பள்ளிக் கல்வித்துறை
திருவண்ணாமலை மாவட்டம்

12-ஆம் வகுப்பு
மாணவர்களுக்கான
சிறப்பு வினா - விடைத் தொகுப்பு

வழிகாட்டி கையேடு
2024 - 25

வெளியீடு
பள்ளிக் கல்வித்துறை
திருவண்ணாமலை மாவட்டம்

MATHS

2024 - 25ஆம் கல்வியாண்டின்
அரசுப் பொதுத் தேர்வில்
மாணவ மாணவிகள் அனைவரும்
வெற்றி பெற வாழ்த்துகள்.

தயாரிப்பு : A1 TV & விவேகானந்தா விஷன்
அரியலூர். செல் : 63691 87198

Scanned with OKEN Scanner

அணிந்துரை

திரு.சி.சுவாமி முத்தழகன், பி.ஏ.,எம்.ஏ.,எம்.எட்.,எம்.பில்

முதன்மைக் கல்வி அலுவலர்,

திருவண்ணாமலை.

அன்பு மாணவச் செல்வங்களே வணக்கம்,

"முயற்சி திருவினை ஆக்கும் முயற்றின்மை
இன்மை புகுத்தி விடும்" – என்பது வள்ளுவர் வாக்கு.

சமுதாய தூண்களான மாணவர்களின் கனவுகளை நனவாக்க கல்வியே பிரதான சாதனமாகும்.

"கல்வி இல்லாத வாழ்க்கை இருண்ட இரவில்
மின்மினி ஒளி போன்றது"

எனவே, நீங்கள் எந்தளவிற்கு முயன்று படிக்கிறீர்களோ அந்தளவிற்கு வாழ்வில் உயர்வீர்கள்.

"விடாமுயற்சி, நேர்மை, பொறுமை ஆகிய மூன்றும் இணைந்த கல்வி
என்பதே வெற்றிக்கான சிறந்த வழியாகும்"
"கற்றல் என்பது ஒரு வாழ்நாள் பயணம்"

அதில், மாணவப் பருவம் தனித்துவமான திறமைகளை கொண்டதாக இருக்கும்.
மாணவர்களின் கற்றலில் 'சிலர் வேகமாக கற்றுக்கொள்வார்கள், சிலர் கூடுதல் நேரம் எடுத்து கற்றுக்கொள்வார்கள்'. இதில் முக்கியமானது அனைவரும் கற்றலை சந்தோஷமாகவும், பயனுள்ளதாகவும் உணரவேண்டும் என்பதே என் அவா.

இக்கையேடு "கற்றல் அடைவில்" முழுமை பெற்று மாணவர்கள் தங்கள் திறன்களை வெளிப்படுத்த உதவும் முக்கிய கருவியாக அமையும் என்பது உறுதியாயினும், ஆசிரியர்களுக்கும், பெற்றோர்களுக்கும் ஒரு வழிக்காட்டியாக அமையும் என்பது திண்ணம்.

மேலும், தனிப்பட்ட கற்றல் நடைமுறைகளை புரிந்து கொண்டு அவர்களுக்கு ஏற்ற 'கற்பித்தல் உத்திகளை' உருவாக்க உதவும் வகையில் அமைந்துள்ளது. இக்கையேடு தயாரிப்பு குழுவினருக்கு மனமார்ந்த பாராட்டுகள்.

" புத்தகம் என்பது தொடுகையில் வெற்றுக் காகிதம்,
தொடர்ந்து படிக்கையில் அது வெற்றிக்கான ஆயுதம்"

"அள்ள அள்ளக் குறையாத செல்வம் கல்வி – அதை
அள்ளி அள்ளித் தருகிறது அரசு எனச் சொல்லி
ஊரெங்கும் அமைந்துள்ளது பள்ளி
அதுவே உன் வெற்றிக்கான வாசல் என வாழ்த்தி"

அரசின் பல்வேறு நலத்திட்டங்களை முறையாகப் பயன்படுத்தி கல்வியில் வெற்றி பெறுவதை மட்டுமே குறிக்கோளாகக் கொண்டு விடாமுயற்சி, தன்னம்பிக்கை, நற்சிந்தனையுடன், மாணவர்கள் பொதுத்தேர்வை அச்சமின்றி எதிர்கொள்வதற்கும் அவர்களின் வெற்றியை உறுதிப்படுத்துவதற்கும் மாவட்ட ஆட்சித் தலைவர் அவர்களின் வாழ்த்துக்களுடன் மாவட்ட நிர்வாகத்தால் வழங்கப்படும் இந்த வழிகாட்டி புத்தகத்தை துணையாக கொண்டு வெற்றியடைய வாழ்த்துகிறேன்.

"கல்வியே ஒளி, கல்வியே உயிர்
அதை பெறவேண்டும் உறுதியோடு நீர்"

எனவே, உங்கள் கைகளில் தவழும் இக்கையேட்டினை மாணவர்கள் நன்கு படித்து பயிற்சி பெற்று நூறு சதவீதம் வெற்றி ெற வேண்டும். பொதுத்தேர்வில் மாணவர்களாகிய நீங்கள் அனைவரும் அதிக மதிப்பெண் பெற்றுத் தொடர்ந்து உயர்கல்வி பெற மனதார வாழ்த்துகிறேன்.

எட்டுத் திக்கும் சென்றிடுவீர் ! புகழ்பட வாழ்ந்திடுவீர் !

வாழ்த்துக்களுடன்,

திரு.சி.சுவாமி முத்தழகன், எம்.ஏ.,எம்.ஏ.,எம்.எட்.,எம்.பில்

முதன்மைக் கல்வி அலுவலர்,

திருவண்ணாமலை.

வழிகாட்டுதல்

திரு.சி.சுவாமி முத்தழகன்,எம்.ஏ.,எம்.ஏ.,எம்.எட்.,எம்.பில்.,
முதன்மைக் கல்வி அலுவலர், திருவண்ணாமலை மாவட்டம்.

புத்தக தயாரிப்பு மேற்பார்வை.

திரு.கி.காளிதாஸ், எம்.எஸ்.சி.,எம்.ஏ.,எம்.எட்.,
மாவட்டக் கல்வி அலுவலர்
(இடைநிலை), திருவண்ணாமலை.

திரு.சு.செந்தில் முருகன், எம்.ஏ.,பி.எஸ்.சி.,எம்.எட்.,
மாவட்டக் கல்வி அலுவலர்
(இடைநிலை), செய்யாறு.

ஒருங்கிணைப்பாளர்கள்

திரு.**வீ.ஜெயபால்**,எம்.எஸ்.சி.,எம்.பில்.,எம்.எட்.,
நேர்முக உதவியாளர் (மேல்நிலை),
முதன்மைக் கல்வி அலுவலகம்,
திருவண்ணாமலை.

திருமதி.**பி.அனுராதா**, எம்.எஸ்சி.,எம்.எட்.,எம்.பில்.,
தலைமையாசிரியர்,
அரசு மகளிர் மேல்நிலைப் பள்ளி, வேட்டவலம்.

திரு.**ஜி.குமார்**,எம்.ஏ.,எம்.பில்.,பி.எட்.,
பள்ளித் துணை ஆய்வாளர்,
முதன்மைக் கல்வி அலுவலகம், திருவண்ணாமலை.

திரு.**சு.ஸ்ரீபதி**,எம்.ஏ.,பி.எட்.,
பள்ளித் துணை ஆய்வாளர்,
மாவட்டக் கல்வி அலுவலகம், செய்யாறு.

நல்லாசிரியர்.திரு.**தொ.பக்தவச்சலம்**,
எம்.எஸ்சி.,எம்.பில்.,பி.எட்., எம்.ஏ.(கல்வி),PGDCA,
நேர்முக உதவியாளர் (இடைநிலை),
முதன்மைக் கல்வி அலுவலகம், திருவண்ணாமலை.

திரு. **வி.சதாசிவம்,**
தலைமையாசிரியர்,
அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி, அரட்டவாடி.

திரு.**ப.பாபு**,எம்.எஸ்சி.,எம்.பில்.,பி.எட்.,
பள்ளித் துணை ஆய்வாளர்,
மாவட்டக் கல்வி அலுவலகம்(இடைநிலை), செய்யாறு.

Dr.**தொ.சா.குணசேகரன்**,எம்.ஏ.,எம்.பில்.,எம்.எட்.,பி.எச்டி.,
பள்ளித் துணை ஆய்வாளர்,
மாவட்டக் கல்வி அலுவலகம்(இடைநிலை), திருவண்ணாமலை.

வினா – விடை தொகுத்த ஆசிரியர் குழு

தமிழ்

திருமதி.**த.ஆனந்தலட்சுமி**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு மாதிரி மேல்நிலைப் பள்ளி,
திருவண்ணாமலை.

திரு.**எம்.கண்ணன்**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி, செய்யாறு.

ஆங்கிலம்

திருமதி.**ஜி.சர்மிளா பானு**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி, கண்ணக்குருக்கை.

திருமதி.**என்.தீபனா**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு மகளிர் மேல்நிலைப் பள்ளி, மேல்பள்ளிப்பட்டு.

இயற்பியல்

திரு.**டி.தீபக்குமார்**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி, சொரக்குளத்தூர்.

தாவரவியல்

திரு.**எஸ்.ஏழுமலை**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி, நல்லவன்பாளையம்.

வேதியியல்

திருமதி.**என்.பிரியதர்சினி**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி, கீழ்பென்னாத்தூர்.

திரு.**பி.ராஜசேகர்**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி, செய்யாறு.

கணிதம்

திரு.**கே.வரதன்**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி, ஐங்குணம்.

திரு.**எம்.ராஜ்கமல்**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு ஆண்கள் மேல்நிலைப் பள்ளி, செய்யாறு.

விலங்கியல்

திருமதி.**எஸ்.ரேணுகாதேவி**, முதுகலை ஆசிரியர்,
நகராட்சி அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி, திருவண்ணாமலை.

பொருளியியல்

திருமதி.**என்.சாந்தி**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி, ராஜந்தாங்கல்.

வணிகவியல் மற்றும் கணக்கு பதிவியல்

திரு.**எம்.காதர்**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி,
நார்த்தாம்பூண்டி.

திரு.**பி.முரளி**, முதுகலை ஆசிரியர்,
சண்முகா தொழிற்சாலை அரசு
மேல்நிலைப் பள்ளி, திருவண்ணாமலை.

திரு.**எம்.ரவிக்குமார்**, முதுகலை ஆசிரியர்,
அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி, கொருக்கை.

Scanned with OKEN Scanner

12 ஆம் வகுப்பு கணிதம்

(மெல்ல கற்க்கும் மாணவர்களுக்கு எளிதான 2 மற்றும் 3 மதிப்பெண் வினா-விடைகள்)

1) $A = \begin{bmatrix}8 & -4\\-5 & 3\end{bmatrix}$ எனில் $A(adj\ A) = (adj\ A)A = \lvert A\rvert I_2$ என்பதைச் சரிபார்க்க.	$adjA = \begin{pmatrix}3 & 4\\5 & 8\end{pmatrix}$ $\begin{vmatrix}8 & -4\\-5 & 3\end{vmatrix} = 24 - 20 = 4$	$A(adjA) = \begin{pmatrix}4 & 0\\0 & 4\end{pmatrix}$ $(adjA)A = \begin{pmatrix}4 & 0\\0 & 4\end{pmatrix}$ $A(adj\ A) = (adj\ A)A = \lvert A\rvert I_2$
2) $\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.	$A^T = \begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\-\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$	$AA^T = \begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix} = I_2$ $AA^T = A^TA = I$ A செங்குத்து அணி
3) சரிபார்க்கவும்: $\left(A^T\right)^{-1} = \left(A^{-1}\right)^T$ இங்கு A= $\begin{pmatrix}2 & 9\\1 & 7\end{pmatrix}$	$A^T = \begin{pmatrix}2 & 1\\9 & 7\end{pmatrix}$ and $\lvert A^T\rvert = 5$ $\left(A^T\right)^{-1} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix}7 & -1\\-9 & 2\end{pmatrix} \rightarrow (1)$	$A^{-1} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix}7 & -9\\-1 & 2\end{pmatrix}$ $\Rightarrow \left(A^{-1}\right)^T = \frac{1}{5}\begin{pmatrix}7 & -1\\-9 & 2\end{pmatrix} \rightarrow (2)$ $\left(A^T\right)^{-1} = \left(A^{-1}\right)^T$
4) $adj(A) = \begin{bmatrix}-1 & 2 & 2\\1 & 1 & 2\\2 & 2 & 1\end{bmatrix}$, எனில் A^{-1} காண்க	$A^{-1} = \pm\frac{1}{\sqrt{\lvert adjA\rvert}}adj(A)$ $\lvert adjA\rvert = 9 \Rightarrow \sqrt{\lvert adjA\rvert} = 3$	$A^{-1} = \pm\frac{1}{3}\begin{bmatrix}-1 & 2 & 2\\1 & 1 & 2\\2 & 2 & 1\end{bmatrix}$
5) $adj(A) = \begin{bmatrix}0 & -2 & 0\\6 & 2 & -6\\-3 & 0 & 6\end{bmatrix}$, எனில் A^{-1} காண்க	$A^{-1} = \pm\frac{1}{\sqrt{\lvert adjA\rvert}}adj(A)$ $\lvert adjA\rvert = 36 \Rightarrow \sqrt{\lvert adjA\rvert} = 6$	$A^{-1} = \pm\frac{1}{6}\begin{bmatrix}0 & -2 & 0\\6 & 2 & -6\\-3 & 0 & 6\end{bmatrix}$
6) $adj(A) = \begin{bmatrix}2 & -4 & 2\\-3 & 12 & -7\\-2 & 0 & 2\end{bmatrix}$, எனில் A காண்க	$A = \pm\frac{1}{\sqrt{\lvert adjA\rvert}}adj(adjA)$ $adj(adjA) = \begin{bmatrix}24 & 8 & 4\\20 & 8 & 8\\24 & 8 & 12\end{bmatrix}$	$\lvert adjA\rvert = 16 \Rightarrow \sqrt{\lvert adjA\rvert} = 4$ $A = \pm\frac{1}{4}\begin{bmatrix}24 & 8 & 4\\20 & 8 & 8\\24 & 8 & 12\end{bmatrix} = \pm\begin{bmatrix}6 & 2 & 1\\5 & 2 & 2\\6 & 2 & 3\end{bmatrix}$

Scanned with OKEN Scanner

7) $adj(A)=\begin{bmatrix}7&7&-7\\-1&11&7\\11&5&7\end{bmatrix}$, எனில் **A** காண்க	$A=\pm\frac{1}{\sqrt{\lvert adjA\rvert}}adj(adjA)$ $adj(adjA)=\begin{bmatrix}42&-84&126\\84&126&-42\\-126&42&84\end{bmatrix}$	$\lvert adjA\rvert=1764\Rightarrow\sqrt{\lvert adjA\rvert}=42$ $A=\pm\frac{1}{42}\begin{bmatrix}42&-84&126\\84&126&-42\\-126&42&84\end{bmatrix}=\pm\begin{bmatrix}1&-2&3\\2&3&-1\\-3&1&2\end{bmatrix}$
8) $\begin{bmatrix}-1&3\\4&-7\\3&-4\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தைக் காண்க	$\begin{vmatrix}-1&3\\4&-7\end{vmatrix}=7-12$ $=-5\neq0$	தரம் = 2
9) $\begin{bmatrix}1&-2&-1&0\\3&-6&-3&1\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தைக் காண்க	$\begin{vmatrix}-1&0\\-3&1\end{vmatrix}=-1+0$ $=-1\neq0$	தரம் = 2
10) $\begin{bmatrix}1&2&3\\2&1&4\\3&0&5\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க	$A=\begin{bmatrix}1&2&3\\2&1&4\\3&0&5\end{bmatrix}$ $\sim\begin{bmatrix}1&2&3\\0&-3&-2\\0&-6&-4\end{bmatrix}$ $-2R_1+R_2$ & $-3R_1+R_3$	$\sim\begin{bmatrix}1&2&3\\0&-3&-2\\0&0&0\end{bmatrix}$ $-2R_2+R_3$ $\therefore\ \rho(A)=2$
11) $\begin{bmatrix}3&-8&5&2\\2&-5&1&4\\-1&2&3&-2\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க	$A=\begin{bmatrix}3&-8&5&2\\2&-5&1&4\\-1&2&3&-2\end{bmatrix}$ $\sim\begin{bmatrix}1&-2&-3&2\\2&-5&1&4\\3&-8&5&2\end{bmatrix}$ $R_1\leftrightarrow R_3$	$\sim\begin{bmatrix}1&-2&-3&2\\0&-1&7&0\\0&-2&14&-4\end{bmatrix}$ $-2R_1+R_2\to R_2$ $\sim\begin{bmatrix}1&-2&-3&2\\0&-1&7&0\\0&0&0&-4\end{bmatrix}$ $-2R_2+R_3\to R_3$ $\therefore\ \rho(A)=3$
12) $\begin{bmatrix}1&1&1&3\\2&-1&3&4\\5&-1&7&11\end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க	$A=\begin{bmatrix}1&1&1&3\\2&-1&3&4\\5&-1&7&11\end{bmatrix}$ $\sim\begin{bmatrix}1&1&1&3\\0&-3&1&-2\\0&-6&2&-4\end{bmatrix}$ R_2-2R_1 & R_3-5R_1	$\sim\begin{bmatrix}1&1&1&3\\0&-3&1&-2\\0&0&0&0\end{bmatrix}$ R_3-2R_2 $\therefore\ \rho(A)=2$

Scanned with OKEN Scanner

13) $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ **என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க**	$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & 1 & 7 \end{bmatrix}$ $\sim \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -6 & 8 & -4 & -2 \\ 6 & 2 & 1 & 7 \end{bmatrix} \quad 2 \times R_2 \rightarrow R_2$	$\sim \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 8 & 7 \\ 0 & 10 & -5 & 5 \end{bmatrix} \quad 3R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \ \& \ R_2 + R_3$ $\sim \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 8 & 7 \\ 0 & 0 & -45 & -30 \end{bmatrix} \quad -5R_2 + R_3$ $\therefore \ \rho(A) = 3$
14) பின் வரும் நேரிய சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க: **(i)** $5x + 2y = 3$ $3x + 2y = 5$ **(ii)** $2x - y = 8$ $3x + 2y = -2$	**(i)** $\|A\| = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 10 - 6 = 4$ $A^{-1} = \frac{1}{\|A\|} adjA = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ $X = A^{-1}B = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 6 - 10 \\ -9 + 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$	**(ii)** $\|A\| = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 3 = 7$ $A^{-1} = \frac{1}{\|A\|} adjA = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ $X = A^{-1}B = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 16 - 2 \\ -24 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$
15) $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ **எனக்கொண்டு** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **என்பதைச் சரிபார்க்க.**	$AB = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$ $\|AB\| = 6$ $adj(AB) = \begin{pmatrix} -7 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	$(AB)^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} -7 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ $B^{-1}A^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} -7 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
16) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ **மற்றும்** $B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ **எனில்** $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ **என்பதைச் சரிபார்க்க.**	$AB = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 18 & -11 \end{pmatrix}$ $\|AB\| = 13$ $adj(AB) = \begin{pmatrix} -11 & 5 \\ -18 & 7 \end{pmatrix}$	$(AB)^{-1} = \frac{1}{13}\begin{pmatrix} -11 & 5 \\ -18 & 7 \end{pmatrix}$ $B^{-1}A^{-1} = \frac{1}{13}\begin{pmatrix} -11 & 5 \\ -18 & 7 \end{pmatrix}$ $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
17) $A = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -8 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 7 \\ 1 & -8 & 4 \end{bmatrix}$ **எனில்** $A^{-1} = A^T$ **என நிறுவுக.**	$A^T = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -8 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & -8 \\ 4 & 7 & 4 \end{bmatrix}$	$AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$ $A^{-1} = A^T$

Scanned with OKEN Scanner

18) $F(\alpha) = \begin{bmatrix} cos\alpha & 0 & sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin\alpha & 0 & cos\alpha \end{bmatrix}$ எனில் $[F(\alpha)]^{-1} = F(-\alpha)$ எனக்காட்டுக	$F(-\alpha) = \begin{bmatrix} cos\alpha & 0 & -sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\alpha & 0 & cos\alpha \end{bmatrix}$	$F(\alpha)\cdot F(-\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I$ $[F(\alpha)]^{-1} = F(-\alpha)$
19) பின்வரும் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பை கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்க (i) $5x - 2y + 16 = 0, x + 3y - 7 = 0$ (ii) $\frac{3}{x} + 2y = 12, \ \frac{2}{x} + 3y = 13$	(i) $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 17$ $\Delta_x = \begin{vmatrix} -16 & -2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} = -34$ & $\Delta_y = \begin{vmatrix} 5 & -16 \\ 1 & 7 \end{vmatrix} = 17$ $x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = -2$ & $y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = 3$	(ii) $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 5$ $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 12 & 2 \\ 13 & 3 \end{vmatrix} = 10$ & $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 12 \\ 2 & 13 \end{vmatrix} = 15$ $x = \frac{1}{2}$ & $y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 3$
20) சுருக்குக: $i^{-1924} + i^{2018}$	$i^{-1924} = 1$ $i^{2018} = i^{2016+2} = i^2 = -1$	$i^{-1924} + i^{2018} = 1 - 1 = 0$
21) சுருக்குக: $\sum_{n=1}^{12} i^n$	$\sum_{n=1}^{12} i^n = i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{12} = 0$	12 உறுப்புகளின் கூடுதல் = 0
22) சுருக்குக: $\sum_{n=1}^{10} i^{n+50}$	$\sum_{n=1}^{10} i^{n+50} = \sum_{n=1}^{8} i^{n+50} + i^{59} + i^{60}$	$= 0 + i^3 + 1$ $= -i + 1$
23) சுருக்குக: $i^{59} + \frac{1}{i^{59}}$	$i^{59} + \frac{1}{i^{59}} = i^{59} + i^{-59}$	$= i^{59} + i^{-59} = i^3 + i^{-3}$ $= -i + i = 0$
24) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ - ஐ செவ்வக வடிவில் சுருக்குக.	$\frac{1+i}{1-i} = i$ மற்றும் $\frac{1-i}{1+i} = -i$	$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = i^3 - (-i)^3$ $= -i - i = -2i$
25) $\frac{3+4i}{5-12i}$ -ஐ $x + iy$ வடிவில் எழுதுக. இதிலிருந்து மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளைக் காண்க.	$\frac{3 + 4i}{5 - 12i} = \frac{15 - 48}{25 + 144} + i\,\frac{20 + 36}{25 + 144}$ $= \frac{-33}{169} + i\,\frac{56}{169}$	$Re(z) = \frac{-33}{169}$ $Im(z) = \frac{56}{169}$

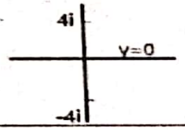
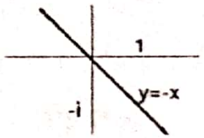
Scanned with OKEN Scanner

26) $z = (2+3i)(1-i)$ எனில் Z^{-1} -ஐக் காண்க.	$z = (2+3i)(1-i)$ $z = 5+i$	$z^{-1} = \frac{1}{5+i} = \frac{5}{26} - \frac{i}{26}$
27) செவ்வக வடிவில் எழுதுக $\overline{3i} + \frac{1}{2-i}$	$\overline{3i} + \frac{1}{2-i} = -3i + \frac{2+i}{5}$	$= \frac{-15i+2+i}{5}$ $= \frac{2}{5} - \frac{14i}{5}$
28) மதிப்பு காண்க i) $\lvert\overline{(1+i)}\,(2+3i)(4i-3)\rvert$ ii) $\left\lvert\frac{i(2+i)^3}{(1+i)^2}\right\rvert$	i) $\lvert\overline{(1+i)}\,(2+3i)(4i-3)\rvert$ $= \lvert 1-i\rvert \times \lvert 2+3i\rvert \times \lvert 4i-3\rvert$ $= \sqrt{2} \times \sqrt{13} \times \sqrt{25} = 5\sqrt{26}$	ii) $\left\lvert\frac{i(2+i)^3}{(1+i)^2}\right\rvert = \frac{\lvert i\rvert\lvert 2+i\rvert^3}{\lvert 1+i\rvert^2}$ $= \frac{1\times(\sqrt{5})^3}{(\sqrt{2})^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$
29) $\lvert z\rvert = 2$ எனில் $3 \le \lvert z+3+4i\rvert \le 7$ எனக் காட்டுக.	$\lvert\lvert z_1\rvert - \lvert z_2\rvert\rvert \le \lvert z_1+z_2\rvert \le \lvert z_1\rvert + \lvert z_2\rvert$ $\lvert\lvert z\rvert - \lvert 3+4i\rvert\rvert \le \lvert z+3+4i\rvert \le \lvert z\rvert + \lvert 3+4i\rvert$	$\lvert 2-5\rvert \le \lvert z+3+4i\rvert \le 2+5$ $3 \le \lvert z+3+4i\rvert \le 7$
30) $\lvert z\rvert = 3$ எனில் $7 \le \lvert z+6-8i\rvert \le 13$ எனக் காட்டுக	$\lvert\lvert z_1\rvert - \lvert z_2\rvert\rvert \le \lvert z_1+z_2\rvert \le \lvert z_1\rvert + \lvert z_2\rvert$ $\lvert\lvert z\rvert - \lvert 6-8i\rvert\rvert \le \lvert z+6-8i\rvert \le \lvert z\rvert + \lvert 6-8i\rvert$	$\lvert 3-10\rvert \le \lvert z+6-8i\rvert \le 3+10$ $7 \le \lvert z+6-8i\rvert \le 13$
31) $4+3i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க.	$\sqrt{a+ib} = \pm\left[\sqrt{\frac{\lvert z\rvert+a}{2}} + i\sqrt{\frac{\lvert z\rvert-a}{2}}\right]$ $\lvert 4+3i\rvert = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$	$\sqrt{4+3i} = \pm\left[\sqrt{\frac{5+4}{2}} + i\sqrt{\frac{5-4}{2}}\right]$ $= \pm\left(\frac{3}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
32) $6-8i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க.	$\sqrt{a-ib} = \pm\left[\sqrt{\frac{\lvert z\rvert+a}{2}} - i\sqrt{\frac{\lvert z\rvert-a}{2}}\right]$ $\lvert 6-8i\rvert = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$	$\sqrt{6-8i} = \pm\left[\sqrt{\frac{10+6}{2}} - i\sqrt{\frac{10-6}{2}}\right]$ $= \pm(\sqrt{8} - i\sqrt{2})$

Scanned with OKEN Scanner

33) $-6+8i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க.	$\sqrt{a+ib}=\pm\left[\sqrt{\frac{\lvert z\rvert+a}{2}}+i\sqrt{\frac{\lvert z\rvert-a}{2}}\right]$ $\lvert -6+8i\rvert=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$	$\sqrt{-6+8i}=\pm\left[\sqrt{\frac{10-6}{2}}+i\sqrt{\frac{10+6}{2}}\right]$ $=\pm(\sqrt{2}+i\sqrt{8})$
34) $-5-12i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க.	$\sqrt{a-ib}=\pm\left[\sqrt{\frac{\lvert z\rvert+a}{2}}-i\sqrt{\frac{\lvert z\rvert-a}{2}}\right]$ $\lvert -5-12i\rvert=\sqrt{25+144}=\sqrt{169}=13$	$\sqrt{-5-12i}=\pm\left[\sqrt{\frac{13-5}{2}}-i\sqrt{\frac{13+5}{2}}\right]$ $=\pm(2-3i)$
35) சுருக்குக. $\left(sin\frac{\pi}{6}+icos\frac{\pi}{6}\right)^{18}$	$sin\frac{\pi}{6}+icos\frac{\pi}{6}=i\left(cos\frac{\pi}{6}-isin\frac{\pi}{6}\right)$	$\left(sin\frac{\pi}{6}+icos\frac{\pi}{6}\right)^{18}=i^{18}(cos3\pi-isin3\pi)$ $=(-1)(-1)=1$
36) $\sum_{k=1}^{8}\left(\cos\frac{2k\pi}{9}+i\sin\frac{2k\pi}{9}\right)$-ன் மதிப்பைக் காண்க.	ω என்பது ஒன்றின் 9-ஆம் படி மூலம் எனில் $1+\omega+\omega^2+\omega^3+\cdots+\omega^8=0$	$\omega+\omega^2+\omega^3+\cdots+\omega^8=-1$ $\sum_{k=1}^{8}\left(\cos\frac{2k\pi}{9}+i\sin\frac{2k\pi}{9}\right)=-1$
37) $\omega\neq1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $(1-\omega+\omega^2)^6+(1+\omega-\omega^2)^6=128$ என நிறுவுக.	$1+\omega+\omega^2=0$ $1+\omega=-\omega^2$ $1+\omega^2=-\omega$	$(1-\omega+\omega^2)^6+(1+\omega-\omega^2)^6$ $=(-2\omega)^6+(-2\omega^2)^6$ $=2^6\times2=128$
38) $\omega\neq1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^4)(1+\omega^8)\ldots\ldots(1+\omega^{20})=1$ என நிறுவுக.	$1+\omega+\omega^2=0$ $1+\omega=-\omega^2$ $1+\omega^2=-\omega$	$(1+\omega)(1+\omega^2)=(-\omega^2)(-\omega)=1$ $(1+\omega^4)(1+\omega^8)=(1+\omega)(1+\omega^2)=1$ $(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^4)(1+\omega^8)\ldots\ldots(1+\omega^{20})=1$
39) $(2+3i)^{10}+(2-3i)^{10}$ ஒரு மெய் எண் என நிறுவுக.	$z=(2+3i)^{10}+(2-3i)^{10}$ $\bar{z}=(2-3i)^{10}+(2+3i)^{10}$	$\bar{z}=z\Rightarrow$ ஒரு மெய் எண்

Scanned with OKEN Scanner

40) $(2+3i)^{10}-(2-3i)^{10}$ ஒரு முழுமையான கற்பனை எண் என நிறுவுக.	$z=(2+3i)^{10}-(2-3i)^{10}$ $\bar{z}=(2-3i)^{10}-(2+3i)^{10}$	$\bar{z}=-z \implies$ ஒரு முழுமையான கற்பனை எண்
41) $\|z-2-i\|=3$ என்ற வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.	$\|z-z_0\|=r$ $\|z-(2+i)\|=3$	மையம் $=2+i=(2,1)$ ஆரம் $=3$
42) $\|3z-6+12i\|=8$ என்ற வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.	$\|z-z_0\|=r$ $\div 3 \implies \|z-2+4i\|=\frac{8}{3}$	$\|z-(2-4i)\|=\frac{8}{3}$ மையம் $=2-4i=(2,-4)$ ஆரம் $=\frac{8}{3}$
43) $10-8i,\ 11+6i$ ஆகிய புள்ளிகளில் எப்புள்ளி $1+i$-க்கு மிக அருகாமையில் இருக்கும்?	$z_1=10-8i$, $z_2=11+6i$, $z_3=1+i$	$\|z_1-z_3\|=\|9-9i\|=\sqrt{162}$ $\|z_2-z_3\|=\|10+5i\|=\sqrt{125}$ $1+i$-க்கு மிக அருகாமையில் இருப்பது $11+6i$
44) $z=x+iy$ என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண் $\left\|\frac{z-4i}{z+4i}\right\|=1$ எனுமாறு அமைந்தால் z −ன் நியமப்பாதை மெய் அச்சு எனக்காட்டுக.	$\frac{\|z-4i\|}{\|z+4i\|}=1$ $\|z-4i\|=\|z+4i\|$	நியமப் பாதை $y=0$ அல்லது x-அச்சு 
45) $z=x+iy$ எனில் $\|z+i\|=\|z-1\|$ நியமப்பாதையை கார்டீசியன் வடிவில் காண்க.	$\|x+iy+i\|=\|x+iy-1\|$ $\|x+i(y+1)\|=\|(x-1)+iy\|$ $x^2+(y+1)^2=(x-1)^2+y^2$	நியமப் பாதை $x+y=0$ 
46) பின்வருவனவற்றை செவ்வக வடிவில் எழுதுக (i) $\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ (ii) $\frac{\left(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}$	i) $\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ $=\cos\frac{3\pi}{12}+i\sin\frac{3\pi}{12}$ $=\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}$ $=\frac{1}{\sqrt{2}}+i\frac{1}{\sqrt{2}}$	(ii) $\frac{\left(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}$ $=\frac{1}{2}\left[cis\left(-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}\right)\right]$ $=\frac{1}{2}\left[cis\left(\frac{-\pi}{2}\right)\right]=\frac{-i}{2}$

Scanned with OKEN Scanner

47) α, β மற்றும் γ என்பன $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களாக இருந்தால், கெழுக்களின் அடிப்படையில் $\sum \frac{1}{\beta\gamma}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.	$x^3 + px^2 + qx + r = 0$ $\Sigma_1 = -p \quad \& \quad \Sigma_3 = -r$	$\Sigma \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma} = \frac{p}{r}$
48) 1, 1, மற்றும் - 2 மூலங்களைக் கொண்டு முப்படி சமன்பாடுகளை உருவாக்குக	$\Sigma_1 = 0$; $\Sigma_2 = -3$ & $\Sigma_3 = -2$	$x^3 - \Sigma_1 x^2 + \Sigma_2 x - \Sigma_3 = 0$ $x^3 - 3x + 2 = 0$
49) $2 - \sqrt{3}i$ -ஐ மூலமாக கோண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய ஓர் பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.	$\alpha = 2 - \sqrt{3}i$ $\beta = 2 + \sqrt{3}i$ $\alpha + \beta = 4 \quad , \quad \alpha\beta = 7$	$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$ $x^2 - 4x + 7 = 0$
50) $2 - \sqrt{3}$ -ஐ மூலமாககோண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய ஓர் பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.	$\alpha = 2 - \sqrt{3}$ $\beta = 2 + \sqrt{3}$ $\alpha + \beta = 4 \quad , \quad \alpha\beta = 1$	$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$ $x^2 - 4x + 1 = 0$
51) $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$ –ஐ மூலமாகவும் முழுக்களை கெழுக்களாகவும் கொண்ட பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டை காண்க.	$x = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	$x^4 = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad 3x^4 - 2 = 0$
52) $9x^9 + 2x^5 - x^4 - 7x^2 + 2$ எனும் பல்லுறுப்பு கோவை சமன்பாட்டிற்கு குறைந்தபட்சம் 6 மெய்யற்ற கலப்பெண் தீர்வுகள் உண்டு எனக்காட்டுக.	$P(x) = 9x^9 + 2x^5 - x^4 - 7x^2 + 2$ $+ \quad + \quad - \quad - \quad +$ குறி மாற்றங்கள் = 2	$P(-x) = -9x^9 - 2x^5 - x^4 - 7x^2 + 2$ $- \quad - \quad - \quad - \quad +$ குறி மாற்றங்கள் = 1 மெய்யற்ற கலப்பெண் மூலங்கள் $= 9 - 3 = 6$
53) $x^9 + 9x^7 + 7x^5 + 5x^3 + 3x$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவையின் மெய்யெண் மற்றும் மெய்யற்ற கலப்பெண் பூச்சியமாக்கிகளின் துல்லியமான எண்ணிக்கையைக் கண்டறிக.	$p(x) = x^9 + 9x^7 + 7x^5 + 5x^3 + 3x$ $+ \quad + \quad + \quad + \quad +$ குறி மாற்றங்கள் = 0 $p(-x) = -x^9 - 9x^7 - 7x^5 - 5x^3 - 3x$ $- \quad - \quad - \quad - \quad -$ குறி மாற்றங்கள் = 0	மிகை மற்றும் குறை எண் மூலங்கள் இல்லை. ஆனால் $x = 0$ *ஒரு மெய்யெண் தீர்வு* மெய்யற்ற கலப்பெண் மூலங்கள் $= 9 - 1 = 8$

Scanned with OKEN Scanner

54) $lx^2+mx+n=0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் p மற்றும் q எனில் $\sqrt{\frac{p}{q}}+\sqrt{\frac{q}{p}}+\sqrt{\frac{n}{l}}=0$ எனக் காட்டுக.	$p+q=\frac{-n}{l}$ & $pq=\frac{n}{l}$	$\sqrt{\frac{p}{q}}+\sqrt{\frac{q}{p}}+\sqrt{\frac{n}{l}}=\frac{p+q}{\sqrt{pq}}+\sqrt{\frac{n}{l}}$ $=-\sqrt{\frac{n}{l}}+\sqrt{\frac{n}{l}}=0$
56) $x^3-3x^2-33x+35=0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்க	அனைத்து கெழுக்களின் கூடுதல் $=1-3-33+35=0$ $x=1$ ஒரு மூலம்	x=1 | 1 -3 -33 35 0 1 -2 -35 1 -2 -35 | 0 $x^2-2x-35=0$ தீர்வுகள் $x=1,\ 7,\ -5$
57) $2x^3+11x^2-9x-18=0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்க	ஒற்றைப் படை மூலங்களின் கெழுக்களின் கூடுதல் மற்றும் இரட்டைபடை மூலங்களின் கெழுக்களின் கூடுதல் சமம். $2-9=11-18 \Rightarrow x=-1$ ஒரு தீர்வு	x= -1 | 2 11 -9 -18 0 -2 -9 18 2 9 -18 | 0 $2x^2+9x-18=0$ தீர்வுகள் $x=-1,-6,\frac{3}{2}$
58) $x^4-9x^2+20=0$ எனும் சமன்பாட்டை தீர்க்க.	$x^2=y$ என பிரதியிட $y^2-9y+20=0$	$y=4$ & $y=5$ $x=\pm 2$ & $x=\pm\sqrt{5}$
59) $x^3+2x^2+3x+4=0$ எனும் முப்படி சமன்பாட்டின் மூலம் α, β மற்றும் γ எனில் கீழ்க் காணும் மூலங்களைக் கொண்டு முப்படி சமன்பாடுகளை உருவாக்குக (i) $2\alpha,\ 2\beta$ மற்றும் 2γ (ii) $\frac{1}{\alpha},\ \frac{1}{\beta}$ மற்றும் $\frac{1}{\gamma}$	(i) $2\alpha, 2\beta$ மற்றும் 2γ $x=\frac{x}{2}$ என பதிலிட தேவையான சமன்பாடு $\frac{x^3}{8}+2\frac{x^2}{4}+3\frac{x}{2}+4=0$ $\times 8 \Rightarrow x^3+4x^2+12x+32=0$	(ii) $\frac{1}{\alpha},\ \frac{1}{\beta}$ மற்றும் $\frac{1}{\gamma}$ $x=\frac{1}{x}$ என பதிலிட தேவையான சமன்பாடு $\frac{1}{x^3}+\frac{2}{x^2}+\frac{3}{x}+4=0$ $4x^3+3x^2+2x+1=0$
60) $\vec{r}=(4\hat{i}-\hat{j})+t(\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k})$ மற்றும் $\vec{r}=(\hat{i}-2\hat{j}+4\hat{k})+s(-\hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k})$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.	$\vec{u}=\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$ $\vec{v}=-\hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k}$ $\cos\theta=\frac{\lvert\vec{u}\cdot\vec{v}\rvert}{\lvert\vec{u}\rvert\lvert\vec{v}\rvert}$	$\cos\theta=\frac{\lvert -1-4-4\rvert}{\sqrt{1+4+4}\sqrt{1+4+4}}=\frac{9}{9}=1$ $\theta=0^\circ$

Scanned with OKEN Scanner

61) $\frac{x+4}{3}=\frac{y-7}{4}=\frac{z+5}{5}$, $\vec{r}=4\hat{k}+t(2\hat{\imath}+\hat{\jmath}+\hat{k})$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.	$\vec{u}=3\hat{\imath}+4\hat{\jmath}+5\hat{k}$ $\vec{v}=2\hat{\imath}+\hat{\jmath}+\hat{k}$ $\cos\theta=\frac{\lvert\vec{u}\cdot\vec{v}\rvert}{\lvert\vec{u}\rvert\lvert\vec{v}\rvert}$	$\cos\theta=\frac{\lvert 6+4+5\rvert}{\sqrt{9+16+25}\sqrt{4+1+1}}$ $\cos\theta=\frac{15}{5\sqrt{2}\sqrt{6}}=\frac{3}{\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\theta=\frac{\pi}{6}$
62) $2x=3y=-z$ மற்றும் $6x=-y=-4z$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.	கோடுகள் $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-6}$ மற்றும் $\frac{x}{2}=\frac{y}{-12}=\frac{z}{-3}$ $\vec{u}=3\hat{\imath}+2\hat{\jmath}-6\hat{k}$ $\vec{v}=2\hat{\imath}-12\hat{\jmath}-3\hat{k}$	$\vec{u}\cdot\vec{v}=6-24+18=0$ $\theta=\frac{\pi}{2}$
63) $\frac{x-4}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$ மற்றும் $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-2}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் காண்க. இவ்விரு கோடுகளும் இணையானவையா அல்லது செங்குத்தானவையா எனக்காண்க.	$\vec{u}=2\hat{\imath}+1\hat{\jmath}-2\hat{k}$ $\vec{v}=4\hat{\imath}-4\hat{\jmath}+2\hat{k}$ $\cos\theta=\frac{\lvert\vec{u}\cdot\vec{v}\rvert}{\lvert\vec{u}\rvert\lvert\vec{v}\rvert}$	$\vec{u}\cdot\vec{v}=8-4-4=0$ $\theta=\frac{\pi}{2}$ இரு கோடுகளும் செங்குத்தானவை
64) $\frac{x-1}{4}=\frac{2-y}{6}=\frac{z-4}{12}$ மற்றும் $\frac{x-3}{-2}=\frac{y-3}{3}=\frac{5-z}{6}$ என்ற கோடுகள் இணையானவை என நிறுவுக.	கோடுகள் $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{-6}=\frac{z-4}{12}$ மற்றும் $\frac{x-3}{-2}=\frac{y-3}{3}=\frac{z-5}{-6}$	$\vec{u}=4\hat{\imath}-6\hat{\jmath}+12\hat{k}$ $\vec{v}=-2\hat{\imath}+3\hat{\jmath}-6\hat{k}$ $\vec{u}=-2\vec{v}$ எனவே இரு கோடுகளும் இணை
65) $\frac{x-5}{5m+2}=\frac{2-y}{5}=\frac{1-z}{-1}$ மற்றும் $x=\frac{2y+1}{4m}=\frac{1-z}{-3}$ என்ற கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனில் m-இன் மதிப்பைக் காண்க.	கோடுகள் $\frac{x-5}{5m+2}=\frac{y-2}{-5}=\frac{z-1}{+1}$ மற்றும் $\frac{x}{1}=\frac{y+\frac{1}{2}}{2m}=\frac{z-1}{+3}$ செங்குத்து எனில் $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$	$5m+2-10m+3=0$ $-5m+5=0$ $m=1$
66) $\vec{r}\cdot(2\hat{\imath}+2\hat{\jmath}+2\hat{k})=11$ மற்றும் $4x-2y+2z=15$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணத்தைக் காண்க.	$\vec{n_1}=2\hat{\imath}+2\hat{\jmath}+2\hat{k}$ $\vec{n_2}=4\hat{\imath}-2\hat{\jmath}+2\hat{k}$ $\cos\theta=\frac{\lvert\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}\rvert}{\lvert\vec{n_1}\rvert\lvert\vec{n_2}\rvert}$	$\cos\theta=\frac{\lvert 8-4+4\rvert}{\sqrt{4+4+4}\sqrt{16+4+4}}$ $\cos\theta=\frac{8}{\sqrt{12}\sqrt{24}}=\frac{8}{2\sqrt{3}\times2\sqrt{2}\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$ $\theta=\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$
67) $\vec{r}\cdot(\hat{\imath}+\hat{\jmath}-2\hat{k})=3$ மற்றும் $2x-2y+z=2$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணத்தைக் காண்க.	$\vec{n_1}=\hat{\imath}+\hat{\jmath}-2\hat{k}$ $\vec{n_2}=2\hat{\imath}-2\hat{\jmath}+\hat{k}$ $\cos\theta=\frac{\lvert\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}\rvert}{\lvert\vec{n_1}\rvert\lvert\vec{n_2}\rvert}$	$\cos\theta=\frac{\lvert 2-2-2\rvert}{\sqrt{1+1+4}\sqrt{4+4+1}}$ $\cos\theta=\frac{\lvert -2\rvert}{\sqrt{6}\sqrt{9}}=\frac{2}{3\sqrt{6}}$ $\theta=\cos^{-1}\left(\frac{2}{3\sqrt{6}}\right)$

Scanned with OKEN Scanner

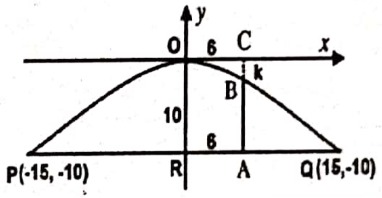
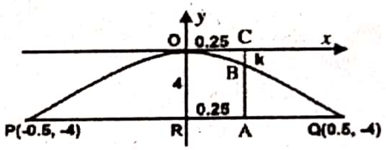
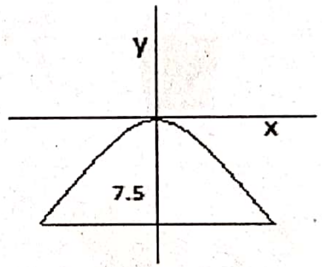
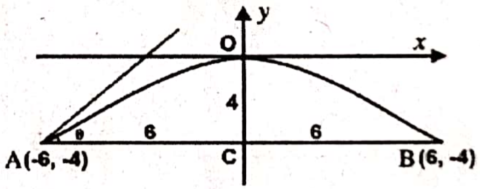
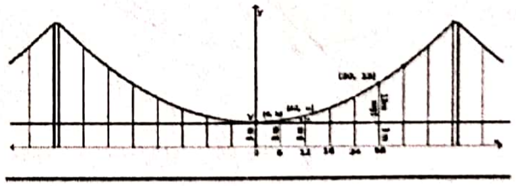
68) $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.	$\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{n} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ $sin\theta = \frac{\lvert\vec{b} \cdot \vec{n}\rvert}{\lvert b\rvert\lvert n\rvert}$	$sin\theta = \frac{\lvert 6 + 6 - 4\rvert}{\sqrt{1 + 4 + 4}\sqrt{36 + 9 + 4}}$ $sin\theta = \frac{8}{\sqrt{9}\sqrt{49}} = \frac{8}{3 \times 7}$ $\theta = sin^{-1}\left(\frac{8}{21}\right)$
69) $\vec{r} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}) + t(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $2x - y + z = 5$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.	$\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ $\vec{n} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ $sin\theta = \frac{\lvert\vec{b} \cdot \vec{n}\rvert}{\lvert b\rvert\lvert n\rvert}$	$sin\theta = \frac{\lvert 2 + 1 + 1\rvert}{\sqrt{1 + 1 + 1}\sqrt{4 + 1 + 1}}$ $sin\theta = \frac{4}{\sqrt{3}\sqrt{6}} = \frac{4}{\sqrt{18}}$ $\theta = sin^{-1}\left(\frac{4}{3\sqrt{2}}\right)$
70) $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}, 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ மற்றும் $3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் என நிரூபிக்க.	$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிபந்தனை $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$	$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன ஒரு தள வெக்டர்கள்
71) $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k},\ 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ மற்றும் $\hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில் m-இன் மதிப்பு காண்க.	$\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{c} = \hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$ ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிபந்தனை $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & m & 4 \end{vmatrix} = 0$ $2(8 - m) + 1(12 - 1) + 3(3m - 2) = 0$ $7m + 21 = 0 \implies m = -3$
72) $2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}, \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ மற்றும் $3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்களாகுமா எனக் காண்க.	$\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிபந்தனை $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$	$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன ஒரு தள வெக்டர்கள்

Scanned with OKEN Scanner

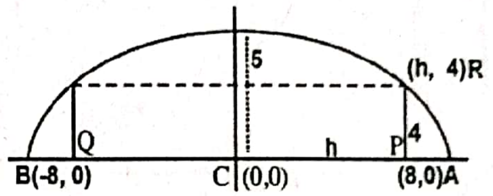
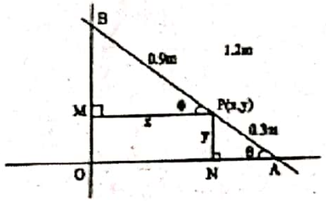
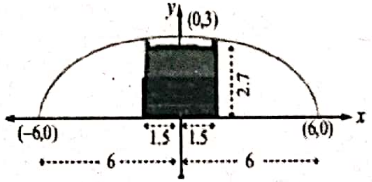
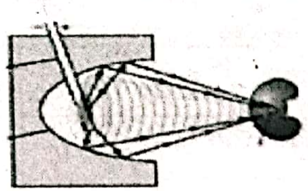
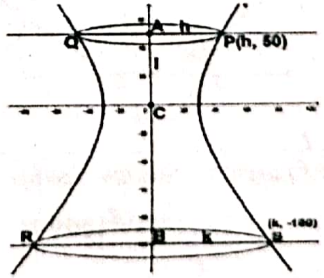
73) $a\hat{i}+a\hat{j}+c\hat{k}$, $\hat{i}+\hat{k}$ மற்றும் $c\hat{i}+c\hat{j}+b\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில் a மற்றும் b ஆகியவற்றின் பெருக்குச் சராசரி c ஆகும் என நிரூபிக்க.	$\vec{a}=a\hat{i}+a\hat{j}+c\hat{k}$ $\vec{b}=\hat{i}+\hat{k}$ $\vec{c}=c\hat{i}+c\hat{j}+b\hat{k}$ ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிபந்தனை $[\vec{a},\vec{b}\ \ \vec{c}]=0$	$\begin{vmatrix} a & a & c \\ 1 & 0 & 1 \\ c & c & b \end{vmatrix}=0$ $c^2=ab$ a மற்றும் b ஆகியவற்றின் பெருக்குச் சராசரி c ஆகும்.
74) $(6,-7,0),(16,-19,-4),(0,3,-6),(2,-5,10)$ என்ற நான்கு புள்ளிகளும் ஒரே தளத்தில் அமையும் என நிறுவுக.	$\overrightarrow{AB}=10\hat{i}-12\hat{j}-4\hat{k}$ $\overrightarrow{AC}=-6\hat{i}+10\hat{j}-6\hat{k}$ $\overrightarrow{AD}=-4\hat{i}+2\hat{j}+10\hat{k}$	$[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}]=\begin{vmatrix} 10 & -12 & -4 \\ -6 & 10 & -6 \\ -4 & 2 & 10 \end{vmatrix}=0$ நான்கு புள்ளிகளும் ஒரே தளத்தில் அமையும்.
75) $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ என்பன மூன்று வெக்டர்கள் எனில் $[\vec{a}+\vec{c},\vec{a}+\vec{b},\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}]=[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]$ என நிறுவுக.	$\vec{p}=\vec{a}+0\vec{b}+\vec{c}$ $\vec{q}=\vec{a}+\vec{b}+0\vec{c}$ $\vec{r}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$	$[\vec{a}+\vec{c},\vec{a}+\vec{b},\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}]=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]$ $=[\vec{a},\vec{b}\ \ \vec{c}]$
76) $[\vec{a}-\vec{b},\vec{b}-\vec{c},\vec{c}-\vec{a}]=0$ என நிறுவுக.	$\vec{p}=\vec{a}-\vec{b}+0\vec{c}$ $\vec{q}=0\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ $\vec{r}=-\vec{a}+0\vec{b}+\vec{c}$	$[\vec{a}-\vec{b},\vec{b}-\vec{c},\vec{c}-\vec{a}]=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]$ $=0$
77) ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் $\vec{a}$ க்கு $\hat{i}\times(\vec{a}\times\hat{i})+\hat{j}\times(\vec{a}\times\hat{j})+\hat{k}\times(\vec{a}\times\hat{k})=2\vec{a}$ என நிறுவுக.	$\hat{i}.\hat{i})\hat{i}$ $\hat{i}.\hat{j})\hat{j}$ $\hat{i}.\hat{k})\hat{k}$	$\hat{i}\times(\vec{a}\times\hat{i})+\hat{j}\times(\vec{a}\times\hat{j})+\hat{k}\times(\vec{a}\times\hat{k})=3\vec{a}-\vec{a}$ $=2\vec{a}$

12 ஆம் வகுப்பு கணிதம்

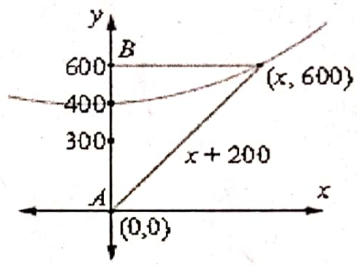
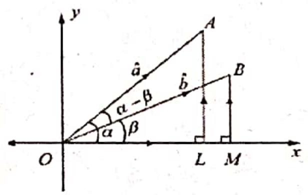
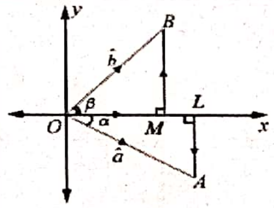
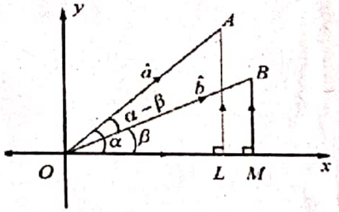
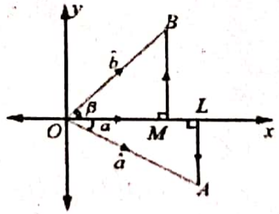
(மெல்ல கற்க்கும் மாணவர்களுக்கு 5 மதிப்பெண் வினா-விடை பயன்முறை கணக்குகள்)

1) ஒரு பாலம் பரவளைய வளைவில் உள்ளது. மையத்தில் 10மீ உயரமும் அடிப்பகுதியில் 30மீ அகலமும் உள்ளது. மையத்திலிருந்து இருபுறமும் 6மீ தூரத்தில் பாலத்தின் உயரத்தைக் காண்க.		பரவளைய சமன்பாடு $x^2 = -4ay$ $a = \frac{225}{40}$ உயரம் = 8.4 மீ
2) ஒரு நீரூற்றில் ஆதியிலிருந்து 0.5 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் அதிகபட்ச உயரம் 4மீ, நீரின் பாதை ஒரு பரவளையம் எனில் ஆதியிலிருந்து 0.75 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரத்தைக் காண்க.		பரவளைய சமன்பாடு $x^2 = -4ay$ $a = \frac{0.25}{16}$ உயரம் = 3 மீ
3) தரைமட்டத்திலிருந்துன 7.5மீ உயரத்தில் தரைக்கு இணையாகப் பொருத்தப்பட்ட ஒரு குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர் தரையைத் தொடும் பாதை ஒரு பரவளையத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மேலும் இந்தப் பரவளையப் பாதையின் முனை குழாயின் வாயில் அமைகிறது. குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5மீ கீழே நீரின் பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் நிலை குத்துக் கோட்டிற்கு 3மீ தூரத்தில் உள்ளது. எனில் குத்துக் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்பதைக் காண்க.		பரவளைய சமன்பாடு $x^2 = -4ay$ $a = \frac{9}{10}$ உயரம் = $3\sqrt{3}$ மீ
4) ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும் போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4மீ ஐ எட்டும்போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலுருந்து கிடைமட்டத்தூரம் 6 மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12 மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் காண்க.		பரவளைய சமன்பாடு $x^2 = -4ay$ $a = \frac{9}{4}$ எறிகோணம் = $\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$
5) ஒரு தொங்கு பாலத்தின் 60 மீ சாலைப்பகுதிக்கு பரவளைய கம்பி வடம் படத்தில் உள்ளவாறு பொறுத்தப்பட்டுள்ளது. செங்குத்துக் கம்பி வடங்கள் சாலைப்பகுதியில் ஒவ்வொன்றுக்கும் 6 மீ இடைவெளி இருக்குமாறு அமைக்கப்பட்டுள்ளது. முனையிலிருந்து முதல் இரண்டு செங்குத்து கம்பி வடங்களுக்கான நீளத்தைக் காண்க.		பரவளைய சமன்பாடு $x^2 = 4ay$ $4a = \frac{900}{13}$ நீளம் = 5.08 மீ

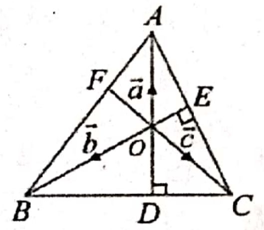
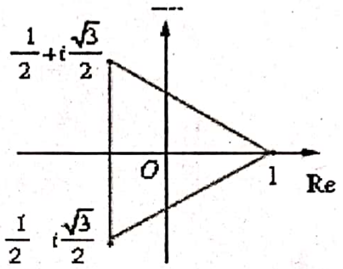
Scanned with OKEN Scanner

6) ஒரு நான்கு வழிச் சாலைக்கான மலைவழியே செல்லும் சுரங்கப்பாதையின் முகப்பு ஒரு நீள்வட்ட வடிவமாக உள்ளது. நெடுஞ்சாலையின் மொத்த அகலம் (முகப்பு அல்ல) 16 மீ. சாலையின் விளிம்பில் சுரங்கப்பாதையின் உஉஅரம் , 4மீ உயரமுள்ள சரக்கு வாகனம் செல்வதற்குத் தேவையான அளவிற்கும் முகப்பின் அதிகபட்ச உயரம் 5மீ ஆகவும் இருக்க வேண்டுமெனில் சுரங்கப்பாதையின் திறப்பின் அகலம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?		நீள்வட்ட சமன்பாடு $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $b^2 = 25$, a = 13.33 அகலம் = 26.7 மீ
7) 1.2 மீ நீளமுள்ள தடி அதன் முனைகள் எப்போதும் ஆய அச்சுகளைத் தொட்டுச் செல்லுமாறு நகருகின்றது. தடியின் x−அச்சு முனையிலிருந்து 0.3 மீ தூரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி P ன் நியமப் பாதை ஒரு நீள்வட்டம் என நிறுவுக. மேலும் அதன் மையத்தொலைத்தகவும் காண்க.		நீள்வட்ட சமன்பாடு $\frac{x^2}{0.9^2}+\frac{y^2}{0.3^2}=1$ மையத்தொலைதகவு = $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
8) ஒரு வழிப்பாதையில் உள்ள அரை நீள்வட்ட வளைவின் உயரம் 3 மீ மற்றும் அகலம் 12 மீ. ஒரு சரக்கு வாகனத்தின் அகலம் 3 மீ மற்றும் உயரம் 2.7 மீ எனில் இந்த வாகனம் வளைவின் வழி செல்ல முடியுமா?		நீள்வட்ட சமன்பாடு $\frac{x^2}{6^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$ வளைவின் உயரம் = 2.9 மீ
9) நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு $\frac{(x-11)^2}{484}+\frac{y^2}{64}=1$ (x,y மதிப்புகள் செ.மீ. இல் அளக்கப்படுகிறது) நோயாளியின் சிறுநீரக் கல் மீது அதிர்வலைகள் படுமாறு நோயாளி எந்த இடத்தில் இருக்க வேண்டும் எனக் காண்க.		$a^2 = 484$ $b^2 = 64$ $ae = \sqrt{a^2 - b^2}$ $ae = \sqrt{420} = 20.5$ செ.மீ
10) ஒரு அணு உலை குளிருட்டும் தூணின் குறுக்கு வெட்டு அதிபரவளைய வடிவில் உள்ளது. மேலும் அதன் சமன்பாடு $\frac{x^2}{30^2}-\frac{y^2}{44^2}=1$ தூண் 150மீ உயரமுடையது. மேலும் அதிபரவளையத்தின் மையத்திலுருந்து தூணின் மேல் பகுதிக்கான தூரம் மையத்திலிருந்து அடிப்பகுதிக்கு உள்ள தூரத்தில் பாதியாக உள்ளது. தூணின் மேற்பகுதி மற்றும் அடிப்பகுதியின் விட்டங்களைக் காண்க.		அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு $\frac{x^2}{30^2}-\frac{y^2}{44^2}=1$ மேற்பகுதி விட்டம் = 90.82 மீ அடிப்பகுதியின் விட்டம் = 148.98 மீ

Scanned with OKEN Scanner

11) இரு கடலோர காவல்படைத் தளங்கள் 600 கி.மீ தொலைவில் A(0,0) மற்றும் B(0,600) என்ற புள்ளிகளில் அமைந்துள்ளன. P என்ற புள்ளியில் உள்ள கப்பலிலிருந்து ஆபத்திற்கான சமிக்ஞைகள் இரு தளங்களிலும் சிறிதளவு மாறுபட்ட நேரங்களில் பெறப்படுகின்றன. அவற்றிலிருந்து கப்பல் தளம் B யை விட A க்கு 200 கி.மீ அதிக தூரத்தில் உள்ளதாக தீர்மானிக்கப்படுகிறது. எனவே அந்தக் கப்பல் இருக்கும் இடம் வழியாகச் செல்லும் அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.		$a^2 = 10000$ $b^2 = 80000$ அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு $\frac{(y-300)^2}{10000} - \frac{x^2}{80000} = 1$
12) $Cos(\alpha-\beta) = Cos\alpha Cos\beta + Sin\alpha Sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.		$\hat{a} = cos\alpha\ \hat{\imath} + sin\alpha\ \hat{\jmath}$ $\hat{b} = cos\beta\ \hat{\imath} + sin\beta\ \hat{\jmath}$ $\hat{a}\,.\,\hat{b} = \cos(\alpha-\beta)$ $\hat{a}\,.\,\hat{b} = Cos\alpha Cos\beta + Sin\alpha Sin\beta$ $Cos(\alpha-\beta) = Cos\alpha Cos\beta + Sin\alpha Sin\beta$
13) $Cos(\alpha+\beta) = Cos\alpha Cos\beta - Sin\alpha Sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.		$\hat{a} = cos\alpha\ \hat{\imath} - sin\alpha\ \hat{\jmath}$ $\hat{b} = cos\beta\ \hat{\imath} + sin\beta\ \hat{\jmath}$ $\hat{a}\,.\,\hat{b} = \cos(\alpha+\beta)$ $\hat{a}\,.\,\hat{b} = Cos\alpha Cos\beta - Sin\alpha Sin\beta$ $Cos(\alpha+\beta) = Cos\alpha Cos\beta - Sin\alpha Sin\beta$
14) $Sin(\alpha-\beta) = Sin\alpha\ Cos\beta - Cos\alpha\ Sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.		$\hat{a} = cos\alpha\ \hat{\imath} + sin\alpha\ \hat{\jmath}$ $\hat{b} = cos\beta\ \hat{\imath} + sin\beta\ \hat{\jmath}$ $\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k}\,Sin(\alpha-\beta)$ $\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k}(Sin\alpha Cos\beta - Cos\alpha Sin\beta)$ $Sin(\alpha-\beta) = Sin\alpha Cos\beta - Cos\alpha Sin\beta$
15) $Sin(\alpha+\beta) = Sin\alpha\ Cos\beta + Cos\alpha\ Sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.		$\hat{a} = cos\alpha\ \hat{\imath} - sin\alpha\ \hat{\jmath}$ $\hat{b} = cos\beta\ \hat{\imath} + sin\beta\ \hat{\jmath}$ $\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k}\,Sin(\alpha+\beta)$ $\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k}(Sin\alpha Cos\beta + Cos\alpha Sin\beta)$ $Sin(\alpha+\beta) = Sin\alpha Cos\beta + Cos\alpha Sin\beta$

Scanned with OKEN Scanner

16) ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து அவற்றிற்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவுக.		$\vec{a}\cdot\vec{c} - \vec{a}\cdot\vec{b} = 0$ $\vec{a}\cdot\vec{b} - \vec{b}\cdot\vec{c} = 0$ கூடுதல் $\vec{a}\cdot\vec{c} - \vec{b}\cdot\vec{c} = 0$ $\vec{CO}\cdot\vec{AB} = 0$
17) $1, \frac{-1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}$ மற்றும் $\frac{-1}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளாக அமையும் என நிறுவுக.		$z_1 = 1$; $z_2 = \frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$; $z_3 = \frac{-1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$ $\lvert z_1 - z_2 \rvert = \sqrt{3}$ $\lvert z_1 - z_2 \rvert = \sqrt{3}$ $\lvert z_1 - z_2 \rvert = \sqrt{3}$ பக்கங்களின் சமம், எனவே சமபக்க முக்கோணம்.
18) $\left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனக் காட்டுக.	$\frac{19+9i}{5-3i} = 2+3i$ $\frac{8+i}{1+2i} = 2-3i$	$z = (2+3i)^{15} - (2-3i)^{15}$ $\overline{z} = (2-3i)^{15} - (2+3i)^{15}$ $\overline{z} = -z$ முழுவதும் கற்பனை
19) $\left(\frac{19-7i}{9+i}\right)^{12} + \left(\frac{20-5i}{7-6i}\right)^{12}$ என்பது மெய் எண் எனக் காட்டுக	$\frac{19-7i}{9+i} = 2-i$ $\frac{20-5i}{7-6i} = 2+i$	$z = (2-i)^{12} + (2+i)^{12}$ $\overline{z} = (2+i)^{12} + (2-i)^{12}$ $\overline{z} - z$ முழுவதும் மெய் எண்
20) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{2}$ எனில் $x^2 + y^2 = 1$ எனக் காட்டுக.	$\text{Re}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = 0$ $\text{Re}\left(\frac{x+iy-1}{x+iy+1}\right) = 0$	$\text{Re}\left(\frac{x-1+iy}{x+1+iy}\right) = 0$ $x^2 + y^2 = 1$

Scanned with OKEN Scanner

21) $Im\left(\frac{2z+1}{iz+1}\right)=0$ என அமைந்தால் z-ன் நியமப்பாதை $2x^2+2y^2+x-2y=0$ எனக் காட்டுக.	$z=x+iy$ $Im\left(\frac{2(x+iy)+1}{i(x+iy)+1}\right)=0$ $Im\left(\frac{2x+1+i2y}{1-y+ix}\right)=0$	$2x^2+2y^2+x-2y=0$
22) $z=x+iy$ மற்றும் $arg\left(\frac{z-i}{z+2}\right)=\frac{\pi}{4}$ எனில், $x^2+y^2+3x-3y+2=0$ எனக் காட்டுக.	$z=x+iy$ $\arg(z-i)-\arg(z+2)=\frac{\pi}{4}$ $\arg(x+iy-i)-\arg(x+iy+2)=\frac{\pi}{4}$	$tan^{-1}\left(\frac{y-1}{x}\right)-tan^{-1}\left(\frac{y}{x+2}\right)=\frac{\pi}{4}$ $x^2+y^2+3x-3y+2=0$
23) $\frac{1+z}{1-z}=cos2\theta+isin2\theta$ எனில் $z=itan\theta$ என நிறுவுக.	$\frac{1+z}{1-z}=e^{i2\theta}=e^{i\theta}\times e^{i\theta}$ $\frac{1+z}{1-z}=\frac{e^{i\theta}}{e^{-i\theta}}$	$\frac{1+z}{1-z}=\frac{cos\theta+isin\theta}{cos\theta-isin\theta}$ $\frac{1+z}{1-z}=\frac{1+itan\theta}{1-itan\theta}$ $z=itan\theta$
24) $z_1, z_2,$ மற்றும் z_3 என்ற மூன்று கலப்பெண்கள் $\|z_1\|=1,\ \|z_2\|=2,\ \|z_3\|=3,$ மற்றும் $\|z_1+z_2+z_3\|=1$ என்றவாறு உள்ளது எனில் $\|9z_1z_2+4z_1z_3+z_2z_3\|=6$ என நிறுவுக.	$z_1=\frac{1}{\bar{z}_1}$; $z_2=\frac{4}{\bar{z}_2}$; $z_3=\frac{9}{\bar{z}_3}$ $\left\|\frac{1}{\bar{z}_1}+\frac{4}{\bar{z}_2}+\frac{9}{\bar{z}_3}\right\|=1$	$\left\|\frac{\ldots+9\overline{z_1z_2}}{\bar{z}_3}\right\|=1$ $\|9z_1z_2+4z_1z_3+z_2z_3\|=6$
25) $\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma=0$ எனில் (i) $\cos3\alpha+\cos3\beta+\cos3\gamma=3cos(\alpha+\beta+\gamma)$ (ii) $\sin3\alpha+\sin3\beta+\sin3\gamma=3\sin(\alpha+\beta+\gamma)$ என நிறுவுக.	$a=cis\alpha$ $b=cis\beta$ $c=cis\gamma$ $a+b+c=0$ $a^3+b^3+c^3=3abc$	$Cis3\alpha+Cis3\beta+Cis3\gamma=3Cis(\alpha+\beta+\gamma)$ மெய் மற்றும் கற்பனை என் பகுதிகளை ஒப்பிட (i) $\cos3\alpha+\cos3\beta+\cos3\gamma=3cos(\alpha+\beta+\gamma)$ (ii) $\sin3\alpha+\sin3\beta+\sin3\gamma=3\sin(\alpha+\beta+\gamma)$
26) $z=\cos\theta+\sin\theta$ எனில், $z^n+\frac{1}{z^n}=2\cos n\theta$ மற்றும் $z^n-\frac{1}{z^n}=2\sin n\theta$ என நிறுவுக.	$z^n=\cos n\theta+i\sin n\theta \rightarrow (1)$ $\frac{1}{z^n}=\cos n\theta-i\sin n\theta \rightarrow (2)$	$(1)+(2) \Rightarrow z^n+\frac{1}{z^n}=2\cos n\theta$ $(1)-(2) \Rightarrow z^n-\frac{1}{z^n}=2i\sin n\theta$

Scanned with OKEN Scanner

<table>
<tr>
<td>27) $2\cos\alpha = x+\frac{1}{x}$ மற்றும் $2\cos\beta = y+\frac{1}{y}$, எனக்கொண்டு. கீழ்க்காண்பவைகளை நிறுவுக.
(i) $\frac{x}{y}+\frac{y}{x} = 2\cos(\alpha-\beta)$
(ii) $xy-\frac{1}{xy} = 2i\sin(\alpha+\beta)$
(iii) $\frac{x^m}{y^n}-\frac{y^n}{x^m} = 2i\sin(m\alpha-n\beta)$
(iv) $x^my^n+\frac{1}{x^my^n} = 2\cos(m\alpha+n\beta)$</td>
<td>$x = cos\alpha + isin\alpha = cis\alpha$
$y = cos\beta + isin\beta = cis\beta$
i) $\frac{x}{y}+\frac{y}{x} = cis(\alpha-\beta)+\frac{1}{cis(\alpha-\beta)}$
$= \cos(\alpha-\beta)$
ii) $xy-\frac{1}{xy} = cis(\alpha+\beta)-\frac{1}{cis(\alpha+\beta)}$
$= 2i\sin(\alpha+\beta)$</td>
<td>(iii) $\frac{x^m}{y^n}-\frac{y^n}{x^m}$
$= cis(m\alpha-n\beta)-\frac{1}{cis(m\alpha-n\beta)}$
$= 2i\sin(m\alpha-n\beta)$
(iv) $x^my^n+\frac{1}{x^my^n}$
$= cis(m\alpha+n\beta)+\frac{1}{cis(m\alpha+n\beta)}$
$= 2\cos(m\alpha+n\beta)$</td>
</tr>
<tr>
<td>28) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $(z-1)^3+8=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $-1,\ 1-2\omega, 1-2\omega^2$ எனக் காட்டுக.</td>
<td>$(z-1)^3 = -8 = (-2)^3$
$\left(\frac{z-1}{-2}\right)^3 = 1$
$\frac{z-1}{-2} = 1$ /</td>
<td>$z-1 = -2\{1, \omega, \omega^2\}$
மூலங்கள் $= -1,\ 1-2\omega, 1-2\omega^2$</td>
</tr>
<tr>
<td>29) $\sqrt[4]{-1}$ –ன் மதிப்புகள் $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1\pm i)$ என நிறுவுக.</td>
<td>$z = \sqrt[4]{-1}$
$z^4 = -1 = i^2$
$z^2 = \pm i = \pm\frac{2i}{2}$</td>
<td>$z^2 = \frac{1+i^2\pm 2i}{2}$
$z^2 = \frac{(1\pm i)^2}{2}$
$z = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}(1\pm i)$</td>
</tr>
</table>

Scanned with OKEN Scanner

30) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ **எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு** $\frac{1}{3}$ **எனில், சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.**	$\frac{1}{3}$ | 6 -5 -38 -5 6 | 0 2 -1 -13 -6 3 | 6 -3 -39 -18 0 | 0 18 45 18 -2 | 6 15 6 0 | 0 -12 -6 $\frac{-1}{2}$ | 6 3 0 | 0 -3 6 0	**தீர்வுகள்** $\frac{1}{3}$, 3 , $\frac{-1}{2}$, -2
31) தீர்க்க: $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$	| 6 -35 62 -35 6 2 | 0 12 -46 32 -6 | 6 -23 16 -3 0 $^1/_2$ | 0 3 -10 3 | 6 -20 6 0 3 | 0 18 -6 | 6 -2 0 $^1/_3$ | 0 2 | 6 0	**தீர்வுகள்** 2 , $\frac{1}{2}$, 3, $\frac{1}{3}$
32) $x^2 + px + q = 0$ மற்றும் $x^2 + p'x + q' = 0$ ஆகிய இரு சமன்பாடுகளும் ஒரு பொதுவான மூலம் இருப்பின், அம் மூலம் $\frac{pq' - p'q}{q - q'}$ அல்லது $\frac{q - q'}{p' - p}$ எனக் காட்டுக.	α பொது மூலம் எனில் $\alpha^2 + p\alpha + q = 0$ $\alpha^2 + p'\alpha + q' = 0$ $\begin{matrix} p & q & 1 & p \\ p' & q' & 1 & p' \end{matrix}$	$\frac{\alpha^2}{pq' - qp'} = \frac{\alpha}{q - q'} = \frac{1}{p' - p}$ $\alpha = \frac{pq' - p'q}{q - q'}$ அல்லது $\alpha = \frac{q - q'}{p' - p}$
33) $2 + i$ மற்றும் $3 - \sqrt{2}$ ஆகியவை $x^6 - 13x^5 + 62x^4 - 126x^3 + 65x^2 + 127x - 140 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் அனைத்து மூலங்களையும் காண்க.	மற்ற மூலங்கள் $2 - i, 3 + \sqrt{2}$ $\sum 1 = 13$ மற்றும் $\sum 6 = -140$ $\alpha + \beta = 3$ மற்றும் $\alpha\beta = -4$	**தேவையான மூலங்கள்** $-1, 4,\quad 2 \pm i,\quad 3 \pm \sqrt{2}$

Scanned with OKEN Scanner

34) $1+2i$ மற்றும் $\sqrt{3}$ ஆகியவை $x^6-3x^5-5x^4+22x^3-39x^2-39x+135=0$ என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையின் இரு பூச்சியமாக்கிகள் எனில் அனைத்து பூச்சியமாக்கிகளையும் கண்டறிக.	மற்ற மூலங்கள் $1-2i, -\sqrt{3}$ $\sum 1 = 3$ மற்றும் $\sum 6 = 135$ $\alpha+\beta = 1$ மற்றும் $\alpha\beta = -9$	**தேவையான மூலங்கள்** $1 \pm 2i$, $\pm\sqrt{3}$, $\frac{1\pm\sqrt{37}}{2}$
35) தீர்க்க: $8x^{\frac{3}{2n}} - 8x^{\frac{-3}{2n}} = 63$	$x^{\frac{3}{2n}} - x^{\frac{-3}{2n}} = \frac{63}{8}$ $x^{\frac{3}{2n}} - \frac{1}{x^{\frac{3}{2n}}} = \frac{63}{8}$	$x^{\frac{3}{2n}} - \frac{1}{x^{\frac{3}{2n}}} = 8 - \frac{1}{8}$ $x^{\frac{3}{2n}} = 8 \Rightarrow x = 4^n$
36) தீர்க்க: $2\sqrt{\frac{x}{a}} + 3\sqrt{\frac{a}{x}} = \frac{b}{a} + \frac{6a}{b}$	$2\sqrt{\frac{x}{a}} + 3\sqrt{\frac{a}{x}} = \frac{b}{a} + \frac{6a}{b}$ $\div\sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{\frac{2x}{3a}} + \sqrt{\frac{3a}{2x}} = \frac{b}{\sqrt{6}a} + \frac{\sqrt{6}a}{b}$	$\sqrt{\frac{2x}{3a}} = \frac{b}{\sqrt{6}a}$ மற்றும் $\sqrt{\frac{3a}{2x}} = \frac{\sqrt{6}a}{b}$ $x = \frac{b^2}{4a}$ மற்றும் $x = \frac{9a^3}{b^2}$
37) $(0,1,-5)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் மற்றும் $\vec{r} = (\hat{\imath}+2\hat{\jmath}-4\hat{k}) + s(2\hat{\imath}+3\hat{\jmath}+6\hat{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (\hat{\imath}-3\hat{\jmath}+5\hat{k}) + t(\hat{\imath}+\hat{\jmath}-\hat{k})$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையாக உள்ளதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.	$\vec{a} = o\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$ $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு $(\vec{r}-\vec{a})\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = 0$ $\vec{r}\cdot(9\vec{i} - 8\vec{j} + \vec{k}) = -13$	கார்டீசியன் சமன்பாடு $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x-0 & y-1 & z+5 \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$ $9x - 8y + z = -13$
38) $(2,3,6)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{1}$ மற்றும் $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+1}{-3}$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையானதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.	$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 1\vec{k}$ $\vec{v} = 2\vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k}$ துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு $(\vec{r}-\vec{a})\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = 0$ $\vec{r}\cdot(\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}) = 20$	கார்டீசியன் சமன்பாடு $\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z-6 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & -5 & -3 \end{vmatrix} = 0$ $x - 2y + 4z = 20$

Scanned with OKEN Scanner

<table>
<tr>
<td>39) $(1,-2,4)$என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $x+2y-3z=11$என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் $\frac{x+7}{3}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</td>
<td>$\vec{a}=\vec{\imath}-2\vec{\jmath}+4\vec{k}$
$\vec{u}=1\vec{\imath}+2\vec{\jmath}-3\vec{k}$
$\vec{v}=3\vec{\imath}-\vec{\jmath}+\vec{k}$
துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு
$(\vec{r}-\vec{a})\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=0$
$\vec{r}\cdot(\vec{\imath}+10\vec{\jmath}+7\vec{k})=9$</td>
<td>கார்டீசியன் சமன்பாடு
$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix}=0$
$\begin{vmatrix} x-1 & y+2 & z-4 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}=0$
$x+10y+7z=9$</td>
</tr>
<tr>
<td>40) $\vec{r}=(\hat{\imath}-\hat{\jmath}+3\hat{k})+t(2\hat{\imath}-\hat{\jmath}+4\hat{k})$என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\vec{r}\cdot(\hat{\imath}+2\hat{\jmath}+\hat{k})=8$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தானதுமான தளத்தின் துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</td>
<td>$\vec{a}=\vec{\imath}-\vec{\jmath}+3\vec{k}$
$\vec{u}=2\vec{\imath}-\vec{\jmath}+4\vec{k}$
$\vec{v}=\vec{\imath}+2\vec{\jmath}+\vec{k}$
துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு
$\vec{r}=\vec{a}+s\vec{u}+t\vec{v}$
$\vec{r}=\vec{\imath}-\vec{\jmath}+3\vec{k}+s(2\vec{\imath}-\vec{\jmath}+4\vec{k})$
$+t(\vec{\imath}+2\vec{\jmath}+\vec{k})$</td>
<td>கார்டீசியன் சமன்பாடு
$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix}=0$
$\begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}=0$
$9x-2y-5z+4=0$</td>
</tr>
<tr>
<td>41) $(-1,2,0)$, $(2,2,-1)$என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்வதும் $\frac{x-1}{1}=\frac{2y+1}{2}=\frac{z+1}{-1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் உள்ள தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.</td>
<td>$\vec{a}=-\vec{\imath}+2\vec{\jmath}+0\vec{k}$
$\vec{b}=2\vec{\imath}+2\vec{\jmath}-\vec{k}$
$\vec{v}=\vec{\imath}+1\vec{\jmath}-1\vec{k}$
துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு
$\vec{r}=\vec{a}+s(\vec{b}-\vec{a})+t\vec{v}$
$\vec{r}=-\vec{\imath}+2\vec{\jmath}+0\vec{k}+s(3\vec{\imath}+0\vec{\jmath}-\vec{k})$
$+t(\vec{\imath}+\vec{\jmath}-\vec{k})$</td>
<td>துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு
$(\vec{r}-\vec{a})\cdot((\vec{b}-\vec{a})\times\vec{c})=0$
$\vec{r}\cdot(\vec{\imath}+2\vec{\jmath}+3\vec{k})=3$
கார்டீசியன் சமன்பாடு
$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix}=0$
$\begin{vmatrix} x+1 & y-2 & z-0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=0$
$x+2y+3z=3$</td>
</tr>
</table>

Scanned with OKEN Scanner

42) (2,2,1) ,(9,3,6)ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லக்கூடியதும் $2x + 6y + 6z = 9$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = 9\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$$

$$\vec{v} = 2\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}$$

துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t\vec{v}$$

$\vec{r} = (2\vec{i} + 2\vec{j} + k$:)

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x - 2 & y - 2 & z - 1 \\ 7 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 6 \end{vmatrix} = 0$$

$$3x + 4y - 5z - 9 = 0$$

43) (2,2,1) ,(1,−2,3)என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும்(2,1,−3) மற்றும்(−1,5,−8) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$$

$$\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$$

துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t\vec{v}$$

$\vec{r} = (2\vec{i} + 2\vec{j} + k$:)

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x - 2 & y - 2 & z - 1 \\ -1 & -4 & 2 \\ 3 & -4 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$12x - 11y - 16z + 14 = 0$$

44) (3,6,−2) ,(−1,−2,6)மற்றும்(6,4,−2)ஆகிய ஒரே கோட்டிலமையாத மூன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் துணையலகு, துணையலகு அல்லாதவெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

$$\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}$$

$$\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$$

$$\vec{c} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$$

துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t(\vec{c} - \vec{a})$$

$\vec{r} = (2\vec{i} + 6\vec{j} - 2k$:$) + t(3\vec{i} - 2\vec{j})$

துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot \left((\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{c} - \vec{a})\right) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}) = 16$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x - 3 & y - 6 & z + 2 \\ -4 & -8 & 8 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$2x + 3y + 4z = 16$$

Scanned with OKEN Scanner

45) $\vec{r} = (6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + s(-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + t(-5\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k})$ என்ற தளத்தில் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.	$\vec{a} = 6\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ $\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ $\vec{v} = -5\vec{i} - 4\vec{j} - 5\vec{k}$ துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ $\vec{r} \cdot (3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}) = 6$	கார்டீசியன் சமன்பாடு $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$ $\begin{vmatrix} x - 6 & y + 1 & z - 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -5 & -4 & -5 \end{vmatrix} = 0$ $3x + 5y - 7z = 6$
46) கிராமர் விதியை பயன்படுத்தி தீர்க்க: $\frac{3}{x} - \frac{4}{y} - \frac{2}{z} - 1 = 0$; $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} - 2 = 0$ மற்றும் $\frac{2}{x} - \frac{5}{y} - \frac{4}{z} + 1 = 0$	$\frac{1}{x} = a$; $\frac{1}{y} = b$; $\frac{1}{z} = c$ $3a - 4b - 2c = 1$ $a + 2b + c = 2$ $2a - 5b - 4c = -1$	$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -4 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & -4 \end{vmatrix} = -15 \neq 0$ $\Delta_a = -15$; $\Delta_b = -5$; $\Delta_c = -5$ $x = 1, y = 3, z = 3$
47) λ மற்றும் μ இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $2x + 3y + 5z = 9$; $7x + 3y - 5z = 8$ and $2x + 3y + \lambda z = \mu$ என்ற சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.	$[A/B] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 7 & 3 & -5 & 8 \\ 2 & 3 & \lambda & \mu \end{bmatrix}$ $[A/B] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 0 & -15 & -45 & -47 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 & \mu - 9 \end{bmatrix}$	i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது $\lambda = 5, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) \neq \rho(A/B)$ ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் $\lambda \neq 5, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 3$ iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும். $\lambda = 5, \mu = 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = 2 < 3$
48) λ, μ- இன் எம்மதிப்புகளுக்கு $x + 2y + z = 7$, $x + y + \lambda z = \mu$, $x + 3y - 5z = 5$ என்ற சமன்பாடுகள் **(i)** யாதொரு தீர்வும் பெற்றிறாது **(ii)** ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் **(iii)** எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளை பெற்றிருக்கும் என்பதனைஆராய்க.	$[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & \lambda & \mu \\ 1 & 3 & -5 & 5 \end{bmatrix}$ $[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & -6 & -2 \\ 0 & 0 & \lambda - 7 & \mu - 9 \end{bmatrix}$	i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது $\lambda = 7, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) \neq \rho(A/B)$ ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் $\lambda \neq 7, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 3$ iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும். $\lambda = 7, \mu = 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = 2 < 3$

Scanned with OKEN Scanner

49) k -ன் எம்மதிப்புகளுக்கு பின்வரும் சமன்பாடு தொகுப்பு $kx-2y+z=1,$ $x-2ky+z=-2$ $x-2y+kz=1$ (i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளை பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.	$[A/B]=\begin{bmatrix} k & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2k & 1 & -2 \\ 1 & -2 & k & 1 \end{bmatrix}$ $[A/B]=\begin{bmatrix} 1 & -2 & k & 1 \\ 1 & -2k & 1 & -2 \\ k & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ $[A/B]=\begin{bmatrix} 1 & -2 & k & 1 \\ 0 & -2k+2 & 1-k & -3 \\ 0 & 0 & (k-1)(k+2) & k+2 \end{bmatrix}$	i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது $k=1 \Rightarrow \rho(A) \neq \rho(A/B)$ ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் $k \neq 1, k \neq -2 \Rightarrow \rho(A)=\rho(A/B)=3$ iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும். $k=-2 \Rightarrow \rho(A)=\rho(A/B)=2<3$
50) λ- ன் எம்மதிப்பிற்கு $x+y+3z=0,\ 4x+3y+\lambda z=0,$ $2x+y+2z=0$- ன் என்ற தொகுப்பிற்கு (i) வெளிப்படைத் தீர்வு (ii) வெளிப்படையற்ற தீர்வு கிடைக்கும்.	$[A/B]=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & \lambda & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ $[A/B]=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & \lambda & 0 \end{bmatrix}$ $[A/B]=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda-8 & 0 \end{bmatrix}$	(i) வெளிப்படைத் தீர்வு $\lambda \neq 8 \Rightarrow \rho(A)=\rho(A/B)=3$ (ii) வெளிப்படையற்ற தீர்வு கிடைக்கும் $\lambda=8 \Rightarrow \rho(A)=\rho\left(\frac{A}{B}\right)=2<3$

12 ஆம் வகுப்பு கணிதம்

(மெல்ல கற்க்கும் மாணவர்களுக்கு எளிதான 2 மற்றும் 3 மதிப்பெண் வினா-விடைகள்)

1) $a*b=\frac{a-1}{b-1}$, $a,b\in Q$ எனில் * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளதா எனக் காண்க.	$b=1$ எனில் $b-1=0$ $a*b=\frac{a-1}{0}$; வரையறுக்கப் படாதது	எனவே * ஆனது Q-ன் மீது அடைவு பண்பை நிறைவு செய்யாது. ஆனால் $Q-\{1\}$ இல் * அடைவு பண்பை நிறைவு செய்யும்
2) $a*b=a+3ab-5b^2$; $a,b\in Z$ எனில் * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளதா எனக் காண்க.	$a=1$ மற்றும் $b=-2$ எனில் $a*b=1+3(1)(-2)-5(-2)^2$ $=1-6-20=-25\in Z$	எனவே * ஆனது Z-ன் மீது அடைவு பண்பை நிறைவுசெய்யும்.
3) $a*b=a^b$; $a,b\in N$ எனில் * ஆனது (i) அடைவு பண்பு (ii) பரிமாற்று பண்பு (iii) சேர்ப்பு பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்யுமா என சரிபார்க்க.	(i) அடைவு பண்பு $2,3\in N$ எனில் $2^3=8\in N$ எனவே அடைவு பண்பு உண்மை (ii) பரிமாற்று பண்பு $a*b=2^3=8$ $b*a=3^2=9$ $a*b\neq b*a$ பரிமாற்று பண்பு இல்லை	(iii) சேர்ப்பு பண்பு $a*(b*c)=a*b^c=a^{b^c}$ $(a*b)*c=a^b*c=a^{bc}$ $a*(b*)\neq(a*b)*c$ சேர்ப்பு பண்பு நிறைவு செய்யாது
4) R இன் மீது $a*b=a\sqrt{b}$ என வரையருக்கப்பட்டிருக்கும் * ஒரு ஈருறுப்பு செயலியா என சரிபார்க்க.	$a=2$ மற்றும் $b=-1$ $a*b=2\sqrt{-1}=2i\notin R$	எனவே * ஆனது R-இல் ஈருறுப்பு செயலி அல்ல.
5) $A=\{a+\sqrt{5}b\,;a,b\epsilon Z\}$ எனில் வழக்கமான பெருக்கல் செயலி A-இன் மீது ஒரு ஈருறுப்பு செயலியா என பரிசோதிக்கவும்.	$x=a+\sqrt{5}b$ $y=c+\sqrt{5}d$	$xy=(a+\sqrt{5}b)(c+\sqrt{5}d)$ $xy=(ac+5bd)+\sqrt{5}(ad+bc)$ $x,y\in A\ \Rightarrow\ xy\in A$ பெருக்கல் ஒரு ஈருறுப்பு செயலி ஆகும்
6) $A=\begin{bmatrix}0&1\\1&1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix}$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே வகையான பூலியன் அணிகள் எனில், $A\vee B, A\wedge B$ காண்க.	$A\vee B=\begin{bmatrix}0&1\\1&1\end{bmatrix}\vee\begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix}$ $=\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}$	$A\wedge B=\begin{bmatrix}0&1\\1&1\end{bmatrix}\wedge\begin{bmatrix}1&1\\0&1\end{bmatrix}$ $=\begin{bmatrix}0&1\\0&1\end{bmatrix}$

Scanned with OKEN Scanner

7) சமனி உறுப்பு ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது என நிறுவுக.	$(S,*)$ இல் e_1, e_2 என்பன இரு சமனி உறுப்புகள் என்க.	e_1 சமனி உறுப்பு எனில் $e_2 * e_1 = e_1 * e_2 = e_2 \rightarrow (1)$ e_2 சமனி உறுப்பு எனில் $e_1 * e_2 = e_2 * e_1 = e_1 \rightarrow (2)$ (1) , (2) இலிருந்து $e_1 = e_2$
8) எதிர்மறை உறுப்பின் ஒருமைத்தன்மையை நிறுவுக.	a இன் எதிமறை உறுப்புகள் a_1 , a_2 என்க. a இன் எதிர்மறை a_1 எனில் $a * a_1 = a_1 * a = e \rightarrow (1)$	a இன் எதிர்மறை a_2 எனில் $a * a_2 = a_2 * a = e \rightarrow (2)$ (1) , (2) இலிருந்து $a_1 = a_2$
9) * என்ற ஈருறுப்பு செயலி Q-ன் மீது $a * b = \left(\frac{a+b}{2}\right)$; $\forall a, b \in Q$ என வரையறுக்கப்பட்டால் *ஆனது அடைவுப் பண்பு, பரிமாற்று பண்பு, சேர்ப்பு பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்கிறதா எனச் சோதிக்கவும்.	(i) அடைவு பண்பு $a * b = \left(\frac{a+b}{2}\right)$; $\forall a, b \in Q$ எனவே அடைவு பண்பு உண்மை (ii) பரிமாற்று பண்பு $a * b = \left(\frac{a+b}{2}\right) = b * a$ $a * b = b * a$ பரிமாற்று பண்பு உண்மை	iii) சேர்ப்பு பண்பு $a * (b * c) = \frac{2a+b+c}{4}$ $(a * b) * c = \frac{a+b+2c}{4}$ $a * (b *) \neq (a * b) * c$ சேர்ப்பு பண்பு நிறைவு செய்யாது
10) * என்ற ஈருறுப்பு செயலி Q-ன் மீது $a * b = \left(\frac{a+b}{2}\right)$; $\forall a, b \in Q$ என வரையறுக்கப்பட்டால் *ஆனது சமனிப் பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்கிறதா எனச் சோதிக்கவும்.	**சமனிப் பண்பு** $a * e = e * a = a$ என்றவாறு சமனி உறுப்பு இல்லை	**எதிர்மறை பண்பு** எதிர்மறை உறுப்பும் இல்லை

11) $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ **என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.**

தீர்வு:

p	q	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

12) $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$ **என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.**

தீர்வு:

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\neg(p \leftrightarrow q)$	$\neg q$	$p \leftrightarrow \neg q$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	F	T	F	T
F	F	T	F	T	F

$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

13) $q \rightarrow p \equiv \neg p \rightarrow \neg q$ **என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.**

தீர்வு:

p	q	$q \rightarrow p$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$
T	T	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

$q \rightarrow p \equiv \neg p \rightarrow \neg q$

Scanned with OKEN Scanner

14) டிமார்கன் விதி: (i)

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

p	q	p∧q	¬(p∧q)	¬p	¬q	¬p∨¬q
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

15) டிமார்கன் விதி: (ii)

$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

p	q	p∨q	¬(p∨q)	¬p	¬q	¬p∧¬q
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T

$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

16) $p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$ என்ற சமானமான பண்பை நிரூபிக்க.

தீர்வு:

p	q	p↔q	p→q	q→p	(p→q)∧(q→p)
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$

17) $\neg(p \to q) \equiv p \wedge \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

p	q	p→q	¬(p→q)	¬q	p∧¬q
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	F

$\neg(p \to q) \equiv p \wedge \neg q$

18) $p \to q$ மற்றும் $q \to p$ ஆகியவைகள் சமானமற்றவை எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

p	q	p→q	q→p
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	T

$p \to q \not\equiv q \to p$

19) மெய்அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$ என்ற கூற்றுகள் தர்க்க சமானமானவை எனச் சோதிக்கவும்.

தீர்வு:

p	q	p∨q	¬(p∨q)	¬p	¬p∧q	¬(p∨q)∨(¬p∧q)
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	F	F
F	T	T	F	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T

$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q) \equiv \neg p$

20) $((p \vee q) \wedge \neg p) \to q$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க.

தீர்வு:

p	q	p∨q	¬p	(p∨q)∧¬q	((p∨q)∧¬q)→q
T	T	T	F	F	T
T	F	F	F	F	T
F	T	F	T	T	T
F	F	F	T	F	T

$((p \vee q) \wedge \neg p) \to q$ என்பது மெய்மம்

21) $(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க.

தீர்வு:

p	q	p∧q	p∨q	¬(p∨q)	(p∧q)∧¬(p∨q)
T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F

$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது முரண்பாடு

22) $(p \to q) \leftrightarrow (\neg p \to q)$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க.

தீர்வு:

p	q	p→q	¬p	¬p→q	(p→q)↔(¬p→q)
T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	F	F

$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது நிச்சயமின்மை

23) Z-இன் மீது ⊗ என்ற செயலி $m \otimes n = m^n + n^m$; $\forall\, m,n \in Z$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது அடைவு பண்பை நிறைவு செய்யுமா என சரிபார்க்க.	$m = -1$, $n = 2$ எனில் $m^n = (-1)^2 = 1 \in Z$ $n^m = (2)^{-1} = \frac{1}{2} \notin Z$ $\Rightarrow m \otimes n \notin Z$ எனவே அடைவு விதியை நிறைவு செய்யாது	
24) R இன் மீது * ஆனது $a * b = a + b + ab - 7$ என வரையறுக்கப்பட்டால் *, R இன் மீது அடைவு பண்பு பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில், $3 * \left(\frac{-7}{15}\right)$ காண்க.	$a, b \in R$ $\Rightarrow a + b \in R$, $ab \in R$ $\Rightarrow a * b \in R$, * ஆனது அடைவு பண்பை பெற்றுள்ளது $3 * \left(\frac{-7}{15}\right) = 3 + \left(\frac{-7}{15}\right) + 3\left(\frac{-7}{15}\right) - 7$ $= \frac{-7}{15} - \frac{21}{15} - 4 = \frac{-88}{15}$	
25) $f(x) = x^2(1-x)^2$, $x \in [0,1]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் 'c' -ன் மதிப்பைக் கணக்கிடுக.	$[0,1]$-ல் f(x) தொடர்ச்சியானது $(0,1)$-ல் f(x) வகையிடத்தக்கது $f(0) = f(1) = 0$ ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம்.	$f'(x) = 2x(1-x)^2 - 2x^2(1-x)$ $= 2x(1-x)(1-2x)$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \in (0,1)$
26) $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் மதிப்பைக் காண்க.	$\left[\frac{1}{2}, 2\right]$-ல் f(x) தொடர்ச்சியானது $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$-ல் f(x) வகையிடத்தக்கது $f(0) = f(1) = \frac{5}{2}$ ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம்.	$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ $f'(x) = 0$ $\Rightarrow x = 1 \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$
27) $f(x) = \left\|\frac{1}{x}\right\|$, $x \in [-1,1]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் காண்க.	$f(0) = \frac{1}{0} = \infty$ $[-1,1]$-ல் f(x) தொடர்ச்சியானது அல்ல	ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது
28) $f(x) = tan\,x$, $x \in [0,\pi]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் காண்க.	$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = tan\frac{\pi}{2} = \infty$ $[0,\pi]$-ல் f(x) தொடர்ச்சியானது அல்ல	ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது
29) $f(x) = x - x^2$, $1 \le x \le 2$ என்ற சார்பிற்கு (1,2) என்ற இடைவெளியில் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் மதிப்பைக் காண்க.	$[1,2]$-ல் f(x) தொடர்ச்சியானது $(1,2)$-ல் f(x) வகையிடத்தக்கது $f(1) = 0$ & $f(2) = -2$ லெக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம்.	$f'(x) = 1 - 2x$ $f'(x) = \frac{f(2)-f(1)}{2-1}$ $\Rightarrow x = \frac{3}{2} \in (1,2)$

Scanned with OKEN Scanner

30) $f(x) = (x-2)(x-7)\,, x \in [3,11]$ என்ற சார்பிற்கு லெக்ரஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் முனைப்புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நாணுக்கு இணையான தொடுகோட்டின் தொடும் புள்ளியின் x-மதிப்பு காண்க.	$[3,11]$-ல் f(x) தொடர்ச்சியானது $(3,11)$-ல் f(x) வகையிடத்தக்கது $f(3) = -4$ & $f(11) = 36$ லெக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம்.	$f(x) = x^2 - 9x + 14$ $f'(x) = 2x - 9$ $2x - 9 = \frac{f(11)-f(3)}{11-3} = \frac{36+4}{8} = 5$ $\Rightarrow x = 7 \in (3,11)$
31) $f(x) = \frac{1+x}{x}\,, x \in [-1,2]$ என்ற சார்பிற்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் லெக்ரஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் விளக்குக.	$f(0) = \frac{1}{0} = \infty$ $[-1,2]$-ல் f(x) தொடர்ச்சியானது அல்ல	லெக்ரஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது
32) $f(x) = \lvert 3x+1 \rvert\,, x \in [-1,3]$ என்ற சார்பிற்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் லெக்ரஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் விளக்குக.	$x = -\frac{1}{3}$ ல் f(x) வகையிடத்தக்கது அல்ல	லெக்ரஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது
33) e^x -சார்பின் மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க.	$f(x) = e^x \Rightarrow f(0) = 1$ $f^1(x) = e^x \Rightarrow f^1(0) = 1$ $f^{11}(x) = e^x \Rightarrow f^{11}(0) = 1$ $f^{111}(x) = e^x \Rightarrow f^{111}(0) = 1$	$f(x) = f(0) + \frac{f^1(0)}{1!} + \frac{f^{11}(0)}{2!} + \cdots$ $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$
34) $sinx$ -சார்பின் மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க.	$f(x) = \sin x \Rightarrow f(0) = 0$ $f^1(x) = \cos x \Rightarrow f^1(0) = 1$ $f^{11}(x) = -\sin x \Rightarrow f^{11}(0) = 0$ $f^{111}(x) = -\cos x \Rightarrow f^{111}(0) = -1$	$f^4(x) = \sin x \Rightarrow f^4(0) = 0$ $f^5(x) = \cos x \Rightarrow f^5(0) = 1$ $f(x) = f(0) + \frac{f^1(0)}{1!} + \frac{f^{11}(0)}{2!} + \cdots$ $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots$
35) $cosx$ -சார்பின் மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க.	$f(x) = \cos x \Rightarrow f(0) = 1$ $f^1(x) = -\sin x \Rightarrow f^1(0) = 0$ $f^{11}(x) = -\cos x \Rightarrow f^{11}(0) = -1$ $f^{111}(x) = \sin x \Rightarrow f^{111}(0) = 0$	$f^4(x) = \cos x \Rightarrow f^4(0) = 1$ $f(x) = f(0) + \frac{f^1(0)}{1!} + \frac{f^{11}(0)}{2!} + \cdots$ $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots$

Scanned with OKEN Scanner

36) $\cos^2 x$ -சார்பின் மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க.	$f(x) = \cos^2 x \Rightarrow f(0) = 1$ $f^1(x) = -\sin 2x \Rightarrow f^1(0) = 0$ $f^{11}(x) = -2\cos 2x \Rightarrow f^{11}(0) = -2$ $f^{111}(x) = 4\sin 2x \Rightarrow f^{111}(0) = 0$	$f^4(x) = 8\cos 2x \Rightarrow f^4(0) = 8$ $f(x) = f(0) + \frac{f^1(0)}{1!} + \frac{f^{11}(0)}{2!} + \cdots$ $\cos^2 x = 1 - x^2 + \frac{x^4}{3} - \cdots$
37) $\frac{1}{x}$ -சார்பின் டெய்லரின் விரிவைக் x=2 -ல் முதல் மூன்று பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.	$f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f(2) = \frac{1}{2}$ $f^1(x) = \frac{-1}{x^2} \Rightarrow f^1(2) = \frac{-1}{4}$ $f^{11}(x) = \frac{2}{x^3} \Rightarrow f^{11}(2) = \frac{1}{4}$ $f^{111}(x) = \frac{-6}{x^4} \Rightarrow f^{111}(2) = \frac{-3}{8}$	டெய்லரின் விரிவு $f(x) = f(a) + \frac{f^1(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{11}(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots$ $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{(x-2)}{4} + \frac{(x-2)^2}{8} - \cdots$
38) $sinx$ -சார்பின் டெய்லரின் விரிவைக் $x - \frac{\pi}{4}$ -ன் அடுக்குகளாக முதல் மூன்று பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.	$f(x) = sinx \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $f^1(x) = cosx \Rightarrow f^1\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $f^{11}(x) = -sinx \Rightarrow f^{11}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{-1}{\sqrt{2}}$	டெய்லரின் விரிவு $f(x) = f(a) + \frac{f^1(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{11}(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots$ $sinx = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[1 + \frac{1}{1!}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2!}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^2 - \cdots\right]$
39) $f(x) = x^2 - 3x + 2$ -என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் டெய்லரின் விரிவைக் $x - 1$ -ன் அடுக்குகளாக முதல் மூன்று பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.	$f(x) = x^2 - 3x + 2 \Rightarrow f(1) = 0$ $f^1(x) = 2x - 3 \Rightarrow f^1(1) = -1$ $f^{11}(x) = 2 \Rightarrow f^{11}(1) = 2$	டெய்லரின் விரிவு $f(x) = f(a) + \frac{f^1(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{11}(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots$ $f(x) = -(x-1) + (x-1)^2$
40) கணக்கிடுக: $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}$	$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3} = \frac{0}{0}$ வடிவம் லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்த	$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3} = \lim_{x\to 1} \frac{2x-3}{2x-4}$ $= \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$
41) மதிப்பிடுக: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin mx}{x}$	$\lim_{x\to 0} \frac{\sin mx}{x} = \frac{0}{0}$ லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்த	$\lim_{x\to 0} \frac{\sin mx}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{m \times \cos mx}{1} = m$

Scanned with OKEN Scanner

42) மதிப்பிடுக: $\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}$	$\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{0}{0}$ லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்த	$\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\lim_{x\to0}\frac{0+\sin x}{2x}$ $=\lim_{x\to0}\frac{\cos x}{2}=\frac{1}{2}$
43) மதிப்பிடுக: $\lim_{x\to\infty}\frac{x}{\log x}$	$\lim_{x\to\infty}\frac{x}{\log x}=\frac{\infty}{\infty}$ லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்த	$\lim_{x\to\infty}\frac{x}{\log x}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{(1/x)}$ $=\lim_{x\to\infty}x=\infty$
44) மதிப்பிடுக: $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sec x}{\tan x}$	$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sec x}{\tan x}=\frac{\infty}{\infty}$	$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sec x}{\tan x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(1/\cos x)}{(\sin x/\cos x)}$ $=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\sin x}=1$
45) மதிப்பிடுக: $\lim_{x\to0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)$	$\lim_{x\to0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)=\infty-\infty$ $\lim_{x\to0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to0}\left(\frac{x-\sin x}{x\sin x}\right)=\frac{0}{0}$	லோபிதாலின் விதிப்படி $\lim_{x\to0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to0}\left(\frac{1-\cos x}{\sin x+x\cos x}\right)=\frac{0}{0}$ $=\lim_{x\to0}\left(\frac{0+\sin x}{\cos x+\cos x-x\sin x}\right)=\frac{0}{2}=0$
46) மதிப்பிடுக: $\lim_{x\to0^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right)$	$\lim_{x\to0^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right)=\infty-\infty$ $\lim_{x\to0^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right)=\lim_{x\to0^+}\left(\frac{e^x-1-x}{x(e^x-1)}\right)=\frac{0}{0}$	லோபிதாலின் விதிப்படி $\lim_{x\to0^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1}\right)=\lim_{x\to0^+}\left(\frac{e^x-1}{e^x-1+xe^x}\right)=\frac{0}{0}$ $=\lim_{x\to0^+}\left(\frac{e^x}{e^x+e^x+xe^x}\right)=\frac{1}{2}$

Scanned with OKEN Scanner

47) $f(x) = x^2 + 3x$ என்ற சார்பிற்கு df காண்க, மற்றும் (i) $x = 2, dx = 0.1$ (ii) $x = 3, dx = 0.02$	$f(x) = x^2 + 3x$ $df = f'(x)dx$ $df = (2x + 3)dx$	(i) $x = 2, dx = 0.1$ $df = 7 \times 0.1 = 0.7$ (ii) $x = 3, dx = 0.02$ $df = 9 \times 0.02 = 0.18$
48) ஓர் எண்ணின் n-ஆம் படி மூலம் கணக்கிடும்போது ஏற்படும் சதவீதப் பிழை தோராயமாக, அந்த எண்ணின் சதவீதப் பிழையின் $\frac{1}{n}$ மடங்கு ஆகும் எனக்காட்டுக.	$y = x^{1/n}$ $logy = \frac{1}{n} logx$	$\frac{dy}{y} = \frac{1}{n} \times \frac{dx}{x}$ $\frac{dy}{y} \times 100 = \frac{1}{n} \times \left(\frac{dx}{x} \times 100\right)$ y-இன் சதவீதப் பிழை= $\frac{1}{n}$ ×(x-இன் சதவீதப்பிழை)
49) நேரியல் தோராய மதிப்பீட்டு முறைமூலம் $\sqrt{9.2}$ -ன் தோராய மதிப்பை கணிப்பான் உதவியில்லாமல் காண்க.	$f(x) = \sqrt{x}$ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$x = 9.2$ & $x_0 = 9$ எனில் $L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ $\sqrt{9.2} \approx 3 + \frac{0.2}{6} = 3.033$
50) $log_{10}{}^{e} = 0.4343$ எனக்கொண்டு $log_{10}1003$ -ன் தோராய மதிப்பைக் காண்க.	$f(x) = log_{10}x$ $f'(x) = \frac{1}{x} log_{10}e$	$x = 1003$ & $x_0 = 1000$ எனில் $L(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ $log_{10}1003 \approx 3 + \left(\frac{3}{1000}\right) \times 0.4343 = 3.0013$

Scanned with OKEN Scanner

(ஒரு மதிப்பெண் பெற முக்கியமான வாய்ப்பாடுகள்)

1) அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகள்

(i) சேர்ப்பு அணி $adj(A) = [A_{ij}]^T$

(ii) நேர்மாறு அணி $A^{-1} = \frac{1}{|A|} adjA$

(iii) செங்குத்து அணி

$AA^T = A^T A = I$ அல்லது $A^{-1} = A^T$

(iv) adjA கொடுக்கபட்டால்

$$A^{-1} = \pm \frac{1}{\sqrt{|adjA|}} adj(A)$$

$$A = \pm \frac{1}{\sqrt{|adjA|}} adj(adjA)$$

(v) கிராமரின் விதி:

$\Delta \neq 0$ தீர்வு உண்டு

$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$ & $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$

(vi) நேர்மாறு அணி முறையில் சமன்பாடு தீர்த்தல்:

$|A| \neq 0$ *மற்றும்* $X = A^{-1}B$

2) கலப்பு எண்கள்

(i) $\bar{z} = z$ எனில் z-ஒரு மெயெண்

(ii) $\bar{z} = -z$ எனில் z-ஒரு கற்பனை எண்

(iii) மட்டு $|x + iy| = \sqrt{x^2 + y^2}$

(iv) வீச்சு $arg(x + iy) = tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

(v) வர்க்க மூலம் காணல்

$$\sqrt{a+ib} = \pm\left[\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} + i\sqrt{\frac{|z|-a}{2}}\right]$$

$$\sqrt{a-ib} = \pm\left[\sqrt{\frac{|z|+a}{2}} - i\sqrt{\frac{|z|-a}{2}}\right]$$

(vi) துருவ வடிவம்: $x + iy = r(cos\theta + isin\theta)$

(vii) டிமாவரின் தேற்றம்:

$$(cos\theta + isin\theta)^n = cos(n\theta) + isin(n\theta)$$
$$(cos\theta - isin\theta)^n = cos(n\theta) - isin(n\theta)$$
$$sin\theta + icos\theta = i(cos\theta - isin\theta)$$
$$sin\theta - icos\theta = -i(cos\theta + isin\theta)$$

(viii) ω-என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில்

$$1 + \omega + \omega^2 = 0$$
$$\omega^3 = 1$$

3) சமன்பாட்டியல்

(i) ஒரு மூலம் $x + iy$ எனில் மற்றது $= x - iy$

(ii) ஒரு மூலம் $p + \sqrt{q}$ எனில் மற்றது $= p - \sqrt{q}$

(iii) ஒரு மூலம் $\sqrt{p} + \sqrt{q}$ எனில் மற்ற மூலங்கள்

$\sqrt{p} - \sqrt{q}$, $-\sqrt{p} + \sqrt{q}$, $-\sqrt{p} - \sqrt{q}$

(iv) பல்லுறுப்புக் கோவை சமன்பாட்டில் அனைத்து கெழுக்களின் கூடுதல் 0 எனில் ஒரு மூலம் = 1

(v) மூலங்கள் மெய் எனில் $b^2 - 4ac \geq 0$

மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில்

$$b^2 - 4ac = 0$$

மூலங்கள் கற்பனை எனில் $b^2 - 4ac < 0$

6.வெக்டர் இயற்கணிதம்

(i) விசை செய்த வேலை

$$w = \vec{F} \cdot \vec{d}$$

(ii) திருப்புதிறன்(திருப்பு விசை)

$$\vec{t} = \vec{r} \times \vec{F}$$

(iii) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ **ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில்**

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$$

(iv) இரு கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

$$cos\theta = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}||\vec{v}|}$$

(v) இரு தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

$$cos\theta = \frac{|\vec{n_1} \cdot \vec{n_2}|}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|}$$

(vi) கோடு மற்றும் தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

$$sin\theta = \frac{|\vec{b} \cdot \vec{n}|}{|b||n|}$$

(vii) இரு இணையான தளங்களுக்கு

இடைப்பட்ட தூரம் $= \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

(viii) ஒரு புள்ளி, இரு இணையான கோடுகள் தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s\vec{u} + t\vec{v}$$

துணையலகற்ற வெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = 0$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

(ix) இரு புள்ளிகள், ஒரு இணைகோடு தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t\vec{v}$$

துணையலகற்ற வெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot ((\vec{b} - \vec{a}) \times \vec{v}) = 0$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \end{vmatrix} = 0$$

Scanned with OKEN Scanner

(ix) மூன்று புள்ளிகள்(ஒருகோட்டிலமையாதவை) தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t(\vec{c} - \vec{a})$$

துணையலகற்ற வெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot \left((\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{c} - \vec{a})\right) = 0$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

7) வகைநுண்கணித்தின் பயன்பாடுகள்

(i) சாய்வு $m = \frac{dy}{dx} = f'(x)$

(ii) தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

(iii) செங்கோட்டின் சமன்பாடு

$$y - y_1 = \frac{-1}{m}(x - x_1)$$

(iv) இரு வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

$$tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right|$$

(v) இரு வளைவரைகள் செங்குத்தாக வெட்டிக்கொள்ளும் எனில்

$$m_1 m_2 = -1$$

(vi) தேக்க நிலைப்புள்ளி காண

$$f'(x) = 0$$

(vii) ஏறும் சார்பு(பெருகும் சார்பு) எனில்

$$f'(x) \geq 0$$

(viii) இறங்கும் சார்பு(குறையும் சார்பு)

$$f'(x) \leq 0$$

(ix) இடஞ்சார்ந்த பெருமம் எனில்

$$f''(x) \leq 0 \text{ அல்லது } \frac{d^2y}{dx^2} = -ve$$

(x) இடஞ்சார்ந்த சிறுமம் எனில்

$$f''(x) \geq 0 \text{ அல்லது } \frac{d^2y}{dx^2} = +ve$$

(xi) $(c, f(c))$ வளைவு மாற்றப் புள்ளி எனில்

$$f''(c) = 0$$

9) தொகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

(i) n-இரட்டை எண் எனில்

$$\int_0^{\pi/2} \sin^n x\,dx = \int_0^{\pi/2} \cos^n x\,dx = \frac{n-1}{n} \times \frac{n-3}{n-2} \times \ldots \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2}$$

(ii) n-ஒற்றை எண் எனில்

$$\int_0^{\pi/2} \sin^n x\,dx = \int_0^{\pi/2} \cos^n x\,dx = \frac{n-1}{n} \times \frac{n-3}{n-2} \times \ldots \frac{2}{3} \times 1$$

(iii) காமா தொகையிடல்

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax}\,dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

(iv) X-அச்சால அடைபடும் பரப்பு

$$A = \int_a^b y\,dx$$

(v) y-அச்சால் அடைபடும் பரப்பு

$$A = \int_c^d x\,dy$$

(vi) தொடர்ச்சியான பரப்பு

$$A = \left|\int_a^c f(x)\,dx\right| + \left|\int_c^b f(x)\,dx\right|$$

(vi) இடைப்பட்ட பரப்பு

$$A = \int_a^b (y_1 - y_2)\,dx \text{ அல்லது } A = \int_c^d (x_1 - x_2)\,dy$$

(vii) கன அளவு

$$V = \pi \int_a^b y^2\,dx \text{ அல்லது } V = \pi \int_c^d x^2\,dy$$

11. நிகழ்தகவு பரவல்கள்

(i) $p(x)$ நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு எனில்

$$P_i \geq 0 \;\&\; \sum p(x) = 1$$

(ii) $f(x)$ நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு எனில்

$$f(x) \geq 0 \;\&\; \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

(iii) $F(x)$ குவிப்பு பரவல் சார்பு

X-தனித்த சமவாய்ப்பு மாறி எனில்

$$F(x) = P(X \leq x)$$

X-தொடர் சமவாய்ப்பு மாறி எனில்

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$$

(iv) கணித எதிர்பார்த்தல்

$$E(X) = \sum x\,p(x) \;\&\; E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

$$E(X^2) = \sum x^2 p(x) \;\&\; E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx$$

(v)சராசரி $\bar{x} = E(X)$

(vi) பரவற்படி $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

(vii) பெர்னோலி பரவல் (ஈருறுப்பு பரவல்)

$$p(x) = nc_x p^x q^{n-x}\;;\; x = 0, 1, 2, \ldots, n$$

சராசரி $= np$ & பரவற்படி$= npq$

Scanned with OKEN Scanner

12 கணிதவியல் (VOLUME-II)

(Only for Slow Learners / 5 mark question and answer)

1) மட்டுக் கூட்டல் 5 செயலி அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி கணம் Z_5 இன் மீது $+_5$ என்ற செயலிக்கு i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.

$+_5$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை
ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை
iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை

iv) சமனிப் உறுப்பு = 0

v) எதிர்மறைப் பண்பு

0 இன் எதிர்மறை = 0
1 இன் எதிர்மறை = 4
2 இன் எதிர்மறை = 3
3 இன் எதிர்மறை = 2
4 இன் எதிர்மறை = 1

2) A={1,3,4,5,9} இன் மீது $\times_{11}$ என்ற செயலிக்கு i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.

$\times_{11}$	1	3	4	5	9
1	1	3	4	5	9
3	3	9	1	4	5
4	4	1	5	9	3
5	5	4	9	3	1
9	9	5	3	1	4

i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை
ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை
iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை

iv) சமனிப் உறுப்பு = 1

v) எதிர்மறைப் பண்பு

1 இன் எதிர்மறை = 1
3 இன் எதிர்மறை = 4
4 இன் எதிர்மறை = 3
5 இன் எதிர்மறை = 9
9 இன் எதிர்மறை = 5

3) $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} : x \in R - \{0\} \right\}$ என்க. * என்பது அணிப் பெருக்கல் எனக் கொள்க. * ஆனது M ன் மீது i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.

i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை

ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை

iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை

iv) சமனிப் பண்பு - உண்மை

$$E = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \in M$$

v) எதிர்மறைப் உறுப்பு

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \\ \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \end{pmatrix} \in M$$

Scanned with OKEN Scanner

4) $A = Q - \{1\}$ என்க. A -ன் மீது * பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. $x * y = x + y - xy$ எனில் * ஆனது A ன் மீது i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.

i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை

ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை

iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை

iv) சமனிப் பண்பு
சமனி உறுப்பு e = 0

v) எதிர்மறைப் பண்பு

x இன் எதிர்மறை $x^{-1} = \frac{-x}{1-x} \in A$

5) கொடுக்கப்பட்ட கணத்தின் மீது பின்வரும் செயலானது i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.
$m * n = m + n - mn \; ; m, n \in Z$

i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை

ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை

iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை

iv) சமனிப் பண்பு
சமனி உறுப்பு e = 0

v) எதிர்மறைப் பண்பு
எதிர்மறை உறுப்பு இல்லை

6) 42) $\neg(p \to q) \equiv p \wedge \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

p	q	p → q	¬(p → q)	¬q	p ∧ ¬q
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	F

$\neg(p \to q) \equiv p \wedge \neg q$

7) $(p \to q) \leftrightarrow (\neg p \to q)$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க.

தீர்வு:

p	q	p → q	¬p	¬p → q	(p → q) ↔ (¬p → q)
T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	F	F

$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது

நிச்சயமின்மை

8) $(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க.

தீர்வு:

p	q	p ∧ q	p ∨ q	¬(p ∨ q)	(p ∧ q) ∧ ¬(p ∨ q)
T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F

$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது முரண்பாடு

9) $((p \vee q) \wedge \neg p) \to q$ என்பது மெய்மம் அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க.

தீர்வு:

p	q	p ∨ q	¬p	(p ∨ q) ∧ ¬q	((p ∨ q) ∧ ¬q) → q
T	T	T	F	F	T
T	F	F	F	F	T
F	T	F	T	T	T
F	F	F	T	F	T

$((p \vee q) \wedge \neg p) \to q$ என்பது மெய்மம்

10) டிமார்கன் விதி: (i)
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

p	q	p ∧ q	¬(p ∧ q)	¬p	¬q	¬p ∨ ¬q
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

11) $p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$ என்ற சமானமான பண்பை நிரூபிக்க.

தீர்வு:

p	q	p ↔ q	p → q	q → p	(p → q) ∧ (q → p)
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$

Scanned with OKEN Scanner

12) $(\neg p \to r) \wedge (p \leftrightarrow q)$ இன் மெய்யட்டவணையை அமைக்கவும்.

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \to r$	$p \leftrightarrow q$	$(\neg p \to r) \wedge (p \leftrightarrow q)$
T	T	T	F	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T
T	F	T	F	T	F	F
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	F	F
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	T	F

13) $p \to (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.

p	q	r	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$p \to (\neg q \vee r)$	$\neg p$	$\neg p \vee (\neg q \vee r)$
T	T	T	F	T	T	F	T
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	F	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

$p \to (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$

14) சேர்ப்பு விதி : $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ என மெய்யட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிரூபி :

p	q	r	$q \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	F	F	F	F

$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$

15) பங்கீட்டு விதி: $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ என மெய்யட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிரூபி.

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	F	F
F	F	T	F	F	F	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

16) ஒரு தனிநிலை சார்பு -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	k	$2k$	$6k$	$5k$	$6k$	$10k$

எனில், (i) $P(2 < X < 6)$ (ii) $P(2 \le X < 5)$ (iii) $P(X \le 4)$ iv) $P(3 < X)$ காண்க.

தீர்வு:

$\sum p_i = 1$

$30k = 1$

$K = \frac{1}{30}$

i) $P(2 < X < 6) = P(3) + P(4) + P(5) = 17k = \frac{17}{30}$

ii) $P(2 \le X < 5) = P(2) + P(3) + P(4) = 13k = \frac{13}{30}$

iii) $P(X \le 4) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 14k = \frac{14}{30}$

iv) $P(3 < X) = P(4) + P(5) + P(6) = 21k = \frac{21}{30}$

Scanned with OKEN Scanner

17) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு நிகழ்தகவு நிறைசார்பானது

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	k^2	$2k^2$	$3k^2$	$2k$	$3k$

எனில் (i) k மதிப்பு (ii) $P(2 \le X < 5)$ (iii) $P(3 > X)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

i) $\sum p_i = 1$

$6k^2 + 5k - 1 = 0$

$k = \frac{1}{6}$

(ii) $P(2 \le X < 5) = P(2) + P(3) + P(4)$

$= 5k^2 + 2k = \frac{5}{36} + \frac{2}{6} = \frac{17}{36}$

(iii) $P(3 > X) = P(4) + P(5)$

$= 5k = \frac{5}{6}$

18) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள குவிவு பரவல் சார்பு F(x) -இன் தனிலை சமவாய்ப்பு மாறி X-இன் நிகழ்தவு நிறைசார்பினைக் காண்க.

$$F(x) = \begin{cases} 0 \ ; & -\infty < x < -2 \\ 0.25 \ ; & -2 \le x < -1 \\ 0.60 \ ; & -1 \le x < 0 \\ 0.90 \ ; & 0 \le x < 1 \\ 1 \ ; & 1 \le x < \infty \end{cases}$$

மேலும் i) P(X<0) மற்றும் ii) $P(X \ge -1)$ காண்க

நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு

X	-2	-1	0	1
f(x)	0.25	0.35	0.30	0.10

i) $P(X < 0) = P(-2) + P(-1)$

$= 0.25 + 0.35 \quad = 0.60$

ii) $P(X \ge -1) = P(-1) + P(0) + P(1)$

$= 0.35 + 0.30 + 0.10 \quad = 0.75$

19) $$F(x) = \begin{cases} 0 \ ; & -\infty < x < -1 \\ 0.15 \ ; & -1 \le x < 0 \\ 0.35 \ ; & 0 \le x < 1 \\ 0.60 \ ; & 1 \le x < 2 \\ 0.85 \ ; & 2 \le x < 3 \\ 1 \ ; & 3 \le x < \infty \end{cases}$$

எனக் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு தனிநிலை சவாய்ப்பு மாறியின் குவிவு பரவல் சார்பிற்கு (i) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு (ii) P(X<1) (iii) $P(X \ge 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு

X	-1	0	1	2	3
f(x)	0.15	0.20	0.25	0.25	0.15

i) $P(X < 1) = P(-1) + P(0)$

$= 0.15 + 0.20 = 0.35$

ii) $P(X \ge 2) = P(2) + P(3)$

$= 0.25 + 0.15 = 0.40$

Scanned with OKEN Scanner

20) $F(x) = \begin{cases} 0 \ ; & -\infty < x < 0 \\ \frac{1}{2} \ ; & 0 \le x < 1 \\ \frac{3}{5} \ ; & 1 \le x < 2 \\ \frac{4}{5} \ ; & 2 \le x < 3 \\ \frac{9}{10} \ ; & 3 \le x < 4 \\ 1 \ ; & 4 \le x < \infty \end{cases}$

என்பது ஒரு தனிநிலை சவாய்ப்பு மாறியின் குவிவு பரவல் சார்பு எனில் (i) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு (ii) P(X<3) (iii) $P(X \ge 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு

X	0	1	2	3	4
f(x)	$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

i) $P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2)$

$$= \frac{5}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$$

ii) $P(X \ge 2) = P(2) + P(3) + P(4)$

$$= \frac{2}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$$

21) ஒரு பால் விற்பனையகத்தில் வினியோகிக்கப்படும் பாலின் அளவு சமவாய்ப்பு மாறி X என்க. குறைந்த பட்சம் 200 லிட்டர்கள் மற்றும் அதிகபட்சம் 600 லிட்டர்களுடன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$f(x) = \begin{cases} k \ ; & 200 \le x \le 600 \\ 0 \ ; & \text{பிறமதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$

(i) k மதிப்பு காண்க. (ii) பரவல் சார்பு காண்க (iii) 300 லிட்டர்கள் மற்றும் 500 லிட்டர்களுக்கிடையே தினசரி விற்பனை இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

(i) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

$$\int_{200}^{600} k\,dx = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{400}$$

(ii) $\int_{300}^{500} \frac{1}{400}\,dx = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$

(iii) பரவல் சார்பு

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 200 \\ \frac{x}{400} - \frac{1}{2} & ; \quad 200 \le x \le 600 \\ 1 & ; \quad x > 600 \end{cases}$$

22) $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & ; \quad x \ge 0 \\ 0 & ; \quad \text{பிறமதிப்புகள்} \end{cases}$

எனும் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு உள்ள ஒரு சம்வாய்ப்பு மாறி X-க்கு சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.

சராசரி

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)dx$$

$$E(X) = \int_{0}^{\infty} x(\lambda e^{-\lambda x})dx = \frac{1}{\lambda}$$

பரவற்படி

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx$$

$$E(X^2) = \int_{0}^{\infty} x^2 (\lambda e^{-\lambda x})dx = \frac{2}{\lambda^2}$$

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

Scanned with OKEN Scanner

<table>
<tr>
<td>23) சமவாய்ப்பு மாறி X-ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} 16xe^{-4x} ; & x > 0 \\ 0 ; & x \le 0 \end{cases}$$

ஆகும். சமவாய்ப்பு மாறி X-ன் சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.</td>
<td>சராசரி

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)dx$$

$$E(X) = \int_{0}^{\infty} x(16xe^{-4x})dx = \frac{1}{2}$$</td>
<td>பரவற்படி

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\, f(x)dx$$

$$E(X^2) = \int_{0}^{\infty} x^2\,(16xe^{-4x})dx = \frac{3}{8}$$

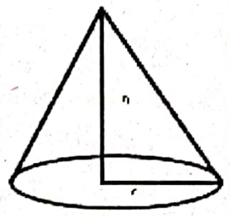
$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{1}{8}$$</td>
</tr>
<tr>
<td>24) $4P(X=4) = P(X=2)$ மற்றும் $n = 6$ எனும்படி உள்ள $X \sim B(n,p)$ -ன் பரவல், சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க.</td>
<td>$n = 6$

$4P(X=4) = P(X=2)$

$\Rightarrow p = \frac{1}{3}$ & $q = \frac{2}{3}$</td>
<td>சராசரி $= np = 6 \times \frac{1}{3} = 2$

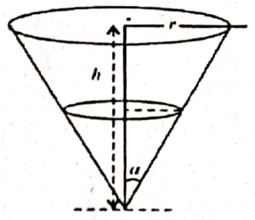
திட்டவிலக்கம் $= \sqrt{npq} = \sqrt{6 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

ஈருறுப்பு பரவல்:

$p(x) = nC_x p^x q^{n-x} = 6C_x \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{6-x}$; $n = 1,2,\ldots 6$</td>
</tr>
<tr>
<td>25) கொணரிப்பட்டையிலிருந்து நிமிடத்திற்கு 30 கன மீட்டர் வீதத்தில் கொட்டப்படும் உப்பு வட்ட வடிவ அடிமானம் கொண்ட கூம்பு வடிவம் பெறுகிறது. மேலும் கூம்பின் உயரமும் அடிமானத்தின் விட்டமும் சமமாக உள்ளது. 10 மீட்டர் உயரம் எனும்போது கூம்பின் உயரம் எவ்வேகத்தில் அதிகரிக்கும்?</td>
<td></td>
<td>$\frac{dV}{dt} = 30$ & $h = 10$

ஆரம் $r = \frac{h}{2}$

உயரம் அதிகரிக்கும் வீதம்

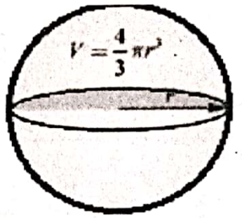
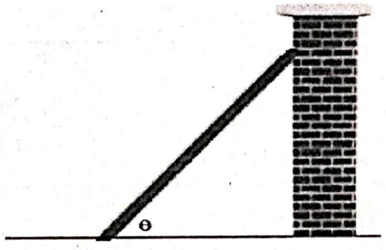
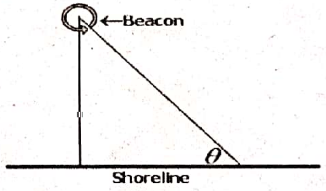
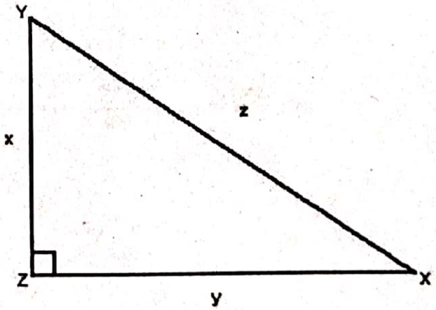
$\frac{dh}{dt} = \frac{6}{5\pi}$</td>
</tr>
<tr>
<td>26) தலைகீழாக வைக்கப்பட்ட ஒரு நேர்வட்ட கூம்பின் வடிவில் உள்ள ஒரு நீர்நிலைத் தொட்டியின் ஆழம் 12 மீட்டர் மற்றும் மேலுள்ள வட்டத்தின் ஆரம் 5 மீட்டர் என்க. நிமிடத்திற்கு 10 கன மீட்டர் வேகத்தில் நீர் பாய்ச்சப்படுகிறது எனில், 8 மீட்டர் ஆழத்தில் நீர் இருக்கும்போது நீரின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வேகம் என்ன?</td>
<td></td>
<td>$\frac{dV}{dt} = 10$ & $h = 8$

ஆரம் $r = \frac{5h}{12}$

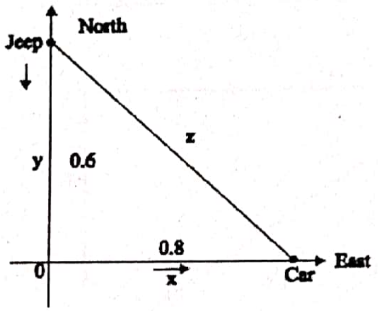
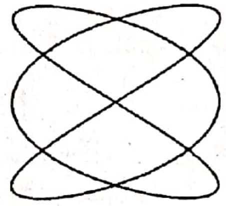
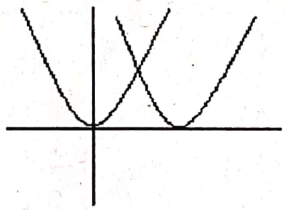
நீரின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வீதம்

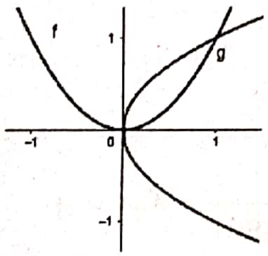
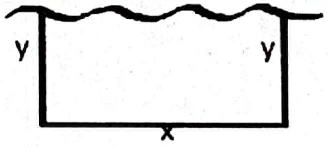
$\frac{dh}{dt} = \frac{9}{10\pi}$</td>
</tr>
</table>

Scanned with OKEN Scanner

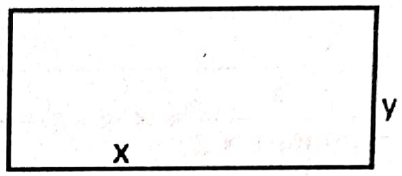
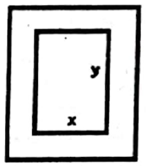
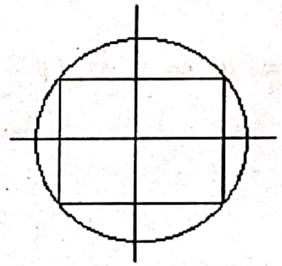
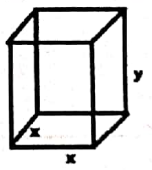
27) கோள வடிவில் உள்ள ஒரு ஊதுபையில் காற்றினை வினாடிக்கு 1000 செமீ^{3} எனும் வீதத்தில் நாம் ஊதினால் ஆரம் 7 செமீ எனும்போது ஊதுபையின் ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம் என்ன? மேலும் மேற்பரப்பு மாறுபாட்டு வீதத்தையும் கண்க்கிடுக.		$\frac{dV}{dt}=1000$ & $r=7$ ஆரத்தின் மாறுபாடு $\frac{dr}{dt}=\frac{250}{49\pi}$ மேற்பரப்பு மாறுபாடு $\frac{dS}{dt}=\frac{2000}{7}$
28) 17 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு ஏணி செங்குத்தான சுவரில் சாய்த்து வைக்கபட்டுள்ளது. ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து விலகிச் செல்லும் வீதம் வினாடிக்கு 5 மீட்டர் எனில் ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து 8 மீட்டர் தொலைவில் இருக்கும்போது, (i) அதன் உச்சி என்ன வீதத்தில் கீழ்நோக்கி இறங்கும் என்பதைக் காண்க. (ii) எந்த வீதத்தில் ஏணி , சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவற்றால் உருவாகும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மாறுகிறது?		$\frac{dx}{dt}=5$ & $x=8$ $y=15$, $\frac{dy}{dt}=\frac{-8}{3}$ பரப்பளவு மாறுவீதம் $\frac{dA}{dt}=\frac{1}{2}\left[x\frac{dy}{dt}+y\frac{dx}{dt}\right]=26.83$
29) கப்பலின் மீதுள்ள சுழலொளி விளக்கு ஒவ்வொரு 10 வினாடிகளுக்கு ஒரு முறை சுற்றுகிறது. கடற்கரையிலிருந்து 5 கிமீ தூரத்தில் கப்பல் நங்கூரமிடப்பட்டுள்ளது. அவ்விளக்கின் ஒளிக்கற்றை கடற்கரையுடன் 45° கோணத்தை ஏற்படுத்தும் போது கடற்கரையில் ஒளிக்கற்றை எவ்வளவு வேகமாக நகரும்?		$\frac{d\theta}{dt}=\frac{2\pi}{10}=\frac{\pi}{5}$ & $\theta=45^\circ$ $\tan\theta=\frac{x}{5}\Rightarrow x=5\tan\theta$ ஒளிக்கற்றை நகரும் வேகம் $\frac{dx}{dt}=2\pi\ km/\sec$
30) வடக்கிலிருந்து தெற்கே செல்லும் பாதையும் கிழக்கிலிருந்து மேற்கே செல்லும் பாதையும் P எனும் புள்ளியில் வெட்டுகிறது. வடக்கு நோக்கி செல்லும் மகிழுந்து A முதல் பாதை வழியாகச் செல்கிறது. கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் மகிழுந்து B இரண்டாவது பாதை வழியாகச் செல்கிறது. குறிப்பிட்ட நேரத்தில் மகிழுந்து A ஆனது P க்கு வடக்கே 10 கிலோ மீட்டர்கள் தொலைவில் மணிக்கு 80 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. அதே சமயத்தில் மகிழுந்து B ஆனது P க்கு கிழக்கே 15 கிலோ மீட்டர் தொலைவில் மணிக்கு 100 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. இரு மகிழுந்துகளுக்கிடையே உள்ள தூரம் எவ்வேகத்தில் மாறுகிறது?		$x=10,\ \frac{dx}{dt}=80$ கி.மீ/மணி $y=15,\ \frac{dy}{dt}=100$ கி.மீ/மணி $z^2=x^2+y^2\Rightarrow z=5\sqrt{13}$ தூர மாறுபாடு $\frac{dz}{dt}=127.6$ கி.மீ/மணி

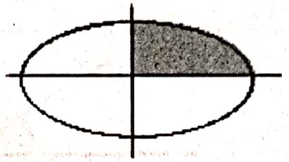
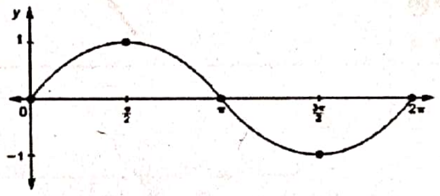
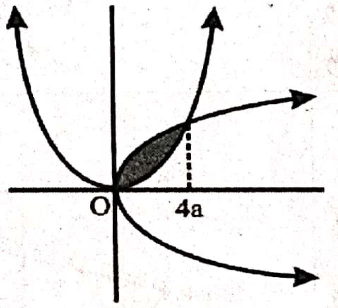
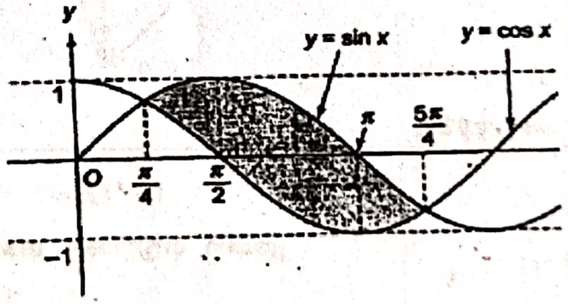
Scanned with OKEN Scanner

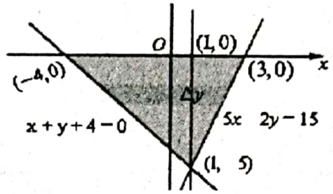
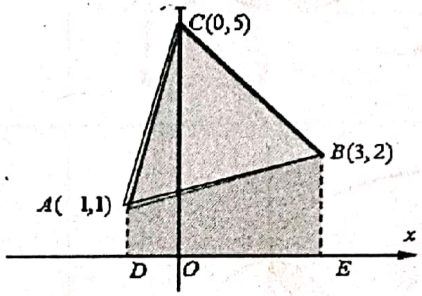
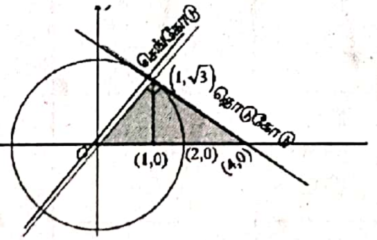
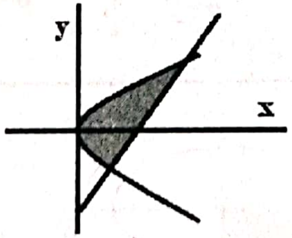
31) வட திசையில் இருந்து ஒரு செங்கோண சந்திப்பை அணுகும் ஒரு காவல்துறை வாகனம் வேகமாக சென்று திரும்பி கிழக்கு திசை நோக்கி செல்லும் ஒரு மகிழுந்தை துரத்துகிறது. சாலை சந்திப்பில் வடக்கே 0.6 கிலோ மீட்டர் தொலைவில் காவல்துறையின் வாகனமும் கிழக்கே 0.8 கிலோ மீட்டர் தொலைவில் மகிழுந்தும் உள்ள பொழுது மின்காந்த அலை கருவியின் துணை கொண்டு காவல்துறை தங்களது வாகனத்திற்கும் மகிழுந்திற்கும் இடைப்பட்ட தூரம் மணிக்கு 20 கி.மீ வேகத்தில் அதிகரிக்கிறது என தீர்மானிக்கின்றனர். காவல்துறை வாகனம் மணிக்கு 60 கிலோ மீட்டர் வேகத்தில் நகர்கிறது எனில் மகிழுந்தின் வேகம் என்ன?		$x = 0.6, \quad y = 0.8$ $\frac{dz}{dt} = 20$ கி.மீ/மணி $z^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow z = 1$ மகிழுந்தின் வேகம் $\frac{dx}{dt} = 70$ கி.மீ/மணி
32) $x = 2cos3t$ மற்றும் $y = 3\sin 2t$, $t \epsilon R$ என்ற லிசஜோஸ் வளைவரையின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.	 $m = \frac{\left(\frac{dy}{dt}\right)}{\left(\frac{dx}{dt}\right)} = \frac{6\cos 2t}{-6\sin 3t} = \frac{-\cos 2t}{\sin 3t}$	தொடுகோடு $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 3\sin 2t = \frac{-\cos 2t}{\sin 3t}(x - 2\cos 3t)$ செங்கோடு $y - y_1 = \frac{-1}{m}(x - x_1)$ $y - 3\sin 2t = \frac{\sin 3t}{\cos 2t}(x - 2\cos 3t)$
33)) $y = x^2$ மற்றும் $y = (x-3)^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடிப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.	 வெட்டும் புள்ளி $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$	சாய்வுகள் $m_1 = 3$; $m_2 = -3$ $\theta = tan^{-1}\left\lvert\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right\rvert$ $= tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

34) $y = x^2$ மற்றும் $x = y^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தினை (0,0) மற்றும் (1,1) என்ற வெட்டும் புள்ளிகளில் காண்க.	 $\theta = tan^{-1}\left\|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right\|$	$y = x^2$ $\quad$ $x = y^2$ $\frac{dy}{dx} = 2x$ $\quad$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y}$ (0,0) இல் $\theta = \frac{\pi}{2}$ (1,1) இல் $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$
35) $ax^2 + by^2 = 1$ மற்றும் $cx^2 + dy^2 = 1$ என்ற வளைவரைகள் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொண்டால் $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$ என நிறுவுக.	சாய்வு $ax^2 + by^2 = 1 \Rightarrow m_1 = \frac{dy}{dx} = \frac{-ax}{by}$ $cx^2 + dy^2 = 1 \Rightarrow m_2 = \frac{dy}{dx} = \frac{-cx}{dy}$	செங்குத்தாக வெட்டிக்கொள்ளும் எனில் $m_1 \times m_2 = -1$ $\left(\frac{-ax}{by}\right) \times \left(\frac{-cx}{dy}\right) = -1$ $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}$
36) $x^2 + 4y^2 = 8$ என்ற நீள்வட்டமும் $x^2 - 2y^2 = 4$ என்ற அதிபரவளையமும் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் என நிறுவுக.	சாய்வு $x^2 + 4y^2 = 8 \Rightarrow m_1 = \frac{dy}{dx} = \frac{-x}{4y}$ $x^2 - 2y^2 = 4 \Rightarrow m_2 = \frac{dy}{dx} = \frac{x}{2y}$	$m_1 \times m_2 = \left(\frac{-x}{4y}\right) \times \left(\frac{x}{2y}\right)$ $= \frac{-x^2}{8y^2}$ $m_1 \times m_2 = -1$ எனவே இரு வளைவரைகளும் செங்குத்தாக வெட்டிக்கொள்ளும்
37) ஒரு விவசாயி ஒரு நதியை ஒட்டிய செவ்வக மேய்ச்சல் நிலத்திற்கு வேலி அமைக்க திட்டமிட்டுள்ளார். மந்தைகளுக்கு போதுமான புல் வழங்க மேய்ச்சல் நிலம் 1,80,000 சதுர மீட்டர் பரப்பளவு இருக்க வேண்டும். ஆற்றின் குறுக்கே வேலி அமைக்கத் தேவையில்லை. வேலி அமைக்க தேவையான குறைந்தபட்ச வேலிக் கப்பியின் நீளம் என்ன?	 $xy = 180000 \Rightarrow y = \frac{180000}{x}$ சுற்றளவு $L = x + 2y = x + \frac{2 \times 180000}{x}$	$\frac{dL}{dx} = 1 - \frac{360000}{x^2}$ $\frac{d^2L}{dx^2} = +\frac{720000}{x^3}$ $\frac{dL}{dx} = 0 \Rightarrow x = 600$ & $\frac{d^2L}{dx^2} > 0$ குறைந்தபட்ச வேலி கம்பியின் நீளம்= 1200மீ

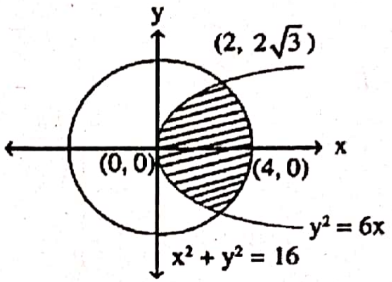
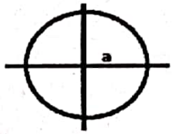
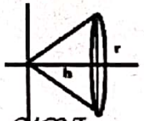
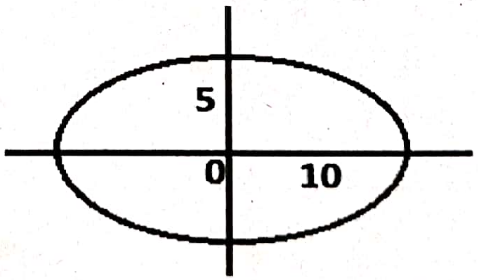
Scanned with OKEN Scanner

38) ஒரு தோட்டம் செவ்வக வடிவில் அமைக்கப்பட்டு கம்பி வேலி மூலம் பாதுகாக்கப்பட வேண்டும். 40 மீட்டர் வேலிக் கம்பி மூலம் பாதுகாக்கப்படும் தோட்டத்தின் பெரும பரப்பினைக் காண்க.	 $A = xy = x(20-x) = 20x - x^2$	$\frac{dA}{dx} = 20 - 2x$ & $\frac{d^2A}{dx^2} = -2 < 0$ $\frac{dA}{dx} = 0 \Rightarrow x = 10$ & $y = 10$ பெரும பரப்பு $A = 100\ m^2$
39) ஒரு செவ்வக வடிவிலான பக்கத்தில் 24 செமீ^{2} அளவிற்கு அச்சிடப்பட்டுள்ளது. மேற்புற மற்றும் கீழ்ப்புற ஓரங்கள் 1.5 செமீ அளவிலும் மற்ற பக்கங்களின் ஓரங்கள் 1 செமீ அளவிலும் இடைவெளி விடப்பட்டுள்ளது. காகித பக்கத்தின் குறைந்த பரப்பளவிற்கு அதன் நீள அகலங்கள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?	 $A = (x+2)(y+3)$ $A = 3x + \frac{48}{x} + 30$	$\frac{dA}{dx} = 3 - \frac{48}{x^2}$ & $\frac{d^2A}{dx^2} = \frac{96}{x^3} > 0$ $\frac{dA}{dx} = 0 \Rightarrow x = 4$ & $y = 6$ $\therefore\ x+2 = 6$ & $y+3 = 9$
40) 10 செமீ ஆரமுள்ள வட்டத்தினுள் அமைக்கப்படும் செவ்வகங்களுள் மீப்பெரு பரப்புடைய செவ்வகத்தின் பரிமாணங்களைக் காண்க.		$x = 20\cos\theta$ & $y = 20\sin\theta$ $A = (2x)(2y)$ $A = 200\sin 2\theta$ $\frac{dA}{d\theta} = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ $\therefore\ L = 2x = 10\sqrt{2}$ & $B = 2y = 10\sqrt{2}$
41) ஒரு உற்பத்தியாளர் ஒரு சதுர அடித் தளத்தையும் 108 சதுர செ.மீ வெளிப்புறப் பரப்பையும் கொண்ட திறந்த பெட்டியை வடிவமைக்க விரும்புகிறார். அதிகபட்ச கனஅளவிற்கான பெட்டியின் பரிமாணங்களைக் காண்க.	வெளிப்புற பரப்பு $A = x^2 + 4xy = 108$  $y = \frac{108 - x^2}{4x}$ கன அளவு $V = x^2y = \frac{108x - x^3}{4}$	$\frac{dV}{dx} = \frac{108 - 3x^2}{4}$ $\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{-6x}{4}$ $\frac{dV}{dx} = 0 \Rightarrow x = 6$ & $\frac{d^2V}{dx^2} = -9 < 0$ பெரும கன அளவு உள்ள பெட்டியின் பரிமாணங்கள் = 6 செமீ, 3 செமீ, 3 செமீ

42) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ என்ற நீள்வட்டதினால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பு காண்க.		பரப்பு: $A=\int_a^b y\,dx$ $=4\int_0^a y\,dx$ $=\pi ab$
43) $y=sinx$ என்ற வளைவரை x-அச்சு, கோடுகள் x=0 மற்றும் $x=2\pi$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.		பரப்பு: $A=\int_a^b y\,dx$ $=\int_0^{\pi} sinx\,dx-\int_{\pi}^{2\pi} sinx\,dx$ $=4$
44) $y^2=4x$ மற்றும் $x^2=4y$ என்ற பரவளையங்களால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பு காண்க		வெட்டும் புள்ளிகள்: (0,0), (4,4) இடைப்பட்ட பரப்பு: $A=\int_a^b [y_U-y_L]\,dx$ $=\frac{16}{3}$
45) $y=cosx$ மற்றும் $y=sinx$ என்ற வளைவரைகள் $x=\frac{\pi}{4}$ மற்றும் $x=\frac{5\pi}{4}$ என்ற கோடுகள் ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.		இடைப்பட்ட பரப்பு $A=\int_a^b [y_U-y_L]\,dx$ $=\int_{\pi/4}^{5\pi/4} [sinx-cosx]\,dx$ $=2\sqrt{2}$

46) கோடுகள் $5x-2y=15$, $x+y+4=0$ மற்றும் x அச்சு ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை தொகையிடல் மூலம் காண்க.	 கோடுகள் வெட்டும் புள்ளி = (1,-5)	கோடுகள் x-அச்சை சந்திக்கும் புள்ளிகள் = (3,0), (-4,0) பரப்பு $A = \left\|\int_{-4}^{1} y\ dx\right\| + \left\|\int_{1}^{3} y\ dx\right\|$ $= \frac{35}{2}$
47) $(-1,1),(3,2),(0,5)$ என்பன A,B மற்றும் C-யின் புள்ளிகள் எனில் முக்கோணம் ABC ஆல் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை தொகையிடலைப் பயன்படுத்திக் காண்க.		நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடுகள் $y = 4x+5$ $y = -x+5$ $y = \frac{1}{4}(x+5)$ பரப்பு $A = \int_{-1}^{0}(4x+5)\ dx + \int_{0}^{3}(-x+5)\ dx - \frac{1}{4}\int_{0}^{\pi}(x+5)\ dx$ $= \frac{15}{2}$
48) $x^2+y^2=4$ என்ற வட்டத்தில் $(1,\sqrt{3})$ எனும் புள்ளியில் தொடுகோடு, செங்கோடு மற்றும் x-அச்சு ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி காண்க.		தொடுகோட்டின் சமன்பாடு $x + y\sqrt{3} = 4$ செங்கோட்டின் சமன்பாடு $y = \sqrt{3}x$ பரப்பு $A = \int_{0}^{1} y\ dx + \int_{1}^{4} y\ dx = 2\sqrt{3}$
49) பரவளையம் $y^2 = x$ மற்றும் கோடு $y = x-2$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.		y-அச்சு எல்லை y= -1,2 இடைப்பட்ட பரப்பு $A = \int_{c}^{d}[x_R - x_L]\ dy$ $= \int_{-1}^{2}[y+2-y^2]\ dy = \frac{9}{2}$

Scanned with OKEN Scanner

50) $x^2 + y^2 = 16$ என்ற வட்டத்திற்கும் $y^2 = 6x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் பொதுவான அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.		வெட்டும் புள்ளிகள் $= (2, 2\sqrt{3}), (2, -2\sqrt{3})$ இடைப்பட்ட பரப்பு $A = \int_c^d [x_R - x_L]\, dy$ $= \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left[\sqrt{16 - y^2} - \frac{y^2}{6}\right] dy$ $= \frac{4}{3}(4\pi + \sqrt{3})$
51) ஆரம் a உடைய கோளத்தின் கன அளவைக் காண்க.(தொகையிடல் மூலம்)	 எல்லை : $x = -a$ *முதல்* $x = a$ *வரை* வட்டம்: $x^2 + y^2 = a^2$ $y^2 = a^2 - x^2$	கன அளவு $V = \pi \int_{-a}^{a} y^2 dx = \pi \int_{-a}^{a} (a^2 - x^2) dx$ $V = \frac{4}{3}\pi a^3$
52) ஆரம் r மற்றும் உயரம் h உடைய கோள வடிவ தொப்பியின் கன அளவைக் காண்க(தொகையிடல் மூலம்)	 எல்லை : $x = 0$ *முதல்* $x = h$ *வரை* நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = \frac{r}{h}x$	*கன அளவு* $V = \pi \int_0^h y^2 dx$ $= \pi \int_0^h \frac{r^2}{h^2} x^2\, dx = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
53) ஒரு தர்பூசணியானது நீள்வட்ட திண்ம வடிவில் உள்ளது. இந்த நீள்வட்ட திண்மத்தை பெற நெட்டச்சின் நீளம் 20செ.மீ மற்றும் குற்றச்சின் நீளம் 10செ.மீ கொண்ட நீள்வட்டத்தை நெட்டச்சைப் பொருத்து சுழற்ற வேண்டும் எனில் தர்பூசணியின் கன அளவை தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி காண்க.		நீள்வட்டம் $\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$ $y^2 = 25\left(1 - \frac{x^2}{100}\right)$ கன அளவு $V = \pi \int_{-10}^{10} y^2\, dx = \frac{1000}{3}\pi$

Scanned with OKEN Scanner

54) நுண்ணுயிர்களின் பெருக்கத்தில், பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் பெருக்க வீதமானது அதில் காணப்படும் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதமாக உள்ளது. இப்பெருக்கத்தால் 5 மணி நேர முடிவில் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை மும்மடங்காகிறது எனில், 10 மணி நேர முடிவில் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கை என்னவாக இருக்கும்?	$\frac{dA}{dt}=kA$ $A=Ce^{kt}$	$t=0\ ;\ \Rightarrow\ C=A_0$ $t=5\ ;\ \Rightarrow\ e^{5k}=3$ $t=10\ ;\ \Rightarrow\ A=9A_0$
55) ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை வளர்ச்சி வீதம் t நேரத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையின் விகிதமாக உள்ளது. மேலும் நகரத்தின் மக்கள் தொகை 40 ஆண்டுகளில் 3,00,000 லிருந்து 4,00,000 ஆக அதிகரித்துள்ளது எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் t- நேரத்தில் அந்நகரத்தின் மக்கள் தொகையைக் காண்க.	$\frac{dA}{dt}=kA$ $A=Ce^{kt}$	$t=0\Rightarrow C=3,00,000$ $t=40\Rightarrow k=\frac{1}{40}\log\left(\frac{4}{3}\right)$ $A=3,00,000\left(\frac{4}{3}\right)^{t/40}$
56) வருடத்திற்கு 5% தொடர் கூட்டு வீதத்தில் ஒருவர் ரூபாய் 10,000 த்தை வங்கி கணக்கில் முதலீடு செய்கிறார். 18 மாதங்களுக்குப் பின்னர் அவர் வங்கிக் கணக்கில் எவ்வளவு தொகை இருக்கும்?	$\frac{dA}{dt}=kA$ $A=Ce^{0.05t}$	$t=0\ ;\Rightarrow C=10,000$ $t=1.5;\Rightarrow A=10,000\,e^{0.075}$
57) ஒரு மாதிரியில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்கள் சிதைவுறும் வீதமானது அந்நேரத்தில் அந்த மாதிரியில் காணப்படும் அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 100 ஆண்டு கால இடைவெளியில் ஒரு மாதிரியில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் 10% சிதைவுறுகிறது. 1000 ஆண்டுகள் முடிவில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் எவ்வளவு மீதமிருக்கும்?	$\frac{dA}{dt}=kA$ $A=Ce^{kt}$	$t=0\ ;\Rightarrow C=100$ $t=100\ ;\ e^{100k}=\frac{9}{10}$ $t=1000;\Rightarrow A=\frac{9^{10}}{10^8}\ \%$
58) ஆரம்பத்தில் ஒரு கதிரியக்க ஐசொடோப்பின் நிறை 200 மி.கி. ஆகும். 2 வருடங்களுக்குப் பின்னர் அதன் நிறை 150 மி.கி. ஆக உள்ளது. t-நேரத்தில் மீதமுள்ள ஐசோடோப்பின் நிறைக்கான சமன்பாட்டைக் காண்க. அதன் அரை அயுட்காலம் எவ்வளவு? (ஒரு குறிப்பிட்ட கதிரியக்க ஐசோடோப்பின் ஆரம்ப அளவு பாதியாகக் குறைய ஆகும் கால அளவு அரை ஆயுட் காலம் எனப்படும்)	$\frac{dA}{dt}=kA$ $A=Ce^{kt}$	$t=0\Rightarrow\ C=200\ \ \&\ t=2\Rightarrow k=\frac{-1}{2}\log\left(\frac{4}{3}\right)$ $A(t)=200e^{\frac{-t}{2}\log\left(\frac{4}{3}\right)}$ & $t=\frac{2\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log\left(\frac{4}{3}\right)}$

Scanned with OKEN Scanner

59) வெப்பநிலை $25^{\circ}C$ ஆக உள்ள ஒரு அறையில் வைக்கப்பட்டுள்ள நீரின் வெப்பநிலை $100^{\circ}C$ ஆகும். 10 நிமிடங்களில் நீரின் வெப்பநிலை $80^{\circ}C$ ஆகக் குறைந்து விடுகிறது எனில், (i) 20 நிமிடங்களுக்குப் பின்னர் நீர்ன் வெப்பநிலை வெப்பநிலை (ii) $40^{\circ}C$ ஆக இருக்கும் போது நேரம் காண்க.	$\frac{dT}{dt}=k(T-25)$ $T=25+Ce^{kt}$	$t=0 \Rightarrow C=75$ $t=20\,\text{min} \Rightarrow T=65.33^{\circ}C$ $T=40^{\circ}C \Rightarrow t=51.89\,\text{min}$
60) ஒரு பாத்திரத்தில் $100^{\circ}C$ வெப்பநிலையில் கொதித்துக் கொண்டிருக்கும் நீரானது t=0 எனும் நேரத்தில் அடுப்பின் மீது இருந்து இறக்கி குளிர்வதற்காக சமையலறையில் வைக்கப்படுகிறது. 5 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு நீரின் வெப்பநிலை $80^{\circ}C$ஆகக் குறைகிறது. மேலும் அடுத்த 5 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு நீரின் வெப்பநிலை $65^{\circ}C$ ஆக குறைகிறது எனில் சமையலறையின் வெப்பநிலைக் காண்க.	$\frac{dT}{dt}=k(T-S)$ $T=S+Ce^{kt}$	$t=0 \Rightarrow C=100-S$ $t=5 \Rightarrow e^{5k}=\frac{80-S}{100-S}$ சமையலறையின் வெப்பநிலை $S=20^{\circ}C$
61) ஒரு துப்பறிவாளர் ஒரு கொலைக்கான புலன் விசாரணையின் போது, ஒருவரின் உயிரற்ற உடலை சரியாக பிற்பகல் 8 மணிக்கு காண்கிறார். முன்னெச்சரிக்கயாக துப்பறிவாளர் அவ்வுடலின் வெப்பநிலையை $70^{\circ}F$ எனக் குறித்துக் கொள்கிறார். 2 மணி நேரம் கழித்து அந்த உடலின் வெப்பநிலை $60^{\circ}F$ ஆக இருப்பதைக் காண்கிறார். உடல் இருந்த அறையில் வெப்பநிலை $50^{\circ}F$ ஆகும் , மற்றும் இறப்பதற்கு முன்பு அந்நபரின் உடல் வெப்பநிலை $98.6^{\circ}F$ எனில் அந்நபர் கொலை செய்யப்பட்ட நேரம் என்னவாக இருந்திருக்கும்?	$\frac{dT}{dt}=k(T-50)$ $T=50+Ce^{kt}$	$t=0;\Rightarrow C=20$ $t=2 \Rightarrow k=\frac{1}{2}\log\left(\frac{1}{2}\right)$ அந்நபர் இறந்த நேரம் மாலை 5:30 மணி
62) ஒரு தொட்டியில் உள்ள 1000 லிட்டர் நீரில் 100 கிராம் உப்பு கரைந்துள்ளது. பிரைன் என்பது அடர்ந்த அடர்த்திக் கொண்ட உப்புக் கரைசலாகும். வழக்கமாக சோடியம் குளோரைடு கரைசலாகும். பிரைன் ஒரு நிமிடத்திற்கு 10 லிட்டர் வீதம் உட்புகுத்தப்படுகிறது. மேலும், ஒவ்வொரு லிட்டர் நீரிலும் 5 கிராம் உப்பு கரந்துள்ளது. தொட்டியில் உள்ள நீரானது தொடர்ந்து கலக்கப்பட்டு சீராக வைக்கப்பட்டுள்ளது. பிரைன் ஒரு நிமிடத்திற்கு 10 லிட்டர் வீதம் வெளியேறுகிறது. t-நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவைக் காண்க.	$\frac{dx}{dt}=IN-OUT$ $\frac{dx}{dt}=50-0.01x$ $x=5000+Ce^{-0.01t}$	$t=0\,;\,C=-4900$ t-நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவு $x=5000-4900e^{-0.01t}$

Scanned with OKEN Scanner

<table>
<tr>
<td>63) ஆரம்பத்தில் ஒரு தொட்டியில் 50 லிட்டர் தூய்மையான தண்ணீர் உள்ளது. தொடக்க நேரம் t=0 -ல் ஒரு லிட்டர் நீரில் 2 கிராம் வீதம் கரைக்கப்பட்ட உப்புக் கரைசலானது ஒரு நிமிடத்திற்கு 3 லிட்டர் வீதம் தொட்டியில் விடப்படுகிறது. இக்கலவையானது தொடர்ந்து கலக்கப்பட்டு சீராக வைக்கப்படுகிறது. மேலும் அதே நேரத்தில் நன்கு கலக்கப்பட்ட இக்கலவையானது அதே வீதத்தில் தொட்டியிலிருந்து வெளியேறுகிறது. t > 0 எனும் ஏதேனும் ஒரு நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவினைக் காண்க.</td>
<td>$\frac{dx}{dt} = IN - OUT$
$\frac{dx}{dt} = 6 - \frac{3}{50}x$
$x = 100 + Ce^{\frac{-3t}{50}}$</td>
<td>$t = 0\ ;\ C = -100$
t-நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவு
$x = 100 - 100e^{-\frac{3t}{50}}$</td>
</tr>
<tr>
<td>64) மின்தடை மற்றும் தன் மின் தூண்டல் கொண்ட ஒரு மின் சுற்றின் மின் இயக்கு விசையின் சமன்பாடு $E = Ri + L\frac{di}{dt}$ ஆகும். இங்கு E என்பது மின் சுற்றுக்கு கொடுக்கப்படும் மின் இயக்கு விசை, R என்பது மின்தடை மற்றும் L என்பது தன் மின் தூண்டல் எண் ஆகும். $E = 0$ எனும்போது t நேரத்தில், மின்சாரம் i-ஐக் காண்க.</td>
<td>$E = Ri + L\frac{di}{dt}$
$\frac{di}{dt} + \left(\frac{R}{L}\right)i = \frac{E}{L}$
இங்கு $P = \frac{R}{L}$ & $Q = \frac{E}{L}$</td>
<td>$I.F. = e^{\int Pdt} = e^{\frac{R}{L}t}$
பொது தீர்வு
$i(IF) = \int Q(IF)dt + C$
$i = \frac{E}{R} + Ce^{-\frac{R}{L}t}$
$E = 0 \Rightarrow i = Ce^{-\frac{R}{L}t}$</td>
</tr>
<tr>
<td>65) நிறை M உடைய ஒரு தானியங்கி இயந்திரத்தின் இயக்கியால் உருவாக்கப்படும் மாறாத விசை F எனில் அதனுடைய திசைவேகம் V என்பது $M\frac{dV}{dt} = F - kV$, எனும் சமன்பாட்டால் குறிக்கப்படுகிறது. K என்பது மாறிலியாகும். $t = 0$ எனும்போது $V = 0$ எனில் $V = \frac{F}{k}\left(1 - e^{\frac{-kt}{M}}\right)$ என நிரூபிக்க.</td>
<td>$M\frac{dV}{dt} = F - kV$
மாறிகள் பிரிக்கும் வகை
$\int \frac{1}{\left(\frac{F}{k} - V\right)}dV = \int \frac{k}{M}dt$</td>
<td>பொதுத் தீர்வு;
$-log\left(\frac{F}{k} - V\right) = \frac{k}{M}t + C$
$V = 0$ & $t = 0 \Rightarrow C = -log\frac{F}{k}$
$\therefore V = \frac{F}{k}\left(1 - e^{\frac{-kt}{M}}\right)$</td>
</tr>
<tr>
<td>66) $u = sin^{-1}\left[\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right]$, எனில்
$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}tanu$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.</td>
<td>$f(x,y) = \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = sinu$
f என்பது படி $n = \frac{1}{2}$ உடைய சமபடித்தான சார்பு
ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி
$x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = n\,f$</td>
<td>$x\frac{\partial(sinu)}{\partial x} + y\frac{\partial(sinu)}{\partial y} = \frac{1}{2}sinu$
$xcosu\frac{\partial u}{\partial x} + ycosu\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2}sinu$
$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}tanu$</td>
</tr>
</table>

Scanned with OKEN Scanner

67) $u(x,y) = \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x+y}}$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.	$u(x,y) = \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x+y}}$ f என்பது படி $n = \frac{3}{2}$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு	ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = n\,f$ $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2}u$
68) $v(x,y) = log\left[\frac{x^2+y^2}{x+y}\right]$, ல் $x\frac{\partial v}{\partial x} + y\frac{\partial v}{\partial y} = 1$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.	$f(x,y) = \frac{x^2+y^2}{x+y} = e^v$ f என்பது படி $n = 1$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு	ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = n\,f$ $x\frac{\partial (e^v)}{\partial x} + y\frac{\partial (e^v)}{\partial y} = 1 \times e^v$ $x\frac{\partial v}{\partial x} + y\frac{\partial v}{\partial y} = 1$
69) $f(x,y) = x^3 - 2x^2y + 3xy^2 + y^3$ என்ற சார்பு சமபடித்தானது என நிறுவுக. f-இன் படியைக் கணக்கிட்டு f-க்கு ஆய்லரின் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.	$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^3 f(x,y)$ f என்பது படி $n = 3$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு	$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 - 4xy + 3y^2$ $\frac{\partial f}{\partial y} = -2x^2 + 6xy + 3y^2$ $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = 3\,f$
70) $w(x,y,z) = \log\left(\frac{5x^3y^4+7y^2xz^4-75y^3z^4}{x^2+y^2}\right)$ எனில் $x\frac{\partial w}{\partial x} + y\frac{\partial w}{\partial y} + z\frac{\partial w}{\partial z}$ -ஐக் காண்க.	$f = \frac{5x^3y^4+7y^2xz^4-75y^3z^4}{x^2+y^2} = e^w$ f என்பது படி $n = 5$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு	ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} + z\frac{\partial f}{\partial z} = n\,f$ $x\frac{\partial (e^w)}{\partial x} + y\frac{\partial (e^w)}{\partial y} + z\frac{\partial (e^w)}{\partial z} = 5(e^w)$ $x\frac{\partial w}{\partial x} + y\frac{\partial w}{\partial y} + z\frac{\partial w}{\partial z} = 5$

Scanned with OKEN Scanner

71) $f(x,y) = tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ என்ற சார்பிற்கு f_x, f_y காண்க. மேலும் $f_{xy} = f_{yx}$ எனக் காட்டுக.	$f_x = \frac{y}{x^2+y^2}$ $f_{xy} = \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2} \rightarrow (1)$	$f_y = \frac{-x}{x^2+y^2}$ $f_{yx} = \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2} \rightarrow (2)$ $f_{xy} = f_{yx}$
72) $u = sec^{-1}\left(\frac{x^3-y^3}{x+y}\right)$ எனில் $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 2cotu$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.	$f(x,y) = \frac{x^3-y^3}{x+y} = secu$ f என்பது படி $n = 2$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு	ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} = n\,f$ $x\frac{\partial(secu)}{\partial x} + y\frac{\partial(secu)}{\partial y} = 2secu$ $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2}{tanu} = 2cotu$

Scanned with OKEN Scanner