

DHARMAPURI-DT

இரண்டாம் திருப்புதல் தேர்வு - 2025

வகுப்பு : 12

கணிதவியல்

பதிவு எண் :

காலம் : 3.00 மணி

மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90

பகுதி-I

குறிப்பு: (i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

20 X 1=20

(ii) கொடுக்கப்பட்ட மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினைத்

தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையையும் சேர்த்து எழுதவும்

1. $x^a y^b = e^m, x^c y^d = e^n, \Delta_1 = \begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a & m \\ c & n \end{vmatrix}, \Delta_3 = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ எனில், x மற்றும் y -ன் மதிப்புகள் முறையே,
 - 1) $e^{(\Delta_2/\Delta_1)}, e^{(\Delta_3/\Delta_1)}$
 - 2) $\log(\Delta_1/\Delta_3), \log(\Delta_2/\Delta_3)$
 - 3) $\log(\Delta_2/\Delta_1), \log(\Delta_3/\Delta_1)$
 - 4) $e^{(\Delta_1/\Delta_3)}, e^{(\Delta_2/\Delta_3)}$
2. $\frac{3}{-1+i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு
 - 1) $\frac{-5\pi}{6}$
 - 2) $\frac{-2\pi}{3}$
 - 3) $\frac{-3\pi}{4}$
 - 4) $\frac{-\pi}{2}$
3. $[0, 2\pi]$ -ல் $\sin^4 x - 2\sin^2 x + 1$ -ஐ நிறைவு செய்யும் மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கை
 - 1) 2
 - 2) 4
 - 3) 1
 - 4) ∞
4. $\cot^{-1} 2$ மற்றும் $\cot^{-1} 3$ ஆகியன ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்கள் எனில், முன்றாவது கோணமானது
 - 1) $\frac{\pi}{4}$
 - 2) $\frac{3\pi}{4}$
 - 3) $\frac{\pi}{6}$
 - 4) $\frac{\pi}{3}$
5. $P(x,y)$ என்ற புள்ளி குவியங்கள் $F_1(3, 0)$ மற்றும் $F_2(-3, 0)$ கொண்ட கூம்பு வளைவு $16x^2 + 25y^2 = 400$ -ன் மீதுள்ள புள்ளி எனில் $PF_1 + PF_2$ -ன் மதிப்பு
 - (1) 8
 - (2) 6
 - (3) 10
 - (4) 12
6. ஆதியிலிருந்து $(1,1,1)$ என்ற புள்ளிக்கு உள்ள தொலைவானது $x + y + z + k = 0$ என்ற தளத்திலிருந்து அப்புள்ளிக்கு உள்ள தொலைவில் பாதி எனில், k -ன் மதிப்புகள்
 - (1) ± 3
 - (2) ± 6
 - (3) $-3, 9$
 - (4) $3, -9$
7. $y = (x-1)^3$ என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்றப் புள்ளி
 - (1) $(0,0)$
 - (2) $(0,1)$
 - (3) $(1,0)$
 - (4) $(1,1)$
8. சார்பு $g(x) = \cos x$ -ன் நேரியல் தோராய மதிப்பு $x = \frac{\pi}{2}$ இல்
 - (1) $x + \frac{\pi}{2}$
 - (2) $-x + \frac{\pi}{2}$
 - (3) $x - \frac{\pi}{2}$
 - (4) $-x - \frac{\pi}{2}$
9. $\frac{\Gamma(n+2)}{\Gamma(n)} = 90$ எனில் n -இன் மதிப்பு
 - (1) 10
 - (2) 5
 - (3) 8
 - (4) 9
10. $\frac{dy}{dx} + y = \frac{1+y}{x}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி
 - (1) $\frac{x}{e^x}$
 - (2) $\frac{e^x}{x}$
 - (3) xe^x
 - (4) e^x
11. n முறை சுண்டப்படும் ஒரு நாணயத்தினால் பெறப்படும் தலை மற்றும் பூக்களின் எண்ணிக்கை வேறுபாட்டை X குறிக்கிறது என்க. X -இன் சாத்திய மதிப்புகள்
 - (1) $i+2n, i = 0,1,2,\dots,n$
 - (2) $2i-n, i = 0,1,2,\dots,n$
 - (3) $n-i, i = 0,1,2,\dots,n$
 - (4) $2i+2n, i = 0,1,2,\dots,n$

12. பின்வரும் கூற்றுக்களில் எது T மெய்மதிப்பை பெற்றிருக்கும்?

- (1) $\sin x$ ஓர் இரட்டைச் சார்பு
- (2) ஒவ்வொரு சதுர அணியும் பூச்சியமற்ற கோவை அணி ஆகும்.
- (3) ஒரு கலப்பெண் மற்றும் அதன் இணை எண்ணின் பெருக்கற்பலன் முற்றிலும் கற்பனை.
- (4) $\sqrt{5}$ ஒரு விகிதமுறா எண்

13. $f(x) = \int_1^x \frac{e^{\sin u}}{u} du, x > 1$ and $\int_1^3 \frac{e^{\sin x^2}}{x} dx = \frac{1}{2}[f(a) - f(1)]$, எனில் a பெறக்கூடிய ஒரு மதிப்பு

- (1) 3
- (2) 6
- (3) 9
- (4) 5

14. $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}) = 3$ மற்றும் $\vec{r} \cdot (4\hat{i} + \hat{j} - \mu\hat{k}) = 5$ ஆகிய தளங்கள் இணை எனில் λ மற்றும் μ -ன் மதிப்புகள்

- (1) $\frac{1}{2}, -2$
- (2) $-\frac{1}{2}, 2$
- (3) $-\frac{1}{2}, -2$
- (4) $\frac{1}{2}, 2$

15. 1-ன் n வது படி மூலங்களைப் பொறுத்து, சரியான கூற்றுக்களைத் தேர்ந்தெடுக்க.

- (i) மூலங்கள் பெருக்குத் தொடரில் உள்ளன
- (ii) மூலங்களின் கூடுதல் பூஜ்ஜியம் ஆகும்
- (iii) மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் $(-1)^{n+1}$ ஆகும்
- (iv) மூலங்கள், ஒரேலகு வட்டத்தின் மீது அமைந்துள்ளன

(1) (i) மற்றும் (ii) மட்டும் (2) (ii) மற்றும் (iii) மட்டும் (3) அனைத்தும் (4) (i), (ii) மற்றும் (iii) மட்டும்

16. $p + \sqrt{q}$ மற்றும் $-i\sqrt{q}$ ஆகியவை விகிதமுறு குணங்களைக் கொண்ட ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவை

சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் சமன்பாட்டின் குறைந்தபட்ச படி

- (1) 2
- (2) 1
- (3) 3
- (4) 4

17. $\sec x$ மற்றும் $\sec^{-1} x$ எனும் சார்புகளின் சார்பகங்கள் முறையே

- (1) $[0, \pi] \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$ மற்றும் $\mathbb{R} \setminus (-1, 1)$
- (2) $\mathbb{Z} \setminus (-1, 1)$ மற்றும் $0, \pi \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$
- (3) $[0, \pi] \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$ மற்றும் $\{-1, 1\}$
- (4) $\mathbb{Z} \setminus \{-1, 1\}$ மற்றும் $0, \pi \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$

18. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள் வட்டத்தின் தொடுகோடு $y = mx + c$ எனில் தொடுபுள்ளி

- (1) $(\frac{a^2 m}{c}, \frac{b^2}{c})$
- (2) $(\frac{a^2 m}{c}, -\frac{b^2}{c})$
- (3) $(-\frac{a^2 m}{c}, \frac{b^2}{c})$
- (4) $(-\frac{a^2 m}{c}, -\frac{b^2}{c})$

19. $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 7}{x + 5}$ ன் சாய்வுத் தொலைத்தொடுகோடு

- (1) $x + y + 11 = 0$
- (2) $x + y - 11 = 0$
- (3) $x = -5$
- (4) $y = x - 11$

20. கீழ்காண்பவற்றுள் எது தவறானது?

- (1) பூலியன் அணியானது மெய்யான அணி மற்றும் அதன் உறுப்புகள் 0 மற்றும் 1 ஆகும்
- (2) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ என்ற பெருக்கலில் கிடைக்க பெறும் அணியானது பூலியன் அணியாகும்
- (3) எல்லா சமனி அணிகளும் I_n , பூலியன் அணிகளாகும்
- (4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

பகுதி-II

குறிப்பு: (i) ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்.

7 X 2 = 14

(ii) வினா எண் 30 க்கு கட்டாயம் விடையளிக்கவும்.

21. A என்பது சமச்சீர் அணி எனில் $\text{adj } A$ சமச்சீர் அணி என நிறுவுக.

22. சுருக்குக : $i^{59} + \frac{1}{i^{59}}$

23. α, β, γ என்பவை $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களாக இருந்தால், கெழுக்களின் அடிப்படையில் $\sum \frac{1}{\beta\gamma}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.
24. $y = 4x + c$ என்ற நேர்க்கோடு $x^2 + y^2 = 9$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடு எனில் c -ன் மதிப்புக் காண்க,
25. $f(x) = x^2 - 2x - 3$ என்ற சார்பு $(2, \infty)$ என்ற இடைவெளியில் திட்டமாக ஏறும் என நிறுவுக.
26. ஒரு மனிதன் x மணி நேரத்தில் கற்கும் y வார்த்தைகளுக்கான தொடர்பு $y = 52\sqrt{x}, 0 \leq x \leq 9$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. x -ன் மதிப்பு பின்வருமாறு மாறும்போது கற்றல் வார்த்தைகளின் எண்ணிக்கையில் ஏற்படும் தோராய மாற்றத்தைக் காண்க. 1-இலிருந்து 1.1 மணி?
27. மதிப்பிடுக : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x \, dx$
28. ஓர் ஈருறுப்பு மாறி X -யின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி முறையே 2 மற்றும் 1.5 ஆகும். $P(X = 1)$ காண்க.
29. \mathbb{R} -ன் மீது $*$ ஆனது $(a * b) = a + b + ab - 7$ என வரையறுக்கப்பட்டால் $*$, \mathbb{R} -ன் மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில் $3 * \left(\frac{-7}{15}\right)$ காண்க.
30. பின்வரும் கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க $4x = -3y, z = 0$ மற்றும் $\vec{r} = \hat{i} + t(4\hat{i} + 3\hat{j})$.

பகுதி-III.

குறிப்பு: (i) ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்.

7 X 3 = 21

(ii) வினா எண் 40 க்கு கட்டாயம் விடையளிக்கவும்.

31. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ எனில், $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ என்பதைச் சரிபார்க்க.
32. $1, \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, மற்றும் $\frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளாக அமையும் என நிறுவுக.
33. $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ -ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய ஒர்பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.
34. மதிப்பு காண்க $\cos^{-1} \left(\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{\pi}{17} - \sin \frac{\pi}{7} \sin \frac{\pi}{17} \right)$.
35. வழக்கமான குறியீடுகளுடன், முக்கோணம் ABC -ல் வெக்டர்களைப் பயன்படுத்தி $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$ என நிறுவுக.
36. கீழ்க்காணும் சார்புகளுக்கு மெக்லாரனின் விரிவைக் காண்க : $\tan^{-1}(x); -1 \leq x \leq 1$
37. $w(x, y) = xy + \sin(xy)$ எனில் $\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ என நிறுவுக.
38. பின்வரும் நேரியல் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் தீர்வு காண்க : $\cos x \frac{dy}{dx} + y \sin x = 1$
39. சமவாய்ப்பு மாறி X -யின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} kxe^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ எனில் k -ன் மதிப்பைக் காண்க.
40. பின்வரும் வரையறுத்த தொகையிடல்களை, தொகையிடலின் பண்புகளைப் பயன்படுத்தி மதிப்பு காண்க : $\int_{-5}^5 \sin \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right) dx$

பகுதி-IV

குறிப்பு: அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

7 X 5 = 35

41. அ) k -ன் எம்மதிப்புகளுக்கு பின்வரும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு

$$kx - 2y + z = 1, x - 2ky + z = -2, x - 2y + kz = 1$$

(i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வைப் பெற்றிருக்கும்

(iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க (அல்லது)

ஆ) தீர்க்க : $\tan^{-1} \frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{2} \tan^{-1} x$; இங்கு $x > 0$.

12-கணிதம்-பக்கம்-3

42. அ) $2 \cos \alpha = x + \frac{1}{x}$ மற்றும் $2 \cos \beta = y + \frac{1}{y}$ எனக்கொண்டு, கீழ்க்காண்பவைகளை நிறுவுக.

(i) $xy - \frac{1}{xy} = 2i \sin(\alpha + \beta)$ (ii) $\frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m} = 2i \sin(m\alpha - n\beta)$ (அல்லது)

ஆ) $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{c} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ எனில் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$ என்பவற்றைச் சரிபார்க்க.

43. அ) இரு கடலோர காவல்படைத் தளங்கள் 600 கி.மீ. தொலைவில் $A(0,0)$ மற்றும் $B(0,600)$ என்ற புள்ளிகளில் அமைந்துள்ளன. P என்ற புள்ளியில் உள்ள கப்பலிலிருந்து ஆபத்திற்கான சமிக்ஞைகள் இரு தளங்களிலும் சிறிதளவு மாறுபட்ட நேரங்களில் பெறப்படுகின்றன. அவற்றிலிருந்து கப்பல், தளம் B -யை விட தளம் A -க்கு 200 கி.மீ. அதிக தூரத்தில் உள்ளதாக தீர்மானிக்கப்படுகின்றது. எனவே அந்தக் கப்பல் இருக்கும் இடம் வழியாகச் செல்லும் அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க. (அல்லது)

ஆ) கீழ்க்காணும் எல்லைகள், தேவைப்படும் இடங்களில் லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்தி காண்க: $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

44. அ) பின்வருவனவற்றிற்கான முனை, குவியம், இயக்குவரையின் சமன்பாடு மற்றும் செவ்வகல நீளம் காண்க: $x^2 - 2x + 8y + 17 = 0$ (அல்லது)

ஆ) கோள வடிவில் உள்ள ஒரு ஊதுபையில் காற்றினை வினாடிக்கு 1000 செமீ³ எனும் வீதத்தில் நாம் ஊதினால் ஆரம் 7 செமீ எனும்போது ஊதுபையின் ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம் என்ன? மேலும் மேற்பரப்பு மாறுபாட்டு வீதத்தையும் கணக்கிடுக.

45. அ) $y = |\cos x|$ என்ற வளைவரை x -அச்சு, கோடுகள் $x = 0$ மற்றும் $x = \pi$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க. (அல்லது)

ஆ) பின்வரும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் தீர்வு காண்க:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \cot\left(\frac{y}{x}\right) \cos\left(\frac{y}{x}\right), y = \frac{\pi}{4} \text{ எனில் } x = 1 \text{ எனக்கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.}$$

46. அ) வருடத்திற்கு 5% தொடர் கூட்டு வீதத்தில் ஒருவர் ரூபாய் 10,000-த்தை வங்கிக் கணக்கில் முதலீடு செய்கிறார். 18 மாதங்களுக்குப் பின்னர் அவர் வங்கிக் கணக்கில் எவ்வளவு தொகை இருக்கும்? (அல்லது)

ஆ) $p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.

47. அ) $(-1, 2, 0), (2, 2, -1)$ என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்வதும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் உள்ள தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க. (அல்லது)

ஆ) ஓர் ஆறு பக்க பகடையின் ஒரு பக்கத்தில் '1' என குறிக்கப்படுகிறது. அதன் இரு பக்கங்களில் '2' எனவும் மீதமுள்ள மூன்று பக்கங்களில் '3' எனவும் குறிக்கப்படுகிறது. இரு முறை பகடை உருட்டப்படுகிறது. இருமுறை எளிதலின் மொத்தத் தொகையை X குறிக்கிறது எனில், (i) நிகழ்தகவு நிறை சார்பு காண்க. (ii) குவிவு பரவல் சார்பு காண்க. (iii) $P(3 \leq X < 6)$ காண்க. (iv) $P(X \geq 4)$ காண்க.

B. SUGADEV. M.Sc Bed.
PH: 944906242