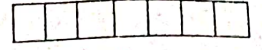


HSS

அரையாண்டுப் பொதுத் தேர்வு - 2024

12 - ஆம் வகுப்பு
காலம் : 3.00 மணி

கணிதம்



மதிப்பெண்கள் : 90

பகுதி - அ

சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

20X1 = 20

- $P = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ என்பது 3×3 வரிசையுடைய அணி A -ன் சேர்ப்பு அணி மற்றும் $|A| = 4$ எனில், x அனது
 (அ) 15 (ஆ) 12 (இ) 14 (ஈ) 11
- $0 \leq \theta \leq \pi$ மற்றும் $x + (\sin \theta)y - (\cos \theta)z = 0$, $(\cos \theta)x - y + z = 0$, $(\sin \theta)x + y - z = 0$ மற்றும் தொகுப்பானது வெளிப்படையற்றத் தீர்வு பெற்றிருப்பின், θ -ன் மதிப்பு
 (அ) $\frac{2\pi}{3}$ (ஆ) $\frac{3\pi}{4}$ (இ) $\frac{5\pi}{6}$ (ஈ) $\frac{\pi}{4}$
- $x^2 + x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், $\alpha^{2020} + \beta^{2020}$ -ன் மதிப்பு (அ) -2 (ஆ) -1 (இ) 1 (ஈ) 2
- $x^3 + 64$ -ன் ஒரு பூச்சியமாக்கி (அ) 0 (ஆ) 4 (இ) $4i$ (ஈ) -4
- $\sin^{-1} x = 2\sin^{-1} \alpha$ -க்கு ஒரு தீர்வு இருந்தால், பின்னர்
 (அ) $|\alpha| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ (ஆ) $|\alpha| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ (இ) $|\alpha| < \frac{1}{\sqrt{2}}$ (ஈ) $|\alpha| > \frac{1}{\sqrt{2}}$
- $\tan^{-1} x - \cot^{-1} x = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு (அ) தீர்வு இல்லை
 (ஆ) ஒரேயொரு தீர்வு (இ) இரு தீர்வுகள் (ஈ) எண்ணற்றத் தீர்வுகள்
- $2x - y = 1$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு தொடுகோடுகள் வரையப்பட்டால் தொடு புள்ளிகளில் ஒன்று
 (அ) $\left(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$ (ஆ) $\left(\frac{-9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (இ) $\left(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (ஈ) $(3\sqrt{3}, -2\sqrt{2})$
- P என்ற புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளுக்கிடையேயான கோணம் செங்கோணம் எனில் P -ன் நியமப்பாத்தை (அ) $2x + 1 = 0$ (ஆ) $x = -1$ (இ) $2x - 1 = 0$ (ஈ) $x = 1$
- $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $\vec{b} \cdot \vec{c} \neq 0$ மற்றும் $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$ எனுமாறுள்ள மூன்று வெக்டர்கள் என்க. $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ எனில், \vec{a} மற்றும் \vec{c} என்பவை
 (அ) செங்குத்தானவை (ஆ) இணையானவை
 (இ) $\frac{\pi}{3}$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை (ஈ) $\frac{\pi}{6}$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை

HSS 12 MAT Page - 1

10. ஆதியிலிருந்து $2x + 3y + \lambda z = 1, \lambda > 0$ என்ற தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் $\frac{1}{5}$ எனில், λ -ன் மதிப்பு (அ) $2\sqrt{3}$ (ஆ) $3\sqrt{2}$ (இ) 0 (ஈ) 1
11. ஒரு கல்லானது செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. t நேரத்தில் அது அடைந்த உயரம் $x = 80t - 16t^2$. கல் அதிகபட்ச உயரத்தை t வினாடி நேரத்தில் அடைந்தால் t அனது (அ) 2 (ஆ) 2.5 (இ) 3 (ஈ) 3.5
12. $x^3 - 3x^2, x \in [0,3]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் எண் (அ) 1 (ஆ) $\sqrt{2}$ (இ) $\frac{1}{2}$ (ஈ) 2
13. $v(x, y) = \log(e^x + e^y)$, எனில் $\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ -ன் மதிப்பு (அ) $e^x + e^y$ (ஆ) $\frac{1}{e^x + e^y}$ (இ) 2 (ஈ) 1
14. $\int_{-1}^1 \left[\tan^{-1} \left(\frac{x^2}{x^4+1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x^4+1}{x^2} \right) \right] dx$ இன் மதிப்பு (அ) π (ஆ) 2π (இ) 3π (ஈ) 4π
15. $y = Ae^x + Be^{-x}$, இங்கு A, B என்பன ஏதேனும் இரு மாறிலிகள், எனும் வளைவரைத் தொகுதியின் வகைக்கெழுச்சமன்பாடு (அ) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ (ஆ) $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$ (இ) $\frac{dy}{dx} + y = 0$ (ஈ) $\frac{dy}{dx} - y = 0$
16. $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0$ எனும் வகைக்கெழுச்சமன்பாட்டின் தீர்வு (அ) $y + \sin^{-1} x = c$ (ஆ) $x + \sin^{-1} y = 0$ (இ) $y^2 + 2 \sin^{-1} x = C$ (ஈ) $x^2 + 2 \sin^{-1} y = 0$
17. $z = \frac{-2}{1+i\sqrt{3}}$ எனில் z -ன் முதன்மை வீச்சு (அ) $\frac{2\pi}{3}$ (ஆ) $\frac{3\pi}{4}$ (இ) $\frac{5\pi}{6}$ (ஈ) $\frac{\pi}{4}$
18. $x \frac{dy}{dx} + y \log x = e^x$ எனும் வகைக்கெழுச்சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி (அ) $e^{\frac{\log x}{2}}$ (ஆ) $e^{\frac{x^2}{2}}$ (இ) $x^{\log \sqrt{x}}$ (ஈ) $x^{\log x}$
19. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\sin|x| + \cos|x|) dx$ இன் மதிப்பு (அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4
20. $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax + 5, x \in [1,3]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் எண் $c = 2 + \frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில், a -ன் மதிப்பு (அ) 11 (ஆ) -6 (இ) 5 (ஈ) 0

பகுதி-ஆ

ஏதேனும் ஏழு விடையளிக்கவும்.

வினா எண் 30 க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும்.

7X2 = 14

21. $adj(A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ எனில், A^{-1} -ஐ காண்க.

22. நிறுவுக : z ஒரு மெய் எண் என இருந்தால் மட்டுமே $z = \bar{z}$

23. $x^9 - 5x^5 + 4x^4 + 2x^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு குறைந்தபட்சம் 6 மெய்யற்ற கலப்பெண் தீர்வுகள் உண்டு எனக்காட்டுக.
24. முனை (5, -2) மற்றும் குவியம் (2, -2) உடைய பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.
25. $r = (2i + 3j + k) + t(i - j + k)$ என்ற கோட்டிற்கும் $2x - y + z = 5$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.
26. மதிப்பிடுக : $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 17x + 29}{x^4} \right)$.
27. மனிதனின் இரத்தக் குழாயின் (தமனியின்) குறுக்கு வெட்டானது வட்ட வடிவம் எனக் கொள்க ஒரு நோயாளிக்கு இரத்தக் குழாய் விரிவடைதற்கான மருந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ளது . இரத்தக் குழாயின் ஆரம் 2மிமீ-இலிருந்து 2.1 மிமீ ஆக அதிகரிக்கும்போது அதன் குறுக்கு வெட்டின் பரப்பு தோராயமாக எந்த அளவு அதிகரிக்கும்?
28. n ஓர் மிகை முழுக்கள் எனில் $\int_0^{\infty} e^{-x} \cdot x^n dx = n!$ என நிறுவுக.
29. $y^2 = 4ax$ எனும் பரவளையத் தொகுதியின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க. இங்கு a என்பது ஏதேனும் ஒரு மாறிலியாகும்.
30. $\cos^{-1} \left(\frac{2x}{1+x} \right)$ -ன் சார்பகம் காண்க.

பகுதி-இ

ஏதேனும் ஏழு விடையளிக்கவும்.

வினா எண் 40 க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். $7 \times 3 = 21$

31. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் முறையை பயன்படுத்தி தீர்க்க : $5x + 2y = 3, 3x + 2y = 5$.
32. $z = x + iy$ என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண் $\left| \frac{z-4i}{z+4i} \right| = 1$ எனுமாறு அமைந்தால் z -ன் நியமப்பாதை மெய் அச்சு எனக்காட்டுக.
33. $3x^3 - 16x^2 + 23x - 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் இரு மூலங்களின் பெருக்கல் 1 எனில் சமன்பாட்டினைத் தீர்க்க.
34. மதிப்பு காண்க : $\tan^{-1}(-1) + \cos^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) + \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right)$.
35. $3x^2 + (3-p)xy + qy^2 - 2px - 8pq = 0$ என்ற சமன்பாடு வட்டத்தைக் குறிக்கும் எனில் p மற்றும் q -ன் மதிப்பு காண்க. மேலும் அந்த வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.
36. $x + 1 = 2y = -12z$ மற்றும் $x = y + 2 = 6z - 6$ என்ற கோடுகள் ஒரு தளம் அமையாக் கோடுகள் எனக்காட்டி, அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட மீச்சிறு தூரத்தையும் காண்க.
37. $y = 3 + \sin x$ என்ற வளைவரையின் குழிவு இடைவெளிகளைக் காண்க.
38. நேரியல் தோராய மதிப்பீட்டு முறை மூலம் $\sqrt{9.2}$ -ன் தோராய மதிப்பைக் காண்க.
39. வளைவரை $y = \log x, y = 0, x = 0$ மற்றும் $y = 2$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை y - அச்சைப் பொருத்து சுழற்றுவதால் உருவாகும் திடப்பொருளின் கனஅளவைத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்திக் காண்க.
40. தீர்க்க : $x \frac{dy}{dx} + y = y^2$.

பகுதி-ஈ

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

7X5 = 35

41. அ) பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க: $3x + 3y - z = 11, 2x - y + 2z = 9, 4x + 3y + 2z = 25$. (அல்லது)
ஆ). ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும்போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4 மீ-ஐ எட்டும்போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத் தூரம் 6 மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12 மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் காண்க.
42. அ) $11x^2 - 25y^2 - 44x + 50y - 256 = 0$ என்ற அதிபரவளையத்தின் மையம் குவியங்கள் மற்றும் மையத் தொலைத்தகவு காண்க. (அல்லது)
ஆ) ஒரு மாதிரியில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்கள் சிதைவுறும் வீதமானது அந்நேரத்தில் அந்த மாதிரியில் காணப்படும் அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 100 ஆண்டு கால இடைவெளியில் ஒரு மாதிரியில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் 10% சிதைவுறுகிறது. 1000 ஆண்டுகள் முடிவில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் எவ்வளவு மீதமிருக்கும்? (ஆரம்ப எண்ணிக்கை A_0 எனக்கொள்க)
43. அ) $z^3 + 8i = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. இங்கு $z \in \mathbb{C}$. (அல்லது)
ஆ) ஒரு குடும்பத் தலைவர், $x = 0, x = 4, y = 4$ மற்றும் $y = 0$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் சதுர நிலத்தின் பரப்பை $y^2 = 4x$ மற்றும் $x^2 = 4y$ என்ற வளைவரைகளின் வாயிலாக தன்னுடைய மனைவி, மகள் மற்றும் மகன் ஆகியோர்களுக்கு மூன்று சமபாகங்களாகப் பிரிக்க விரும்புகிறார் அவ்வாறு பிரிக்க இயலுமா? பிரிக்க இயலும் எனில் ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைக்கும் பரப்பைக் காண்க.
44. அ) சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
 $\tan^{-1}(x-1) + \tan^{-1}x + \tan^{-1}(x+1) = \tan^{-1}3x$. (அல்லது)
ஆ) $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ எனில் $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ என நிறுவுக.
45. அ) ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து அவற்றிற்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவுக. (அல்லது)
ஆ). தீர்வு காண்க $(1-x^2)\frac{dy}{dx} - xy = 1$
46. அ) $y = x^2$ மற்றும் $y = (x-3)^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க. (அல்லது)
ஆ). $\vec{r} = (i-j+3k) + t(2i-j+4k)$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\vec{r} \cdot (i+2j+k) = 8$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தானதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டிசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
47. அ) ஒரு சுவரொட்டியின் மேல் மற்றும் அடியின் ஓரங்கள் 6 செமீ. மற்றும் அதன் பக்க ஓரங்கள் 4 செமீ ஆகும். அச்சுவரொட்டியில் அச்சடிக்கப்பட்ட வாசகங்களின் பரப்பை 384 செமீ² என வரையறுக்கப்பட்டால் அதன் பரப்பை சிறும அளவை கொள்ளுமாறு உள்ள நீள அகலங்களைக் காண்க. (அல்லது)
ஆ) மதிப்பிடுக: $\int_0^1 \frac{\log(1+y)}{1+y^2} dy$