

12

ஆம் வகுப்பு

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்]

அரசு பொதுத்தேர்வு மார்ச் - 2024

PART - III

கணிதம்

(விடைகளுடன்)

பதிவு எண்

--	--	--	--	--

[மொத்த மதிப்பெண்கள்: 90

- அறிவுரைகள்:** (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாகப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.
- (2) நீலம் அல்லது கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிக்கோடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

- குறிப்பு:** (i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.
- (ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள நான்கு மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

20 × 1 = 20

1. நீள்வட்டத்தின் அரைக்குற்றச்சு OB, F மற்றும் F' குவியங்கள் மற்றும் FBF' ஒரு செங்கோணம் எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு காண்க.
- (அ) $\frac{1}{4}$ (ஆ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (இ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (ஈ) $\frac{1}{2}$
2. $\hat{i} + \hat{j}, \hat{i} + 2\hat{j}, \hat{i} + \hat{j} + \pi\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு :
- (அ) π (ஆ) $\frac{\pi}{2}$ (இ) $\frac{\pi}{4}$ (ஈ) $\frac{\pi}{3}$
3. $u(x, y) = e^{x^2+y^2}$, எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ -ன் மதிப்பு :
- (அ) x^2u (ஆ) $e^{x^2+y^2}$ (இ) y^2u (ஈ) $2xu$
4. கழித்தலின் கீழ் பின்வரும் கணம் அடைவு பெறவில்லை .
- (அ) N (ஆ) R (இ) Q (ஈ) Z

5. A என்பது 3×3 வரிசையுடைய பூச்சியமற்றக் கோவை அணி மேலும் $|A| = 5$ எனில் $|A^{-1}| =$
- (அ) 5^2 (ஆ) 5 (இ) $\frac{1}{5^2}$ (ஈ) $\frac{1}{5}$
6. $y = (x - 1)^3$ என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்றப் புள்ளி :
- (அ) (1,0) (ஆ) (0,0) (இ) (1,1) (ஈ) (0,1)
7. ஒரு கல்லானது செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. t நேரத்தில் அது அடைந்த உயரம் $x = 80t - 16t^2$. கல் அதிகபட்ச உயரத்தை t வினாடி நேரத்தில் அடைந்தால் t ஆனது
- (அ) 3 (ஆ) 2 (இ) 3.5 (ஈ) 2.5
8. x -ன் அனைத்து மதிப்பிற்கும் $f'(x) > 0$ என்க. மேலும் $g(x) = \log(f(x))$, எனில் $dg =$
- (அ) $\frac{1}{f(x)} dx$ (ஆ) $\frac{1}{f(x)} f'(x) dx$
- (இ) $\frac{1}{x} dx$ (ஈ) $\frac{1}{x} f(x) dx$
9. $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x-1}$ என வரையறுக்கப்படும் சார்பின் சார்பகம் :
- (அ) [0, 1] (ஆ) [1, 2]
- (இ) [-1, 0] (ஈ) [-1, 1]
10. 0, 1, மற்றும் 2. ஆகிய மதிப்புகளில் ஒன்றை X கொள்கிறது என்க. ஏதோ ஒரு மாறிலி k -விற்கு $P(X = i) = k$ $P(X = i - 1)$, $i = 1, 2$ மற்றும் $P(X = 0) = \frac{1}{7}$ எனில் k -இன் மதிப்பு காண்க.
- (அ) 3 (ஆ) 1 (இ) 4 (ஈ) 2
11. $y^2 = x(a - x)$ என்ற வளைவரையில் அடையும் அரங்கத்தின் பரப்பை x -அச்சைப் பொருத்து சுழற்றுவதால் உருவாகும் திடப்பொருளின் கன அளவு :
- (அ) $\frac{\pi a^3}{5}$ (ஆ) πa^3 (இ) $\frac{\pi a^3}{6}$ (ஈ) $\frac{\pi a^3}{4}$

2 சுராவின் + கணிதம் + 12 ஆம் வகுப்பு + அரசு பொதுத்தேர்வு + மார்ச் - 2025 + வினாத்தாள் விடைகளுடன்

12. $\sqrt{\frac{dy}{dx}} - 4\frac{dy}{dx} - 7x = 0$ என்ற வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே :

(அ) 1, 2 (ஆ) 2, 1 (இ) 2, 2 (ஈ) 1, 1

13. $\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$ இன் மதிப்பு :

(அ) $\frac{\pi}{4}$ (ஆ) $\frac{\pi}{6}$ (இ) π (ஈ) $\frac{\pi}{2}$

14. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\lambda A^{-1} = A$ எனில், λ -ன் மதிப்பு :

(அ) 19 (ஆ) 17 (இ) 21 (ஈ) 14

15. $\sum_{n=1}^{13} (i^n + i^{n-1})$ -ன் மதிப்பு :

(அ) 1 (ஆ) $1+i$ (இ) 0 (ஈ) i

16. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2}, z=2$ மற்றும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3} = \frac{z+5}{2}$

என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் :

(அ) $\frac{\pi}{3}$ (ஆ) $\frac{\pi}{6}$ (இ) $\frac{\pi}{2}$ (ஈ) $\frac{\pi}{4}$

17. i -ன் வர்க்க மூலங்கள் :

(அ) $\pm \frac{1}{2} (1+i)$ (ஆ) $\pm \frac{1}{\sqrt{2}} (1+i)$
(இ) $\pm \frac{1}{2} (1-i)$ (ஈ) $\pm \frac{1}{\sqrt{2}} (1-i)$

18. $y = f(x)$ எனும் வளைவரையின் ஏதேனும்

ஒரு புள்ளியிடித்து சாய்வு $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் வளைவரையானது $(-1, 1)$ புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில், வளைவரையின் சமன்பாடு :

(அ) $y = 3x^3 + 4$ (ஆ) $y = x^3 + 2$
(இ) $y = x^3 + 5$ (ஈ) $y = 3x^2 + 4$

19. ஈருறுப்பு மாறி X ஆறு முயற்சிகளில் $9P(X=4) = P(X=2)$ எனும் தொடர்பினை அனுசரிக்கிறது எனில் வெற்றியின் நிகழ்தகவு

(அ) 0.375 (ஆ) 0.125
(இ) 0.75 (ஈ) 0.25

20. $[0, 2\pi]$ -ல் $\sin^4 x - 2\sin^2 x + 1$ -ஐ நிறைவு செய்யும் மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கை :

(அ) 1 (ஆ) 2 (இ) ∞ (ஈ) 4

பகுதி - II

குறிப்பு : எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 30-க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். $7 \times 2 = 14$

21. $\text{adj } A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, எனில் A^{-1} -ஐக் காண்க.

22. $z = x + iy$ எனில், $\text{Re}\left(\frac{1}{z}\right)$ -ன் செவ்வக வடிவினைக் காண்க.

23. $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$ -ன் மதிப்புக் காண்க.

24. $y = 4x + c$ என்ற நேர்க்கோடு $x^2 + y^2 = 9$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடு எனில், c -ன் மதிப்புக் காண்க.

25. $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 7}{x + 5}$ என்ற சார்பிற்கு சாய்ந்த தொலைத் தொடுகோட்டினைக் காண்க..

26. சார்பு $F(x, y) = \frac{x^2 + 5xy - 10y^2}{3x + 7y}$ படி 1 உடைய சமபடித்தான சார்பு எனக் காட்டுக.

27. தீர்க்க $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$

28. $f(x) = \begin{cases} Cx^2 & 1 < x < 4 \\ 0 & x\text{-இன் பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$ எனும் சார்பு ஒரு அடர்த்தி சார்பு எனில் மாறிலி C -இன் மதிப்பு காண்க.

29. $i-2$ -ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைந்தபட்ச படியுடன் விகிதமுறு கெழுக்களுடைய ஓர் பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

30. $f(x) = \sin x$ எனில், $\int_0^{\pi} f(x) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ என நிறுவுக.

பகுதி - III

குறிப்பு : எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். வினா எண் 40-க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும். $7 \times 3 = 21$

31. பின்வரும் நேரியச் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க $2x + 5y = -2$, $x + 2y = -3$.

32. $|z| = 2$ எனில், $8 \leq |z + 6 + 8i| \leq 12$ எனக் காட்டுக.

33. $7x^3 - 43x^2 = 43x - 7$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

34. நிரூபிக்க : $\tan^{-1} \frac{2}{11} + \tan^{-1} \frac{7}{24} = \tan^{-1} \frac{1}{2}$.

35. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன மூன்று வெக்டர்கள் எனில் $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ என நிரூபிக்க.

36. சார்பு $u(x, y) = x^2y + 3xy^4$, $x = e^t$ மற்றும் $y = \sin t$, எனில் $\frac{du}{dt}$ -ஐக் காண்க.

37. மதிப்பிடுக : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + 5 \cos^2 x}$

38. 600 டிக்கெட்டுகள் கொண்ட ஒரு லாட்டரியில் ஒரு பரிசு ₹200 -க்கும், நான்கு பரிசுகள் ₹100 -க்கும், ஆறு பரிசுகள் ₹50 -க்கும் எனக்கொடுக்கப்படுகிறது. டிக்கெட் செலவு ₹2 என்றால், ஒரு டிக்கெட்டின் எதிர்பார்க்கப்படும் இலாபத் தொகையைக் கண்டறியவும்.

39. $f(x) = x^3 + 2x + 1$, $(-\infty < x < \infty)$ என்ற சார்பின் டெய்லர் தொடரின் விரிவை $x = 2$ -ஐ பொருத்து காண்க.

40. Q என்பது விகிதமுறு எண்களின் கணம் என்க. * என்ற ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி Q -ன் மீது $a*b = a + b - ab + 7$ எனுமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது, மேலும்

$\left(\frac{3}{2}\right) * m = \frac{87}{10}$ எனில் m -ன் மதிப்பைக் காண்க.

பகுதி - IV

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். $7 \times 5 = 35$

41. (அ) பின்வரும் நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பை கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க. $x_1 - x_2 = 3$, $2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 17$, $x_2 + 2x_3 = 7$

(அல்லது)

(ஆ) $x = 7 \cos t$ மற்றும் $y = 2 \sin t$, $t \in \mathbb{R}$ என்ற வளைவரைக்கு ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

42. (அ) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $(z-1)^3 + 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $-1, 1-2\omega, 1-2\omega^2$ எனக்காட்டுக.

(அல்லது)

(ஆ) பரவளையம் $y^2 = x$ மற்றும் கோடு $y = x - 2$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

43. (அ) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஒரு தீர்வு $\frac{1}{3}$ எனில், சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.

(அல்லது)

(ஆ) தீர்க்க : $(x^2 - 3y^2)dx + 2xydy = 0$.

44. (அ) ஒரு பாலம் பரவளைய வளைவில் உள்ளது. மையத்தில் 10மீ உயரமும், அடிப்பகுதியில் 30மீ அகலமும் உள்ளது. மையத்திலிருந்து இருபுறமும் 6 மீ தூரத்தில் பாலத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

(அல்லது)

(ஆ) வெக்டர் முறையில் நிறுவுக. $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$.

45. (அ) போர்க்காலத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட பயணத்தில் பயணம் செய்யும் 9 கப்பல்களில் சராசரியாக 1 கப்பல் மூழ்குகிறது எனில்,

(i) 6 கப்பல்கள் கொண்ட ஒரு குழுவில் சரியாக 3 கப்பல்கள் பாதுகாப்பாக வந்து சேரும்.

- (ii) 4 கப்பல்கள் கொண்ட ஒரு குழுவில் ஒரு கப்பல் கூட சரியாக வந்து சேராது. ஆகியவற்றுக்கான நிகழ்தகவு காண்க.

(அல்லது)

- (ஆ) குவியங்கள் $(2, 1)$, $(-2, 1)$ மற்றும் செவ்வகலத்தின் நீளம் 6 உடைய நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

46. (அ) $(0, 1, -5)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + s(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) + t(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையாக உள்ளதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(அல்லது)

- (ஆ) பொருளின் இருப்பின் பெருக்கமானது அதில் காணப்படும் பொருளின் இருப்பின் எண்ணிக்கையின் விகிதமாக அமைந்துள்ளது. பொருளின் இருப்பு 50 ஆண்டுகளில் இரு மடங்காகிறது எனில், எத்தனை ஆண்டுகளில் பொருளின் இருப்பு மூம்மடங்காகும்?

47. (அ) ஆரம் a செ.மீ. மற்றும் உயரம் b செ.மீ கொண்ட ஒரு வெற்றுக் கூம்பு ஒரு மேசையின் மீது வைக்கப்படுகிறது. இதன் அடியில் மறைத்து வைக்கக்கூடிய மிகப்பெரிய உருளையின் கன அளவு, கூம்பின் கன அளவைப் போல் $\frac{4}{9}$ மடங்கு என்பதைக் காட்டுக.

(அல்லது)

- (ஆ) மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

விடைகள்

பகுதி - I

1. (ஆ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
2. (அ) π
3. (ஈ) $2xu$
4. (அ) $\mathbb{N}$

5. (ஈ) $\frac{1}{5}$
6. (அ) $(1, 0)$
7. (ஈ) 2.5
8. (ஆ) $\frac{1}{f(x)} f'(x) dx$
9. (ஆ) $[1, 2]$
10. (ஈ) 2
11. (இ) $\frac{\pi a^3}{6}$
12. (அ) $1, 2$
13. (ஆ) $\frac{\pi}{6}$
14. (அ) 19
15. (ஆ) $1 + i$
16. (இ) $\frac{\pi}{2}$
17. (ஆ) $\pm \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + i)$
18. (ஆ) $y = x^3 + 2$
19. (ஈ) 0.25
20. (ஆ) 2

பகுதி - II

21. $|\text{adj } A| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 9$
- எனவே $A^{-1} = \pm \frac{1}{\sqrt{|\text{adj } A|}} \text{adj } (A)$
- $= \pm \frac{1}{\sqrt{9}} \begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \pm \frac{1}{3} \begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$
22. $= \text{Re} \left(\frac{1}{x + iy} \right) = \text{Re} \left(\frac{1}{x + iy} \times \frac{x - iy}{x - iy} \right)$
- $= \text{Re} \left(\frac{x - iy}{x^2 - (i^2 y^2)} \right) = \text{Re} \left(\frac{x - iy}{x^2 + y^2} \right)$
- $\therefore$ மெய் பகுதி $\frac{x}{x^2 + y^2}$

23. $\tan^{-1}(-\sqrt{3}) = \alpha$ எனில், இங்கு $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

$$\therefore \tan \alpha = -\sqrt{3} = -\tan \frac{\pi}{3}$$

$$\tan \alpha = \tan \left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$[\because \tan(-\theta) = -\tan \theta]$$

$$\therefore \alpha = -\frac{\pi}{3} \quad \left[\because -\frac{\pi}{2} < -\frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\tan^{-1}(-\sqrt{3}) - \text{இன் மதிப்பு} = -\frac{\pi}{3}$$

24. $y = mx + c$ என்ற நேர்க்கோடு $x^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடாக இருக்கக் கட்டுப்பாடு $c^2 = a^2(1 + m^2)$.

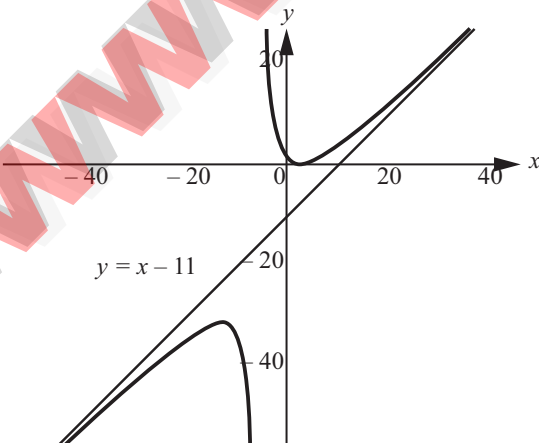
$$\text{எனவே, } c = \pm \sqrt{9(1+16)}$$

$$\text{அல்லது } c = \pm 3\sqrt{17}$$

25. தொகுதியில் உள்ள பல்லுறுப்புக் கோவையின் வரிசையானது (வரிசை 2) பகுதியில் உள்ள பல்லுறுப்புக் கோவையின் வரிசையைவிட (வரிசை 1) அதிகம் என்பதால் இதற்கு சாய்ந்த தொலைத் தொடுகோடு உண்டு. இதனைக் காண தொகுதியைக் பகுதியைக் கொண்டு வகுக்க வேண்டும்.

$$\begin{array}{r} x-11 \\ x+5 \overline{) x^2-6x+7} \\ \underline{x^2+5x} \\ -11x+7 \\ \underline{-11x-55} \\ 62 \end{array}$$

சாய்ந்த தொலைத் தொடுகோடு $y = x - 11$ ஆகும்.



26. எல்லா $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} F(\lambda x, \lambda y) &= \frac{(\lambda x)^2 + 5(\lambda x)(\lambda y) - 10(\lambda y)^2}{3\lambda x + 7\lambda y} \\ &= \frac{\lambda^2 \left(\frac{x^2 + 5xy - 10y^2}{3x + 7y} \right)}{\lambda} \\ &= \lambda F(x, y) \end{aligned}$$

எனவே F ஆனது படி 1 உடைய சமபடித்தான சார்பு ஆகும்.

27. மாறிகளைப் பிரிக்க கிடைப்பது,

$$\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\sin^{-1} y = \sin^{-1} x + c$$

28. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு நிகழ்த்தவு அடர்த்தி சார்பு என்பதால்,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\text{அதாவது } \int_{-\infty}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx + \int_4^{\infty} f(x) dx = 1.$$

கொடுக்கப்பட்ட தகவல்களிலிருந்து

$$\int_{-\infty}^1 0 dx + \int_1^4 Cx^2 dx + \int_4^{\infty} 0 dx = 1.$$

$$0 + C \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^4 + 0 = 1 \Rightarrow C \left[\frac{64-1}{3} \right] = 1$$

$$\Rightarrow 21C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{21}$$

29. கொடுக்கப்பட்ட மூலங்கள் $+2 + i, -2 - i$

$$\text{கூடுதல்} = -2 + i - 2 - i = -4$$

$$\text{பெருக்கற்பலன்} = (-2 + i)(-2 - i)$$

$$= (-2)^2 + (1)^2$$

$$= 4 + 1 = 5$$

$$\text{சமன்பாடு, } x^2 - (\text{கூடுதல்})x + \text{பெருக்கற்பலன்} = 0$$

$$\therefore x^2 + 4x + 5 = 0$$

30. $\int_0^{2a} f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$

$$f(2a-x) = f(x) \text{ எனில்,}$$

$$2a = \pi \text{ மற்றும் } f(x) = \sin x$$

$$\begin{aligned}\therefore f(2a-x) &= \sin(\pi-x) \\ &= \sin x = f(x)\end{aligned}$$

$$\therefore \int_0^{\pi} f(x) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx, f(x) = \sin x$$

பகுதி - III

$$31. \text{ தொகுப்பின் அணி வடிவம் } = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow AX = B \text{ இங்கு}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow X = A^{-1} B$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 5 = -1 \neq 0.$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj } A = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}\therefore X = A^{-1} B &= \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4-15 \\ -2+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 4 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\therefore x = -11, y = 4.$$

$$32. z_1 = z, z_2 = 6 + 8i \text{ என்க.}$$

$$\|z_1 - z_2\| \leq \|z_1 + z_2\| \leq \|z_1\| + \|z_2\|$$

$$\|z\| - \|6 + 8i\| \leq \|z + 6 + 8i\| \leq \|z\| + \|6 + 8i\|$$

$$|2 - \sqrt{36+64}| \leq \|z + 6 + 8i\| \leq 2 + \sqrt{36+64}$$

$$|2 - \sqrt{100}| \leq \|z + 6 + 8i\| \leq 2 + \sqrt{100}$$

$$|2 - 10| \leq \|z + 6 + 8i\| \leq 2 + 10$$

$$\therefore 8 \leq \|z + 6 + 8i\| \leq 12$$

என நிரூபிக்கப்பட்டது.

$$33. \text{ கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டை } 7x^3 - 43x^2 - 43x + 7 = 0$$

என மாற்றி எழுதவும். இது முதல்வகையைச் சார்ந்த ஒற்றைப்படை படி தலைகீழ் சமன்பாடு. எனவே -1 ஒரு தீர்வாகும். ஆகையால் $x + 1$ ஒரு காரணியாகும். $7x^3 - 43x^2 - 43x + 7$ என்ற பல்லுறுப்புக்கோவையை

$x + 1$ ஆல் வகுக்க $7x^2 - 50x + 7$ எனும் ஒரு காரணி கிடைக்கிறது. இதனைத் தீர்க்க 7 மற்றும் $\frac{1}{7}$ மூலங்களாகக் கிடைக்கிறது. எனவே கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டிற்கு $-1, \frac{1}{7}, 7$ தீர்வ்களாக அமையும்.

$$34. \text{ LHS} = \tan^{-1}\left(\frac{2}{11}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{7}{24}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{2}{11} + \frac{7}{24}}{1 - \left(\frac{2}{11}\right)\left(\frac{7}{24}\right)}\right) \left[\because \tan^{-1}(x) + \tan^{-1}(y) = \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right) \right]$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{48+77}{11 \times 24}}{\frac{264-14}{264}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{125}{264}}{\frac{250}{264}}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{125}{264} \times \frac{264}{250}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \text{RHS} \quad \text{எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

$$35. [\vec{a} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$$

$$= [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}].$$

$$36. \text{ கொடுக்கப்பட்ட } u(x, y) = x^2y + 3xy^4,$$

$$x = e^t, y = \sin t$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} \quad \dots (1)$$

$$x = e^t \Rightarrow \frac{dx}{dt} = e^t$$

$$y = \sin t$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dt} = \cos t$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2xy + 3y^4;$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = x^2 + 12xy^3$$

$$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 2 \cdot e^t \sin t + 3 \sin^4 t$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = e^{2t} + 12 e^t \sin^3 t$$

(1) இல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$$\frac{du}{dt} = (2e^t \sin t + 3 \sin^4 t)e^t + (e^{2t} + 12e^t \sin^3 t) \cos t$$

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= 2e^{2t} \sin t + 3e^t \sin^4 t + e^{2t} \cos t + 12e^t \sin^3 t \cos t \\ &= e^t [2e^t \sin t + 3 \sin^4 t + e^t \cos t + 12 \sin^3 t \cos t] \end{aligned}$$

$$\left(\frac{du}{dt} \right)_{t=0} = e^0 [2(1)(0) + 3(0) + 1 + 12(0)] = 1 [1] = 1$$

$$\therefore \left(\frac{du}{dt} \right)_{(t=0)} = 1$$

37. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + 5 \cos^2 x}$ என்க.

$u = \tan x$ என பிரதியிடு $\Rightarrow du = \sec^2 x dx$

பகுதி மற்றும் தொகுதியை $\cos^2 x$ ஆல் வகுக்க கிடைப்பது

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\frac{1}{\cos^2 x} + 5} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec^2 x}{\sec^2 x + 5} dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec^2 x}{1 + \tan^2 x + 5} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec^2 x}{\tan^2 x + 6} dx$$

$t = \tan x; dt = \sec^2 x dx$ என்க

$x = 0$ எனில் $t = 0$,

$x = \frac{\pi}{2}$ எனில் $t = \infty \therefore I = \int_0^{\infty} \frac{dt}{6 + t^2}$

$$I = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\tan^{-1} \frac{t}{\sqrt{6}} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{\pi}{2} - 0 \right] = \frac{\pi}{2\sqrt{6}}$$

38. $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$,

$$\begin{aligned} E(X) &= 200 \times \frac{1}{600} + 100 \times \frac{4}{600} + 50 \times \frac{6}{600} - 2 \times \frac{600}{600} \\ &= \frac{200}{600} + \frac{400}{600} + \frac{300}{600} - 2 \\ &= \frac{900}{600} - 2 = \frac{3}{2} - 2 = \frac{3-4}{2} \\ &= \frac{-1}{2} = ₹ - 0.50 \end{aligned}$$

$\therefore$ நட்டம் = ₹ 0.50

39. $f(x) = x^3 + 2x + 1$

$$\begin{aligned} f^I(x) &= 3x^2 + 2 & f(2) &= 2^3 + 2(2) + 1 = 13 \\ f^{II}(x) &= 6x & f^I(2) &= 3(2)^2 + 2 = 14 \\ f^{III}(x) &= 6 & f^{II}(2) &= 6(2) = 12 \\ f^{IV}(x) &= 0 & f^{III}(2) &= 6 \\ & & f^{IV}(2) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= f(2) + \frac{f^I(2)}{1!} (x-2) + \frac{f^{II}(2)}{2!} (x-2)^2 \\ &\quad + \frac{f^{III}(2)}{3!} (x-2)^3 + \frac{f^{IV}(2)}{4!} (x-2)^4 + \dots \infty \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^3 + 2x + 1 = 13 + \frac{14}{1!} (x-2) + \frac{12}{2!} (x-2)^2$$

$$+ \frac{6}{3!} (x-2)^3 + 0$$

$$\Rightarrow x^3 + 2x + 1 = 13 + 14(x-2) + 6(x-2)^2 + (x-2)^3$$

40. $a * b = a + b - ab + 7$

$$\left(\frac{3}{2} \right)^* m = \frac{87}{10}$$

$$\frac{3}{2} + m - \left(\frac{3}{2} \right) m + 7 = \frac{87}{10}$$

$$\frac{17}{2} - \frac{m}{2} = \frac{87}{10}$$

$$\frac{-m}{2} = \frac{87}{10} - \frac{17}{2}$$

$$\frac{-m}{2} = \frac{87-85}{10}$$

$$\frac{-m}{2} = \frac{2}{10}$$

$$-10m = 4$$

$$m = \frac{-4}{10} = \frac{-2}{5}$$

$$\boxed{m = \frac{-2}{5}}$$

பகுதி- IV

41. (அ) பின்வரும் அணிக்கோவைகளின் மதிப்பை முதலில் காண்போம்.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 \neq 0,$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 17 & 3 & 4 \\ 7 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 12,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 17 & 4 \\ 0 & 7 & 2 \end{vmatrix} = -6,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 17 \\ 0 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 24$$

$$\text{கிராமரின் விதிப்படி } x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{12}{6} = 2$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-6}{6} = -1,$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{24}{6} = 4.$$

எனவே, தீர்வானது $x_1 = 2, x_2 = -1, x_3 = 4$.

(அல்லது)

(ஆ) கொடுக்கப்பட்ட வளைவரையின் சமன்பாடு

$$x = 7 \cos t; y = 2 \sin t$$

$$\frac{dx}{dt} = -7 \sin t; \frac{dy}{dt} = 2 \cos t$$

$$\text{சாய்வு} = m = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{2 \cos t}{-7 \sin t}$$

∴ வளைவரையின் எந்த புள்ளிக்கான தொடுகோட்டின்

$$\text{சமன்பாடு } y - 2 \sin t = \frac{2 \cos t}{-7 \sin t} (x - 7 \cos t)$$

$$\Rightarrow (-7 \sin t) y + 14 \sin^2 t = (2 \cos t) x - 14 \cos^2 t$$

$$\Rightarrow (2 \cos t) x + (7 \sin t) y = 14 (\sin^2 t + \cos^2 t) = 14 (1) = 14$$

$$\Rightarrow \boxed{(2 \cos t) x + (7 \sin t) y = 14}$$

வளைவரையின் எந்த புள்ளிக்குமான செங்குத்தின் சமன்பாடு $y - 2 \sin t = \frac{7 \sin t}{2 \cos t} (x - 7 \cos t)$

$$\Rightarrow (2 \cot t) y - 4 \sin t \cos t = (7 \sin t) x - 49 \sin t \cos t$$

$$\Rightarrow (7 \sin t) x - (2 \cos t) y = 49 \sin t \cos t - 4 \sin t \cos t$$

$$\Rightarrow \boxed{(7 \sin t) x - (2 \cos t) y = 45 \sin t \cos t}$$

42. (அ) கொடுக்கப்பட்ட $(z - 1)^3 + 8 = 0$

$$(z - 1)^3 = -8 = -1 \times 2^3 \Rightarrow z - 1 = (-1)^{\frac{1}{3}} \times 2$$

$$\Rightarrow z - 1 = 2 [\cos \pi + i \sin \pi]^{\frac{1}{3}}$$

$$2 [\cos \frac{1}{3} (2k\pi + \pi) + i \sin \frac{1}{3} (2k\pi + \pi)], k = 0, 1, 2$$

$k = 0$ எனில்,

$$z - 1 = 2 \left[\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right]$$

$$= 2 \left[\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right] = 1 + i\sqrt{3} = -2\omega^2$$

$$[\because \omega^2 = \left[\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \right] \Rightarrow 2\omega^2 = -1 - i\sqrt{3}]$$

$$\Rightarrow -2\omega^2 = 1 + i\sqrt{3}]$$

$$\Rightarrow z = 1 - 2\omega^2 \quad \dots(1)$$

$$k = 1 \text{ எனில், } z - 1 = 2 \left[\cos \frac{3\pi}{3} + i \sin \frac{3\pi}{3} \right]$$

$$= 2 [\cos \pi + i \sin \pi] = -2$$

$$\Rightarrow z = -2 + 1 = -1 \quad \dots(2)$$

$k = 2$ எனில்,

$$z - 1 = 2 \left[\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right]$$

$$= 2 \left[\cos \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) \right] = 2 \left[\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right]$$

$$= 2 \left[\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right] = 1 - i\sqrt{3} = -2\omega$$

$$[\because \omega = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2\omega = -1 + i\sqrt{3}]$$

$$\Rightarrow -2\omega = 1 - i\sqrt{3}]$$

$$\Rightarrow z = 1 - 2\omega \quad \dots(3)$$

(1), (2) மற்றும் (3) விருந்து, மூலங்கள் $-1, 1 - 2\omega$ மற்றும் $1 - 2\omega^2$ ஆகும்.

(அல்லது)

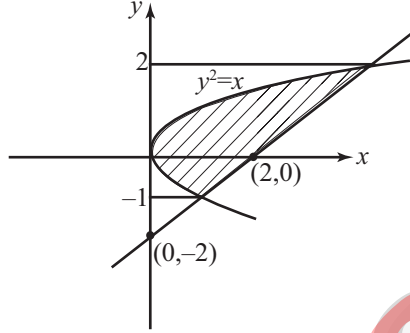
(ஆ) கொடுக்கப்பட்ட பரவளையத்தின் சமன்பாடு $y^2 = x$ மற்றும் கோடு $y = x - 2 \Rightarrow x = y + 2$

$$\therefore y^2 = y + 2 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (y - 2)(y + 1) = 0$$

$$\Rightarrow y = -1, 2$$

$$\therefore \text{தேவையான பரப்பு} = \int_{-1}^2 (x_1 - x_2) dy$$



$$y = x - 2$$

x	0	2
y	-2	0

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-1}^2 (y + 2) - y^2 dy \\
 &= \left[\frac{y^2}{2} + 2y - \frac{y^3}{3} \right]_{-1}^2 \\
 &= \left(2 + 4 - \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} - 2 + \frac{1}{3} \right) \\
 &= \left(\frac{6 + 12 - 8}{3} \right) - \left(\frac{3 - 12 + 2}{6} \right) \\
 &= \left(\frac{10}{3} \right) - \left(\frac{-7}{6} \right) = \frac{10}{3} + \frac{7}{6} = \frac{20 + 7}{6} = \frac{27}{6}
 \end{aligned}$$

$$\text{பரப்பு} = \frac{9}{2} \text{ ச.அலகுகள்}$$

43. (அ) இது இரட்டைப்படை இரண்டாம் வகை தலைகீழ் சமன்பாடாகும். எனவே இதனை பின்வருமாறு மாற்றி எழுதலாம்.

$$6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 38 = 0 \quad \dots(1)$$

$$\text{பிரதியிடு} \quad x + \frac{1}{x} = y$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$$

∴ (1) லிருந்து,

$$\begin{aligned} 6(y^2 - 2) - 5y - 38 &= 0 \\ \Rightarrow 6y^2 - 12 - 5y - 38 &= 0 \\ \Rightarrow 6y^2 - 5y - 50 &= 0 \\ \Rightarrow (3y - 10)(2y + 5) &= 0 \\ \Rightarrow &= \frac{10}{3}, \frac{-5}{2} \end{aligned}$$

நிலை (i)

$$\begin{aligned} y &= \frac{+10}{3} \text{ எனில்,} \\ x + \frac{1}{x} &= \frac{+10}{3} \\ \frac{x^2 + 1}{x} &= \frac{+10}{3} \\ \Rightarrow 3x^2 + 3 &= 10x \\ 3x^2 - 10x + 3 &= 0 \\ (x-3)(x-\frac{1}{3}) &= 0 \\ \Rightarrow x &= 3, \frac{1}{3} \end{aligned}$$

நிலை (ii)

$$\begin{aligned} y &= -\frac{5}{2} \text{ எனில்,} \\ x + \frac{1}{x} &= -\frac{5}{2} \\ \frac{x^2 + 1}{x} &= -\frac{5}{2} \\ \Rightarrow 2x^2 + 2 + 5x &= 0 \\ \Rightarrow 2x^2 + 5x + 2 &= 0 \\ \Rightarrow (x+2)(2x+1) &= 0 \\ \Rightarrow x &= -2, \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

∴ மூலங்கள் $3, \frac{1}{3}, -2, \frac{-1}{2}$.

(அல்லது)

(ஆ) கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு சமபடித்தான சமன்பாடாகும் என்பது நமக்குத் தெரியும்.

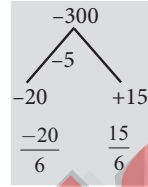
ஆகவே, கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டை

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3y}{2x} - \frac{x}{2y} \text{ என எழுதலாம்.}$$

$y = vx$ எனில்,

$$v + x \frac{dv}{dx} = \frac{3v}{2} - \frac{1}{2v} \text{ அல்லது}$$

$$x \frac{dv}{dx} = \frac{v^2 - 1}{2v}$$



மாறிகளைப் பிரித்து எழுத

$$\frac{2v dv}{v^2 - 1} = \frac{dx}{x} \text{ எனப் பெறுகிறோம்.}$$

இருபுறமும் தொகையிட, $\log |v^2 - 1| = \log |x| + \log |C|$.

எனவே, $|v^2 - 1| = |Cx|$, இங்கு C என்பது எதேச்சை மாறிலி

v க்குப் பதிலாக $\frac{y}{x}$ எனப் பிரதியிட, நமக்குக் கிடைப்பது $\left| \frac{y^2}{x^2} - 1 \right| = |Cx|$.

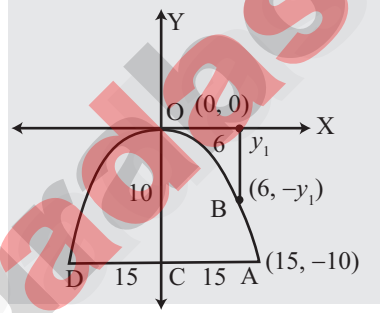
எனவே, $|y^2 - x^2| = |Cx^3|$.

ஆகவே, $y^2 - x^2 = \pm Cx^3$ (அல்லது) $y^2 - x^2 = kx^3$

இதுவே கொடுக்கப்பட்ட வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வாகும்.

44.(அ) பரவளையம் பாலம் கீழ் நோக்கி திறப்புடைய பரவளையம் என்க. அதனுடைய சமன்பாடு $x^2 = -4ay$... (1)

ஆதலால் 10 மீ உயர மையம் (0,0) மற்றும் AD = 30 மீ.



∴ (15, -10) என்ற புள்ளி A ஆனது IV ஆம் கால்பகுதியில் உள்ளது. A(15, -10), (1)ல் அமைந்துள்ளது.

$$15^2 = -4a(-10)$$

$$\Rightarrow \frac{225}{10} = 4a \Rightarrow 4a = \frac{45}{2}$$

$$(1) \text{ லிருந்து } x^2 = \frac{-45}{2}y \quad \dots (2)$$

$x = 6$ மீ, பாலத்தின் உயரத்தை காண, B(6, -y1), (2)ல் அமைந்துள்ளது.

$$6^2 = \frac{-45}{2}(-y_1) \Rightarrow 36 = \frac{45y_1}{2}$$

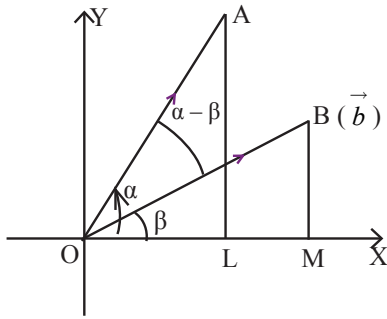
$$\Rightarrow \frac{36 \times 2}{45} = y_1$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{8}{5} = 1.6$$

∴ இருபுறமும் பாலத்தின் உயரம் = 10 - 1.6 = 8.4 மீ

(அல்லது)

(ஆ)



$\hat{a} = \overrightarrow{OA}$ மற்றும் $\hat{b} = \overrightarrow{OB}$ என்பன அலகு வெக்டர்கள் எனக் மற்றும் அவைகள் கோணங்கள் α , β வை x -அச்சின் மிகையுடன் ஏற்படுத்துகின்றன. AL மற்றும் $BM \perp x$ லிருந்து x -அச்சு எனுமாறு வரைக.

$$\text{பிறகு } |\overrightarrow{OL}| = |\overrightarrow{OA}| \cos \alpha = \cos \alpha$$

$$|\overrightarrow{LA}| = |\overrightarrow{OA}| \sin \alpha = \sin \alpha \quad [\because \Delta OAL, \sin \alpha = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}, \cos \alpha = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}]$$

$$\therefore \overrightarrow{OL} = |\overrightarrow{OL}| \hat{i} = \cos \alpha \hat{i}$$

$$\overrightarrow{LA} = |\overrightarrow{LA}| \hat{j} = \sin \alpha \hat{j}$$

$$\therefore \hat{a} = \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{LA}$$

[Δ விதியை பயன்படுத்தி கூட்டு]

$$\hat{a} = \cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j} \quad \dots(1)$$

$$\text{அதை போல } \hat{b} = \cos \beta \hat{i} + \sin \beta \hat{j} \quad \dots(2)$$

$$\hat{a} \text{ மற்றும் } \hat{b} \text{ க்கு இடையேயான கோணம் } (\alpha - \beta), \quad \dots(3)$$

$$\therefore \hat{a} \cdot \hat{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha - \beta) \quad [\because |\vec{a}| = |\vec{b}| = 1]$$

$$\text{மேலும் } \vec{a} \cdot \vec{b} = (\cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j}) (\cos \beta \hat{i} + \sin \beta \hat{j})$$

$$\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad \dots(4)$$

(3) மற்றும் (4) லிருந்து,

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta.$$

45.(அ) (i) x என்பது பாதுகாப்பாக உள்ள கப்பல்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது.

$$(i) n = 6; q = \frac{1}{9}, p = 1 - q = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

ஈருறுப்பு பரவல் என்பது

$$f(x) = {}^nC_x P^x q^{n-x}; x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$f(x) = {}^6C_x \left(\frac{8}{9}\right)^x \left(\frac{1}{9}\right)^{6-x}; x = 0, 1, 2, \dots$$

$$P(x=3) = f(3) = {}^6C_3 \left(\frac{8}{9}\right)^3 \left(\frac{1}{9}\right)^3$$

$$= \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{8^3}{9^3} \times \frac{1}{9^3} = 20 \frac{8^3}{9^6}$$

$$(ii) n=4; q = \frac{1}{9}, p = 1 - q = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

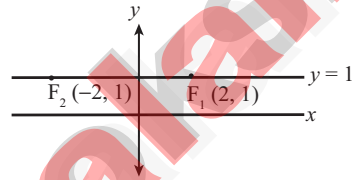
$$f(x) = {}^4C_x \left(\frac{8}{9}\right)^x \left(\frac{1}{9}\right)^{4-x}; x = 0, 1, 2, \dots, 4$$

$$\begin{aligned} p(x=0) &= f(0) \\ &= {}^4C_0 \left(\frac{8}{9}\right)^0 \left(\frac{1}{9}\right)^4 = \left(\frac{1}{9}\right)^4 \end{aligned}$$

(அல்லது)

(ஆ) கொடுத்துள்ள விவரங்களின்படி நீள்வட்டத்தின் நெட்டச்சு x - அச்சுக்கு இணையாக இருப்பதால் அதன் சமன்பாடு.

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ என்ற வடிவில் அமையும்.}$$



நீள்வட்டத்தின் மையம் $F_1 F_2$ - இன் நடுப்புள்ளியாகும்.

$$\therefore \text{மையம் } C = \left(\frac{-2+2}{2}, \frac{1+1}{2}\right) = (0, 1)$$

எனவே நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{(y-1)^2}{b^2} = 1$$

$$F_1 F_2 = 2ae = 4$$

$$\Rightarrow a^2 e^2 = 4$$

$$a^2 e^2 = a^2 - b^2$$

$$\therefore a^2 - b^2 = 4 \quad \dots (1)$$

$$\text{செவ்வகலத்தின் நீளம் } \frac{2b^2}{a} = 6$$

$$b^2 = 3a \quad \dots (2)$$

$$(1) \Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0 \text{ (by (2))}$$

$$\Rightarrow a = 4 \text{ or } -1$$

$a = -1$ என்பது பொருத்தமற்றது.

$$\therefore a = 4$$

$$b^2 = 3a = 12$$

$$\therefore \text{எனவே தேவையான சமன்பாடு } \frac{x^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{12} = 1.$$

14 சுராவின் + கணிதம் + 12 ஆம் வகுப்பு + அரசு பொதுத்தேர்வு + மார்ச் - 2025 + வினாத்தாள் விடைகளுடன்

46.(அ) தேவையான தளம் $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$, $\vec{c} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ என்ற வெக்டர்களுக்கு இணையாகவும், $\vec{a}$ -ஐ நிலை வெக்டராகக் கொண்ட $(0, 1, -5)$ என்ற புள்ளி வழியாகவும் செல்வதைக் காண்கிறோம். மேலும், $\vec{b}$ மற்றும் $\vec{c}$ என்பன இணை வெக்டர்கள் அல்ல எனவும் காண்கிறோம். தேவையான தளத்தின் துணையலகு அல்லாத வெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0. \quad \dots(1)$$

$$\text{இப்பொழுது } \vec{a} = \hat{j} - 5\hat{k} \text{ மற்றும் } \vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -9\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k} \text{ என சமன்பாடு (1)-ல் பிரதியிட நாம் பெறுவது}$$

$$(\vec{r} - (\hat{j} - 5\hat{k})) \cdot (-9\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k}) = 0$$

$$\Rightarrow \vec{r} \cdot (-9\hat{i} + 8\hat{j} - \hat{k}) = 13$$

$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ என்பது தளத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியின் நிலைவெக்டர் எனில், மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து தளத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாட்டை $-9x + 8y - z = 13$ அல்லது $9x - 8y + z + 13 = 0$ எனப் பெறுகின்றோம்.

(அல்லது)

(ஆ) t நேரத்தில் பொருளின் இருப்பு $x(t)$ என்க. பின்னர் $\frac{dx}{dt} = kx$

மாறிகளைப் பிரித்து எழுத, $\frac{dx}{x} = kdt$.

இரு பக்கமும் தொகையிட, $\log |x| = kt + \log |C|$ அல்லது $x = Ce^{kt}$,

இங்கு C எதேச்சை மாறிலி.

$t = 0$ எனும் போது பொருளின் இருப்பு x_0 என்க. எனவே $C = x_0$ ஆகும்.

ஆதலால் $x = x_0 e^{kt}$.

$t = 50$ எனும் போது $x = 2x_0$, என்பதால் $k = \frac{1}{50} \log 2$ ஆகும்.

எனவே t , நேரத்தில் பொருளின் இருப்பு $x = x_0 2^{\frac{t}{50}}$ ஆகும்.

t_1 நேரத்தில் பொருளின் இருப்பு மும்மடங்காகிறது என்க.

அதாவது, $t = t_1$ எனில் $x = 3x_0$, என்பதால் $t_1 = 50 \left(\frac{\log 3}{\log 2} \right)$ ஆகும்.

எனவே, $50 \left(\frac{\log 3}{\log 2} \right)$ வருடங்களில் பொருளின் இருப்பு மும்மடங்காகும்.

47. (அ) கொடுக்கப்பட்ட $AC = b$ மற்றும் $CD = a$

உயரம் h மற்றும் ஆரம் r என்க

படத்தில்,

$$\therefore AB = AC - BC = b - h$$

$$\triangle ABE \sim \triangle ACD$$

$$\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CD}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{b-h}{r} = \frac{b}{a} \Rightarrow r = \frac{a(b-h)}{b} \quad \dots (1)$$

உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$

$$= \pi \left(\frac{a}{b} (b-h)^2 h \right)$$

(1) லிருந்து

$$= \pi \frac{a^2}{b^2} (b-h)^2 h$$

$$= \pi \frac{a^2}{b^2} (b^2 + h^2 - 2bh)h$$

$$V = \frac{\pi a^2}{b^2} (b^2 h + h^3 - 2bh^2) \quad \dots (2)$$

'h'ஐ பொறுத்து வகையிட கிடைப்பது

$$\frac{dV}{dh} = \frac{a^2}{b^2} \pi (b^2 + 3h^2 - 4bh) \quad \dots (3)$$

$$\frac{dV}{dh} = 0$$

$\Rightarrow$

$$b^2 - 4bh + 3h^2 = 0$$

$\Rightarrow$

$$(b-3h)(b-h) = 0$$

$\Rightarrow$

$$b-3h = 0 \text{ அல்லது } b=h$$

$\Rightarrow$

$$h = \frac{b}{3} \text{ ஏனெனில் } b \neq h$$

$$\frac{d^2V}{dh^2} = \frac{a^2}{b^2} \pi (6h - 4b)$$

$$\left(\frac{d^2V}{dh^2} \right)_{h=\frac{b}{3}} = \frac{a^2}{b^2} \pi \left(6\left(\frac{b}{3}\right) - 4b \right)$$

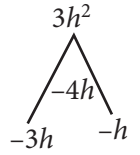
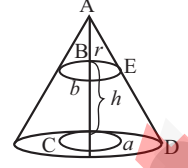
$$= \frac{a^2}{b^2} \pi (-2b) < 0$$

$\therefore h = \frac{b}{3}$ -ல் V-ன் பெருமம் ஆகும்.

$\therefore$ உருளையின் பெரும கன அளவு

$$V = \frac{\pi a^2}{b^2} (b-h)^2 h$$

$$= \frac{\pi a^2}{b^2} \left(b - \frac{b}{3} \right)^2 \left(\frac{b}{3} \right) \left[\because h = \frac{b}{3} \right]$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{\pi a^2}{b^2} \left(\frac{2b}{3} \right)^2 \left(\frac{b}{3} \right) \\
&= \frac{\pi a^2}{b^2} \left(\frac{4b^2}{9} \right) \left(\frac{b}{3} \right) = \frac{4}{9} \left(\frac{1}{3} \pi a^2 b \right) \\
&= \frac{4}{9} \text{ (கூம்பின் கன அளவு)}
\end{aligned}$$

எனவே மறைத்து வைக்கக் கூடிய மிகப்பெரிய உருளையின் கன அளவு கூம்பின் கன அளவைப் போல் $\frac{4}{9}$ மடங்காகும்.

(அல்லது)

(ஆ)

p	q	r	$q \vee r$	(1) $p \wedge (q \vee r)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	(2) $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	F	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F	F	F
F	T	F	T	F	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

எனவே (1) மற்றும் (2)லிருந்து நமக்கு கிடைப்பது

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$
