

11 ஆம்
வகுப்பு

அரசு பொதுத்தேர்வு - மார்ச் - 2025

பதிவு எண்

--	--	--	--	--

Part - III

கால அளவு : 3.00 மணி நேரம்]

கணிதம் (விடைகளுடன்)

[மொத்த மதிப்பெண்கள் : 90]

- அறிவுரைகள்:** (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாகப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதனைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.
- (2) **நீலம்** அல்லது **கருப்பு** மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

குறிப்பு:

- (i) **அனைத்து** வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.
 $20 \times 1 = 20$
- (ii) கொடுக்கப்பட்டுள்ள **நான்கு** மாற்று விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையைத் தேர்ந்தெடுத்துக் குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.
1. A மற்றும் B என்பன இரு நிகழ்ச்சிகள் எனில், சரியாக ஒரு நிகழ்ச்சி நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவானது :
(அ) $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
(ஆ) $P(A \cup B) + P(\bar{A} \cup \bar{B})$
(இ) $P(A) + P(B) + 2P(A \cap B)$
(ஈ) $P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B)$
2. $(x, -2), (5, 2), (8, 8)$ என்பன ஒரு கோடமைப் புள்ளிகள் எனில், x -ன் மதிப்பு :
(அ) 1 (ஆ) -3 (இ) 3 (ஈ) $\frac{1}{3}$
3. $|x - 1| \geq |x - 3|$ என்ற அசமன்பாட்டின் தீர்வுக் கணம் :
(அ) $(0, 2)$ (ஆ) $[0, 2]$ (இ) $(-\infty, 2)$ (ஈ) $[2, \infty)$
4. $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ -ன் மதிப்பு :
(அ) $\frac{2n(2n+1)}{2}$ (ஆ) $\frac{n(n-1)}{2}$
(இ) $n(n+1)$ (ஈ) $\frac{n(n+1)}{2}$
5. 3 உறுப்புகள் கொண்ட கணத்தின் மீதான தொடர்புகளின் எண்ணிக்கை :
(அ) 512 (ஆ) 9 (இ) 1024 (ஈ) 81

6. மூன்று ஆண்கள், இரு பெண்கள் மற்றும் நான்கு குழந்தைகள் உள்ள ஒரு குழுவிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் நான்கு நபர்கள் தேர்ந்தெடுக்கப் படுகின்றனர். அவர்களில் சரியாக இருவர் மட்டும் குழந்தைகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு :
(அ) $\frac{1}{2}$ (ஆ) $\frac{3}{4}$ (இ) $\frac{10}{21}$ (ஈ) $\frac{10}{23}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3} [x] =$
(அ) மதிப்பு இல்லை (ஆ) 2
(இ) 0 (ஈ) 3
8. $x = -3$ ல் $f(x) = x|x|$ -ன் வகையிடலின் மதிப்பு :
(அ) கிடைக்கப்பெறாது (ஆ) 6
(இ) 0 (ஈ) -6
9. 343-ன் மடக்கை 3 எனில், அதன் அடிமானம் :
(அ) 6 (ஆ) 5 (இ) 9 (ஈ) 7
10. ΔABC இல் $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$ எனில் அந்த முக்கோணமானது :
(அ) செங்கோண முக்கோணம்
(ஆ) சமபக்க முக்கோணம்
(இ) அசமபக்க முக்கோணம்
(ஈ) இருசமபக்க முக்கோணம்
11. எல்லாம் ஒற்றை எண்களாகக் கொண்ட 5 இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கை :
(அ) 5^6 (ஆ) 25 (இ) 625 (ஈ) 5^5
12. $(1, -1)$ என்ற புள்ளி வழியே செல்வதும் மற்றும் $3x + 4y = 6$ -க்கு செங்குத்தானதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு :
(அ) $4x + 3y + 7 = 0$ (ஆ) $4x - 3y - 7 = 0$
(இ) $3x + 4y + 7 = 0$ (ஈ) $3x + 4y - 7 = 0$
13. $\int 2^{3x+5} dx =$
(அ) $\frac{2^{3x+5}}{2 \log 3} + c$ (ஆ) $\frac{3(2^{3x+5})}{\log 2} + c$
(இ) $\frac{2^{3x+5}}{3 \log 2} + c$ (ஈ) $\frac{2^{3x+5}}{2 \log(3x+5)} + c$
14. $y = \log_e x$ என்ற சார்பின் நேர்மாறு :
(அ) $y = e^x$ (ஆ) $y = \log_e x$
(இ) $y = e^{-x}$ (ஈ) $y = -\log_e x$

[1]

15. (2, 3) மற்றும் (-1, 4) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் மீது (α, β) என்ற புள்ளி இருந்தால் :

- (அ) $\alpha + 3\beta = 11$ (ஆ) $\alpha + 2\beta = 7$
(இ) $3\alpha + \beta = 11$ (ஈ) $3\alpha + \beta = 9$

16. $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 5$ மற்றும் $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ எனில் $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ -க்கு இடையே உள்ள கோணம் :

- (அ) 60° (ஆ) 0 (இ) 45° (ஈ) 90°

17. $\int \frac{3^x}{x^2} dx = k(3^x) + c$ எனில், k -ன் மதிப்பு :

- (அ) $-\frac{1}{\log 3}$ (ஆ) $\log 3$
(இ) $\frac{1}{\log 3}$ (ஈ) $-\log 3$

18. $\cos 28^\circ + \sin 28^\circ = k^3$ எனில் $\cos 17^\circ$ -ன் மதிப்பு :

- (அ) $\pm \frac{k^3}{\sqrt{2}}$ (ஆ) $\frac{k^3}{\sqrt{2}}$ (இ) $-\frac{k^3}{\sqrt{3}}$ (ஈ) $-\frac{k^3}{\sqrt{2}}$

19. $\frac{d}{dx} \left(\frac{2}{\pi} \sin x^\circ \right) :$

- (அ) $\frac{\pi}{90} \cos x^\circ$ (ஆ) $\frac{\pi}{180} \cos x^\circ$
(இ) $\frac{2}{\pi} \cos x^\circ$ (ஈ) $\frac{1}{90} \cos x^\circ$

20. $\vec{a} + 2\vec{b}$ மற்றும் $3\vec{a} + m\vec{b}$ ஆகியவை இணை எனில், m -ன் மதிப்பு :

- (அ) 6 (ஆ) 3 (இ) $\frac{1}{6}$ (ஈ) $\frac{1}{3}$

பகுதி - II

குறிப்பு : எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.
வினா எண் 30 -க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்.

7 × 2 = 14

21. $\vec{PO} + \vec{OQ} = \vec{QO} + \vec{OR}$ எனில், P, Q, R ஆகியவை ஒரே கோடமை புள்ளிகள் என நிறுவுக.

22. பின்வரும் ஒன்றையொன்று விலக்கிய A, B, C, மற்றும் D என்ற நான்கு நிகழ்ச்சிகளை மட்டும் கொண்ட ஒரு சோதனையின் நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகள் சாத்தியமானவையா எனத் தீர்மானிக்கவும்.

$$P(A) = 0.15, P(B) = 0.30, P(C) = 0.43, P(D) = 0.12$$

23. வகையிடுக : $y = e^{\sin x}$.

24. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^n - 2^n}{x - 2} = 12$ எனுமாறு உள்ள மிகை முழு எண் n -ஐக் காண்க.

25. $a_{ij} = \frac{(i-2j)^2}{2}, m=2, n=3$ என இருக்குமாறு உறுப்புகளைக்

கொண்ட $m \times n$ வரிசை உடைய $A = [a_{ij}]$ அணியினை உருவாக்குக.

26. விரிவுபடுத்தாமல் மதிப்பைக் காண்க :

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 6x & 9x & 12x \end{vmatrix}$$

27. $23x < 100$ -ன் தீர்வை (i) $x \in \mathbb{N}$ (ii) $x \in \mathbb{Z}$ -க்கு காண்க.

28. n - ஆவது உறுப்பு, a_n -ஐக் கொண்ட பின்வரும் தொடர்முறையின் முதல் 6 உறுப்புகளைக் காண்க.

$$a_n = \begin{cases} n+1 & ; n \text{ ஒற்றைப்படை எண் எனில்} \\ n & ; n \text{ இரட்டைப்படை எண் எனில்} \end{cases}$$

29. $(9 \cos \alpha, 9 \sin \alpha)$ என்ற ஆயத் தொலைகளை உடைய நகரும் புள்ளி P -ன் நியமப்பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க. இங்கு α ஒரு துணையலகு ஆகும்.

30. $3! + 4! + \dots + 20!$ -ன் ஒன்றாம் இலக்கம் என்ன?

பகுதி - III

குறிப்பு : எவையேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.
வினா எண் 40 -க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும்.

7 × 3 = 21

31. $f(x) = \frac{1}{1-3\cos x}$ -ன் வீச்சகம் காண்க.

32. $\sqrt{x^2 - x - 2} = x + 1$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

33. நிறுவுக : $\sin(45^\circ + \theta) - \sin(45^\circ - \theta) = \sqrt{2} \sin \theta$

34. $(n+2)P_4 = 42 \times {}^nP_2$ எனில், n - ஐக் காண்க.

35. மதிப்புக் காண்க : $(102)^4$

36. $\left(0, -\frac{3}{2}\right), (1, -1)$ மற்றும் $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ என்ற புள்ளிகள் ஒரு கோடமைப் புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.

37. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்ற அலகு வெக்டர்களுக்கு $\vec{a}, \vec{b} = \vec{a}, \vec{c}$ மற்றும் $\vec{b}$ -க்கும் $\vec{c}$ -க்கும் இடைப்பட்டக் கோணம் $\frac{\pi}{3}$ எனில், $\vec{a} = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} (\vec{b} \times \vec{c})$ என நிரூபிக்க.

38. x -ஐப் பொறுத்து தொகையிடுக.

$$\cos 5x \sin 3x$$

39. எட்டு நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன.

(i) சரியாக இரண்டு பூக்கள்

(ii) அதிகபட்சமாக இரண்டு பூக்கள்

கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

40. $y = \cos^{-1}(2\cos^2 x - 1)$ எனில், $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.

பகுதி - IV

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்

$$7 \times 5 = 35$$

41. (அ) பகுதி பின்னங்களாக பிரித்தெழுதுக : $\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 5x + 6}$

(அல்லது)

(ஆ) $\sqrt{3}x - y + 4 = 0$ என்ற கோட்டை கீழ்க்காணும் சமான வடிவத்திற்கு மாற்றுக.

- (i) சாய்வு மற்றும் வெட்டுத்துண்டு வடிவம்
- (ii) வெட்டுத்துண்டு வடிவம்
- (iii) செங்குத்து வடிவம்

42. (அ) நிரூபிக்க : $\frac{\cot(180^\circ + \theta) \sin(90^\circ - \theta) \cos(-\theta)}{\sin(270^\circ + \theta) \tan(-\theta) \operatorname{cosec}(360^\circ + \theta)} = \cos^2 \theta \cot \theta$

(அல்லது)

(ஆ) $y = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$ எனில், $(1-x^2)y_2 - 3xy_1 - y = 0$ எனக் காட்டுக.

43. (அ) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

(ஆ) ஒரு தொழிற்சாலையில் இயந்திரங்கள் I மற்றும் II என இருவகை உள்ளன. இயந்திரம்-I தொழிற்சாலையின் உற்பத்தியில் 60% தயாரிக்கிறது மற்றும் இயந்திரம் - II உற்பத்தியில் 40% தயாரிக்கிறது. மேலும் இயந்திரம் -I -ன் மூலம் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருட்களில் 2% குறைபாடுள்ளதாகவும் இயந்திரம்-II -ன் மூலம் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருட்களில் 4% குறைபாடு உள்ளதாகவும் இருக்கின்றன. உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருட்களிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பொருள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அப்பொருள் குறைபாடுடன் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

44. (அ) x ஒரு பெரிய எண் எனில், $\sqrt[3]{x^3 + 7} - \sqrt[3]{x^3 + 4}$ -ன் மதிப்பு தோராயமாக $\frac{1}{x^2}$ என நிறுவுக.

(அல்லது)

(ஆ) $k(x-1)^2 = 5x - 7$ என்பதன் ஒரு மூலம் மற்றதன் இருமடங்கு எனில், $k = 2$ அல்லது -25 எனக் காண்க.

45. (அ) $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 60^\circ \tan 80^\circ = 3$ என நிறுவு.

(அல்லது)

(ஆ) தொகையிடுக : $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}$

46. (அ) மக்கள் தொகை 5000 உள்ள ஒரு நகரத்தில் நடத்தப்பட்ட ஒரு கணக்கெடுப்பில் மொழி A தெரிந்தவர்கள் 45%, மொழி B தெரிந்தவர்கள் 25%, மொழி C தெரிந்தவர்கள் 10%, A மற்றும் B மொழிகள் தெரிந்தவர்கள் 5%, B மற்றும் C மொழிகள் தெரிந்தவர்கள் 4%, A மற்றும் C மொழிகள் தெரிந்தவர்கள் 4%, ஆகும். இதில் மூன்று மொழிகளையும் தெரிந்தவர்கள் 3% எனில், மொழி A மட்டும் தெரிந்தவர்கள் எத்தனை பேர்?

(அல்லது)

(ஆ) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவுக.

47. (அ) கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n \geq 1$ -க்கு $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ என நிரூபிக்க.

(அல்லது)

(ஆ) $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$ என நிறுவுக.



பகுதி - I

1. (ஈ) $P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B)$
2. (இ) 3
3. (ஈ) $[2, \infty)$
4. (இ) $n(n+1)$
5. (அ) 512
6. (இ) $\frac{10}{21}$
7. (அ) மதிப்பு இல்லை
8. (ஆ) 6
9. (ஈ) 7
10. (அ) செங்கோண முக்கோணம்
11. (ஈ) 5^5
12. (ஆ) $4x - 3y - 7 = 0$
13. (இ) $\frac{2^{3x+5}}{3 \log 2} + c$
14. (அ) $y = e^x$
15. (அ) $\alpha + 3\beta = 11$
16. (ஈ) 90°
17. (அ) $-\frac{1}{\log 3}$

18. (ஆ) $\frac{k^3}{\sqrt{2}}$

19. (ஈ) $\frac{1}{90} \cos x^\circ$

20. (அ) 6

பகுதி - II

21.
$$\begin{aligned} \vec{PO} + \vec{OQ} &= \vec{QO} + \vec{OR} \\ \vec{PO} + \vec{OQ} &= \vec{PO} \\ \vec{QO} + \vec{OR} &= \vec{OR} \\ \vec{PO} + \vec{OQ} &= \vec{QO} + \vec{OR} \text{ (கொடுக்கப்பட்ட)} \\ \therefore \vec{PQ} &= \vec{QR} \Rightarrow PQ \parallel QR \end{aligned}$$

$\therefore P, Q, R$ ஒரே கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள்.

22. $P(A) = 0.15, P(B) = 0.30, P(C) = 0.43, P(D) = 0.12$

$P(A), P(B), P(C)$ மற்றும் $P(D) \geq 0$

$$\begin{aligned} \text{மேலும் } P(S) &= P(A) + P(B) + P(C) + P(D) \\ &= 0.15 + 0.30 + 0.43 + 0.12 = 1 \end{aligned}$$

$\therefore$ நிகழ்தகவு சாத்தியமானது.

23. $u = \sin x$ என எடுத்துக்கொண்டால்
 $y = e^u$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(e^u)}{du} \times \frac{du}{dx} = e^u \times \cos x = \cos x e^{\sin x}$$

24. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^n - 2^n}{x - 2} = 12$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} &= na^{n-1} \\ n(2)^{n-1} &= 12 \\ n(2)^{n-1} &= 3(2)^2 \\ n(2)^{n-1} &= 3(2)^{3-1} \\ n &= 3 \end{aligned}$$

25. $a_{ij} = \frac{(i-2j)^2}{2} \quad m=2, n=3$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

$$\therefore a_{11} = \frac{(1-2 \times 1)^2}{2} = \frac{(1-2)^2}{2} = \frac{(-1)^2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$a_{12} = \frac{(1-2 \times 2)^2}{2} = \frac{(1-4)^2}{2} = \frac{(-3)^2}{2} = \frac{9}{2}$$

$$a_{13} = \frac{(1-2 \times 3)^2}{2} = \frac{(1-6)^2}{2} = \frac{(-5)^2}{2} = \frac{25}{2}$$

$$a_{21} = \frac{(2-2 \times 1)^2}{2} = \frac{(2-2)^2}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$a_{22} = \frac{(2-2 \times 2)^2}{2} = \frac{(2-4)^2}{2}$$

$$= \frac{(-2)^2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$a_{23} = \frac{(2-2 \times 3)^2}{2} = \frac{(2-6)^2}{2}$$

$$= \frac{(-4)^2}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$\therefore A_{ij} = [a_{ij}] = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 9 & 25 \\ 0 & 2 & 8 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 9 & 25 \\ 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

$$26. \quad A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 6x & 9x & 12x \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = 3x \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

(3x ஐ R_3 லிருந்து வெளியில் எடுக்க)

$$= 3x(0) = 0 \quad [\because R_1 = R_3]$$

$$27. \quad 23x < 100$$

(i) $x \in \mathbb{N}$ எனில்

$$\Rightarrow 23x < 100 \Rightarrow x < \frac{100}{23}$$

$$\Rightarrow x < 4.348$$

$$\Rightarrow x = 1, 2, 3, 4$$

தீர்வுகணம் $\{1, 2, 3, 4\}$

(ii) $x \in \mathbb{Z}$ எனில்

$$x < 4.348$$

$$\Rightarrow x = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$28.$$

$$a_1 = 1 + 1 = 2 \quad a_4 = 4$$

$$a_2 = 2 \quad a_5 = 5 + 1 = 6$$

$$a_3 = 3 + 1 = 4 \quad a_6 = 6$$

முதல் 6 உறுப்புகள் 2, 2, 4, 4, 6, 6,

$$29. \quad P(h, k) \text{ நகரும் புள்ளி, } h = 9 \cos \alpha, k = 9 \sin \alpha \quad \frac{h}{9} = \cos \alpha, \frac{k}{9} = \sin \alpha$$

α வை முழுவதும் நீக்க, வர்க்கப்படுத்த

$$\left(\frac{h}{9}\right)^2 + \left(\frac{k}{9}\right)^2 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\frac{h^2}{81} + \frac{k^2}{81} = 1 \quad [\because \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1] -$$

$$h^2 + k^2 = 81$$

$P(h, k)$ ன் நியமப்பாலை $x^2 + y^2 = 81$

$$\begin{aligned}
30. \quad 3! &= 6 \rightarrow \text{அலகு இலக்கம் } 6 \\
4! &= 24 \rightarrow \text{அலகு இலக்கம் } 4 \\
5! &= 120 \rightarrow \text{அலகு இலக்கம் } 0 \\
6! &= 720 \rightarrow \text{அலகு இலக்கம் } 0 \\
n \geq 5! &= 0 \\
3! + 4! &= 6 + 24 = 30
\end{aligned}$$

$3! + 4! + \dots + 20!$ என்ற கூட்டுத்தொகையின் இலக்கம் 0.

பகுதி - III

$$\begin{aligned}
31. \quad -1 \leq \cos x \leq 1 \text{ என நமக்குத் தெரியும்} \\
\Rightarrow -3 \leq -3 \cos x \leq 3 \\
\Rightarrow 1 - 3 \leq 1 - 3 \cos x \leq 1 + 3 \\
\Rightarrow -2 \leq 1 - 3 \cos x \leq 4 \\
\Rightarrow -2 \leq 1 - 3 \cos x \text{ மற்றும் } 1 - 3 \cos x \leq 4 \\
\Rightarrow \frac{1}{1 - 3 \cos x} \leq -\frac{1}{2} \text{ மற்றும் } \frac{1}{1 - 3 \cos x} \geq \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

அதாவது f -ன் வீச்சகம் $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{4}, \infty\right)$ ஆகும்.

$$\begin{aligned}
32. \quad \sqrt{x^2 - x - 2} &= x + 1 \\
\sqrt{x^2 - x - 2} &\geq 0 \Rightarrow x + 1 \geq 0 \\
x &\geq -1 \\
\sqrt{x^2 - x - 2} &= x + 1 \\
x^2 - x - 2 &= (x + 1)^2 \\
x^2 - x - 2 &= x^2 + 2x + 1 \\
-3x &= 3 \\
\therefore x &= -1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
33. \quad \text{LHS} &= (\sin 45^\circ + \theta) - \sin (45^\circ - \theta) \\
&= [\sin 45^\circ \cos \theta + \cos 45^\circ \sin \theta] - [\sin 45^\circ \cos \theta - \cos 45^\circ \sin \theta] \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta - \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \\
&= 2 \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \sin \theta = \text{RHS}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
34. \quad {}^{(n+2)}P_4 &= 42 \times {}^nP_2 \\
\Rightarrow \frac{{}^{(n+2)}P_4}{{}^nP_2} &= 42 \\
\Rightarrow \frac{(n+2)(n+1)(n)(n-1)}{n(n-1)} &= 42 \\
\Rightarrow (n+2)(n+1) &= 42 = 7 \times 6 \\
\Rightarrow n+2 &= 7 \Rightarrow n = 5.
\end{aligned}$$

$$35. (a+b)^n = {}^nC_0 a^n b^0 + {}^nC_1 a^{n-1} b^1 + {}^nC_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}^nC_n a^0 b^n$$

$$\Rightarrow (102)^4 = (100+2)^4 = (100)^4 + {}^4C_1(100)^3(2)^1 + {}^4C_2(100)^2(2)^2 + {}^4C_3(100)^1(2)^3 + {}^4C_4(100)^0(2)^4$$

$$= 100000000 + 2(1000000)(2) + \frac{4 \times (3)}{2(1)} (10000)(4)$$

$$= 100000000 + 8000000 + 240000 + 3200 + 16$$

$$= 108,243,216$$

$$36. A, B \text{ மற்றும் } C \text{ என்ற புள்ளிகள் முறையே } \left(0, -\frac{3}{2}\right), (1, -1) \text{ மற்றும் } \left(2, -\frac{1}{2}\right) \text{ என்க.}$$

$$\text{கோட்டின் சாய்வு } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$AB \text{ -ன் சாய்வு} = \frac{-1 + \frac{3}{2}}{1 - 0} = \frac{1}{2}$$

$$BC \text{ -ன் சாய்வு} = \frac{-\frac{1}{2} + 1}{2 - 1} = \frac{1}{2}$$

AB-ன் சாய்வும், BC -ன் சாய்வும் சமம். எனவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் A, B, C ஒரு நேர்க்கோட்டில் அமைகிறது.

$$37. \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ என்பன அலகு வெக்டர்கள்.}$$

$$\Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = 0,$$

மற்றும் $\vec{b}, \vec{c}$ வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் $\frac{\pi}{3}$ எனில்

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = 0,$$

$\Rightarrow \vec{a}$ ஆனது $\vec{b}$ க்கும் $\vec{c}$ க்கும் செங்குத்து

$\Rightarrow \vec{a}$ ஆனது $\vec{b} \times \vec{c}$ க்கு இணை எனில்

$$\Rightarrow \vec{a} = \pm \lambda (\vec{b} \times \vec{c}) \quad \dots (1)$$

($\because \lambda$ ஒரு எண்ணளவு)

$$\Rightarrow |\vec{a}| = \lambda |\vec{b} \times \vec{c}|$$

$$\Rightarrow |\vec{a}| = \lambda |\vec{b}| |\vec{c}| \sin \theta$$

$$\Rightarrow 1 = \lambda \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow 1 = \lambda \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Sub } \lambda = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ in (1)}$$

$$\vec{a} = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} (\vec{b} \times \vec{c})$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

$$38. \quad \int \cos 5x \sin 3x \, dx = \frac{1}{2} \int 2 \cos 5x \sin 3x \, dx = \frac{1}{2} \int (\sin 8x - \sin 2x) \, dx$$

$$\int \cos 5x \sin 3x \, dx = \frac{1}{2} \left(-\frac{\cos 8x}{8} + \frac{\cos 2x}{2} \right) + c$$

$$39. \quad n(S) = 2^8 = 256$$

(i) A - சரியாக 2 பூக்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி

$$\Rightarrow \quad \therefore n(A) = {}^8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 4 \times 7$$

$$\therefore P(S) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4 \times 7}{2^8} = \frac{2^2 \times 7}{2^8} = \frac{7}{2^6} = \frac{7}{64}$$

(ii) C - அதிகபட்சமாக 2 பூக்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி

$$\therefore n(C) = {}^8C_0 + {}^8C_1 + {}^8C_2$$

$$= 1 + 8 + \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 9 + 28 = 37$$

$$\therefore P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{37}{256}$$

$$40. \quad y = \cos^{-1} (2 \cos^2 x - 1)$$

$$y = \cos^{-1} (\cos 2x)$$

$$y = 2x$$

x யை தொகையிட

$$\frac{dy}{dx} = 2$$

பகுதி - IV

$$41. \quad (அ) \quad \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{x^2 + x + 1}{(x-3)(x-2)}$$

தொகுதி, பகுதிகளின் படி சமம் என்பதால் தொகுதியை பகுதியால் வகுப்போம்.

$$x^2 - 5x + 6 \overline{) \begin{array}{r} 1 \\ x^2 + x + 1 \\ \hline (-) \quad (+) \quad (-) \\ x^2 - 5x + 6 \\ \hline 6x - 5 \end{array}}$$

$$\therefore x^2 - 5x + 6 = 1 + \frac{6x - 5}{x^2 - 5x + 6} \quad \dots(1) \text{ ஐ}$$

$$\frac{6x - 5}{(x-3)(x-2)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-2}$$

$$\frac{6x - 5}{(x-3)(x-2)} = \frac{A(x-2) + B(x-3)}{(x-3)(x-2)}$$

$$\Rightarrow \quad 6x - 5 = A(x-2) + B(x-3) \quad \dots(2) \text{ ஐ}$$

x = 2 என (2)-ல் பிரதியிட

$$7 = B(-1)$$

$$\Rightarrow \quad B = -7$$

x = 3 என (2) -ல் பிரதியிட

$$13 = A(1)$$

$$\Rightarrow A = 13$$

$$\therefore \frac{6x-5}{x^2-5x+6} = \frac{13}{x-3} - \frac{7}{x-2}$$

இதை (1)-ல் பிரதியிட

$$\frac{x^2+x+1}{x^2-5x+6} = 1 + \frac{13}{x-3} - \frac{7}{x-2}$$

(அல்லது)

(ஆ) (i) சாய்வு மற்றும் வெட்டுத்துண்டு வடிவம்

$$\text{கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு } \sqrt{3}x - y + 4 = 0$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{3}x + 4 \quad \dots (1)$$

$y = mx + b$ என்ற சமன்பாட்டுடன் ஒப்பிடும் போது சாய்வு = $\sqrt{3}$ மற்றும் y -ன் வெட்டுத்துண்டு = 4

(ii) வெட்டுத்துண்டு வடிவம்

$$\sqrt{3}x - y + 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{3}x - y = -4$$

$$\Rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{4}x + \frac{y}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\left(-\frac{4}{\sqrt{3}}\right)} + \frac{y}{4} = 1 \quad \dots (2)$$

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ என்ற சமன்பாட்டுடன் ஒப்பிடும் போது x -ன் வெட்டுத்துண்டு = $-\frac{4}{\sqrt{3}}$, மற்றும் y -ன் வெட்டுத்துண்டு = 4

(iii) செங்குத்து வடிவம்

$$-\sqrt{3}x - y + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (-\sqrt{3})x + y = 4 \quad \dots (3) \text{ ஐ}$$

$Ax + By + C = 0$ என்ற சமன்பாட்டுடன் ஒப்பிடும் போது,

$$A = -\sqrt{3} \text{ மற்றும் } B = 1 \therefore \sqrt{A^2 + B^2} = 2$$

சமன்பாடு (3) ஐ இருபுறமும் 2 ஆல் வகுக்க

$$\Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y = 2 \quad \dots (4) \text{ ஐ}$$

$x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$ இச்சமன்பாட்டுடன் ஒப்பிடும் போது

$$\cos \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}, \sin \alpha = \frac{1}{2} \text{ மற்றும் } p = 2 \text{ என்க.}$$

$$\Rightarrow \alpha = 150^\circ = \frac{5\pi}{6} \text{ மற்றும் } p = 2.$$

செங்குத்து வடிவத்தின் சமன்பாடு $x \cos \frac{5\pi}{6} + y \sin \frac{5\pi}{6} = 2$ ஆகும்.

42. (அ)

$$\text{L.H.S} = \frac{\cot(180^\circ + \theta) \sin(90^\circ - \theta) \cos(-\theta)}{\sin(270^\circ + \theta) \tan(-\theta) \operatorname{cosec}(360^\circ + \theta)}$$

$$\cot(180^\circ + \theta) = \cot \theta; \sin(270^\circ + \theta) = -\cos \theta$$

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta; \operatorname{cosec}(360^\circ + \theta) = \operatorname{cosec} \theta$$

$$\begin{aligned} \text{L.H.S} &= \frac{\cot \theta \cdot \cos \theta \cdot \cos \theta}{(-\cos \theta)(-\tan \theta)(\operatorname{cosec} \theta)} = \frac{\frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot \cos \theta \cdot \cos \theta}{\cancel{\cos \theta} \cdot \frac{\sin \theta}{\cancel{\cos \theta}} \cdot \frac{1}{\sin \theta}} \\ &= \frac{\cos^3 \theta}{\sin \theta} = \cos^2 \theta \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cos^2 \theta \cdot \cot \theta. \end{aligned}$$

(அல்லது)

$$(ஆ) \quad y = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\Rightarrow y \sqrt{1-x^2} = \sin^{-1} x$$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த

$$y^2(1-x^2) = (\sin^{-1} x)^2 \quad \left[\because y = e^{\tan^{-1} x} \right]$$

$$'x' \text{-ஐப் பொறுத்து வகைப்படுத்த } y^2(-2x) + (1-x^2)2yy' = 2 \cdot \sin^{-1} x \cdot \frac{d}{dx}(\sin^{-1} x)$$

$$\Rightarrow -2xy^2 + (1-x^2)2yy' = 2 \cdot \sin^{-1} x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\Rightarrow -2xy^2 + (1-x^2)2yy' = 2y \quad \left[\because y = \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} \right]$$

2y ஆல் இருபுறமும் வகுக்க

$$-xy + (1-x^2)y' = 1$$

'x'-ஐப் பொறுத்து மீண்டும் வகைப்படுத்த

$$\Rightarrow -[xy' + y(1)] + (1-x^2)y'' + y'(-2x) = 0$$

$$\Rightarrow -xy' - y + (1-x^2)y'' - 2xy' = 0$$

$$\Rightarrow (1-x^2)y'' - 3xy' - y = 0$$

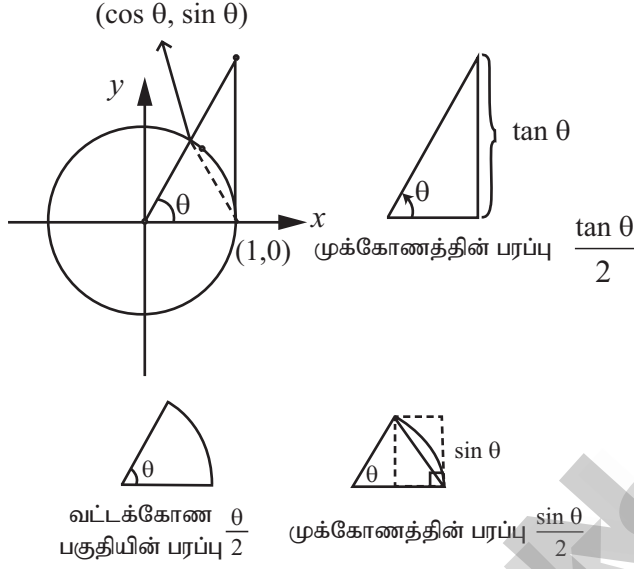
$$(1-x^2)y'' - 3xy' - y = 0$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

43. (அ) இதனை வட்டக்கோணப் பகுதி மூலம் நிறுவலாம்.

மையம் (0,0) மற்றும் ஆரம் 1 உள்ள வட்டத்தை எடுத்துக் கொள்வோம். வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளி

P(cos θ, sin θ) என்க.



$$\text{பரப்பின் பண்பின்படி} \frac{\tan \theta}{2} \geq \frac{\theta}{2} \geq \frac{\sin \theta}{2}.$$

$$\text{இதனை} \frac{2}{\sin \theta} \text{ ஆல் பெருக்க} \frac{1}{\cos \theta} \geq \frac{\theta}{\sin \theta} \geq 1 \text{ எனக் கிடைக்கும். தலைகீழி காண, } \cos \theta \leq \frac{\sin \theta}{\theta} \leq 1.$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta \text{ மற்றும் } \frac{\sin(-\theta)}{-\theta} = \frac{\sin \theta}{\theta} \text{ என்பதால் இந்த சமனிலி } \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \text{ என்ற திறந்த இடைவெளியில் உள்ள}$$

பூஜ்ஜியம் அல்லாத எல்லா θ மதிப்புக்கும் பொருந்தும் எனலாம்.

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \cos \theta = 1; \lim_{\theta \rightarrow 0} (1) = 1 \text{ என நமக்குத் தெரியும். எனவே இடையீட்டுத் தேற்றப்படி } \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1.$$

(அல்லது)

(ஆ) A_1 - இயந்திரம் - I தயாரிக்கும் பொருட்கள் என்க.

A_2 - இயந்திரம் - II தயாரிக்கும் பொருட்கள் என்க

B குறைபாடுடைய பொருட்களை பெறும் நிகழ்வு என்க.

$$P(A_1) = \frac{60}{100} \quad P(B/A_1) = \frac{2}{100}$$

$$P(A_2) = \frac{40}{100} \quad P(B/A_2) = \frac{4}{100}$$

A_1, A_2 ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள். B-ன் நிகழ்தகவு காண வேண்டும் எனில்

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2)$$

$$P(B) = \frac{60}{100} \times \frac{2}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{4}{100}$$

$$P(B) = \frac{120}{10000} + \frac{160}{10000} = \frac{280}{10000}$$

$$P(B) = 0.028$$

44. (அ)

$$\sqrt[3]{x^3+7} = (x^3+7)^{\frac{1}{3}} = \left[x^3 \left(1 + \frac{7}{x^3} \right) \right]^{\frac{1}{3}} \quad \left(x \text{ பெரிய எண் என்பதால் } \left| \frac{7}{x^3} \right| < 1 \right)$$

$$= x \left(1 + \frac{7}{x^3} \right)^{\frac{1}{3}} = x \left(1 + \frac{1}{3} \times \frac{7}{x^3} + \frac{\frac{1}{3}(\frac{1}{3}-1)}{2!} \left(\frac{7}{x^3} \right)^2 + \dots \right)$$

$$= x \left(1 + \frac{7}{3} \times \frac{1}{x^3} - \frac{49}{9} \times \frac{1}{x^6} + \dots \right) = x + \frac{7}{3} \times \frac{1}{x^2} - \frac{49}{9} \times \frac{1}{x^6} + \dots$$

$$\sqrt[3]{x^3+4} = (x^3+4)^{\frac{1}{3}} = \left[x^3 \left(1 + \frac{4}{x^3} \right) \right]^{\frac{1}{3}} \quad \left(x \text{ பெரிய எண் என்பதால் } \left| \frac{4}{x^3} \right| < 1 \right)$$

$$= x \left(1 + \frac{1}{3} \times \frac{4}{x^3} + \frac{\frac{1}{3}(\frac{1}{3}-1)}{2!} \left(\frac{4}{x^3} \right)^2 + \dots \right)$$

$$= \left(x + \frac{4}{3} \times \frac{1}{x^2} - \frac{16}{9} \times \frac{1}{x^6} + \dots \right) = x + \frac{4}{3} \times \frac{1}{x^2} - \frac{16}{9} \times \frac{1}{x^6} + \dots$$

x ஒரு பெரிய எண் என்பதால் $\frac{1}{x}$ மிகச் சிறிய எண்ணாக இருக்கும். எனவே $\frac{1}{x}$ -ன் உயர் அடுக்குகள் நீக்கப்படலாம்.

$$\text{எனவே, } \sqrt[3]{x^3+7} = x + \frac{7}{3} \times \frac{1}{x^2} \text{ மற்றும் } \sqrt[3]{x^3+4} = x + \frac{4}{3} \times \frac{1}{x^2}.$$

அதனால்,

$$\sqrt[3]{x^3+7} - \sqrt[3]{x^3+4} = \left(x + \frac{7}{3} \times \frac{1}{x^2} \right) - \left(x + \frac{4}{3} \times \frac{1}{x^2} \right) = \frac{1}{x^2}$$

(அல்லது)

(ஆ)

$$k(x-1)^2 = 5x-7$$

$$\Rightarrow k(x^2-2x+1) = 5x-7$$

$$\Rightarrow kx^2-2kx+k = 5x-7$$

$$\Rightarrow kx^2-2kx-5x+k+7 = 0$$

$$kx^2+x(-2k-5)+(k+7) = 0$$

$\alpha, 2\alpha$ என்பன இரு மூலங்கள் எனில்

$$\alpha + 2\alpha = \frac{2k+5}{k}$$

$$3\alpha = \frac{2k+5}{k}$$

$$\alpha = \frac{2k+5}{3k} \quad \dots(1)$$

$$\alpha(2\alpha) = \frac{k+7}{k}$$

$$2\alpha^2 = \frac{k+7}{k}$$

$$\alpha^2 = \frac{k+7}{2k} \quad \dots(2)$$

(1)ஐ (2)-ல் பிரதியிட

$$\begin{aligned}
\left(\frac{2k+5}{3k}\right)^2 &= \frac{k+7}{2k} \\
\frac{4k^2+20k+25}{9k^2} &= \frac{k+7}{2k} \\
\frac{4k^2+20k+25}{9k} &= \frac{k+7}{2} \\
8k^2+40k+50 &= 9k^2+63k \\
\Rightarrow k^2+23k-50 &= 0 \\
\Rightarrow (k-2)(k+25) &= 0 \\
\Rightarrow k=2 \text{ அல்லது } -25 \text{ என நிரூபிக்கப்பட்டது.}
\end{aligned}$$

45. (அ) LHS = $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 60^\circ \tan 80^\circ$
 $= \tan 40^\circ \tan 20^\circ \tan 80^\circ \tan 60^\circ$
 $= \tan (60^\circ - 20^\circ) \tan 20^\circ \tan (60^\circ + 20^\circ) (\sqrt{3})$
 $= \tan 3 (20^\circ) (\sqrt{3}) \quad [\because \tan(60^\circ - A) \tan A \tan (60^\circ + A) = \tan 3A]$
 $= \tan 60^\circ (\sqrt{3})$
 $= (\sqrt{3}) (\sqrt{3})$
 $= 3 = \text{RHS}$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(ஆ) I = $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+5x+4}} dx$ என்க. (அல்லது)

$$\begin{aligned}
&= \int \frac{1}{x^2+5x+\frac{25}{4}-\frac{25}{4}+4} dx = \int \frac{1}{\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{4}} dx = \int \frac{1}{\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2} dx \\
&= \log \left(x+\frac{5}{2}\right) + \sqrt{\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2} + c \\
&= \log \left|\left(x+\frac{5}{2}\right) + \sqrt{x^2+5x+4}\right| + c
\end{aligned}$$

46. (அ) செவ்வெண்மை மற்றும் வெண்படம் என இரு வழிகளில் தீர்வு காணலாம்.

(i) செவ்வெண்மை மூலம் தீர்வு காணல்

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களிலிருந்து

$$n(A) = 5000 - 45\% = 2250$$

இதே போன்று

$$n(B) = 1250, n(C) = 500.$$

$$n(A \cap B) = 250, n(B \cap C) = 200, n(C \cap A) = 200 \text{ மற்றும் } n(A \cap (B \cap C)) = 150.$$

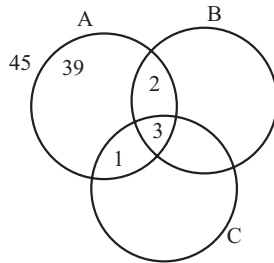
மொழி A மட்டுமே தெரிந்தவர்கள்

$$n(A \cap B' \cap C') = n\{A \cap (B \cup C)'\}$$

$$\begin{aligned}
&= n(A) - n\{A \cap (B \cup C)\} \\
&= n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C) \\
&= 2250 - 250 - 200 + 150 = 1950
\end{aligned}$$

A மொழி மட்டும் தெரிந்தவர்களின் எண்ணிக்கை 1950.

(ii) வென்படம் மூலம் தீர்வு காணல்



படத்திலிருந்து மொழி A மட்டுமே தெரிந்தவர்கள் 39 சதவீதம் ஆகும். எனவே மொழி A மட்டுமே தெரிந்தவர்கள்

$$= \frac{50}{100} \times \frac{39}{100} = 1950.$$

(அல்லது)

(ஆ) ABC என்ற முக்கோணத்தில் BC, CA மற்றும் AB ஆகிய பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகள் முறையே மற்றும் D, E, F என்க. நாம் AD, BE, CF ஆகிய நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவ வேண்டும்.

O-வை ஆதிப்புள்ளியாகக் கொண்டு A, B, C என்ற முனைப்புள்ளிகளின் நிலை வெக்டர்கள் முறையே $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்க.

D, E, F -ன் நிலை வெக்டர்கள் முறையே $\frac{\vec{b} + \vec{c}}{2}, \frac{\vec{c} + \vec{a}}{2}, \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$

AD -யை G_1 அனது உட்புறமாக 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கிறது எனில்,

$$\begin{aligned}
G_1\text{-ன் நிலை வெக்டர்} &= \frac{2\vec{OD} + 1\vec{OA}}{2+1} \\
\vec{OG_1} &= \frac{2\left(\frac{\vec{b} + \vec{c}}{2}\right) + 1\vec{a}}{3} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}
\end{aligned}$$

BE யை G_2 -ஆனது உட்புறமாக 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கிறது எனில்,

$$\begin{aligned}
G_2\text{-ன் நிலை வெக்டர்} &= \frac{2\vec{OE} + 1\vec{OB}}{2+1} \\
\vec{OG_2} &= \frac{2\left(\frac{\vec{c} + \vec{a}}{2}\right) + 1\vec{b}}{3} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}
\end{aligned}$$

இதைப்போலவே CF -யை G_3 ஆனது உட்புறமாக 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கிறது எனில்,

$$\vec{OG_3} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$$

(1), (2) மற்றும் (3) லிருந்து மூன்று புள்ளிகள் G_1, G_2, G_3 ஆகியவற்றின் நிலை வெக்டர்கள் சமம். எனவே அவை வெவ்வேறான புள்ளிகள் இல்லை. அந்த பொதுப்புள்ளியை G என்க.

முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளியின்வழிச் சந்திக்கின்றன.

47. (அ) $P(n)$ என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொடர் என்க.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

படி 1:

$$n = 1 \text{ என்க}$$

$$= 1^3 = \left[\frac{1(1+1)}{2} \right]^2 = \left[\frac{1(2)}{2} \right]^2$$

$\Rightarrow$

$$1 = 1 \text{ எனவே } P(1) \text{ உண்மை}$$

படி (2)

$$P(n) = P(k);$$

$\Rightarrow$

$$P(k) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 \Rightarrow \left[\frac{k(k+1)}{2} \right]^2 \dots (1)$$

படி (3) $P(k+1)$ -ம் உண்மை என நிரூபிக்க.

$$P(k+1) = 1^3 + 2^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3$$

$$= \left[\frac{(k+1)(k+2)}{2} \right]^2$$

$$\text{LHS} = 1^3 + 2^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3$$

$$= \left[\frac{k(k+1)}{2} \right]^2 + (k+1)^3$$

((1) பயன்படுத்தப்பட்டது)

$$= (k+1)^2 \left[\frac{k^2}{4} + k + 1 \right] = (k+1)^2 \left[\frac{k^2 + 4k + 4}{4} \right]$$

$$= \frac{(k+1)^2 (k+2)^2}{4} = \left[\frac{(k+1)(k+2)}{2} \right]^2 = \text{RHS}$$

எனவே $P(k+1)$ என்பது உண்மை.

எனவே கணிதத் தொகுத்தறிதல் கொள்கையின்படி n -ன் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் $P(n)$ உண்மையாகும் என நிரூபிக்கப்பட்டது.

(அல்லது)

$$(ஆ) \Delta = \begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a & -b & 0 \\ 0 & b & -c \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix} = \begin{matrix} R_1 - R_2 \\ R_2 - R_3 \\ R_3 \end{matrix}$$

$$= a[b(1+c) + c] + b(0+c)$$

$$= a(b+bc+c) + bc$$

$$= ab + abc + ac + bc$$

$$= abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \text{RHS.}$$

