

முதல் திருப்புதல் தேர்வு - ஜனவரி - 2025

வகுப்பு : 12

கணிதம்

கால அளவு : 3 மணி நேரம்

மதிப்பெண்கள் : 90

பகுதி - I

குறிப்பு : அ) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். ஆ) கொடுக்கப்பட்டுள்ள மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்ந்து எழுதவும். $20 \times 1 = 20$

1. $x^3 + 64$ -ன் ஒரு பூச்சியமாக்கி
 (1) 0 (2) 4 (3) $4i$ (4) -4
2. $x^3 + 12x^2 + 10ax + 1999$ -க்கு நிச்சயமாக ஒரு மிகையெண் பூச்சியமாக்கி இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை
 (1) $a \geq 0$ (2) $a > 0$ (3) $a < 0$ (4) $a \leq 0$
3. $\sin^{-1} x = 2\sin^{-1} \alpha$ -க்கு ஒரு தீர்வு இருந்தால், பின்னர்
 (1) $|\alpha| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $|\alpha| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ (3) $|\alpha| < \frac{1}{\sqrt{2}}$ (4) $|\alpha| > \frac{1}{\sqrt{2}}$
4. $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ மற்றும் $A(\text{adj } A) = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$ எனில், $k =$
 (1) 0 (2) $\sin \theta$ (3) $\cos \theta$ (4) 1
5. கிராமரின் விதிப்படி பின்வருவனவற்றுள் சரியானவை எவை?
 (i) $\Delta = 0$ (ii) $\Delta \neq 0$ (iii) தொகுப்பிற்கு ஒரே ஒரு தீர்வு மட்டும் உண்டு
 (iv) தொகுப்பிற்கு எண்ணிலடங்கா தீர்வுகள் உண்டு
 (1) I மற்றும் iv (2) ii மட்டும் (3) அனைத்தும் (4) எதுவுமில்லை
6. $x^2 + x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில், $\alpha^{2020} + \beta^{2020}$ -ன் மதிப்பு
 (1) -2 (2) -1 (3) 1 (4) 2
7. $\text{cis } \frac{28\pi}{5} =$ (1) $\text{cis} \left(-\frac{2\pi}{5} \right)$ (2) $\text{cis } \frac{2\pi}{5}$ (3) $\text{cis } \frac{3\pi}{5}$ (4) $\text{cis} \left(-\frac{3\pi}{5} \right)$
8. $x^2 - (a+b)x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் மதிப்புகள் m -ன் மதிப்புகளாக இருக்கும் போது $y = mx + 2\sqrt{5}$ என்ற நேர்க்கோடு $16x^2 - 9y^2 = 144$ என்ற அதிபரவளையத்தைத் தொட்டுச் செல்கின்றது எனில் $(a+b)$ -ன் மதிப்பு
 (1) 2 (2) 4 (3) 0 (4) -2
9. \vec{a}, \vec{b} என்பன $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}] = \frac{\pi}{4}$ எனுமாறுள்ள ஓரலகு வெக்டர்கள் எனில், \vec{a} மற்றும் \vec{b} ஆகியவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
 (1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{4}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ (4) $\frac{\pi}{2}$
10. ஒரு கோட்டின் திசைக்கொசைன்கள் $\frac{1}{c}, \frac{1}{c}, \frac{1}{c}$ எனில்,
 (1) $c = \pm 3$ (2) $c = \pm \sqrt{3}$ (3) $c > 0$ (4) $0 < c < 1$

RMT-12 MAT TM -1

11. $\frac{1}{x}, x \in [1, 9]$ என்ற சார்பிற்கு சராசரி மதிப்புத் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் எண்
 (1) 2 (2) 2.5 (3) 3 (4) 3.5
12. லக்ராஞ்சியின் சராசரிமதிப்புத் தேற்றம் எந்த நிபந்தனைக்கு ரோலின் தேற்றமாக மாறும்?
 (1) $f(a) = f(b)$ (2) $f'(a) = f'(b)$ (3) $f(a) = 0$ (4) $f(b) = 0$
13. $u(x, y) = e^{x^2+y^2}$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ -ன் மதிப்பு
 (1) $e^{x^2+y^2}$ (2) $2xu$ (3) x^2u (4) y^2u
14. $\frac{\Gamma(n+2)}{\Gamma(n)} = 90$ எனில் n இன் மதிப்பு
 (1) 10 (2) 5 (3) 8 (4) 9
15. $\sqrt{\sin x}(dx + dy) = \sqrt{\cos x}(dx - dy)$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி
 (1) 1,2 (2) 2,2 (3) 1,1 (4) 2,1
16. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+1}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி
 (1) $\frac{1}{x+1}$ (2) $x+1$ (3) $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ (4) $\sqrt{x+1}$
17. $P(X=0) = 1 - P(X=1)$ மற்றும் $E(X) = 3 \text{ Var}(X)$ எனில், $P(X=0)$ காண்க.
 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{5}$ (4) $\frac{1}{3}$
18. பின்வருபவைகளில் எது N -ன் மீது ஓர் ஈருறுப்புச்செயலி ஆகும்.
 (1) கழித்தல் (2) பெருக்கல் (3) வகுத்தல் (4) அனைத்தும்
19. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X என்பது
 (1) $S \rightarrow R$ (2) $R \rightarrow S$ (3) $S \rightarrow N$ (4) $N \rightarrow S$
20. பின்வரும் கூற்றுகளில் எது T மெய்மதிப்பை பெற்றிருக்கும்?
 (1) $\sin x$ ஓர் இரட்டைச்சார்பு. ஒவ்வொரு சதுர அணியும் பூச்சியமற்ற கோவை அணி ஆகும்.
 (2) ஒரு கலப்பெண் மற்றும் அதன் இணை எண்ணின் பெருக்கற்பலன் முற்றிலும் கற்பனை.
 (3) $\sqrt{5}$ ஒரு விகிதமுறா எண்.

பகுதி - II

குறிப்பு : அ) எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். ஆ) வினா எண் 30 க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். 7 × 2 = 14

21. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ -ஐ செவ்வக வடிவில் சுருக்கുക.
22. $\text{adj } A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ எனில், A^{-1} -ஐக் காண்க.
23. $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{c} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ எனில் $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ காண்க.
24. $f(x) = \left| \frac{1}{x} \right|$, $x \in [-1, 1]$ என்ற சார்புக்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில்

ரோலின் தேற்றம் ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதை விளக்குக?

25. மதிப்பிடுக : $\int_0^{\pi} \cos^7 x \, dx$
26. $u = \log(x^3 + y^3 + z^3)$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}$ ஐக் காண்க.
27. $y^2 = 4ax$ எனும் பரவளையத் தொகுதியின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க. இங்கு a என்பது ஏதேனும் ஒரு மாறிலியாகும்.
28. $2 - \sqrt{3}$ -ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.
29. $A = \{a + \sqrt{5}b : a, b \in \mathbb{Z}\}$ என்க. வழக்கமான பெருக்கல் A -ன் மீது ஓர் ஈற்றுப்புச் செயல் ஆகுமா என பரிசோதிக்க.
30. $(-4, -2)$ மற்றும் $(-1, -1)$ என்ற புள்ளிகளை விட்டத்தின் முனைகளாகக் கொண்ட வட்டத்தின் பொதுச் சமன்பாடு காண்க.

பகுதி - III

குறிப்பு : அ) எவையேனும் ஏழுவினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். ஆ) வினா எண் 40க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். 7 × 3 = 21

31. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க:
 $5x - 2y + 16 = 0, x + 3y - 7 = 0$
32. $z = (\cos \theta + i \sin \theta)$ எனில், $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$ மற்றும் $z^n - \frac{1}{z^n} = 2i \sin n\theta$ என நிறுவுக.
33. மதிப்பு காண்க $\sin^{-1} \left(\sin \frac{5\pi}{9} \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} \sin \frac{\pi}{9} \right)$.
34. ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் \vec{a} -க்கு, $i \times (\vec{a} \times i) + j \times (\vec{a} \times j) + k \times (\vec{a} \times k) = 2\vec{a}$ என நிறுவுக.
35. $x^2 + 4y^2 = 8$ என்ற நீள்வட்டமும் $x^2 - 2y^2 = 4$ என்ற அதிபரவளையமும் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் என நிறுவுக.
36. $f(x) = \sqrt{1+x}, x \geq -1$ என்ற சார்பிற்கு நேரியல் தோராய மதிப்பை $x_0 = 3$ - இல் காண்க. இதைப் பயன்படுத்தி $f(3.2)$ -ஐ மதிப்பிடுக.
37. பின்வரும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளைக் காண்க: $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$
38. கீழ்க்காணும் ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்புகளுக்கு சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க: $f(x) = \begin{cases} 2(x-1), & 1 < x < 2 \\ 0, & x \text{ - ன் பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$
39. சமமானமனைவைப்பண்புகளைப் பயன்படுத்தி $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ எனக் காட்டுக.
40. $\int_0^{\pi} \frac{f(\cos x)}{f(\sin x) + f(\cos x)} \, dx = \frac{\pi}{4}$.

பகுதி - IV

குறிப்பு : அ) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். 7 × 5 = 35

41. அ) $A = Q - \{1\}$ என்க. A -ன் மீது * பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது
 $x * y = x + y - xy$. * ஆனது A -ன் மீது அடைவுபெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில் A -ன்

மீது * ஆனது பரிமாற்று விதி, சமனிப் பண்பு எதிர்மறைப் பண்பு மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யுமா எனச் சோதிக்க. (OR)

ஆ) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு $\frac{1}{3}$ எனில், சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.

42. அ) ஒருதனிநிலைசார்பு X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	k	$2k$	$6k$	$5k$	$6k$	$10k$

எனில் (i) $P(2 < X < 6)$ (ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iii) $P(X \leq 4)$ (iv) $P(3 < X)$

என்பவற்றைக் காண்க. (OR)

ஆ) சூரியனிலிருந்து பூமியின் அதிகபட்சம் மற்றும் குறைந்தபட்ச தூரங்கள் முறையே 152×10^6 கி.மீ மற்றும் 94.5×10^6 கி.மீ. நீள்வட்டப் பாதையின் ஒரு குவியத்தில் சூரியன் உள்ளது. சூரியனுக்கும் மற்றொரு குவியத்திற்குமான தூரம் காண்க.

43. அ) ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து அவற்றிற்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவுக. (OR)

ஆ) தீர்க்க : $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$.

44. அ) பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதா என்பதை ஆராய்க. ஒருங்கமைவு உடையதாயின் அவற்றைத் தீர்க்க.

$2x + 2y + z = 5, x - y + z = 1, 3x + y + 2z = 4$ (OR)

ஆ) $(-1, 2, 0), (2, 2, -1)$ என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்வதும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$

என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் உள்ள தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டிசியன்சமன்பாடுகளைக் காண்க.

45. அ) $z^3 + 27 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க. (OR)

ஆ) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தினால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

46. அ) வருடத்திற்கு 5% தொடர் கூட்டு வீதத்தில் ஒருவர் ரூபாய் 10,000-த்தை வங்கிக் கணக்கில் முதலீடு செய்கிறார். 18 மாதங்களுக்குப் பின்னர் அவர் வங்கிக் கணக்கில் எவ்வளவு தொகை இருக்கும்? (OR)

ஆ) $f(x) = 4x^6 - 6x^4$ என்ற சார்பின் இடஞ்சார்ந்த அறுதி மதிப்புகளைக் காண்க.

47. அ) $4x^2 + 36y^2 + 40x - 288y + 532 = 0$ என்ற கூம்பு வளைவின் குவியங்கள், முனைகள் மற்றும் அதன் நெட்டச்சு, குற்றச்சு நீளங்களைக் காண்க. (OR)

ஆ) $v(x, y) = \log\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}\right)$ எனில் $x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} = 1$ என நிறுவுக.

RMT - 12 MAT - 4