

Ts12M

தென்காசி மாவட்டம்

இரண்டாம் இடைப்பருவ பொதுத் தேர்வு - 2024



வகுப்பு 12

கால அளவு: 1.30 மணிநேரம்

கணிதம்

மதிப்பெண்கள்: 45

பகுதி - I

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

10×1=10

- 1) ஒரு கல்லானது செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது t நேரத்தில் அது அடைந்த உயரம் $x = 80t - 16t^2$. கல் அதிகபட்ச உயரத்தை t வினாடி நேரத்தில் அடைந்தால் t ஆனது.
 - a) 2
 - b) 2.5
 - c) 3
 - d) 3.5
- 2) $y = (x-1)^3$ என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்றப் புள்ளி
 - a) (0, 0)
 - b) (0, 1)
 - c) (1, 0)
 - d) (1, 1)
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right)$ ன் மதிப்பு
 - a) 0
 - b) 1
 - c) 2
 - d) ∞
- 4) ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 1% அதிகரிக்கும் போது அதன் கன அளவில் ஏற்படும் மாற்றம்
 - a) $0.3x \, dx$ மீ³
 - b) $0.03x^2$ மீ³
 - c) $0.03x^2$ மீ³
 - d) $10.03x^3$ மீ³
- 5) $u(x, y) = e^{x^2+y^2}$, எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ ன் மதிப்பு
 - a) $e^{x^2+y^2}$
 - b) $2xu$
 - c) x^2u
 - d) y^2u
- 6) $f(x, y, z) = xy + yz + zx$ எனில் $f_x - f_z$ ன் மதிப்பு
 - a) $z - x$
 - b) $y - z$
 - c) $x - z$
 - d) $y - x$
- 7) $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் அதன் செவ்வகத்திற்கு இடைப்பட்ட பரப்பானது
 - a) $\frac{2}{3}$
 - b) $\frac{4}{3}$
 - c) $\frac{8}{3}$
 - d) $\frac{5}{3}$
- 8) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^3 3x \, dx$ ன் மதிப்பு
 - a) $\frac{2}{3}$
 - b) $\frac{2}{9}$
 - c) $\frac{1}{9}$
 - d) $\frac{1}{3}$
- 9) $\int_0^a (\sqrt{a^2 - x^2})^2 \, dx$ ன் மதிப்பு
 - a) $\frac{\pi a^3}{16}$
 - b) $\frac{3\pi a^4}{16}$
 - c) $\frac{3\pi a^2}{8}$
 - d) $\frac{3\pi a^4}{8}$
- 10) ஆதியில் $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
 - a) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$
 - b) $\tan^{-1} \frac{4}{3}$
 - c) $\frac{\pi}{2}$
 - d) $\frac{\pi}{4}$

பகுதி - II

II. எவையேனும் நான்கு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

4×2=8

வினா எண் 15க்கு கட்டாயம் விடையளிக்கவும்.

- 11) $f(x) \tan x$, $x \in (0, \pi)$ என்ற சார்புக்கு ரோலியன் தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது என்பதை நிறுவுக
- 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3}{x^2 - 5x + 3} = ?$
- 13) மதிப்பிடுக $\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3-x} + \sqrt{x}} \, dx$

Ts12M

2

- 14) $f(x) = x^2 + 3x$, $x = 3$ மற்றும் $dx = 0.02$ எனில் df காண்க.
 15) $V(x, y, z) = xy + yz + zx$, $x, y, z \in \mathbb{R}$ எனில் வகையீடு dV ஐக் காண்க.

பகுதி - III

III. எவையேனும் 4 வினாக்களுக்கு விடையளி. (கட்டாய வினா எண்: 20) $4 \times 3 = 12$

- 16) ஓர் எண்ணின் n ஆம் படி மூலம் கணக்கிடப்படும் போது ஏற்படும் சதவீதப் பிழை தோராயமாக அந்த எண்ணின் சதவீதம் பிழையின் $\frac{1}{n}$ மடங்கு ஆகும் எனக் காட்டுக.
- 17) $u(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x+y}}$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$ என நிறுவுக
- 18) இரண்டு மிகை எண்ணின் பெருக்குத் தொகை 20 மேலும் கூடுதல் சிறுமம் எனில் அந்த எண்ணினை காண்க.
- 19) $f(x) = x^2 - 4x + 4$ என்ற சார்பிற்கு ஓரியல்பு $f(x)$ இடைவெளிகளைக் கணக்கிட்டு அதிலிருந்து இடம் சார்ந்த அறுதி மதிப்புகளை காண்க.
- 20) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்திற்குள் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை y அச்சை பொருத்து சுழற்றினால் உருவாகும் திடப்பொருள் கனஅளவு காண்க.

பகுதி - IV

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி. $3 \times 5 = 15$

- 21) கொணரிப்பட்டையிலிருந்து நிமிடத்திற்கு 30 கனமீட்டர் வீதத்தில் கொட்டப்படும் உப்பு வட்ட வடிவ அடிமானம் கொண்ட கூம்பு வடிவம் பெறுகிறது. மேலும் உயரமும் அடிமானத்தின் விட்டமும் சமமாக உள்ளது. 10 மீட்டர் உயரம் எனும்போது கூம்பின் உயரம் எவ்வகத்தில் அதிகரிக்கும்?

(அல்லது)

$$\text{மதிப்பிடுக } \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+a^x} dx$$

- 22) P என்பது $y = (x - 2)^2 + 1$ என்ற வளைவரைக்கு ஒரு மீச்சிறு புள்ளி Q என்ற புள்ளியானது, PQ -ன் சாய்வு 2 உள்ளவாறு வரைவரையின் மேல் உள்ளது எனில் வளைவரைக்கும் நாண் PQ க்கும் இடையில் அடைபடும் பரப்பைக் காண்க.

(OR)

$$u = \sin^{-1} \left(\frac{x+y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) \text{ எனில் } x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u \text{ என நிறுவுக}$$

- 23) 10 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தினுள் அமைக்கப்படும் செவ்வகங்களும் மீப்பெரு பரப்பை உடைய செவ்வத்தின் பரிமாணங்களைக் காண்க.

(OR)

$$W(x, y, z) = xy + yz + zx, x = u - v, y = uv, z = u + v, u, v \in \mathbb{R} \text{ எனில் } \frac{\partial W}{\partial u},$$

$$\frac{\partial W}{\partial v} \text{ காண்க. மற்றும் } \left(\frac{1}{2}, 1 \right) \text{ இல் அவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.}$$

கேள்வி: I

- 1) $b = 2.5$
- 2) $c = (1, 0)$
- 3) $a = 0$
- 4) $b/c = 0.03\pi^2$
- 5) $b = 2\pi u$
- 6) $a = x - \pi$
- 7) $c = 8/3$
- 8) $b = 2/9$
- 9) கொடுக்கப்பட்டது: $\frac{2a^3}{3}$
(கேள்வியில் தவறு செய்திருக்கிறீர்கள்)
- 10) $c = \pi/2$

கேள்வி: II

- 11) $x = \pi/2$ இல் $\tan x$ அதிகமாகிறது என்பதை உறுதிப்படுத்துக.
[0, π] இல் $\tan x$ இன் திணிவு.
- 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3}{x^2 - 5x + 3} = \infty$
பெரிய x மதிப்புகளுக்கு
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{2x - 5}$
 $= \frac{2}{1} (I.d.f)$

$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{2} = 2$

13) $I = \int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{5-x} + \sqrt{x}} dx$
 $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$
 $2I = \int_0^3 \frac{3}{2} dx = 3$
 $I = 3/2$

14) $df = (2x + 3) dx$
 $df = 9(0.02)$
 $df = 0.18$

15) $\frac{dv}{dx} = y + z$ $\frac{dv}{dy} = x + z$
 $\frac{dv}{dz} = x + y$
 $dv = (y+z)dx + (x+z)dy + (x+y)dz$

கேள்வி: III

16) $y = x^{1/n}$ எனில்
 $\log y = \frac{1}{n} \log x$
பெரிய x மதிப்புகளுக்கு
 $\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{x}$
 $\frac{dy}{y} = \frac{1}{n} \left(\frac{dx}{x} \right)$
சமன்பாடு $\frac{1}{n} \left(\frac{dx}{x} \times 100 \right)$

17) $u(x, y) = x^{3/2} u(x, y)$
பெரிய x மதிப்புகளுக்கு
 $x \frac{du}{dx} + y \frac{du}{dy} = \frac{3}{2} u$

18) $xy = 20$, $S = x + y$ எனில்
 $S = x + \frac{20}{x} \Rightarrow S' = 1 - \frac{20}{x^2}$
 $S' = 0 \Rightarrow x = 2\sqrt{5}$
 $S''(2/\sqrt{5}) > 0$ என்பதால்
 $x = y = 2\sqrt{5}$

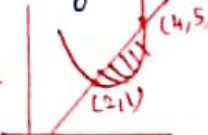
19) $f' = 2(x-2)$
 $f' = 0 \Rightarrow x = 2$
 $(-\infty, 2)$ இல் f சீராகிறது ↓
 $(2, \infty)$ இல் f சீராகிறது ↑
சீராகிறது என்பதால் $f(2)$
 $= 0$

20) $V = \pi \int_{-b}^b x^2 dy$
 $= \frac{2\pi a^2}{b^2} \int_0^a (b^2 - y^2) dy$
 $= \frac{2\pi a^2}{b^2} \left(\frac{2b^3}{3} \right) = \frac{4\pi a^2 b}{3}$

கேள்வி: IV

21) $h = 2r$, $\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $V = \frac{1}{12} \pi h^3$
 $\frac{dV}{dt} = \frac{1}{4} \cdot \pi h^2 \frac{dh}{dt}$
 $\frac{dh}{dt} = \frac{6}{5\pi} \text{ (15/5π cm)} \text{ (DR)}$

22) $I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1 + a^2} dx$
 $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$
 $2I = \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x dx = 2 \int_0^{\pi} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx$
 $I = \pi/2$



23) $\frac{dy}{dx} = 2(x-2)$
 $y' = 0 \Rightarrow x = 2$
 $x = 2$ இல் $y'' = 2 > 0$ என்பதால் $(2, 1)$ என்பது குறைந்தபட்சம்.
பெரிய x மதிப்புகளுக்கு $y > 2x - 3$
பெரிய x மதிப்புகளுக்கு $(2, 1)$ (4, 5)

$V \text{ சூழ்வு} = \int_2^4 (2x-3) - ((x+2)^2) dx$
 $= \int_2^4 2x - 4 - (x+2)^2 dx$
கொடுக்கப்பட்டது $= 4/3$ (DR)

$u(x, y) = x^{3/2} u(x, y)$
 $x \frac{du}{dx}$

S. JOHNI E
PAHSS, AVUDAYANODUR

22) $u = \sin^{-1} \left(\frac{x+y}{\sqrt{x+y}} \right) =$
 $f(x,y) = \frac{x+y}{\sqrt{x+y}}, f(x,y) = x^{1/2} f(u,y)$
 $x \frac{df}{dx} + y \frac{df}{dy} = \frac{1}{2} f$
 $x \frac{d(\sin u)}{dx} + y \frac{d(\sin u)}{dy} = \frac{1}{2} \sin u$
 $x \frac{du}{dx} + y \frac{du}{dy} = \frac{1}{2} \tan u$

23) $P(10 \cos \theta, 10 \sin \theta)$
 Using $A = 200 \sin 2\theta$
 $A' = 400 \cos 2\theta$
 $A' = 0 \text{ at } \theta = \pi/4$
 $A''(\pi/4) = -800 < 0$

$P_{max} = 10\sqrt{2} \text{ cm}, P_{min} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$

diag

$\frac{dw}{dx} = y+z, \frac{dw}{dy} = x+z, \frac{dw}{dz} = y+x$
 $\frac{dx}{du} = 1, \frac{dx}{dv} = -1, \frac{dy}{du} = v, \frac{dy}{dv} = u$
 $\frac{dz}{du} = 1, \frac{dz}{dv} = 1$

$\frac{dw}{du} = (y+z)1 + (x+z)v + (y+x)1$
 $= 2u(2v+1) \left(\frac{dw}{du} \right)_{\frac{1}{2},1} = 3$

$\frac{dw}{dv} = (y+z)(-1) + (x+z)u + (y+x)1$
 $= 2(u^2 - v) \left(\frac{dw}{dv} \right)_{\frac{1}{2},1} = -3/2$