

41) $[A/B] = \begin{bmatrix} k & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2k & 1 & -2 \\ 1 & -2 & k & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & k & 1 \\ 0 & -2k+2 & 1-k & -3 \\ 0 & 0 & (1-k)(2+k) & -2k \end{bmatrix}$

(i) $k=1$ (ii) $k \neq 1, k \neq -2$ (iii) $k=-2$

41) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-1} = t$

$F(2t-1, 3t+3, -t+1)$

$D(5, 4, 2)$
 $B = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$

$D\vec{F} = \vec{OF} - \vec{OB} = (2t-6)\hat{i} + (3t-1)\hat{j} + (-t-1)\hat{k}$

$\vec{B} \perp D\vec{F} \Rightarrow \vec{B} \cdot D\vec{F} = 0 \Rightarrow t=1$

$F(1, 6, 0)$

Equation: $\frac{x-5}{-4} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{-2}$

42) $\frac{z-1}{z+1} = \frac{(x-1)+iy}{(x+1)+iy} = \frac{(x^2+y^2-1) + i(2y)}{(x+1)^2 + y^2}$

$\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2y}{x^2+y^2-1}\right) = \frac{\pi}{2}$

$x^2+y^2=1$

42) $xy=k$, $P=2(x+y)$

$P(x) = 2\left(x + \frac{k}{x}\right) \Rightarrow P'(x) = 2\left(1 - \frac{k}{x^2}\right) = 0$

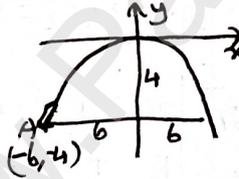
$x = \pm\sqrt{k}$

$P''(\sqrt{k}) > 0$, Minimum. $x=y=\sqrt{k}$

43) $x^2 = -4ay$, $a = \frac{9}{4}$

$x^2 = -9y \Rightarrow 2x = -9 \frac{dy}{dx}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$



43) $(a-c)x_0^2 + (b-d)y_0^2 = 0$

$m_1, m_2 = \left(\frac{-ax_0}{by_0}\right) \left(\frac{-cx_0}{dy_0}\right) = -1 \Rightarrow acx_0^2 + bdy_0^2 = 0$

$\frac{a-c}{ac} = \frac{b-d}{bd} \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{1}{c} = \frac{1}{b} - \frac{1}{d}$

44) $f = \sin u$

$x \frac{\partial}{\partial x}(\sin u) + y \frac{\partial}{\partial y}(\sin u) = \frac{1}{2} \sin u$

$\cos u \left(x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \sin u$

$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$

44) $z = 2 \pm i, 3 \pm \sqrt{2}, \alpha, \beta$

$\alpha + \beta = +3, \alpha\beta = -4 \Rightarrow z^2 - 3z - 4 = 0$

Roots: $2 \pm i, 3 \pm \sqrt{2}, -1, 4$

45) $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}, \vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}, \vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$

$\vec{r} = (1-s)\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c}$

$= (1-s)(2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + s(\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) + t(3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k})$

Equation: $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z-1 \\ -1 & -4 & 2 \\ 3 & -4 & 5 \end{vmatrix} = 0$

$12x - 11y - 16z + 14 = 0$

45) $I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sec^2 x}{4 \tan^2 x + 5} dx = \int_0^{\infty} \frac{du}{4u^2 + 5} = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{du}{u^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2}$

$= \frac{1}{4} \times \frac{2}{\sqrt{5}} \left[\tan^{-1} \frac{u}{\frac{\sqrt{5}}{2}} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4\sqrt{5}}$

46) $\frac{dx}{dy} = \frac{\left(\frac{x}{y} - 1\right) 2e^{x/y}}{1 + e^{x/y}} = g\left(\frac{x}{y}\right)$

Question 2 missing

$\frac{x}{y} = v \Rightarrow x = vy \Rightarrow \frac{dx}{dy} = v + y \frac{dv}{dy}$

$y \frac{dv}{dy} = \frac{ve^v - 2e^v - v}{1 + e^v} = \int \frac{1 + e^v}{ve^v - 2e^v - v} dv = \int \frac{dy}{y}$

Not continue...

5	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

(i) $\frac{1}{2}$ of 20000
(ii) $\frac{1}{3}$ of 20000
(iii) $\frac{1}{4}$ of 20000
(iv) $e=0$ of 20000
(v) 0 of 20000
 \hookrightarrow 1 of 20000
 \hookrightarrow 2 of 20000

47) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{e^{\sin^{-1}x}}{\sqrt{1-x^2}}$

I.F. = $e^{\sin^{-1}x}$

$y e^{\sin^{-1}x} = \int \frac{e^{\sin^{-1}x}}{\sqrt{1-x^2}} e^{\sin^{-1}x} dx + c$

$y e^{\sin^{-1}x} = \frac{e^{2\sin^{-1}x}}{2} + c$

nCS = 16

Equation: $\frac{x}{16} + \frac{y}{16} = \frac{1}{16}$

x	0	1	2	3	4
f(x)	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

Equation: $= 2$, $\frac{1}{16} = 1$

HTVM

அரையாண்டு பொதுத்தேர்வு - 2024

12 - ஆம் வகுப்பு

கணிதவியல்

நேரம்: 3.00 மணி

மதிப்பெண்கள் : 90

1. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். 20 X 1 = 20
1. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு
 $f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ எனில், a -ன் மதிப்பு (a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) 1
2. கழித்தலின் கீழ் பின்வரும் எந்த கணம் அடைவு பெறவில்லை?
 (a) N (b) Z (c) R (d) Q
3. A என்ற 3×3 பூஜ்யமற்றக் கோவை அணிக்கு $AA^T = A^T A$ மற்றும்
 $B = A^{-1}A^T$ என்றவாறு இருப்பின், $BB^T =$ (a) I_3 (b) B^T (c) A (d)
4. $\frac{z-1}{z+1}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனில், $|z|$ -ன் மதிப்பு
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) $\frac{1}{2}$
5. $\cot^{-1}(\sqrt{\sin \alpha}) + \tan^{-1}(\sqrt{\sin \alpha}) = u$, எனில், $\cos 2u$ - ன் மதிப்பு
 (a) 0 (b) π (c) $\tan^{-1}x$ (d) $\sin^{-1}x$
6. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் குவியங்கள் வழியாகவும் (0, 3) என்ற புள்ளியை மையமாகவும் கொண்ட நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு
 (a) $x^2 + y^2 - 6y - 5 = 0$ (b) $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$
 (c) $x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$ (d) $x^2 + y^2 - 6y + 7 = 0$
7. $\vec{r} = (i + 2j - 3k) + s(2i + j - 2k)$, என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (i + j) + 4 = 0$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் (a) 90° (b) 0° (c) 45° (d) 30°
8. $y = (x - 1)^3$ என்ற வளைவரையின் வளைவுமாற்றுப் புள்ளி
 (a) (1, 0) (b) (1, 1) (c) (0, 0) (d) (0, 1)
9. $\int_0^a (\sqrt{a^2 - x^2})^3 dx$ - ன் மதிப்பு (a) $\frac{3\pi a^2}{8}$ (b) $\frac{3\pi a^4}{8}$ (c) $\frac{\pi a^3}{16}$ (d) $\frac{3\pi a^4}{16}$
10. $\sqrt{\sin x} (dx + dy) = \sqrt{\cos x} (dx - dy)$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே (a) 1, 1 (b) 1, 2 (c) 2, 1 (d) 2, 2
11. $A \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ எனில், $A =$ (a) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
12. $|z - 2 + i| \leq 2$ எனில், $|z|$ -ன் மீப்பெரு மதிப்பு
 (a) $\sqrt{3} - 2$ (b) $\sqrt{3} + 2$ (c) $\sqrt{5} - 2$ (d) $\sqrt{5} + 2$
13. $x^3 + 12x^2 + 10ax + 1999$ - க்கு நிச்சயமாக ஒரு மிகையெண் பூச்சியமாக்கி இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை
 (a) $a \geq 0$ (b) $a > 0$ (c) $a < 0$ (d) $a \leq 0$.
14. $\sin^{-1}(\cos x), 0 \leq x \leq \pi$ -ன் மதிப்பு
 (a) $x - \pi$ (b) $\frac{\pi}{2} - x$ (c) $\pi - x$ (d) $\pi - x$

HTVM 12 Maths Page - 1

15. $x^2 - 8x - 12 = 0$ மற்றும் $y^2 - 14y + 45 = 0$ என்ற கோடுகளால் அடைபடும் சதுரத்தின் உள்ளே வரையப்படும் மிகப்பெரிய வட்டத்தின் மையம்
(a) (9, 4) (b) (4, 9) (c) (4, 7) (d) (7, 4)
16. $\hat{i} + \hat{j}, \hat{i} + 2\hat{j}, \hat{i} + \hat{j} + \pi\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாக கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு
(a) π (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{3}$
17. $y^2 - xy + 9 = 0$ என்ற வளைவரையின் தொடுகோடு எப்போது நிலைகுத்தாக இருக்கும்? (a) $y = \frac{1}{2}$ (b) $y = \pm 3$ (c) $y = \pm\sqrt{3}$ (d) $y = 0$
18. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 1% அதிகரிக்கும்போது அதன் கன அளவில் ஏற்படும் மாற்றம்
(a) $0.03x^2m^3$ (b) $0.03x^3m^3$ (c) $0.3xdxm^2$ (d) $0.03xm^3$
19. $\int_{-1}^2 |x| dx$ - ன் மதிப்பு (a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{7}{2}$ (d) $\frac{3}{2}$
20. $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ எனும் நேரியல் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி $\sin x$ எனில், P என்பது
(a) $\tan x$ (b) $\cot x$ (c) $\cos x$ (d) $\log(\sin x)$
- II. எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.
வினா எண் 30 - க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். $7 \times 2 = 14$
21. A என்பது ஒற்றை வரிசையுடைய பூச்சியமற்ற கோவை அணி எனில், $|adj A|$ என்பது மிகை என நிறுவுக.
22. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^5 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^5 = -\sqrt{3}$ எனக் காட்டுக.
23. $2i + 3 - \text{ஐ மூலமாக கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய ஓர் பல்லுறுப்புக் கொழுவை சமன்பாட்டைக் காண்க.}$
24. மதிப்பு காண்க : $\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$.
25. $2x^2 + 2y^2 - 6x + 4y + 2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மையத்தையும் ஆரத்தையும் காண்க.
26. $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.
27. ஓர் எண்ணின் n ஆம் படி மூலம் கணக்கிடப்படும் போது ஏற்படும் சதவீதப்பிழை தோராயமாக அந்த எண்ணின் சதவீதப் பிழையின் $1/n$ மடங்கு ஆகும் எனக்காட்டுக.
28. தரையிலிருந்து மேல் நோக்கி சுடப்படும் ஒரு துகள் s அடி உயரத்தை t வினாடிகளில் சென்று அடைகிறது. இங்கு $s(t) = 128t - 16t^2$. துகள் அடையும் அதிகபட்ச உயரத்தைக் கணக்கிடுக.
29. $6x + 5y = 30$, x-அச்சு $x = -1$ மற்றும் $x = 3$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

30. $y = e^{-x} + mx + n$ என்பது $e^x \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right) - 1 = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக் காட்டுக.
- III. எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.
வினா எண் 40-க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். $7 \times 3 = 21$
31. பின்வரும் தொகுப்பு வெளிப்படையற்ற தீர்வு பெற்றிருக்குமாயின் λ - ன் மதிப்புக் காண்க. $(3\lambda - 8)x + 3y + 3z = 0$, $3x + (3\lambda - 8)y + 3z = 0$, $3x + 3y + (3\lambda - 8)z = 0$.
32. $(3 - i)x - (2 - i)y + 2i + 5$ மற்றும் $2x + (-1 + 2i)y + 3 + 2i$ ஆகிய கலப்பெண்கள் சமம் எனில், x மற்றும் y - ன் மதிப்புகளைக் காண்க.
33. $lx^2 + nx + n = 0$, எனும் சமன்பாட்டின் இரு மூலங்கள் p மற்றும் q எனில், $\sqrt{\frac{p}{q}} + \sqrt{\frac{q}{p}} + \sqrt{\frac{n}{l}} = 0$. எனக்காட்டுக.
34. மதிப்பு காண்க: $\tan^{-1}(-1) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$.
35. $f(x) = x^2 e^{-2x}$ என்ற சார்புக்கு இரண்டாம் வகைக்கெழு சோதனையைப் பயன்படுத்தி இடம் சார்ந்த அறுதி மதிப்புகளைக் காண்க.
36. மதிப்பிடுக: $\int_0^{2\pi} x \log \left(\frac{3+\cos x}{3-\cos x} \right) dx$.
37. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} = e^{x+y} + x^3 e^y$.
38. 6 சிவப்பு மற்றும் 8 கருப்பு பந்துகள் உள்ள ஒரு கொள்கலனிலிருந்து இரு பந்துகள் சீரான முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன. தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒவ்வொரு சிவப்பு பந்திற்கும் 15 ரூபாய் வெல்வதாகவும், தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒவ்வொரு கருப்பு பந்திற்கும் 10 ரூபாய் தோற்பதாகவும் கொள்க. வெல்லும் தொகையை X குறிப்பதாக கொண்டால், X -ன் மதிப்புகளையும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையும் காண்க.
39. $(p\sqrt{q})A(p\sqrt{-q})$ - ன் மெய்மை அட்டவணையைத் தருக.
40. $8i - 6j - 4k$, என்ற வெக்டரை நிலை வெக்டராக கொண்ட புள்ளியில் செயல்படும் $-3i + 6j - 3k$, $4i - 10j - 12k$ மற்றும் $4i + 7j$, விசைகளின் திருப்புத்திறனை $18i + 3j - 9k$ என்ற வெக்டரை நிலை வெக்டராக கொண்ட புள்ளியைப் பொறுத்துக் காண்க.
- IV. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். $7 \times 5 = 35$
41. (அ) K - ன் எம்மதிப்புகளுக்கு பின்வரும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு $kx - 2y + z = 1$, $x - 2ky + z = -2$, $x - 2y + kz = 1$
(i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.
(அல்லது) (ஆ) $(5, 4, 2)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{-1}$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோட்டின் அடியைக் காண்க.
மேலும் இச்செங்குத்துக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

42. (அ) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{2}$, எனில் $x^2 + y^2 = 1$ எனக் காட்டுக.
 (அல்லது) (ஆ) கொடுக்கப்பட்ட பரப்புடைய செவ்வகங்களுள் சதுரம் மட்டுமே குறைந்த சுற்றளவைக் கொண்டு இருக்கும் என நிறுவுக.
43. (அ) ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும்போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4மீ -ஐ எட்டும்போது அதுகொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத் தூரம் 6மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் காண்க. (அல்லது)
 (ஆ) $ax^2 + by^2 = 1$ மற்றும் $cx^2 + dy^2 = 1$ என்ற வளைவரைகள் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்தாக வெட்டிக்கொண்டால் $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$ என நிறுவுக.
44. (அ) $u = \sin^{-1}\left(\frac{x+y}{\sqrt{x+y}}\right)$, எனில், $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$ என நிறுவுக. (அல்லது)
 (ஆ) $2 + i$ மற்றும் $3 - \sqrt{2}$ ஆகியவை $x^6 - 13x^5 + 62x^4 - 126x^3 + 65x^2 + 127x - 140 = 0$, எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில், அனைத்து மூலங்களையும் காண்க.
45. (அ) $(2, 2, 1)$, $(1, -2, 3)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்வதும் $(2, 1, -3)$ மற்றும் $(-1, 5, -8)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் மற்றும் கார்டிசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
 (அல்லது) (ஆ) மதிப்பிடுக: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4\sin^2 x + 5\cos^2 x}$.
46. (அ) தீர்க்க: $(1 + e^{\frac{x}{y}}) dx + 2e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \frac{x}{y}\right) dy = 0$. (அல்லது)
 (ஆ) மட்டுக்கூட்டல் 5 செயலி அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி Z_5 -ன் மீது $+5$ என்ற செயலிக்கு (i) அடைவுப்பண்பு (ii) பரிமாற்றுப்பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப்பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப்பண்பு ஆகியவைகளைச் சரிபார்க்க.
47. (அ) தீர்க்க: $(y - e^{\sin^{-1} x}) \frac{dx}{dy} + \sqrt{1 - x^2} = 0$. (அல்லது) (ஆ) நான்கு சீரான நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. தலைகளின் எண்ணிக்கை நிகழ்விற்கு நிகழ்தகவு நிறை சார்பு, சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.