



தமிழ்நாடு பள்ளிக் கல்வித் துறை
திருப்பத்தூர் மாவட்டம்

மேல்நிலை இரண்டாம் ஆண்டு
குறைந்தபட்ச கற்றல் கையேடு

கணிதவியல்

2024-2025

வழிகாட்டல்

முதன்மைக் கல்வி அலுவலர்,

திருப்பத்தூர்

ஆசிரியர் குழு

<p>1. திரு. V. அருண் குமார் முதுகலை ஆசிரியர் கணிதம் அரசு மேல் நிலைப்பள்ளி வடச்சேரி.</p>	<p>2. திரு. G. அன்பழகன் முதுகலை ஆசிரியர் கணிதம் அரசு பெண்கள் மேல் நிலைப்பள்ளி ஆலாங்காயம்.</p>
<p>3. திருமதி. S. இந்திரா முதுகலை ஆசிரியர் கணிதம் அரசு மேல் நிலைப்பள்ளி வக்கணம்பட்டி.</p>	<p>4. திருமதி. J. ராதிகா முதுகலை ஆசிரியர் கணிதம் அரசு பெண்கள் மேல் நிலைப்பள்ளி ஜோலார்பேட்டை.</p>
<p>5. திரு. S. மார்த்தி முதுகலை ஆசிரியர் கணிதம் அரசு மேல் நிலைப்பள்ளி வள்ளிப்பட்டு .</p>	<p>6. திரு. S. பாஸ்கரன் முதுகலை ஆசிரியர் கணிதம் அரசு மாதிரி மேல் நிலைப்பள்ளி திருப்பத்தூர்.</p>
<p>7. திரு. N. சுரேஷ்குமார் முதுகலை ஆசிரியர் கணிதம் அரசு மேல் நிலைப்பள்ளி கேத்தாண்டப்பட்டி.</p>	<p>8. திரு. K. விஷ்ணுகுமார் முதுகலை ஆசிரியர் கணிதம் அரசு ஆண்கள் மேல் நிலைப்பள்ளி நாட்டறம்பள்ளி.</p>

+2 கணித பாடத்தில் மெல்ல கற்கும் மாணவர்கள் எனிய முறையில் தேர்ச்சிபெற சிறப்பு பயிற்சி கையேடு

மாணவர்களின் கவனத்திற்கு

- ❖ மாணவர்கள் கணிதத்தில் 100 சதவீதம் தேர்ச்சி பெறும் வகையில் இச்சிறப்பு பயிற்சி கையேடு தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.
- ❖ இப்பயிற்சி கையேட்டில் உள்ள 5 மதிப்பெண் வினாக்களுக்கான விடைகளை நன்றாக பயிற்சி மேற்கொண்டால் 35/35 மதிப்பெண்கள் எளிதாக பொதுத்தேர்வில் பெறலாம்.
- ❖ பாடப் புத்தகத்தில் ஒவ்வொரு அத்தியாத்திலும் இறுதி பயிற்சியில் உள்ள ஒரு மதிப்பெண் வினாக்கள் மொத்தம் 250க்கும் தீவிர பயிற்சி மேற்கொண்டால் 10 முதல் 15 வரை மதிப்பெண்கள் கண்டிப்பாக பெற்று விடலாம்.
- ❖ தேவையான இடங்களில் படங்கள் வரைய வேண்டும், படத்திற்கு மதிப்பெண்கள் உண்டு.
- ❖ ஒவ்வொரு விடைக்கும் தீர்வு காண உதவும் சூத்திரத்தை அவசியம் எழுத வேண்டும்.
- ❖ தேர்வு நெருங்கும்போது அவசர அவசரமாக கணக்குகளை மனப்பாடம் செய்வதை தவிர்த்து ஆரம்பம் முதலே புரிந்து கணக்குகளை செய்து பார்த்தல் வேண்டும்.
- ❖ மாணவர்களுக்கு எளிமையாகப் புரியும் வகையில் முக்கிய வினாக்களுக்கு, விடைகள் மிகவும் எளிய முறையில் விளக்கப்பட்டுள்ளது.
- ❖ தேர்வில், வினாவினை பலமுறை படித்து, கேள்வியைப் புரிந்து, விடையைக் கண்டறிந்த பின்பு விடையளிக்க வேண்டும். முழுமையான விடை தெரியவில்லை என்றாலும், அந்த வினாவிற்கு விடையை உங்களுக்கு தெரிந்த அளவிற்கு பதில் அளித்தால் நிறைய மதிப்பெண்களைப் (Step Mark) பெறலாம்.
- ❖ மாணவர்கள் எந்தக் கேள்வியையும் விட்டுவிடாமல் கண்டிப்பாக அனைத்து கேள்விகளுக்கும் உங்களுக்கு தெரிந்த அளவில் விடையளிக்க வேண்டும்.
- ❖ தன்னம்பிக்கையோடு கணிதத் தேர்வினை எதிர்கொள்ள வேண்டும்.
- ❖ எனவே நம்பிக்கையோடு தேர்வு எழுதுங்கள் 100 சதவீத தேர்ச்சி பெற்று மாவட்டத்திற்கும் மற்றும் மாநிலத்திற்கும் பெறுமை சேர்த்திட வாழ்த்துக்கள்.

முயற்சி + பயிற்சி = வெற்றி

சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்ந்தெடுக்கவும்
அத்தியாயம் 1 - அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின்
பயன்பாடுகள்

- 1) $|\text{adj}(\text{adj } A)| = |A|^9$ எனில், சதுர அணி A -யின் வரிசையானது
(1) 3 (2) 4 (3) 2 (4) 5
- 2) A என்ற 3×3 பூச்சியமற்றக் கோவை அணிக்கு $AA^T = A^T A$ மற்றும் $B = A^{-1}A^T$ என்றவாறு இருப்பின், $BB^T =$
(1) A (2) B (3) I_3 (4) B^T
- 3) $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \text{adj } A$ மற்றும் $C = 3A$ எனில், $\frac{|\text{adj } B|}{|C|} =$
(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{9}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) 1
- 4) $A \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ எனில், $A =$
(1) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
- 5) $A = \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ எனில், $9I_2 - A =$
(1) A^{-1} (2) $\frac{A^{-1}}{2}$ (3) $3A^{-1}$ (4) $2A^{-1}$
- 6) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ எனில், $|\text{adj}(AB)| =$
(1) -40 (2) -80 (3) -60 (4) -20
- 7) $P = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ என்பது 3×3 வரிசையுடைய அணி A -ன் சேர்ப்பு அணி மற்றும் $|A| = 4$ எனில், x அனது
(1) 15 (2) 12 (3) 14 (4) 11
- 8) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ எனில், $a_{23} -$ ன்
மதிப்பானது
(1) 0 (2) -2 (3) -3 (4) -1
- 9) A, B மற்றும் C என்பன நேர்மாறு காணத்தக்கவாறு ஏதேனுமொரு வரிசையில் இருப்பின் பின்வருவனவற்றில் எது உண்மையல்ல?

- (1) $\text{adj } A = |A|A^{-1}$ (2) $\text{adj}(AB) = (\text{adj } A)(\text{adj } B)$
- (3) $\det A^{-1} = (\det A)^{-1}$ (4) $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$

- 10) $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 12 & -17 \\ -19 & 27 \end{bmatrix}$ மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ எனில், $B^{-1} =$
(1) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$
- 11) $A^T A^{-1}$ ஆனது சமச்சீர் எனில், $A^2 =$
(1) A^{-1} (2) $(A^T)^2$ (3) A^T (4) $(A^{-1})^2$
- 12) A என்பது பூச்சியமற்றக் கோவை அணி மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ எனில், $(A^T)^{-1} =$
(1) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$
- 13) $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 5 \\ x & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix}$ மற்றும் $A^T = A^{-1}$ எனில், x -ன் மதிப்பு
(1) $-\frac{4}{5}$ (2) $-\frac{3}{5}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{4}{5}$
- 14) $A = \begin{bmatrix} 1 & \tan \frac{\theta}{2} \\ -\tan \frac{\theta}{2} & 1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $AB = I_2$ எனில், $B =$
(1) $(\cos^2 \frac{\theta}{2})A$ (2) $(\cos^2 \frac{\theta}{2})A^T$ (3) $(\cos^2 \theta)I$ (4) $(\sin^2 \frac{\theta}{2})A$
- 15) $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ மற்றும் $A(\text{adj } A) = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$ எனில், $k =$
(1) 0 (2) $\sin \theta$ (3) $\cos \theta$ (4) 1
- 16) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\lambda A^{-1} = A$ எனில், λ -ன் மதிப்பு
(1) 17 (2) 14 (3) 19 (4) 21
- 17) $\text{adj } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\text{adj } B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ எனில், $\text{adj}(AB)$ ஆனது
(1) $\begin{bmatrix} -7 & -1 \\ 7 & -9 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -2 & -10 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -7 & 7 \\ -1 & -9 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} -6 & -2 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}$

$$18) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{bmatrix} \text{-ன் அணித்தரம்}$$

- (1) 1 (2) 2 (3) 4 (4) 3

$$19) x^a y^b = e^m, x^c y^d = e^n, \Delta_1 = \begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a & m \\ c & n \end{vmatrix}, \Delta_3 = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \text{ எனில், } x \text{ மற்றும் } y \text{-ன் மதிப்புகள் முறையே,}$$

- (1) $e^{(\Delta_2/\Delta_1)}, e^{(\Delta_3/\Delta_1)}$ (2) $\log(\Delta_1/\Delta_3), \log(\Delta_2/\Delta_3)$
 (3) $\log(\Delta_2/\Delta_1), \log(\Delta_3/\Delta_1)$ (4) $e^{(\Delta_1/\Delta_3)}, e^{(\Delta_2/\Delta_3)}$

20) பின்வருபனவற்றுள் எவை/எவைகள் உண்மையானவை?

- (i) ஒரு சமச்சீர் அணியின் சேர்ப்பு அணி சமச்சீராக இருக்கும்.
 (ii) ஒரு மூலைவிட்ட அணியின் சேர்ப்பு அணி மூலை விட்ட அணியாக இருக்கும்.
 (iii) A என்பது n வரிசையுடைய ஒரு சதுர அணி மற்றும் λ என்பது ஒரு திசையிலி எனில் $\text{adj}(\lambda A) = \lambda^n \text{adj}(A)$.
 (iv) $A(\text{adj } A) = (\text{adj } A)A = |A|I$
 (1) (i) மட்டும் (2) (ii) மற்றும் (iii)
 (3) (iii) மற்றும் (iv) (4) (i), (ii) மற்றும் (iv)

21) $\rho(A) = \rho([A | B])$ எனில், $AX = B$ என்ற நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது

- (1) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும்.
 (2) ஒருங்கமைவுடையது.
 (3) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்.
 (4) ஒருங்கமைவற்றது.

22) $0 \leq \theta \leq \pi$ மற்றும் $x + (\sin \theta)y - (\cos \theta)z = 0$, $(\cos \theta)x - y + z = 0$, $(\sin \theta)x + y - z = 0$ மற்றும் தொகுப்பானது வெளிப்படையற்றத் தீர்வு பெற்றிருப்பின், θ -ன் மதிப்பு

- (1) $\frac{2\pi}{3}$ (2) $\frac{3\pi}{4}$ (3) $\frac{5\pi}{6}$ (4) $\frac{\pi}{4}$

23) ஒரு நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பின் விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியானது $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & \lambda - 7 & \mu + 5 \end{bmatrix}$ மற்றும் தொகுப்பானது எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும் எனில்,

- (1) $\lambda = 7, \mu \neq -5$ (2) $\lambda = -7, \mu = 5$
 (3) $\lambda \neq 7, \mu \neq -5$ (4) $\lambda = 7, \mu = -5$

$$24) A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ மற்றும் } 4B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & x \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ என்க. } A \text{-ன் நேர்மாறு } B \text{ எனில், } x \text{-ன் மதிப்பு}$$

- (1) 2 (2) 4 (3) 3 (4) 1

$$25) A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ எனில் } \text{adj}(\text{adj } A) \text{-ன் மதிப்பு}$$

- (1) $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 6 & -6 & 8 \\ 4 & -6 & 8 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} -3 & 3 & -4 \\ -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

அத்தியாயம் 2 - கலப்பு எண்கள்

1) $i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3}$ -ன் மதிப்பு

- (1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) i

2) $\sum_{i=1}^{13} (i^n + i^{n-1})$ -ன் மதிப்பு

- (1) $1+i$ (2) i (3) 1 (4) 0

3) z, iz , மற்றும் $z + iz$ என்ற கலப்பெண்கள் ஆர்கண்ட் தளத்தில் உருவாக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

- (1) $\frac{1}{2}|z|^2$ (2) $|z|^2$ (3) $\frac{3}{2}|z|^2$ (4) $2|z|^2$

4) ஒரு கலப்பெண்ணின் இணை கலப்பெண் $\frac{1}{i-2}$ எனில், அந்த கலப்பெண்

- (1) $\frac{1}{i+2}$ (2) $\frac{-1}{i+2}$ (3) $\frac{-1}{i-2}$ (4) $\frac{1}{i-2}$

5) $z = \frac{(\sqrt{3}+i)^3(3i+4)^2}{(8+6i)^2}$ எனில், $|z|$ -ன் மதிப்பு

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3

6) z எனும் பூஜ்ஜியமற்ற கலப்பெண்ணிற்கு $2iz^2 = \bar{z}$ எனில், $|z|$ -ன் மதிப்பு

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) 1 (3) 2 (4) 3

7) $|z - 2 + i| \leq 2$ எனில், $|z|$ -ன் மீப்பெரு மதிப்பு

- (1) $\sqrt{3} - 2$ (2) $\sqrt{3} + 2$ (3) $\sqrt{5} - 2$ (4) $\sqrt{5} + 2$

- 8) $|z - \frac{3}{z}| = 2$ எனில், $|z|$ -ன் மீச்சிறு மதிப்பு
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 5
- 9) $|z| = 1$ எனில், $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ -ன் மதிப்பு
 (1) z (2) \bar{z} (3) $\frac{1}{z}$ (4) 1
- 10) $|z| - z = 1 + 2i$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு
 (1) $\frac{3}{2} - 2i$ (2) $-\frac{3}{2} + 2i$ (3) $2 - \frac{3}{2}i$ (4) $2 + \frac{3}{2}i$
- 11) $|z_1| = 1, |z_2| = 2, |z_3| = 3$, மற்றும் $|9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3| = 12$ எனில்,
 $|z_1 + z_2 + z_3|$ -ன் மதிப்பு
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4
- 12) z என்ற கலப்பெண்ணானது $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ ஆகவும் $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{R}$ எனவும் இருந்தால்,
 $|z|$ -ன் மதிப்பு
 (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3
- 13) z_1, z_2 மற்றும் z_3 என்ற கலப்பெண்கள் $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ எனவும்
 $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ ஆகவும் இருந்தால், $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$ -ன் மதிப்பு
 (1) 3 (2) 2 (3) 1 (4) 0
- 14) $\frac{z-1}{z+1}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனில், $|z|$ -ன் மதிப்பு
 (1) $\frac{1}{2}$ (2) 1 (3) 2 (4) 3
- 15) $z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $|z + 2| = |z - 2|$ எனில், z -ன் நியமபாதை
 (1) மெய் அச்ச (2) கற்பனை அச்ச (3) நீள்வட்டம் (4) வட்டம்
- 16) $\frac{3}{-1+i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு
 (1) $\frac{-5\pi}{6}$ (2) $\frac{-2\pi}{3}$ (3) $\frac{-3\pi}{4}$ (4) $\frac{-\pi}{2}$
- 17) $(\sin 40^\circ + i \cos 40^\circ)^5$ -ன் முதன்மை வீச்சு
 (1) -110° (2) -70° (3) 70° (4) 110°
- 18) $(1+i)(1+2i)(1+3i) \cdots (1+ni) = x + iy$ எனில், $2.5.10 \cdots (1+n^2)$ -ன்
 மதிப்பு
 (1) 1 (2) i (3) $x^2 + y^2$ (4) $1 + n^2$
- 19) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் மற்றும் $(1 + \omega)^7 = A + B\omega$ எனில்,
 (A, B) என்பது
 (1) (1,0) (2) (-1,1) (3) (0,1) (4) (1,1)

- 20) $\frac{(1+i\sqrt{3})^2}{4i(1-i\sqrt{3})}$ என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு
 (1) $\frac{2\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{6}$ (3) $\frac{5\pi}{6}$ (4) $\frac{\pi}{2}$
- 21) $x^2 + x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், $\alpha^{2020} + \beta^{2020}$ -ன் மதிப்பு
 (1) -2 (2) -1 (3) 1 (4) 2
- 22) $(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})^{\frac{3}{4}}$ -ன் எல்லா நான்கு மதிப்புகளின் பெருக்குத் தொகை
 (1) -2 (2) -1 (3) 1 (4) 2
- 23) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் மற்றும் $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\omega^2 - 1 & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega^7 \end{vmatrix} = 3k$ எனில்,
 k -ன் மதிப்பு
 (1) 1 (2) -1 (3) $\sqrt{3}i$ (4) $-\sqrt{3}i$
- 24) $(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i})^{10}$ -ன் மதிப்பு
 (1) $cis \frac{2\pi}{3}$ (2) $cis \frac{4\pi}{3}$ (3) $-cis \frac{2\pi}{3}$ (4) $-cis \frac{4\pi}{3}$
- 25) $\omega = cis \frac{2\pi}{3}$ எனில் $\begin{vmatrix} z+1 & \omega & \omega^2 \\ \omega^2 & z+\omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & z+\omega \end{vmatrix} = 0$ என்ற சமன்பாட்டின்
 வெவ்வேறான மூலங்களின் எண்ணிக்கை
 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

அத்தியாயம் 3 - சமன்பாட்டியல்

- 1) $x^3 + 64$ -ன் ஒரு பூச்சியமாக்கி
 (1) 0 (2) 4 (3) $4i$ (4) -4
- 2) f மற்றும் g என்பன முறையே m மற்றும் n படியுள்ள பல்லுறுப்புக்கோவைகள்
 மற்றும் $h(x) = (f \circ g)(x)$ எனில், h -ன் படியானது
 (1) mn (2) $m + n$ (3) m^n (4) n^m
- 3) x -ல் n படியுள்ள ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடு பெற்றுள்ள மூலங்கள்
 (1) n வெவ்வேறு மூலங்கள் (2) n மெய்யெண் மூலங்கள்
 (3) n கலப்பெண் மூலங்கள் (4) அதிகபட்சம் ஒரு மூலம்

- 4) $x^3 + px^2 + qx + r$ -க்கு α, β மற்றும் γ என்பவை பூச்சியமாக்கிகள் எனில், $\sum \frac{1}{\alpha}$ -ன் மதிப்பு
 (1) $-\frac{q}{r}$ (2) $-\frac{p}{r}$ (3) $\frac{q}{r}$ (4) $-\frac{q}{p}$
- 5) விகிதமுறு மூலத் தேற்றத்தின்படி பின்வருவனவற்றுள் எந்த எண் $4x^7 + 2x^4 - 10^3 - 5$ என்பதற்கு சாத்தியமற்ற விகிதமுறு பூச்சியமாகும்?
 (1) -1 (2) $\frac{5}{4}$ (3) $\frac{4}{5}$ (4) 5
- 6) $x^3 - kx^2 + 9x$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை
 (1) $|k| \leq 6$ (2) $k = 0$ (3) $|k| > 6$ (4) $|k| \geq 6$
- 7) $[0, 2\pi]$ -ல் $\sin^4 x - 2\sin^2 x + 1$ -ஐ நிறைவு செய்யும் மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கை
 (1) 2 (2) 4 (3) 1 (4) ∞
- 8) $x^3 + 12x^2 + 10ax + 1999$ -க்கு நிச்சயமாக ஒரு மிகையெண் பூச்சியமாக்கி இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை
 (1) $a \geq 0$ (2) $a > 0$ (3) $a < 0$ (4) $a \leq 0$
- 9) $x^3 + 2x + 3$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு
 (1) ஒரு குறை மற்றும் இரு மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்.
 (2) ஒரு மிகை மற்றும் இரு மெய்யற்ற கலப்பெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்.
 (3) மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்.
 (4) பூச்சியமாக்கிகள் இல்லை.
- 10) $\sum_{r=0}^n n_c r (-1)^r x^r$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவையின் மிகையெண் பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை
 (1) 0 (2) n (3) $< n$ (4) r

அத்தியாயம் 4 - நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகள்

- 1) $\sin^{-1}(\cos x), 0 \leq x \leq \pi$ -ன் மதிப்பு
 (1) $\pi - x$ (2) $x - \frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{2} - x$ (4) $x - \pi$
- 2) $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{2\pi}{3}$, எனில் $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y$ என்பதன் மதிப்பு

- (1) $\frac{2\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{3}$ (3) $\frac{\pi}{6}$ (4) π
- 3) $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \cos^{-1} \frac{12}{13} + \sec^{-1} \frac{5}{3} - \operatorname{cosec}^{-1} \frac{13}{12}$ என்பதன் மதிப்பு
 (1) 2π (2) π (3) 0 (4) $\tan^{-1} \frac{12}{65}$
- 4) $\sin^{-1} x = 2\sin^{-1} \alpha$ -க்கு ஒரு தீர்வு இருந்தால், பின்னர்
 (1) $|\alpha| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $|\alpha| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ (3) $|\alpha| < \frac{1}{\sqrt{2}}$ (4) $|\alpha| > \frac{1}{\sqrt{2}}$
- 5) பின்வருவனவற்றில் எம்மதிப்புகளுக்கு $\sin^{-1}(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$ க்கு மெய்யாகும்
 (1) $-\pi \leq x \leq 0$ (2) $0 \leq x \leq \pi$ (3) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ (4) $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$
- 6) $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \frac{3\pi}{2}$ எனில், $x^{2017} + y^{2018} + z^{2019} - \frac{9}{x^{101} + y^{101} + z^{101}}$ -ன் மதிப்பு
 (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3
- 7) சில $x \in R$ -க்கு $\cot^{-1} x = \frac{2\pi}{5}$ எனில், $\tan^{-1} x$ -ன் மதிப்பு
 (1) $-\frac{\pi}{10}$ (2) $\frac{\pi}{5}$ (3) $\frac{\pi}{10}$ (4) $-\frac{\pi}{5}$
- 8) $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x-1}$ என வரையறுக்கப்படும் சார்பின் சார்பகம்
 (1) $[1, 2]$ (2) $[-1, 1]$ (3) $[0, 1]$ (4) $[-1, 0]$
- 9) $x = \frac{1}{5}$ எனில், $\cos(\cos^{-1} x + 2\sin^{-1} x)$ -ன் மதிப்பு
 (1) $-\sqrt{\frac{24}{25}}$ (2) $\sqrt{\frac{24}{25}}$ (3) $\frac{1}{5}$ (4) $-\frac{1}{5}$
- 10) $\tan^{-1} \left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1} \left(\frac{2}{9}\right)$ என்பதின் சமம்
 (1) $\frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{3}{5}\right)$ (2) $\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{3}{5}\right)$ (3) $\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{3}{5}\right)$ (4) $\tan^{-1} \left(\frac{1}{2}\right)$
- 11) சார்பு $f(x) = \sin^{-1}(x^2 - 3)$ எனில், x இருக்கும் இடைவெளி
 (1) $[-1, 1]$ (2) $[\sqrt{2}, 2]$ (3) $[-2, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, 2]$ (4) $[-2, -\sqrt{2}]$
- 12) $\cot^{-1} 2$ மற்றும் $\cot^{-1} 3$ ஆகியன ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்கள் எனில், மூன்றாவது கோணமானது
 (1) $\frac{\pi}{4}$ (2) $\frac{3\pi}{4}$ (3) $\frac{\pi}{6}$ (4) $\frac{\pi}{3}$

13) $\sin^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{4}\right) - \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{3}{x}}\right) = \frac{\pi}{6}$ - ல் x என்பதை மூலமாகக் கொண்ட சமன்பாடு

- (1) $x^2 - x - 6 = 0$ (2) $x^2 - x - 12 = 0$
 (3) $x^2 + x - 12 = 0$ (4) $x^2 + x - 6 = 0$

14) $\sin^{-1}(2\cos^2 x - 1) + \cos^{-1}(1 - 2\sin^2 x) =$

- (1) $\frac{\pi}{2}$ (2) $\frac{\pi}{3}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) $\frac{\pi}{6}$

15) $\cot^{-1}(\sqrt{\sin \alpha}) + \tan^{-1}(\sqrt{\sin \alpha}) = u$ எனில், $\cos 2u$ ன் மதிப்பு

- (1) $\tan^2 \alpha$ (2) 0 (3) -1 (4) $\tan 2\alpha$

16) $|x| \leq 1$, எனில், $2\tan^{-1} x - \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$ என்பதற்கு சமம்

- (1) $\tan^{-1} x$ (2) $\sin^{-1} x$ (3) 0 (4) π

17) $\tan^{-1} x - \cot^{-1} x = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு

- (1) தீர்வு இல்லை (2) ஒரேயொரு தீர்வு
 (3) இரு தீர்வுகள் (4) எண்ணற்றத் தீர்வுகள்

18) $\sin^{-1} x + \cot^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ எனில், x -ன் மதிப்பு

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (3) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

19) $\sin^{-1} \frac{x}{5} + \operatorname{cosec}^{-1} \frac{5}{4} = \frac{\pi}{2}$ எனில், x - ன் மதிப்பு

- (1) 4 (2) 5 (3) 2 (4) 3

20) $|x| < 1$ எனில், $\sin(\tan^{-1} x)$ -ன் மதிப்பு

- (1) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (4) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

அத்தியாயம் 5 - இரு பரிமாண பகுமுறை வடிவியல் - II

1) (1,5) மற்றும் (4,1) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் y -அச்சைத் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 5x - 6y + 9 + \lambda(4x + 3y - 19) = 0$ எனில் λ -ன் மதிப்பு

- (1) $0, -\frac{40}{9}$ (2) 0 (3) $\frac{40}{9}$ (4) $-\frac{40}{9}$

2) செவ்வகல நீளம் 8 அலகுகள் மற்றும் துணையச்சின் நீளம் குவியங்களுக்கிடையே உள்ள தூரத்தில் பாதி உள்ள அதிபரவளையத்தின் மையத்தொலைத் தகவு

- (1) $\frac{4}{3}$ (2) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (3) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (4) $\frac{3}{2}$

3) வட்டம் $x^2 + y^2 = 4x + 8y + 5$ நேர்க்கோடு $3x - 4y = m$ -ஐ இரு வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றது எனில்

- (1) $15 < m < 65$ (2) $35 < m < 85$
 (3) $-85 < m < -35$ (4) $-35 < m < 15$

4) x -அச்சை (1,0) என்ற புள்ளியில் தொட்டுச் செல்வதும் (2,3) என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதுமான வட்டத்தின் விட்டம்

- (1) $\frac{6}{5}$ (2) $\frac{5}{3}$ (3) $\frac{10}{3}$ (4) $\frac{3}{5}$

5) $3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் ஆரம்

- (1) 1 (2) 3 (3) $\sqrt{10}$ (4) $\sqrt{11}$

6) $x^2 - 8x - 12 = 0$ மற்றும் $y^2 - 14y + 45 = 0$ என்ற கோடுகளால் அடைபடும் சதுரத்தின் உள்ளே வரையப்படும் மிகப்பெரிய வட்டத்தின் ஆரம்

- (1) (4,7) (2) (7,4) (3) (9,4) (4) (4,9)

7) நேர்க்கோடு $2x + 4y = 3$ -க்கு இணையாக $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ என்ற வட்டத்தின் செங்கோட்டுச் சமன்பாடு

- (1) $x + 2y = 3$ (2) $x + 2y + 3 = 0$
 (3) $2x + 4y + 3 = 0$ (4) $x - 2y + 3 = 0$

8) $P(x, y)$ என்ற புள்ளி குவியங்கள் $F_1(3,0)$ மற்றும் $F_2(-3,0)$ கொண்ட கூம்பு வளைவு $16x^2 + 25y^2 = 400$ -ன் மீதுள்ள புள்ளி எனில் $PF_1 + PF_2$ - ன் மதிப்பு

- (1) 8 (2) 6 (3) 10 (4) 12

9) $x + y = 6$ மற்றும் $x + 2y = 4$ என்ற நேர்க்கோடுகளை விட்டங்களாகக் கொண்டு (6,2) புள்ளிவழிச் செல்லும் வட்டத்தின் ஆரம்

- (1) 10 (2) $2\sqrt{5}$ (3) 6 (4) 4

10) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ மற்றும் $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ என்ற அதிபரவளையங்களின் குவியங்கள் ஒரு நாற்கரத்தின் முனைகள் எனில் அந்த நாற்கரத்தின் பரப்பு

- (1) $4(a^2 + b^2)$ (2) $2(a^2 + b^2)$ (3) $a^2 + b^2$ (4) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

11) $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்தின் செவ்வகல முனைகளில் வரையப்பட்ட செங்குத்துக் கோடுகள் $(x-3)^2 + (y+2)^2 = r^2$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடுகள் எனில் r^2 -ன் மதிப்பு

- (1) 2 (2) 3 (3) 1 (4) 4

- 12) $x + y = k$ என்ற நேர்க்கோடு பரவளையம் $y^2 = 12x$ -இன் செங்கோட்டுச் சமன்பாடாக உள்ளது எனில் k -ன் மதிப்பு
 (1) 3 (2) -1 (3) 1 (4) 9
- 13) நீள்வட்டம் $E_1: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ செவ்வகம் R -க்குள் செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் நீள்வட்டத்தின் அச்சுகளுக்கு இணையாக இருக்குமாறு அமைந்துள்ளன. அந்த செவ்வகத்தின் சுற்றுவட்டமாக அமைந்த மற்றொரு நீள்வட்டம் $E_2, (0,4)$ என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு
 (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{4}$
- 14) $2x - y = 1$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு தொடுகோடுகள் வரையப்பட்டால் தொடுப்புள்ளிகளில் ஒன்று
 (1) $(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}})$ (2) $(\frac{-9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ (3) $(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ (4) $(3\sqrt{3}, -2\sqrt{2})$
- 15) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் குவியங்கள் வழியாகவும் $(0,3)$ என்ற புள்ளியை மையமாகவும் கொண்ட நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு
 (1) $x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$ (2) $x^2 + y^2 - 6y + 7 = 0$
 (3) $x^2 + y^2 - 6y - 5 = 0$ (4) $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$
- 16) C என்ற வட்டத்தின் மையம் $(1,1)$ மற்றும் ஆரம் 1 அலகு என்க. T என்ற வட்டத்தின் மையம் $(0, y)$ ஆகவும் ஆதிப்புள்ளி வழியாகவும் உள்ளது. மேலும் C என்ற வட்டத்தை வெளிப்புறமாகத் தொட்டுச் செல்கிறது எனில் வட்டம் T -ன் ஆரம்
 (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{4}$
- 17) மையம் ஆதிப்புள்ளியாகவும் நெட்டச்சு x -அச்சாகவும் உள்ள நீள்வட்டத்தைக் கருத்தில் கொள்க. அதன் மையத்தொலைத் தகவு $\frac{3}{5}$ மற்றும் குவியங்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் 6 எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் உள்ளே நெட்டச்சு மற்றும் குற்றச்சுகளை மூலைவிட்டங்களாகக் கொண்டு வரையப்படும் நாற்கரத்தின் பரப்பு
 (1) 8 (2) 32 (3) 80 (4) 40
- 18) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தினுள் வரையப்படும் மிகப்பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு
 (1) $2ab$ (2) ab (3) \sqrt{ab} (4) $\frac{a}{b}$
- 19) நீள்வட்டத்தின் அரைக்குற்றச்சு OB, F மற்றும் F' குவியங்கள் மற்றும் BBF' ஒரு செங்கோணம் எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு காண்க.

- (1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

- 20) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = \frac{y^2}{9}$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு

- (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

- 21) P என்ற புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளுக்கிடையேயான கோணம் செங்கோணம் எனில் P -ன் நியமப்பாதை

- (1) $2x + 1 = 0$ (2) $x = -1$ (3) $2x - 1 = 0$ (4) $x = 1$

- 22) $(1,-2)$ என்ற புள்ளி வழியாகவும் $(3,0)$ என்ற புள்ளியில் x -அச்சைத் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டம் பின்வரும் புள்ளிகளில் எந்தப் புள்ளி வழியாகச் செல்லும்?

- (1) $(-5,2)$ (2) $(2,-5)$ (3) $(5,-2)$ (4) $(-2,5)$

- 23) $(-2,0)$ -இலிருந்து ஒரு நகரும் புள்ளிக்கான தூரம் அந்தப் புள்ளிக்கும் நேர்க்கோடு $x = \frac{-9}{2}$ -க்கும் இடையேயான தூரத்தைப் போல் $\frac{2}{3}$ மடங்கு உள்ளது எனில் அந்தப் புள்ளியின் நியமப்பாதை

- (1) பரவளையம் (2) அதிபரவளையம் (3) நீள்வட்டம் (4) வட்டம்

- 24) $x^2 - (a + b)x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் மதிப்புகள் m -ன் மதிப்புகளாக இருக்கும்போது $y = mx + 2\sqrt{5}$ என்ற நேர்க்கோடு $16x^2 - 9y^2 = 144$ என்ற அதிபரவளையத்தைத் தொட்டுச் செல்கின்றது எனில் $(a + b)$ -ன் மதிப்பு

- (1) 2 (2) 4 (3) 0 (4) -2

- 25) $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ என்ற வட்டத்தின் விட்டத்தின் ஒரு முனை $(11,2)$ எனில் அதன் மறுமுனை

- (1) $(-5,2)$ (2) $(2,-5)$ (3) $(5,-2)$ (4) $(-2,5)$

அத்தியாயம் 6 – வெக்டர் இயற்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

- 1) \vec{a} மற்றும் \vec{b} என்பன இணை வெக்டர்கள் எனில், $[\vec{a}, \vec{c}, \vec{b}]$ -ன் மதிப்பு
 (1) 2 (2) -1 (3) 1 (4) 0
- 2) $\vec{\beta}$ மற்றும் $\vec{\gamma}$ ஆகியவை அமைக்கும் தளத்தில் \vec{a} அமைந்துள்ளது எனில்,
 (1) $[\vec{a}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = 1$ (2) $[\vec{a}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = -1$ (3) $[\vec{a}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = 0$ (4)
 $[\vec{a}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = 2$

- 3) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ எனில், $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ -ன் மதிப்பு
 (1) $|\vec{a}||\vec{b}||\vec{c}|$ (2) $\frac{1}{3}|\vec{a}||\vec{b}||\vec{c}|$ (3) 1 (4) -1
- 4) \vec{b} -க்கு செங்குத்தாகவும் \vec{c} -க்கு இணையாகவும் உள்ள வெக்டர் \vec{d} என்றவாறுள்ள ஓரலகு வெக்டர்கள் $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ எனில், $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ -க்குச் சமமானது
 (1) \vec{a} (2) \vec{b} (3) \vec{c} (4) $\vec{0}$
- 5) $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 1$ எனில், $\frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}{(\vec{c} \times \vec{a}) \cdot \vec{b}} + \frac{\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})}{(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}} + \frac{\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})}{(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}}$ -ன் மதிப்பு
 (1) 1 (2) -1 (3) 2 (4) 3
- 6) $\hat{i} + \hat{j}, \hat{i} + 2\hat{j}, \hat{i} + \hat{j} + \pi\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு
 (1) $\frac{\pi}{2}$ (2) $\frac{\pi}{3}$ (3) π (4) $\frac{\pi}{4}$
- 7) \vec{a}, \vec{b} என்பன $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}] = \frac{\pi}{4}$ எனுமாறுள்ள ஓரலகு வெக்டர்கள் எனில், \vec{a} மற்றும் \vec{b} ஆகியவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
 (1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{4}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ (4) $\frac{\pi}{2}$
- 8) $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}, \vec{b} = \hat{i} + \hat{j}, \vec{c} = \hat{i}$ மற்றும் $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$ எனில், $\lambda + \mu$ -ன் மதிப்பு
 (1) 0 (2) 1 (3) 6 (4) 3
- 9) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 3$ எனுமாறுள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று பூச்சியமற்ற வெக்டர்கள் எனில், $\{[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}]\}^2$ -ன் மதிப்பு
 (1) 81 (2) 9 (3) 27 (4) 18
- 10) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \frac{\vec{b} + \vec{c}}{\sqrt{2}}$ எனுமாறுள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று வெக்டர்கள் எனில், \vec{a} மற்றும் \vec{b} ஆகியவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
 (1) $\frac{\pi}{2}$ (2) $\frac{3\pi}{4}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) π
- 11) $\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}$ ஆகியவற்றை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு 8 கன அலகுகள் எனில், $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c}), (\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a})$ மற்றும் $(\vec{c} \times \vec{a}) \times (\vec{a} \times \vec{b})$ ஆகியவற்றை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு
 (1) 8 கன அலகுகள் (2) 512 கன அலகுகள்
 (3) 64 கன அலகுகள் (4) 24 கன அலகுகள்
- 12) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ என்பன $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = \vec{0}$ எனுமாறுள்ள வெக்டர்கள் என்க. \vec{a}, \vec{b} என்ற ஒரு ஜோடி வெக்டர்களாலும் மற்றும் \vec{c}, \vec{d} என்ற ஒரு ஜோடி வெக்டர்களாலும் அமைக்கப்படும் தளங்கள் முறையே P_1 மற்றும் P_2 எனில், இத்தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
 (1) 0° (2) 45° (3) 60° (4) 90°
- 13) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $\vec{b} \cdot \vec{c} \neq 0$ மற்றும் $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$ எனுமாறுள்ள மூன்று வெக்டர்கள் என்க. $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ எனில், \vec{a} மற்றும் \vec{c} என்பவை
 (1) செங்குத்தானவை (2) இணையானவை
 (3) $\frac{\pi}{3}$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை (4) $\frac{\pi}{6}$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை
- 14) $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}, \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}, \vec{c} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}$ எனில், \vec{a} -க்குச் செங்குத்தானதாகவும் \vec{b} மற்றும் \vec{c} என்ற வெக்டர்கள் உருவாக்கும் தளத்தில் அமைவதுமான வெக்டர்
 (1) $-17\hat{i} + 21\hat{j} - 97\hat{k}$ (2) $17\hat{i} + 21\hat{j} - 123\hat{k}$
 (3) $-17\hat{i} - 21\hat{j} + 97\hat{k}$ (4) $-17\hat{i} - 21\hat{j} - 97\hat{k}$
- 15) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2}, z = 2$ மற்றும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3} = \frac{z+5}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
 (1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{4}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ (4) $\frac{\pi}{2}$
- 16) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{2}$ என்ற கோடு $x + 3y - az + \beta = 0$ என்ற தளத்தின் மீது இருந்தால், பின்னர் (α, β) என்பது
 (1) (-5,5) (2) (-6,7) (3) (5,-5) (4) (6,-7)
- 17) $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) + t(2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j}) + 4 = 0$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம்
 (1) 0° (2) 30° (3) 45° (4) 90°
- 18) $\vec{r} = (6\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) + t(-\hat{i} + 4\hat{k})$ என்ற கோடு $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 3$ என்ற தளத்தை சந்திக்கும் புள்ளியின் அச்சுத்தூரங்கள்
 (1) (2,1,0) (2) (7,-1,-7) (3) (1,2,-6) (4) (5,-1,1)
- 19) ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $3x - 6y + 2z + 7 = 0$ என்ற தளத்திற்கு உள்ள தொலைவு
 (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3

20) $x + 2y + 3z + 7 = 0$ மற்றும் $2x + 4y + 6z + 7 = 0$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு

- (1) $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$ (2) $\frac{7}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (4) $\frac{7}{2\sqrt{2}}$

21) ஒரு கோட்டின் திசைக்கொசைன்கள் $\frac{1}{c}, \frac{1}{c}, \frac{1}{c}$ எனில்,

- (1) $c = \pm 3$ (2) $c = \pm\sqrt{3}$ (3) $c > 0$ (4) $0 < c < 1$

22) $\vec{r} = (i - 2j - k) + t(6i - k)$ என்ற வெக்டர் சமன்பாடு குறிக்கும் நேர்க்கோட்டின் மீது உள்ள புள்ளிகள்

- (1) $(0, 6, -1)$ மற்றும் $(1, -2, -1)$ (2) $(0, 6, -1)$ மற்றும் $(-1, -4, -2)$
(3) $(1, -2, -1)$ மற்றும் $(1, 4, -2)$ (4) $(1, -2, -1)$ மற்றும் $(0, -6, 1)$

23) ஆதியிலிருந்து $(1, 1, 1)$ என்ற புள்ளிக்கு உள்ள தொலைவானது $x + y + z + k = 0$ என்ற தளத்திலிருந்து அப்புள்ளிக்கு உள்ள தொலைவில் பாதி எனில், k -ன் மதிப்புகள்

- (1) ± 3 (2) ± 6 (3) $-3, 9$ (4) $3, -9$

24) $\vec{r} \cdot (2i - \lambda j + k) = 3$ மற்றும் $\vec{r} \cdot (4i + j - \mu k) = 5$ ஆகிய தளங்கள் இணை எனில், λ மற்றும் μ -ன் மதிப்புகள்

- (1) $\frac{1}{2}, -2$ (2) $-\frac{1}{2}, 2$ (3) $-\frac{1}{2}, -2$ (4) $\frac{1}{2}, 2$

25) ஆதியிலிருந்து $2x + 3y + \lambda z = 1, \lambda > 0$ என்ற தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் $\frac{1}{5}$ எனில், λ -ன் மதிப்பு

- (1) $2\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{2}$ (3) 0 (4) 1

அத்தியாயம் 7 - வகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

1) ஒரு கோளத்தின் கன அளவு வினாடிக்கு 3π செமீ³ வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது.

ஆரம் $\frac{1}{2}$ செ.மீ ஆக இருக்கும்போது ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம்

- (1) 3 செ.மீ/வி (2) 2 செ.மீ/வி (3) 1 செ.மீ/வி (4) $\frac{1}{2}$ செ.மீ/வி

2) ஒரு பலூனானது செங்குத்தாக மேல்நோக்கி 10 மீ/வி வீதத்தில் செல்கிறது. பலூன் செலுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து 40 மீ தொலைவில் இடமிருந்து ஒருவர் இதனைப் பார்க்கிறார். பலூனின் ஏற்றக் கோணத்தில் ஏற்படும் மாறுபாட்டு வீதத்தை பலூன் தரையிலிருந்து 30 மீட்டர் உயரத்தில் இருக்கும்போது காண்க.

- (1) $\frac{3}{25}$ ரேடியன்கள்/வினாடி (2) $\frac{4}{25}$ ரேடியன்கள்/வினாடி
(3) $\frac{1}{5}$ ரேடியன்கள்/வினாடி (4) $\frac{1}{3}$ ரேடியன்கள்/வினாடி

3) t என்ற காலத்தில் கிடைமட்டமாக நகரும் துகளின் நிலை $s(t) = 3t^2 - 2t - 8$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. துகள் ஓய்வு நிலைக்கு வரும் நேரம்

- (1) $t = 0$ (2) $t = \frac{1}{3}$ (3) $t = 1$ (4) $t = 3$

4) ஒரு கல்லானது செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. t நேரத்தில் அது அடைந்த உயரம் $x = 80t - 16t^2$. கல் அதிகபட்ச உயரத்தை t வினாடி நேரத்தில் அடைந்தால் t அனது

- (1) 2 (2) 2.5 (3) 3 (4) 3.5

5) $6y = x^3 + 2$ என்ற வளைவரையின் எப்புள்ளியில் y -ஆயத்தொலைவின் மாறுபாட்டு வீதம் x -ஆயத்தொலைவின் மாறுபாட்டு வீதத்தைப் போல் 8 மடங்கு இருக்கும்.

- (1) $(4, 11)$ (2) $(4, -11)$ (3) $(-4, 11)$ (4) $(-4, -11)$

6) $f(x) = \sqrt{8 - 2x}$ என்ற வளைவரையின் எந்த x -ஆயத்தொலைவில் வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் சாய்வு -0.25 இருக்கும்?

- (1) -8 (2) -4 (3) -2 (4) 0

7) $f(x) = 2 \cos 4x$ என்ற வளைவரைக்கு $x = \frac{\pi}{2}$ -ல் செங்கோட்டின் சாய்வு

- (1) $-4\sqrt{3}$ (2) -4 (3) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ (4) $4\sqrt{3}$

8) $y^2 - xy + 9 = 0$ என்ற வளைவரையின் தொடுகோடு எப்போது நிலைகுத்தாக இருக்கும்?

- (1) $y = 0$ (2) $y = \pm\sqrt{3}$ (3) $y = \frac{1}{2}$ (4) $y = \pm 3$

9) ஆதியில் $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

- (1) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ (2) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) $\frac{\pi}{4}$

10) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right)$ -ன் மதிப்பு

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) ∞

- 11) $\sin^4 x + \cos^4 x$ என்ற சார்பு இறங்கும் இடைவெளி
 (1) $\left[\frac{5\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right]$ (2) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8}\right]$ (3) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ (4) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$
- 12) $x^3 - 3x^2, x \in [0,3]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் எண்
 (1) 1 (2) $\sqrt{2}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) 2
- 13) $\frac{1}{x}, x \in [1,9]$ என்ற சார்பிற்கு சராசரி மதிப்புத் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் எண்
 (1) 2 (2) 2.5 (3) 3 (4) 3.5
- 14) $|3 - x| + 9$ என்ற சார்பின் குறைந்த மதிப்பு
 (1) 0 (2) 3 (3) 6 (4) 9
- 15) $y = e^x \sin x, x \in [0,2\pi]$ என்ற வளைவரையின் மீப்பெரு சாய்வு எங்கு அமையும்?
 (1) $x = \frac{\pi}{4}$ (2) $x = \frac{\pi}{2}$ (3) $x = \pi$ (4) $x = \frac{3\pi}{2}$
- 16) $x^2 e^{-2x}, x > 0$ என்ற சார்பின் பெரும மதிப்பு
 (1) $\frac{1}{e}$ (2) $\frac{1}{2e}$ (3) $\frac{1}{e^2}$ (4) $\frac{4}{e^4}$
- 17) (6,0) என்ற புள்ளிக்கும் $x^2 - y^2 = 4$ என்ற வளைவரை மீதுள்ள புள்ளிக்கும் உள்ள தொலைவு குறைந்தபட்சம் எனில் அப்புள்ளி
 (1) (2,0) (2) $(\sqrt{5}, 1)$ (3) $(3, \sqrt{5})$ (4) $(\sqrt{13}, -\sqrt{3})$
- 18) இரண்டு மிகை எண்களின் கூடுதல் 200 மேலும் அவற்றின் பெருக்கல் பலனின் பெரும மதிப்பு
 (1) 100 (2) $25\sqrt{7}$ (3) 28 (4) $24\sqrt{14}$
- 19) $y = ax^4 + bx^2, ab > 0$ என்ற வளைவரை
 (1) கிடைமட்டத் தொடுகோடு பெறவில்லை
 (2) மேற்புறமாக குழிவு
 (3) கீழ்புறமாக குழிவு
 (4) வளைவு மாற்றப் புள்ளியை பெறவில்லை
- 20) $y = (x - 1)^3$ என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்றப் புள்ளி
 (1) (0,0) (2) (0,1) (3) (1,0) (4) (1,1)

அத்தியாயம் 8 - வகையீடுகள் மற்றும் பகுதி வகைக்கெழுக்கள்

- 1) ஒரு வட்ட வடிவ வார்ப்பின் ஆரம் 10 செ.மீ. ஆரத்தின் அளவில் தோராயமாக 0.02 செ.மீ பிழை உள்ளது எனில் அதன் பரப்பில் ஏற்படும் தோராய சதவீதப் பிழையைக் காண்க.
 (1) 0.2% (2) 0.4% (3) 0.04% (4) 0.08%
- 2) 31-ன் 5ஆம் படி மூல சதவீதப் பிழை தோராயமாக, 31-ன் சதவீதப் பிழையைப் போல் எத்தனை மடங்காகும்?
 (1) $\frac{1}{31}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) 5 (4) 31
- 3) $u(x, y) = e^{x^2+y^2}$, எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ -ன் மதிப்பு
 (1) $e^{x^2+y^2}$ (2) $2xu$ (3) x^2u (4) y^2u
- 4) $v(x, y) = \log(e^x + e^y)$, எனில் $\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ -ன் மதிப்பு
 (1) $e^x + e^y$ (2) $\frac{1}{e^x+e^y}$ (3) 2 (4) 1
- 5) $w(x, y) = x^y, x > 0$, எனில் $\frac{\partial w}{\partial x}$ -ன் மதிப்பு
 (1) $x^y \log x$ (2) $y \log x$ (3) yx^{y-1} (4) $x \log y$
- 6) $f(x, y) = e^{xy}$, எனில் $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ -ன் மதிப்பு
 (1) xye^{xy} (2) $(1 + xy)e^{xy}$ (3) $(1 + y)e^{xy}$ (4) $(1 + x)e^{xy}$
- 7) ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 4 செ.மீ மற்றும் அதன் பிழை 0.1 செ.மீ எனில் கன அளவு கணக்கீட்டில் ஏற்படும் பிழை
 (1) 0.4 கன செமீ (2) 0.45 கன செமீ
 (3) 2 கன செமீ (4) 4.8 கன செமீ
- 8) ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு x_0 -இலிருந்து $x_0 + dx$ ஆக மாறும்போது அதன் வளைபரப்பு $S = 6x^2$ இல் ஏற்படும் மாற்றம்
 (1) $12x_0 + dx$ (2) $12x_0 dx$ (3) $6x_0 dx$ (4) $6x_0 + dx$
- 9) ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 1% அதிகரிக்கும்போது அதன் கன அளவில் ஏற்படும் மாற்றம்
 (1) $0.3x dx$ மீ³ (2) $0.03x$ மீ³ (3) $0.03x^2$ மீ³ (4) $0.03x^3$ மீ³
- 10) $g(x, y) = 3x^2 - 5y + 2y^2, x(t) = e^t$ மற்றும் $y(t) = \cos t$, எனில் $\frac{dg}{dt}$ -ன் மதிப்பு
 (1) $6e^{2t} + 5 \sin t - 4 \cos t \sin t$ (2) $6e^{2t} - 5 \sin t + 4 \cos t \sin t$
 (3) $3e^{2t} + 5 \sin t + 4 \cos t \sin t$ (4) $3e^{2t} - 5 \sin t + 4 \cos t \sin t$

- 11) $f(x) = \frac{x}{x+1}$, எனில் அதன் வகையீடு
 (1) $\frac{-1}{(x+1)^2} dx$ (2) $\frac{1}{(x+1)^2} dx$ (3) $\frac{1}{x+1} dx$ (4) $\frac{-1}{x+1} dx$
- 12) $u(x, y) = x^2 + 3xy + y - 2019$, எனில் $\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{(4, -5)}$ -ன் மதிப்பு
 (1) -4 (2) -3 (3) -7 (4) 13
- 13) சார்பு $g(x) = \cos x$ -ன் நேரியல் தோராய மதிப்பு $x = \frac{\pi}{2}$ இல்
 (1) $x + \frac{\pi}{2}$ (2) $-x + \frac{\pi}{2}$ (3) $x - \frac{\pi}{2}$ (4) $-x - \frac{\pi}{2}$
- 14) $w(x, y, z) = x^2(y - z) + y^2(z - x) + z^2(x - y)$, எனில் $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ - ன் மதிப்பு
 (1) $xy + yz + zx$ (2) $x(y + z)$ (3) $y(z + x)$ (4) 0
- 15) $f(x, y, z) = xy + yz + zx$, எனில் $f_x - f_z$ - ன் மதிப்பு
 (1) $z - x$ (2) $y - z$ (3) $x - z$ (4) $y - x$

அத்தியாயம் 9 - தொகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

- 1) $\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$ இன் மதிப்பு
 (1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) π
- 2) $\int_{-1}^2 |x| dx$ இன் மதிப்பு
 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{5}{2}$ (4) $\frac{7}{2}$
- 3) ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{Z}$ -க்கும் $\int_0^{\pi} e^{\cos^2 x} \cos^3 [(2n+1)x] dx$ இன் மதிப்பு
 (1) $\frac{\pi}{2}$ (2) π (3) 0 (4) 2
- 4) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \cos x dx$ இன் மதிப்பு
 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) 0 (4) $\frac{2}{3}$

- 5) $\int_{-4}^4 \left[\tan^{-1} \left(\frac{x^2}{x^4+1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x^4+1}{x^2} \right) \right] dx$ இன் மதிப்பு
 (1) π (2) 2π (3) 3π (4) 4π
- 6) $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \left(\frac{2x^7 - 3x^5 + 7x^3 - x + 1}{\cos^2 x} \right) dx$ இன் மதிப்பு
 (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4) 0
- 7) $f(x) = \int_0^x t \cos t dt$, எனில் $\frac{df}{dx} =$
 (1) $\cos x - x \sin x$ (2) $\sin x + x \cos x$
 (3) $x \cos x$ (4) $x \sin x$
- 8) $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் அதன் செவ்வகலத்திற்கும் இடையே பரப்பளவு
 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{8}{3}$ (4) $\frac{5}{3}$
- 9) $\int_0^1 x(1-x)^{99} dx$ இன் மதிப்பு
 (1) $\frac{1}{11000}$ (2) $\frac{1}{10100}$ (3) $\frac{1}{10010}$ (4) $\frac{1}{10001}$
- 10) $\int_0^{\pi} \frac{dx}{1+5\cos x}$ இன் மதிப்பு
 (1) $\frac{\pi}{2}$ (2) π (3) $\frac{3\pi}{2}$ (4) 2π
- 11) $\frac{\Gamma(n+2)}{\Gamma(n)} = 90$ எனில் n இன் மதிப்பு
 (1) 10 (2) 5 (3) 8 (4) 9
- 12) $\int_0^{\pi/6} \cos^3 3x dx$ இன் மதிப்பு
 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{2}{9}$ (3) $\frac{1}{9}$ (4) $\frac{1}{3}$
- 13) $\int_0^{\pi} \sin^4 x dx$ இன் மதிப்பு
 (1) $\frac{3\pi}{10}$ (2) $\frac{3\pi}{8}$ (3) $\frac{3\pi}{4}$ (4) $\frac{3\pi}{2}$

14) $\int_0^{\infty} e^{-3x} x^2 dx$ இன் மதிப்பு

- (1) $\frac{7}{27}$ (2) $\frac{5}{27}$ (3) $\frac{4}{27}$ (4) $\frac{2}{27}$

15) $\int_0^a \frac{1}{4+x^2} dx = \frac{\pi}{8}$ எனில் a இன் மதிப்பு

- (1) 4 (2) 1 (3) 3 (4) 2

16) $y^2 = x(a-x)$ என்ற வளைவரையில் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை x -அச்சைப் பொருத்து சுழற்றுவதால் உருவாகும் திடப்பொருளின் கன அளவு

- (1) πa^3 (2) $\frac{\pi a^3}{4}$ (3) $\frac{\pi a^3}{5}$ (4) $\frac{\pi a^3}{6}$

17) $f(x) = \int_1^x \frac{e^{\sin u}}{u} du, x > 1$ மற்றும் $\int_1^3 \frac{e^{\sin x^2}}{x} dx = \frac{1}{2}[f(a) - f(1)]$ எனில் a

பெறக்கூடிய ஒரு மதிப்பு

- (1) 3 (2) 6 (3) 9 (4) 5

18) $\int_0^1 (\sin^{-1} x)^2 dx$ இன் மதிப்பு

- (1) $\frac{\pi^2}{4} - 1$ (2) $\frac{\pi^2}{4} + 2$ (3) $\frac{\pi^2}{4} + 1$ (4) $\frac{\pi^2}{4} - 2$

19) $\int_0^a (\sqrt{a^2 - x^2})^3 dx$ இன் மதிப்பு

- (1) $\frac{\pi a^3}{16}$ (2) $\frac{3\pi a^4}{16}$ (3) $\frac{3\pi a^2}{8}$ (4) $\frac{3\pi a^4}{8}$

20) $\int_0^x f(t) dt = x + \int_1^x t f(t) dt$ எனில் $f(1)$ இன் மதிப்பு

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) 2 (3) 1 (4) $\frac{3}{4}$

அத்தியாயம் 10 - சாதாரண வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்

1) $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/3} + x^{1/4} = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே

- (1) 2,3 (2) 3,3 (3) 2,6 (4) 2,4

2) $y = A \cos(x+B)$, இங்கு A, B என்பன எதேச்சை மாறிலிகள் எனும் சமன்பாட்டைக் கொண்ட வளைவரை குடும்பத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

- (1) $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$ (2) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ (3) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ (4) $\frac{d^2x}{dy^2} = 0$

3) $\sqrt{\sin x}(dx+dy) = \sqrt{\cos x}(dx-dy)$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி

- (1) 1,2 (2) 2,2 (3) 1,1 (4) 2,1

4) மையம் (h,k) மற்றும் ஆரம் 'a' கொண்ட எல்லா வட்டங்களின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை

- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 1

5) $y = Ae^x + Be^{-x}$, இங்கு A, B என்பன ஏதேனும் இரு மாறிலிகள், எனும் வளைவரைத் தொகுதியின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு

- (1) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ (2) $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$ (3) $\frac{dy}{dx} + y = 0$ (4) $\frac{dy}{dx} - y = 0$

6) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வு

- (1) $xy = k$ (2) $y = k \log x$ (3) $y = kx$ (4) $\log y = kx$

7) $2x \frac{dy}{dx} - y = 3$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு குறிப்பிடுவது

- (1) நேர்க்கோடுகள் (2) வட்டங்கள்
(3) பரவளையம் (4) நீள்வட்டம்

8) $\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0$ -ன் தீர்வு

- (1) $y = ce^{\int p dx}$ (2) $y = ce^{-\int p dx}$ (3) $x = ce^{-\int p dy}$ (4) $x = ce^{\int p dy}$

9) $\frac{dy}{dx} + y = \frac{1+y}{x}$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி

- (1) $\frac{x}{e^x}$ (2) $\frac{e^x}{x}$ (3) λe^x (4) e^x

10) $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி x எனில், $P(x)$ என்பது

- (1) x (2) $\frac{x^2}{2}$ (3) $\frac{1}{x}$ (4) $\frac{1}{x^2}$

11) $y(x) = 1 + \frac{dy}{dx} + \frac{1}{1 \cdot 2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \dots$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் படி

- (1) 2 (2) 3 (3) 1 (4) 4

- 12) p மற்றும் q என்பன முறையே $y \frac{dy}{dx} + x^3 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) + xy = \cos x$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி எனில்,
 (1) $p < q$ (2) $p = q$ (3) $p > q$ (4) இவற்றில் எதுவுமில்லை
- 13) $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு
 (1) $y + \sin^{-1} x = c$ (2) $x + \sin^{-1} y = 0$
 (3) $y^2 + 2 \sin^{-1} x = C$ (4) $x^2 + 2 \sin^{-1} y = 0$
- 14) $\frac{dy}{dx} = 2xy$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு
 (1) $y = Ce^{x^2}$ (2) $y = 2x^2 + C$
 (3) $y = Ce^{-x^2} + C$ (4) $y = x^2 + C$
- 15) $\log \left(\frac{dy}{dx} \right) = x + y$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வு
 (1) $e^x + e^y = C$ (2) $e^x + e^{-y} = C$
 (3) $e^{-x} + e^y = C$ (4) $e^{-x} + e^{-y} = C$
- 16) $\frac{dy}{dx} = 2^{y-x}$ - ன் தீர்வு
 (1) $2^x + 2^y = C$ (2) $2^x - 2^y = C$
 (3) $\frac{1}{2^x} - \frac{1}{2^y} = C$ (4) $x + y = C$
- 17) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\phi \left(\frac{y}{x} \right)}{\phi' \left(\frac{y}{x} \right)}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு
 (1) $x\phi \left(\frac{y}{x} \right) = k$ (2) $\phi \left(\frac{y}{x} \right) = kx$ (3) $y\phi \left(\frac{y}{x} \right) = k$ (4) $\phi \left(\frac{y}{x} \right) = ky$
- 18) $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ எனும் நேரியல் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி $\sin x$ எனில், P என்பது
 (1) $\log \sin x$ (2) $\cos x$ (3) $\tan x$ (4) $\cot x$
- 19) வரிசை n மற்றும் $n+1$ கொண்ட வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் பொதுத் தீர்வுகளில் உள்ள மாறத்தக்க மாறிலிகளின் எண்ணிக்கை முறையே
 (1) $n-1, n$ (2) $n, n+1$ (3) $n+1, n+2$ (4) $n+1, n$
- 20) மூன்றாம் வரிசை வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்டத் தீர்வில் உள்ள மாறத்தக்க மாறிலிகளின் எண்ணிக்கை
 (1) 3 (2) 2 (3) 1 (4) 0
- 21) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+1}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி

- (1) $\frac{1}{x+1}$ (2) $x+1$ (3) $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ (4) $\sqrt{x+1}$

- 22) ஏதேனும் ஒரு வருடம் t -ல் உள்ள P -ன் பெருக்க வீதமானது மக்கள் தொகைக்கு விகிதமாக அமையும் எனில், பின்னர்
 (1) $P = Ce^{kt}$ (2) $P = Ce^{-kt}$ (3) $P = Ckt$ (4) $P = C$
- 23) t எனும் நேரத்திற்குப் பிறகு மீதமுள்ள ஒரு பொருளின் அளவு P ஆகும். பொருள் ஆவியாகும் வீதமானது அந்நேரத்தில் மீதமிருக்கும் பொருளின் அளவிற்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது எனில், பின்னர்
 (1) $P = Ce^{kt}$ (2) $P = Ce^{-kt}$ (3) $P = Ckt$ (4) $Pt = C$
- 24) $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+3}{2y+f}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு ஒரு வட்டத்தைக் குறிக்குமானால், a -ன் மதிப்பு
 (1) 2 (2) -2 (3) 1 (4) -1
- 25) $y = f(x)$ எனும் வளைவரையின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிடத்து சாய்வு $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் வளைவரையானது $(-1,1)$ புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில், வளைவரையின் சமன்பாடு
 (1) $y = x^3 + 2$ (2) $y = 3x^2 + 4$ (3) $y = 3x^3 + 4$ (4) $y = x^3 + 5$

அத்தியாயம் 11 - நிகழ்தகவு பரவல்கள்

- 1) X எனும் சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^3} & x \geq 1 \\ 0 & x < 1 \end{cases}$$

எனில், இவற்றில் எந்த கூற்று சரியானது?

- (1) சராசரி மற்றும் பரவற்படி உள்ளது.
 (2) சராசரி உள்ளது ஆனால் பரவற்படி இல்லை.
 (3) சராசரி, பரவற்படி இரண்டும் இல்லை.
 (4) பரவற்படி உள்ளது ஆனால் சராசரி இல்லை.
- 2) $2l$ நீளமுள்ள ஒரு கம்பி சமவாய்ப்பு முறையில் இரு துண்டாக உடைந்தது. இரு துண்டுகளில் குட்டையானதற்கான நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{l} & 0 < x < l \\ 0 & l \leq x < 2l \end{cases}$$

எனில் குட்டையானப் பகுதிக்கான சராசரி மற்றும் பரவற்படி முறையே,

- (1) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{3}$ (2) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{6}$ (3) $l, \frac{l^2}{12}$ (4) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{12}$

3) ஒரு விளையாட்டில் அறுபக்க பகடையை விளையாடுபவர் உருட்டுகிறார். பகடை எண் 6 -ஐக் காட்டினால், விளையாடுபவர் ₹ 36 வெல்லுவார், இல்லையெனில் ₹ k^2 , தோற்பார். இங்கு k என்பது பகடை காட்டும் எண். $k = \{1,2,3,4,5\}$. விளையாட்டில் எதிர்பார்க்கப்படும் வெல்லும் தொகை ₹

- (1) $\frac{19}{6}$ (2) $-\frac{19}{6}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) $-\frac{3}{2}$

4) 1,2,3,4,5,6 எண்ணிடப்பட்ட அறுபக்க பகடையும் 1,2,3,4 என எண்ணிடப்பட்ட நான்கு பக்க பகடையும் சோடியாக உருட்டப்பட்டு இரண்டும் காட்டும் எண்களின் கூட்டல்தொகை தீர்மானிக்கப்படுகிறது. இந்த கூட்டலைக் குறிக்கும் சமவாய்ப்பு மாறி X என்க. இனி 7 -இன் நேர்மாறு பிம்பத்தின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

5) $n = 25$ மற்றும் $p = 0.8$ என்று உள்ள ஈருறுப்பு பரவல் கொண்ட சமவாய்ப்பு மாறி X எனில் X -ன் திட்ட விலக்கத்தின் மதிப்பு

- (1) 6 (2) 4 (3) 3 (4) 2

6) n முறை சுண்டப்படும் ஒரு நாணயத்தினால் பெறப்படும் தலை மற்றும் பூக்களின் எண்ணிக்கை வேறுபாட்டை X குறிக்கிறது என்க. X -இன் சாத்திய மதிப்புகள்

- (1) $i + 2n, i = 0,1,2 \dots n$ (2) $2i - n, i = 0,1,2 \dots n$
(3) $n - i, i = 0,1,2 \dots n$ (4) $2i + 2n, i = 0,1,2 \dots n$

7) $f(x) = \frac{1}{12}, a < x < b$ எனும் சார்பு ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பினைக் குறிக்கிறது எனில், பின்வருவனவற்றுள் எது a மற்றும் b -இன் மதிப்புகளாக இராது?

- (1) 0 மற்றும் 12 (2) 5 மற்றும் 17
(3) 7 மற்றும் 19 (4) 16 மற்றும் 24

8) ஒரு கால்பந்தாட்ட அரங்கிற்கு ஒரே பள்ளியிலிருந்து நான்கு பேருந்துகள் 160 மாணவர்களை ஏற்றிக்கொண்டு வருகிறது. அப்பேருந்துகளில் முறையே 42,36,34 மற்றும் 48 மாணவர்கள் பயணிக்கின்றனர். சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு மாணவர் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவ்வாறு சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாணவர் பயணிக்கும் பேருந்திலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது என்க. நான்கு பேருந்து ஓட்டுனர்களில் ஒருவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றார். அவ்வாறு தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஓட்டுநர் ஓட்டி வரும் பேருந்திலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை Y குறிக்கிறது என்க. இனி $E(X)$ மற்றும் $E(Y)$ முறையே

- (1) 50,40 (2) 40,50 (3) 40.75,40 (4) 41,41

9) இரு நாணயங்கள் சுண்டப்படுகின்றன. முதல் நாணயத்தில் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.6 மற்றும் இரண்டாவது நாணயத்தின் மூலம் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.5 ஆகும். சுண்டி விடுதலின் முடிவுகள் சார்பற்றவை எனக் கருதுக. X என்பது மொத்த தலைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது என்க. $E(X)$ -ன் மதிப்பு

- (1) 0.11 (2) 1.1 (3) 11 (4) 1

10) பலவுள் தேர்வு ஒன்றில் 5 வினாக்கள் ஒவ்வொன்றிற்கும் 3 சாத்தியமானக் கவனச் சிதறல் விடைகள் உள்ளது. ஊகத்தின் அடிப்படையில் 4 அல்லது அதற்கு மேல் சரியான விடையை ஒரு மாணவர் அளிப்பதற்கான நிகழ்தகவு

- (1) $\frac{11}{243}$ (2) $\frac{10}{243}$ (3) $\frac{1}{243}$ (4) $\frac{5}{243}$

11) $P(X = 0) = 1 - P(X = 1)$ மற்றும் $E(X) = 3 \text{Var}(X)$ எனில், $P(X = 0)$ காண்க.

- (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{5}$ (4) $\frac{1}{3}$

12) எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு 6 மற்றும் பரவற்படி 2.4 கொண்ட ஒரு ஈருறுப்பு சமவாய்ப்பு மாறி X எனில் $P(X = 5)$ -இன் மதிப்பு

- (1) $\binom{10}{5} \left(\frac{3}{5}\right)^6 \left(\frac{2}{5}\right)^4$ (2) $\binom{10}{5} \left(\frac{3}{5}\right)^{10}$
(3) $\binom{10}{5} \left(\frac{3}{5}\right)^4 \left(\frac{2}{5}\right)^6$ (4) $\binom{10}{5} \left(\frac{3}{5}\right)^5 \left(\frac{2}{5}\right)^5$

13) சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

மற்றும் $E(X) = \frac{7}{12}$, எனில் a மற்றும் b -ன் மதிப்புகள் முறையே

- (1) 1 மற்றும் $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ மற்றும் 1
(3) 2 மற்றும் 1 (4) 1 மற்றும் 2

14) 0,1 மற்றும் 2 ஆகிய மதிப்புகளில் ஒன்றை X கொள்கிறது என்க. ஏதோ ஒரு மாறிலி k -விற்கு, $P(X = i) = kP(X = i - 1), i = 1,2$ மற்றும் $P(X = 0) = \frac{1}{7}$ எனில் k -இன் மதிப்பு காண்க.

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

15) பின்வருவனவற்றுள் எது தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி?

- i. ஒரு நாளில் ஒரு குறிப்பிட்ட சமீக்கையைக் கடக்கும் மகிலுந்துகளின் எண்ணிக்கை.
ii. ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் தொடர்வண்டி பயணச் சீட்டு வாங்க வரிசையில் காத்திருக்கும் பயணிகளின் எண்ணிக்கை.

III. ஒரு தொலைபேசி அமைப்பை நிறைவு செய்யும் காலம்.

(1) I மற்றும் II (2) II மட்டுமே (3) III மட்டுமே (4) II மற்றும் III

16) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

எனில், a -இன் மதிப்பு

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

17) ஒரு நிகழ்தகவு மாறியின் நிகழ்தகவு சார்பு கீழ்க்காணுமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$

எனில், $E(X)$ -க்கு சமமான மதிப்பு

(1) $\frac{1}{15}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{2}{3}$

18) சராசரி 0.4 கொண்ட ஒரு பெர்னோலி பரவல் X எனில் $(2X - 3)$ -ன் பரவல்

(1) 0.24 (2) 0.48 (3) 0.6 (4) 0.96

19) ஈருறுப்பு மாறி X ஆறு முயற்சிகளில் $9P(X = 4) = P(X = 2)$ எனும் தொடர்பினை அனுசரிக்கிறது எனில் வெற்றியின் நிகழ்தகவு

(1) 0.125 (2) 0.25 (3) 0.375 (4) 0.75

20) ஒரு கணினி விற்பனையாளர் தனது கடந்த கால அனுபவத்திலிருந்து தனது காட்சிகூடத்திற்குள் நுழையும் ஒவ்வொரு இருபது வாடிக்கையாளர்களில் ஒருவருக்கு கணினிகளை விற்கிறார் என்பது தெரியும். அடுத்த மூன்று வாடிக்கையாளர்களில் சரியாக இரண்டு பேருக்கு அவர் ஒரு கணினியை விற்கும் நிகழ்தகவு என்ன?

(1) $\frac{57}{20^3}$ (2) $\frac{57}{20^2}$ (3) $\frac{19^3}{20^3}$ (4) $\frac{57}{20}$

அத்தியாயம் 12 – தனிநிலைக் கணிதம்

1) ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி S என்ற ஒரு கணத்தின் மீது ஒரு சார்பாக பின்வருவனவற்றிலிருந்து பெறப்படுகிறது

(1) $S \rightarrow S$ (2) $(S \times S) \rightarrow S$ (3) $S \rightarrow (S \times S)$ (4) $(S \times S) \rightarrow (S \times S)$

2) கழித்தலின் கீழ் பின்வரும் கணம் அடைவு பெறவில்லை.

(1) \mathbb{R} (2) \mathbb{Z} (3) \mathbb{N} (4) \mathbb{Q}

3) பின்வருபவைகளில் எது \mathbb{N} -ன் மீது ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்.

(1) கழித்தல் (2) பெருக்கல் (3) வகுத்தல் (4) அனைத்தும்

4) மெய் எண்களின் கணம் \mathbb{R} -ன் மீது "*" பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. இதில் எது \mathbb{R} -ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல?

(1) $a * b = \min(a \cdot b)$ (2) $a * b = \max(a, b)$
(3) $a * b = a$ (4) $a * b = a^b$

5) * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி $a * b = \frac{ab}{7}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. * எதன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி ஆகாது?

(1) \mathbb{Q}^+ (2) \mathbb{Z} (3) \mathbb{R} (4) \mathbb{C}

6) \mathbb{Q} என்ற கணத்தில் $a \odot b = a + b + ab$ என வரையறு. பின்னர் $3 \odot (y \odot 5) = 7$ -ன் தீர்வு

(1) $y = \frac{2}{3}$ (2) $y = \frac{-2}{3}$ (3) $y = \frac{-3}{2}$ (4) $y = 4$

7) \mathbb{R} -ன் மீது $a * b = \sqrt{a^2 + b^2}$ எனில், * ஆனது

(1) பரிமாற்று விதிக்கு கட்டுப்படும் ஆனால் சேர்ப்பு விதியை நிறைவு செய்யாது.
(2) சேர்ப்பு விதிக்கு கட்டுப்படும் ஆனால் பரிமாற்று விதியை நிறைவு செய்யாது.
(3) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யும்.
(4) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யாது.

8) பின்வரும் கூற்றுகளில் எது T மெய்மதிப்பை பெற்றிருக்கும் ?

(1) $\sin x$ ஓர் இரட்டைச் சார்பு.
(2) ஒவ்வொரு சதுர அணியும் பூச்சியமற்ற கோவை அணி ஆகும்.
(3) ஒரு கலப்பெண் மற்றும் அதன் இணை எண்ணின் பெருக்கற்பலன் முற்றிலும் கற்பனை.
(4) $\sqrt{5}$ ஒரு விகிதமுறா எண்.

9) பின்வருபவைகளில் எது மெய்மதிப்பு F ஐ பெற்றிருக்கும்?

(1) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்
(2) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்

- (3) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்
 (4) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்

10) ஒருகூட்டுக் கூற்றில் 3 தனிக்கூற்றுகள் உட்படுத்தப்பட்டிருந்தால் அம்மெய்மை அட்டவணையின் நிரைகளின் எண்ணிக்கை

- (1) 9 (2) 8 (3) 6 (4) 3

11) $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ -ன் எதிர்மறை கூற்று எது?

- (1) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ (2) $\neg(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
 (3) $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ (4) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

12) $(p \vee q) \rightarrow r$ -ன் நேர்மாறுக் கூற்று எது?

- (1) $\neg r \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ (2) $\neg r \rightarrow (p \vee q)$
 (3) $r \rightarrow (p \wedge q)$ (4) $p \rightarrow (q \vee r)$

13) $(p \vee q) \vee \neg q$ -ன் மெய்மை அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

p	q	$(p \wedge q) \vee (\neg q)$
T	T	(a)
T	F	(b)
F	T	(c)
F	F	(d)

பின்வருபவைகளில் எது உண்மை?

(a) (b) (c) (d)

- (1) T T T T
 (2) T F T T
 (3) T T F T
 (4) T F F F

14) $\neg(p \vee \neg q)$ - ன் மெய்மை அட்டவணையில் கடைசி நிரலில் வரும் மெய் மதிப்பு 'F' விளைவுகளின் எண்ணிக்கை

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

15) பின்வருபவைகளில் எது சரியல்ல? p மற்றும் q ஏதேனும் இரு கூற்றுகளுக்கு பின்வரும் தர்க்க சமமானவைகள் பெறப்படுகிறது.

- (1) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ (2) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$
 (3) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (4) $\neg(\neg p) \equiv p$

16)

p	q	$(p \wedge q) \rightarrow \neg p$
T	T	(a)
T	F	(b)
F	T	(c)
F	F	(d)

$(p \wedge q) \rightarrow \neg p$ -ன் மெய்மை அட்டவணைக்கு பின்வருபவைகளில் எது சரி?

(a) (b) (c) (d)

- (1) T T T T
 (2) F T T T
 (3) F F T T
 (4) T T T F

17) $\neg(p \vee q) \vee [p \vee (p \wedge \neg r)]$ - ன் இருமம்

- (1) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \vee (p \wedge \neg r)]$ (2) $(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \vee \neg r)]$
 (3) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \wedge r)]$ (4) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \vee \neg r)]$

18) $p \wedge (\neg p \vee q)$ என்ற கூற்று

- (1) ஒரு மெய்மம் (2) ஒரு முரண்பாடு
 (3) $p \wedge q$ -க்கு தர்க்க சமமானவை (4) $p \vee q$ -க்கு தர்க்க சமமானவை

19) பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றிற்கும் அதன் மெய் மதிப்பை தீர்மானிக்க.

- (a) $4 + 2 = 5$ மற்றும் $6 + 3 = 9$
 (b) $3 + 2 = 5$ மற்றும் $6 + 1 = 7$
 (c) $4 + 5 = 9$ மற்றும் $1 + 2 = 4$
 (d) $3 + 2 = 5$ மற்றும் $4 + 7 = 11$

(a)(b)(c)(d)

- (1) F T F T
 (2) T F T F
 (3) T T F F
 (4) F F T T

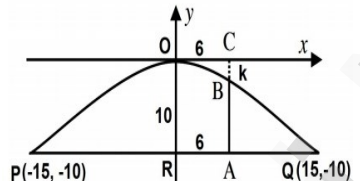
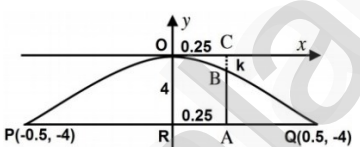
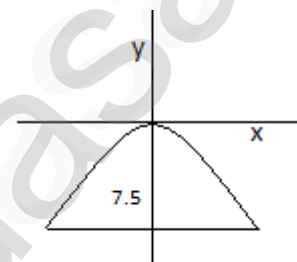
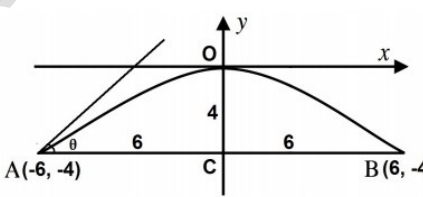
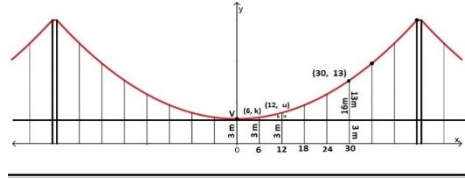
20) பின்வருபவைகளில் எது உண்மையல்ல?

- (1) ஒரு கூற்றின் மறுப்பின் மறுப்பு அக்கூற்றேயாகும்.

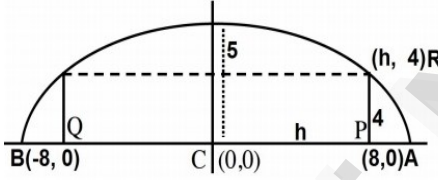
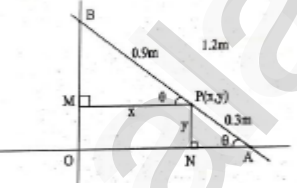
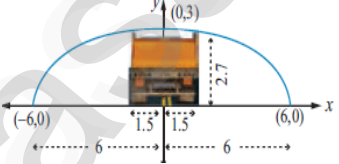
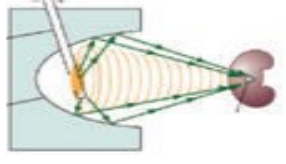

- (2) ஒரு மெய்மை அட்டவணையில் இறுதி நிரல் முழுவதும் T எனில் அது ஒரு மெய்மமாகும்.
- (3) ஒரு மெய்மை அட்டவணையில் இறுதி நிரல் முழுவதும் F எனில் அது ஒரு முரண்பாடாகும்.
- (4) p மற்றும் q ஏதேனும் இரு கூற்றுகள் எனில் $p \leftrightarrow q$ என்பது ஒரு மெய்மமாகும்.

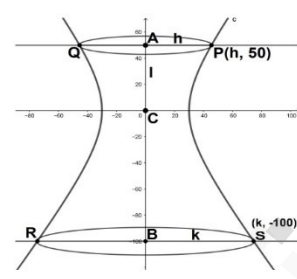
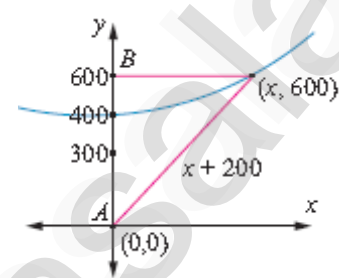
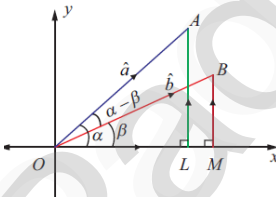
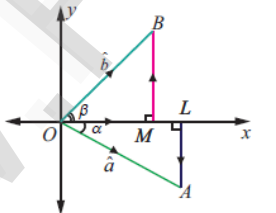
12 ஆம் வகுப்பு கணிதம் (தொகுதி-I)

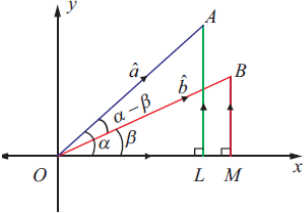
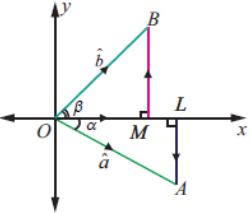
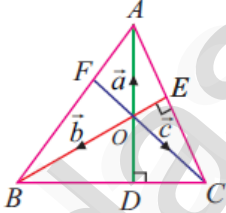
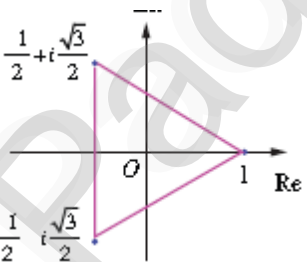
(மெல்ல கற்கும் மாணவர்களுக்கு 5 மதிப்பெண் வினா-விடை கணக்குகள்)

<p>1) ஒரு பாலம் பரவளைய வளைவில் உள்ளது. மையத்தில் 10மீ உயரமும் அடிப்பகுதியில் 30மீ அகலமும் உள்ளது. மையத்திலிருந்து இருபுறமும் 6மீ தூரத்தில் பாலத்தின் உயரத்தைக் காண்க.</p>		<p>பரவளைய சமன்பாடு</p> $x^2 = -4ay$ $a = \frac{225}{40}$ <p>உயரம் = 8.4 மீ</p>
<p>2) ஒரு நீருற்றில் ஆதியிலிருந்து 0.5 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் அதிகபட்ச உயரம் 4மீ, நீரின் பாதை ஒரு பரவளையம் எனில் ஆதியிலிருந்து 0.75 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரத்தைக் காண்க.</p>		<p>பரவளைய சமன்பாடு</p> $x^2 = -4ay$ $a = \frac{0.25}{16}$ <p>உயரம் = 3 மீ</p>
<p>3) தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5மீ உயரத்தில் தரைக்கு இணையாகப் பொருத்தப்பட்ட ஒரு குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர் தரையைத் தொடும் பாதை ஒரு பரவளையத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மேலும் இந்தப் பரவளையப் பாதையின் முனை குழாயின் வாயில் அமைகிறது. குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5மீ கீழே நீரின் பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் நிலை குத்துக் கோட்டிற்கு 3மீ தூரத்தில் உள்ளது. எனில் குத்துக் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்பதைக் காண்க.</p>		<p>பரவளைய சமன்பாடு</p> $x^2 = -4ay$ $a = \frac{9}{10}$ <p>உயரம் = $3\sqrt{3}$ மீ</p>
<p>4) ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும் போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4மீ ஐ எட்டும்போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத்தூரம் 6 மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12 மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் ஏறிகோணம் காண்க.</p>		<p>பரவளைய சமன்பாடு</p> $x^2 = -4ay$ $a = \frac{9}{4}$ <p>ஏறிகோணம் = $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$</p>
<p>5) ஒரு தொங்கு பாலத்தின் 60 மீ சாலைப்பகுதிக்கு பரவளைய கம்பி வடம் படத்தில் உள்ளவாறு பொறுத்தப்பட்டுள்ளது. செங்குத்துக் கம்பி வடங்கள் சாலைப்பகுதியில் ஒவ்வொன்றுக்கும் 6 மீ இடைவெளி இருக்குமாறு அமைக்கப்பட்டுள்ளது. முனையிலிருந்து முதல் இரண்டு செங்குத்து கம்பி வடங்களுக்கான நீளத்தைக் காண்க.</p>		<p>பரவளைய சமன்பாடு</p> $x^2 = 4ay$ $4a = \frac{900}{13}$ <p>நீளம் = 5.08 மீ</p>

=3.52

<p>6) ஒரு நான்கு வழிச் சாலைக்கான மலைவழியே செல்லும் சுரங்கப்பாதையின் முகப்பு ஒரு நீள்வட்ட வடிவமாக உள்ளது. நெடுஞ்சாலையின் மொத்த அகலம் (முகப்பு அல்ல) 16 மீ. சாலையின் விளிம்பில் சுரங்கப்பாதையின் உயரம் , 4மீ உயரமுள்ள சரக்கு வாகனம் செல்வதற்குத் தேவையான அளவிற்கும் முகப்பின் அதிகபட்ச உயரம் 5மீ ஆகவும் இருக்க வேண்டுமெனில் சுரங்கப்பாதையின் திறப்பின் அகலம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?</p>		<p>நீள்வட்ட சமன்பாடு</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $b^2 = 25,$ $a = 13.33$ <p>அகலம் = 26.7 மீ</p>
<p>7) 1.2 மீ நீளமுள்ள தடி அதன் முனைகள் எப்போதும் ஆய அச்சுகளைத் தொட்டுச் செல்லுமாறு நகருகின்றது. தடியின் x-அச்ச முனையிலிருந்து 0.3 மீ தூரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி P ன் நியமப் பாதை ஒரு நீள்வட்டம் என நிறுவுக. மேலும் அதன் மையத்தொலைத்தகவும் காண்க.</p>		<p>நீள்வட்ட சமன்பாடு</p> $\frac{x^2}{0.9^2} + \frac{y^2}{0.3^2} = 1$ <p>மையத்தொலைத்தகவு = $\frac{2\sqrt{2}}{3}$</p>
<p>8) ஒரு வழிப்பாதையில் உள்ள அரை நீள்வட்ட வளைவின் உயரம் 3 மீ மற்றும் அகலம் 12 மீ. ஒரு சரக்கு வாகனத்தின் அகலம் 3 மீ மற்றும் உயரம் 2.7 மீ எனில் இந்த வாகனம் வளைவின் வழி செல்ல முடியுமா?</p>		<p>நீள்வட்ட சமன்பாடு</p> $\frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ <p>வளைவின் உயரம் = 2.9 மீ</p>
<p>9) நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு $\frac{(x-11)^2}{484} + \frac{y^2}{64} = 1$ (x,y மதிப்புகள் செ.மீ. இல் அளக்கப்படுகிறது) நோயாளியின் சிறுநீரக் கல் மீது அதிர்வலைகள் படுமாறு நோயாளி எந்த இடத்தில் இருக்க வேண்டும் எனக் காண்க.</p>		$a^2 = 484$ $b^2 = 64$ $ae = \sqrt{a^2 - b^2}$ $ae = \sqrt{420} = 20.5 \text{ செ.மீ}$
<p>10) சூரியனிலிருந்து பூமியின் அதிகபட்சம்மற்றும் குறைந்தபட்ச தூரங்கள் முறையே $152 \times 10^6 \text{ km}$ மற்றும் $94.5 \times 10^6 \text{ km}$. நீள்வட்டப்பாதையின் ஒரு குவியத்தில் சூரியன் உள்ளது. சூரியனுக்கும் மற்றொரு குவியத்திற்குமான தூரம் காண்க.</p>		$a + ae = 152 \times 10^6 \text{ கி.மீ}$ $a - ae = 94.5 \times 10^6 \text{ கி.மீ}$ $SS' = 2ae$ $= (152 - 94.5) \times 10^6$ $= 57.5 \times 10^6 \text{ கி.மீ}$

<p>11) ஒரு அணு உலை குளிருட்டும் தூணின் குறுக்கு வெட்டு அதிபரவளைய வடிவில் உள்ளது. மேலும் அதன் சமன்பாடு $\frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{44^2} = 1$ தூண் 150மீ உயரமுடையது. மேலும் அதிபரவளையத்தின் மையத்திலிருந்து தூணின் மேல் பகுதிக்கான தூரம் மையத்திலிருந்து அடிப்பகுதிக்கு உள்ள தூரத்தில் பாதியாக உள்ளது. தூணின் மேற்பகுதி மற்றும் அடிப்பகுதியின் விட்டங்களைக் காண்க.</p>		<p>அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு $\frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{44^2} = 1$ மேற்பகுதி விட்டம் = 90.82 மீ அடிப்பகுதியின் விட்டம் = 148.98 மீ</p>
<p>12) இரு கடலோர காவல்படைத் தளங்கள் 600 கி.மீ தொலைவில் A(0,0) மற்றும் B(0,600) என்ற புள்ளிகளில் அமைந்துள்ளன. P என்ற புள்ளியில் உள்ள கப்பலிலிருந்து ஆபத்திற்கான சமிக்ஞைகள் இரு தளங்களிலும் சிறிதளவு மாறுபட்ட நேரங்களில் பெறப்படுகின்றன. அவற்றிலிருந்து கப்பல் தளம் B யை விட A க்கு 200 கி.மீ அதிக தூரத்தில் உள்ளதாக தீர்மானிக்கப்படுகிறது. எனவே அந்தக் கப்பல் இருக்கும் இடம் வழியாகச் செல்லும் அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.</p>		<p>$a^2 = 10000$ $b^2 = 80000$ அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு $\frac{(y-300)^2}{10000} - \frac{x^2}{80000} = 1$</p>
<p>13) $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.</p>		<p>$\hat{a} = \cos\alpha \hat{i} + \sin\alpha \hat{j}$ $\hat{b} = \cos\beta \hat{i} + \sin\beta \hat{j}$ $\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos(\alpha - \beta)$ $\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$</p>
<p>14) $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.</p>		<p>$\hat{a} = \cos\alpha \hat{i} - \sin\alpha \hat{j}$ $\hat{b} = \cos\beta \hat{i} + \sin\beta \hat{j}$ $\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos(\alpha + \beta)$ $\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$</p>

<p>15) $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.</p>		$\hat{a} = \cos\alpha \hat{i} + \sin\alpha \hat{j}$ $\hat{b} = \cos\beta \hat{i} + \sin\beta \hat{j}$ $\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k} \sin(\alpha - \beta)$ $\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k}(\sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta)$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$
<p>16) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.</p>		$\hat{a} = \cos\alpha \hat{i} - \sin\alpha \hat{j}$ $\hat{b} = \cos\beta \hat{i} + \sin\beta \hat{j}$ $\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k} \sin(\alpha + \beta)$ $\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k}(\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta)$ $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$
<p>17) ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து அவற்றிற்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவுக.</p>		$\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ $\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$ <p>கூடுதல் $\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$</p> $\vec{CO} \cdot \vec{AB} = 0$
<p>18) $1, \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ மற்றும் $\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளாக அமையும் என நிறுவுக.</p>		$z_1 = 1 ; z_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} ; z_3 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$ $ z_1 - z_2 = \sqrt{3}$ $ z_1 - z_3 = \sqrt{3}$ $ z_2 - z_3 = \sqrt{3}$ <p>பக்கங்களின் சமம், எனவே சமபக்க முக்கோணம்.</p>
<p>19) $\left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனக் காட்டுக.</p>	$\frac{19+9i}{5-3i} = 2+3i$ $\frac{8+i}{1+2i} = 2-3i$	$z = (2+3i)^{15} - (2-3i)^{15}$ $\bar{z} = (2-3i)^{15} - (2+3i)^{15}$ $\bar{z} = -z \text{ முழுவதும் கற்பனை}$

<p>20) $\left(\frac{19-7i}{9+i}\right)^{12} + \left(\frac{20-5i}{7-6i}\right)^{12}$ என்பது மெய் எண் எனக் காட்டுக</p>	$\frac{19-7i}{9+i} = 2-i$ $\frac{20-5i}{7-6i} = 2+i$	$z = (2-i)^{12} + (2+i)^{12}$ $\bar{z} = (2+i)^{12} + (2-i)^{12}$ $\bar{\bar{z}} = z \text{ முழுவதும் மெய் எண்}$
<p>21) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{2}$ எனில் $x^2 + y^2 = 1$ எனக் காட்டுக.</p>	$\operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = 0$ $\operatorname{Re}\left(\frac{x+iy-1}{x+iy+1}\right) = 0$	$\operatorname{Re}\left(\frac{x-1+iy}{x+1+iy}\right) = 0$ $x^2 + y^2 = 1$
<p>22) $\operatorname{Im}\left(\frac{2z+1}{iz+1}\right) = 0$ என அமைந்தால் z-ன் நியமப்பாபதை $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$ எனக் காட்டுக.</p>	$z = x + iy$ $\operatorname{Im}\left(\frac{2(x+iy)+1}{i(x+iy)+1}\right) = 0$ $\operatorname{Im}\left(\frac{2x+1+i2y}{1-y+ix}\right) = 0$	$2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$
<p>23) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-i}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனில், $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ எனக் காட்டுக.</p>	$z = x + iy$ $\arg(z-i) - \arg(z+2) = \frac{\pi}{4}$ $\arg(x+iy-i) - \arg(x+iy+2) = \frac{\pi}{4}$	$\tan^{-1}\left(\frac{y-1}{x}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{y}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$
<p>24) $\frac{1+z}{1-z} = \cos 2\theta + i \sin 2\theta$ எனில் $z = i \tan \theta$ என நிறுவுக.</p>	$\frac{1+z}{1-z} = e^{i2\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$ $\frac{1+z}{1-z} = \frac{e^{i\theta}}{e^{-i\theta}}$	$\frac{1+z}{1-z} = \frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\cos \theta - i \sin \theta}$ $\frac{1+z}{1-z} = \frac{1 + i \tan \theta}{1 - i \tan \theta}$ $z = i \tan \theta$
<p>25) z_1, z_2, மற்றும் z_3 என்ற மூன்று கலப்பெண்கள் $z_1 = 1, z_2 = 2, z_3 = 3$, மற்றும் $z_1 + z_2 + z_3 = 1$ என்றவாறு உள்ளது எனில் $9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3 = 6$ என நிறுவுக.</p>	$z_1 = \frac{1}{z_1}; z_2 = \frac{4}{z_2}; z_3 = \frac{9}{z_3}$ $\left \frac{1}{z_1} + \frac{4}{z_2} + \frac{9}{z_3}\right = 1$	$\left \frac{\bar{z}_2\bar{z}_3 + 4\bar{z}_1\bar{z}_3 + 9\bar{z}_1\bar{z}_2}{z_1z_2z_3}\right = 1$ $ 9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3 = 6$

<p>26)</p> <p>$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$ எனில்</p> <p>(i) $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3\cos(\alpha + \beta + \gamma)$</p> <p>(ii) $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3\sin(\alpha + \beta + \gamma)$</p> <p>என நிறுவுக.</p>	$a = cis\alpha$ $b = cis\beta$ $c = cis\gamma$ $a + b + c = 0$ $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$	$Cis3\alpha + Cis3\beta + Cis3\gamma = 3Cis(\alpha + \beta + \gamma)$ <p>மெய் மற்றும் கற்பனை எண் பகுதிகளை ஒப்பிட</p> <p>(i) $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3\cos(\alpha + \beta + \gamma)$</p> <p>(ii) $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3\sin(\alpha + \beta + \gamma)$</p>
<p>27) $z = \cos \theta + i \sin \theta$ எனில்,</p> <p>$z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$ மற்றும்</p> <p>$z^n - \frac{1}{z^n} = 2i \sin n\theta$ என நிறுவுக.</p>	$z^n = \cos n\theta + i \sin n\theta \rightarrow (1)$ $\frac{1}{z^n} = \cos n\theta - i \sin n\theta \rightarrow (2)$	$(1) + (2) \Rightarrow z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$ $(1) - (2) \Rightarrow z^n - \frac{1}{z^n} = 2i \sin n\theta$
<p>28) $2 \cos \alpha = x + \frac{1}{x}$ மற்றும் $2 \cos \beta = y + \frac{1}{y}$, எனக்கொண்டு. கீழ்க்காண்பவைகளை நிறுவுக.</p> <p>(i) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \cos(\alpha - \beta)$</p> <p>(ii) $xy - \frac{1}{xy} = 2i \sin(\alpha + \beta)$</p> <p>(iii) $\frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m} = 2i \sin(m\alpha - n\beta)$</p> <p>(iv) $x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n} = 2 \cos(m\alpha + n\beta)$</p>	$x = \cos \alpha + i \sin \alpha = cis \alpha$ $y = \cos \beta + i \sin \beta = cis \beta$ <p>i) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = cis(\alpha - \beta) + \frac{1}{cis(\alpha - \beta)}$</p> $= \cos(\alpha - \beta)$ <p>ii) $xy - \frac{1}{xy} = cis(\alpha + \beta) - \frac{1}{cis(\alpha + \beta)}$</p> $= 2i \sin(\alpha + \beta)$	<p>(iii) $\frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m}$</p> $= cis(m\alpha - n\beta) - \frac{1}{cis(m\alpha - n\beta)}$ $= 2i \sin(m\alpha - n\beta)$ <p>(iv) $x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n}$</p> $= cis(m\alpha + n\beta) + \frac{1}{cis(m\alpha + n\beta)}$ $= 2 \cos(m\alpha + n\beta)$
<p>29) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $(z - 1)^3 + 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $-1, 1 - 2\omega, 1 - 2\omega^2$ எனக் காட்டுக.</p>	$(z - 1)^3 = -8 = (-2)^3$ $\left(\frac{z - 1}{-2}\right)^3 = 1$ $\frac{z - 1}{-2} = 1^{1/3}$	$z - 1 = -2 \{1, \omega, \omega^2\}$ <p>மூலங்கள் = $-1, 1 - 2\omega, 1 - 2\omega^2$</p>

<p>30) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு $\frac{1}{3}$ எனில், சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.</p>	$\begin{array}{r rrrrrr} \frac{1}{3} & 6 & -5 & -38 & -5 & 6 \\ & 0 & 2 & -1 & -13 & -6 \\ \hline 3 & 6 & -3 & -39 & -18 & 0 \\ & 0 & 18 & 45 & 18 & \\ \hline -2 & 6 & 15 & 6 & 0 & \\ & 0 & -12 & -6 & & \\ \hline -\frac{1}{2} & 6 & 3 & 0 & & \\ & 0 & -3 & & & \\ \hline & 6 & 0 & & & \end{array}$	<p>தீர்வுகள் $\frac{1}{3}, 3, \frac{-1}{2}, -2$</p>
<p>31) தீர்க்க: $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$</p>	$\begin{array}{r rrrrrr} 2 & 6 & -35 & 62 & -35 & 6 \\ & 0 & 12 & -46 & 32 & -6 \\ \hline & 6 & -23 & 16 & -3 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 3 & -10 & 3 & \\ \hline & 6 & -20 & 6 & 0 & \\ 3 & 0 & 18 & -6 & & \\ \hline & 6 & -2 & 0 & & \\ \frac{1}{3} & 0 & 2 & & & \\ \hline & 6 & 0 & & & \end{array}$	<p>தீர்வுகள் $2, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{3}$</p>
<p>32) $x^2 + px + q = 0$ மற்றும் $x^2 + p'x + q' = 0$ ஆகிய இரு சமன்பாடுகளும் ஒரு பொதுவான மூலம் இருப்பின், அம் மூலம் $\frac{pq' - p'q}{q - q'}$ அல்லது $\frac{q - q'}{p' - p}$ எனக் காட்டுக.</p>	<p>α பொது மூலம் எனில்</p> $\alpha^2 + p\alpha + q = 0$ $\alpha^2 + p'\alpha + q' = 0$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\begin{array}{cccc} p & q & 1 & p \\ p' & q' & 1 & p' \end{array}$ </div>	$\frac{\alpha^2}{pq' - qp'} = \frac{\alpha}{q - q'} = \frac{1}{p' - p}$ <p>$\alpha = \frac{pq' - p'q}{q - q'}$ அல்லது $\alpha = \frac{q - q'}{p' - p}$</p>
<p>33) $2 + i$ மற்றும் $3 - \sqrt{2}$ ஆகியவை $x^6 - 13x^5 + 62x^4 - 126x^3 + 65x^2 + 127x - 140 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் அனைத்து மூலங்களையும் காண்க.</p>	<p>மற்ற மூலங்கள் $2 - i, 3 + \sqrt{2}$</p> $\sum 1 = 13 \text{ மற்றும் } \sum 6 = -140$ $\alpha + \beta = 3 \text{ மற்றும் } \alpha\beta = -4$	<p>தேவையான மூலங்கள்</p> $-1, 4, 2 \pm i, 3 \pm \sqrt{2}$

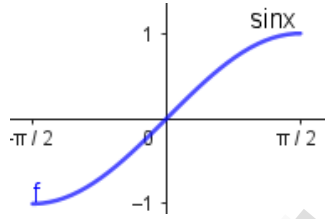
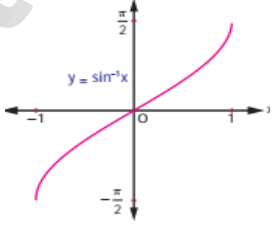
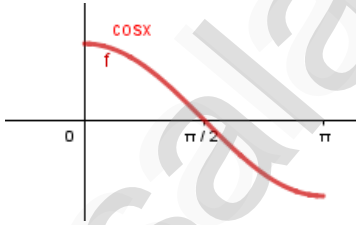
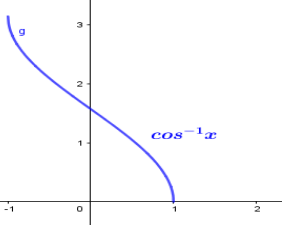
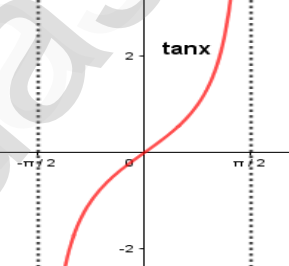
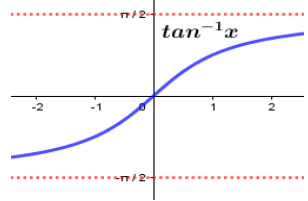
<p>34) $1 + 2i$ மற்றும் $\sqrt{3}$ ஆகியவை $x^6 - 3x^5 - 5x^4 + 22x^3 - 39x^2 - 39x + 135 = 0$ என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் இரு பூச்சியமாக்கிகள் எனில் அனைத்து பூச்சியமாக்கிகளையும் கண்டறிக.</p>	<p>மற்ற மூலங்கள் $1-2i, -\sqrt{3}$ $\sum 1 = 3$ மற்றும் $\sum 6 = 135$ $\alpha + \beta = 1$ மற்றும் $\alpha\beta = -9$</p>	<p>தேவையான மூலங்கள் $1 \pm 2i, \pm\sqrt{3}, \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2}$</p>
<p>35) தீர்க்க: $8x^{\frac{3}{2n}} - 8x^{\frac{-3}{2n}} = 63$</p>	<p>$x^{\frac{3}{2n}} - x^{\frac{-3}{2n}} = \frac{63}{8}$ $x^{\frac{3}{2n}} - \frac{1}{x^{\frac{3}{2n}}} = \frac{63}{8}$</p>	<p>$x^{\frac{3}{2n}} - \frac{1}{x^{\frac{3}{2n}}} = 8 - \frac{1}{8}$ $x^{\frac{3}{2n}} = 8 \Rightarrow x = 4^n$</p>
<p>36) தீர்க்க: $2\sqrt{\frac{x}{a}} + 3\sqrt{\frac{a}{x}} = \frac{b}{a} + \frac{6a}{b}$</p>	<p>$2\sqrt{\frac{x}{a}} + 3\sqrt{\frac{a}{x}} = \frac{b}{a} + \frac{6a}{b}$ $\div \sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{\frac{2x}{3a}} + \sqrt{\frac{3a}{2x}} = \frac{b}{\sqrt{6a}} + \frac{\sqrt{6a}}{b}$</p>	<p>$\sqrt{\frac{2x}{3a}} = \frac{b}{\sqrt{6a}}$ மற்றும் $\sqrt{\frac{3a}{2x}} = \frac{\sqrt{6a}}{b}$ $x = \frac{b^2}{4a}$ மற்றும் $x = \frac{9a^3}{b^2}$</p>
<p>37) $(0, 1, -5)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் மற்றும் $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + s(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) + t(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையாக உள்ளதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</p>	<p>$\vec{a} = 0\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$ $\vec{u} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ $\vec{v} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ $\vec{r} \cdot (9\hat{i} - 8\hat{j} + \hat{k}) = -13$</p>	<p>கார்டீசியன் சமன்பாடு $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x - 0 & y - 1 & z + 5 \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$ $9x - 8y + z = -13$</p>
<p>38) $(2, 3, 6)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{1}$ மற்றும் $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+1}{-3}$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையானதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</p>	<p>$\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ $\vec{u} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 1\hat{k}$ $\vec{v} = 2\hat{i} - 5\hat{j} - 3\hat{k}$ துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ $\vec{r} \cdot (\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) = 20$</p>	<p>கார்டீசியன் சமன்பாடு $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x - 2 & y - 3 & z - 6 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -5 & -3 \end{vmatrix} = 0$ $x - 2y + 4z = 20$</p>

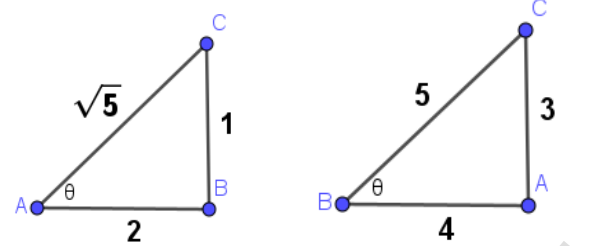
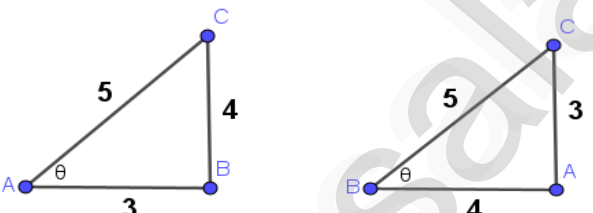
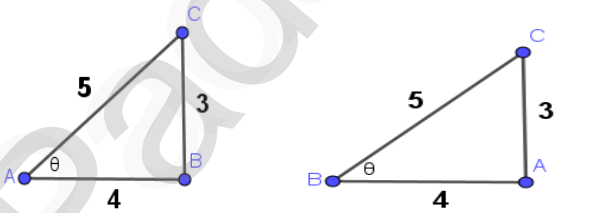
<p>39) $(1, -2, 4)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $x + 2y - 3z = 11$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் $\frac{x+7}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</p>	$\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ $\vec{u} = 1\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ <p>துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு</p> $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ $\vec{r} \cdot (\vec{i} + 10\vec{j} + 7\vec{k}) = 9$	<p>கார்டீசியன் சமன்பாடு</p> $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x - 1 & y + 2 & z - 4 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ $x + 10y + 7z = 9$
<p>40) $\vec{r} = (\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) + t(2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k})$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\vec{r} \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தானதுமான தளத்தின் துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</p>	$\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ <p>துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு</p> $\vec{r} = \vec{a} + s\vec{u} + t\vec{v}$ $\vec{r} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} + s(2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}) + t(\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k})$	<p>கார்டீசியன் சமன்பாடு</p> $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x - 1 & y + 1 & z - 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ $9x - 2y - 5z + 4 = 0$
<p>41) $(-1, 2, 0), (2, 2, -1)$ என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்வதும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் உள்ள தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</p>	$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k}$ $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ $\vec{v} = \vec{i} + 1\vec{j} - 1\vec{k}$ <p>துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு</p> $\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t\vec{v}$ $\vec{r} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k} + s(3\vec{i} + 0\vec{j} - \vec{k}) + t(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$	<p>துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு</p> $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot ((\vec{b} - \vec{a}) \times \vec{c}) = 0$ $\vec{r} \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) = 3$ <p>கார்டீசியன் சமன்பாடு</p> $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x + 1 & y - 2 & z - 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$ $x + 2y + 3z = 3$

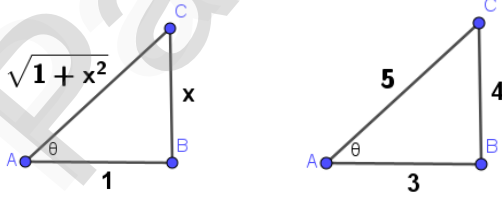
<p>42) $(2, 2, 1)$, $(9, 3, 6)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லக்கூடியதும் $2x + 6y + 6z = 9$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</p>	$\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ $\vec{b} = 9\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ $\vec{v} = 2\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}$ <p>துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு</p> $\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t\vec{v}$ $\vec{r} = (2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) + s(7\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}) + t(2\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k})$	<p>கார்டீசியன் சமன்பாடு</p> $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x - 2 & y - 2 & z - 1 \\ 7 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 6 \end{vmatrix} = 0$ $3x + 4y - 5z - 9 = 0$
<p>43) $(2, 2, 1)$, $(1, -2, 3)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் $(2, 1, -3)$ மற்றும் $(-1, 5, -8)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</p>	$\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ <p>துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு</p> $\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t\vec{v}$ $\vec{r} = (2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) + s(-\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) + t(3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k})$	<p>கார்டீசியன் சமன்பாடு</p> $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x - 2 & y - 2 & z - 1 \\ -1 & -4 & 2 \\ 3 & -4 & 5 \end{vmatrix} = 0$ $12x - 11y - 16z + 14 = 0$
<p>44) $(3, 6, -2)$, $(-1, -2, 6)$ மற்றும் $(6, 4, -2)$ ஆகிய ஒரே கோட்டிலமையாத மூன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் துணையலகு, துணையலகு அல்லாதவெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</p>	$\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}$ $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$ $\vec{c} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$ <p>துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு</p> $\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t(\vec{c} - \vec{a})$ $\vec{r} = (2\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}) + s(-4\vec{i} - 8\vec{j} + 8\vec{k}) + t(3\vec{i} - 2\vec{j})$	<p>துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு</p> $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot ((\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{c} - \vec{a})) = 0$ $\vec{r} \cdot (2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}) = 16$ <p>கார்டீசியன் சமன்பாடு</p> $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x - 3 & y - 6 & z + 2 \\ -4 & -8 & 8 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 0$ $2x + 3y + 4z = 16$

<p>45) $\vec{r} = (6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + s(-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + t(-5\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k})$ என்ற தளத்தில் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</p>	$\vec{a} = 6\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ $\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ $\vec{v} = -5\vec{i} - 4\vec{j} - 5\vec{k}$ துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ $\vec{r} \cdot (3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}) = 6$	கார்டீசியன் சமன்பாடு $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x - 6 & y + 1 & z - 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -5 & -4 & -5 \end{vmatrix} = 0$ $3x + 5y - 7z = 6$
<p>46) கிராமர் விதியை பயன்படுத்தி தீர்க்க: $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} - \frac{2}{z} - 1 = 0$; $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} - 2 = 0$ மற்றும் $\frac{2}{x} - \frac{5}{y} - \frac{4}{z} + 1 = 0$</p>	$\frac{1}{x} = a$; $\frac{1}{y} = b$; $\frac{1}{z} = c$ $3a - 4b - 2c = 1$ $a + 2b + c = 2$ $2a - 5b - 4c = -1$	$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -4 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & -4 \end{vmatrix} = -15 \neq 0$ $\Delta_a = -15$; $\Delta_b = -5$; $\Delta_c = -5$ $x = 1, y = 3, z = 3$
<p>47) λ மற்றும் μ இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $2x + 3y + 5z = 9$; $7x + 3y - 5z = 8$ and $2x + 3y + \lambda z = \mu$ என்ற சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.</p>	$[A/B] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 7 & 3 & -5 & 8 \\ 2 & 3 & \lambda & \mu \end{bmatrix}$ $[A/B] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 0 & -15 & -45 & -47 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 & \mu - 9 \end{bmatrix}$	i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது $\lambda = 5, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) \neq \rho(A/B)$ ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் $\lambda \neq 5, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 3$ iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும். $\lambda = 5, \mu = 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho\left(\frac{A}{B}\right) = 2 < 3$
<p>48) λ, μ- இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $x + 2y + z = 7$, $x + y + \lambda z = \mu$, $x + 3y - 5z = 5$ என்ற சமன்பாடுகள் (i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளை பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.</p>	$[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & \lambda & \mu \\ 1 & 3 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ $[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & -6 & -2 \\ 0 & 0 & \lambda - 7 & \mu - 9 \end{bmatrix}$	i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது $\lambda = 7, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) \neq \rho(A/B)$ ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் $\lambda \neq 7, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 3$ iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும். $\lambda = 7, \mu = 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho\left(\frac{A}{B}\right) = 2 < 3$

<p>49) k -ன் எம்மதிப்புகளுக்கு பின்வரும் சமன்பாடு தொகுப்பு</p> $kx - 2y + z = 1,$ $x - 2ky + z = -2$ $x - 2y + kz = 1$ <p>(i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளை பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.</p>	$[A/B] = \begin{bmatrix} k & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2k & 1 & -2 \\ 1 & -2 & k & 1 \end{bmatrix}$ $[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & k & 1 \\ 1 & -2k & 1 & -2 \\ k & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & k & 1 \\ 0 & -2k+2 & 1-k & -3 \\ 0 & 0 & (k-1)(k+2) & k+2 \end{bmatrix}$	<p>i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது</p> $k = 1 \Rightarrow \rho(A) \neq \rho(A/B)$ <p>ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும்</p> $k \neq 1, k \neq -2 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 3$ <p>iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.</p> $k = -2 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 2 < 3$
<p>50) λ- ன் எம்மதிப்பிற்கு</p> $x + y + 3z = 0, 4x + 3y + \lambda z = 0,$ $2x + y + 2z = 0$ - ன் என்ற தொகுப்பிற்கு (i) வெளிப்படைத் தீர்வு (ii) வெளிப்படையற்ற தீர்வு கிடைக்கும்.	$[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & \lambda & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ $[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & \lambda & 0 \end{bmatrix}$ $[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 8 & 0 \end{bmatrix}$	<p>(i) வெளிப்படைத் தீர்வு</p> $\lambda \neq 8 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 3$ <p>(ii) வெளிப்படையற்ற தீர்வு கிடைக்கும்</p> $\lambda = 8 \Rightarrow \rho(A) = \rho\left(\frac{A}{B}\right) = 2 < 3$
<p>51) ஒரு சிறுவன் $y = ax^2 + bx + c$ என்ற பாதையில் $(-6, 8), (-2, -12)$ மற்றும் $(3, 8)$ எனும் புள்ளிகள் வழியாக செல்கிறான். $P(7, 60)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள அவனுடைய நண்பனை சந்திக்க விரும்புகிறான். அவன் அவனுடைய நண்பனை சந்திப்பானா? (காஸ் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்துக).</p>	$(-6, 8) \Rightarrow 36a - 6b + c = 8 \rightarrow (1)$ $(-2, -12) \Rightarrow 4a - 2b + c = -12 \rightarrow (2)$ $(3, 8) \Rightarrow 9a + 3b + c = 8 \rightarrow (3)$	$[A/B] = \begin{bmatrix} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 4 & -2 & 1 & -12 \\ 9 & 3 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ $\sim \begin{bmatrix} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 0 & -6 & 4 & -58 \\ 0 & 0 & 5 & -50 \end{bmatrix}$ $(a, b, c) = (1, 3, -10)$ $\Rightarrow y = x^2 + 3x - 10$ அந்த சிறுவன் அவனுடைய நண்பனை $P(7, 60)$ என்ற புள்ளியில் சந்திப்பான்.

<p>52) சைன் சார்பு மற்றும் நேர்மாறு சைன் சார்பின் வரைபடம் வரைக.</p>	<p>Sinx சார்பின் சார்பகம் = $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$</p> 	<p>$\sin^{-1}x$ சார்பின் சார்பகம் = $[-1, 1]$</p> 
<p>53) கொசைன் சார்பு மற்றும் நேர்மாறு கொசைன் சார்பின் வரைபடம் வரைக.</p>	<p>COSX சார்பின் சார்பகம் = $[0, \pi]$</p> 	<p>$\cos^{-1}x$ சார்பின் சார்பகம் = $[-1, 1]$</p> 
<p>54) தொடுகோட்டுச் சார்பு மற்றும் நேர்மாறு தொடுகோட்டுச் சார்பின் வரைபடம் வரைக.</p>	<p>tanx சார்பின் சார்பகம் = $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$</p> 	<p>$\tan^{-1}x$ சார்பின் சார்பகம் = $(-\infty, \infty)$</p> 
<p>55) மதிப்பு காண்க: $\tan\left(\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$</p>	<p>$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$ $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$</p>	<p>$\tan\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = \infty$</p>

<p>56) மதிப்பு காண்க:</p> $\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)\right)$	 <p> $\tan A = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin A = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $\cos B = \frac{4}{5}$ $\cos A = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\sin B = \frac{3}{5}$ </p>	$\begin{aligned}\sin(A - B) &= \sin A \cos B - \cos A \sin B \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{4}{5} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{-2}{5\sqrt{5}}\end{aligned}$
<p>57) மதிப்பு காண்க:</p> $\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\right)$	 <p> $\sin A = \frac{4}{5}$ $\sin B = \frac{3}{5}$ $\cos A = \frac{3}{5}$ $\cos B = \frac{4}{5}$ </p>	$\begin{aligned}\cos(A - B) &= \cos A \cos B + \sin A \sin B \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{24}{25}\end{aligned}$
<p>58) மதிப்பிடுக: $\sin\left[\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) + \sec^{-1}\left(\frac{5}{4}\right)\right]$</p>	 <p> $\sin A = \frac{3}{5}$ $\sec B = \frac{5}{4} \Rightarrow \cos B = \frac{4}{5}$ $\cos A = \frac{4}{5}$ $\sin B = \frac{3}{5}$ </p>	$\begin{aligned}\sin(A + B) &= \sin A \cos B + \cos A \sin B \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{24}{25}\end{aligned}$
<p>59) மதிப்பு காண்க:</p> $\cot^{-1}(1) + \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \sec^{-1}(-\sqrt{2})$	$\cot^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$ $\sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$	$\begin{aligned}\sec^{-1}(-\sqrt{2}) &= \pi - \sec^{-1}\sqrt{2} \\ &= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \\ \Rightarrow \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} - \frac{3\pi}{4} &= -\frac{5\pi}{6}\end{aligned}$

<p>60) . $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ மற்றும் $0 < x, y, z < 1$ எனில் $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ எனக் காண்பி.</p>	$x = \cos A \Rightarrow \cos^{-1} x = A$ $y = \cos B \Rightarrow \cos^{-1} y = B$	$\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ $A + B = \pi - \cos^{-1} z$ $xy - \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} = -z$ $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$
<p>61) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$ எனில் $x + y + z = xyz$ எனக் காட்டுக.</p>	$\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z$ $= \tan^{-1} \left[\frac{x + y + z - xyz}{1 - xy - yz - zx} \right]$	$\tan^{-1} \left[\frac{x + y + z - xyz}{1 - xy - yz - zx} \right] = \pi$ $x + y + z - xyz = \tan \pi = 0$ $x + y + z = xyz$
<p>62) தீர்க்க: $6x^2 < 1$ எனில் $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$</p>	$\tan^{-1} \left[\frac{2x + 3x}{1 - 6x^2} \right] = \frac{\pi}{4}$ $\frac{5x}{1 - 6x^2} = \tan \frac{\pi}{4} = 1$	$6x^2 + 5x - 1 = 0$ $6x^2 < 1 \Rightarrow x = \frac{1}{6}$
<p>63) தீர்க்க: $\tan^{-1} \left(\frac{x-1}{x-2} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x+1}{x+2} \right) = \frac{\pi}{4}$</p>	$\tan^{-1} \left[\frac{\frac{x-1}{x-2} + \frac{x+1}{x+2}}{1 - \left(\frac{x-1}{x-2} \right) \left(\frac{x+1}{x+2} \right)} \right] = \frac{\pi}{4}$	$2x^2 - 4 = -3$ $x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$
<p>64) தீர்க்க: $\cos \left(\sin^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right) \right) = \sin \left\{ \cot^{-1} \left(\frac{3}{4} \right) \right\}$</p>	 $\cos \left(\sin^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right) \right) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\sin \left\{ \cot^{-1} \left(\frac{3}{4} \right) \right\} = \frac{4}{5}$ $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{4}$

12 கணிதவியல் (VOLUME-II)

(Only for Slow Learners / 5 mark question and answer)

<p>1) மட்டுக் கூட்டல் 5 செயலி அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி கணம் Z_5 இன் மீது $+_5$ என்ற செயலிக்கு i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.</p>	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>$+_5$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table> <p>i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை</p>	$+_5$	0	1	2	3	4	0	0	1	2	3	4	1	1	2	3	4	0	2	2	3	4	0	1	3	3	4	0	1	2	4	4	0	1	2	3	<p>iv) சமனிப் உறுப்பு = 0 v) எதிர்மறைப் பண்பு 0 இன் எதிர்மறை = 0 1 இன் எதிர்மறை = 4 2 இன் எதிர்மறை = 3 3 இன் எதிர்மறை = 2 4 இன் எதிர்மறை = 1</p>
$+_5$	0	1	2	3	4																																	
0	0	1	2	3	4																																	
1	1	2	3	4	0																																	
2	2	3	4	0	1																																	
3	3	4	0	1	2																																	
4	4	0	1	2	3																																	
<p>2) $A = \{1, 3, 4, 5, 9\}$ இன் மீது \times_{11} என்ற செயலிக்கு i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.</p>	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>\times_{11}</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>9</td><td>1</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>1</td><td>5</td><td>9</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td><td>4</td><td>9</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>9</td><td>9</td><td>5</td><td>3</td><td>1</td><td>4</td></tr> </table> <p>i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை</p>	\times_{11}	1	3	4	5	9	1	1	3	4	5	9	3	3	9	1	4	5	4	4	1	5	9	3	5	5	4	9	3	1	9	9	5	3	1	4	<p>iv) சமனிப் உறுப்பு = 1 v) எதிர்மறைப் பண்பு 1 இன் எதிர்மறை = 1 3 இன் எதிர்மறை = 4 4 இன் எதிர்மறை = 3 5 இன் எதிர்மறை = 9 9 இன் எதிர்மறை = 5</p>
\times_{11}	1	3	4	5	9																																	
1	1	3	4	5	9																																	
3	3	9	1	4	5																																	
4	4	1	5	9	3																																	
5	5	4	9	3	1																																	
9	9	5	3	1	4																																	
<p>3) $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} : x \in R - \{0\} \right\}$ என்க. * என்பது அணிப் பெருக்கல் எனக் கொள்க. * ஆனது M ன் மீது i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.</p>	<p>i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை iv) சமனிப் பண்பு - உண்மை</p> $E = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \in M$	<p>v) எதிர்மறைப் பண்பு</p> $= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4x & 4x \end{pmatrix} \in M$																																				

<p>4) $A = Q - \{1\}$ என்க. A -ன் மீது * பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. $x * y = x + y - xy$ எனில் * ஆனது A ன் மீது i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.</p>	<p>i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை</p>	<p>iv) சமனிப் பண்பு சமனி உறுப்பு $e = 0$ v) எதிர்மறைப் பண்பு x இன் எதிர்மறை $x^{-1} = \frac{-x}{1-x} \in A$</p>																																																																																															
<p>5) கொடுக்கப்பட்ட கணத்தின் மீது பின்வரும் செயலானது i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க. $m * n = m + n - mn ; m, n \in Z$</p>	<p>i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை</p>	<p>iv) சமனிப் பண்பு சமனி உறுப்பு $e = 0$ v) எதிர்மறைப் பண்பு எதிர்மறை உறுப்பு இல்லை</p>																																																																																															
<p>6) 42) $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும். தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="130 750 604 987"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \rightarrow q$</th> <th>$\neg(p \rightarrow q)$</th> <th>$\neg q$</th> <th>$p \wedge \neg q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> </tr> </tbody> </table> <p>$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$</p>	p	q	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	T	T	T	F	F	F	T	F	F	T	T	T	F	T	T	F	F	F	F	F	T	F	T	F	<p>7) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க. தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="772 750 1327 938"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \rightarrow q$</th> <th>$\neg p$</th> <th>$\neg p \rightarrow q$</th> <th>$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> </tbody> </table> <p>$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது நிச்சயமின்மை</p>	p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$	T	T	T	F	T	T	T	F	F	F	T	F	F	T	T	T	T	T	F	F	T	T	F	F	<p>8) $(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க. தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="1402 782 1969 977"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \wedge q$</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$\neg(p \vee q)$</th> <th>$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> </tr> </tbody> </table> <p>$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது முரண்பாடு</p>	p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$	T	T	T	T	F	F	T	F	F	T	F	F	F	T	F	T	F	F	F	F	F	F	T	F					
p	q	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$																																																																																												
T	T	T	F	F	F																																																																																												
T	F	F	T	T	T																																																																																												
F	T	T	F	F	F																																																																																												
F	F	T	F	T	F																																																																																												
p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$																																																																																												
T	T	T	F	T	T																																																																																												
T	F	F	F	T	F																																																																																												
F	T	T	T	T	T																																																																																												
F	F	T	T	F	F																																																																																												
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$																																																																																												
T	T	T	T	F	F																																																																																												
T	F	F	T	F	F																																																																																												
F	T	F	T	F	F																																																																																												
F	F	F	F	T	F																																																																																												
<p>9) $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க. தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="109 1205 646 1399"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$\neg p$</th> <th>$(p \vee q) \wedge \neg p$</th> <th>$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> </tr> </tbody> </table> <p>$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ என்பது மெய்மம்</p>	p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$	T	T	T	F	F	T	T	F	F	F	F	T	F	T	F	T	T	T	F	F	F	T	F	T	<p>10) டிமார்கன் விதி: (i) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும். தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="772 1205 1297 1442"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \wedge q$</th> <th>$\neg(p \wedge q)$</th> <th>$\neg p$</th> <th>$\neg q$</th> <th>$\neg p \vee \neg q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> </tbody> </table> <p>$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$</p>	p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	T	T	T	F	F	F	F	T	F	F	T	F	T	T	F	T	F	T	T	F	T	F	F	F	T	T	T	T	<p>11) $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ என்ற சமானமான பண்பை நிரூபிக்க. தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="1402 1172 1969 1442"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \leftrightarrow q$</th> <th>$p \rightarrow q$</th> <th>$q \rightarrow p$</th> <th>$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> </tbody> </table> <p>$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$</p>	p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	T	T	T	T	T	T	T	F	F	F	T	F	F	T	F	T	F	F	F	F	T	T	T	T
p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$																																																																																												
T	T	T	F	F	T																																																																																												
T	F	F	F	F	T																																																																																												
F	T	F	T	T	T																																																																																												
F	F	F	T	F	T																																																																																												
p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$																																																																																											
T	T	T	F	F	F	F																																																																																											
T	F	F	T	F	T	T																																																																																											
F	T	F	T	T	F	T																																																																																											
F	F	F	T	T	T	T																																																																																											
p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$																																																																																												
T	T	T	T	T	T																																																																																												
T	F	F	F	T	F																																																																																												
F	T	F	T	F	F																																																																																												
F	F	T	T	T	T																																																																																												

12) $(\neg p \rightarrow r) \wedge (p \leftrightarrow q)$ இன் மெய்யட்டவணையை அமைக்கவும்.

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \rightarrow r$	$p \leftrightarrow q$	$(\neg p \rightarrow r) \wedge (p \leftrightarrow q)$
T	T	T	F	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T
T	F	T	F	T	F	F
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	F	F
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	T	F

13) $p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.

p	q	r	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$p \rightarrow (\neg q \vee r)$	$\neg p$	$\neg p \vee (\neg q \vee r)$
T	T	T	F	T	T	F	T
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	F	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

$$p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$$

14) சேர்ப்பு விதி : $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ என மெய்யட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிரூபி :

p	q	r	$q \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	F	F	F	F

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

15) பங்கீட்டு விதி: $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ என மெய்யட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிரூபி.

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	F	F
F	F	T	F	F	F	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

16) ஒரு தனிநிலை சார்பு -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	k	2k	6k	5k	6k	10k

எனில், (i) $P(2 < X < 6)$

(ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iii) $P(X \leq 4)$ iv) $P(3 < X)$ காண்க.

தீர்வு: $\sum p_i = 1$

$$30k = 1$$

$$K = \frac{1}{30}$$

$$\text{i) } P(2 < X < 6) = P(3) + P(4) + P(5) = 17k = \frac{17}{30}$$

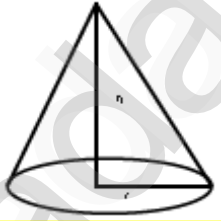
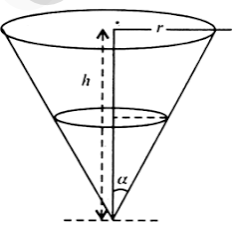
$$\text{ii) } P(2 \leq X < 5) = P(2) + P(3) + P(4) = 13k = \frac{13}{30}$$

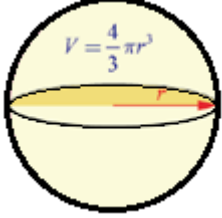
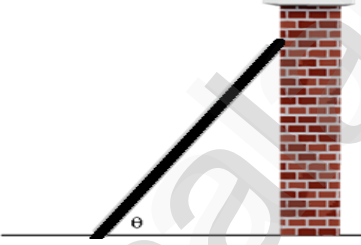
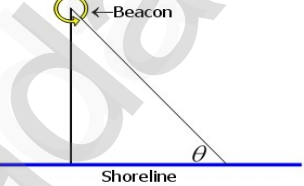
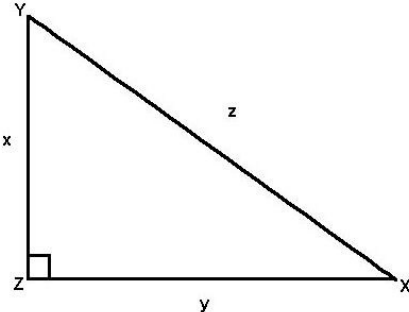
$$\text{iii) } P(X \leq 4) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 14k = \frac{14}{30}$$

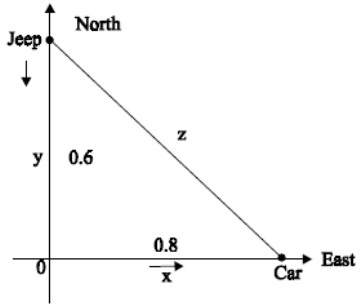
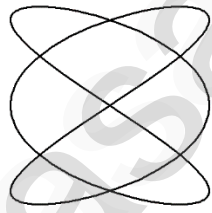
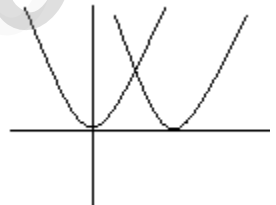
$$\text{iv) } P(3 < X) = P(4) + P(5) + P(6) = 21k = \frac{21}{30}$$

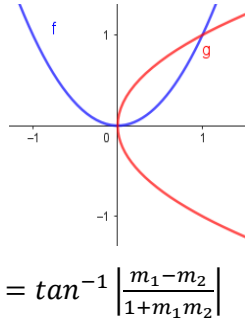

<p>17) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு நிகழ்தகவு நிறைசார்பானது</p> <table border="1" data-bbox="109 212 716 302"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>k^2</td> <td>$2k^2$</td> <td>$3k^2$</td> <td>$2k$</td> <td>$3k$</td> </tr> </tbody> </table> <p>எனில் (i) k மதிப்பு (ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iii) $P(3 > X)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.</p>	x	1	2	3	4	5	$f(x)$	k^2	$2k^2$	$3k^2$	$2k$	$3k$	<p>i) $\sum p_i = 1$ $6k^2 + 5k - 1 = 0$ $k = \frac{1}{6}$</p>	<p>(ii) $P(2 \leq X < 5) = P(2) + P(3) + P(4)$ $= 5k^2 + 2k = \frac{5}{36} + \frac{2}{6} = \frac{17}{36}$ (iii) $P(3 > X) = P(4) + P(5)$ $= 5k = \frac{5}{6}$</p>
x	1	2	3	4	5									
$f(x)$	k^2	$2k^2$	$3k^2$	$2k$	$3k$									
<p>18) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள குவிவு பரவல் சார்பு $F(x)$ -இன் தனிமை சமவாய்ப்பு மாறி X-இன் நிகழ்தகவு நிறைசார்பினைக் காண்க.</p> $F(x) = \begin{cases} 0 & ; -\infty < x < -2 \\ 0.25 & ; -2 \leq x < -1 \\ 0.60 & ; -1 \leq x < 0 \\ 0.90 & ; 0 \leq x < 1 \\ 1 & ; 1 \leq x < \infty \end{cases}$ <p>மேலும் i) $P(X < 0)$ மற்றும் ii) $P(X \geq -1)$ காண்க</p>	<p>நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு</p> <table border="1" data-bbox="751 618 1339 732"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>-2</th> <th>-1</th> <th>0</th> <th>1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>0.25</td> <td>0.35</td> <td>0.30</td> <td>0.10</td> </tr> </tbody> </table>	X	-2	-1	0	1	$f(x)$	0.25	0.35	0.30	0.10	<p>i) $P(X < 0) = P(-2) + P(-1)$ $= 0.25 + 0.35 = 0.60$ ii) $P(X \geq -1) = P(-1) + P(0) + P(1)$ $= 0.35 + 0.30 + 0.10 = 0.75$</p>		
X	-2	-1	0	1										
$f(x)$	0.25	0.35	0.30	0.10										
<p>19) $F(x) = \begin{cases} 0 & ; -\infty < x < -1 \\ 0.15 & ; -1 \leq x < 0 \\ 0.35 & ; 0 \leq x < 1 \\ 0.60 & ; 1 \leq x < 2 \\ 0.85 & ; 2 \leq x < 3 \\ 1 & ; 3 \leq x < \infty \end{cases}$</p> <p>எனக் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறியின் குவிவு பரவல் சார்பிற்கு (i) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு (ii) $P(X < 1)$ (iii) $P(X \geq 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.</p>	<p>நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு</p> <table border="1" data-bbox="741 1049 1314 1170"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>-1</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>0.15</td> <td>0.20</td> <td>0.25</td> <td>0.25</td> <td>0.15</td> </tr> </tbody> </table>	X	-1	0	1	2	3	$f(x)$	0.15	0.20	0.25	0.25	0.15	<p>i) $P(X < 1) = P(-1) + P(0)$ $= 0.15 + 0.20 = 0.35$ ii) $P(X \geq 2) = P(2) + P(3)$ $= 0.25 + 0.15 = 0.40$</p>
X	-1	0	1	2	3									
$f(x)$	0.15	0.20	0.25	0.25	0.15									


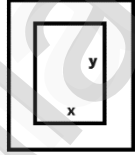
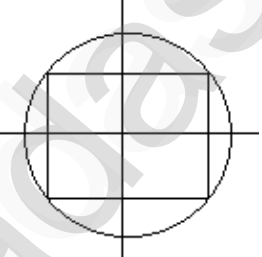
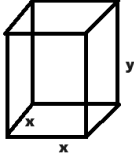
<p>20) $F(x) = \begin{cases} 0 & ; -\infty < x < 0 \\ \frac{1}{2} & ; 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{5} & ; 1 \leq x < 2 \\ \frac{4}{5} & ; 2 \leq x < 3 \\ \frac{9}{10} & ; 3 \leq x < 4 \\ 1 & ; 4 \leq x < \infty \end{cases}$</p> <p>என்பது ஒரு தனிநிலை சவாய்ப்பு மாறியின் குவிவு பரவல் சார்பு எனில் (i) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு (ii) $P(X < 3)$ (iii) $P(X \geq 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.</p>	<p>நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு</p> <table border="1" data-bbox="743 293 1312 480"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>f(x)</td> <td>$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$</td> <td>$\frac{1}{10}$</td> <td>$\frac{2}{10}$</td> <td>$\frac{1}{10}$</td> <td>$\frac{1}{10}$</td> </tr> </tbody> </table>	X	0	1	2	3	4	f(x)	$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	<p>i) $P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2)$ $= \frac{5}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$</p> <p>ii) $P(X \geq 2) = P(2) + P(3) + P(4)$ $= \frac{2}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$</p>
X	0	1	2	3	4									
f(x)	$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$									
<p>21) ஒரு பால் விற்பனையகத்தில் விநியோகிக்கப்படும் பாலின் அளவு சமவாய்ப்பு மாறி X என்க. குறைந்த பட்சம் 200 விட்டர்கள் மற்றும் அதிகபட்சம் 600 விட்டர்களுடன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} k & ; 200 \leq x \leq 600 \\ 0 & ; \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$ (i) k மதிப்பு காண்க. (ii) பரவல் சார்பு காண்க (iii) 300 விட்டர்கள் மற்றும் 500 விட்டர்களுக்கிடையே தினசரி விற்பனை இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.</p>	<p>(i) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$</p> <p>$\int_{200}^{600} k dx = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{400}$</p> <p>(ii) $\int_{300}^{500} \frac{1}{400} dx = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$</p>	<p>(iii) பரவல் சார்பு</p> $F(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 200 \\ \frac{x}{400} - \frac{1}{2} & ; 200 \leq x \leq 600 \\ 1 & ; x > 600 \end{cases}$												
<p>22) $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & ; x \geq 0 \\ 0 & ; \text{பிறமதிப்புகள்} \end{cases}$ எனும் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு உள்ள ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X-க்கு சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.</p>	<p>சராசரி</p> $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ $E(X) = \int_0^{\infty} x (\lambda e^{-\lambda x}) dx = \frac{1}{\lambda}$	<p>பரவற்படி</p> $E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$ $E(X^2) = \int_0^{\infty} x^2 (\lambda e^{-\lambda x}) dx = \frac{2}{\lambda^2}$ $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{1}{\lambda^2}$												

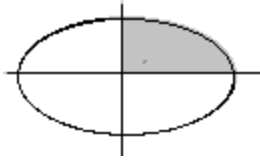
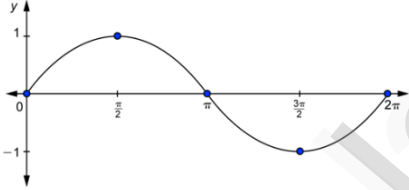
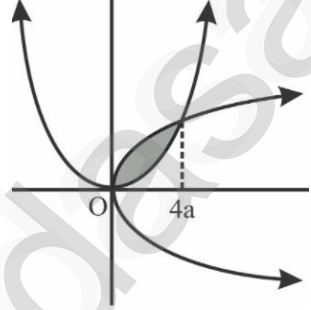
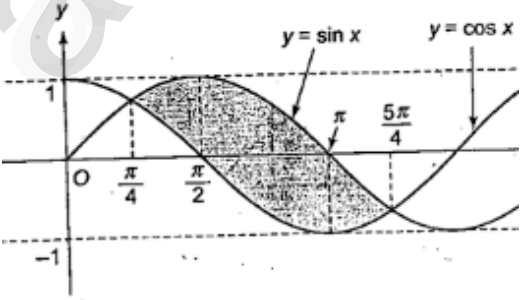
<p>23) சமவாய்ப்பு மாறி X-ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு</p> $f(x) = \begin{cases} 16xe^{-4x}; & x > 0 \\ 0 & ; x \leq 0 \end{cases}$ <p>ஆகும். சமவாய்ப்பு மாறி X-ன் சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.</p>	<p>சராசரி</p> $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ $E(X) = \int_0^{\infty} x(16xe^{-4x}) dx = \frac{1}{2}$	<p>பரவற்படி</p> $E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$ $E(X^2) = \int_0^{\infty} x^2 (16xe^{-4x}) dx = \frac{3}{8}$ $Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{1}{8}$
<p>24) $4P(X = 4) = P(X = 2)$ மற்றும் $n = 6$ எனும்படி உள்ள $X \sim B(n, p)$ -ன் பரவல், சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க.</p>	<p>$n = 6$</p> $4P(X = 4) = P(X = 2)$ $\Rightarrow p = \frac{1}{3} \text{ \& } q = \frac{2}{3}$	<p>சராசரி $= np = 6 \times \frac{1}{3} = 2$</p> <p>திட்டவிலக்கம் $= \sqrt{npq} = \sqrt{6 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$</p> <p>ஈருறுப்பு பரவல்:</p> $p(x) = nC_x p^x q^{n-x} = 6C_x \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{6-x}; \quad n = 1, 2, \dots, 6$
<p>25) கொணரிப்பட்டையிலிருந்து நிமிடத்திற்கு 30 கன மீட்டர் வீதத்தில் கொட்டப்படும் உப்பு வட்ட வடிவ அடிமானம் கொண்ட கூம்பு வடிவம் பெறுகிறது. மேலும் கூம்பின் உயரமும் அடிமானத்தின் விட்டமும் சமமாக உள்ளது. 10 மீட்டர் உயரம் எனும்போது கூம்பின் உயரம் எவ்வகத்தில் அதிகரிக்கும்?</p>		$\frac{dV}{dt} = 30 \text{ \& } h = 10$ <p>ஆரம் $r = \frac{h}{2}$</p> <p>உயரம் அதிகரிக்கும் வீதம்</p> $\frac{dh}{dt} = \frac{6}{5\pi}$
<p>26) தலைகீழாக வைக்கப்பட்ட ஒரு நேர்வட்ட கூம்பின் வடிவில் உள்ள ஒரு நீர்நிலைத் தொட்டியின் ஆழம் 12 மீட்டர் மற்றும் மேலுள்ள வட்டத்தின் ஆரம் 5 மீட்டர் என்க. நிமிடத்திற்கு 10 கன மீட்டர் வேகத்தில் நீர் பாய்ச்சப்படுகிறது எனில், 8 மீட்டர் ஆழத்தில் நீர் இருக்கும்போது நீரின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வேகம் என்ன?</p>		$\frac{dV}{dt} = 10 \text{ \& } h = 8$ <p>ஆரம் $r = \frac{5h}{12}$</p> <p>நீரின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வீதம்</p> $\frac{dh}{dt} = \frac{9}{10\pi}$

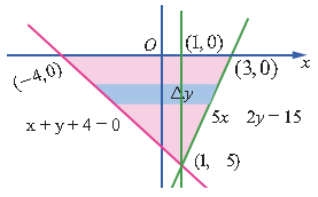
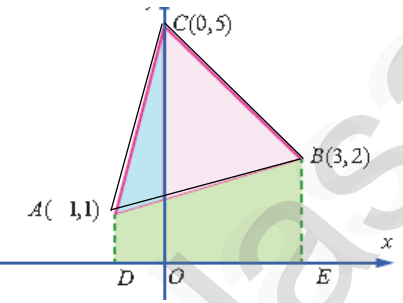
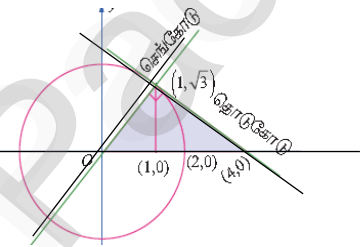
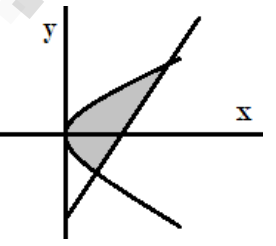
<p>27) கோள வடிவில் உள்ள ஒரு ஊதுபையில் காற்றினை வினாடிக்கு 1000 செமீ³ எனும் வீதத்தில் நாம் ஊதினால் ஆரம் 7 செமீ எனும்போது ஊதுபையின் ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம் என்ன? மேலும் மேற்பரப்பு மாறுபாட்டு வீதத்தையும் கணக்கிடுக.</p>		$\frac{dV}{dt} = 1000 \quad \& \quad r = 7$ <p>ஆரத்தின் மாறுபாடு</p> $\frac{dr}{dt} = \frac{250}{49\pi}$ <p>மேற்பரப்பு மாறுபாடு</p> $\frac{dS}{dt} = \frac{2000}{7}$
<p>28) 17 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு ஏணி செங்குத்தான சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து விலகிச் செல்லும் வீதம் வினாடிக்கு 5 மீட்டர் எனில் ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து 8 மீட்டர் தொலைவில் இருக்கும்போது, (i) அதன் உச்சி என்ன வீதத்தில் கீழ்நோக்கி இறங்கும் என்பதைக் காண்க. (ii) எந்த வீதத்தில் ஏணி, சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவற்றால் உருவாகும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மாறுகிறது?</p>		$\frac{dx}{dt} = 5 \quad \& \quad x = 8$ $y = 15, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{-8}{3}$ <p>பரப்பளவு மாறுவீதம்</p> $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \left[x \frac{dy}{dt} + y \frac{dx}{dt} \right] = 26.83$
<p>29) கப்பலின் மீதுள்ள சுழலொளி விளக்கு ஒவ்வொரு 10 வினாடிகளுக்கு ஒரு முறை சுற்றுகிறது. கடற்கரையிலிருந்து 5 கிமீ தூரத்தில் கப்பல் நங்கூரமிடப்பட்டுள்ளது. அவ்விளக்கின் ஒளிக்கற்றை கடற்கரையுடன் 45° கோணத்தை ஏற்படுத்தும் போது கடற்கரையில் ஒளிக்கற்றை எவ்வளவு வேகமாக நகரும்?</p>		$\frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} \quad \& \quad \theta = 45^\circ$ $\tan \theta = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 5 \tan \theta$ <p>ஒளிக்கற்றை நகரும் வேகம்</p> $\frac{dx}{dt} = 2\pi \text{ km/sec}$
<p>30) வடக்கிலிருந்து தெற்கே செல்லும் பாதையும் கிழக்கிலிருந்து மேற்கே செல்லும் பாதையும் P எனும் புள்ளியில் வெட்டுகிறது. வடக்கு நோக்கி செல்லும் மகிழுந்து A முதல் பாதை வழியாகச் செல்கிறது. கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் மகிழுந்து B இரண்டாவது பாதை வழியாகச் செல்கிறது. குறிப்பிட்ட நேரத்தில் மகிழுந்து A ஆனது P க்கு வடக்கே 10 கிலோ மீட்டர்கள் தொலைவில் மணிக்கு 80 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. அதே சமயத்தில் மகிழுந்து B ஆனது P க்கு கிழக்கே 15 கிலோ மீட்டர் தொலைவில் மணிக்கு 100 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. இரு மகிழுந்துகளுக்கிடையே உள்ள தூரம் எவ்வகத்தில் மாறுகிறது?</p>		$x = 10, \quad \frac{dx}{dt} = 80 \text{ கி.மீ/மணி}$ $y = 15, \quad \frac{dy}{dt} = 100 \text{ கி.மீ/மணி}$ $z^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow z = 5\sqrt{13}$ <p>தூர மாறுபாடு</p> $\frac{dz}{dt} = 127.6 \text{ கி.மீ/மணி}$

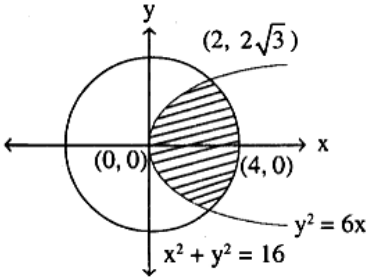

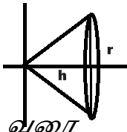
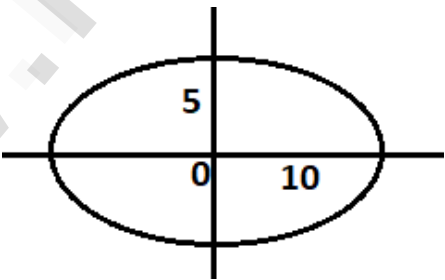
<p>31) வட திசையில் இருந்து ஒரு செங்கோண சந்திப்பை அணுகும் ஒரு காவல்துறை வாகனம் வேகமாக சென்று திரும்பி கிழக்கு திசை நோக்கி செல்லும் ஒரு மகிழுந்தை துரத்துகிறது. சாலை சந்திப்பில் வடக்கே 0.6 கிலோ மீட்டர் தொலைவில் காவல்துறையின் வாகனமும் கிழக்கே 0.8 கிலோ மீட்டர் தொலைவில் மகிழுந்தும் உள்ள பொழுது மின்காந்த அலை கருவியின் துணை கொண்டு காவல்துறை தங்களது வாகனத்திற்கும் மகிழுந்திற்கும் இடைப்பட்ட தூரம் மணிக்கு 20 கி.மீ வேகத்தில் அதிகரிக்கிறது என தீர்மானிக்கின்றனர். காவல்துறை வாகனம் மணிக்கு 60 கிலோ மீட்டர் வேகத்தில் நகர்கிறது எனில் மகிழுந்தின் வேகம் என்ன?</p>		$x = 0.6, \quad y = 0.8$ $\frac{dz}{dt} = 20 \text{ கி.மீ/மணி}$ $z^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow z = 1$ <p>மகிழுந்தின் வேகம்</p> $\frac{dx}{dt} = 70 \text{ கி.மீ/மணி}$
<p>32) $x = 2\cos 3t$ மற்றும் $y = 3\sin 2t$, $t \in \mathbb{R}$ என்ற விசஜோஸ் வளைவரையின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</p>	 $m = \frac{\left(\frac{dy}{dt}\right)}{\left(\frac{dx}{dt}\right)} = \frac{6 \cos 2t}{-6 \sin 3t} = \frac{-\cos 2t}{\sin 3t}$	<p>தொடுகோடு</p> $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 3 \sin 2t = \frac{-\cos 2t}{\sin 3t}(x - 2 \cos 3t)$ <p>செங்கோடு</p> $y - y_1 = \frac{-1}{m}(x - x_1)$ $y - 3 \sin 2t = \frac{\sin 3t}{\cos 2t}(x - 2 \cos 3t)$
<p>33)) $y = x^2$ மற்றும் $y = (x - 3)^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடிப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.</p>	 <p>வெட்டும் புள்ளி $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$</p>	<p>சாய்வுகள் $m_1 = 3$; $m_2 = -3$</p> $\theta = \tan^{-1} \left \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right $ $= \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$

<p>34) $y = x^2$ மற்றும் $x = y^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தினை $(0,0)$ மற்றும் $(1,1)$ என்ற வெட்டும் புள்ளிகளில் காண்க.</p>	 $\theta = \tan^{-1} \left \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right $	$y = x^2 \quad x = y^2$ $\frac{dy}{dx} = 2x \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y}$ <p>$(0,0)$ இல் $\theta = \frac{\pi}{2}$</p> <p>$(1,1)$ இல் $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$</p>
<p>35) $ax^2 + by^2 = 1$ மற்றும் $cx^2 + dy^2 = 1$ என்ற வளைவரைகள் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொண்டால் $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$ என நிறுவுக.</p>	<p>சாய்வு</p> $ax^2 + by^2 = 1 \Rightarrow m_1 = \frac{dy}{dx} = \frac{-ax}{by}$ $cx^2 + dy^2 = 1 \Rightarrow m_2 = \frac{dy}{dx} = \frac{-cx}{dy}$	<p>செங்குத்தாக வெட்டிக்கொள்ளும் எனில்</p> $m_1 \times m_2 = -1$ $\left(\frac{-ax}{by} \right) \times \left(\frac{-cx}{dy} \right) = -1$ $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$
<p>36) $x^2 + 4y^2 = 8$ என்ற நீள்வட்டமும் $x^2 - 2y^2 = 4$ என்ற அதிபரவளையமும் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் என நிறுவுக.</p>	<p>சாய்வு</p> $x^2 + 4y^2 = 8 \Rightarrow m_1 = \frac{dy}{dx} = \frac{-x}{4y}$ $x^2 - 2y^2 = 4 \Rightarrow m_2 = \frac{dy}{dx} = \frac{x}{2y}$	$m_1 \times m_2 = \left(\frac{-x}{4y} \right) \times \left(\frac{x}{2y} \right)$ $= \frac{-x^2}{8y^2}$ $m_1 \times m_2 = -1$ <p>எனவே இரு வளைவரைகளும் செங்குத்தாக வெட்டிக்கொள்ளும்</p>
<p>37) ஒரு விவசாயி ஒரு நதியை ஒட்டிய செவ்வக மேய்ச்சல் நிலத்திற்கு வேலி அமைக்க திட்டமிட்டுள்ளார். மந்தைகளுக்கு போதுமான புல் வழங்க மேய்ச்சல் நிலம் 1,80,000 சதுர மீட்டர் பரப்பளவு இருக்க வேண்டும். ஆற்றின் குறுக்கே வேலி அமைக்கத் தேவையில்லை. வேலி அமைக்க தேவையான குறைந்தபட்ச வேலிக் கம்பியின் நீளம் என்ன?</p>	 $xy = 180000 \Rightarrow y = \frac{180000}{x}$ <p>சுற்றளவு</p> $L = x + 2y = x + \frac{2 \times 180000}{x}$	$\frac{dL}{dx} = 1 - \frac{360000}{x^2}$ $\frac{d^2L}{dx^2} = + \frac{720000}{x^3}$ $\frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow x = 600 \quad \& \quad \frac{d^2L}{dx^2} > 0$ <p>குறைந்தபட்ச வேலி கம்பியின் நீளம் = 1200 மீ</p>

<p>38) ஒரு தோட்டம் செவ்வக வடிவில் அமைக்கப்பட்டு கம்பி வேலி மூலம் பாதுகாக்கப்பட வேண்டும். 40 மீட்டர் வேலிக் கம்பி மூலம் பாதுகாக்கப்படும் தோட்டத்தின் பெரும பரப்பினைக் காண்க.</p>	 $A = xy = x(20 - x) = 20x - x^2$	$\frac{dA}{dx} = 20 - 2x \quad \& \quad \frac{d^2A}{dx^2} = -2 < 0$ $\frac{dA}{dx} = 0 \Rightarrow x = 10 \quad \& \quad y = 10$ <p>பெரும பரப்பு $A = 100 \text{ m}^2$</p>
<p>39) ஒரு வெவ்வக வடிவிலான பக்கத்தில் 24 செமீ² அளவிற்கு அச்சிடப்பட்டுள்ளது. மேற்புற மற்றும் கீழ்ப்புற ஓரங்கள் 1.5 செமீ அளவிலும் மற்ற பக்கங்களின் ஓரங்கள் 1 செமீ அளவிலும் இடைவெளி விடப்பட்டுள்ளது. காகித பக்கத்தின் குறைந்த பரப்பளவிற்கு அதன் நீள அகலங்கள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?</p>	 $A = (x + 2)(y + 3)$ $A = 3x + \frac{48}{x} + 30$	$\frac{dA}{dx} = 3 - \frac{48}{x^2} \quad \& \quad \frac{d^2A}{dx^2} = \frac{96}{x^3} > 0$ $\frac{dA}{dx} = 0 \Rightarrow x = 4 \quad \& \quad y = 6$ $\therefore x + 2 = 6 \quad \& \quad y + 3 = 9$
<p>40) 10 செமீ ஆரமுள்ள வட்டத்தினுள் அமைக்கப்படும் செவ்வகங்களுள் மீப்பெரு பரப்புடைய செவ்வகத்தின் பரிமாணங்களைக் காண்க.</p>		$x = 20 \cos \theta \quad \& \quad y = 20 \sin \theta$ $A = (2x)(2y)$ $A = 200 \sin 2\theta$ $\frac{dA}{d\theta} = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ $\therefore L = 2x = 10\sqrt{2} \quad \& \quad B = 2y = 10\sqrt{2}$
<p>41) ஒரு உற்பத்தியாளர் ஒரு சதுர அடித் தளத்தையும் 108 சதுர செ.மீ வெளிப்புறப் பரப்பையும் கொண்ட திறந்த பெட்டியை வடிவமைக்க விரும்புகிறார். அதிகபட்ச கனஅளவிற்கான பெட்டியின் பரிமாணங்களைக் காண்க.</p>	<p>வெளிப்புற பரப்பு</p> $A = x^2 + 4xy = 108$ $y = \frac{108 - x^2}{4x}$ <p>கன அளவு</p> $V = x^2y = \frac{108x - x^3}{4}$ 	$\frac{dV}{dx} = \frac{108 - 3x^2}{4}$ $\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{-6x}{4}$ $\frac{dV}{dx} = 0 \Rightarrow x = 6 \quad \& \quad \frac{d^2V}{dx^2} = -9 < 0$ <p>பெரும கன அளவு உள்ள பெட்டியின் பரிமாணங்கள் = 6 செமீ, 3 செமீ, 3 செமீ</p>

<p>42) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டினால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பு காண்க.</p>		<p>பரப்பு: $A = \int_a^b y \, dx$ $= 4 \int_0^a y \, dx$ $= \pi ab$</p>
<p>43) $y = \sin x$ என்ற வளைவரை x-அச்சு, கோடுகள் $x=0$ மற்றும் $x = 2\pi$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.</p>		<p>பரப்பு: $A = \int_a^b y \, dx$ $= \int_0^{\pi} \sin x \, dx - \int_{\pi}^{2\pi} \sin x \, dx$ $= 4$</p>
<p>44) $y^2 = 4x$ மற்றும் $x^2 = 4y$ என்ற பரவளையங்களால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பு காண்க</p>		<p>வெட்டும் புள்ளிகள்: $(0,0)$, $(4,4)$</p> <p>இடைப்பட்ட பரப்பு:</p> $A = \int_a^b [y_U - y_L] \, dx$ $= \frac{16}{3}$
<p>45) $y = \cos x$ மற்றும் $y = \sin x$ என்ற வளைவரைகள் $x = \frac{\pi}{4}$ மற்றும் $x = \frac{5\pi}{4}$ என்ற கோடுகள் ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.</p>		<p>இடைப்பட்ட பரப்பு</p> $A = \int_a^b [y_U - y_L] \, dx$ $= \int_{\pi/4}^{5\pi/4} [\sin x - \cos x] \, dx$ $= 2\sqrt{2}$

<p>46) கோடுகள் $5x - 2y = 15$, $x + y + 4 = 0$ மற்றும் x அச்ச ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை தொகையிடல் மூலம் காண்க.</p>	 <p>கோடுகள் வெட்டும் புள்ளி = (1,5)</p>	<p>கோடுகள் x-அச்சை சந்திக்கும் புள்ளிகள் = (3,0), (-4,0)</p> <p>பரப்பு $A = \left \int_{-4}^1 y \, dx \right + \left \int_1^3 y \, dx \right$ = $\frac{35}{2}$</p>
<p>47) $(-1, 1)$, $(3, 2)$, $(0, 5)$ என்பன A,B மற்றும் C-யின் புள்ளிகள் எனில் முக்கோணம் ABC ஆல் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை தொகையிடலைப் பயன்படுத்திக் காண்க.</p>		<p>நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடுகள் $y = 4x + 5$ $y = -x + 5$ $y = \frac{1}{4}(x + 5)$</p> <p>பரப்பு $A = \int_{-1}^0 (4x + 5) \, dx + \int_0^3 (-x + 5) \, dx - \frac{1}{4} \int_0^3 (x + 5) \, dx$ = $\frac{15}{2}$</p>
<p>48) $x^2 + y^2 = 4$ என்ற வட்டத்தில் $(1, \sqrt{3})$ எனும் புள்ளியில் தொடுகோடு, செங்கோடு மற்றும் x-அச்ச ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை தொகையிடலைப் பயன்படுத்திக் காண்க.</p>		<p>தொடுகோட்டின் சமன்பாடு $x + y\sqrt{3} = 4$ செங்கோட்டின் சமன்பாடு $y = \sqrt{3}x$</p> <p>பரப்பு $A = \int_0^1 y \, dx + \int_1^4 y \, dx = 2\sqrt{3}$</p>
<p>49) பரவளையம் $y^2 = x$ மற்றும் கோடு $y = x - 2$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.</p>		<p>y-அச்ச எல்லை $y = -1, 2$ இடைப்பட்ட பரப்பு $A = \int_c^d [x_R - x_L] \, dy$ = $\int_{-1}^2 [y + 2 - y^2] \, dy = \frac{9}{2}$</p>

<p>50) $x^2 + y^2 = 16$ என்ற வட்டத்திற்கும் $y^2 = 6x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் பொதுவான அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.</p>		<p>வெட்டும் புள்ளிகள் $= (2, 2\sqrt{3}), (2, -2\sqrt{3})$ இடைப்பட்ட பரப்பு $A = \int_c^d [x_R - x_L] dy$ $= \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left[\sqrt{16 - y^2} - \frac{y^2}{6} \right] dy$ $= \frac{4}{3}(4\pi + \sqrt{3})$</p>
<p>51) ஆரம் a உடைய கோளத்தின் கன அளவைக் காண்க.(தொகையிடல் மூலம்)</p>	 <p>எல்லை : $x = -a$ முதல் $x = a$ வரை வட்டம்: $x^2 + y^2 = a^2$ $y^2 = a^2 - x^2$</p>	<p>கன அளவு $V = \pi \int_{-a}^a y^2 dx = \pi \int_{-a}^a (a^2 - x^2) dx$ $V = \frac{4}{3}\pi a^3$</p>
<p>52) ஆரம் r மற்றும் உயரம் h உடைய கோள வடிவ தொப்பியின் கன அளவைக் காண்க(தொகையிடல் மூலம்)</p>	 <p>எல்லை : $x = 0$ முதல் $x = h$ வரை நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = \frac{r}{h}x$</p>	<p>கன அளவு $V = \pi \int_0^h y^2 dx$ $= \pi \int_0^h \frac{r^2}{h^2} x^2 dx = \frac{1}{3}\pi r^2 h$</p>
<p>53) ஒரு தர்பூசணியானது நீள்வட்ட திண்ம வடிவில் உள்ளது. இந்த நீள்வட்ட திண்மத்தை பெற நெட்டச்சின் நீளம் 20செ.மீ மற்றும் குற்றச்சின் நீளம் 10செ.மீ கொண்ட நீள்வட்டத்தை நெட்டச்சைப் பொருத்து சுழற்ற வேண்டும் எனில் தர்பூசணியின் கன அளவை தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி காண்க.</p>		<p>நீள்வட்டம் $\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$ $y^2 = 25 \left(1 - \frac{x^2}{100} \right)$ கன அளவு $V = \pi \int_{-10}^{10} y^2 dx = \frac{1000}{3}\pi$</p>

<p>54) நுண்ணுயிர்களின் பெருக்கத்தில், பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் பெருக்க வீதமானது அதில் காணப்படும் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதமாக உள்ளது. இப்பெருக்கத்தால் 5 மணி நேர முடிவில் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை மும்மடங்காகிறது எனில், 10 மணி நேர முடிவில் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கை என்னவாக இருக்கும்?</p>	$\frac{dA}{dt} = kA$ $A = Ce^{kt}$	$t = 0 ; \Rightarrow C = A_0$ $t = 5 ; \Rightarrow e^{5k} = 3$ $t = 10 ; \Rightarrow A = 9A_0$
<p>55) ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை வளர்ச்சி வீதம் t நேரத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையின் விகிதமாக உள்ளது. மேலும் நகரத்தின் மக்கள் தொகை 40 ஆண்டுகளில் 3,00,000 விருந்து 4,00,000 ஆக அதிகரித்துள்ளது எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் t- நேரத்தில் அந்நகரத்தின் மக்கள் தொகையைக் காண்க.</p>	$\frac{dA}{dt} = kA$ $A = Ce^{kt}$	$t = 0 \Rightarrow C = 3,00,000$ $t = 40 \Rightarrow k = \frac{1}{40} \log\left(\frac{4}{3}\right)$ $A = 3,00,000 \left(\frac{4}{3}\right)^{t/40}$
<p>56) வருடத்திற்கு 5% தொடர் கூட்டு வீதத்தில் ஒருவர் ரூபாய் 10,000 த்தை வங்கி கணக்கில் முதலீடு செய்கிறார். 18 மாதங்களுக்குப் பின்னர் அவர் வங்கிக் கணக்கில் எவ்வளவு தொகை இருக்கும்?</p>	$\frac{dA}{dt} = kA$ $A = Ce^{0.05t}$	$t = 0 ; \Rightarrow C = 10,000$ $t = 1.5 ; \Rightarrow A = 10,000 e^{0.075}$
<p>57) ஒரு மாதிரியில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்கள் சிதைவுறும் வீதமானது அந்நேரத்தில் அந்த மாதிரியில் காணப்படும் அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 100 ஆண்டு கால இடைவெளியில் ஒரு மாதிரியில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் 10% சிதைவுறுகிறது. 1000 ஆண்டுகள் முடிவில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் எவ்வளவு மீதமிருக்கும்?</p>	$\frac{dA}{dt} = kA$ $A = Ce^{kt}$	$t = 0 ; \Rightarrow C = 100$ $t = 100 ; e^{100k} = \frac{9}{10}$ $t = 1000 ; \Rightarrow A = \frac{9^{10}}{10^8} \%$
<p>58) ஆரம்பத்தில் ஒரு கதிரியக்க ஐசோடோப்பின் நிறை 200 மி.கி. ஆகும். 2 வருடங்களுக்குப் பின்னர் அதன் நிறை 150 மி.கி. ஆக உள்ளது. t-நேரத்தில் மீதமுள்ள ஐசோடோப்பின் நிறைக்கான சமன்பாட்டைக் காண்க. அதன் அரை அயுட்காலம் எவ்வளவு? (ஒரு குறிப்பிட்ட கதிரியக்க ஐசோடோப்பின் ஆரம்ப அளவு பாதியாகக் குறைய ஆகும் கால அளவு அரை ஆயுட் காலம் எனப்படும்)</p>	$\frac{dA}{dt} = kA$ $A = Ce^{kt}$	$t = 0 \Rightarrow C = 200 \quad \& \quad t = 2 \Rightarrow k = \frac{-1}{2} \log\left(\frac{4}{3}\right)$ $A(t) = 200e^{\frac{-t}{2} \log\left(\frac{4}{3}\right)} \quad \& \quad t = \frac{2 \log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log\left(\frac{4}{3}\right)}$

<p>59) வெப்பநிலை $25^{\circ}C$ ஆக உள்ள ஒரு அறையில் வைக்கப்பட்டுள்ள நீரின் வெப்பநிலை $100^{\circ}C$ ஆகும். 10 நிமிடங்களில் நீரின் வெப்பநிலை $80^{\circ}C$ ஆகக் குறைந்து விடுகிறது எனில், (i) 20 நிமிடங்களுக்குப் பின்னர் நீரின் வெப்பநிலை வெப்பநிலை (ii) $40^{\circ}C$ ஆக இருக்கும் போது நேரம் காண்க.</p>	$\frac{dT}{dt} = k(T - 25)$ $T = 25 + Ce^{kt}$	$t = 0 \Rightarrow C = 75$ $t = 20 \text{ min} \Rightarrow T = 65.33^{\circ}C$ $T = 40^{\circ}C \Rightarrow t = 51.89 \text{ min}$
<p>60) ஒரு பாத்திரத்தில் $100^{\circ}C$ வெப்பநிலையில் கொதித்துக் கொண்டிருக்கும் நீரானது $t=0$ எனும் நேரத்தில் அடுப்பின் மீது இருந்து இறக்கி குளிர்வதற்காக சமையலறையில் வைக்கப்படுகிறது. 5 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு நீரின் வெப்பநிலை $80^{\circ}C$ ஆகக் குறைகிறது. மேலும் அடுத்த 5 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு நீரின் வெப்பநிலை $65^{\circ}C$ ஆக குறைகிறது எனில் சமையலறையின் வெப்பநிலைக் காண்க.</p>	$\frac{dT}{dt} = k(T - S)$ $T = S + Ce^{kt}$	$t = 0 \Rightarrow C = 100 - S$ $t = 5 \Rightarrow e^{5k} = \frac{80 - S}{100 - S}$ <p>சமையலறையின் வெப்பநிலை $S = 20^{\circ}C$</p>
<p>61) ஒரு துப்பறிவாளர் ஒரு கொலைக்கான புலன் விசாரணையின் போது, ஒருவரின் உயிரற்ற உடலை சரியாக பிற்பகல் 8 மணிக்கு காண்கிறார். முன்னெச்சரிக்கையாக துப்பறிவாளர் அவ்வுடலின் வெப்பநிலையை $70^{\circ}F$ எனக் குறித்துக் கொள்கிறார். 2 மணி நேரம் கழித்து அந்த உடலின் வெப்பநிலை $60^{\circ}F$ ஆக இருப்பதைக் காண்கிறார். உடல் இருந்த அறையில் வெப்பநிலை $50^{\circ}F$ ஆகும், மற்றும் இறப்பதற்கு முன்பு அந்நபரின் உடல் வெப்பநிலை $98.6^{\circ}F$ எனில் அந்நபர் கொலை செய்யப்பட்ட நேரம் என்னவாக இருந்திருக்கும்?</p>	$\frac{dT}{dt} = k(T - 50)$ $T = 50 + Ce^{kt}$	$t = 0; \Rightarrow C = 20$ $t = 2 \Rightarrow k = \frac{1}{2} \log\left(\frac{1}{2}\right)$ <p>அந்நபர் இறந்த நேரம் மாலை 5:30 மணி</p>
<p>62) ஒரு தொட்டியில் உள்ள 1000 விட்டர் நீரில் 100 கிராம் உப்பு கரைந்துள்ளது. பிரைன் என்பது அடர்ந்த அடர்த்திக் கொண்ட உப்புக் கரைசலாகும். வழக்கமாக சோடியம் குளோரைடு கரைசலாகும். பிரைன் ஒரு நிமிடத்திற்கு 10 விட்டர் வீதம் உப்புக்குத்தப்படுகிறது. மேலும், ஒவ்வொரு விட்டர் நீரிலும் 5 கிராம் உப்பு கரைந்துள்ளது. தொட்டியில் உள்ள நீரானது தொடர்ந்து கலக்கப்பட்டு சீராக வைக்கப்பட்டுள்ளது. பிரைன் ஒரு நிமிடத்திற்கு 10 விட்டர் வீதம் வெளியேறுகிறது. t-நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவைக் காண்க.</p>	$\frac{dx}{dt} = IN - OUT$ $\frac{dx}{dt} = 50 - 0.01x$ $x = 5000 + Ce^{-0.01t}$	$t = 0; C = -4900$ <p>t-நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவு</p> $x = 5000 - 4900e^{-0.01t}$

<p>63) ஆரம்பத்தில் ஒரு தொட்டியில் 50 லிட்டர் தூய்மையான தண்ணீர் உள்ளது. தொடக்க நேரம் $t=0$ -ல் ஒரு லிட்டர் நீரில் 2 கிராம் வீதம் கரைக்கப்பட்ட உப்புக் கரைசலானது ஒரு நிமிடத்திற்கு 3 லிட்டர் வீதம் தொட்டியில் விடப்படுகிறது. இக்கலவையானது தொடர்ந்து கலக்கப்பட்டு சீராக வைக்கப்படுகிறது. மேலும் அதே நேரத்தில் நன்கு கலக்கப்பட்ட இக்கலவையானது அதே வீதத்தில் தொட்டியிலிருந்து வெளியேறுகிறது. $t > 0$ எனும் ஏதேனும் ஒரு நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவினைக் காண்க.</p>	$\frac{dx}{dt} = IN - OUT$ $\frac{dx}{dt} = 6 - \frac{3}{50}x$ $x = 100 + Ce^{-\frac{3t}{50}}$	<p>$t = 0 ; C = -100$</p> <p>t-நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவு</p> $x = 100 - 100e^{-\frac{3t}{50}}$
<p>64) மின்தடை மற்றும் தன் மின் தூண்டல் கொண்ட ஒரு மின் சுற்றின் மின் இயக்கு விசையின் சமன்பாடு $E = Ri + L \frac{di}{dt}$ ஆகும். இங்கு E என்பது மின் சுற்றுக்கு கொடுக்கப்படும் மின் இயக்கு விசை, R என்பது மின்தடை மற்றும் L என்பது தன் மின் தூண்டல் எண் ஆகும். $E = 0$ எனும்போது t நேரத்தில், மின்சாரம் i-ஐக் காண்க.</p>	$E = Ri + L \frac{di}{dt}$ $\frac{di}{dt} + \left(\frac{R}{L}\right)i = \frac{E}{L}$ <p>இங்கு $P = \frac{R}{L}$ & $Q = \frac{E}{L}$</p>	<p>$I.F. = e^{\int P dt} = e^{\frac{R}{L}t}$</p> <p>பொது தீர்வு</p> $i(IF) = \int Q(IF)dt + C$ $i = \frac{E}{R} + Ce^{-\frac{R}{L}t}$ <p>$E = 0 \Rightarrow i = Ce^{-\frac{R}{L}t}$</p>
<p>65) நிறை M உடைய ஒரு தானியங்கி இயந்திரத்தின் இயக்கியால் உருவாக்கப்படும் மாறாத விசை F எனில் அதனுடைய திசைவேகம் V என்பது $M \frac{dV}{dt} = F - kV$, எனும் சமன்பாட்டால் குறிக்கப்படுகிறது. K என்பது மாறிலியாகும். $t = 0$ எனும்போது $V = 0$ எனில் $V = \frac{F}{k} \left(1 - e^{-\frac{kt}{M}}\right)$ என நிரூபிக்க.</p>	$M \frac{dV}{dt} = F - kV$ <p>மாறிகள் பிரிக்கும் வகை</p> $\int \frac{1}{\left(\frac{F}{k} - V\right)} dV = \int \frac{k}{M} dt$	<p>பொதுத் தீர்வு;</p> $-\log\left(\frac{F}{k} - V\right) = \frac{k}{M}t + C$ <p>$V = 0$ & $t = 0 \Rightarrow C = -\log\frac{F}{k}$</p> $\therefore V = \frac{F}{k} \left(1 - e^{-\frac{kt}{M}}\right)$
<p>66) $u = \sin^{-1} \left[\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \right]$, எனில்</p> $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.	$f(x, y) = \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \sin u$ <p>f என்பது படி $n = \frac{1}{2}$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு</p> <p>ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி</p> $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = n f$	$x \frac{\partial(\sin u)}{\partial x} + y \frac{\partial(\sin u)}{\partial y} = \frac{1}{2} \sin u$ $x \cos u \frac{\partial u}{\partial x} + y \cos u \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \sin u$ $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$

<p>67) $u(x, y) = \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x+y}}$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.</p>	$u(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x + y}}$ <p>f என்பது படி $n = \frac{3}{2}$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு</p>	<p>ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி</p> $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = n f$ $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$
<p>68) $v(x, y) = \log \left[\frac{x^2+y^2}{x+y} \right]$, ல் $x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} = 1$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.</p>	$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x + y} = e^v$ <p>f என்பது படி $n = 1$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு</p>	<p>ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி</p> $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = n f$ $x \frac{\partial (e^v)}{\partial x} + y \frac{\partial (e^v)}{\partial y} = 1 \times e^v$ $x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} = 1$
<p>69) $f(x, y) = x^3 - 2x^2y + 3xy^2 + y^3$ என்ற சார்பு சமப்படித்தானது என நிறுவுக. f-இன் படையைக் கணக்கிட்டு f-க்கு ஆய்லரின் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.</p>	$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^3 f(x, y)$ <p>f என்பது படி $n = 3$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு</p>	$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 - 4xy + 3y^2$ $\frac{\partial f}{\partial y} = -2x^2 + 6xy + 3y^2$ $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 3 f$
<p>70) $w(x, y, z) = \log \left(\frac{5x^3y^4 + 7y^2xz^4 - 75y^3z^4}{x^2+y^2} \right)$ எனில் $x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z} = 5$ -ஐக் காண்க.</p>	$f = \frac{5x^3y^4 + 7y^2xz^4 - 75y^3z^4}{x^2 + y^2} = e^w$ <p>f என்பது படி $n = 5$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு</p>	<p>ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி</p> $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = n f$ $x \frac{\partial (e^w)}{\partial x} + y \frac{\partial (e^w)}{\partial y} + z \frac{\partial (e^w)}{\partial z} = 5(e^w)$ $x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z} = 5$

<p>71) $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ என்ற சார்பிற்கு f_x, f_y காண்க. மேலும் $f_{xy} = f_{yx}$ எனக் காட்டுக.</p>	$f_x = \frac{y}{x^2 + y^2}$ $f_{xy} = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \rightarrow (1)$	$f_y = \frac{-x}{x^2 + y^2}$ $f_{yx} = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \rightarrow (2)$ $f_{xy} = f_{yx}$
<p>72) $u = \sec^{-1}\left(\frac{x^3 - y^3}{x + y}\right)$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2 \cot u$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.</p>	$f(x, y) = \frac{x^3 - y^3}{x + y} = \sec u$ <p>f என்பது படி $n = 2$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு</p>	<p>ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி</p> $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = n f$ $x \frac{\partial(\sec u)}{\partial x} + y \frac{\partial(\sec u)}{\partial y} = 2 \sec u$ $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2}{\tan u} = 2 \cot u$

12 ஆம் வகுப்பு கணிதம்

(மெல்ல கற்க்கும் மாணவர்களுக்கு எளிதான 2 மற்றும் 3 மதிப்பெண் வினா-விடைகள்)

<p>1) $A = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் $A(adj A) = (adj A)A = A I_2$ என்பதைச் சரிபார்க்க.</p>	$adj A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ $\begin{vmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} = 24 - 20 = 4$	$A(adj A) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $(adj A)A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $A(adj A) = (adj A)A = A I_2$
<p>2) $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.</p>	$A^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$	$AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$ $AA^T = A^T A = I$ <p>A செங்குத்து அணி</p>
<p>3) சரிபார்க்கவும்: $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ இங்கு $A = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$</p>	$A^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 7 \end{pmatrix} \text{ and } A^T = 5$ $(A^T)^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow (1)$	$A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow (A^{-1})^T = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow (2)$ $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$
<p>4) $adj(A) = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, எனில் A^{-1} காண்க</p>	$A^{-1} = \pm \frac{1}{\sqrt{ adj A }} adj(A)$ $ adj A = 9 \Rightarrow \sqrt{ adj A } = 3$	$A^{-1} = \pm \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
<p>5) $adj(A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$, எனில் A^{-1} காண்க</p>	$A^{-1} = \pm \frac{1}{\sqrt{ adj A }} adj(A)$ $ adj A = 36 \Rightarrow \sqrt{ adj A } = 6$	$A^{-1} = \pm \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$
<p>6) $adj(A) = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 12 & -7 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, எனில் A காண்க</p>	$A = \pm \frac{1}{\sqrt{ adj A }} adj(adj A)$ $adj(adj A) = \begin{bmatrix} 24 & 8 & 4 \\ 20 & 8 & 8 \\ 24 & 8 & 12 \end{bmatrix}$	$ adj A = 16 \Rightarrow \sqrt{ adj A } = 4$ $A = \pm \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 24 & 8 & 4 \\ 20 & 8 & 8 \\ 24 & 8 & 12 \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \\ 6 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

<p>7) $adj(A) = \begin{bmatrix} 7 & 7 & -7 \\ -1 & 11 & 7 \\ 11 & 5 & 7 \end{bmatrix}$, எனில் A காண்க</p>	$A = \pm \frac{1}{\sqrt{ adjA }} adj(adjA)$ $adj(adjA) = \begin{bmatrix} 42 & -84 & 126 \\ 84 & 126 & -42 \\ -126 & 42 & 84 \end{bmatrix}$	$ adjA = 1764 \Rightarrow \sqrt{ adjA } = 42$ $A = \pm \frac{1}{42} \begin{bmatrix} 42 & -84 & 126 \\ 84 & 126 & -42 \\ -126 & 42 & 84 \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$
<p>8) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தைக் காண்க</p>	$\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} = 7 - 12$ $= -5 \neq 0$	<p>தரம் = 2</p>
<p>9) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 3 & -6 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தைக் காண்க</p>	$\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -1 + 0$ $= -1 \neq 0$	<p>தரம் = 2</p>
<p>10) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க</p>	$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ $\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & -6 & -4 \end{bmatrix} \quad -2R_1 + R_2 \text{ \& } -3R_1 + R_3$	$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad -2R_2 + R_3$ <p>$\therefore \rho(A) = 2$</p>
<p>11) $\begin{bmatrix} 3 & -8 & 5 & 2 \\ 2 & -5 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க</p>	$A = \begin{bmatrix} 3 & -8 & 5 & 2 \\ 2 & -5 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ $\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 1 & 4 \\ 3 & -8 & 5 & 2 \end{bmatrix} \quad R_1 \leftrightarrow R_3$	$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 7 & 0 \\ 0 & -2 & 14 & -4 \end{bmatrix} \quad -2R_1 + R_2 \rightarrow R_2$ $\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad -2R_2 + R_3 \rightarrow R_3$ <p>$\therefore \rho(A) = 3$</p>
<p>12) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க</p>	$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{bmatrix}$ $\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -6 & 2 & -4 \end{bmatrix} \quad R_2 - 2R_1 \text{ \& } R_3 - 5R_1$	$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R_3 - 2R_2$ <p>$\therefore \rho(A) = 2$</p>

<p>13) $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க</p>	$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ $\sim \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -6 & 8 & -4 & -2 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix} \quad 2 \times R_2 \rightarrow R_2$	$\sim \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 8 & 7 \\ 0 & 10 & -5 & 5 \end{bmatrix} \quad 3R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \text{ \& } R_2 + R_3$ $\sim \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 8 & 7 \\ 0 & 0 & -45 & -30 \end{bmatrix} \quad -5R_2 + R_3$ $\therefore \rho(A) = 3$
<p>14) பின் வரும் நேரிய சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க: (i) $5x + 2y = 3$ $3x + 2y = 5$ (ii) $2x - y = 8$ $3x + 2y = -2$</p>	<p>(i) $A = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 10 - 6 = 4$</p> $A^{-1} = \frac{1}{ A } \text{adj}A = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ $X = A^{-1}B = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 6 - 10 \\ -9 + 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$	<p>(ii) $A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 3 = 7$</p> $A^{-1} = \frac{1}{ A } \text{adj}A = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ $X = A^{-1}B = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 16 - 2 \\ -24 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$
<p>15) சுருக்குக: $i^{-1924} + i^{2018}$</p>	$i^{-1924} = 1$ $i^{2018} = i^{2016+2} = i^2 = -1$	$i^{-1924} + i^{2018} = 1 - 1 = 0$
<p>16) சுருக்குக: $\sum_{n=1}^{12} i^n$</p>	$\sum_{n=1}^{12} i^n = i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{12} = 0$	<p>12 உறுப்புகளின் கூடுதல் = 0</p>
<p>17) சுருக்குக: $\sum_{n=1}^{10} i^{n+50}$</p>	$\sum_{n=1}^{10} i^{n+50} = \sum_{n=1}^8 i^{n+50} + i^{59} + i^{60}$	$= 0 + i^3 + 1$ $= -i + 1$
<p>18) சுருக்குக: $i^{59} + \frac{1}{i^{59}}$</p>	$i^{59} + \frac{1}{i^{59}} = i^{59} + i^{-59}$	$= i^{59} + i^{-59} = i^3 + i^{-3}$ $= -i + i = 0$
<p>19) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ - ஐ செவ்வக வடிவில் சுருக்குக.</p>	$\frac{1+i}{1-i} = i \text{ மற்றும் } \frac{1-i}{1+i} = -i$	$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = i^3 - (-i)^3$ $= -i - i = -2i$
<p>20) $\frac{3+4i}{5-12i}$ -ஐ $x + iy$ வடிவில் எழுதுக. இதிலிருந்து மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளைக் காண்க.</p>	$\frac{3+4i}{5-12i} = \frac{15-48}{25+144} + i \frac{20+36}{25+144}$ $= \frac{-33}{169} + i \frac{56}{169}$	$Re(z) = \frac{-33}{169}$ $Im(z) = \frac{56}{169}$

<p>21) $z = 2$ எனில் $3 \leq z + 3 + 4i \leq 7$ எனக் காட்டுக.</p>	$ z_1 - z_2 \leq z_1 + z_2 \leq z_1 + z_2 $ $ z - 3 + 4i \leq z + 3 + 4i \leq z + 3 + 4i $	$ 2 - 5 \leq z + 3 + 4i \leq 2 + 5$ $3 \leq z + 3 + 4i \leq 7$
<p>22) $z = 3$ எனில் $7 \leq z + 6 - 8i \leq 13$ எனக் காட்டுக</p>	$ z_1 - z_2 \leq z_1 + z_2 \leq z_1 + z_2 $ $ z - 6 - 8i \leq z + 6 - 8i \leq z + 6 - 8i $	$ 3 - 10 \leq z + 6 - 8i \leq 3 + 10$ $7 \leq z + 6 - 8i \leq 13$
<p>23) $4 + 3i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க.</p>	$\sqrt{a + ib} = \pm \left[\sqrt{\frac{ z + a}{2}} + i \sqrt{\frac{ z - a}{2}} \right]$ $ 4 + 3i = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$	$\sqrt{4 + 3i} = \pm \left[\sqrt{\frac{5 + 4}{2}} + i \sqrt{\frac{5 - 4}{2}} \right]$ $= \pm \left(\frac{3}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$
<p>24) $6 - 8i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க.</p>	$\sqrt{a - ib} = \pm \left[\sqrt{\frac{ z + a}{2}} - i \sqrt{\frac{ z - a}{2}} \right]$ $ 6 - 8i = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$	$\sqrt{6 - 8i} = \pm \left[\sqrt{\frac{10 + 6}{2}} - i \sqrt{\frac{10 - 6}{2}} \right]$ $= \pm(\sqrt{8} - i\sqrt{2})$
<p>25) $-6 + 8i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க.</p>	$\sqrt{a + ib} = \pm \left[\sqrt{\frac{ z + a}{2}} + i \sqrt{\frac{ z - a}{2}} \right]$ $ -6 + 8i = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$	$\sqrt{-6 + 8i} = \pm \left[\sqrt{\frac{10 - 6}{2}} + i \sqrt{\frac{10 + 6}{2}} \right]$ $= \pm(\sqrt{2} + i\sqrt{8})$
<p>26) $-5 - 12i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க.</p>	$\sqrt{a - ib} = \pm \left[\sqrt{\frac{ z + a}{2}} - i \sqrt{\frac{ z - a}{2}} \right]$ $ -5 - 12i = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$	$\sqrt{-5 - 12i} = \pm \left[\sqrt{\frac{13 - 5}{2}} - i \sqrt{\frac{13 + 5}{2}} \right]$ $= \pm(2 - 3i)$

27) சுருக்குக. $\left(\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6}\right)^{18}$	$\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6} = i \left(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}\right)$	$\left(\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6}\right)^{18} = i^{18}(\cos 3\pi - i \sin 3\pi)$ $= (-1)(-1) = 1$
28) $\sum_{k=1}^8 \left(\cos \frac{2k\pi}{9} + i \sin \frac{2k\pi}{9}\right)$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.	ω என்பது ஒன்றின் 9-ஆம் படி மூலம் எனில் $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \dots + \omega^8 = 0$	$\omega + \omega^2 + \omega^3 + \dots + \omega^8 = -1$ $\sum_{k=1}^8 \left(\cos \frac{2k\pi}{9} + i \sin \frac{2k\pi}{9}\right) = -1$
29) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $(1 - \omega + \omega^2)^6 + (1 + \omega - \omega^2)^6 = 128$ என நிறுவுக.	$1 + \omega + \omega^2 = 0$ $1 + \omega = -\omega^2$ $1 + \omega^2 = -\omega$	$(1 - \omega + \omega^2)^6 + (1 + \omega - \omega^2)^6$ $= (-2\omega)^6 + (-2\omega^2)^6$ $= 2^6 \times 2 = 128$
30) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^8) \dots (1 + \omega^{20}) = 1$ என நிறுவுக.	$1 + \omega + \omega^2 = 0$ $1 + \omega = -\omega^2$ $1 + \omega^2 = -\omega$	$(1 + \omega)(1 + \omega^2) = (-\omega^2)(-\omega) = 1$ $(1 + \omega^4)(1 + \omega^8) = (1 + \omega)(1 + \omega^2) = 1$ $(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^8) \dots (1 + \omega^{20}) = 1$
31) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே வகையான பூலியன் அணிகள் எனில், $A \vee B, A \wedge B$ காண்க.	$A \vee B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$A \wedge B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
32) சமனி உறுப்பு ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது என நிறுவுக.	$(S, *)$ இல் e_1, e_2 என்பன இரு சமனி உறுப்புகள் என்க.	e_1 சமனி உறுப்பு எனில் $e_2 * e_1 = e_1 * e_2 = e_2 \rightarrow (1)$ e_2 சமனி உறுப்பு எனில் $e_1 * e_2 = e_2 * e_1 = e_1 \rightarrow (2)$ (1), (2) இலிருந்து $e_1 = e_2$
33) எதிர்மறை உறுப்பின் ஒருமைத்தன்மையை நிறுவுக.	a இன் எதிர்மறை உறுப்புகள் a_1, a_2 என்க. a இன் எதிர்மறை a_1 எனில் $a * a_1 = a_1 * a = e \rightarrow (1)$	a இன் எதிர்மறை a_2 எனில் $a * a_2 = a_2 * a = e \rightarrow (2)$ (1), (2) இலிருந்து $a_1 = a_2$

<p>34) $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும். தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="157 235 567 462"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$\neg p$</th> <th>$p \rightarrow q$</th> <th>$\neg p \vee q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$</p>	p	q	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$	T	T	F	T	T	T	F	F	F	F	F	T	T	T	T	F	F	T	T	T	<p>35) $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும். தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="724 219 1239 487"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \leftrightarrow q$</th> <th>$\neg(p \leftrightarrow q)$</th> <th>$\neg q$</th> <th>$p \leftrightarrow \neg q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$</p>	p	q	$p \leftrightarrow q$	$\neg(p \leftrightarrow q)$	$\neg q$	$p \leftrightarrow \neg q$	T	T	T	F	F	F	T	F	F	T	T	T	F	T	F	T	F	T	F	F	T	F	T	F	<p>36) $q \rightarrow p \equiv \neg p \rightarrow \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும். தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="1396 219 1932 487"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$q \rightarrow p$</th> <th>$\neg p$</th> <th>$\neg q$</th> <th>$\neg p \rightarrow \neg q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">$q \rightarrow p \equiv \neg p \rightarrow \neg q$</p>	p	q	$q \rightarrow p$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	T	T	T	F	F	T	T	F	T	F	T	T	F	T	F	T	F	F	F	F	T	T	T	T															
p	q	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$																																																																																																		
T	T	F	T	T																																																																																																		
T	F	F	F	F																																																																																																		
F	T	T	T	T																																																																																																		
F	F	T	T	T																																																																																																		
p	q	$p \leftrightarrow q$	$\neg(p \leftrightarrow q)$	$\neg q$	$p \leftrightarrow \neg q$																																																																																																	
T	T	T	F	F	F																																																																																																	
T	F	F	T	T	T																																																																																																	
F	T	F	T	F	T																																																																																																	
F	F	T	F	T	F																																																																																																	
p	q	$q \rightarrow p$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$																																																																																																	
T	T	T	F	F	T																																																																																																	
T	F	T	F	T	T																																																																																																	
F	T	F	T	F	F																																																																																																	
F	F	T	T	T	T																																																																																																	
<p>37) டிமார்கன் விதி: (i) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும். தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="157 673 672 941"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \wedge q$</th> <th>$\neg(p \wedge q)$</th> <th>$\neg p$</th> <th>$\neg q$</th> <th>$\neg p \vee \neg q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$</p>	p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	T	T	T	F	F	F	F	T	F	F	T	F	T	T	F	T	F	T	T	F	T	F	F	F	T	T	T	T	<p>38) டிமார்கன் விதி: (ii) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும். தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="724 698 1249 966"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$\neg(p \vee q)$</th> <th>$\neg p$</th> <th>$\neg q$</th> <th>$\neg p \wedge \neg q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$</p>	p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$	T	T	T	F	F	F	F	T	F	T	F	F	T	F	F	T	T	F	T	F	F	F	F	F	T	T	T	T	<p>39) $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ என்ற சமமானமை பண்பை நிரூபிக்க. தீர்வு:</p> <table border="1" data-bbox="1396 649 1953 917"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \leftrightarrow q$</th> <th>$p \rightarrow q$</th> <th>$q \rightarrow p$</th> <th>$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> <tr> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>F</td> <td>F</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>F</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> <td>T</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$</p>	p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	T	T	T	T	T	T	T	F	F	F	T	F	F	T	F	T	F	F	F	F	T	T	T	T
p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$																																																																																																
T	T	T	F	F	F	F																																																																																																
T	F	F	T	F	T	T																																																																																																
F	T	F	T	T	F	T																																																																																																
F	F	F	T	T	T	T																																																																																																
p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$																																																																																																
T	T	T	F	F	F	F																																																																																																
T	F	T	F	F	T	F																																																																																																
F	T	T	F	T	F	F																																																																																																
F	F	F	T	T	T	T																																																																																																
p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$																																																																																																	
T	T	T	T	T	T																																																																																																	
T	F	F	F	T	F																																																																																																	
F	T	F	T	F	F																																																																																																	
F	F	T	T	T	T																																																																																																	
<p>40) $a * b = \frac{a-1}{b-1}$, $a, b \in Q$ எனில் * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளதா எனக் காண்க.</p>	<p>$b = 1$ எனில் $b - 1 = 0$ $a * b = \frac{a-1}{0}$; வரையறுக்கப் படாதது</p>	<p>எனவே * ஆனது Q-ன் மீது அடைவு பண்பை நிறைவு செய்யாது. ஆனால் $Q - \{1\}$ இல் * அடைவு பண்பை நிறைவு செய்யும்</p>																																																																																																				
<p>41) $a * b = a + 3ab - 5b^2$; $a, b \in Z$ எனில் * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளதா எனக் காண்க.</p>	<p>$a = 1$ மற்றும் $b = -2$ எனில் $a * b = 1 + 3(1)(-2) - 5(-2)^2$ $= 1 - 6 - 20 = -25 \in Z$</p>	<p>எனவே * ஆனது Z-ன் மீது அடைவு பண்பை நிறைவுசெய்யும்.</p>																																																																																																				

<p>42) $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும். தீர்வு:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \rightarrow q$</th> <th>$\neg(p \rightarrow q)$</th> <th>$\neg q$</th> <th>$p \wedge \neg q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr> <tr><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr> <tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td></tr> </tbody> </table> <p>$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$</p>	p	q	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	T	T	T	F	F	F	T	F	F	T	T	T	F	T	T	F	F	F	F	F	T	F	T	F	<p>43) $p \rightarrow q$ மற்றும் $q \rightarrow p$ ஆகியவைகள் சமானமற்றவை எனக் காட்டுக. தீர்வு:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \rightarrow q$</th> <th>$q \rightarrow p$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr> <tr><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td></tr> <tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td></tr> </tbody> </table> <p>$p \rightarrow q \neq q \rightarrow p$</p>	p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	T	T	T	T	T	F	F	T	F	T	T	F	F	F	T	T	<p>44) மெய்அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$ என்ற கூற்றுக்கள் தர்க்க சமானமானவை எனச் சோதிக்கவும். தீர்வு:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$\neg(p \vee q)$</th> <th>$\neg p$</th> <th>$\neg p \wedge q$</th> <th>$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr> <tr><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td></tr> </tbody> </table> <p>$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q) \equiv \neg p$</p>	p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$	T	T	T	F	F	F	F	T	F	T	F	F	F	F	F	T	T	F	T	T	T	F	F	F	T	T	F	T					
p	q	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$																																																																																							
T	T	T	F	F	F																																																																																							
T	F	F	T	T	T																																																																																							
F	T	T	F	F	F																																																																																							
F	F	T	F	T	F																																																																																							
p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$																																																																																									
T	T	T	T																																																																																									
T	F	F	T																																																																																									
F	T	T	F																																																																																									
F	F	T	T																																																																																									
p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$																																																																																						
T	T	T	F	F	F	F																																																																																						
T	F	T	F	F	F	F																																																																																						
F	T	T	F	T	T	T																																																																																						
F	F	F	T	T	F	T																																																																																						
<p>45) $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க. தீர்வு:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$\neg p$</th> <th>$(p \vee q) \wedge \neg p$</th> <th>$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td></tr> <tr><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td></tr> <tr><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td></tr> </tbody> </table> <p>$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ என்பது மெய்மம்</p>	p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$	T	T	T	F	F	T	T	F	F	F	F	T	F	T	F	T	T	T	F	F	F	T	F	T	<p>46) $(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க. தீர்வு:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \wedge q$</th> <th>$p \vee q$</th> <th>$\neg(p \vee q)$</th> <th>$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td></tr> <tr><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td></tr> </tbody> </table> <p>$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது முரண்பாடு</p>	p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$	T	T	T	T	F	F	T	F	F	T	F	F	F	T	F	T	F	F	F	F	F	F	T	F	<p>47) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க. தீர்வு:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$p \rightarrow q$</th> <th>$\neg p$</th> <th>$\neg p \rightarrow q$</th> <th>$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td></tr> <tr><td>T</td><td>F</td><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>F</td></tr> <tr><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td><td>T</td></tr> <tr><td>F</td><td>F</td><td>T</td><td>T</td><td>F</td><td>F</td></tr> </tbody> </table> <p>$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது நிச்சயமின்மை</p>	p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$	T	T	T	F	T	T	T	F	F	F	T	F	F	T	T	T	T	T	F	F	T	T	F	F
p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$																																																																																							
T	T	T	F	F	T																																																																																							
T	F	F	F	F	T																																																																																							
F	T	F	T	T	T																																																																																							
F	F	F	T	F	T																																																																																							
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$																																																																																							
T	T	T	T	F	F																																																																																							
T	F	F	T	F	F																																																																																							
F	T	F	T	F	F																																																																																							
F	F	F	F	T	F																																																																																							
p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$																																																																																							
T	T	T	F	T	T																																																																																							
T	F	F	F	T	F																																																																																							
F	T	T	T	T	T																																																																																							
F	F	T	T	F	F																																																																																							
<p>48) $a * b = a^b$; $a, b \in N$ எனில் * ஆனது (i) அடைவு பண்பு (ii) பரிமாற்று பண்பு (iii) சேர்ப்பு பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்யுமா என சரிபார்க்க.</p>	<p>(i) அடைவு பண்பு $2, 3 \in N$ எனில் $2^3 = 8 \in N$ எனவே அடைவு பண்பு உண்மை (ii) பரிமாற்று பண்பு $a * b = 2^3 = 8$ $b * a = 3^2 = 9$ $a * b \neq b * a$ பரிமாற்று பண்பு இல்லை</p>	<p>(iii) சேர்ப்பு பண்பு $a * (b * c) = a * b^c = a^{b^c}$ $(a * b) * c = a^b * c = a^{bc}$ $a * (b *) \neq (a * b) * c$ சேர்ப்பு பண்பு நிறைவு செய்யாது</p>																																																																																										
<p>49) R இன் மீது $a * b = a\sqrt{b}$ என வரையறுக்கப்பட்டிருக்கும் * ஒரு ஈருறுப்பு செயலியா என சரிபார்க்க.</p>	<p>$a = 2$ மற்றும் $b = -1$ $a * b = 2\sqrt{-1} = 2i \notin R$</p>	<p>எனவே * ஆனது R-இல் ஈருறுப்பு செயலி அல்ல.</p>																																																																																										

50) சேர்ப்பு விதி : $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ என
மெய்யட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிரூபி :

p	q	r	$q \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	F	F	F	F

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

51) பங்கீட்டு விதி: $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ என
மெய்யட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிரூபி.

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	F	F
F	F	T	F	F	F	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

52) $(\neg p \rightarrow r) \wedge (p \leftrightarrow q)$ இன் மெய்யட்டவணையை அமைக்கவும்.

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \rightarrow r$	$p \leftrightarrow q$	$(\neg p \rightarrow r) \wedge (p \leftrightarrow q)$
T	T	T	F	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T
T	F	T	F	T	F	F
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	F	F
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	T	F

53) $p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப்
பயன்படுத்தி நிறுவுக.

p	q	r	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$p \rightarrow (\neg q \vee r)$	$\neg p$	$\neg p \vee (\neg q \vee r)$
T	T	T	F	T	T	F	T
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	F	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

$$p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$$

54) Z-இன் மீது \otimes என்ற செயலி

$m \otimes n = m^n + n^m$; $\forall m, n \in Z$ என வரையறுக்கப்பட்டால்
அது அடைவு பண்பை நிறைவு செய்யுமா என சரிபார்க்க.

$m = -1$, $n = 2$ எனில்

$$m^n = (-1)^2 = 1 \in Z$$

$$n^m = (2)^{-1} = \frac{1}{2} \notin Z$$

$\Rightarrow m \otimes n \notin Z$ எனவே அடைவு விதியை நிறைவு செய்யாது

55) R இன் மீது * ஆனது $a * b = a + b + ab - 7$ என
வரையறுக்கப்பட்டால் *, R இன் மீது அடைவு பண்பு

பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில், $3 * \left(\frac{-7}{15}\right)$ காண்க.

$a, b \in R$

$$\Rightarrow a + b \in R, ab \in R$$

$\Rightarrow a * b \in R$, * ஆனது அடைவு பண்பை பெற்றுள்ளது

$$\begin{aligned} 3 * \left(\frac{-7}{15}\right) &= 3 + \left(\frac{-7}{15}\right) + 3 \left(\frac{-7}{15}\right) - 7 \\ &= \frac{-7}{15} - \frac{21}{15} - 4 = \frac{-88}{15} \end{aligned}$$

<p>56) $\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{j}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) + s(-\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.</p>	$\vec{u} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{v} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ $\cos\theta = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u} \vec{v} }$	$\cos\theta = \frac{ -1 - 4 - 4 }{\sqrt{1+4+4}\sqrt{1+4+4}} = \frac{9}{9} = 1$ $\theta = 0^\circ$
<p>57) $\frac{x+4}{3} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+5}{5}$, $\vec{r} = 4\hat{k} + t(2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.</p>	$\vec{u} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ $\vec{v} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ $\cos\theta = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u} \vec{v} }$	$\cos\theta = \frac{ 6 + 4 + 5 }{\sqrt{9+16+25}\sqrt{4+1+1}}$ $\cos\theta = \frac{15}{5\sqrt{2}\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\theta = \frac{\pi}{6}$
<p>58) $2x = 3y = -z$ மற்றும் $6x = -y = -4z$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.</p>	<p>கோடுகள் $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-6}$ மற்றும் $\frac{x}{2} = \frac{y}{-12} = \frac{z}{-3}$</p> $\vec{u} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$ $\vec{v} = 2\hat{i} - 12\hat{j} - 3\hat{k}$	$\vec{u} \cdot \vec{v} = 6 - 24 + 18 = 0$ $\theta = \frac{\pi}{2}$
<p>59) $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$ மற்றும் $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-2}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் காண்க. இவ்விரு கோடுகளும் இணையானவையா அல்லது செங்குத்தானவையா எனக்காண்க.</p>	$\vec{u} = 2\hat{i} + 1\hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{v} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ $\cos\theta = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u} \vec{v} }$	$\vec{u} \cdot \vec{v} = 8 - 4 - 4 = 0$ $\theta = \frac{\pi}{2}$ <p>இரு கோடுகளும் செங்குத்தானவை</p>
<p>60) $\frac{x-1}{4} = \frac{2-y}{6} = \frac{z-4}{12}$ மற்றும் $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{5-z}{6}$ என்ற கோடுகள் இணையானவை என நிறுவுக.</p>	<p>கோடுகள்</p> $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z-4}{12}$ மற்றும் $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-5}{-6}$	$\vec{u} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 12\hat{k}$ $\vec{v} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ <p>$\vec{u} = -2\vec{v}$ எனவே இரு கோடுகளும் இணை</p>
<p>61) $\frac{x-5}{5m+2} = \frac{2-y}{5} = \frac{1-z}{-1}$ மற்றும் $x = \frac{2y+1}{4m} = \frac{1-z}{-3}$ என்ற கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனில் m-இன் மதிப்பைக் காண்க.</p>	<p>கோடுகள்</p> $\frac{x-5}{5m+2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{+1}$ மற்றும் $\frac{x}{1} = \frac{y+\frac{1}{2}}{2m} = \frac{z-1}{+3}$ செங்குத்து எனில் $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$	$5m + 2 - 10m + 3 = 0$ $-5m + 5 = 0$ $m = 1$
<p>62) $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) = 11$ மற்றும் $4x - 2y + 2z = 15$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணத்தைக் காண்க.</p>	$\vec{n}_1 = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ $\vec{n}_2 = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ $\cos\theta = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1 \vec{n}_2 }$	$\cos\theta = \frac{ 8 - 4 + 4 }{\sqrt{4+4+4}\sqrt{16+4+4}}$ $\cos\theta = \frac{8}{\sqrt{12}\sqrt{24}} = \frac{8}{2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

<p>63) $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 3$ மற்றும் $2x - 2y + z = 2$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணத்தைக் காண்க.</p>	$\vec{n}_1 = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{n}_2 = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ $\cos\theta = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1 \vec{n}_2 }$	$\cos\theta = \frac{ 2 - 2 - 2 }{\sqrt{1+1+4}\sqrt{4+4+1}}$ $\cos\theta = \frac{ -2 }{\sqrt{6}\sqrt{9}} = \frac{2}{3\sqrt{6}}$ $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3\sqrt{6}}\right)$
<p>64) $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.</p>	$\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{n} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ $\sin\theta = \frac{ \vec{b} \cdot \vec{n} }{ b n }$	$\sin\theta = \frac{ 6 + 6 - 4 }{\sqrt{1+4+4}\sqrt{36+9+4}}$ $\sin\theta = \frac{8}{\sqrt{9}\sqrt{49}} = \frac{8}{3 \times 7}$ $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{8}{21}\right)$
<p>65) $\vec{r} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}) + t(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $2x - y + z = 5$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.</p>	$\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ $\vec{n} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ $\sin\theta = \frac{ \vec{b} \cdot \vec{n} }{ b n }$	$\sin\theta = \frac{ 2 + 1 + 1 }{\sqrt{1+1+1}\sqrt{4+1+1}}$ $\sin\theta = \frac{4}{\sqrt{3}\sqrt{6}} = \frac{4}{\sqrt{18}}$ $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{4}{3\sqrt{2}}\right)$
<p>66) $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}, 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ மற்றும் $3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் என நிரூபிக்க.</p>	$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ <p>ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிபந்தனை</p> $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$	$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$ <p>$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன ஒரு தள வெக்டர்கள்</p>
<p>67) $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}, 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ மற்றும் $\hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில் m-இன் மதிப்பு காண்க.</p>	$\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{c} = \hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$ <p>ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிபந்தனை</p> $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & m & 4 \end{vmatrix} = 0$ $2(8 - m) + 1(12 - 1) + 3(3m - 2) = 0$ $7m + 21 = 0 \Rightarrow m = -3$
<p>68) $2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}, \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ மற்றும் $3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்களாகுமா எனக் காண்க.</p>	$\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ <p>ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிபந்தனை</p> $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$	$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$ <p>$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன ஒரு தள வெக்டர்கள்</p>

<p>69) $a\hat{i} + a\hat{j} + c\hat{k}$, $\hat{i} + \hat{k}$ மற்றும் $c\hat{i} + c\hat{j} + b\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில் a மற்றும் b ஆகியவற்றின் பெருக்குச் சராசரி c ஆகும் என நிரூபிக்க.</p>	$\vec{a} = a\hat{i} + a\hat{j} + c\hat{k}$ $\vec{b} = \hat{i} + \hat{k}$ $\vec{c} = c\hat{i} + c\hat{j} + b\hat{k}$ <p>ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிறுபந்தனை</p> $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$	$\begin{vmatrix} a & a & c \\ 1 & 0 & 1 \\ c & c & b \end{vmatrix} = 0$ $c^2 = ab$ <p>a மற்றும் b ஆகியவற்றின் பெருக்குச் சராசரி c ஆகும்.</p>
<p>70) $(6, -7, 0)$, $(16, -19, -4)$, $(0, 3, -6)$, $(2, -5, 10)$ என்ற நான்கு புள்ளிகளும் ஒரே தளத்தில் அமையும் என நிறுவுக.</p>	$\vec{AB} = 10\hat{i} - 12\hat{j} - 4\hat{k}$ $\vec{AC} = -6\hat{i} + 10\hat{j} - 6\hat{k}$ $\vec{AD} = -4\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}$	$[\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}] = \begin{vmatrix} 10 & -12 & -4 \\ -6 & 10 & -6 \\ -4 & 2 & 10 \end{vmatrix} = 0$ <p>நான்கு புள்ளிகளும் ஒரே தளத்தில் அமையும்.</p>
<p>71) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன மூன்று வெக்டர்கள் எனில் $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ என நிறுவுக.</p>	$\vec{p} = \vec{a} + 0\vec{b} + \vec{c}$ $\vec{q} = \vec{a} + \vec{b} + 0\vec{c}$ $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$	$[\vec{a} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ $= [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$
<p>72) $[\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{c} - \vec{a}] = 0$ என நிறுவுக.</p>	$\vec{p} = \vec{a} - \vec{b} + 0\vec{c}$ $\vec{q} = 0\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ $\vec{r} = -\vec{a} + 0\vec{b} + \vec{c}$	$[\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{c} - \vec{a}] = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ $= 0$
<p>73) ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் \vec{a} க்கு $\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = 2\vec{a}$ என நிறுவுக.</p>	$\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) = \vec{a} - (\vec{a} \cdot \hat{i})\hat{i}$ $\hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) = \vec{a} - (\vec{a} \cdot \hat{j})\hat{j}$ $\hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = \vec{a} - (\vec{a} \cdot \hat{k})\hat{k}$	$\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = 3\vec{a} - \vec{a} = 2\vec{a}$
<p>74) $f(x) = x^2(1-x)^2$, $x \in [0, 1]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் 'c' -ன் மதிப்பைக் கணக்கிடுக.</p>	<p>$[0, 1]$-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது $(0, 1)$-ல் $f(x)$ வகையிடத்தக்கது $f(0) = f(1) = 0$ ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம்.</p>	$f'(x) = 2x(1-x)^2 - 2x^2(1-x)$ $= 2x(1-x)(1-2x)$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$
<p>75) $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் மதிப்பைக் காண்க.</p>	<p>$\left[\frac{1}{2}, 2\right]$-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$-ல் $f(x)$ வகையிடத்தக்கது $f(0) = f(1) = \frac{5}{2}$ ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம்.</p>	$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ $f'(x) = 0$ $\Rightarrow x = 1 \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$

76) $f(x) = \left \frac{1}{x} \right , x \in [-1, 1]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் காண்க.	$f(0) = \frac{1}{0} = \infty$ [-1, 1]-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது அல்ல	ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது
77) $f(x) = \tan x, x \in [0, \pi]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் காண்க.	$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \tan \frac{\pi}{2} = \infty$ [0, π]-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது அல்ல	ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது
78) $f(x) = x - x^2, 1 \leq x \leq 2$ என்ற சார்பிற்கு (1,2) என்ற இடைவெளியில் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் மதிப்பைக் காண்க.	[1, 2]-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது (1, 2)-ல் $f(x)$ வகையிடத்தக்கது $f(1) = 0$ & $f(2) = -2$ லெக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம்.	$f'(x) = 1 - 2x$ $f'(x) = \frac{f(2)-f(1)}{2-1}$ $\Rightarrow x = \frac{3}{2} \in (1, 2)$
79) $f(x) = (x - 2)(x - 7), x \in [3, 11]$ என்ற சார்பிற்கு லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் முனைப்புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நான்கு இணையான தொடுகோட்டின் தொடும் புள்ளியின் x-மதிப்பு காண்க.	[3, 11]-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது (3, 11)-ல் $f(x)$ வகையிடத்தக்கது $f(3) = -4$ & $f(11) = 36$ லெக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம்.	$f(x) = x^2 - 9x + 14$ $f'(x) = 2x - 9$ $2x - 9 = \frac{f(11)-f(3)}{11-3} = \frac{36+4}{8} = 5$ $\Rightarrow x = 7 \in (3, 11)$
80) $f(x) = \frac{1+x}{x}, x \in [-1, 2]$ என்ற சார்பிற்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் விளக்குக.	$f(0) = \frac{1}{0} = \infty$ [-1, 2]-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது அல்ல	லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது
81) $f(x) = 3x + 1 , x \in [-1, 3]$ என்ற சார்பிற்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் விளக்குக.	$x = -\frac{1}{3}$ ல் $f(x)$ வகையிடத்தக்கது அல்ல	லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது
82) $\sin x$ -சார்பின் மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க.	$f(x) = \sin x \Rightarrow f(0) = 0$ $f^1(x) = \cos x \Rightarrow f^1(0) = 1$ $f^{11}(x) = -\sin x \Rightarrow f^{11}(0) = 0$ $f^{111}(x) = -\cos x \Rightarrow f^{111}(0) = -1$	$f^4(x) = \sin x \Rightarrow f^4(0) = 0$ $f^5(x) = \cos x \Rightarrow f^5(0) = 1$ $f(x) = f(0) + \frac{f^1(0)}{1!} + \frac{f^{11}(0)}{2!} + \dots$ $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$

<p>83) $\cos x$ -சார்பின் மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க.</p>	$f(x) = \cos x \Rightarrow f(0) = 1$ $f^1(x) = -\sin x \Rightarrow f^1(0) = 0$ $f^{11}(x) = -\cos x \Rightarrow f^{11}(0) = -1$ $f^{111}(x) = \sin x \Rightarrow f^{111}(0) = 0$	$f^4(x) = \cos x \Rightarrow f^4(0) = 1$ $f(x) = f(0) + \frac{f^1(0)}{1!}x + \frac{f^{11}(0)}{2!}x^2 + \dots$ $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$
<p>84) $\cos^2 x$ -சார்பின் மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க.</p>	$f(x) = \cos^2 x \Rightarrow f(0) = 1$ $f^1(x) = -\sin 2x \Rightarrow f^1(0) = 0$ $f^{11}(x) = -2\cos 2x \Rightarrow f^{11}(0) = -2$ $f^{111}(x) = 4\sin 2x \Rightarrow f^{111}(0) = 0$	$f^4(x) = 8\cos 2x \Rightarrow f^4(0) = 8$ $f(x) = f(0) + \frac{f^1(0)}{1!}x + \frac{f^{11}(0)}{2!}x^2 + \dots$ $\cos^2 x = 1 - x^2 + \frac{x^4}{3} - \dots$
<p>85) $\frac{1}{x}$ -சார்பின் டெய்லரின் விரிவைக் $x=2$ -ல் முதல் மூன்று பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.</p>	$f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f(2) = \frac{1}{2}$ $f^1(x) = \frac{-1}{x^2} \Rightarrow f^1(2) = \frac{-1}{4}$ $f^{11}(x) = \frac{2}{x^3} \Rightarrow f^{11}(2) = \frac{1}{4}$ $f^{111}(x) = \frac{-6}{x^4} \Rightarrow f^{111}(2) = \frac{-3}{8}$	<p>டெய்லரின் விரிவு</p> $f(x) = f(a) + \frac{f^1(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{11}(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots$ $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{(x-2)}{4} + \frac{(x-2)^2}{8} - \dots$
<p>86) $\sin x$ -சார்பின் டெய்லரின் விரிவைக் $x - \frac{\pi}{4}$ -ன் அடுக்குகளாக முதல் மூன்று பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.</p>	$f(x) = \sin x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $f^1(x) = \cos x \Rightarrow f^1\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $f^{11}(x) = -\sin x \Rightarrow f^{11}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{-1}{\sqrt{2}}$	<p>டெய்லரின் விரிவு</p> $f(x) = f(a) + \frac{f^1(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{11}(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots$ $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{1!} \left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2!} \left(x - \frac{\pi}{4}\right)^2 - \dots \right]$
<p>87) $f(x) = x^2 - 3x + 2$ -என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் டெய்லரின் விரிவைக் $x - 1$ -ன் அடுக்குகளாக முதல் மூன்று பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.</p>	$f(x) = x^2 - 3x + 2 \Rightarrow f(1) = 0$ $f^1(x) = 2x - 3 \Rightarrow f^1(1) = -1$ $f^{11}(x) = 2 \Rightarrow f^{11}(1) = 2$	<p>டெய்லரின் விரிவு</p> $f(x) = f(a) + \frac{f^1(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{11}(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots$ $f(x) = -(x-1) + (x-1)^2$
<p>88) கணக்கிடுக: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$</p>	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{0}{0} \text{ வடிவம்}$ <p>லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்த</p>	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3}{2x - 4}$ $= \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

89) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{x} = \frac{0}{0}$ லோபிதாவின் விதியை பயன்படுத்த	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{m \times \cos mx}{1} = m$
90) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{0}{0}$ லோபிதாவின் விதியை பயன்படுத்த	$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0 + \sin x}{2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$
91) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\log x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\log x} = \frac{\infty}{\infty}$ லோபிதாவின் விதியை பயன்படுத்த	$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\log x} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{(1/x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} x = \infty \end{aligned}$
92) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec x}{\tan x}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec x}{\tan x} = \frac{\infty}{\infty}$	$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec x}{\tan x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1/\cos x)}{(\sin x/\cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x} = 1 \end{aligned}$
93) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$	$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) &= \infty - \infty \\ \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x - \sin x}{x \sin x} \right) = \frac{0}{0} \end{aligned}$	லோபிதாவின் விதிப்படி $\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{\sin x + x \cos x} \right) = \frac{0}{0} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{0 + \sin x}{\cos x + \cos x - x \sin x} \right) = \frac{0}{2} = 0 \end{aligned}$
94) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$	$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) &= \infty - \infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{e^x - 1 - x}{x(e^x - 1)} \right) = \frac{0}{0} \end{aligned}$	லோபிதாவின் விதிப்படி $\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{e^x - 1}{e^x - 1 + x e^x} \right) = \frac{0}{0} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{e^x}{e^x + e^x + x e^x} \right) = \frac{1}{2} \end{aligned}$

(ஒரு மதிப்பெண் பெற முக்கியமான வாய்ப்பாடுகள்)

<p>1) அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகள்</p> <p>(i) சேர்ப்பு அணி $adj(A) = [A_{ij}]^T$</p> <p>(ii) நேர்மாறு அணி $A^{-1} = \frac{1}{ A } adjA$</p> <p>(iii) செங்குத்து அணி $AA^T = A^T A = I$ அல்லது $A^{-1} = A^T$</p> <p>(iv) $adjA$ கொடுக்கப்பட்டால்</p> $A^{-1} = \pm \frac{1}{\sqrt{ adjA }} adj(A)$ $A = \pm \frac{1}{\sqrt{ adjA }} adj(adjA)$ <p>(v) கிராமரின் விதி: $\Delta \neq 0$ தீர்வு உண்டு $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$ & $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$</p> <p>(vi) நேர்மாறு அணி முறையில் சமன்பாடு தீர்த்தல்: $A \neq 0$ மற்றும் $X = A^{-1}B$</p>	<p>2) கலப்பு எண்கள்</p> <p>(i) $\bar{z} = z$ எனில் z-ஒரு மெய்யெண்</p> <p>(ii) $\bar{z} = -z$ எனில் z-ஒரு கற்பனை எண்</p> <p>(iii) மட்டு $x + iy = \sqrt{x^2 + y^2}$</p> <p>(iv) வீச்சு $arg(x + iy) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$</p> <p>(v) வர்க்க மூலம் காணல்</p> $\sqrt{a + ib} = \pm \left[\sqrt{\frac{ z +a}{2}} + i \sqrt{\frac{ z -a}{2}} \right]$ $\sqrt{a - ib} = \pm \left[\sqrt{\frac{ z +a}{2}} - i \sqrt{\frac{ z -a}{2}} \right]$ <p>(vi) துருவ வடிவம்: $x + iy = r(\cos\theta + isin\theta)$</p> <p>(vii) டீமாவரின் தேற்றம்: $(\cos\theta + isin\theta)^n = \cos(n\theta) + isin(n\theta)$ $(\cos\theta - isin\theta)^n = \cos(n\theta) - isin(n\theta)$ $sin\theta + icos\theta = i(\cos\theta - isin\theta)$ $sin\theta - icos\theta = -i(\cos\theta + isin\theta)$</p> <p>(viii) ω-என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $1 + \omega + \omega^2 = 0$ $\omega^3 = 1$</p>	<p>3) சமன்பாட்டியல்</p> <p>(i) ஒரு மூலம் $x + iy$ எனில் மற்றது $x - iy$</p> <p>(ii) ஒரு மூலம் $p + \sqrt{q}$ எனில் மற்றது $p - \sqrt{q}$</p> <p>(iii) ஒரு மூலம் $\sqrt{p} + \sqrt{q}$ எனில் மற்ற மூலங்கள் $\sqrt{p} - \sqrt{q}, -\sqrt{p} + \sqrt{q}, -\sqrt{p} - \sqrt{q}$</p> <p>(iv) பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டில் அனைத்து கெழுக்களின் கூடுதல் 0 எனில் ஒரு மூலம் = 1</p> <p>(v) மூலங்கள் மெய் எனில் $b^2 - 4ac \geq 0$ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில் $b^2 - 4ac = 0$ மூலங்கள் கற்பனை எனில் $b^2 - 4ac < 0$</p>
<p>6. வெக்டர் இயற்கணிதம்</p> <p>(i) விசை செய்த வேலை $w = \vec{F} \cdot \vec{d}$</p> <p>(ii) திருப்புத்திறன்(திருப்பு விசை) $\vec{t} = \vec{r} \times \vec{F}$</p> <p>(iii) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில் $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$</p> <p>(iv) இரு கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் $\cos\theta = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u} \vec{v} }$</p>	<p>(v) இரு தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் $\cos\theta = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1 \vec{n}_2 }$</p> <p>(vi) கோடு மற்றும் தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் $\sin\theta = \frac{ \vec{b} \cdot \vec{n} }{ b n }$</p> <p>(vii) இரு இணையான தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் = $\frac{ d_1 - d_2 }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$</p> <p>(viii) ஒரு புள்ளி, இரு இணையான கோடுகள் தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு $\vec{r} = \vec{a} + s\vec{u} + t\vec{v}$ துணையலகற்ற வெக்டர் சமன்பாடு $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = 0$</p>	<p>கார்டீசியன் சமன்பாடு $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$</p> <p>(ix) இரு புள்ளிகள், ஒரு இணைகோடு தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு $\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t\vec{v}$ துணையலகற்ற வெக்டர் சமன்பாடு $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot ((\vec{b} - \vec{a}) \times \vec{v}) = 0$</p> <p>கார்டீசியன் சமன்பாடு $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \end{vmatrix} = 0$</p>

<p>(ix) மூன்று புள்ளிகள்(ஒருகோட்டிலமையாதவை) தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு</p> $\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t(\vec{c} - \vec{a})$ <p>துணையலகற்ற வெக்டர் சமன்பாடு</p> $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot ((\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{c} - \vec{a})) = 0$ <p>கார்டீசியன் சமன்பாடு</p> $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$	<p>7) வகைநுண்கணித்தின் பயன்பாடுகள்</p> <p>(i) சாய்வு $m = \frac{dy}{dx} = f'(x)$</p> <p>(ii) தொடுகோட்டின் சமன்பாடு</p> $y - y_1 = m(x - x_1)$ <p>(iii) செங்கோட்டின் சமன்பாடு</p> $y - y_1 = \frac{-1}{m}(x - x_1)$ <p>(iv) இரு வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்</p> $\tan\theta = \left \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right $ <p>(v) இரு வளைவரைகள் செங்குத்தாக வெட்டிக்கொள்ளும் எனில்</p> $m_1 m_2 = -1$	<p>(vi) தேக்க நிலைப்புள்ளி காண</p> $f'(x) = 0$ <p>(vii) ஏறும் சார்பு(பெருகும் சார்பு) எனில்</p> $f'(x) \geq 0$ <p>(viii) இறங்கும் சார்பு(குறையும் சார்பு)</p> $f'(x) \leq 0$ <p>(ix) இடஞ்சார்ந்த பெருமம் எனில்</p> $f''(x) \leq 0 \text{ அல்லது } \frac{d^2y}{dx^2} = -ve$ <p>(x) இடஞ்சார்ந்த சிறுமம் எனில்</p> $f''(x) \geq 0 \text{ அல்லது } \frac{d^2y}{dx^2} = +ve$ <p>(xi) $(c, f(c))$ வளைவு மாற்றப் புள்ளி எனில்</p> $f''(c) = 0$
<p>9) தொகை நுண்கணித்தின் பயன்பாடுகள்</p> <p>(i) n-இரட்டை எண் எனில்</p> $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^n x dx = \frac{n-1}{n} \times \frac{n-3}{n-2} \times \dots \times \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2}$ <p>(ii) n-ஒற்றை எண் எனில்</p> $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^n x dx = \frac{n-1}{n} \times \frac{n-3}{n-2} \times \dots \times \frac{2}{3} \times 1$ <p>(iii) காமா தொகையிடல்</p> $\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$ <p>(iv) X-அச்சால் அடைபடும் பரப்பு</p> $A = \int_a^b y dx$	<p>(v) y-அச்சால் அடைபடும் பரப்பு</p> $A = \int_c^d x dy$ <p>(vi) தொடர்ச்சியான பரப்பு</p> $A = \left \int_a^c f(x) dx \right + \left \int_c^b f(x) dx \right $ <p>(vi) இடைப்பட்ட பரப்பு</p> $A = \int_a^b (y_1 - y_2) dx \text{ அல்லது } A = \int_c^d (x_1 - x_2) dy$ <p>(vii) கன அளவு</p> $V = \pi \int_a^b y^2 dx \text{ அல்லது } V = \pi \int_c^d x^2 dy$	<p>11. நிகழ்தகவு பரவல்கள்</p> <p>(i) $p(x)$ நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு எனில்</p> $P_i \geq 0 \text{ \& } \sum p(x) = 1$ <p>(ii) $f(x)$ நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு எனில்</p> $f(x) \geq 0 \text{ \& } \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ <p>(iii) $F(x)$ குவிப்பு பரவல் சார்பு</p> <p>X-தனித்த சமவாய்ப்பு மாறி எனில்</p> $F(x) = P(X \leq x)$ <p>X-தொடர் சமவாய்ப்பு மாறி எனில்</p> $F(x) = \int_{-\infty}^x f(u) du$ <p>(iv) கணித எதிர்பார்த்தல்</p> $E(X) = \sum x p(x) \text{ \& } E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$ $E(X^2) = \sum x^2 p(x) \text{ \& } E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx$ <p>(v) சராசரி $\bar{x} = E(X)$</p> <p>(vi) பரவற்படி $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$</p> <p>(vii) பெர்னோலி பரவல் (ஈருறுப்பு பரவல்)</p> $p(x) = n c_x p^x q^{n-x}; x = 0, 1, 2, \dots, n$ <p>சராசரி = np \& பரவற்படி = npq</p>

TEST - 1

TEST - 2

1. வெக்டர் முறையில், $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ என நிறுவுக.
2. வெக்டர் முறையில் $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ என நிறுவுக.
3. வெக்டர் முறையில் $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.
4. வெக்டர் முறையில் $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ என நிறுவுக.
5. முக்கோணம் ABC -ல், BC என்ற பக்கத்தின் நடுப்புள்ளி D எனில், $|\overline{AB}|^2 + |\overline{AC}|^2 = 2(|\overline{AD}|^2 + |\overline{BC}|^2)$ என வெக்டர் முறையில் நிரூபிக்க.
6. ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து அவற்றிற்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவுக.
7. $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{c} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, எனில்
(i) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a}$
(ii) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$
என்பவற்றைச் சரிபார்க்க.
8. $\vec{a} = i - j$, $\vec{b} = i - j - 4k$, $\vec{c} = 3j - k$ மற்றும் $\vec{d} = 2i + 5j + k$ எனில்
(i) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]\vec{c} - [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]\vec{d}$
(ii) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = [\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}]\vec{b} - [\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}]\vec{a}$
9. $(6, -7, 0)$, $(16, -19, -4)$, $(0, 3, -6)$, $(2, -5, 10)$ என்ற நான்கு புள்ளிகளும் ஒரே தளத்தில் அமையும் என நிறுவுக.
10. $x + 1 = 2y = -12z$ மற்றும் $x = y + 2 = 6z - 6$ என்ற கோடுகள் ஒரு தளம் அமையக் கோடுகள் எனக் காட்டி, அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரத்தையும் காண்க.
11. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-1}$, $z - 1 = 0$ மற்றும் $\frac{x-6}{2} = \frac{z-1}{3}$, $y - 2 = 0$ என்ற கோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் எனக்காட்டுக. மேலும், அவை வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

1. $(2, 3, 6)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{1}$ மற்றும் $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{-3}$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையானதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
2. $(2, 2, 1)$, $(9, 3, 6)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லக்கூடியதும் $2x + 6y + 6z = 9$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
3. $(2, 2, 1)$, $(1, -2, 3)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் $(2, 1, -3)$ மற்றும் $(-1, 5, -8)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
4. $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + t(2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தானதுமான தளத்தின் துணையலகு வடிவவெக்டர், மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
5. $\vec{r} = (6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + s(-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + t(-5\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k})$ என்ற தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர், மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
6. $(3, 6, -2)$ $(-1, -2, 6)$ மற்றும் $(6, -4, -2)$ ஆகிய ஒரே கோட்டிலமையாத மூன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் துணையலகு, துணையலகு அல்லாத வெக்டர், மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
7. $(1, -2, 4)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $x + 2y - 3z = 11$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் $\frac{x+7}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

TEST - 3

TEST - 4

- $p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$
என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.
- மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$ என்ற கூற்றுகள் தர்க்க சமானமானவை எனச் சோதிக்க.
- $(\neg p \rightarrow r) \wedge (p \leftrightarrow q)$ என்ற கூற்றுக்கு மெய்மை அட்டவணை அமைக்க.
- $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$ என்ற கூட்டு கூற்று மெய்மம் அல்லாத முரண்பாடுகள் அல்லாத நிச்சயமின்மை என்று காண்க.
- சமானமாவனை பண்புகளைப் பயன்படுத்தி
 $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
எனக் காட்டுக.
- இரு நிபந்தனைக் கூற்றை நிபந்தனைக் கூற்றுடன் இணைத்து
 $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ என்ற சமானமானவை பண்பை நிரூபிக்க.
- (i) அடைவுப் பண்பு (ii)பரிமாற்றுப்பண்பு (iii)சேர்ப்புப் பண்பு (iv)சமனிப் பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைப் பெற்றுள்ளதா எனச் சரிபார்க்க.
 $m * n = m + n - mn; m, n \in \mathbb{Z}$
- (i) $A = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$ என்க. A முதித * பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.
 $x * y = x + y - xy$ * ஆனது A ன் முதித 3யவ பெற்றுள்ளதா? ஆவ்வாறெனில், A ன் முதித * ஆனது A பரிமாற்று மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யுமான எனச் சோதிக்க.
(ii) $A = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$ என்க. A -ன் முதித * பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.
 $x * y = x + y - xy$. * ஆனது A ன் முதித அடைவுப் பெற்றுள்ளதா? ஆவ்வாறெனில், A ன் முதித * ஆனது சமனிப்பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்புகளை நிறைவு செய்யுமான எனச் சோதிக்க.

- மட்டுக் கூட்டல் 5 செயலி அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி கணம் \mathbb{Z}_5 -ன் முதித $+_5$ என்ற செயலிக்கு (i) அடைவுப் பண்பு (ii)பரிமாற்றுப்பண்பு (iii)சேர்ப்புப் பண்பு (iv)சமனிப் பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைப் பெற்றுள்ளதா எனச் சரிபார்க்க.
- மட்டு 11 ஐப் பொருத்து எச்சத் தொகுதிகளின் கணம் $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ -இன் உட்கணம் $A = \{1,3,4,5,9\}$ -ன் முதித \times_{11} என்ற செயலிக்கு (i) அடைவுப் பண்பு (ii)பரிமாற்றுப்பண்பு (iii)சேர்ப்புப் பண்பு (iv)சமனிப் பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைப் பெற்றுள்ளதா எனச் சரிபார்க்க.
- (i) $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} - \{0\} \right\}$ என்க * ஆனது அணிப்பெருக்கல் எனக் கொள்க. * ஆனது M -ன் முதித 3யவ பெற்றுள்ளதா எனத் தீர்மானிக்க. அவ்வாறெனில் * ஆனது M -ன் அடைவுப் பண்பு, பரிமாற்றுப் பண்பு, சேர்ப்புப் பண்புகளை நிறைவு செய்யுமான எனவும் சோதிக்க
(ii) $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} - \{0\} \right\}$ * ஆனது அணிப் பெருக்கல் எனக் கொண்க. * ஆனது M -ன் முதித 3யவ பெற்றுள்ளதா எனத் தீர்மானிக்க. அவ்வாறெனில், * ஆனது M -ன் முதித சமனிப்பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்புகளை நிறைவு செய்யுமான எனவும் சோதிக்க.
- (i) * என்ற ஓர் ஈருருப்புச் செயலி \mathbb{Q} -ன் முதித பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது இந்த * ஆனது, அடைவுப் பண்பு, பரிமாற்றுப் பண்பு, சேர்ப்புப் பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்கிறதா என சோதிக்க. $a * b = \left(\frac{a+b}{2} \right); a, b \in \mathbb{Q}$.
(ii) * ஆனது, சமனிப்பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவை, \mathbb{Q} -ன் முதித உண்மையாகுமான எனச் சோதிக்க. $a * b = \left(\frac{a+b}{2} \right); a, b \in \mathbb{Q}$

TEST - 5

1. k என் எம்மதிப்புகளுக்கு பின்வரும் வமன்பாட்டுத் தொகுப்பு
 $kx - 2y + z = 1, x - 2ky + z = -2, x - 2y + kz = 1$ (i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது. (ii) ஒரே ஓர் தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.

2. λ, μ இன் எம்மதிப்புகளுக்கு
 $2x + 3y + 5z = 9, 7x + 3y - 5z = 8, 2x + 3y + \lambda z = \mu$ என்ற சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது (i)யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே ஓர் தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii)எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிரும் என்பதனை ஆராய்க.

3. $x + y + 3z = 0, 4x + 3y + \lambda z = 0, 2x + y + 2z = 0$ என்ற தொகுப்பிற்கு (i)வெளிப்படாத தீர்வு (ii)வெளிப்படையற்ற தீர்வு கிடைக்கும்.

4. λ, μ -இன் எம்மதிப்புகளுக்கு

$x + 2y + z = 7, x + y + \lambda z = \mu, x + 3y - 5z = 5$ (i) யாதொரு தீர்வுமபெற்றிராது (ii) ஒரே ஓர் தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.

5. ஓர் சிறுவன் $y = ax^2 + bx + c$ என்ற பாதையில் $(-6, 8), (-2, -12)$ மற்றும் $(3, 8)$ எனும் புள்ளிகள் வழியாக செல்கிறான். $P(7, 60)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள அவனுடைய நண்பனை சந்திக்க விரும்புகிறான். ஆவன் அவனுடைய நண்பனை சந்திப்பானா? (காஸ் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்துக)

TEST - 6

1. காஸ்ஸியன் நீக்கல் முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் வேதியல் எதிர்வினைச் சமன்பாட்டை சமநிலைப்படுத்துக. $C_5H_8 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$. (மேற்காணும் தீர்வினையானது, ஐசொபிரீன் (Isoprene) என்ற கரிம வேதியியல் கூட்டுப் பொருளை எரிப்பதால் நிகழ்வதாகும்.

2. $ax^2 + bx + c$ -ஐ $x + 3, x - 5$ மற்றும் $x - 1$ ஆல் வகுக்கும் போது மீதியான முறையே 21, 61 மற்றும் 9 எனில் a, b மற்றும் c - ஐக் காண்க. (காஸ்ஸியன் நீக்கல் முறையை உபயோகிக்கவும்.

3. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க: $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} - \frac{2}{z} - 1 = 0, \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} - 2 = 0, \frac{2}{x} - \frac{5}{y} - \frac{4}{z} + 1 = 0$

4. ஓர் ராக்கெட்டின் மேல் நோக்கிய வேகம் t நேரத்தில் தோராயமாக

$v(t) = at^2 + bt + c, 0 \leq t \leq 100$ என்றவாறு உள்ளது. இங்கு $0 \leq t \leq 100$ மற்றும் a, b, c என்பன மாறிலிகள். ராக்கெட்டின் வேகம் $t = 3, t = 6,$ மற்றும் $t = 9$ வினாடிகளில் முறையே 64, 133 மற்றும் 208 மைல்கள்/வினாடி எனில் $t = 15$ வினாடியில் அதன் வேகத்தைக் காண்க. (காஸ்ஸியன் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்துக)

5. காஸ்ஸியன் நீக்கல் முறையைப் பயன்படுத்தி $C_2H_6 + O_2 \rightarrow H_2O + CO_2$ என்ற வேதியியல் எதிர்வினைச் சமன்பாட்டை சமநிலைப்படுத்துக.

TEST - 7

1. $z = x + iy$ என்ற ஏதெனும் ஓர் கலப்பெண் $Im \left(\frac{2z+1}{iz+1} \right) = 0$ எனுமாறு அமைந்தால் z -ன் நியமப்பாதை $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$ எனக்காட்டுக.
2. $z = x + iy$ மற்றும் $arg \left(\frac{z-i}{z+2} \right) = \frac{\pi}{4}$ எனில் $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ எனக் காட்டுக.
3. $z = x + iy$ மற்றும் $arg \left(\frac{z-1}{z+1} \right) = \frac{\pi}{2}$ எனில், $x^2 + y^2 = 1$ எனக்காட்டுக.
4. z_1, z_2 மற்றும் z_3 ஆகியவை $|z| = 2$ என்ற வட்டத்தின் மீதமைந்த சமபக்க முக்கோணத்தின் உச்சிப்புள்ளிகள் என்க. மேலும் $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ எனில், z_2 மற்றும் z_3 ஐக் காண்க.
5. $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$ இ எனில்
 - (i) $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3 \cos(\alpha + \beta + \gamma)$ மற்றும்
 - (ii) $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3 \sin(\alpha + \beta + \gamma)$ என நிறுவுக.

TEST - 8

1. $2 \cos \alpha = x + \frac{1}{x}$ மற்றும் $2 \cos \beta = y + \frac{1}{y}$, எனக்கொண்டு, கீழ்க்காண்பவைகளை நிறுவுக.
 - (i) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \cos(\alpha - \beta)$
 - (ii) $xy - \frac{1}{xy} = 2i \sin(\alpha + \beta)$
 - (iii) $\frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m} = 2i \sin(m\alpha - n\beta)$
 - (iv) $x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n} = 2 \cos(m\alpha + n\beta)$
2. சுரக்குக. (i) $(1 + i)^{18}$
(ii) $(-\sqrt{3} + 3i)^{31}$
3. $\sqrt{3} + i$ ன் எல்லா மூன்றாம் படிமூலங்களையும் காண்க.
4. $z^3 + 8i = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. இங்கு $z \in \mathbb{C}$.
5. $1, \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ மற்றும் $\frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ என்ற புள்ளிகள் ஓர் சமபக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளாக அமையும் என நிறுவுக.

Test - 9

1. தீர்க்க: $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$
2. $x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
3. $2 + i$ மற்றும் $3 - \sqrt{2}$ ஆகியவை
4. $x^6 - 13x^5 + 62x^4 - 126x^3 + 65x^2 + 127x - 140 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் அனைத்து மூலங்களையும் காண்க.
5. $1 + 2i$ மற்றும் $\sqrt{3}$ ஆகியவை $x^6 - 3x^5 - 5x^4 + 22x^3 - 39x^2 - 39x + 135$ என்ற பல்லுறப்புக் கோவையின் இரு பூச்சியமாக்கிகள் எனில் அனைத்து பூச்சியமாக்கிகளையும் கண்டறிக.
6. $2x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 3 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் காண்க.
7. $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஓர் திரிவ $\frac{1}{3}$ எனில், சமன்பாட்டின் திரிவ காண்க.
8. தீர்க்க: $(x - 5)(x - 7)(x + 6)(x + 4) = 504$
9. தீர்க்க. $(x - 2)(x - 7)(x - 3)(x + 2) + 19 = 0$

TEST - 10

1. $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ என்ற இடைவெளியில் $y = \sin x$ மற்றும் $[-1, 1]$ என்ற இடைவெளியில் $y = \sin^{-1} x$ ன் வரைபடத்தை வரைக.
2. $[0, \pi]$ என்ற இடைவெளியில் $y = \cos x$ மற்றும் $[-1, 1]$ என்ற இடைவெளியில் $y = \cos^{-1} x$ ன் வரைபடத்தை வரைக.
3. $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ என்ற இடைவெளியில் $y = \tan x$ மற்றும் R -ல் $y = \tan^{-1} x$ ன் வரைபடத்தை வரைக.
4. d ஐ பொதுவித்தியாசமாகக் கொண்டு $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ ஓர் கூட்டுத்தொடர் எனில், $\tan \left[\tan^{-1} \left(\frac{d}{1+a_1a_2} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{d}{1+a_2a_3} \right) + \dots + \tan^{-1} \left(\frac{d}{1+a_n a_{n-1}} \right) \right] = \frac{a_n - a_1}{1+a_1 a_n}$ என நிறுவுக.
5. தீர்க்க: $\tan^{-1} \left(\frac{x-1}{x-2} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x+1}{x+2} \right) = \frac{\pi}{4}$
6. $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ மற்றும் $0 < x, y, z < 1$ எனில் $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ எனக் காண்பி.
7. மதிப்பிடுக. $\sin \left[\sin^{-1} \left(\frac{3}{5} \right) + \sec^{-1} \left(\frac{5}{4} \right) \right]$
8. சார்பகம் காண்க. $f(x) = \sin^{-1} \left(\frac{|x|-2}{3} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{1-|x|}{4} \right)$

TEST - 11

1. ஓர் நான்க வழிச்சாலைக்கான மலைவழியே செல்லும் சரங்கப்பாதையின் முகப்பு ஓர் நீள்வட்ட வடிவமாக உள்ளது. நேடுஞ்சாலையின் மொத்த அகலம் (முகப்பு அல்ல) 16 மி. சாலையின் விளிம்பில் சரங்கப்பாதையின் உயரம், 4 மி உயரமுள்ள சரங்கு வாகனம் செல்வதற்குத் தேவையான அளவிற்கும் முகப்பின் அதகபட்ச உயரம் 5 மி ஆகவும் இருக்க வேண்டுமெனில் சரங்கப்பாதையின் திறப்பின் அகலம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?
2. ஓர் நூரற்றில், ஆதியிலிருந்து 0.5 மி கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் அதிகபட்ச உயரம் 4 மி, நீரின் பாதை ஓர் பரவளையம் எனில் ஆதியிலிருந்து 0.75 மி கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரத்தைக் காண்க.
3. 1.2 மி நீளமுள்ள தடி அதன் முனைகள் எப்போதும் ஆய அச்சுகளைத்தொட்டுச் செல்லுமாறு நகருகின்றது. துடியின் x -அச்ச முனையிலிருந்து 0.3 மி தூரத்தில் உள்ள ஓர் புள்ளி P -ன் நியமப்பாதை ஓர் நீள்வட்டம் என நிறுவுக, மேலும் அதன் மையத்தொலைத்தகவும் காண்க.
4. ஓர் ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும்போது ஆத ஓர் பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. ஆதன் உச்ச உயரம் 4 மி-ஐ எட்டும்போது ஆத கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத் தூரம் 6 மி தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12 மி தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது. எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் காண்க.
5. தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5 மி உயரத்தில் தரைக்கு இணையாகப்பொருத்தப்பட்ட ஓர் குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நூர் தரையைத்தொடும் பாதை ஓர் பரவளையத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மேலும் இந்தப் பரவளையப் பாதையின் முனை குழாயின் வாயில் அமைகிறது. குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5 மி கீழே நீரின் பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் நிலை குத்துக் கோட்டிற்கு 3 மி தூரத்தில் உள்ளது. எனில் குத்துக் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்பதைக் காண்க.
6. இரு கடலோர காவல்படைத் தளங்கள் 600 கி.மி தொலைவில் $A(0,0)$ மற்றும் $B(0,600)$ என்ற புள்ளிகளில் அமைந்துள்ளன. P என்ற புள்ளியில் உள்ள கப்பலிலிருந்து ஆபத்திற்கான சமிக்ஞைகள் இரு தளங்களிலும் சிறிதளவு மாறுபட்ட நேரங்களில் பெறப்படுகின்றன. ஆவற்றிலிருந்து கப்பல், தளம் B யை விட தளம் A -க்கு 200 கி.மி. அதிக தூரத்தில் உள்ளதாக தீர்மானிக்கப்படுகின்றது. எனவே அந்தக் கப்பல் இருக்கும் இடம் வழியாகச் செல்லும் அதிபரவளையத்தின் சனம்பாடு காண்க.

TEST -12

1. காலை 10.00 மணிக்கு பெண் ஒருவர் தன்னுடைய மைக்ரோ அலை சமையல் அடுப்பிலிருந்து சூடான காபியை வெளியில் எடுத்து ஆத கிளர்வதற்காக அருகில் உள்ள சமையல் அறையில் வைக்கிறார். ஆந்நேரத்தில் காபியில் வெப்பநிலை 180°F ஆகும். மேலும், 10 நிமிடங்களுக்கப் பிறகு அதன் வெப்பநிலை 160°F ஆகும். சமையல் அறையின் நிலையான வெப்பநிலை 70°F எனில் (i) காலை 10.15 மணிக்கு காபியின் வெப்பநிலைக் காண்க. (ii) வெப்பநிலை 130°F க்கும் 140°F க்கும் இடைபட்டதாக இருக்கும்போது அவர் காபியை அருந்த நினைத்தால், எந்நேரத்திற்கு இடையில் அவர் காபியை அருந்த வேண்டும்?
2. நுண்ணுயிர்களின் பெருக்கத்தில், பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் பெருக்க வீதமானது அதில் காணப்படும் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதமாக உள்ளது. இப்பெருக்கத்தால் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கை பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை 5 மணி நேரத்தில் மும்மடங்கு ஆகிறது எனில் 10 மணி நேர முடிவில் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கை என்னவாக இருக்கும்?
3. ஓர் நகரத்தின் மக்கள் தொகை வளர்ச்சி வீதம் t நேரத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையின் விகிதமாக அமைந்துள்ளது. மேலும் நகரத்தின் மக்கள் தொகை 40 ஆண்டுகளில் 3,00,000 லிருந்து 4,00,000 ஆக அதிகரித்துள்ளது எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் t நேரத்தில் அந்நகரத்தின் மக்கள் தொகையைக் காண்க.
4. வருடத்திற்கு 5% தொடர் சுட்டு வீதத்தில் ஒருவர் ரூபாய் 10,000-த்தை வங்கிக் கணக்கில் முதலீடு செய்கிறார். 18 மாதங்களுக்குப் பின்னூ அவர் வங்கிக் கணக்கில் எவ்வளவு தொகை இருக்கும்?
5. வெப்பநிலை 25°C ஆக உள்ள ஓர் அறையில் வைக்கப்பட்டுள்ள நீரின் வெப்பநிலை 100°C ஆகும். 10 நிமிடங்களில் நீரின் வெப்பநிலை 80°C ஆகக் குறைந்து விடுகிறது எனில்,
 1. 20 நிமிடங்களுக்குப் பின்னூ நீரின் வெப்பநிலை
 - (ii) வெப்பநிலை 40°C ஆக இருக்கும்போது நேரம் காண்க.
$$\left[\log_e \frac{11}{15} = -0.3101; \log_e 5 = 1.6094 \right]$$

TEST - 13

- (1, 0), (-1, 0) மற்றும் (0, 1) என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
- (1, 1), (2, -1) மற்றும் (3, 2) என்ற மூன்று புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
- $x - y + 4 = 0$ என்ற நேர்க்கோடு $x^2 + 3y^2 = 12$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு தொடுகோடாக அமையும் என காட்டுக. மேலும் தொடும் புள்ளியை காண்க.
- $x^2 - 4x - 5y - 1 = 0$ என்ற பரவளையத்தின் முனை, குவியம், இயக்குவரை மற்றும் செவ்வகல, நீளம் ஆகியவற்றைக் காண்க.
- $11x^2 - 25y^2 - 44x + 50y - 256 = 0$ என்ற அதிபரவளையத்தின் மையம், குவியங்கள் மற்றும் மையத்தொலைத்தகவு காண்க.
- $4x^2 + y^2 + 24x - 2y + 21 = 0$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையம், முனைகள் மற்றும் குவியங்கள் காண்க. மேலும் செவ்வகல நீளம் 2 என நிறுவுக.
- மையத்தொலைத்தகவு $\frac{1}{2}$, குவியங்களில் ஒன்று (2, 3) மற்றும் ஓர் இயக்குவரை $x = 7$ உடைய நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க. மேலும் நெட்டச்சு, குற்றச்சு நீளங்களைக் காண்க.
- பின்வருவனவற்றிற்கான முனை, குவியம், இயக்குவரையின் சமன்பாடு மற்றும் செவ்வகல நீளம் காண்க.
 - $x^2 - 2x + 8y + 17 = 0$
 - $y^2 - 4y - 8ix + 12 = 0$
- பின்வரும் சமன்பாடுகளின் கூம்பு வளைவின் வகையைக் கண்டறிந்து அவற்றின் மையம், குவியங்கள், முனைகள் மற்றும் இயக்குரைகளைக் காண்க.
 - $18x^2 + 12y^2 - 144x + 48y + 120 = 0$
 - $9x^2 - y^2 - 36x - 6y + 18 = 0$

TEST - 14

- $u = \sin^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x+y}}\right)$, எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$ என நிறுவுக.
- $w(x, y, z) = \log\left(\frac{5x^3y^4+7y^2xz^4-75y^3z^4}{x^2+y^2}\right)$, எனில் $x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z} =$ ஐக் காண்க.
- $g(x, y) = x \log\left(\frac{x}{y}\right)$ என்ற சார்பு சமபடித்தானது என நிறுவுக; g -ன் படியைக் கணக்கிட்டு g -க்கு ஆய்லரின் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க
- $w(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$, $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$ எனில் $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0$ எனக் காட்டுக.
- $V(x, y) = e^x(x \cos y - y \sin y)$ எனில் $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$ என நிறுவுக.
- $(x, y) = x \tan^{-1}(xy)$, $x = t^2$, $y = se^t$, $s, t \in \mathbb{R}$. எனில் $\frac{\partial z}{\partial s}$ மற்றும் $\frac{\partial z}{\partial t}$ ஆகியவற்றை $s = t = 1$ இல் காண்க.
- $W(x, y, z) = xy + yz + zx$, $x = u - v$, $y = uv$, $z = u + v$, $u, v \in \mathbb{R}$ எனில் $\frac{\partial W}{\partial u}$, $\frac{\partial W}{\partial v}$ காண்க. மற்றும் $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ இல் அவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.
- $U(x, y, z) = xyz$, $x = e^{-t}$, $y = e^{-t} \cos t$, $z = \sin t$, $t \in \mathbb{R}$. எனில் $\frac{dU}{dt}$ ஐக் காண்க.
- $f(x, y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$, $(x, y) \neq (0, 0)$ மற்றும் $f(0, 0) = 0$ என்ற சார்பை எடுத்துக் கொள்வோம். இந்தச் சார்பு f , $(0, 0)$ -ஐத் தவிர \mathbb{R}^2 -ன் மற்ற எல்லா புள்ளிகளிலும் தொடர்ச்சித்தன்மையுடையது என நிறுவுக.
- பின்வரும் சார்புகளுக்கு f_x, f_y காண்க. மேலும் $f_{xy} = f_{yx}$ எனக் காட்டுக.
 - $f(x, y) = \frac{3y}{y+\sin x}$
 - $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$

TEST - 15

1. ஓர் தனிநிலை சார்பு X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது.

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	k	$2k$	$6k$	$5k$	$6k$	$10k$

- எனில் (i) $P(2 < X < 6)$ (ii) $P(2 \leq X < 5)$
(iii) $P(X \leq 4)$ (iv) $P(3 < X)$ என்பவற்றைக் காண்க.

2. கீழ்க்காணும் சார்பு ஓர் நிகழ்தகவு நிறை சார்பினைக் குறிக்கிறது என்க.

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	c^2	$2c^2$	$3c^2$	$4c^2$	c	$2c$

- (i) c ன் மதிப்பு (ii) சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.

3. ஓர் சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு நிகழ்தகவு நிறைசார்பானது

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	k^2	$2k^2$	$3k^2$	$2k$	$3k$

- எனில் (i) k மதிப்பு (ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iii) $P(3 < X)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

$$4. F(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < -1 \\ 0.15 & -1 \leq x < 0 \\ 0.35 & 0 \leq x < 1 \\ 0.60 & 1 \leq x < 2 \\ 0.85 & 2 \leq x < 3 \\ 1 & 3 \leq x < \infty \end{cases}$$

- எனக் கொடுக்கப்பட்ட ஓர் தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறியின் குவிவு பரவல் சார்பிற்கு (i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு (ii) $P(X < 3)$ (iii) $P(X \geq 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

5. சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) \begin{cases} 16xe^{-4x} & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{for } x \leq 0 \end{cases}$$

- ஆகும். சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.

6. கணினி தயாரிக்கப்படும்போது ஆயிரக்கணக்கான மணிநேரம் பயன்படுத்தப்படும் ஓர் மின்னணு சாதனமொன்றின் பழுதடையும் நேரத்தின் அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x} & x > 0 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

- ஆகும். இம்மின்னணு சாதனத்தின் எதிர்பார்க்கப்படும் ஆயுட்காலத்தை காண்க.

$$7. f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{for } x \geq 0 \\ 0 & \text{Other wise} \end{cases}$$

- எனும் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு உள்ள ஓர் சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.

8. நான்கு சீரான நாணயங்கள் ஓர் முறை சுண்டப்படுகின்றன. துலைகளின் எண்ணிக்கை நிகழ்விற்கு நிகழ்தகவு நிறை சார்பு, சராசரி, மற்றும் பரவற்படி காண்க.

TEST - 16

1. $4P(X = 4) = P(x = 2)$ மற்றும் $n = 6$ எனும்படி உள்ள $X \sim B(n, p)$ ன் பரவலின், சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க.
2. ஓர் பாதரச ஆசி விளக்கின் பயன்படும்காலம் குறைந்தபட்சம் 600 மணித்துளிகளுக்கான நிகழ்தகவு 0.9 எனில் அத்தகைய 12 விளக்குகளில்
(i) சரியாக 10 விளக்குகளின் பயன்படும் காலம் குறைந்தபட்சம் 600 மணித்துளிகளுக்கான நிகழ்தகவு
(ii) குறைந்தபட்சம் 11 விளக்குகளின் பயன்படும் காலம் குறைந்தபட்சம் 600 மணித்துளிகளுக்கான நிகழ்தகவு
(iii) குறைந்தபட்சம் 2 விளக்குகளின் பயன்படும் காலம் குறைந்தபட்சம் 600 மணித்துளிகள் கூட இல்லாததற்கான நிகழ்தகவு ஆகியவற்றைக் காண்க.
3. ஓர் உற்பத்தியாளரிடமிருந்து ஓர் குறிப்பிட்ட மின்வகைக் கருவியை ஓர் விற்பனையாளர் கொள்முதல் செய்கிறார். ஊற்பத்தியாளர் கருவியின் பழுதாகும் சதவீதம் 5% எனக் கூறுகிறார். கோள்முதல் செய்யப்பட்ட சரக்கிலிருந்து 10 பொருட்9யவாக9பனையாளரின் பரிசோதகர் சமவாய்ப்பு முறையில் பரிசோதிக்கிறார். ஆவற்றுள் (i) குறைந்தபட்சம் ஓர் பழுதான பொருள் (ii) சரியாக இரு பொருட்கள் பழுதாக இருக்க நிகழ்தகவு காண்க.
4. ABC குழுவும் தயாரிக்கும் பொருட்களில் சராசரியாக, 20% பொருட்கள் குறைபாடுள்ளவை எனக் கண்டறியப்பட்டுத். சமவாய்ப்பு முறையில் இதிலிருந்து 6 பொருட்கள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. மேலும் குறைபாடுள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கையை X குறித்தால் (i) இரு பொருட்கள் குறைபாடுள்ளவை (ii) அதிபட்சம் ஓர் பொருள் குறைபாடுள்ளதை (iii) குறைந்தபட்சம் இரு பொருட்கள் குறைபாடுள்ளவை. ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவு காண்க.
5. ஓர் ஈருறுப்பு மாறி X யின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி முறையே 2 மற்றும் 1.5 ஆகும். குாண்க. (i) $P(X = 0)$ (ii) $P(X = 1)$ (iii) $P(X \geq 1)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
6. ஓர் ஈருறுப்பு சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் முறையே 6 மற்றும் 2 ஆகும் (i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு (ii) $P(X = 3)$ (iii) $P(X \geq 2)$. ஆகியவற்றைக் காண்க.
7. μ மற்றும் σ^2 ஆகியவை முறையே தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் சராசரி மற்றும் பரவற்படி மற்றும் $E(X + 3) = 10$ மற்றும் $E(X + 3)^2 = 116$ எனில் μ மற்றும் σ^2 காண்க.

TEST - 17

1. $y^2 = 4x$ மற்றும் $x^2 = 4y$ என்ற பரவளையங்களால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.
2. ஓர குடும்பத் தலைவர், $x = 0, x = 4, y = 4$ மற்றும் $y = 0$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் சதுர நிலத்தின் பரப்பை $y^2 = 4x$ மற்றும் $x^2 = 4y$ என்ற வளைவரைகளின் வாயிலாக தன்னுடைய மனைவி, மகள் மற்றும் மகன் ஆகியோர்களுக்கு மூன்று சம்பாகங்களாகப் பிரிக்க விரும்புகிறார். ஆவ்வாறு பிரிக்க இயலுமா? பிரிக்க இயலும் எனில் ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைக்கும் பரப்பைக் காண்க.
3. பரவளையம் $x^2 = y$ மற்றும் வளைவரை $y = |x|$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.
4. $y = \cos x$ மற்றும் $y = \sin x$ என்ற வளைவரைகள் $x = \frac{\pi}{4}$ மற்றும் $x = \frac{5\pi}{4}$ என்ற கோடுகள் ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.
5. $(-1, 1), (3, 2), (0, 5)$ என்பன A, B மற்றும் C -ன் புள்ளிகள் எனில் முக்கோணம் ABC , ஆல் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி காண்க.
6. P என்பது $y = (x - 2)^2 + 1$ என்ற வளைவரைக்கு ஓர மீச்சிறு புள்ளி. Q என்ற புள்ளியானது, PQ -ன் சாய்வு 2 உள்ளவாறு வளைவரையின் மேல் உள்ளது எனில் வளைவரைக்கும் நாண் PQ க்கும் இடையில் அடைபடும் பரப்பைக் காண்க.
7. $x^2 + y^2 = 16$ என்ற வட்டத்திற்கும் $y^2 = 6x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் பொதுவான அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.
8. பரவளையம் $y^2 = x$ மற்றும் கோடு $y = x - 2$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.
9. வளைவரைகள் $y = \sin x, y = \cos x$ மற்றும் கோடுகள் $x = 0$ மற்றும் $x = \pi$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.
10. $y = \tan x, y = \cot x$ மற்றும் கோடுகள் $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

TEST - 18

1. மதிப்பிடுக: $\int_0^{2a} x^2 \sqrt{2ax - x^2} dx$
2. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log 2$ என நிறுவுக.
3. மதிப்பிடுக: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1 + a^x} dx$
4. $\int_0^1 (\tan^{-1} x + \tan^{-1}(1 - x)) dx = \frac{\pi}{2} - \log_e 2$ எனக் காட்டுக.
5. மதிப்பிடுக: $\int_0^a \frac{f(x)}{f(x) + f(a-x)} dx$
6. மதிப்பிடுக: $\int_2^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x}} dx$.
7. பின்வரும் வரையறுத்த தொகையிடல்களை, தொகையிடலின் பண்புகளைப் பயன்படுத்தி மதிப்பு காண்க: $\int_0^{\pi} x [\sin^2(\sin x) + \cos^2(\cos x)] dx$
8. மதிப்பிடுக: $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{1}{1 + \sqrt{\tan x}} dx$
9. மதிப்பிடுக $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \sin x} dx$
10. கூட்டலின் எல்லையாக $\int_1^4 (2x^2 + 3) dx$ - மதிப்பிடுக.

TEST - 19

1. $y = f(x) = x^2 - x - 6$ என்ற வளைவரையை வரைக.
2. $y = f(x) = x^3 - 6x - 9$ என்ற வளைவரையை வரைக.
3. $y = \frac{x^2-3x}{(x-1)}$ என்ற வளைவரையை வரைக.
4. $y = \frac{3x}{x^2-1}$ என்ற வளைவரையை எழுதுக.
5. ஆரம் a செ.மீ மற்றும் உயரம் b செ.மீ கொண்ட ஓர வெற்றுக் கூம்பு ஓர மேசையின் முதி வைக்கப்படுகிறது. இதன் அடியில் மறைத்து வைக்கக் கூடிய மிகப்பெரிய உருளையின் கனஅளவு கூம்பின் கனஅளவைப் போல் $\frac{4}{9}$ மடங்கு என்பதைக் காட்டுக.
6. ஓர உற்பத்தியாளர் ஓர சதுர அடித் தளத்தையும் 108 சதுர செ.மீ வெளிப்புளப் பரப்பையும் கொண்ட திறந்த பெட்டியை வடிவமைக்க விரும்புகிறார். ஆதிகபட்ச கனஅளவிற்கான பெட்டியின் பரிமாணங்களைக் காண்க.
7. r செமீ ஆரமுள்ள அறை வட்டத்தினுள் அமைக்கப்படும் செவ்வகங்களுள் மீப்பெரு செவ்வகத்தின் பரிமாணங்களைக் காண்க.
8. கொடுக்கப்பட்ட சுற்றளவுள்ள செவ்வகங்களுள், சதுரம் மட்டுமே பெரும் பரப்பைக் கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.
9. 10 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டத்தினுள் அமைக்கப்படும் செவ்வகங்களுள் மீப்பெரு பரப்புடைய செவ்வகத்தின் பரிமாணங்களைக் காண்க.
10. ஓர செவ்வக வடிவிலான பக்கத்தில் 24 செமீ² அளவிற்கு அச்சிடப்பட்டுள்ளது. மேற்புற மற்றும் கீழ்ப்புற ஓரங்கள் 1.5 செ.மீ அளவிலும் மற்ற பக்கங்களின் ஓரங்கள் 1 செமீ அளவிலும் இடைவெளி விடப்பட்டுள்ளது. குகித பக்கத்தின் குறைந்த பரப்பளவிற்கு அதன் நீள, அகலங்கள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?
11. ஓர எஃகு ஆலை ஓர நாளைக்கு குறைந்த தர எஃகு 'x' டன்னும் உயர்தர எஃகு y டன்னும் உற்பத்தி செய்யும் திறன் கொண்டு. இங்கு $y = \frac{40-5x}{10-x}$. குறைந்த தர எஃகின் சந்தை விலை உயர்த்துதர எஃகின் சந்தை விலையில் பாதி என்றால், அதிக பண வரவைப் பெறுவதற்கு குறைந்த தர எஃகு மற்றும் உயர்தர எஃகு ஆகியவற்றின் உகந்த உற்பத்திகள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?
12. கொடுக்கப்பட்ட பரப்புடைய செவ்வகங்களுள் சதுரம் மட்டுமே குறைந்த சுற்றளவைக் கொண்டு இருக்கும் என நிறுவுக.
13. $f(x) = x^4 + 32x$ என்ற சார்பின் இடுங்சார்ந்த அறுதி மதிப்புகளைக் காண்க.
14. $f(x) = 4x^6 - 6x^4$ என்ற சார்பின் இடுங்சார்ந்த அறுதி மதிப்புகளைக் காண்க.
15. A_0 எனும் ஆரம்பத் தொகையானது, ஓர வருடத்திற்கு n முறை r என்ற வட்டி வீதத்தில் கூட்டு வட்டி முறையில் முதலீடு செய்யப்படுகிறது எனில், முதலீடு செய்யப்பட்டு t வருடத்தில் அந்தத் தொகையின் மதிப்பு $A = A_0 \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$. வட்டியானது தொடர்ச்சியான வட்டி முறையில் (அதாவது $n \rightarrow \infty$) கணக்கிடப்பட்டால், t காலத்திற்குப் பின்னூ அந்தத் தொகையின் மதிப்பு $A = A_0 e^{rt}$ எனக் காட்டுக.

TEST 20

1. கோள வடிவில் உள்ள ஓர ஊதையில் காற்றினை வினாடிக்கு 1000 cm^3 எனும் வீதத்தில் நாம் ஊதினால் ஆரம் 7 செ.மீ எனும்போது ஊதையின் ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம் என்ன? மேலும் மேற்பரப்பு வீதத்தையும் கணக்கிடுக.
2. கொணரிப்பட்டையிலிருந்து நிமிடத்திற்கு 30 கன மீட்டொ வீதத்தில் கொட்டப்படும் உப்பு வட்ட வடிவ அடிமானம் கொண்ட கூம்பு வடிவம் பெறுகிறது. மேலும் கூம்பின் உயரமும் அடிமானத்தின் விட்டமும் சமமாக உள்ளது. 10 மீட்டொ உயரம் எனும்போது கூம்பின் உயரம் எவ்வகத்தில் அதிகரிக்கும்?
3. தலைகீழாக வைக்கப்பட்ட ஓர நேர்வட்ட கூம்பின் வடிவில் உள்ள ஓர நீரினைத் தொட்டியின் ஆழம் 12 மீட்டொ மற்றும் மேலுள்ள வட்டத்தின் ஆரம் 5 மீட்டனர் என்க. நிமிடத்திற்கு 10 கன மீட்டொ வேகத்தில் நூரி பாய்ச்சப்படுகிறது எனில், 8 மீட்டொ ஆழத்தில் நூரி இருக்கும்போது நீரின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வேகம் என்ன?
4. வடதிசையிலிருந்து ஓர செங்கோண சந்திப்பை அணுகும் ஓர காவல்துறை வாகனம் வேகமாகச் சென்று திரும்பி கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் ஓர மகிழுந்தை துரத்துகிறது. சாலை சந்திப்பின் வடக்கே 0.6 கி.மீ தொலைவில் காவல்துறையின் வாகனமும் கிழக்கே 0.8 கி.மீ தொலைவில் மகிழுந்தும் உள்ள பொழுது, மின்காந்த அலைக் கருவியின் துணைகொண்டு காவல்துறை தங்களது வாகனத்திற்கும் மகிழுந்துக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் மணிக்கு 20 கி.மீ வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது எனத் தீர்மானிக்கின்றனர். குாவல் துறை வாகனம் மணிக்கு 60 கி.மீ வேகத்தில் நகர்கிறது எனில் மகிழுந்தின் வேகம் என்ன?
5. $y = x^2$ மற்றும் $y = (x-3)^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.
6. $y = x^2$ மற்றும் $x = y^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தினை $(0,0)$ மற்றும் $(1,1)$ என்ற வெட்டும் புள்ளிகளில் காண்க.
7. $ax^2 + by^2 = 1$ மற்றும் $cx^2 + dy^2 = 1$ என்ற வளைவரைகள் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்தாக வெட்டிக்கொண்டால் $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$ என நிறுவுக.
8. $xy = 2$ என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்திற்கும் $x^2 + 4y = 0$ என்ற பரவளையத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தினைக் காண்க.
9. $\log(1+x)$ -ன் மெகலாரனின் விரிவை $-1 < x \leq 1$ ல் நான்கு பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.
10. $x = 2 \cos 3t$ மற்றும் $y = 3 \sin 2t$, $t \in \mathbb{R}$ என்ற லிசஜோஸ் வளைவரையின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஓர புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

TEST 21 (3-MARKS)

- $A = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் $A(adjA) = (adj A)A = |A|I_2$ என்பதைச் சரிபார்க்க.
- $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ எனில் $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ என்பதைச் சரிபார்க்க.
- $F(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}$ எனில் $[F(\alpha)]^{-1} = F(-\alpha)$ எனக்காட்டுக.
- $A = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -8 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 7 \\ 1 & -8 & 4 \end{bmatrix}$ எனில், $A^{-1} = A^T$ என நிறுவுக.
- பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்க: $5x + 2y = 3, 3x + 2y = 5$.
- $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 & -2 \\ -3 & -1 & -2 & 4 \\ 6 & 7 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியை ஏறுபடி வடிவில் மாற்றி அணித்தரம் காண்க.
- $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{bmatrix}$ என்ற அணியை ஏறுபடி வடிவில் மாற்றி அணித்தரம் காண்க.
- $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ எனக்கொண்டு $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ என்பதைச் சரிபார்க்க.

(2-MARKS)

- $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.
- $A = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ எனில் $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ என்ற பண்பை சரிபார்க்க.
- $adj(A) = \begin{bmatrix} 7 & 7 & -7 \\ -1 & 11 & 7 \\ 11 & 5 & 7 \end{bmatrix}$, எனில் A -ஐக் காண்க.
- $adj A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, எனில் A^{-1} -ஐக் காண்க.
- பின்வரும் அணிகளுக்க சிற்றணிக்கோவையை பயன்படுத்தி அணித்தரம் காண்க.
(i) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 3 & -6 & -3 & 1 \end{bmatrix}$
- நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க:
 $5x - 2y + 16 = 0, x + 3y - 7 = 0$
- $adj(A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ எனில் A^{-1} -ஐ காண்க.
- $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -5 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு காண்க.

TEST - 22 (2-MARKS)

- \mathbb{Z} இன்முத \otimes என்ற செயலி பின்வருமாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.
 $(m \otimes n) = m^n + n^m: \forall m, n \in \mathbb{Z} . *$ ஆனது \mathbb{Z} -ன் முத அடைவுப் பண்பை பெற்றுள்ளதா?
- \mathbb{R} ன் முத $*$ ஆனது $(a * b) = a + b + ab - 7$ என வரையறுக்கப்பட்டால் $*$, \mathbb{R} -ன் முத 12வடி பெற்றுள்ளதா? ஆவ்வாறெனில் $3 * \left(\frac{-7}{15}\right)$ காண்க.
- $A = \{a + \sqrt{5}b: a, b \in \mathbb{Z}\}$ என்க வழக்கமான பெருக்கல் A -ன் முத ஓர் ஈருறப்புச் செயல் ஆகுமா என பரிசோதிக்க.
- $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே வகையான பூலியன் அணிகள் எனில் AVB மற்றும் $A \wedge B$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
- p : குளிராக இருக்கிறது, q : "மழை பெய்கிறது" என்ற கூற்றுகளுக்கு $\neg p, p \wedge q, p \vee q$ மற்றும் $q \vee \neg p$ ஆகிய வார்த்தைகளுடன் கூடிய வாக்கியங்களை அமைக்க (எழுதுக).
- $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ க்கு சமானமானவை பண்பை நிறுவுக.
- கீழ்க்காணும் ஈருறப்புச் செயலிகள், அதற்குரிய கணங்களில் அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளதா என்பதைச் சோதிக்க. அவ்வாறில்லாதவற்றிற்கு ஈருறப்புச் செயலியின் நிபந்தனைகளை நிறைவேற்றும் முறையைக் காண்க.
(i) $a * b = a + 3ab - 5b^2; \forall a, b \in \mathbb{Z}$
(ii) $a * b = \left(\frac{a-1}{b-1}\right) \forall a, b \in \mathbb{Q}$
- (i) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$
(ii) $\neg(p \rightarrow q) \wedge p \wedge \neg q$ எனக் காட்டுக.
- $q \rightarrow p \equiv \neg p \rightarrow \neg q$ எனக் காட்டுக
- $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$ எனக் காட்டுக.
- $p \rightarrow q$ மற்றும் $q \rightarrow p$ ஆகியவைகள் சமானமற்றவை எனக் காட்டுக.
- பின்வரும் கூட்டு கூற்றுகளில் எவைகள் மெய்மம் அல்லாத முரண்பாடுகள் அல்லாத நிச்சயமின்மை என்று காண்க.
(iii) $(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$
(ii) $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$
(iii) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$
- மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாமல் $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$ நிரூபிக்க
- மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ என்பது ஓர் மெய்மம் அல்லாத ஓர் முரண்பாடு எனச் சோதிக்க

TEST - 23

- கீழ்க்காண்பவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க
(i) $4 + 3i$ (ii) $-6 + 8i$ (iii) $-5 - 12i$
- கீழ்க்காணும் கலப்பெண்களின் துருவ வடிவினைக் காண்க. (i) $2 + i2\sqrt{3}$ (ii) $3 - i\sqrt{3}$
(iii) $-2 - i2$
- கீழ்க்காணும் கலப்பெண்களின் மட்டு மதிப்பினைக் காண்க. (i) $\frac{2i}{3+4i}$
(ii) $\frac{2-i}{1+i} + \frac{1-2i}{1-2i}$ (iii) $(1-i)^{10}$
(iv) $2i(3-4i)(4-3i)$
- $(2 + i\sqrt{3})^{10} - (2 - i\sqrt{3})^{10}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனக் காட்டுக
- $(2 + i\sqrt{3})^{10} + (2 - i\sqrt{3})^{10}$ ஒரு மெய் எண் எனக் காட்டுக
- z_1, z_2 மற்றும் z_3 ஆகிய கலப்பெண்கள் $|z_1| = |z_2| = |z_3| = |z_1 + z_2 + z_3| = 1$ என்றவாறு இருந்தால், $\left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \right|$ ன் மதிப்பைக் காண்க.
- $z = \frac{-2}{1+i\sqrt{3}}$ எனில் முதன்மை வீச்சு $Arg z$ -ஐக் காண்க.
- $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ -ஐ செவ்வக வடிவில் சுருக்குக.
- $z_1 = 3 - 2i$ மற்றும் $z_2 = 6 + 4i$ எனில் $\frac{z_1}{z_2}$ -ஐ செவ்வக வடிவில் காண்க.
- $z = (2 + 3i)(1 - i)$ எனில் z^{-1} -ஐக் காண்க.
- $i, -2 + i$ மற்றும் 3 ஆகியவற்றில் எந்த கலப்பெண் ஆதியிலிருந்து அதிக தொலைவில் உள்ளது?
- $10 - 8i, 11 + 6i$ ஆகிய புள்ளிகளில் எப்புள்ளி $1 + i$ -க்கு மிக அருகாமையில் இருக்கும்?
- $z^2 = \bar{z}$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு நான்கு மூலங்கள் இருக்கும் என நிறுவுக.
- சுருக்குக. $\left(\frac{1+\cos 2\theta+i \sin 2\theta}{1+\cos 2\theta-i \sin 2\theta}\right)^{30}$
- $z_1 = 2 - i$ மற்றும் $z_2 = -4 + 3i$ எனில் $z_1 z_2$ மற்றும் $\frac{z_1}{z_2}$ -ன் நேர்மாறைக் காண்க.
- கீழ்க்காணும் பண்புகளை நிறுவுக.
(i) z ஒரு மெய் எண் என இருந்தால், இருந்தால் மட்டுமே $z = \bar{z}$
(ii) $Re(z) = \frac{z+\bar{z}}{2}$ மற்றும் $Im(z) = \frac{z-\bar{z}}{2i}$
- $|z| = 1$ எனில் $2 \leq |z^2 - 3| \leq 4$ எனக்காட்டுக.
- $z = x + iy$ என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண் $\left| \frac{z-4i}{z+4i} \right| = 1$ எனுமாறு அமைந்தால் z -ன் நியமப்பாறை மெய் அச்சு எனக் காட்டுக.

TEST - 24

- $2i + 3$ -ஐ வலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய ஓர் பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.
- $2 - \sqrt{3}$ ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.
- $x^9 - 5x^5 + 4x^4 + 2x^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு குறைந்தபட்சம் 6 மெய்யற்ற கலப்பெண் தீர்வுகள் உண்டு எனக் காட்டுக.
- $x^9 - 5x^8 - 14x^7 = 0$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாட்டின் மிகையெண் மற்றும் குறையெண் மூலங்களின் எண்ணிக்கையை தீர்மானிக்க.
- $9x^9 + 2x^5 - x^4 - 7x^2 + 2$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவை சமன்பாட்டிற்கு குறைந்தபட்சம் ஆறு மெய்யற்ற கலப்பெண் மூலங்கள் இருக்கும் எனக் காட்டுக.
- $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{3}}$ -ஐ ஒரு மூலமாகவும் முழுக்களை கெழுக்களாகவும் கொண்ட ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.
- கொடுக்கப்பட்ட மூலங்களைக் கொண்டு முப்படி சமன்பாடுகளை உருவாக்குக 1, 2, மற்றும் 3
- $lx^2 + nx + n = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் p மற்றும் q எனில் $\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = 0$ எனக் காட்டுக.
- $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க
- $x^4 - 14x^2 + 45 = 0$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
- $4^x - 3(2^{x+2}) + 2^5 = 0$ எனும் சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் அனைத்து மெய்யெண்களையும் காண்க.
- $7x^3 - 43x^2 = 43x - 7$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
- $2x^2 - 7x + 13 = 0$ எனும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் α^2 மற்றும் β^2 ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டை உருவாக்கவும்.
- $17x^2 + 43x - 73 = 0$ எனும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள், α மற்றும் β எனில் $\alpha + 2$ மற்றும் $\beta + 2$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட ஒரு இருபடிச்சமன்பாட்டை உருவாக்கவும்
- ஒரு கனச் சதுரப் பெட்டியின் பக்கங்களை 1, 2, 3 அலகுகள் அதிகரிப்பதால் கனச்சதுரப் பெட்டியின் கொள்ளளவைவிட 52 கன அலகுகள் அதிகமுள்ள கனச்செவ்வகம் கிடைக்கிறது எனில், கன செவ்வகத்தின் கொள்ளளவைக் காண்க.

TEST - 25

1. x -ன் எந்த மதிப்பிற்கு $\sin x = \sin^{-1} x$ ஆகும்?
2. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ -ன் முதன்மை மதிப்புக் காண்க.
3. மதிப்புக் காண்க.
 - (i) $2 \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$
 - (ii) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}(-1)$
4. முதன்மை மதிப்பு காண்க.
 - (i) $\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ (ii) $\cot^{-1}(\sqrt{3})$ (iii) $\operatorname{cosec}^{-1}(-\sqrt{2})$
5. மதிப்பு காண்க.
 - (i) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
 - (ii) $\cos^{-1}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$ (iii) $\cos^{-1}\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right)$
6. $\cos^{-1}\left[\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right] \neq -\frac{\pi}{6}$ என இருப்பதற்கான காரணத்தைக் கூறுக.
7. x -ன் எந்த மதிப்பிற்கு, சமநிலை $\frac{\pi}{2} < \cos^{-1}(3x - 1) < \pi$ மெய்யாகும்?
8. மதிப்பு காண்க.
 - (i) $\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$ (ii) $\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$
9. மதிப்பு காண்க.
 - (i) $\tan^{-1}\left(\tan\frac{5\pi}{4}\right)$ (ii) $\tan^{-1}\left(\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$.
10. சுருக்குக. $\tan^{-1}\frac{x}{y} - \tan^{-1}\frac{x-y}{x+y}$
11. தீர்க்க $\sin^{-1} x > \cos^{-1} x$
12. $\sec^{-1}\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ மதிப்பு காண்க.

TEST - 26

1. பின்வரும் வட்டங்களுக்கு மையத்தையும் ஆரத்தையும் காண்க.
 - (ii) $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$
 - (iii) $x^2 + y^2 - x + 2y - 3 = 0$
 - (iv) $2x^2 + 2y^2 - 6x + 4y + 2 = 0$
2. $y = 2\sqrt{2}x + c$ என்ற கோடு $x^2 + y^2 = 16$, என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடு எனில், c -ன் மதிப்பு காண்க.
3. மையம் $(-3, -4)$ மற்றும் ஆரம் 3 அலகுகள் கொண்ட வட்டத்தின் பொதுவடிவச் சமன்பாடு காண்க.
4. $y = 4x + c$ என்ற நேர்க்கோடு $x^2 + y^2 = 9$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடு எனில் c -ன் மதிப்புக் காண்க.
5. $9x^2 - 16y^2 = 144$ என்ற அதிபரவளையத்தின் முனைகள், குவியங்கள் காண்க.
6. $3x^2 + (3-p)xy + qy^2 - 2px = 8pq$ என்ற சமன்பாடு வட்டத்தைக் குறிக்கும் எனில் p மற்றும் q - மதிப்பு காண்க. மேலும் அந்த வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.
7. $(3, 4)$ மற்றும் $(2, -7)$ என்ற புள்ளிகளை விட்டத்தின் முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டைப் பெறுக.
8. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்தின் செவ்வகல நீளம் $\frac{2b^2}{a}$ என நிறுவுக.
9. நீள்வட்டம் $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ -ன் செவ்வகல நீளம் காண்க.
10. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு ' t_1 ' மற்றும் ' t_2 ' ஆகிய புள்ளிகளில் அமையும் தொடுகோடுகள் $[at_1t_2, a(t_1 + t_2)]$ என்ற புள்ளியில் சந்திக்கின்றன என நிறுவுக.
11. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு ' t_1 ' என்ற புள்ளியில் வரையப்படும் செங்கோடு, பரவளையத்தை மீண்டும் ' t_2 ' என்ற புள்ளிகளில் சந்திக்குமெனில், $t_2 = -\left(t_1 + \frac{2}{t_1}\right)$ என நிறுவுக.
12. சூரியனிலிருந்து பூமியின் அதிகபட்சம் மற்றும் குறைந்தபட்ச தூரங்கள் முறையே 152×10^6 கி.மீ மற்றும் 94.5×10^6 கி.மீ. நீள்வட்டப் பாதையின் ஒரு குவியத்தில் சூரியன் உள்ளது. சூரியனுக்கும் மற்றொரு குவியத்திற்குமான தூரம் காண்க.

TEST - 27

1. $-6\hat{i} + 14\hat{j} + 10\hat{k}, 14\hat{i} - 10\hat{j} - 6\hat{k}$ மற்றும் $2\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களால் குறிப்பிடப்படும் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளைக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவைக் காண்க.
2. $2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}, \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ மற்றும் $3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ என்ற மூன்று வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்களாகுமா எனக் காண்க.
3. $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}, 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}, \hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில் m -ன் மதிப்புக் காண்க.
4. $[\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{c} - \vec{a}] = 0$ என நிறுவுக.
5. $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}, \vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}, \vec{c} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ மற்றும் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = l\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c}$, எனில், l, m, n -ன் மதிப்புகளைக் காண்க.
6. $\vec{r} \cdot (6\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}) = 12$ என்ற தளம் ஆய அச்சுகளுடன் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க.
7. $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) = 11$ மற்றும் $4x - 2y + 2z = 15$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணத்தைக் காண்க.
8. $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.
9. பின்வரும் கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் காண்க. $2x = 3y = -z$ மற்றும் $6x = -y = -4z$.
10. $x + 2y - 2z + 1 = 0$ மற்றும் $2x + 4y - 4z + 5 = 0$ ஆகிய இரண்டு இணையான தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு காண்க.
11. வழக்கமான குறியீடுகளுடன், முக்கோணம் ABC -ல் வெக்டர்களைப் பயன்படுத்தி $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ என நிறுவுக.
12. $[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]^2$ என நிறுவுக.
13. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ என்ற நேர்க்கோடு ஆய அச்சுகளுடன் ஏற்படுத்தும் கோணங்களைக் காண்க.
14. $\frac{x-1}{4} = \frac{2-y}{6} = \frac{z-4}{12}$ மற்றும் $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{5-z}{6}$ என்ற கோடுகள் இணையானவை என நிறுவுக.
15. $\frac{x-3}{-4} = \frac{y-4}{-7} = \frac{z+3}{12}$ என்ற கோடு $5x - y + z = 8$ என்ற தளத்தில் அமையுமா எனச் சரிபார்க்க.
16. ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் \vec{a} -க்கு $\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = 2\vec{a}$ என நிறுவுக.
17. $a\hat{i} + a\hat{j} + c\hat{k}, \hat{i} + \hat{k}$ மற்றும் $c\hat{i} + c\hat{j} + b\hat{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில், a மற்றும் b ஆகியவற்றின் பெருக்குச் சராசரி c ஆகும் என நிரூபிக்க.
18. $8\hat{i} - 6\hat{j} - 4\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலை வெக்டராகக் கொண்ட புள்ளியில் செயல்படும் $-3\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k}, 4\hat{i} - 10\hat{j} + 12\hat{k}$ மற்றும் $4\hat{i} + 7\hat{j}$ விசைகளின் திருப்புத்திறனை $18\hat{i} + 3\hat{j} - 9\hat{k}$ என்ற வெக்டரை நிலை வெக்டராகக் கொண்ட புள்ளியைப் பொறுத்துக் காண்க.

TEST - 28

1. கொடுக்கப்பட்ட சார்புகளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் ரோலின் தேற்றம் ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதை விளக்குக. (i) $f(x) = \left| \frac{1}{x} \right|, x \in [-1, 1]$
2. கணக்கிடுக $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x^2} \right)$.
3. கணக்கிடுக $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{e^x}{x^m} \right), m \in N$.
4. கணக்கிடுக $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \log x$
5. $f(x) = x^2 - 2x - 3$ என்ற சார்பு, $(2, \infty)$ என்ற இடைவெளியில் திட்டமாக ஏறும் என நிறுவுக.
6. e^x சார்புகளுக்கு மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க.
7. $f(x) = \frac{1}{x}$ என்ற சார்பிற்கு $[a, b]$ -யை மிகை முழு எண்களாக கொண்ட மூடிய இடைவெளி $[a, b]$ -ல் சராசரி மதிப்புத் தேற்றத்தின்படி இறுதி மதிப்பு \sqrt{ab} என நிறுவுக.
8. $y = x^2 + 3x - 2$ என்ற வளைவரைக்கு $(1, 2)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
9. $y = 3 + \sin x$ என்ற வளைவரையின் குழிவு இடைவெளிகளைக் காண்க.
10. இரண்டு மிகை எண்களின் கூட்டுத்தொகை 12, மேலும் அதன் பெருக்குத் தொகை பெருமம் எனில் அந்த எண்களைக் காண்க.
11. $y = x^3 - 6x^2 + x + 3$ என்ற வளைவரைக்கு எப்புள்ளிகளில் வரையப்படும் தொடுகோடு $x + y = 1729$ என்ற கோட்டிற்கு செங்குத்தாக இருக்கும்?
12. $x^2 - y^2 = r^2$ மற்றும் $xy = c^2$ என்ற வளைவரைகள் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் எனக் காட்டுக. இங்கு c, r ஆகியவை மாறிலிகள்.
13. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து t வினாடிகளுக்குப் பிறகு ஒரு துகள் உள்ள தூரத்தின் அளவு $s = 2t^2 + 3t$ மீட்டர் எனும்படி நேர்க்கோட்டில் ஒரு துகள் நகர்கிறது. (i) $t = 3$ மற்றும் $t = 6$ வினாடிகளுக்கிடையே உள்ள சராசரி திசைவேகம் என்ன? (ii) $t = 3$ மற்றும் $t = 6$ வினாடிகளுக்கிடையே உள்ள கணப்பொழுது திசைவேகம் என்ன?
14. தரையிலிருந்து மேல்நொக்கி சுடப்படும் ஒரு துகள் s அ உயரத்தை t வினாடிகளில் சென்று அடைகிறது. இங்கு $s(t) = 128 - 16t^2$. (i) துகள் அடையும் அதிகபட்ச உயரத்தைக் கணக்கிடுக? (ii) தரையைத் தொடும்போது அதன் திசைவேகம் என்ன?

TEST - 29

- ஓர் எண்ணின் n -ஆம்படி மூலம் கணக்கிடப்படும்போது ஏற்படும் சதவீதப் பிழை தோராயமாக, அந்த எண்ணின் சதவீதப் பிழையின் $\frac{1}{n}$ மடங்கு ஆகும் எனக்காட்டுக.
- $f(x) = x^2 + 3x$ என்ற சார்பிற்கு df காண்க மற்றும் $x = 2$ இ $dx = 0.1$
- $g(x) = x^2 + \sin x$ எனில் dg -ஐக் காண்க.
- பின்வரும் சார்புகளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளில் பகுதி வகைக்கெழுக்கள் காண்க. $f(x, y) = 3x^2 - 2xy + y^2 + 5x + 2$, $(2, -5)$
- நேரியல் தோராய மதிப்பீட்டு முறையில் பின்வருவனவற்றின் தோராய மதிப்புகளைக் காண்க. $\sqrt[3]{26}$
- $w(x, y) = x^3 - 3xy + 2y^2$, $x, y \in \mathbb{R}$ எனில் $(1, -1)$ இல் w -ன் நேரியல் தோராய மதிப்பு காண்க.
- $\log_{10} e = 0.4343$ எனக்கொண்டு $\log_{10} 1003$ -ன் தோராய மதிப்பைக் காண்க.
- l நீளம் உள்ள தனி ஊசலின் முழு அலைவு நேரம் T என்பது $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது, இங்கு g ஒரு மாறிலி. l -ல் ஏற்படும் 2 சதவீதப் பிழைக்கு ஏற்ப T -ன் கணக்கீட்டில் ஏற்படும் தோராய சதவீதப் பிழையைக் காண்க.
- ஒரு வட்ட வடிவத் தகடு வெப்பத்தினால் சீராக விரிவடைகின்றது என்க. அதன் ஆரம் 10.5 செ.மீ-இலிருந்து 10.75 செ.மீ-ஆக அதிகரிக்கும்போது அதன் பரப்பில் ஏற்படும் தோராய அதிகரிப்பு மற்றும் தோராய சதவீத அதிகரிப்பு ஆகியவற்றைக் காண்க.
- 10 செ.மீ. ஆரம் உள்ள கோளத்தின் ஆரம் 0.1 செ.மீ குறைகின்றது எனில் அதன் கன அளவில் தோராயமாக எவ்வளவு குறையும்?
- $U(x, y, z) = \log(x^3 + y^3 + z^3)$, எனில் $\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z}$.
- $v(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 + 3xyz$ எனில் $\frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial y}$ என நிறுவுக.
- $u(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x+y}}$, எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$ என நிறுவுக.
- $v(x, y) = \log\left(\frac{x^2 + y^2}{x+y}\right)$, எனில் $x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} = 1$ என நிறுவுக.

TEST - 30

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x \, dx$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_0^{\infty} x^5 e^{-3x} \, dx$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_{-5}^5 x \cos\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right) \, dx$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 4}$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^5 + x \cos x + \tan^3 x + 1) \, dx$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_0^{1.5} [x^2] \, dx \text{ இங்கு } [x] \text{ என்பது மீப்பெரு முழுக்கள் சார்பு.}$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^4 x \, dx$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 x + \cos^4 x) \, dx$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{\cos^4 x}{\sin^5 x} \right| \, dx$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cos^4 x \, dx$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_0^{2\pi} x \log\left(\frac{3+\cos x}{3-\cos x}\right) \, dx$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sec x \tan x}{1+\sec^2 x} \, dx.$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_{-4}^4 |x + 3| \, dx$$

$$y^2 - 4ax \text{ என்ற பரவளையத்திற்கும் அதன் செவ்வகலத்திற்கும் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.}$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_{-\log 2}^{\log 2} e^{-|x|} \, dx$$

$$\text{மதிப்பீடு: } \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx$$

$$3x - 2y + 6, x = -3, x = 1 \text{ மற்றும் } x\text{-அச்சு ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.}$$

TEST - 31

1. பின்வரும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் வரிசை மற்றும் படி (இருப்பின்) ஆகியவற்றைக்

$$\text{காண்க. } 3 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) = \left[4 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}$$

2. தீர்க்க $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$.

3. தீர்க்க $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$

4. $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு $x^2 + y^2 = r^2$ என நிறுவுக. இங்கு r என்பது மாறிலியாகும்.

5. $y = A \cos x + B \sin x$ என்ற சமன்பாட்டிலிருந்து A, B எனும் மாறிலிகளை நீக்கி வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டை உருவாக்குக.

6. பின்வரும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளைக் காண்க. $\sin \frac{dy}{dx} = a, y(0) = 1$

7. $y = e^{-x} + mx + n$ என்பது $e^x \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) - 1 = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக்காட்டுக.

8. $y = a \cos bx$ என்பது $\frac{d^2y}{dx^2} + b^2y = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக்காட்டுக.

9. ஒரு தளத்தில் (i) நேர்க்குத்து அல்லாத நேர்க்கோடுகள் (ii) கிடைமட்டம் அல்லாத நேர்க்கோடுகள் ஆகிய தொகுப்புகளின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

10. $y = 2(x^2 - 1) + Ce^{-x^2}$ என்பது $\frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^3 = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக் காட்டுக.

11. தீர்க்க $\frac{dy}{dx} = (3x + y + 4)^2$

12. தீர்வு காண்க: $\frac{dy}{dx} + 2y = e^{-x}$

13. தீர்வு காண்க: $(1 + x^3) \frac{dy}{dx} + 6x^2y = 1 + x^2$

14. $y = Ae^{8x} + Be^{-8x}$ எனும் சமன்பாட்டைக் கொண்ட வளைவரைக் குடும்பத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க. இங்கு A, B என்பன ஏடிதேனும் இரு மாறிலிகள்.

TEST - 32

1. ஒரு மின்சாதனத்தின் ஆயுட்காலத்தைக் குறிக்கும் சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-2x} & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{for } x \leq 0 \end{cases} \text{ ஆகும்}$$

k ன் மதிப்பு காண்க

2. கீழ்க்காணும் ஈருறுப்பு பரவல் $B(n, p)$ -க்காக $P(X = k)$ என்பதைக் கணிக்க $n = 6, p = \frac{1}{3}, k = 3$

3. ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி $0, 1$, மற்றும் 2 மதிப்புகளை மட்டுமே கொள்ளும் என்க.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 1}{k} & \text{for } x = 0, 1, 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு நிறை சார்பிற்கு k -இன் மதிப்பு

4. சமவாய்ப்பு மாறி X -யின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-\frac{x}{3}} & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{for } x \leq 0 \end{cases} \text{ எனில் } k \text{ மதிப்பு}$$

5. $4P(X = 4) = P(X = 2)$ மற்றும் $n = 6$ எனும்படி உள்ள $X \sim B(n, p)$ ன் பரவலின், சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

6. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு நிகழ்தகவு நிறைசார்பானது

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	k^2	$2k^2$	$3k^2$	$2k$	$3k$

எனில் k மதிப்பு

7. கீழ்க்காணும் ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்புகளுக்கு சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10} & x = 2, 5 \\ \frac{1}{5} & x = 0, 1, 3, 4 \end{cases}$$

8. X என்பது மூன்று சீரான நாணயங்களை ஒரே சமயத்தில் ஒரு முறைச் சுண்டும்போது விழும் பூக்களின் எண்ணிக்கை என்க. சமவாய்ப்பு மாறியான X -இன் மதிப்புகளையும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையும் காண்க.

9. சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} k & 1 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{Other wise} \end{cases}$$

(i) பரவல் சார்பு (ii) $P(X < 3)$