

முதல் திருப்புதல் தேர்வு - 2025

பன்னிரெண்டாம் வகுப்பு

கணிதம்

பதிவு எண்:

--	--	--	--	--

மதிப்பெண்கள்: 90

நேரம்: 3.00 மணி

பகுதி - அ

I. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி. akwaacademy.blogspot.com 20×1=20

1. A என்ற 3×3 பூஜ்ஜியமற்றக் கோவை அணிக்கு $AA^T = A^T A$ மற்றும் $B = A^{-1}A^T$ என்றவாறு இருப்பின் $BB^T =$

அ) A ஆ) B இ) I_3 ஈ) B^T

2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$ ன் அணித்தரம்

அ) 1 ஆ) 2 இ) 3 ஈ) 4

3. Z என்ற கலப்பு எண்ணானது $Z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ ஆகவும் $Z + \frac{1}{Z} \in \mathbb{R}$ எனவும் இருந்தால் $|Z|$ ன் மதிப்பு

அ) 0 ஆ) 1 இ) 2 ஈ) 3

4. $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு α, β மற்றும் γ என்பவை மூலங்கள் எனில் $\sum \frac{1}{\alpha}$ ன் மதிப்பு

அ) $-\frac{q}{r}$ ஆ) $-\frac{p}{r}$ இ) $\frac{q}{r}$ ஈ) $-\frac{q}{p}$

5. $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x-1}$ என்ற சார்பின் சார்பகம்

அ) $[1, 2]$ ஆ) $[-1, 1]$ இ) $[0, 1]$ ஈ) $[-1, 0]$

6. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $\vec{b} \cdot \vec{c} \neq 0$ மற்றும் $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$ எனுமாறுள்ள மூன்று வெக்டர்கள் என்க.

$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ எனில் $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{c}$ என்பவை

அ) செங்குத்தானவை ஆ) இணையானவை
இ) $\pi/3$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை ஈ) $\pi/6$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right) =$

அ) 0 ஆ) 1 இ) 2 ஈ) ∞

8. $u(x, y) = e^{x^2+y^2}$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ ன் மதிப்பு

அ) $e^{x^2+y^2}$ ஆ) $2xu$ இ) x^2u ஈ) y^2u

9. ஒரு கனசதுரத்தின் பக்க அளவு 1% அதிகரிக்கும்போது அதன் கன அளவில் ஏற்படும் மாற்றம்

அ) $0.3 x dx m^3$ ஆ) $0.03 x m^3$ இ) $0.03 x^2 m^3$ ஈ) $0.03 x^3 m^3$

10. $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு

அ) $y + \sin^{-1} x = c$ ஆ) $x + \sin^{-1} y = 0$ இ) $y^2 + 2\sin^{-1} x = c$ ஈ) $x^2 + 2\sin^{-1} y = 0$

25. $\tan^{-1}(-1) + \cos^{-1}(1/2)$ மதிப்பு காண்க.

26. $x = 1$ என்ற புள்ளியில் $y = x^4 + 2x^2 - x$ என்ற வளைவரைக்கு தொடுகோட்டின் சாய்வின் கதிர் காண்க.

27. $\vec{r} \cdot (2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}) = 11$ மற்றும் $4x - 2y + 2z = 15$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணத்தைக் காண்க.

28. $\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{y}$ எனும் வகைக்கெழுத்துச் சமன்பாட்டின் தீர்வு $x^2 + y^2 = r^2$ என நிறுவுக. இங்கு r என்பது மாறிலியாகும்.

29. ஓர் இயற்கணித அமைப்பில் சமனி உறுப்பானது ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது என நிரூபி.

30. $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 + xy}{x^2 - y^2}$ எனில் $x \cdot \frac{\partial f}{\partial x} + y \cdot \frac{\partial f}{\partial y} = 0$ என நிரூபி.

பகுதி - இ

III. i) எவையேனும் 7 வினாக்களுக்கு விடையளி.

7×3=21

ii) வினா எண் 40 கட்டாயம் விடையளிக்கவும்.

31. $5x - 2y + 16 = 0$, $x + 3y - 7 = 0$ கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க.

32. $\left(\frac{19-7i}{9+i}\right)^{12} + \left(\frac{20-5i}{7-6i}\right)^{12}$ என்பது ஒரு மெய்யெண் என நிரூபி.

33. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்தின் செவ்வகம் $\frac{2b^2}{a}$ என நிறுவுக.

34. $2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ என்னும் விசை ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் செல்படுகிறது எனில் $(2, 0, -1)$ என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து அவ்விசையின் திருப்புவிசையின் எண்ணளவு திசைக்கொசைன்களைக் காண்க.

35. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos m\theta}{1 - \cos n\theta} \right) = 1$ எனில் $m = \pm n$ என நிறுவுக.

36. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + 5\cos^2 x}$ மதிப்பிடுக.

37. தீர்: $(1+x^2) \frac{dy}{dx} = 1+y^2$

38. கீழ்க்காணும் சார்பு ஒரு நிகழ்தகவு நிறை சார்பினைக் குறிக்கிறது என்க.

x	1	2	3	4	5	6
f(x)	c^2	$2c^2$	$3c^2$	$4c^2$	c	$2c$

i) C ன் மதிப்பு ii) சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.

39. $(p \vee q) \vee (-q)$ மெய்மை அட்டவணை அமைக்க.

40. α, β $2x^2 - 7x + 13 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\alpha^2 + \beta^2 + 3\alpha\beta = \frac{75}{4}$ என நிறுவுக.

பகுதி - ஈ

IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி.

7×5=35

41. அ) ஒருவர் $y = ax^2 + bx + c$ என்ற பாதையில் $(-6, 8)$ $(-2, -12)$ மற்றும் $(3, 8)$ எனும் புள்ளிகள் வழியாக செல்கிறார் P(7, 60) என்ற புள்ளியில் உள்ள அவருடைய நண்பனை சந்திக்க விரும்புகிறார். அவள் அவருடைய நண்பனை சந்திப்பாரா? (காஸ் நீக்கம் முறையை பயன்படுத்துக) (அல்லது)

ஆ) z_1, z_2 மற்றும் z_3 என்ற மூன்று கலப்பெண்கள் $|z_1| = 1, |z_2| = 2, |z_3| = 3$ மற்றும்

$|z_1 + z_2 + z_3| = 1$ எனுமாறு உள்ளது எனில் $|9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3| = 6$ என நிறுவுக.

42. அ) $1 + 2i$ மற்றும் $\sqrt{3}$ ஆகியவை $x^6 - 3x^5 - 5x^4 + 22x^3 - 39x^2 - 39x + 135$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் இரு பூச்சியமாக்கிகள் எனில் அனைத்து பூச்சியமாக்கிகளையும் கண்டறிக.

(அல்லது)

ஆ) தீர்க்க: $\tan^{-1}\left[\frac{x-1}{x-2}\right] + \tan^{-1}\left[\frac{x+1}{x+2}\right] = \frac{\pi}{4}$

43. அ) ஒரு பாலம் பரவளைய வடிவில் உள்ளது. மையத்தில் 10 மீ உயரமும், அடிப்பகுதியில் 30 மீ அகலமும் உள்ளது. மையத்திலிருந்து இருபுறமும் 6 மீ தூரத்தில் பாலத்தின் உயரத்தைக் காண்க.. (அல்லது)

ஆ) வெக்டர் முறையில் $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$

44. அ) $ax^2 + by^2 = 1$ மற்றும் $cx^2 + dy^2 = 1$ என்ற வளைவரைகள் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்தாக

வெட்டிக் கொண்டால் $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

ஆ) $f(x, y) = x^3 - 2x^2y + 3xy^2 + y^3$ என்ற சார்பு சமபடித்தானது என நிறுவுக. f ன் படியைக் கணக்கிட்டு f க்கு ஆய்லரின் தேற்றத்தை சரிபார்க்க. akwaacademy.blogspot.com

45. அ) ஒரு பாத்திரத்தில் 100°C வெப்பநிலையில் கொதித்துக் கொண்டிருக்கும் நீரானது $t = 0$ எனும் நேரத்தில் அடுப்பின் மீது இருந்து இறக்கி குளிர்வதற்காக சமையலறையில் வைக்கப்படுகிறது. 5 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு நீரின் வெப்பநிலை 65°C ஆகக் குறைகிறது எனில் சமையலறையின் வெப்பநிலையைக் காண்க.

(அல்லது)

$$\text{ஆ) } F(x) = \begin{cases} 0 & , -\infty < x < 0 \\ 1/2 & , 0 \leq x < 1 \\ 3/5 & , 1 \leq x < 2 \\ 4/5 & , 2 \leq x < 3 \\ 9/10 & , 3 \leq x < 4 \\ 1 & , 4 \leq x < \infty \end{cases}$$

என்பது ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறியின் குவிவுப் பரவல் சார்பு எனில் (i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு ii) $p(x < 3)$ மற்றும் iii) $p(x \geq 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

46. அ) * என்ற ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி Q - ன் மீது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. இந்த * ஆனது அடைவுப் பண்பு, பரிமாற்றுப் பண்பு, சேர்ப்புப் பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்கிறதா எனச் சோதிக்க. $a * b = \left(\frac{a+b}{2}\right) \forall a, b \in Q$ மேலும் * ஆனது சமனிப் பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்பு

ஆகியவை Q ன் மீது உண்மையாகுமா எனச் சோதிக்க.

(அல்லது)

ஆ) $y = x^3 - 3x$ என்ற வளைவரைக்கு ஓரியல்பு இடைவெளிகள், குழிவு இடைவெளிகள் மற்றும் வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகளைக் காண்க.

47. அ) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-4}{1}$ மற்றும் $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{1}$ என்ற கோடுகள் ஒரு தளத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக. மேலும் இக்கோடுகள் அமையும் தளத்தினை காண்க.

(அல்லது)

ஆ) $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ என்ற பரவளையங்களால் அடைப்படும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.
