

இரண்டாம் இடைப்பருவத் தேர்வு, 2024	பதிவேண்					
<b>XI - கணிதம்</b>						
நேரம் : 1.30 மணி			மதிப்பெண்கள் : 45			

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

10 x 1 = 10

- $A = \begin{bmatrix} a & x \\ y & a \end{bmatrix}$  மற்றும்  $xy = 1$  எனில்  $\det(AA^T)$  ன் மதிப்பு  
a)  $(a-1)^2$       b)  $(a^2+1)^2$       c)  $a^2-1$       d)  $(a^2-1)^2$
- $\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & -\alpha \end{bmatrix}$  என்ற ஒரு சதுர அணியின் வர்க்கம் வரிசை 2 உடைய ஒரு அலகு அணி எனில்  $\alpha, \beta$  மற்றும்  $\gamma$  என்பவை நிறைவு செய்யும் தொடர்பு  
a)  $1 + \alpha^2 + \beta\gamma = 0$     b)  $1 - \alpha^2 - \beta\gamma = 0$     c)  $1 - \alpha^2 + \beta\gamma = 0$     d)  $1 + \alpha^2 - \beta\gamma = 0$
- ஒரு வெக்டர்  $\overline{OP}$  ஆனது X மற்றும் Y அச்சுகளின் மிகைத் திசையில் முறையே  $60^\circ$  மற்றும்  $45^\circ$  ஐ ஏற்படுத்துகின்றது.  $\overline{OP}$  ஆனது Z-அச்சுடன் ஏற்படுத்தும் கோணம்  
a)  $45^\circ$       b)  $60^\circ$       c)  $90^\circ$       d)  $30^\circ$
- $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = 2\hat{i} + x\hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{c} = \hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$  மற்றும்  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 70$  எனில் X ன் மதிப்பு  
a) 5      b) 7      c) 26      d) 10
- $\lambda\hat{i} + 2\lambda\hat{j} + 2\lambda\hat{k}$  என்பது ஓரலகு வெக்டர் எனில்  $\lambda$  ன் மதிப்பு  
a)  $\frac{1}{3}$       b)  $\frac{1}{4}$       c)  $\frac{1}{9}$       d)  $\frac{1}{2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} =$     a)  $\log ab$     b)  $\log\left(\frac{a}{b}\right)$     c)  $\log\left(\frac{b}{a}\right)$     d)  $\frac{a}{b}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$     a) 1      b) 0      c)  $\infty$       d)  $-\infty$
- $|\vec{a}| = 13$ ,  $|\vec{b}| = 5$  மற்றும்  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 60$  எனில்  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  ன் மதிப்பு  
a) 15      b) 35      c) 45      d) 25
- $\vec{BA} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  மற்றும் B ன் நிலை வெக்டர்  $\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$  எனில் A ன் நிலை வெக்டர்  
a)  $4\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$     b)  $4\hat{i} + 5\hat{j}$     c)  $4\hat{i}$       d)  $-4\hat{j}$
- A, B என்பன சமவரிசையுள்ள இரு சமச்சீர் அணிகள் எனில், கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது உண்மையல்ல?  
a)  $A + B$  is என்பது ஒரு சமச்சீர் அணி    b)  $AB$  என்பது ஒரு சமச்சீர் அணி  
c)  $AB = (BA)^T$       d)  $A^T B = AB^T$

II. எவையேனும் 3 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 15 கட்டாய வினா)      3 x 2 = 6

- $(k, 2), (2, 4)$  மற்றும்  $(3, 2)$  என்ற உச்சிப்புள்ளிகளைக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 4 சதுர அலகுகள் எனில் K ன் மதிப்பைக் காண்க.

- விரிவுபடுத்தாமல் பின்வரும் அணிக்கோவைகளின் மதிப்பைக் காண்க :  $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 6x & 9x & 12x \end{vmatrix}$

- கீழ்க்காணும் வெக்டர்கள்  $\vec{a}, \vec{b}$  ஆகியவை செங்குத்து எனில்  $\lambda$  ன் மதிப்பைக் காண்க.

$$\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda\hat{j} + \hat{k} \quad \text{மற்றும்} \quad \vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$$

- $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 2x + 6)$  ன் மதிப்பைக் கணக்கிடுக.

- $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  மற்றும்  $\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  ஆகிய வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தை வெக்டர் பெருக்கத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

III. எவையேனும் 3 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 20 கட்டாய வினா)  $3 \times 3 = 9$

16.  $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  எனில்  $|AB| = |A| |B|$  எனச் சரிபார்க்க.

17.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & -1 \end{bmatrix}$  எனில்,  $A^2$  என்பது அலகு அணியாகும் என நிறுவுக.

18.  $2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ ,  $3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  மற்றும்  $6\hat{i} - 5\hat{j} + 7\hat{k}$  ஆகியவற்றை நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள் ஒரே கோட்டிலமையும் எனக்காட்டுக.

19.  $-\hat{i} - 2\hat{j} - 6\hat{k}$ ,  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  மற்றும்  $-\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$  ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக்காட்டுக.

20.  $f(x) = \begin{cases} ax + b & ; x > 3 \\ 3ax - 4b + 1 & ; x < 3 \end{cases}$  மற்றும்  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  கிடைக்கப்பெறுமானால் a மற்றும் b க்கு

இடையே உள்ள தொடர்பைக் காண்க.

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.  $4 \times 5 = 20$

21. a) முக்கோணத்தின் குத்துக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழியாகச் செல்லு என்பதை வெக்டர் முறையில் நிறுவுக. (அல்லது)

b) a, b, c என்பவை மிகை மற்றும் அவை ஒரு G.P.-ன் p, q மற்றும் r ஆவது உறுப்புகள்

எனில்  $\begin{vmatrix} \log a & p & 1 \\ \log b & q & 1 \\ \log c & r & 1 \end{vmatrix} = 0$  என நிறுவுக.

22. a)  $\begin{vmatrix} b+c & a & a^2 \\ c+a & b & b^2 \\ a+b & c & c^2 \end{vmatrix} = (a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$  என நிறுவுக. (காரணித்தேற்றத்தைப் பயன்படுத்துக. (அல்லது)

b)  $\begin{vmatrix} 2bc - a^2 & c^2 & b^2 \\ c^2 & 2ca - b^2 & a^2 \\ b^2 & a^2 & 2ab - c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}^2$  என நிறுவுக.

23. a) கீழ்க்காணும் வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனக்காட்டுக.:  $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ,  $-2\hat{j} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ ,  $-\hat{j} + 2\hat{k}$  (அல்லது)

b)  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  மற்றும்  $\vec{c}$  ஆகியவை  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $|\vec{c}| = 4$  மற்றும்  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  என அமைந்தால்  $4\vec{a} \cdot \vec{b} + 3\vec{b} \cdot \vec{c} + 3\vec{c} \cdot \vec{a}$  ன் மதிப்பு காண்க.

24. a) முக்கோணம் ABC ன் உச்சிப்புள்ளிகள் முறையே A, B, C ன் நிலை வெக்டர்கள் முறையே

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  எனில், முக்கோணம் ABC ன் பரப்பளவு  $\frac{1}{2} [\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}]$  என நிரூபித்து.

இதிலிருந்து A, B, C ஆகியவை ஒரே நேர்க்கோட்டிலமைய நிபந்தனையைக் காண்க.

(அல்லது)

b) ஒரு தொட்டியில் 5000 லிட்டர் நல்ல நீர் உள்ளது என்க. ஒரு லிட்டருக்கு 30 கி அளவு உப்பு கொண்ட உவர் நீர் 25 லி/நிமிடம் என்ற அளவில் தொட்டியில் செலுத்தப்படுகின்றது.

t நிமிடங்களில் இந்த உவர் நீரின் அடர்த்தி (கிராம்/லிட்டர்)  $C(t) = \frac{30t}{200+t}$  என தரப்பட்டுள்ளது. t -  $\infty$  எனில் அடர்த்தி எவ்வாறு மாறும்?