

முதல் திருப்புதல் தேர்வு-2025

வகுப்பு : 12

மதிப்பெண்: 90

கணிதம்

நேரம்: 3 மணி

பகுதி - அ

சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக.

20X1 = 20

1. A என்பது பூச்சியமற்றக் கோவை அணி மற்றும் $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ எனில், $(A^T)^{-1} =$
 (அ) $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (ஆ) $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ (இ) $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ (ஈ) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$
2. $\frac{z-1}{z+1}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனில், $|z|$ -ன் மதிப்பு
 (அ) $\frac{1}{2}$ (ஆ) 1 (இ) 2 (ஈ) 3
3. $[0, 2\pi]$ -ல் $\sin^4 x - 2\sin^2 x + 1$ -ஐ நிறைவு செய்யும் மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கை
 (அ) 2 (ஆ) 4 (இ) 1 (ஈ) ∞
4. $\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right)$ என்பதின் சமம்
 (அ) $\frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ (ஆ) $\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ (இ) $\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ (ஈ) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$
5. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ மற்றும் $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ என்ற அதிபரவளையங்களின் குவியங்கள் ஒருநாற்கரத்தின் முனைகள் எனில் அந்தநாற்கரத்தின் பரப்பு
 (அ) $4(a^2 + b^2)$ (ஆ) $2(a^2 + b^2)$ (இ) $a^2 + b^2$ (ஈ) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$
6. $\hat{i} + \hat{j}, \hat{i} + 2\hat{j}, \hat{i} + \hat{j} + \pi\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு
 (அ) $\frac{\pi}{2}$ (ஆ) $\frac{\pi}{3}$ (இ) π (ஈ) $\frac{\pi}{4}$
7. $x^2 e^{-2x}, x > 0$ என்ற சார்பின் பெரும மதிப்பு
 (அ) $\frac{1}{e}$ (ஆ) $\frac{1}{2e}$ (இ) $\frac{1}{e^2}$ (ஈ) $\frac{4}{e^4}$
8. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு x_0 -இலிருந்து $x_0 + dx$ ஆக மாறும்போது அதன் வளைபரப்பு $S = 6x^2$ இல் ஏற்படும் மாற்றம்
 (அ) $12x_0 + dx$ (ஆ) $12x_0 dx$ (இ) $6x_0 dx$ (ஈ) $6x_0 + dx$
9. $y^2 = x(a-x)$ என்ற வளைவரையில் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை x -அச்சைப் பொருத்து சுழற்றுவதால் உருவாகும் திடப்பொருளின் கன அளவு
 (அ) πa^3 (ஆ) $\frac{\pi a^3}{4}$ (இ) $\frac{\pi a^3}{5}$ (ஈ) $\frac{\pi a^3}{6}$
10. $y = f(x)$ எனும் வளைவரையின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிடத்து சாய்வு $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் வளைவரையானது $(-1, 1)$ புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில், வளைவரையின் சமன்பாடு
 (அ) $y = x^3 + 2$ (ஆ) $y = 3x^2 + 4$ (இ) $y = 3x^3 + 4$ (ஈ) $y = x^3 + 5$
11. $n = 25$ மற்றும் $p = 0.8$ என்று உள்ள ஈருறுப்பு பரவல் கொண்ட சமவாய்ப்பு மாறி X எனில் X -ன் திட்ட விலக்கத்தின் மதிப்பு
 (அ) 6 (ஆ) 4 (இ) 3 (ஈ) 2
12. * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி $a * b = \frac{ab}{7}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. * எதன் மீது

ஈருறுப்புச் செயலி ஆகாது?

- (அ) $\mathbb{Q}^+$ (ஆ) $\mathbb{Z}$ (இ) $\mathbb{R}$ (ஈ) $\mathbb{C}$

13. $|z_1| = 1, |z_2| = 2, |z_3| = 3$, மற்றும் $|9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3| = 12$ எனில், $|z_1 + z_2 + z_3|$ -ன் மதிப்பு

- (அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 4

14. $3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் ஆரம்

- (அ) 1 (ஆ) 3 (இ) $\sqrt{10}$ (ஈ) $\sqrt{11}$

15. $f(x) = 2 \cos 4x$ என்ற வளைவரைக்கு $x = \frac{\pi}{2}$ -ல் செங்க்கோட்டின் சாய்வு

- (அ) $-4\sqrt{3}$ (ஆ) -4 (இ) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ (ஈ) $4\sqrt{3}$

16. $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}) + t(2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $(5, 1, 4)$ மற்றும் $(9, 2, 12)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

- (அ) $\cos^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ (ஆ) $\sin^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ (இ) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ (ஈ) $\sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

17. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x \, dx$ -ன் மதிப்பானது

- (அ) 0 (ஆ) 1 (இ) $\frac{\pi}{4}$ (ஈ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

18. சமவாய்ப்பு மாறி X -யின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 2-x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & x \text{ -ன் பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

எனில் $P(X=1)$ -ன் மதிப்பானது.

- (அ) 0 (ஆ) 1 (இ) 2 (ஈ) -1

19. $x dy - y dx$ எனும் வகைக்கெழுச்சமன்பாட்டின் தீர்வு

(அ) ஆதிப்புள்ளியை முனையாகக் கொண்ட பரவளயம்

(ஆ) ஆதிப்புள்ளியை மையமாகக் கொண்ட வட்டம்

(இ) செவ்வக அதிபரவளயம் (ஈ) ஆதி வழியாகச் செல்லக்கூடிய நேர்கோடு

20. $x + y + z = 2, 2x + y - z = 3, 3x + 2y + kz = 4$ என்ற சமன்பாட்டுத் தொகுப்பின்

தீர்வானது ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் எனில் k -ன் மதிப்பானது

- (அ) 4 (ஆ) -4 (இ) 0 (ஈ) 3

பகுதி-ஆ

ஏதேனும் ஏழு விடையளிக்கவும். வினா எண் 30 க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். $7 \times 2 = 14$

21. $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.

22. $|z| = 3$ எனில், $7 \leq |z + 6 - 8i| \leq 13$ எனக்காட்டுக.

23. $2 + \sqrt{3}i$ -ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய ஓர் பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

24. $x + 2y - 2z + 1 = 0$ மற்றும் $2x + 4y - 4z + 5 = 0$ ஆகிய இரண்டு இணையான தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு காண்க.

25. மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{e^x}{x^m} \right), m \in \mathbb{N}$.

RSK-12-MAT-2

26. ஒரு குறிப்பிட்ட பறவையின் முட்டை கிட்டத்தட்ட கோள வடிவமாக உள்ளது. முட்டையின் ஆரம் ஓட்டிற்கு உள்ளே 5மிமீ ஆகவும் ஓட்டிற்கு வெளியே 5.3 மிமீ ஆகவும் உள்ளது எனில் ஓட்டின் தோராய கன அளவைக் காண்க.
27. $y = Ae^{8x} + Be^{-8x}$ எனும் சமன்பாட்டைக் கொண்ட வளைவரைக் குடும்பத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டைக் காண்க. இங்கு A, B என்பன ஏதேனும் இரு மாறிலிகள்.
28. $f(x) = \begin{cases} Cx^2, & 1 < x < 4 \\ 0, & x - \text{ன்பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$ எனும் சார்பு ஒரு அடர்த்தி சார்பு எனில் மாறிலி C -இன் மதிப்பு காண்க.
29. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே வகையான பூலியன் அணிகள் எனில், $A \vee B$ மற்றும் $A \wedge B$ ஆகியவற்றைக் காண்க.
30. $(0,3)$ என்ற புள்ளியை மையமாகவும் $y^2 = 8x$ என்ற பரவளையத்தின் குவியம் வழிச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

பகுதி-இ

ஏதேனும் ஏழு விடையளிக்கவும். வினா எண் 40-க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். $7 \times 3 = 21$

31. $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் அணித்தரம் காண்க.
32. $(\sqrt{3} + i)^n$ ஆனது n -ன் எந்த மீச்சிறு மிகை முழு எண் மதிப்புகளுக்கு
(i) மெய் (ii) முழுவதும் கற்பனை எண்களாக இருக்கும்?
33. தீர்க்க : $\tan^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} x$, இங்கு $x > 0$.
34. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு ' t_1 ' என்ற புள்ளியில் வரையப்படும் செங்கோடு, பரவளையத்தை மீண்டும் ' t_2 ' என்ற புள்ளியில் சந்திக்குமெனில் $t_2 = -\left(t_1 + \frac{2}{t_1}\right)$ என நிறுவுக.
35. $f(x) = x^4 + 32x$ என்ற சார்பின் இடஞ்சார்ந்த அறுதி மதிப்புகளைக் காண்க.
36. மதிப்பிடுக $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{e^{\sin^{-1} x} \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
37. தீர்க்க : $\frac{dy}{dx} + 2y \cot x = 3x^2 \operatorname{cosec}^2 x$.
38. $4P(X = 4) = P(X = 2)$ மற்றும் $n = 6$ எனும்படி உள்ள $X \sim B(n, p)$ -ன் பரவல், காண்க.
39. *என்ற ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி $\mathbb{Q}$ -ன் மீது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. இந்த,
*ஆனது, பரிமாற்றுப் பண்பு, சமனிப் பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவை, $\mathbb{Q}$ -ன் மீது உண்மையாகுமா எனச் சோதிக்க. $a * b = \left(\frac{a+b}{2}\right); \forall a, b \in \mathbb{Q}$
40. $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ என்ற மூன்று அலகு வெக்டர்களில் $\hat{b}, \hat{c}$ என்பன இணை அல்லாத வெக்டர்கள் மற்றும் $\hat{a} \times (\hat{b} \times \hat{c}) = \frac{\sqrt{3}}{2} (\hat{b} + \hat{c})$ எனில், $\hat{a}$ மற்றும் $\hat{c}$ என்ற வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

RSK-12-MAT-3

பகுதி-ஈ

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

7X5 = 35

41. அ). பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பு ஒருங்கமைவு உடையதா என்பதை ஆராய்க.
ஒருங்கமைவு உடையதாயின் அவற்றைத் தீர்க்க.
 $4x + 3y + 6z = 25, x + 5y + 7z = 13, 2x + 9y + z = 1.$ (அல்லது)
41. ஆ). $v(x, y) = \log \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ எனில் $x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} = 1$ என நிறுவுக.
42. அ). $z = x + iy$ மற்றும் $\arg \left(\frac{z-1}{z+1} \right) = \frac{\pi}{2}$ எனில், $x^2 + y^2 = 1$ எனக்காட்டுக. (அல்லது)
42. ஆ). ஒரு நீருற்றில், ஆதியிலிருந்து 0.5 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் அதிகபட்ச உயரம் 4 மீ, நீரின் பாதை ஒரு கீழ்ப்புறம் திறப்புடைய பரவளையம் மற்றும் ஆதியிலிருந்து நீரானது வெளியேறுகிறது எனில் ஆதியிலிருந்து 0.75 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரத்தைக் காண்க.
43. அ). $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு $\frac{1}{3}$ எனில், சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க. (அல்லது)
43. ஆ). கொடுக்கப்பட்ட பரப்புடைய செவ்வகங்களுள் சதுரம் மட்டுமே குறைந்த சுற்றளவைக் கொண்டு இருக்கும் என நிறுவுக.
44. அ) $p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக. (அல்லது)
44. ஆ) ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை வளர்ச்சி வீதம் t நேரத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையின் விகிதமாக அமைந்துள்ளது. மேலும் நகரத்தின் மக்கள் தொகை 40 ஆண்டுகளில் 3,00,000 லிருந்து 4,00,000 ஆக அதிகரித்துள்ளது எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் t நேரத்தில் அந்நகரத்தின் மக்கள் தொகையைக் காண்க.
45. அ). வெக்டர் முறையில் $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ என நிறுவுக. (அல்லது)
45. ஆ). ஒரு தனிநிலை சார்பு X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது
- | | | | | | | |
|--------|-----|------|------|------|------|-------|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $f(x)$ | k | $2k$ | $6k$ | $5k$ | $6k$ | $10k$ |
- எனில் (i) $P(2 < X < 6)$ (ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iii) $P(X \leq 4)$ (iv) $P(3 < X)$
என்பவற்றைக் காண்க
46. அ). $(3, 6, -2), (-1, -2, 6)$, மற்றும் $(6, 4, -2)$ ஆகிய ஒரே கோட்டிலமையாத மூன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் வெக்டர், மற்றும் கார்டிசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
(அல்லது)
46. ஆ). $s(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t - 4$, இங்கு $t \geq 0$ எனும் விதிப்படி ஒரு கோட்டில் ஒரு துகள் நகர்கிறது. (i) எந்நேரங்களில் துகளின் திசை மாறுகின்றது?
(ii) முதல் 4 வினாடிகளில் துகள் பயணித்த தூரம் என்ன? (iii) திசை வேகம் பூஜ்ஜிய மதிப்பை அடையும் நேரங்களில் எல்லாம் துகளின் முடுக்கம் காண்க.
47. அ). $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \frac{\pi}{2}$ மற்றும் $0 < x, y, z < 1$, எனில்
 $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ எனக் காண்பி. (அல்லது)
47. ஆ). பரவளையம் $y^2 = x$ மற்றும் வளைவரை $y = |x|$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

RSK-12-MAT-4