

Kanchipuram Dt

அரையாண்டுப் பொதுத் தேர்வு - 2024

பன்னிரெண்டாம் வகுப்பு

பதிவு எண்:

கணிதம்

நேரம் : 3.00 மணி

பகுதி - அ

மதிப்பெண்கள் : 90

20 x 1 = 20

I. சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

1. A என்பது ஒற்றை வரிசையுடைய பூஜ்ஜிய அணிக்கோவை எனில் adj A என்பது

அ) குறை

ஆ) பூஜ்ஜியம்

இ) |adj A|

ஈ) மிகை

2. ஒரு கோட்டின் திசைக்கொசைன்கள் $\frac{1}{c}, \frac{1}{c}, \frac{1}{c}$ எனில்

அ) $c = \pm 3$

ஆ) $c = \pm\sqrt{3}$

இ) $c > 0$

ஈ) $0 < c < 1$

3. $\cos^{-1}x$ எனும் முதன்மை மதிப்பு

அ) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

ஆ) $(0, \pi)$

இ) $[0, \pi]$

ஈ) $(0, \pi) - \{\frac{\pi}{2}\}$

4. $2x \frac{dy}{dx} - y = 3$ எனும் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் தீர்வு குறிப்பிடுவது

அ) நேர்கோடுகள்

ஆ) வட்டங்கள்

இ) பரவளையம்

ஈ) நீள்வட்டம்

5. மையம் $(-3, -4)$ மற்றும் ஆரம் 3 அலகுகள் கொண்ட வட்டத்தின் பொது சமன்பாடு

அ) $x^2 + y^2 + 6x + 8y + 16 = 0$

ஆ) $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 16$

இ) $x^2 + y^2 + 6x + 8y - 16 = 0$

ஈ) $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 16$

6. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $|\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}| = 3$ எனுமாறு உள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று பூஜ்ஜியமற்ற வெக்டர்கள்

எனில் $\{|\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}|\}^2$ ன் மதிப்பு

அ) 81

ஆ) 9

இ) 27

ஈ) 18

7. $x^3 - kx^2 + 9x$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவைக்கு மூன்று மெய்யெண் பூஜ்ஜியமாக்கிகள் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை

அ) $|k| \leq 6$

ஆ) $k = 0$

இ) $|k| > 6$

ஈ) $|k| \geq 6$

8. $P(X = 0) = 1 - P(X = 1)$ மற்றும் $E(X) = 3$ $\text{Var}(X)$ எனில் $P(X = 0)$ வை காண்க.

அ) $\frac{2}{3}$

ஆ) $\frac{2}{5}$

இ) $\frac{1}{5}$

ஈ) $\frac{1}{3}$

9. ஒரு கல்லானது செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. t நேரத்தில் அது அடைந்த உயரம் $x = 80t - 16t^2$. கல் அதிகபட்ச உயரத்தை t வினாடி நேரத்தில் அடைந்தால் t ஆனது

அ) 2

ஆ) 2.5

இ) 3

ஈ) 3.5

10. மெய்யெண்களின் கணம் \mathbb{R} ன் மீது * பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. இதில் எது \mathbb{R} மீது ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல?

அ) $a * b = \min(a, b)$ ஆ) $a * b = \max(a, b)$ இ) $a * b = a$

ஈ) $a * b = a^b$

11. நீள்வட்டத்தின் மீது உள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியின் குவித் தொலைவுகளின் கூடுதல் அதன் க்கு சமம்.

அ) குற்றச்சின் நீளம்

ஆ) நெட்டச்சின் நீளம்

இ) செவ்வகலத்தின் நீளம்

ஈ) மையத்தொலைத் தகவு

12. $x^3 - 3x^2, x \in [0, 3]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் எண்

அ) 1

ஆ) $\sqrt{2}$

இ) $\frac{3}{2}$

ஈ) 2

13. $p(A) = p([A/B])$ எனில் $AX = B$ என்ற நேரிய சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது
 அ) ஒருங்கமைவு உடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும். ஆ) ஒருங்கமைவு உடையது
 இ) ஒருங்கமைவு உடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும். ஈ) ஒருங்கமைவு அற்றது
14. $Z + Z^{-1} = 1$ எனில், $Z^{100} + Z^{-100} =$
 அ) i ஆ) $-i$ இ) $+1$ ஈ) -1
15. $(\sin 40^\circ + i \cos 40^\circ)^2$ ன் முதன்மை வீச்சு
 அ) -110° ஆ) -70° இ) 70° ஈ) 110°
16. $y = (x-1)^3$ என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்று புள்ளி
 அ) $(0,0)$ ஆ) $(0,1)$ இ) $(1,0)$ ஈ) $(1,1)$
17. $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x \cos^6 x dx$ ன் மதிப்பு காண்க. அ) $\frac{3\pi}{512}$ ஆ) $\frac{3}{512}$ இ) $\frac{3\pi}{256}$ ஈ) $\frac{3}{256}$
18. X ல் n படி உள்ள ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாடு பெற்றுள்ள மூலங்கள்
 அ) n வெவ்வேறு மூலங்கள் ஆ) n மெய் எண் மூலங்கள்
 இ) n கலப்பெண் மூலங்கள் ஈ) அதிகபட்ச ஒரு மூலம்
19. $\sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \frac{2\pi}{3}$ எனில் $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y =$
 அ) $\frac{\pi}{3}$ ஆ) $\frac{2\pi}{3}$ இ) $\frac{\pi}{6}$ ஈ) π
20. $x + y = k$ என்ற நேர்க்கோடு பரவளையம் $y^2 = 12x$ ன் செங்கோட்டு சமன்பாடாக உள்ளது எனில்
 k யின் மதிப்பு
 அ) 3 ஆ) -1 இ) 1 ஈ) 9
- பகுதி - ஆ
- II. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 30 கட்டாய வினா) $7 \times 2 = 14$
21. $\text{adj } A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் A^{-1} காண்க.
22. செவ்வக வடிவில் சுருக்குக: $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$
23. α, β, γ மற்றும் δ ஆகியன $2x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 8 = 0$ என்னும் பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ மற்றும் $\alpha\beta\gamma\delta$ ஆகியவற்றின் மூலங்களாகவும் முழு எண்களை கெழுக்களாகவும் ஒரு இருபடி சமன்பாட்டை அமைக்க.
24. $x^2 + y^2 = 25$ என்ற வட்டத்திற்கு $P(-3, 4)$ ல் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டு சமன்பாடுகளைக் காண்க.
25. $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$ மற்றும் $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-2}{2}$ என்ற இரு நேர்க்கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் காண்க. இவ்விரு கோடுகளும் இணையானவையா? அல்லது செங்குத்தானவையா? என காண்க.
26. $f(x)$ என்ற வகையிடத்தக்க சார்பு $f'(x) \leq 29$ மற்றும் $f(2) = 17$ என்றவாறு உள்ளது எனில் $f(7)$ ன் அதிகபட்ச மதிப்பினைக் காண்க.
27. $f(x) = x^2 + 3x$ என்ற சார்பிற்கு df காண்க. மற்றும் $x = 3$ மற்றும் $dx = 0.02$ எனும் போது df மதிப்பிடுக.
28. மதிப்பிடுக: $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x \cos x dx$

29. $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$ வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.
30. ஓர் இயற்கணித அமைப்பில் சமனி உறுப்பானது (உளது) எனில் ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது என நிரூபிக்க.

பகுதி - இ

- III. எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி. (வினா எண் 40 கட்டாய வினா) $7 \times 3 = 21$

31. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -6 \\ 5 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு சிற்றணிக்கோவையை பயன்படுத்தி அணித்தரம் காண்க.

32. $-5 - 12i$ - வர்க்க மூலம் காண்க.
33. $\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1}(x)$ என்பது மெய்யாகுமா? விடைக்கு தக்க காரணம் கூறுக.
34. வழக்கமான குறியீடுகளுடன் முக்கோணம் ABC வெக்டர்களைப் பயன்படுத்தி $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ என நிறுவுக.

35. மதிப்பீடு : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 5x + 3}$

36. $u(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x + y}}$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$ என நிறுவுக.

37. சூரியனிலிருந்து பூமியின் அதிகபட்சம் மற்றும் குறைந்தபட்ச தூரங்கள் முறையே 152×10^6 கி.மீ மற்றும் 94.5×10^6 கி.மீ. நீள்வட்டப் பாதையின் ஒரு குவியத்தில் சூரியன் உள்ளது. சூரியனுக்கும் மற்றொரு குவியத்திற்குமான தூரம், காண்க.
38. ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும், மையத்தினை X-அச்சின் மீது' கொண்ட எல்லா வட்டங்களின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க.
39. ஒரு சீரான பகடைகள் ஒருமுறை உருட்டப்படுகின்றன. கிடைத்த நான்குகளின் எண்ணிக்கைக்கான நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு காண்க.

40. மதிப்பீடு : $\int_1^4 \left(\frac{8}{\sqrt{x}} - 12\sqrt{x^3} \right) dx$

பகுதி - ஈ

- IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். $7 \times 5 = 35$

41. அ) λ மற்றும் μ ன் எம்மதிப்புகளுக்கு $2x + 3y + 5z = 9$, $7x + 3y - 5z = 8$, $2x + 3y + \lambda z = \mu$ என்ற சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது (i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என ஆராய்க. (அல்லது)
- ஆ) $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \pi$ எனில் $x + y + z = xyz$ என காட்டுக.

42. அ) $\sqrt{3} + i$ ன் எல்லா மூன்றாம் படிகளையும் காண்க. (அல்லது)

ஆ) $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log 2$ என நிறுவுக.

4

XII கணிதம்

43. அ) கொடுக்கப்பட்ட சுற்றளவு உள்ள செவ்வகங்களுள், சதுரம் மட்டுமே பெரும் பரப்பைக் கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

(அல்லது)

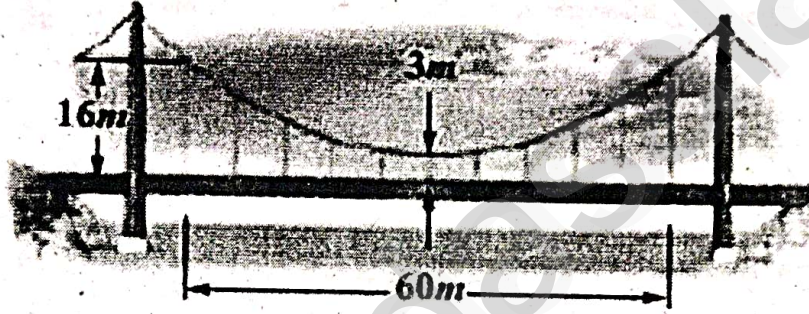
ஆ) வெக்டர் முறையில் $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ என நிறுவுக.

44. அ) $x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(அல்லது)

ஆ) ஆரம்பத்தில் ஒரு கதிரியக்க ஐசோடோப்பின் நிறை 200 மி.கி ஆகும். 2 வருடங்களுக்குப் பின்னர் அதன் நிறை 50 மி.கி ஆக உள்ளது. 1 நேரத்தில் மீதமுள்ள ஐசோடோப்பின் நிறைக்கான சமன்பாட்டைக் காண்க. அதன் அரை ஆயுட்காலம் எவ்வளவு? (ஒரு குறிப்பிட்ட கதிரியக்க ஐசோடோப்பின் ஆரம்ப அளவு பாதியாகக் குறைய ஆகும் கால அளவு அரை ஆயுட்காலம் எனப்படும்)

45. அ) ஒரு தொங்கு பாலத்தின் 60 மீ சாலைப் பகுதிக்கு பரவளைய கம்பி வடம் படத்தில் உள்ளவாறு பொருத்தப்பட்டுள்ளது. செங்குத்துக் கம்பி வடங்கள் சாலைப்பகுதியில் ஒவ்வொன்றுக்கும் 6 மீ இடைவெளி இருக்குமாறு அமைக்கப்பட்டுள்ளது. முனையிலிருந்து முதல் இரண்டு செங்குத்துக் கம்பி வடங்களுக்கான நீளத்தைக் காண்க.



(அல்லது)

ஆ) ஒரு பால் விற்பனையகத்தில் வினியோகிக்கப்படும் பாலின் அளவு சமவாய்ப்பு மாறி X என்க. குறைந்தபட்சம் 200 லிட்டர்கள் மற்றும் அதிகபட்சம் 600 லிட்டர்களுடன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} k & 200 \leq x \leq 600 \\ 0 & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases} \quad \text{(i) } k \text{ மதிப்பு காண்க (ii) பரவல் சார்பு காண்க.}$$

(iii) 300 லிட்டர்கள் மற்றும் 500 லிட்டர்களுக்கிடையே தினசரி விற்பனை இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

46. அ) $(2, 3, 6)$ என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதும் $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{1}$ மற்றும் $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{-3}$ என்ற

கோடுகளுக்கு இணையானதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க. (அல்லது)

ஆ) $x^2 + y^2 = 16$ என்ற வட்டத்திற்கும் $y^2 = 6x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் பொதுவான அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

47. அ) $x = 7 \cos t$ மற்றும் $y = 2 \sin t$, $t \in \mathbb{R}$ என்ற வளைவரைக்கு ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. (அல்லது)

ஆ) சமமானவை பண்புகளை பயன்படுத்தி $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ எனக் காட்டுக.
