $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta \sin \gamma = 0$ எனில்

i) $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3\cos(\alpha + \beta + \gamma)$ மற்றும்

ii) $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3\sin(\alpha + \beta + \gamma)$ என நிறுவுக.

42. a) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{2}$ எனில் $x^2 + y^2 = 1$ எனக்காட்டுக.

(அல்லது)

b) z_1, z_2 மற்றும் z_3 என்ற மூன்று கலப்பெண்கள் $|z_1| = 1, |z_2| = 2, |z_3| = 3$ மற்றும் $|z_1 + z_2 + z_3| = 1$ என்றவாறு உள்ளது எனில், $|9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3| = 6$ என நிறுவுக.

43. a) $1 + 2i$ மற்றும் $\sqrt{3}$ ஆகியவை $x^6 - 3x^5 - 5x^4 + 22x^3 - 39x^2 - 39x + 135$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் இரு பூச்சியமாக்கிகள் எனில் அனைத்து பூச்சியமாக்கிகளையும் கண்டறிக.

(அல்லது)

b) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு $\frac{1}{3}$ எனில், சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.

44. a) ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும் போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4 மீ - ஐ எட்டும் போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத் தூரம் 6 மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12 மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில், புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் காண்க.

(அல்லது)

b) $x - y + 4 = 0$ என்ற நேர்க்கோடு $x^2 + 3y^2 = 12$ என்ற நீள்வட்டத்தின் தொடுகோடு என நிறுவுக. மேலும் தொடும் புள்ளியைக் காண்க.

45. a) வெக்டர் முறையில் $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

b) $\frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-1}, z-1=0$ மற்றும் $\frac{x-6}{2} = \frac{z-1}{3}, y-2=0$ என்ற கோடுகள் வெட்டிக்

கொள்ளும் எனக்காட்டுக. அவை வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

46. a) $(2, 2, 1), (9, 3, 6)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லக்கூடியதும் $2x + 6y + 6z = 9$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(அல்லது)

b) If $A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் பெருக்கற்பலன் AB மற்றும்

BA காண்க. இதன் மூலம் $x - y + z = 4, x - 2y - 2z = 9, 2x + y + 3z = 1$ என்ற நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பைத் தீர்க்கவும்.

47. a) நிரூபிக்க: $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \tan^{-1} \left[\frac{x+y+z-xyz}{1-xy-yz-zx} \right]$

(அல்லது)

b) d-ஐ பொது வித்தியாசமாகக் கொண்டு $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ஒரு கூட்டுத்தொடர் எனில்,

$$\tan \left[\tan^{-1} \left(\frac{d}{1+a_1a_2} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{d}{1+a_2a_3} \right) + \dots + \tan^{-1} \left(\frac{d}{1+a_{n-1}a_n} \right) \right] = \frac{a_n - a_1}{1 + a_1 a_n}$$

என

நிறுவுக.