

அரையாண்டுத் தேர்வு - 2024

வகுப்பு : 12

கணிதவியல்

பதிவு எண் :

காலம் : 3.00 மணி

மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90

பகுதி - I

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்

20 X 1 = 20

- $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $9I_2 - A =$
 - A^{-1}
 - $\frac{A^{-1}}{2}$
 - $3A^{-1}$
 - $2A^{-1}$
- $\rho(A) = \rho([A/B]) = 2$ எனில் 3 மாறிகளில் அமைந்த அசமபடித்தான நேரிய சமன்பாட்டின் தீர்வுகள்
 - ஒரே ஒரு தீர்வு
 - ஒரு சாரா மாறி குடும்ப தீர்வுகள்
 - இரு சாரா மாறி குடும்ப தீர்வுகள்
 - தீர்வு இல்லை
- $|z| = 1$, எனில் $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ இன் மதிப்பு
 - z
 - $\bar{z}$
 - $\frac{1}{z}$
 - 1
- $|z| - z = 1 + 2i$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு
 - $\frac{3}{2} - 2i$
 - $-\frac{3}{2} + 2i$
 - $2 - \frac{3}{2}i$
 - $2 + \frac{3}{2}i$
- $[0, 2\pi]$ -ல் $\sin^4 x - 2\sin^2 x + 1$ -ஐ நிறைவு செய்யும் மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கை
 - 2
 - 4
 - 1
 - ∞
- சில $x \in R$ க்கு $\cot^{-1} x = \frac{2\pi}{5}$ எனில் $\tan^{-1} x$ -ன் மதிப்பு
 - $\frac{-\pi}{10}$
 - $\frac{\pi}{5}$
 - $\frac{\pi}{10}$
 - $\frac{-\pi}{5}$
- $3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் ஆரம்
 - 1
 - 3
 - $\sqrt{10}$
 - $\sqrt{11}$
- $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையம் (3,2) என்ற புள்ளி வழியே செல்கிறது எனில் அதன் செவ்வகலத்தின் நீளம்
 - $\frac{2}{3}$
 - $\frac{4}{3}$
 - $\frac{1}{3}$
 - 1
- $\vec{a}, \vec{b}$ என்பன $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}] = \frac{1}{4}$, எனுமாறுள்ள ஓரலகு வெக்டர்கள் எனில் $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம்
 - $\frac{\pi}{6}$
 - $\frac{\pi}{4}$
 - $\frac{\pi}{3}$
 - $\frac{\pi}{2}$
- $\vec{r} = (6\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) + t(-\hat{i} + 4\hat{k})$ என்ற கோடு $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) = 3$ என்ற தளத்தை சந்திக்கும் புள்ளியின் அச்சத் தூரங்கள்
 - (2,1,0)
 - (7,-1,-7)
 - (1,2,-6)
 - (5,-1,1)
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right)$ -ன் மதிப்பு
 - 0
 - 1
 - 2
 - 1
- $y = (x - 1)^3$ என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்றப் புள்ளி
 - (0,0)
 - (0,1)
 - (1,0)
 - (1,1)

12-கணிதவியல்-பக்கம்-1

13. $f(x, y) = e^{xy}$, எனில் $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ -ன் மதிப்பு

- 1) xye^{xy} 2) $(1 + xy)e^{xy}$ 3) $(1 + y)e^{xy}$ 4) $(1 + x)e^{xy}$

14. $\int_{-1}^2 |x| dx$ -ன் மதிப்பு

- 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{3}{2}$ 3) $\frac{5}{2}$ 4) $\frac{7}{2}$

15. $\int_0^1 x^2(1 - x)^3 dx$ -ன் மதிப்பு

- 1) $\frac{1}{30}$ 2) $\frac{1}{20}$ 3) $\frac{1}{60}$ 4) $\frac{1}{2}$

16. $\sqrt{\sin x}(dx + dy) = \sqrt{\cos x}(dx - dy)$ எனும் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி

- 1) 1,2 2) 2,2 3) 1,1 4) 2,1

17. $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி

- 1) e^{-x} 2) x 3) $\frac{1}{x}$ 4) e^{-y}

18. X என்ற பெர்னௌளி பரவலின் சராசரி 0.4, எனில் $(2X-3)$ -ன் பரவற்படி

- 1) 0.24 2) 0.48 3) 0.6 4) 0.96

19. $\text{Var}(3X - 5)$ -ன் மதிப்பு

- 1) $3 \text{Var}(X)$ 2) -5 3) $25 \text{Var}(X)$ 4) $9 \text{Var}(X)$

20. '*' என்ற ஈருறுப்புச் செயலி $a * b = \frac{ab}{7}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. * எதன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி ஆகாது?

- 1) $\mathbb{Q}^+$ 2) $\mathbb{Z}$ 3) $\mathbb{R}$ 4) $\mathbb{C}$

பகுதி - II

(i) ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளி.

(ii) வினா எண் 30 க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும்.

7 X 2 = 14

21. $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ எனில், A^{-1} -ஐக் காண்க.

22. $6 - 8i$ ன் வர்க்கமூலம் காண்க.

23. $2x^2 - 7x + 13 = 0$ எனும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் α^2 மற்றும் β^2 என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டை உருவாக்கவும்.

24. $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மையத்தையும் ஆரத்தையும் காண்க.

25. சார்பு $f(x) = |3x + 1|$, $x \in [-1, 3]$ -க்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்புத் தேற்றம் ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதை விளக்குக.

26. $g(x) = x^2 + \sin x$ எனில் dg ஐக் காண்க.

27. மதிப்பிடுக: $\int_0^{\infty} x^5 e^{-3x} dx$

28. $y = e^{-x} + mx + n$ என்பது $e^x \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right) - 1 = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக் காட்டுக.

29. ஒரு மின்சோதனையில் ஒரு குறிப்பிட்ட சாதனத்தின் தாங்கும் திறனுக்கான நிகழ்தகவு $\frac{3}{4}$. சோதிக்கப்பட ஐந்தில் சரியாக மூன்று சாதனங்களின் தாங்கு திறனுக்கான நிகழ்தகவைக் கண்டறிக.

30. $x = y + 2 = z$ மற்றும் $x + 2 = 2y = 2z$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

பகுதி - III

(i) ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளி.

(ii) வினா எண் 40 க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும்.

7 X 3 = 21

31. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க.

$$5x - 2y + 16 = 0, x + 3y - 7 = 0$$

32. $z = x + iy$ என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண் $\left| \frac{z-4i}{z+4i} \right| = 1$ எனுமாறு அமைந்தால் z -ன் நியமப்பாதை மெய்யச்சு எனக் காட்டுக.

33. $9x^9 + 2x^5 - x^4 - 7x^2 + 2 = 0$ எனும் பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டிற்கு குறைந்தபட்சம் ஆறு மெய்யற்ற கலப்பெண் மூலங்கள் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

34. மதிப்பு காண்க. $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$

35. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்ற பூச்சியமற்ற மூன்று வெக்டர்களில் $\vec{a}, \vec{b}$ என்ற வெக்டர்களுக்கு செங்குத்தான அலகு வெக்டர் $\vec{c}$ என்க. $\vec{a}, \vec{b}$ என்ற வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் $\frac{\pi}{6}$ எனில், $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]^2 = \frac{1}{4} |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$ என நிறுவுக.

36. $y = x^2 + 3x - 2$ என்ற வளைவரைக்கு $(1, 2)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

37. ஓர் எண்ணின் n ஆம் படி மூலம் கணக்கிடப்படும்போது ஏற்படும் சதவீதப்பிழை தோராயமாக, அந்த எண்ணின் சதவீதப் பிழையின் $\frac{1}{n}$ மடங்கு ஆகும் எனக் காட்டுக.

38. மதிப்பிடுக: $\int_2^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{5-x} + \sqrt{x}} dx$.

B.Sugadev. M.Sc., B.Ed.
PG-Teacher in Maths
Ph: 8148406242

39. $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ -க்கு சமானமானவை பண்பை நிறுவுக.

40. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} = xy - 1 + x - y; y(0) = 0$

பகுதி - IV

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்

7 X 5 = 35

41. (அ) λ, μ -இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $2x + 3y + 5z = 9, 7x + 3y - 5z = 8, 2x + 3y + \lambda z = \mu$, என்ற சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது

(i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது

(ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும்

(iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.

(அல்லது)

(ஆ) $x - y + 4 = 0$ என்ற நேர்க்கோடு $x^2 + 3y^2 = 12$ என்ற நீள்வட்டத்தின் தொடுகோடு என நிறுவுக. மேலும் தொடும் புள்ளியைக் காண்க.

42. (அ) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $(z-1)^3 + 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $-1, 1-2\omega, 1-2\omega^2$ எனக் காட்டுக.

(அல்லது)

(ஆ) நிரூபிக்க $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \tan^{-1} \left[\frac{x+y+z-xyz}{1-xy-yz-zx} \right]$

12-கணிதவியல்-பக்கம்-3

43. (அ) ஒரு பாலம் பரவளைய வளைவில் உள்ளது. மையத்தில் 10 மீ உயரமும், அடிப்பகுதியில் 30 மீ அகலமும் உள்ளது. மையத்திலிருந்து இருபுறமும் 6 மீ தூரத்தில் பாலத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

(அல்லது)

(ஆ) $f(x, y) = x^3 - 2x^2y + 3xy^2 + y^3$ என்ற சார்பு சமபடித்தானது என நிறுவுக. f -ன் படியைக் கணக்கிட்டு f -க்கு ஆய்லரின் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.

44. (அ) ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து அவற்றிற்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவுக.

(அல்லது)

(ஆ) ஒரு தனிநிலை சார்பு X - ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	k	2k	6k	5k	6k	10k

எனில் (i) $P(2 < X < 6)$ (ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iii) $P(X \leq 4)$ (iv) $P(3 < X)$ என்பவற்றைக் காண்க.

45. (அ) $(0, 1, -5)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + s(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) + t(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையாக உள்ளதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டிசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(அல்லது)

(ஆ) 17 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு ஏணி செங்குத்தான சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து விலகிச் செல்லும் வீதம் வினாடிக்கு 5 மீட்டர் எனில் ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து 8 மீட்டர் தொலைவில் இருக்கும்போது

- (i) அதன் உச்சி என்ன வீதத்தில் கீழ்நோக்கி இறங்கும் என்பதைக் காண்க.
(ii) எந்த வீதத்தில், ஏணி, சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவற்றால் உருவாகும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மாறுகிறது?

46. (அ) ஒரு செவ்வக வடிவிலான பக்கத்தில் 24 செ.மீ² அளவிற்கு அச்சிடப்பட்டுள்ளது. மேற்புற மற்றும் கீழ்ப்புற ஓரங்கள் 1.5 செ.மீ அளவிலும் மற்ற பக்கங்களின் ஓரங்கள் 1 செமீ அளவிலும் இடைவெளி விடப்பட்டுள்ளது. காகித பக்கத்தில் குறைந்த பரப்பளவிற்கு அதன் நீள, அகலங்கள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

(அல்லது)

(ஆ) $y = x^2 - 5x$ மற்றும் $y = 7x - x^2$ என்ற பரவளையங்களால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

47. (அ) பொருளின் இருப்பின் பெருக்கமானது அதில் காணப்படும் பொருளின் இருப்பின் எண்ணிக்கையின் விகிதமாக அமைந்துள்ளது. பொருளின் இருப்பு 50 ஆண்டுகளில் இரு மடங்காகிறது எனில், எத்தனை ஆண்டுகளில் பொருளின் இருப்பு மும்மடங்காகும்?

(அல்லது)

(ஆ) மட்டுக் கூட்டல் 5 செயலி அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி கணம் Z_5 -ன் மீது $+_5$ என்ற செயலிக்கு (i) அடைவுப் பண்பு (ii) பரிமாற்றுப் பண்பு (iii) சேர்ப்புப் பண்பு (iv) சமனிப்பண்பு மற்றும் (v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவைகளைச் சரிபார்க்க.