22 copies 534

(1)

பாடம் : 4 சேர்ப்பியல் மற்றும் கணிதத் தொகுத்தறிதல்.

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி

1. (i) ஒருவர் இரவு விருந்திற்காக ஒரு உணவு விடுதிக்கு சென்றார். அங்கிருந்த உணவு பட்டியலில் 10 இந்திய மற்றும் 7 சீன உணவு வகைகள் இருந்தன. ஒரு இந்திய (அல்லது) ஒரு சீன உணவை அவர் எத்தனை வகைகளில் தேர்ந்தெடுக்க முடியும்.?

தீர்வு.

இந்திய உணவு	சீன உணவு
10 வழிகள்	7 வழிகள்

மொத்த வழிகள் = 10 + 7
= 17 வழிகள்

(ii) ஒரு கடையில் 3 விதமான மகிழுந்து பொம்மைகளும் 2 விதமான தொடர் வண்டி பொம்மைகளும் உள்ளன. ஒரு குழந்தை ஒரு மகிழுந்து பொம்மையையும் (மற்றும்) ஒரு தொடர் வண்டி பொம்மையையும் எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்?

தீர்வு

மகிழுந்து	தொடர்வண்டி
3 வழிகள்	2 வழிகள்

மொத்த வழிகள் = 3 × 2
= 6 வழிகள்

(iii) 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்கள் திரும்ப வராத முறையில் பயன்படுத்தி எத்தனை இரண்டு - இலக்க எண்களை உருவாக்கலாம்?

தீர்வு

10வது இலக்கம்	1வது இலக்கம்
4 வழிகள்	5 வழிகள்

1, 2, 3, 4, 5 ஐ பயன்படுத்தி உருவாக்கப்படும் இரண்டு இலக்க எண்கள் = 4 × 5 = 20 வழிகள்

(iv) 10 இருக்கைகள் உள்ள அரங்கில் மூன்று நபர்கள் நுழைகிறார்கள் எத்தனை வழிகளில் அவர்கள் அந்த இருக்கைகளில் அமரலாம்?

தீர்வு

முதல் நபர்	2ம் நபர்	3ம் நபர்
10 வழிகள்	9 வழிகள்	8 வழிகள்

மொத்த வழிகள் = 10 × 9 × 8
= 720 வழிகள்

(v) 5 நபர்களை ஒரு வரிசையில் அமர வைக்கலாம்? எத்தனை வழிகளில்

தீர்வு

முதல் நபர்	2ம் நபர்	3ம் நபர்	4ம் நபர்	5ம் நபர்
5 வழிகள்	4 வழிகள்	3 வழிகள்	2 வழிகள்	1 வழி

மொத்த வழிகள் = 5 × 4 × 3 × 2 × 1
= 5! = 120

2) (i) ஒரு அலைபேசியில் பல்வேறான இலக்கங்களைக் கொண்ட கடவுச் சொல் உள்ளது. அந்த கடவுச் சொல்லை மீட்டெடுக்க அதிகபட்சம் எத்தனை முயற்சிகளை செய்ய வேண்டும்?

தீர்வு. மொத்த எண்கள் 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ஆனது 10.

முதல் இலக்கம்	2ம் இலக்கம்	3ம் இலக்கம்	4ம் இலக்கம்	5ம் இலக்கம்	6ம் இலக்கம்
10	9	8	7	6	5

கடவுச் சொல்லை மீட்டெடுக்க அதிகபட்ச முயற்சிகளின் எண்ணிக்கை = 10 × 9 × 8 × 7 × 6 × 5
= 151200.

(ii) 4 வெவ்வேறு நிற கொடிகளில் 3 கொடிகளை ஒன்றின் கீழ் ஒன்றாக அமைத்து எத்தனை வெவ்வேறு விதமான சமிக்ஞைகளை உருவாக்கலாம்?

மேல் பகுதி	நடுபகுதி	கீழ் பகுதி
4 வழிகள்	3 வழிகள்	2 வழிகள்

மொத்த சமிக்ஞைகள் = 4 × 3 × 2
= 24 வழிகள்

Scanned by CamScanner

3) நான்கு குழந்தைகள் ஒரு ஓட்டப் பந்தயத்தில் ஓடுகிறார்கள்

(i) முதல் இரண்டு இடங்களை எத்தனை வழிகளில் நிரப்பலாம்?

தீர்வு

முதல் இடம்	2ம் இடம்
4 வழிகள்	3 வழிகள்

முதல் இரண்டு இடங்களை நிரப்பும் வழிகளின் எண்ணிக்கை

$= 4 \times 3 = 12$ வழிகள்.

(ii) அந்த பந்தயத்தை எத்தனை வழிகளில் முடிக்கலாம்?

மொத்த வழிகள் $= 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 24$ வழிகள்.

4) 2, 4, 6, 8 என்ற இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி எத்தனை 3-இலக்க எண்களை

(i) இலக்கங்கள் திரும்ப வருமாறு

100 வது இலக்கம்	10 வது இலக்கம்	1 வது இலக்கம்
4 வழிகள்	4 வழிகள்	4 வழிகள்

3 இலக்க எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை $= 4 \times 4 \times 4$

$= 64$ வழிகள்

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுநிலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

(ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வராதவாறு காணலாம்.

100 வது இலக்கம்	10 வது இலக்கம்	1 வது இலக்கம்
2	3	4

3 இலக்க எண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை $= 2 \times 3 \times 4 = 24$

5) எத்தனை மூன்று இலக்க எண்களை 5 ஆனது ஒன்றாம் இலக்க இடத்தில் வருமாறு

(i) இலக்கங்கள் திரும்ப வரும் நிலையில்

100 வது இலக்கம்	10 வது இலக்கம்	1 வது இலக்கம்
9	10	1
(0 தவிர)	(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)	(5 மட்டும்)

மொத்த 3 இலக்க எண்கள் $= 9 \times 10 \times 1 = 90$ வழிகள்.

(ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வராதவாறு காணலாம்.

100 வது இலக்கம்	10 வது இலக்கம்	1 வது இலக்கம்
8	8	1 (5 மட்டும்)

மொத்த 3 இலக்க எண்கள் $= 8 \times 8 \times 1 = 64$ வழிகள்.

6) 100 மற்றும் 500க்கு இடையில் 0, 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்களை பயன்படுத்தி

(i) இலக்கங்கள் திரும்ப வரும் நிலையில் எத்தனை எண்களை உருவாக்கலாம்?

100th	10th	unit
4	6	6

100 மற்றும் 500க்கு இடையில் 3 இலக்க எண்கள் மட்டுமே இருக்கும்.

மொத்த வழிகள் $= 4 \times 6 \times 6$

$= 144$ வழிகள்

(ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வராமல் எத்தனை எண்களை உருவாக்கலாம்?

100 வது இலக்கம்	10 வது இலக்கம்	1 வது இலக்கம்
4 (1, 2, 3, 4)	5	4

மொத்த வழிகள் $= 4 \times 5 \times 4$

$= 80$ வழிகள்

7) எத்தனை 3-இலக்க ஒற்றைப் படை எண்கள் 0, 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்களை பயன்படுத்தி

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

(i) இலக்கங்கள் திரும்ப வராமல்

100 வது இலக்கம்	10 வது இலக்கம்	1 வது இலக்கம்
4.	4 (except 0)	3 (1, 3 or 5)

மொத்த வழிகள் $= 4 \times 4 \times 3 = 48$

(ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வருமாறு காணலாம்.

100 வது இலக்கம்	10 வது இலக்கம்	1 வது இலக்கம்
5 வழிகள் (0 தவிர)	6 வழிகள் (0, 1, 2, 3, 4, 5)	3 (1, 3 or 5)

மொத்த வழிகள் $= 5 \times 6 \times 3$
$= 90$ வழிகள்

8) கீழ்க்காணும் நிபந்தனைக்கு உட்பட்டு 999 மற்றும் 10000 க்கு இடையே உள்ள எண்களை எண்ணுக. இடையே உள்ள எண்களை எண்ணுக.

(i) எந்த நிபந்தனையும் இல்லாமல்.

(i) எந்த நிபந்தனையும் இல்லாமல். மொத்த எண்கள் 0, 1, 2, 3, 4 . . . 9
999 க்கும் 10000 க்கும் இடையே 4 இலக்க எண்கள் மட்டுமே இருக்கும்

1000 வது இலக்கம்	100 வது இலக்கம்	10 வது இலக்கம்	1 வது இலக்கம்
9	10	10	10

மொத்த வழிகள் $= 9 \times 10 \times 10 \times 10$
$= 9000$ வழிகள்

(ii) எந்த இலக்கமும் திரும்ப வராமல்

1000 வது இலக்கம்	100 வது இலக்கம்	10 வது இலக்கம்	1 வது இலக்கம்
9 (0 தவிர)	7	8	9

மொத்த வழிகள் $= 9 \times 7 \times 8 \times 9 = 4536$.

(iii) குறைந்தபட்சம் ஏதேனும் ஒரு இலக்கம் திரும்ப வருமாறு
= (மொத்த 4 இலக்க எண்கள்)
= (மொத்த 4 இலக்க எண்கள்) − (எந்த இலக்கமும் திரும்ப வராமல் இருப்பது)
$= 9000 - 4536 = 4464$ வழிகள்

9) 0, 1, 2, 3, 4, 5 என்ற இலக்கங்களை பயன்படுத்தி 5 ஆல் வகுபடும் 3-இலக்க எண்கள் கீழ்க்காணும் நிபந்தனைக்குட்பட்டு எத்தனை உள்ளன.

(i) இலக்கங்கள் திரும்ப வராமல்?

100 வது இலக்கம்	10 வது இலக்கம்	1 வது இலக்கம்
4 (0, 5 தவிர)	4 (1, 2, 3, 4)	2 (0 மற்றும் 5)

மொத்த வழிகள் $= 4 \times 4 \times 2 = 32$

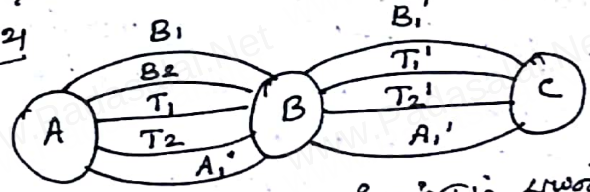
(ii) இலக்கங்கள் திரும்ப வருமாறு

100 வது இலக்கம்	10 வது இலக்கம்	1 வது இலக்கம்
5 (0 தவிர)	6 (1, 2, 3, 4, 5 + 0)	2 (0, 5 மட்டும்)

மொத்த வழிகள் $= 5 \times 6 \times 2$
$= 60$ வழிகள்.

10). A என்ற இடத்திலிருந்து B என்ற இடத்திற்கு செல்ல B_1, B_2 என்ற இரண்டு பேருந்து வழித் தடங்களும் T_1, T_2 என்ற இரண்டு இரயில் வழித் தடங்களும் மேலும் A_1 என்ற வான் வழித்தடமும் உள்ளது. B என்ற இடத்திலிருந்து C என்ற இடத்திற்கு செல்ல B_1' என்ற ஒரு பேருந்து வழித்தடமும் T_1', T_2' என்ற இரண்டு இரயில் வழித்தடங்களும் மேலும் A_1' என்ற வான் வழித்தடமும் உள்ளது. A என்ற இடத்திலிருந்து C என்ற இடத்திற்கு B என்ற இடம் வழியே ஒரே வழித் தடத்தை மீண்டும் பயன் படுத்தாமல் எத்தனை வழிகளில் செல்லலாம்?

தீர்வு



ஒரே வழித்தடங்கள் மீண்டும் பயன் படுத்தாமல் இருக்க (B_1, T_1') (B_2, T_2') (B_1, T_2') (B_1, A_1) (B_2, T_1') (T_2, B_1') (B_2, A_1') (T_1, B_1') (T_1, A_1') (T_2, A_1') (A_1, B_1') (A_1, T_1') and (A_1, T_2')

Scanned by CamScanner

மொத்த வழித்தடங்கள் = 13

11) 1க்கும் 1000க்கும் இடையே உள்ள (இரண்டையும் உள்ளடக்கிய) எண்களில் 2 அல்லது 3 ஆலும் வகுபடாத எண்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு மொத்த எண்கள் 0, 1, 2, 3 . . . 9.

(i)

10வது இலக்கம்	1வது இலக்கம்
9 (0 தவிர)	4 (1, 3, 7, 9)
	(2, 3 ஆல் வகுபடாத எண்கள்).

மொத்த 2 இலக்க எண்கள் $= 9 \times 4 = 36$ வழிகள்.

(ii) 3 இலக்க எண்கள்

100வது இலக்கம்	10வது இலக்கம்	1வது இலக்கம்
9 (0 தவிர)	10	4 (1, 3, 7, 9)

மொத்த 3 இலக்க எண்கள் $= 9 \times 10 \times 4 = 360$

(iii) ஓரிலக்க எண்கள்

1, 3, 7, 9 மட்டும்

மொத்த வழிகள் = 4.

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
... வாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

(iv) நான்கு இலக்க எண்

1000 மட்டும் இது 2, 5 ஆல் வகுபடும்.

∴ மொத்த எண்கள் (1 மற்றும் 1000க்கு இடையில்) $= 4 + 36 + 360 + 0$
$= 400$ வழிகள்.

12. LOTUS எனும் வார்த்தையிலுள்ள எழுத்துகளைப் பயன்படுத்தி

(i) L இல் ஆரம்பித்து அல்லது S இல் முடிக்கும் வகையில் எத்தனை எழுத்துச் சரங்கள் உள்ளன

(a) L ல் தொடங்கும் வார்த்தைகள்

1	4	3	2	1
L				

மொத்த வழிகள் $= 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(b) S ல் முடியும் வார்த்தைகள்

1	2	3	4	1
				S

மொத்த வழிகள் $= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 1 = 24$.

(c) L மற்றும் S ல் தொடங்கி முடியும் வார்த்தைகள்

	3	2	1	
L				S

தேவையான வழிகள் $= 3 \times 2 \times 1 = 6$.

எனவே L ல் ஆரம்பித்து S ல் முடிக்கும் வகையில் உள்ள எழுத்துகள்
$= 24 + 24 - 6 = 42$.

(ii) L ல் துவங்கவோ, மற்றும் S ல் முடிக்கவோ கூடாத எழுத்துச் சரங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

மொத்த வழிகள் $= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
$= 120$.

L ல் துவங்கவோ மற்றும் S ல் முடிக்கவோ கூடாத எழுத்துச் சரங்கள் = (மொத்த எழுத்துகள்) − (L அல்லது S ல் ஆரம்பித்து முடிக்காத எழுத்துகள்)
$= 120 - 42 = 78$.

13) (i) ஒவ்வொரு கொள்குறி வினாவிற்கும் 4 வாய்ப்புகள் உள்ளன. 6 வினாக்களுக்கு எத்தனை வழிகளில் விடையளிக்கலாம்?

தீர்வு 6 வினாக்களுக்கும் மொத்த வழிகள் விடையளிக்க
$= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^6$.

(ii) 3 புறா கூடுகளில் 10 புறாக்களை எத்தனை வழிகளில் தங்க வைக்கலாம்?

மொத்த வழிகள் $= 3^{10}$.

Scanned by CamScanner

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

(iii) 10 மாணவர்களுக்கு 12 வெவ்வேறான பரிசுகளை எத்தனை வழிகளில் பகிர்ந்தளிக்கலாம்?

மொத்த வழிகள் $= 10^{12}$.

14) மதிப்பிணைக் காண்க.

(i) $6! = 6\times5\times4\times3\times2\times1 = 720$

(ii) $4! + 5! = (4\times3\times2\times1) + (5\times4\times3\times2\times1) = 24 + 120 = 144.$

(iii) $3! - 2! = (1\times2\times3) - (1\times2) = 6 - 2 = 4.$

(iv) $3! \times 4! = (1\times2\times3)\times(1\times2\times3\times4) = 6\times24 = 144.$

(v) $\frac{12!}{9!\times3!} = \frac{12\times11\times10\times9!}{9!\times1\times2\times3} = 220.$

(vi) $\frac{(n+3)!}{(n+1)!} = \frac{(n+3)(n+2)(n+1)!}{(n+1)!} = (n+3)(n+2) = n^2+3n+2n+6 = n^2+5n+6.$

15. மதிப்பைக் காண்க $\frac{n!}{r!(n-r)!}$ காண்க.

(i) $n=6 \quad r=2.$

$\frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{1\times2\times3\times4\times5\times6}{1\times2\times1\times2\times3\times4} = 15.$

(ii) $n=10, r=3$

$\frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!\,7!} = \frac{1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10}{1\times2\times3\times(1\times2\times3\times4\times5\times6\times7)} = 120$

(iii) for any n, $r=2$. எந்த n.

$\frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{1\times2\ (n-2)!} = \frac{n^2-n}{2}.$

16) n ன் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $(n+1)! = 20(n-1)!$

$(n+1)\cdot n(n-1)! = 20(n-1)!$

$n^2+n-20 = 0.$

$(n+5)(n-4) = 0$

$n = -5$ (சாத்தியமில்லை)

$\therefore n = 4.$

(ii) $\frac{1}{8!} + \frac{1}{9!} = \frac{n}{10!}$

$\Rightarrow \frac{1}{8!} + \frac{1}{8!\cdot9} = \frac{n}{10\times9\times8!}$

$1 + \frac{1}{9} = \frac{n}{90}$

$\frac{9+1}{9} = \frac{n}{90}$

$\frac{10}{9} = \frac{n}{90}$

$n = \frac{10\times90}{9} = 100.$

$n = 100$

பயிற்சி 4.2

(1) ${}^{(n-1)}P_3 : {}^{n}P_4 = 1:10$ எனில் n ஐக் காண்க.

$\frac{{}^{(n-1)}P_3}{{}^{n}P_4} = \frac{1}{10}.$

$10\ {}^{(n-1)}P_3 = {}^{n}P_4.$

$10\cdot\frac{(n-1)!}{(n-1-3)!} = \frac{n!}{(n-4)!}$

$10\ \frac{(n-1)!}{(n-4)!} = \frac{n(n-1)!}{(n-4)!}.$

$10 = n$

Scanned by CamScanner

2. $^{10}P_{r-1} = 2 \times {}^{6}P_{r}$ எனில் r ஐக் காண்க.

தீர்வு $^{10}P_{r-1} = 2 \times {}^{6}P_{r}$.

$$\frac{10!}{[10-(r-1)]!} = 2 \cdot \frac{6!}{(6-r)!}$$

$$\frac{10!}{(10-r+1)!} = 2 \cdot \frac{6!}{(6-r)!}$$

$$\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{(11-r)!} = 2 \cdot \frac{6!}{(6-r)!}$$

$$\frac{5 \times 9 \times 8 \times 7}{(11-r)(10-r)(9-r)(8-r)(7-r)(6-r)!} = \frac{1}{(6-r)!}$$

$$5 \times 9 \times 8 \times 7 = (11-r)(10-r)(9-r)(8-r)(7-r)$$

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = (11-r)(10-r)(9-r)(8-r)(7-r)$$

$11 - r = 7$

$11 - 7 = r$

$r = 4$

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

3) (i) ஒரு நீச்சல் போட்டியில் 8 பேர் கலந்து கொள்கின்றனர். தங்கம் வெள்ளி மற்றும் வெண்கலப் பரிசுகளை எத்தனை வழிகளில் வழங்க இயலும்?

தீர்வு

தங்கம்	வெள்ளி	வெண்கலம்
8	7	6

மொத்த வழிகள் $= 8 \times 7 \times 6 = 336$.

(ii) மூன்று ஆண்களிடம் 4 சட்டை, 5 மேல் சட்டை மற்றும் 6 தொப்பிகள் உள்ளன. அவற்றை அவர்கள் எத்தனை வழிகளில் அணியலாம்?

தீர்வு மொத்த வழிகள்

$$= {}^{4}P_{3} \times {}^{5}P_{3} \times {}^{6}P_{3}$$

$$= \frac{4!}{(4-3)!} \times \frac{5!}{(5-3)!} \times \frac{6!}{(6-3)!}$$

$$= \frac{4!}{1!} \times \frac{5!}{2!} \times \frac{6!}{3!}$$

$$= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4}{1} \times \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 \times 2} \times \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}{1 \times 2 \times 3}$$

$$= 24 \times 60 \times 120 = 1,72,800.$$

4) SIMPLE என்ற வார்த்தையுள்ள அனைத்து எழுத்துகளையும் ஒரே நேரத்தில் பயன்படுத்தி எத்தனை வரிசை மாற்றங்களை உருவாக்கலாம்?

தீர்வு SIMPLE = 6 எழுத்துகள்

அனைத்து எழுத்துக்களையும் ஒரே நேரத்தில் பயன்படுத்தி உருவாக்கும் மொத்த எழுத்துக்கள்

$$= {}^{6}P_{6} = \frac{6!}{(6-6)!} = \frac{6!}{0!}$$

$$= \frac{6!}{1} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720.$$

5) ஒரு தேர்வில் 10 பல் வாய்ப்பு விடையளி வினாக்கள் உள்ளன. கீழ்க்காணும் நிபந்தனைக்குட்பட்டு எத்தனை வழிகளில் இத்தேர்விற்கு விடையளிக்கலாம்?

(i) ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் நான்கு வாய்ப்புகள் உள்ளன.

மொத்த வழிகள் $= 4^{10}$.

(ii) முதல் நான்கு வினாக்களுக்கு மூன்று வாய்ப்புகளும் மீதமுள்ள வினாக்களுக்கு ஐந்து வாய்ப்புகளும் உள்ளன.

முதல் நான்கு வினாக்களுக்கு மூன்று வாய்ப்புகள் $= 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

மீதமுள்ள 6 வினாக்கள் $= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6$

மொத்த வழிகள் $= 3^4 \times 5^6$.

Scanned by CamScanner

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

(iii) n அவது வினாவிற்கு $(n+1)$ வாய்ப்புகள் உள்ளன.

தீர்வு. 10 வினாக்களுக்கு 10 வழிகளில் விடையளித்தல் $(10+1)$ வினாக்களுக்கு அளிக்கும் வாய்ப்பு $11!$

6) ஒரு மாணவன் 5 பல்வாய்ப்பு விடையளி வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் உள்ள நான்கு வாய்ப்புகளில் ஒன்று சரியானது.

(i) அதிகபட்சமாக எத்தனை ஒரு வெவ்வேறான விடைகளை மாணவனால் தர முடியும்?

தீர்வு ஒவ்வொரு வினாவும் 4 வழிகளில் விடையளிக்கலாம்

அதிகபட்ச வெவ்வேறான விடைகள் $= 4\times4\times4\times4\times4 = 4^5$

(ii) ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் ஒன்றிற்கு மேலான வாய்ப்புகள் சரியானதாக இருக்கிறது எனில் ஒரு விடை எவ்வாறு மாற்றமடையும்?

ஒன்றிற்கு மேலான வாய்ப்புகள் சரியானதாக இருக்க வழிகள் $= \frac{4^5}{2^5}$.

7) "ARTICLE" என்ற வார்த்தையில் உள்ள மெய் எழுத்துகள் இரட்டை இலக்க இடத்தில் வருமாறு எத்தனை எழுத்துச் சரங்கள் உருவாக்க முடியும்?

தீர்வு மெய் எழுத்துகள் A, I, E. மொத்தம் '3' இரட்டை இலக்கங்கள் உள்ளன.

எனவே 3 மெய் எழுத்துக்கள் 3 இரட்டை இலக்கங்களில் அமைய வழிகள் $= {}^3P_3 = 3!$
$= 1\times2\times3 = 6$ வழிகள்

மீதமுள்ள 4 எழுத்துக்கள் $= 4!$ வழிகள் $= 4\times3\times2\times1$
$= 24$ வழிகள்

மொத்த வழிகள் $= 6\times24 = 144$.

8) 8 பெண்கள் மற்றும் 6 ஆண்கள் ஒரே வரிசையில் நிற்கிறார்கள்.

(i) எவரும் எந்த இடத்திலும் நிற்கலாம் என்ற வகையில் எத்தனை வழிகளில் நிற்கலாம்?

8 பெண்கள் + 6 ஆண்கள் = 14 நபர்கள்

$\therefore {}^{14}P_{14} = 14!$ வழிகள்

(ii) 6 ஆண்களும் அடுத்தடுத்து வருமாறு எத்தனை வழிகளில் நிற்கலாம்?

MMMMMM	8 பெண்கள்
$6!$	$8!$

மொத்த வழிகள் $= 6! \times 8!$

(iii) எந்த இரு ஆண்களும் ஒன்றாக நிற்காமல் எத்தனை வழிகளில் நிற்கலாம்?

M W M W M W M W M W M W M W
M W M W

9 இடங்களில் 6 ஆண்கள் மற்றும் 8 இடங்களில் 8 பெண்கள்

மொத்த வழிகள் $= {}^9P_6 \times 8!$
$= {}^9P_6 \times 8!$

9) "MISSISSIPPI" என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துகளைப் பயன்படுத்தி எத்தனை வெவ்வேறான வரிசை மாற்றங்களை உருவாக்கலாம்?

Scanned by CamScanner

தீர்வு மொத்தம் = 11 எழுத்துக்கள்

S = 4 முறை | P = 2 முறை

I = 4 முறை | M = 1 முறை

மொத்த வெவ்வேறான வரிசை மாற்றங்கள் $= \frac{11!}{4!\,4!\,2!\,1!}$

$= \frac{11\times 9\times 8\times 10\times 7\times 6\times 5\times 4\times 3\times 2\times 1}{1\times 7\times 3\times 4\times 1\times 2\times 3\times 4\times 1\times 2\times 1}$

$= 34650.$

10) $a^2 b^3 c^4$ என்ற பெருக்கலில் அடுக்குக்குறிகளைப் பயன்படுத்தாமல் எத்தனை வழிகளில் எழுதலாம்?

தீர்வு aa bbb cccc

a = இரண்டு முறை

b = 3 முறை, c = 4 முறை.

Total = 2+3+4 = 9.

மொத்த வழிகள் $= \frac{9!}{2!\,3!\,4!}$

$= \frac{1\times 2\times 3\times 4\times 5\times 6\times 7\times 8\times 9}{1\times 2\times 1\times 2\times 3\times 1\times 2\times 3\times 4}$

$= 1260.$

11) 4 கணிதப் புத்தகங்கள், 3 இயற்பியல் புத்தகங்கள், 2 வேதியியல் புத்தகங்கள் மற்றும் 1 உயிரியல் புத்தகத்தை ஓர் அலமாரியில் ஒரே பாட புத்தகங்கள் ஒன்றாக வரும் வகையில் எத்தனை வழிகளில் அடுக்கலாம்?

தீர்வு மொத்த பாடங்கள் = 4

மொத்த வழிகள் = 4!

கணிதம் = 4!, வேதியியல் = 2!

இயற்பியல் = 3!, உயிரியல் = 1!

மொத்த வழிகள் = 4! × 4! × 3! × 2! × 1!

= 24 × 24 × 6 × 2 × 1 = 6912.

12) "SUCCESS" என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களில் எல்லா S களும் ஒன்றாக வரும் வகையில் எத்தனை வழிகளில் வரிசைப்படுத்தலாம்?

தீர்வு எல்லா S களும் ஒன்றாக வரும்

மீதமுள்ள வழிகள் (SSS) U (C) E (C)

= 5 வழிகள்

மொத்த வழிகள் $= \frac{5!}{2!\,1!\,1!}$

$= \frac{5\times 4\times 3\times 2\times 1}{1\times 2} = 60$ வழிகள்

13) ஒரு நாணயம் 8 முறை சுண்டப்படுகின்றது.

(i) வெவ்வேறான தலைகள் மற்றும் பூக்களைக் கொண்ட வரிசைகள் எத்தனை இருக்கும்?

தீர்வு நாணயம் சுண்டும் போது கிடைப்பது {H, T} => 2

8 நாணயங்கள் 8 முறை சுண்டப்படுகிறது.

மொத்த வழிகள் $= 2^8$

(ii) ஆறு தலைகள் மற்றும் இரண்டு பூக்கள் கொண்ட வெவ்வேறான வரிசைகள் எத்தனை இருக்கும்?

தீர்வு மொத்த வழிகள் $= \frac{2^8}{6!\,2!}$

14) "INTERMEDIATE" என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துகளைப் பயன்படுத்தி கீழ்க்காணும் நிபந்தனைகளுக்கு உட்பட்டு எத்தனை எழுத்துச் சரங்களை உருவாக்கலாம்?

(i) உயிர் எழுத்துகள் மற்றும் மெய் எழுத்துகள் அடுத்தடுத்து வருமாறு.

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

Scanned by CamScanner

நா. காமாட்சி, M.Sc, B.Ed, M.Phil, Ph.D
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

E = 3 முறை, I = 2 முறை
A = 1 முறை
மொத்தம் = 12 எழுத்துகள்

மொத்த வரிசைகள் = $\frac{12!}{3!\times 2!\times 1!}$

$= \frac{12\times11\times10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2}{1\times2\times3\times1\times2\times1}$

= 39916800.

(ii) எல்லா உயிரெழுத்துகளும் ஒன்றாக வருமாறு.
உயிர் எழுத்துகள் = 6
மெய் எழுத்துகள் = 6 (A, E, I)
மொத்த வழிகள் = 6 × 6!

(iii) உயிரெழுத்துகள் ஒன்றாக வராத வகையில்
உமெ உமெ உமெ உமெ உமெ
உமெ உமெ
6 உயிரெழுத்துகளில் 2 (TT) இருமுறை வருகிறது
தேவையான வழிகள் = $\frac{6!}{2!}$

(iv) எந்த இரு உயிரெழுத்துகளும் ஒன்றாக வராத வகையில்
6 மெய்யெழுத்துகளில் 3 E's, 2 I's அனைத்து 7 வது இடத்தில் உள்ள வழிகள் = ${}^7P_6 \times \frac{1}{3!}\times\frac{1}{2!}$

மொத்த வழிகள்

$= \frac{6!}{2!}\times {}^7P_6\times\frac{1}{3!}\times\frac{1}{2!}$

$= \frac{1\times2\times3\times4\times5\times6}{1\times2}\times 7!\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}$

= 5×3×2×7×6×5×4×3×2

= 151200.

15) 1, 1, 2, 3, 3 மற்றும் 4 என்ற இலக்கங்கள் தனித்தனியாக அட்டையில் எழுதப்பட்டுள்ளது. ஒரு 6-இலக்க எண்ணை அமைக்க இந்த ஆறு அட்டைகளையும் வரிசைப்படுத்தும் போது.

(i) எத்தனை வெவ்வேறான 6-இலக்க எண்களை உருவாக்கலாம்?

தீர்வு 1 ⇒ 2 முறை, 2 ⇒ ஒரு முறை
3 ⇒ 2 முறை.

வெவ்வேறான 6-இலக்க எண்கள்

$= \frac{6!}{2!\,2!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{1\times2\times1\times2}$

= 180 வழிகள்.

(ii) இவற்றில் எத்தனை 6-இலக்க எண்கள் இரட்டைப்படை?

1 வது இலக்கம் 2 அல்லது 4 இருந்தால் இரட்டைப் படையாக இருக்கும்.

மீதமுள்ள 5 இலக்கம் = $\frac{5!}{2!\,2!}$

∴ 6 இலக்க இரட்டைப்படை எண் = $\frac{5!}{2!\times2!}\times 2 = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{1\times2\times1\times2}\times 2$

= 60 வழிகள்

(iii) இவற்றில் எத்தனை 6 இலக்க எண்கள் 4 ஆல் வகுபடும்?

தீர்வு

ஒன்றாவது இலக்கம் 4 = 1 வழி

மீதமுள்ள 5 இலக்கம் = $\frac{5!}{2!\,2!}$

மொத்த 6 இலக்க 4 ஆல் வகுபடும் எண்கள் = $\frac{5!}{2!\,2!}\times 1$

$= \frac{5\times4\times3\times2}{1\times2\times1\times2}$ = 30 வழிகள்

16) 'GARDEN' என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துகளை வரிசை மாற்றத்திற்கு உட்படுத்திக் கிடைக்கும் எழுத்துச் சரங்களை ஆங்கில அகராதியில் உள்ளது போன்று வரிசைப்படுத்தும் போது பின்வரும் வார்த்தைகளின் தரத்தைக் காண்க.

(i) GARDEN (ii) DANGER

Scanned by CamScanner

தீர்வு ஆங்கில அகராதி வரிசையின் படி A, D, E, G, N, R.

A	D	E	GA	GAD	GARN	GARA	GAE
5!	5!	5!	4!	3!	3!	2!	3!

GARDA	GARDEN
1!	1!

மொத்த தரம்

$= 5! + 5! + 5! + 4! + 3! + 3! + 2! + 3! + 1! + 1!$

$= 120 + 120 + 120 + 24 + 6 + 6 + 6 + 2 + 1 + 1$

$= 406.$

(ii) DANGER.

ஆங்கில அகராதி வரிசையின் படி A, D, E, G, N, R.

A	DA	DAE	DAG	DANA	DANE	DANGE
5!	4!	3!	3!	2!	2!	1!

DANGER
1!

மொத்த தரம்

$= 120 + 24 + 6 + 6 + 2 + 2 + 1 + 1$

$= 162.$

17) "THING" என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துகளை வரிசை மாற்றத்திற்கு உட்படுத்தினால் எழுத்துச் சரங்களை பெறலாம். மேலும், இதனை ஆங்கில அகராதியில் உள்ளது போன்று வரிசைப் படுத்தும் போது 85 ஆவது எழுத்துச் சரம் என்னவாக இருக்கும்?

தீர்வு ஆங்கில அகராதி வரிசையின் படி G, H, I, N, T.

G	H	I	NG	NGH	NGHI	NGHIT
4!	4!	4!	3!	2!	1!	1!

தரம் $= 24 + 24 + 24 + 6 + 2 + 1 + 1$

$= 85$

∴ 85 வது எழுத்துச் சரம் NGHIT.

18) FUNNY என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துகளை வரிசை மாற்றத்திற்கு உட்படுத்திக் கிடைக்கும் எழுத்துச் சரங்களை ஆங்கில அகராதியில் உள்ளது போன்று வரிசைப் படுத்தும் போது FUNNY என்ற வார்த்தையின் தரம் காண்க.

தீர்வு ஆங்கில அகராதி வரிசையின் படி F, N, N, U, Y.

F ல் தொடங்கும் வார்த்தைகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{4!}{2!} = \frac{4\times3\times2\times1}{1\times2}$

$= 12.$

(ii) FU ல் தொடங்கும் வார்த்தைகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{3!}{2!} = \frac{3\times2}{2} = 3$

(iii) FUNN ல் தொடங்கும் வார்த்தைகள் எண்ணிக்கை $= 1!$

அடுத்த வார்த்தை ஆனது FUNNY.

∴ மொத்த தரம் $= 12 + 2 + 3 + 1 + 1$

$= 19.$

19) 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற இலக்கங்கள் மீண்டும் திரும்ப வராத வகையில் உருவாகும் எல்லா 4-இலக்க எண்களின் கூட்டுத் தொகை காண்க.

தீர்வு கொடுக்கப்பட்ட 5 எண்களைக் கொண்டு உருவாக்கப்படும் 4 இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கை

$= {}^5P_4 = 120.$

1 ஆவது இலக்கம்

1000th	100th	10th	1
4	3	2	1

$= 4\times3\times2\times1 = 24$ ways.

இதேபோன்று, 2, 3, 4, 5 எண்களும் 24 வழிகளில் ஒன்றாவது இலக்கத்தில் வரும்.

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

Scanned by CamScanner

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
திருவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

கூடுதல் = $(4P_3 \times 1) + (4P_3 \times 2) + (4P_3 \times 3) + (4P_3 \times 4) + (4P_3 \times 5)$

$= 4P_3(1+2+3+4+5)$

$= 4P_3(15)$

(i) இதே போன்று 10 வது இலக்கத்தில் உள்ள எண்களின் கூடுதல்

$= 4P_3 \times 15 \times 10 = 4P_3 \times 150$.

(ii) 100 வது இலக்கத்திலுள்ள எண்களின் கூடுதல் $= 4P_3 \times 15 \times 100$

$= 4P_3(1500)$

(iii) 1000 வது இலக்கத்திலுள்ள எண்களின் கூடுதல்

$= 4P_3 \times 15 \times 1000$

$= 4P_3(15000)$.

மொத்த 4 இலக்க எண்கள்

$= 4P_3(15) + (4P_3 \times 150) + (4P_3 \times 15000) + (4P_3 \times 1500) + $

$= 4P_3(15 + 150 + 1500 + 15000)$

$= 4P_3(16665)$

$= 4(16665) = 66660$.

20) 0, 2, 5, 7, 8 என்ற இலக்கங்கள் மீண்டும் வராத வகையில் உருவாக்கப்படும் எல்லா 4-இலக்க எண்களின் கூட்டுத்தொகையை காண்க.

தீர்வு

1000 வது	100 வது	10 வது	1 வது
4	5	5	5

(0 ஐ தவிர).

(i) ஒன்றாவது இலக்கத்தில் 0 வை போடவும். மீதமுள்ள 3 இடங்களில் நிரப்பலாம் காண்டு எண்களை

$= 4 \times 4 \times 4 = 64$.

(ii) ஒன்றாவது இலக்க எண்களின் கூடுதல்

$= (64 \times 0) + (64 \times 2) + (64 \times 5) + (64 \times 7) + (64 \times 8) = 64(22)$

$= 64[0 + 2 + 5 + 7 + 8]$

$= 1408$.

(b) இதே போன்று 10 வது இலக்க எண்களின் கூடுதல் $= 1408 \times 10 = 14080$

(c) 100 வது இலக்க எண்களின் கூடுதல் $= 1408 \times 100 = 140800$.

(ii) 1000 வது இலக்கத்தை 0 ஐ நிரப்பானால் மீதமுள்ள 3 இலக்கங்களை நிரப்பலாம் கொண்டு மூன்று எண்களை

$= 3 \times 3 \times 3 = 27$.

எனவே 1000 வது இலக்கங்களின் கூடுதல் எண்ணிக்கையான்

$= 27(2+5+7+8) = 27(22) \times 1000$

$= 594000$.

∴ அனைத்து 4 இலக்க எண்களின் கூடுதல்

$= 1408 + 14080 + 140800 + 594000$

$= 1408(1+10+100) + 59400$

$= 1408(111) + 59400$

$= 750288$.

பயிற்சி 4.3

1. $nC_{12} = nC_9$ எனில் $21C_n$ ஐக் காண்க.

$nC_x = nC_y$

$\Rightarrow x = y$ (or) $x + y = n$.

∴ $12 + 9 = n$.

$\boxed{n = 21}$

$21C_n = 21C_{21} = 1$.

(2) $15C_{2r-1} = 15C_{2r+4}$ எனில் r ஐக் காண்க.

$(2r-1) + (2r+4) = 15$

$[\because nC_x = nC_y \Rightarrow x + y = n]$.

$4r + 3 = 15$

$4r = 15 - 3$

$4r = 12$

$\boxed{r = 3}$

Scanned by CamScanner

3) $nP_r = 720$ மற்றும் $nC_r = 120$ எனில் n, r ஐக் காண்க.

தீர்வு $nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = 720$. —①

$nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} = 120$ —②

$\frac{②}{①} \Rightarrow \frac{n!}{r!(n-r)!} \times \frac{(n-r)!}{n!} = \frac{120}{720}$

$\Rightarrow \frac{1}{r!} = \frac{120}{720}$

$\frac{720}{120} = r!$

$r! = 6 = 3 \times 2 \times 1$

$r! = 3!$

$\boxed{r = 3}$ ① ல் பிரதியிட

$\frac{n!}{(n-3)!} = 720.$

$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = 720$

$n(n-1)(n-2) = 10 \times 9 \times 8$

$\boxed{n = 10}$

4) நிறுவுக. $15C_3 + (2 \times 15C_4) + 15C_5 = 17C_5$.

தீர்வு $15C_3 + (2 \times 15C_4) + 15C_5$

$= 15C_3 + 15C_4 + 15C_4 + 15C_5$

$= 16C_4 + 16C_5$ $(nC_x + nC_{x-1} = n+1C_x)$

$= 17C_5 = RHS.$

5) நிறுவுக. $35C_5 + \sum_{r=0}^{4} (39-r)C_4 = 40C_5$

$35C_5 + 39C_4 + 38C_4 + 37C_4 + 36C_4 + 35C_4$

$= (35C_5 + 35C_4) + (39C_4 + 38C_4) + (37C_4 + 36C_4)$

$(\because nC_x + nC_{x-1} = n+1C_r)$

$= (36C_5 + 36C_4) + 39C_4 + 38C_4 + 37C_4$

$= (37C_5 + 37C_4) + 39C_4 + 38C_4$

$= (38C_5 + 38C_4) + 39C_4$

$= 39C_5 + 39C_4$

$= 40C_5 = RHS.$

6) $(n+1)C_8 : (n-3)P_4 = 57 : 16$ எனில் n ஐக் காண்க.

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

$\frac{(n+1)C_8}{(n-3)P_4} = \frac{57}{16}$

$16 (n+1)C_8 = 57 (n-3)P_4$

$\frac{16 \cdot (n+1)!}{8!(n+1-8)!} = \frac{57 (n-3)!}{(n-3-4)!}$

$\frac{16 (n+1)!}{8!(n-7)!} = \frac{57 (n-3)!}{(n-7)!}$

$16 (n+1) n (n-1)(n-2)(n-3)!$

$= 57 \times 8! (n-3)!$

$(n+1) n (n-1)(n-2) = \frac{57 \times 8!}{16}$

$= \frac{57 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{16}$

$= 3 \times 19 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$

$= 21 \times 20 \times 19 \times 18.$

$\boxed{n = 20}$

7) நிறுவுக.

$2nC_n = \frac{2^n \times 1 \times 3 \times \cdots (2n-1)}{n!}$

தீர்வு

$2nC_n = \frac{2n!}{n!(2n-n)!}$

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி

$$= \frac{2n!}{n!\, n!}$$

$$= \frac{(2n)(2n-1)(2n-2)\cdots 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{n!\, n!}$$

$$= \frac{[(2n)(2n-2)\cdots 4\cdot 2]\,[(2n-1)(2n-3)\cdots 3\cdot 1]}{n!\, n!}$$

$$= \frac{2^n\,(n\cdot(n-1)\cdots 2\cdot 1]\,(1\cdot 3\cdots(2n-1))}{n!\, n!}$$

$$= \frac{2^n \cdot n!\,(1\times 3\times\cdots(2n-1))}{n!\, n!}$$

$$= \frac{2^n\,(1\times 3\times 5\times\cdots(2n-1))}{n!}$$

= RHS.

8) $1 \le r \le n$ எனில் $n \times (n-1)C_{r-1} = (n-r+1) \times nC_{r-1}$ என நிறுவுக.

தீர்வு $n \times (n-1)C_{r-1}$

$$= n \times \frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-1-(r-1))!}$$

$$= n \times \frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-1-r+1)!}$$

$$= n \times \frac{(n-1)!}{(r-1)!\,(n-r)!}$$

$$= n \times \frac{(n-1)!\,(n-r+1)}{(r-1)!\,(n-r+1)\,(n-r)!}$$

$$= \frac{n!}{(r-1)!} \cdot \frac{(n-r+1)}{(n-r+1)!}$$

$$= (n-r+1) \cdot \frac{n!}{(r-1)!\,(n-r+1)!}$$

$$= (n-r+1)\; nC_{(r-1)}$$

= RHS.

9) (i) ஒரு கபடி பயிற்சியாளரிடம் 14 விளையாட்டு வீரர்கள் விளையாட தயார் நிலையில் உள்ளனர். 7 விளையாட்டு வீரர்களைக் கொண்ட எத்தனை வெவ்வேறான அணிகளை அவர் அமைக்கலாம்?

தீர்வு 14 விளையாட்டு வீரர்களிடமிருந்து 7 விளையாட்டு வீரர்களை அணிகளாக அமைக்க முறை $= 14C_7$ வழிகள்

$$= \frac{14!}{7!\,(14-7)!} = \frac{14!}{7!\,7!}$$

$$= \frac{14\times 13\times 12\times 11\times 10\times 9\times 8\times 7!}{7!\; 1\times 2\times 3\times 4\times 5\times 6\times 7}$$

= 3432.

(ii) ஒரு விருந்தில் 15 நபர்கள் உள்ளனர். எந்த இரு நபர்களும் தங்களுக்குள் கைகுலுக்கிக் கொள்கிறார்கள் எனக் கொண்டால், அந்த விருந்தில் எத்தனை கைகுலுக்கல் நிகழும்?

தீர்வு கைகுலுக்கிக் கொள்பவர்களின் எண்ணிக்கை $= 15C_2 = \frac{15\times 14}{1\times 2}$

= 105.

(iii) ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள 20 புள்ளிகள் வழியே எத்தனை நாண்களை வரைய முடியும்?

தீர்வு: ஒரு நாண் வரைய இரண்டு புள்ளிகள் தேவை.

மொத்த வழிகள் $= 20C_2$

$$= \frac{20\times 19}{1\times 2} = 190.$$

(iv) ஒரு வண்டி நிறுத்தும் இடத்தில் ஒரு வருட பழைய மகிழுந்துகள் 100 நிறுத்தப்பட்டுள்ளன. அந்த மகிழுந்துகளின் மாசு கட்டுப்பாட்டுக் கருவிகள் எவ்வாறு செயல்படுகின்றன என்பதை சோதனை செய்ய ஏதேனும் 5 மகிழுந்துகளைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும். எத்தனை விதமாக இந்த ஐந்து மகிழுந்துகளை தேர்ந்தெடுக்கலாம்?

தீர்வு மொத்த வழிகள் $= 100C_5$

$$= \frac{100\times 99\times 98\times 97\times 96}{1\times 2\times 3\times 4\times 5}$$

Scanned by CamScanner

$= 451725120.$

(V) 3 ஆண்கள், 2 பெண்கள் மற்றும் 1 திருநங்கை அடங்கியோர் கொண்ட 5 ஆண்கள், 4 பெண்கள் மற்றும் 2 திருநங்கைகளில் இருந்து எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்?

தீர்வு மொத்த ஆண்கள் = 5

பெண்கள் = 4

திருநங்கைகள் = 1.

மொத்த வழிகள் $= 5C_3 \times 4C_2 \times 2C_1$

$= \frac{5\times4}{1\times2} \times \frac{4\times3}{1\times2} \times 2 = 120.$

10) கீழ்க்காணும் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை உள்ள கணங்களின் உட்கணங்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.

தீர்வு

$nC_0 + nC_1 + nC_2 + \dots + nC_n = 2^n.$

i) 4 உறுப்புகள்

$4C_0 + 4C_1 + 4C_2 + 4C_3 + 4C_4$

$1 + 4 + \left(\frac{4\times3}{1\times2}\right) + 4 \times 1$

$= 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16.$

ii) 5 உறுப்புகள்

$5C_0 + 5C_1 + \dots + 5C_5 = 2^5$

$= 32$

$n=5$

(ii) n உறுப்புகள்

$nC_0 + nC_1 + nC_2 + \dots + nC_n = 2^n$

11) ஓர் அறக்கட்டளையில் 25 உறுப்பினர் உள்ளனர் (i) இவர்களில் 3 அதிகாரிகளை எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்?

தீர்வு மொத்த வழிகள் $= 25C_3$

$= \frac{25\times24\times23}{1\times2\times3} = 2300.$

(ii) ஒரு தலைவர், ஒரு உப தலைவர் மற்றும் ஒரு செயலரை எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்?

தீர்வு தேவையான வழிகள் $= 25P_3$

$= 25\times24\times23 = 13800.$

12) ஒரு குழுவில் உள்ள 10 நபர்களில் ஒரு தலைவர் மற்றும் ஒரு செயலர் உள்ளடக்கி 6 நபர்களை எத்தனை வழிகளில் தேர்வு செய்யலாம்?

தீர்வு ஒரு குழுவில் ஒரு தலைவர் மற்றும் ஒரு செயலர் இரண்டு பேர் கட்டாயம் இருக்க. வழிகள் $10C_2$

மீதமுள்ள $10-2=8$ பேரில் 4 பேரை தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள் $= 8C_4$.

மொத்த வழிகள் $= 10C_2 \times 8C_4$

$= \frac{10\times9}{1\times2} \times \frac{8\times7\times6\times5}{1\times2\times3\times4}$

$= 3150$ வழிகள்.

13) 12 வெவ்வேறான புத்தகங்களில் 5 புத்தகங்களை கீழ்க்காணும் நிபந்தனைகளுக்கு உட்பட்டு எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்?

(i) இரண்டு குறிப்பிட்ட புத்தகங்களை எப்பொழுதுமே தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.

தீர்வு மொத்தம் = 12

எப்பொழுதும் உள்ள புத்தகம் = 2

மீதமுள்ள புத்தகம் = 12-2 = 10.

மீதி 3 புத்தகம் 10 லிருந்து தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

தேவையான வழிகள் $= 10C_3$

$= \frac{10\times9\times8}{1\times2\times3} = 120$ வழிகள்

(ii) இரண்டு குறிப்பிட்ட புத்தகங்களை எப்பொழுதுமே தேர்ந்தெடுக்கக் கூடாது.

திரு. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

Scanned by CamScanner

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி

Scanned by CamScanner

தேவையான வழிகள் $= 10C_5$

$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 252.$

14) 5 ஆசிரியர்கள் மற்றும் 20 மாணவர்களில் இருந்து 2 ஆசிரியர்கள் மற்றும் 3 மாணவர்களைக் கொண்டு ஒரு குழு அமைக்கப்படுகின்றது எத்தனை வழிகளில் இதனைச் செய்யலாம், மேலும் இவற்றில் கீழ்க்காணும் நிபந்தனைக்கு உட்பட்டு எத்தனை குழுக்களைக் காணலாம்?

(i) அக்குழுவில் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆசிரியர் உள்ளவாறு.

தேவையான வழிகள் $20C_3 \times 5C_2$

$= \frac{20 \times 19 \times 18}{1 \times 2 \times 3} \times \frac{5 \times 4}{1 \times 2} = 11400.$

அக்குழுவில் ஒரு குறிப்பிட்ட ஆசிரியர் இருந்தால்

= 1 ஆசிரியர் & 3 மாணவர்கள்

$= 4C_1 \times 20C_3$

$= 4 \times \frac{20 \times 19 \times 18}{3 \times 2 \times 1}$

$= 4560.$

(ii) அக்குழுவில் குறிப்பிட்ட மாணவர் வராதவாறு

தேவையான வழிகள் $= 19C_3 \times 5C_2$

$= \frac{19 \times 18 \times 17}{1 \times 2 \times 3} \times \frac{5 \times 4}{1 \times 2} = 9690.$

15) ஒரு மாணவர் ஒரு தேர்வில் 9 வினாக்களில் 2 வினாக்களுக்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்க வேண்டும். எந்த விடையளிக்க வேண்டும். ஏந்த வினாக்களுக்கு நிபந்தனையுடன் 5 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும். எத்தனை வழிகளில் அந்த வினாக்களுக்கு ஒரு மாணவர் விடையளிக்கலாம்?

தீர்வு மொத்த வினாக்கள் $= 9.$

கட்டாய வினாக்கள் $= 2.$

மீதமுள்ள வினாக்கள் (3) $= 9 - 2 = 7.$

மொத்த வழிகள் $= 7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3}$

$= 35.$

16) 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக் கட்டிலிருந்து 5 சீட்டுகளைத் தேர்வு செய்யும் ஒவ்வொரு சேர்வும் எப்பொழுதும் மூன்று ஏஸ்கள் உள்ளவாறு எத்தனை சேர்வுகள் இருக்கும் எனக் காண்க.

தீர்வு மொத்த சீட்டுகள் $= 52.$

ஏஸ்களின் எண்ணிக்கை $= 4$

மீதமுள்ள சீட்டுகள் $= 48.$

தேவையான வழிகள்

$= 4C_3 \times 48C_2$

$= 4 \times \frac{48 \times 47}{1 \times 2} = 4512$

17) 7 இந்தியர்கள் மற்றும் 5 அமெரிக்கர்களில் இருந்து அதிக அளவில் இந்தியர்கள் இருக்கும்படியான 5 நபர்களைக் கொண்ட எத்தனை விதமான குழுக்களை அமைக்கலாம்?

தீர்வு

இந்தியர்கள்	அமெரிக்கர்கள்	குழு
4	1	$7C_4 \times 5C_1$
3	2	$7C_3 \times 5C_2$
5	0	$7C_5 \times 5C_0$

மொத்த வழிகள்

$= (7C_4 \times 5C_1) + (7C_3 \times 5C_2) + (7C_5 \times 5C_0)$

$= \left[\frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} \times 5\right] + \left[\frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} \times \frac{5 \times 4}{1 \times 2}\right] + \left[\frac{7 \times 6}{1 \times 2} \times 1\right]$

$= 175 + 350 + 21$

$= 546.$

18) 8 ஆண்கள் மற்றும் 4 பெண்களில் இருந்து 7 பேர் கொண்ட ஒரு குழு அமைக்கப்படுகின்றது. கீழ்க்காணும் நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்யும் வகையில் எத்தனை குழுக்களை அமைக்கலாம்?

(i) சரியாக 3 பெண்கள் இருக்குமாறு

தீர்வு: மொத்த ஆண்கள் = 8

மொத்த பெண்கள் = 4.

தேவையான பேர்கள் = 7.

தேவையான வழிகள் = $8C_4 \times 4C_3$

$= \frac{8\times7\times6\times5}{1\times2\times3\times4} \times 4 = 280$

(ii) குறைந்தபட்சம் 3 பெண்கள் இருக்குமாறு.

தேவையான வழிகள்

$= (4C_3 \times 8C_4) + (4C_4 \times 8C_3)$

$= \left(4 \times \frac{8\times7\times6\times5}{1\times2\times3\times4}\right) + \left(1 \times \frac{8\times7\times6}{1\times2\times3}\right)$

$= 280 + 56 = 336.$

(iii) அதிகபட்சம் 3 பெண்கள் இருக்குமாறு. தேவையான வழிகள் $= (8C_4 \times 4C_3) + (8C_5 \times 4C_2) + (8C_6 \times 4C_1) + (8C_7 \times 4C_0)$

$= \left[\frac{8\times7\times6\times5}{1\times2\times3\times4} \times 4\right] + \left(\frac{8\times7\times6}{1\times2\times3} \times \frac{4\times3}{1\times2}\right) + \left(\frac{8\times7}{1\times2} \times 4\right) + (8 \times 1)$

$= 280 + 336 + 112 + 8 = 736.$

19) ஒரு ஆணுக்கு 4 பெண்கள் மற்றும் 3 ஆண்கள் என 7 உறவினர்கள் உள்ளனர். அவரது மனைவிக்கு 3 பெண்கள் மற்றும் 4 ஆண்கள் என 7 உறவினர்கள் உள்ளனர். ஒரு இரவு விருந்திற்கு 3 பெண்கள் மற்றும் 3 ஆண்கள் அழைக்கப்படும் போது ஆணின் உறவினர்கள் 3 பேர் மற்றும் அவரது மனைவியின் உறவினர்கள் 3 பேர் என்றவாறு விருந்தில் கலந்து கொள்ள எத்தனை வழிகளில் அமைக்கலாம்?

தீர்வு.

	H	W	H	W	H	W	H	W
பெண்கள்	0	3	1	2	2	1	3	0
ஆண்கள்	3	0	2	1	1	2	0	3

தேவையான வழிகள்

$= (4C_3)(4C_3) + (4C_2)(3C_1)(3C_1)(4C_2) + (4C_1)(3C_2)(3C_2)(4C_1) + (3C_3)(3C_3)$

$= (4)(4) + (6\times3\times3\times6) + (4\times3\times3\times4) + (1\times1)$

$= 16 + 324 + 144 + 1 = 485.$

20) ஒரு பெட்டியில் இரண்டு வெள்ளைப் பந்துகள், மூன்று கருப்புப் பந்துகள் மற்றும் நான்கு சிவப்புப் பந்துகள் உள்ளன. பெட்டியில் இருந்து மூன்று பந்துகளைத் தேர்ந்தெடுக்கும் போது, அவற்றில் குறைந்தபட்சம் ஒரு கருப்பு பந்து இருக்குமாறு எத்தனை வழிகளில் தேர்ந்தெடுக்கலாம்?

தீர்வு

வெள்ளைப் பந்து (2)	கருப்பு பந்து (3)	சிவப்பு பந்து (4)
2	1	0
0	1	2
1	1	1
1	2	0
0	2	1
0	3	0

தேவையான வழிகள்

$= (2C_2 \times 3C_1 \times 4C_0) + (2C_0 \times 3C_1 \times 4C_2) + (2C_1 \times 3C_1 \times 4C_1) + (2C_1 \times 3C_2 \times 4C_0) + (2C_0 + 3C_2 \times 4C_1) + (2C_0 \times 3C_3 \times 4C_0)$

$= (1\times3\times1) + (1\times3\times6) + (2\times3\times4) + (2\times3\times1) + (1\times3\times4) + (1\times1\times1)$

$= 3 + 18 + 24 + 6 + 12 + 1$

$= 64$ வழிகள்.

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D. முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்) அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி [illegible]

Scanned by CamScanner

21) "EXAMINATION" என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துகளைக் கொண்டு எத்தனை 4 எழுத்துச் சரங்களை உருவாக்கலாம்?

தீர்வு மொத்த எழுத்துக்கள் = 11

A → 2 முறை, I → 2 முறை

N → 2 முறை. வித்தியாசமானவை = 7

(i) A, I, N 2 முறை வருகிறது.

2 ஒன்றாக, 2 ஒன்றாக $= 3C_2$

$= \frac{3\times2}{1\times2} = 3$

(ii) 2 ஒன்றாக, 2 வெவ்வேறானவை

$= 3C_1 \times 7C_2 = 3 \times \frac{7\times6}{1\times2}$

$= 63$

(iii) எல்லாமும் (4) வித்தியாசமானவை

$= 8C_4 = \frac{8\times7\times6\times5}{1\times2\times3\times4} = 70.$

மொத்த எழுத்துச் சரங்கள்

$= 3+63+70 = 136.$

22). எந்த மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே கோட்டில் அமையாதவாறு 15 புள்ளிகளைக் கொண்டு எத்தனை முக்கோணங்களை அமைக்கலாம்?

தீர்வு ஒரு முக்கோணம் அமைய 3, ஒரே கோட்டில் அமையாத புள்ளிகள் தேவை.

தேவையான வழிகள் $= 15C_3$

$= \frac{15\times14\times13}{1\times2\times3} = 455$

23) 15 புள்ளிகளில் 7 புள்ளிகள் ஒரு கோட்டிலும் மற்றும் மீதமுள்ள 8 புள்ளிகள் மற்றொரு இணைக் கோட்டிலும் அமைந்துள்ளது. எனில் இந்த 15 புள்ளிகளைக் கொண்டு எத்தனை முக்கோணங்களை அமைக்கலாம்?

தீர்வு முக்கோணம் வரைய மூன்று புள்ளிகள் தேவை.

தேவையான வழிகள்

$= (7C_2 \times 8C_1) + (7C_1 \times 8C_2)$

$= \left(\frac{7\times6}{1\times2} \times 8\right) + \left(7 \times \frac{8\times7}{1\times2}\right)$

$= 168+196 = 364.$

24) ஒரு தளத்தில் 11 புள்ளிகள் உள்ளன. இவற்றில் 4 புள்ளிகளைத் தவிர மற்ற எந்த 3 புள்ளிகளும் ஒரே கோட்டில் அமையவில்லை எனில் கீழ்க்கண்டவற்றைக் காண்க.

தீர்வு (i) இப்புள்ளிகளில் ஒரு சோடி புள்ளிகளினால் அமையும் கோடுகள் எத்தனை?

ஒரு கோடு வரைய இரண்டு புள்ளிகள் தேவை.

தேவையான வழிகள் $= 11C_2$

$= \frac{11\times10}{1\times2} = 55.$

4 புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமைந்து உள்ளன

$= 4C_2 = \frac{4\times3}{1\times2} = 6.$

மொத்த வழிகள் $= 55-6+1$

$= 50$ வழிகள்.

(ii) இந்த புள்ளிகளை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்டு எத்தனை முக்கோணங்களை அமைக்கலாம்?

தீர்வு முக்கோணம் வரைய மூன்று புள்ளிகள் தேவை.

ஒரு கோட்டமைவன (4)	மீதமுள்ள புள்ளிகள் (7)
$4C_1$	$7C_2$
$4C_2$	$7C_1$
$4C_0$	$7C_3$

தேவையான வழிகள் $= (4C_1 \times 7C_2) + (4C_2 \times 7C_1) + (4C_0 \times 7C_3)$

டா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தனூர் (DI)

Scanned by CamScanner

$= \left(4\times\frac{7\times 6}{1\times 2}\right)+\left(\frac{4\times 3}{1\times 2}\times 7\right)$

$+\left(1\times\frac{7\times 6\times 5}{1\times 2\times 3}\right)$

$= 84+42+35 = 161$ வழிகள்.

25) 90 மூலைவிட்டங்கள் கொண்ட பலகோணத்தில் எத்தனை பக்கங்கள் உள்ளன?

தீர்வு

n பக்கங்கள் கொண்ட பலகோணத்தின் மூலைவிட்டங்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{n(n-3)}{2}$

$\frac{n(n-3)}{2} = 90$

$n^2-3n = 180$

$n^2-3n-180 = 0$

180: -15, $+12$

$(n-15)(n+12)=0$

$n = 15$ (அ) $n=-12$ (சாத்தியமற்றது)

∴ தேவையான பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 90.

பயிற்சி 4.4

1. கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n\geq 1$ க்கு $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு

$P(n): 1^3+2^3+\cdots+n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

(i) $n=1$

$P(1): 1^3 = \left(\frac{(1+1)}{2}\right)^2$

$1 = \left[1\left(\frac{2}{2}\right)\right]^2$

$1 = 1.$

P(1) ஒரு உண்மை

(ii) P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

$1^3+2^3+\cdots+k^3 = \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2$ — ①

(iii) P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்

(அ-கு) $1^3+2^3+\cdots+k^3+(k+1)^3 = \left[\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right]^2.$

LHS $\underbrace{1^3+2^3+\cdots+k^3}+(k+1)^3$

$= \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2+(k+1)^3$ (∵ ① ன் படி)

$= (k+1)^2\left[\frac{k^2}{4}+(k+1)\right]$

$= (k+1)^2\left[\frac{k^2+4k+4}{4}\right]$

$= (k+1)^2\left(\frac{(k+2)^2}{4}\right)$

$\left(\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right)^2.$

P(k+1) ஒரு உண்மை.

∴ கணிதத் தொகுத்தறிதல் விதிப்படி P(n) என்பது இயல் எண்களுக்கும் உண்மையாகும்.

தா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

2) கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n\geq 1$ க்கு $1^2+3^2+5^2+\cdots+(2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு

$P(n): 1^2+3^2+\cdots+(2n-1)^2 = \frac{n(2n-1)(2n+1)}{3}.$

$n=1$

$P(1): 1^2 = \frac{1(2-1)(3)}{3}$

$1 = 1$

P(1) ஆனது உண்மை

P(k) உண்மை என எடுத்துக் கொள்க.

$1^2+3^2+\cdots+(2k-1)^2 = \frac{k(2k-1)(2k+1)}{3}$

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்

$1^2+3^2+\cdots+(2k-1)^2+(2(k+1)-1)^2 = \frac{(k+1)(2(k+1)-1)(2(k+1)+1)}{3}$

Scanned by CamScanner

(ie) $1^2+3^2+\cdots+(2k-1)^2+(2k+1)^2$
$=\frac{(k+1)(2k+1)(2k+3)}{3}$.

LHS:- $\underbrace{1^2+3^2+\cdots+(2k-1)^2}+(2k+1)^2$

$=\frac{k(2k-1)(2k+1)}{3}+(2k+1)^2$

$=\frac{k(2k-1)(2k+1)+3(2k+1)^2}{3}$

$=\frac{(2k+1)}{3}\left[2k^2-k+3(2k+1)\right]$

$=\frac{(2k+1)}{3}\left(2k^2-k+6k+3\right)$

$=\frac{(2k+1)}{3}\left(2k^2+5k+3\right)$

$=\frac{(2k+1)(k+1)(2k+3)}{3}$

$=$ RHS)

P(k+1) அனைத்து உண்மை

கணிதத் தொகுத்தறிதல் விதிப்படி P(n) எல்லா இயல் எண்களுக்கும் உண்மை.

3) ஆக்கமற்ற முதல் n இரட்டை எண்களின் கூடுதல் n^2+n என நிரூபிக்க. $2+4+6+\cdots+2n=$

தீர்வு P(n): n^2+n. இரட்டைப்படை எண்

$n=1$, $2(1)=1^2+1$

$2=1+1=2$

P(1) அனைத்து உண்மை.

P(k) உண்மை எனக் கொள்க

$2+4+6+\cdots+2k=k^2+k$ —(1)

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்

$2+4+6+\cdots+2k+2(k+1)=(k+1)^2+(k+1)$
$=(k+1)[k+1+1]=(k+1)(k+2)$

LHS $\underbrace{2+4+6+\cdots+2k}+(2k+2)$

$=k^2+k+2k+2$

$=k(k+1)+2(k+1)$

$=(k+1)(k+2)=$ RHS.

P(k+1) அனைத்து உண்மை.

கணிதத் தொகுத்தறிதல் விதிப்படி P(n) எல்லா இயல் எண்களுக்கும் உண்மை

4) கணிதத் தொகுத்தறிதல் முறையில் $n\geq 1$ க்கு $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots+n(n+1)$
$=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ என நிரூபிக்க

தீர்வு:- P(n):

$1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

$n=1$.

P(1): $1(1+1)=\frac{1(1+1)(1+2)}{3}$

$2=\frac{1\cdot2\cdot3}{3}$

$2=2$

P(1) அனைத்து உண்மை

P(k) உண்மை எனக் கொள்க

$1\cdot2+2\cdot3+\cdots+k(k+1)$
$=\frac{k(k+1)(k+2)}{3}$ —(1)

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க

(அ-து) $1\cdot2+2\cdot3+\cdots+k(k+1)+(k+1)(k+2)=\frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$

LHS $\underbrace{1\cdot2+2\cdot3+\cdots+k(k+1)}+(k+1)(k+2)$

$=\frac{k(k+1)(k+2)}{3}+\frac{(k+1)(k+2)}{1}$

$=(k+1)(k+2)\left(\frac{k}{3}+1\right)$

$=(k+1)(k+2)\left(\frac{k+3}{3}\right)$

$=$ RHS.

P(k+1) அனைத்து உண்மை.

கணிதத் தொகுத்தறிதல் விதிப்படி n ன் எல்லா இயல் எண்களுக்கும் P(n) அனைத்து உண்மை

5. கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி $n\geq 2$ எனக் கொண்ட எந்த இயல் எண்ணுக்கும்

$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{n+1}{2n}$ என நிரூபி

Scanned by CamScanner

ஆ. கோபாலகிருஷ்ணன், M.Sc, B.Ed, M.Phil, Ph.D. முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்) அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

தீர்வு $P(n): (1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})\cdots(1-\frac{1}{n^2}) = \frac{n+1}{2n}$

$n=2$

$P(2):\quad 1-\frac{1}{2^2} = \frac{2+1}{2(2)}$

$1-\frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$3/4 = 3/4$

P(2) உண்மை.

P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

$(1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})\cdots(1-\frac{1}{(k+1)^2}) = \frac{k+2}{2k+2}$

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$(1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})\cdots(1-\frac{1}{(k+1)^2})(1-\frac{1}{(k+2)^2}) = \frac{k+3}{2(k+1)+2} = \frac{k+3}{2k+4}$

LHS $(1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})\cdots(1-\frac{1}{k^2})(1-\frac{1}{(k+1)^2})$

$= \frac{k+2}{2k+2}\left(1-\frac{1}{(k+2)^2}\right)$

$= \frac{k+2}{2k+2}\left(\frac{(k+2)^2-1}{(k+2)^2}\right)$

$= \frac{(k+2)}{2k+2}\left(\frac{k^2+4k+4-1}{(k+2)^2}\right)$

$= \frac{k^2+4k+3}{2(k+1)(k+2)} = \frac{(k+3)(k+1)}{2(k+1)(k+2)}$

$= \frac{k+3}{2(k+2)} = RHS.$

P(k+1) ஆனது உண்மை

கணிதத் தொகுத்தறிதல் விதிப்படி P(n), என்பது இயல் எண் n க்கும் உண்மையாகிறது.

b) கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி $n \geq 2$ எனக் கொண்ட எந்த ஒரு இயல் எண்ணுக்கும்.

$\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+n} = \frac{(n-1)}{n+1}$ என நிரூபிக்க.

நிரூபணம்

$n=2\quad \frac{1}{1+2} = \frac{2-1}{2+1}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

P(2) ஆனது உண்மை

P(k) உண்மை

$\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+(k+1)} = \frac{k}{k+2}$ — (1)

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க.

$\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+(k+1)} + \frac{1}{1+2+3+\cdots+(k+2)} = \frac{k+1}{k+3}$

LHS.

$\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+(k+1)} + \frac{1}{1+2+3+\cdots+(k+2)}$

$= \frac{k}{k+2}+\frac{1}{(1+2+3+\cdots+k+2)}$ ((1) ன் படி)

$= \frac{k}{k+2}+\frac{1}{\frac{(k+2)(k+3)}{2}}$

$= \frac{k}{k+2}+\frac{2}{(k+2)(k+3)}$

$= \frac{1}{(k+2)}\left(k+\frac{2}{k+3}\right)$

$= \frac{1}{k+2}\left(\frac{k^2+3k+2}{k+3}\right)$

$= \frac{1}{(k+2)}\cdot\frac{(k+2)(k+1)}{(k+3)}$

$= \frac{(k+1)}{(k+3)} = RHS.$

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

Scanned by CamScanner

P(k+1) ஆனது உண்மை
கணித தொகுத்தறிதல் விதிப்படி
P(n) ஆனது n ன் எல்லா
இயல் எண்களுக்கும் உண்மை.

7) கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒரு இயல் எண் n-க்கும்

$$\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\frac{1}{3\cdot4\cdot5}+\dots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

என நிரூபிக்க.

தீர்வு

n=1 $P(1): \frac{1}{1\cdot2\cdot3} = \frac{1(4)}{4(2)(3)}$

1 = 1

P(1) ஆனது உண்மை

n=k. P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

$$\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\dots+\frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{k(k+3)}{4(k+1)(k+2)}$$

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$$\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\dots+\frac{1}{k(k+1)(k+2)}+\frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)} = \frac{(k+1)(k+4)}{4(k+2)(k+3)}$$

LHS

$$\underbrace{\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\dots+\frac{1}{k(k+1)(k+2)}}+\frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$$

$$= \frac{k(k+3)}{4(k+1)(k+2)}+\frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$$

$$= \frac{1}{(k+1)(k+2)}\left[\frac{k(k+3)}{4}+\frac{1}{k+3}\right]$$

$$= \frac{1}{(k+1)(k+2)}\left[\frac{k(k+3)^2+1}{4(k+3)}\right]$$

$$= \frac{1}{(k+1)(k+2)}\left[\frac{k(k^2+6k+9)+1}{4(k+3)}\right]$$

$$= \frac{1}{(k+1)(k+2)}\left(\frac{k^3+6k^2+9k+1}{4(k+3)}\right)$$

$$= \frac{(k+1)\,(k+1)(k+4)}{4(k+1)(k+2)(k+3)}$$

$$= \frac{(k+1)(k+4)}{4(k+2)(k+3)} = \text{RHS}.$$

P(k+1) ஆனது உண்மை
கணித தொகுத்தறிதல் விதிப்படி
P(n) ஆனது n ன் எல்லா இயல்
எண்களுக்கும் உண்மையாகும்.

8) கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒரு இயல் எண் n க்கும்

$$\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{5\cdot8}+\frac{1}{8\cdot11}+\dots+\frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$$

என நிரூபிக்க.

தீர்வு

$$\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{5\cdot8}+\frac{1}{8\cdot11}+\dots+\frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}.$$

n=1

(i) $\frac{1}{2\cdot5} = \frac{1}{6(1)+4}$

$\frac{1}{2\cdot5} = \frac{1}{10} = \frac{1}{2\cdot5}$

P(1) ஆனது உண்மை.

n=k உண்மை எனக் கொள்க.

$$\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{5\cdot8}+\dots+\frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = \frac{k}{6k+4}$$

P(k+1) உண்மை எனக் கொள்க.

$$\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{5\cdot8}+\dots+\frac{1}{(3k-1)(3k+2)}+\frac{1}{(3(k+1)-1)[3(k+1)+2]} = \frac{(k+1)}{6(k+1)+4}$$

(1e) $\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{5\cdot8}+\dots+\frac{1}{(3k-1)(3k+2)}+\frac{1}{(3k+2)(3k+5)} = \frac{k+1}{6k+10}.$

முனைவர் கா.மாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

Scanned by CamScanner

LHS: $\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{5\cdot8}+\dots+\frac{1}{(3k-1)(3k+2)}+\frac{1}{(3k+2)(3k+5)}$

$= \frac{k}{6k+4} + \frac{1}{(3k+2)(3k+5)}$

$= \frac{k}{2(3k+2)} + \frac{1}{(3k+2)(3k+5)}$

$= \frac{1}{(3k+2)}\left[\frac{k}{2} + \frac{1}{3k+5}\right]$

$= \frac{1}{(3k+2)}\left[\frac{3k^2+5k+2}{2(3k+5)}\right]$

$= \frac{1}{(3k+2)} \cdot \frac{(3k+2)(k+1)}{2(3k+5)}$

$= \frac{k+1}{6k+10} = RHS.$

P(k+1) ஆனது உண்மை.

எல்லா இயல் எண் 'n' க்கும் P(n), கணித தொகுத்தறிதல் விதிப்படி உண்மையாகிறது.

9) கணித தொகுத்தறிதல் வாயிலாக $1!+(2\times2!)+(3\times3!)+\dots+(n\times n!)=(n+1)!-1$ என நிறுவுக.

தீர்வு $n=1$ $1! = (1+1)!-1$

$1 = 2!-1 = 2-1 = 1$

$1 = 1$

P(1) ஆனது உண்மை.

(ii) P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

$1!+(2\times2!)+\dots+(k\times k!) = (k+1)!-1.$

(iii) P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க.

$1!+(2\times2!)+\dots+(k\times k!)+[(k+1)\times(k+1)!] = (k+2)!-1.$

LHS $1!+(2\times2!)+\dots+(k\times k!)+[(k+1)\times(k+1)!]$

$((k+1)!-1)+[(k+1)\times(k+1)!]$

$(k+1)!\,[1+k+1]-1$

$(k+1)!\,(k+2)-1$

$(k+2)!-1 = RHS.$

P(k+1) ஆனது உண்மை

கணித தொகுத்தறிதல் விதிப்படி n என்ற இயல் எண்களுக்கும் P(n) ஆனது உண்மையாகிறது.

10) கணிதத் தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எந்த ஒரு இயல் எண் n க்கும் $x^{2n}-y^{2n}$ ஆனது $x+y$ ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

தீர்வு $x^{2n}-y^{2n}$ ஆனது $(x+y)$ ஆல் வகுபடும்

i) $n=1$

$x^2-y^2 = (x+y)(x-y)$

இது $(x+y)$ ஆல் வகுபடும்

P(1) ஆனது உண்மை

ii) P(k) உண்மை எனக் கொள்க

$x^{2k}-y^{2k} = m(x+y)$ —(1)

$x^{2k} = y^{2k}+m(x+y)$

iii) P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்

$x^{2(k+1)}-y^{2(k+1)}$

$x^{2k+2}-y^{2k+2}$

$x^{2k}\cdot x^2-(y^{2k}\cdot y^2)$

$= (y^{2k}+m(x+y))\cdot x^2-(y^{2k}\cdot y^2)$

$= x^2y^{2k}+mx^2(x+y)-y^2y^{2k}$

$= y^{2k}(x^2-y^2)+mx^2(x+y)$

$= y^{2k}(x+y)(x-y)+mx^2(x+y)$

$= (x+y)[y^{2k}(x-y)+mx^2]$

இது $(x+y)$ ஆல் வகுபடும்

P(k+1) ஆனது உண்மை

கணிதத் தொகுத்தறிதல் விதிப்படி எல்லா இயல் எண் n க்கும் P(n) ஆனது உண்மையாகிறது.

11) கணித தொகுத்தறிதல் கொள்கையின் படி $n \geq 1$ க்கு $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 > n^3/3$ என நிரூபிக்க.

தீர்வு $n=1$. $1^2 > \frac{1^3}{3}$

$1 > 1/3$ இது உண்மை

P(1) ஆனது உண்மை

P(k) உண்மை எனக் கொள்க

$1^2+2^2+\cdots+k^2 > k^3/3$.

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்

$1^2+2^2+\cdots+k^2+(k+1)^2 > \frac{(k+1)^3}{3}$.

LHS $\underbrace{1^2+2^2+\cdots+k^2}+(k+1)^2$

$> \frac{k^3}{3}+(k+1)^2$

$= \frac{k^3+3(k^2+2k+1)}{3}$

$= \frac{k^3+3k^2+6k+3}{3}$

$= \frac{(k+1)^3}{3}$

P(k+1) ஆனது உண்மை.

[illegible], M.Sc, B.Ed, M.Phil, Ph.D
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

கணிதத் தொகுத்தறிதல் விதிப்படி எல்லா இயல் எண் n க்கும் P(n) ஆனது உண்மையாகிறது.

12) தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எல்லா இயல் எண்கள் n க்கும் n^3-7n+3 ஆனது 3 ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்க.

தீர்வு $n=1$.

$1^3-7(1)+3 = 1-7+3 = -3$

இது 3 ஆல் வகுபடும்

P(1) ஆனது உண்மை

P(k) உண்மை என எடுத்துக்கொள்க.

$k^3-7k+3 = 3m$. —(1).

P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$(k+1)^3-7(k+1)+3$

$= k^3+3k^2+3k+1-7k-7+3$

$= (k^3-7k+3)+(3k^2+3k-6)$

$= 3m+3(k^2+k-2)$

இது 3 ஆல் வகுபடும்.

P(k+1) ஆனது உண்மை

∴ கணித தொகுத்தறிதல் விதிப்படி எல்லா இயல் எண்களும் n க்கும் P(n) உண்மையாகிறது.

13) தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எல்லா இயல் எண்கள் n க்கும் $5^{n+1}+4\times6^n$ ஐ 20 ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதி 9 என நிரூபிக்க.

தீர்வு $n=1$

$5^{1+1}+(4\times6^1) = 5^2+24$

$= 25+24 = 49 = 2(20)+9$.

மீதி 9 கிடைக்கிறது

∴ P(1) உண்மையாகிறது

(ii) P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

$5^{k+1}+(4\times6^k)$ ஐ 20 ஆல் வகுத்தால் மீதி 9 கிடைக்கும்

$5^{k+1}+(4\times6^k) = m(20)+9$

$5^{k+1} = 20m+9-4(6^k)$ —(1)

(iii) P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்

$5^{k+2}+(4\times6^{k+1})$

$5^{k+1}\cdot5+4\cdot(6^k\cdot6)$

$= [20m+9-4(6)^k] + 24(6^k)$

$= 20m+9-4(6^k)+24(6^k)$

$= 20m+9+20(6^k)$

$= 20(m+6^k)+9$

∴ இவைகள் வகுத்தால் மீதி 9 கிடைக்கும். P(k+1) அனைத்து உண்மை.
கணித தொகுத்தறிதல் விதிப்படி
P(n), எல்லா இயல் எண்ணுக்கும் 'n' க்கும் உண்மையாகும்.

14) தொகுத்தறிதலைப் பயன்படுத்தி எல்லா இயல்எண்கள் n க்கும் $10^n+(3\times4^{n+2})+5$ ஆனது 9 ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்க.

தீர்வு $n=1$

$10^1+(3\times4^3)+5 = 10+3(64)+5$

$= 207$ இது 9 ஆல் வகுபடும்

P(1) உண்மை.

(ii) P(k) உண்மை எனக் கொள்க.

$10^k+(3\times4^{k+2})+5$ 9 ஆல் வகுபடும். $10^k = 9m-(3\times4^{k+2})-5$ — (1)

(iii) P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$10^{k+1}+(3\times4^{k+3})+5$

$10^{k+1}+(3\cdot4^{k+2})\cdot4^1+5$

$=10^k\cdot10+(3\cdot4^{k+2})+12(4)^{k+2}+5$

$=10(9m-5-3\times4^{k+2})+12\times4^{k+2}+5$

$=90m-50-30\,4^{k+2}+12\times4^{k+2}+5$

$=90m-45-18(4^{k+2})$

$=9[10m-5-2(4^{k+2})]$

இது 9 ஆல் வகுபடும்.
கணித தொகுத்தறிதல் விதிப்படி
n ன் எல்லா இயல் எண்களுக்கும் P(n) ஆனது உண்மை.

15) கணிதத் தொகுத்தறிதல் விதிப்படி
$\sin\alpha+\sin(\alpha+\pi/6)+\sin(\alpha+\frac{2\pi}{6})+\dots+\sin(\alpha+\frac{(n-1)\pi}{6}) = \frac{\sin\left(\alpha+\frac{(n-1)\pi}{12}\right)}{\sin\pi/12}\cdot\sin\left(\frac{n\pi}{12}\right)$

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

தீர்வு $n=1$.

$\sin\alpha = \frac{\sin\alpha\,\sin\frac{\pi}{12}}{\sin\pi/12} = \sin\alpha$

P(1) ஆனது உண்மை.

(i) P(k) உண்மை எனக் கொள்க

$\sin\alpha+\sin(\alpha+\pi/6)+\dots+\sin\left(\alpha+\left(\frac{k-1}{6}\right)\pi\right) = \frac{\sin\left(\alpha+\frac{(k-1)\pi}{12}\right)}{\sin\frac{\pi}{12}}\cdot\sin\frac{k\pi}{12}$

(ii) P(k+1) உண்மை என நிரூபிக்க வேண்டும்.

$\sin\alpha+\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})+\dots+\sin(\alpha+\frac{(k-1)}{6}\pi)+\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{6}\right) = \frac{\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)}{\sin\frac{\pi}{12}}\sin\frac{(k+1)\pi}{12}$

LHS $\sin\alpha+\sin(\alpha+\frac{\pi}{6})+\dots+\sin(\alpha+(\frac{k-1}{6})\pi)+\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{6}\right)$

$= \frac{\sin\left(\alpha+\frac{(k-1)\pi}{12}\right)}{\sin\frac{\pi}{12}}\cdot\sin\frac{k\pi}{12}+\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{6}\right)$

$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{12}}\left[\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}-\frac{\pi}{12}\right)\cdot\sin\frac{k\pi}{12}+\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{6}\right)\right]$

$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{12}}\left[\left(\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\cos\frac{\pi}{12}-\cos\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\sin\frac{\pi}{12}\right]\sin\frac{k\pi}{12}+\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{6}\right)\right.$

$\because \sin(A-B) = \sin A\cos B-\cos A\sin B.$

$$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{12}}\left[\left(\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{k\pi}{12} - \cos\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\sin\frac{k\pi}{12}\sin\frac{\pi}{12}\right] + \sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{6}\right)\sin\frac{\pi}{12}\right]$$

இரண்டாம் உறுப்புடன் 2ஐ பெருக்கி வகுக்க.

$$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{12}}\left[\left(\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{k\pi}{12}\right] + \frac{\sin\frac{\pi}{12}}{2}\left[2\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{6}\right) - 2\cos\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\sin\frac{k\pi}{12}\right]$$

$$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{12}}\left[\left(\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{k\pi}{12}\right] + \frac{\sin\pi/12}{2}\left[2\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{6}\right) - \left[\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}+\frac{k\pi}{12}\right) - \sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}-\frac{k\pi}{12}\right)\right]\right]$$

$$\left[\because 2\cos A\sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)\right]$$

$$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{12}}\left[\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{k\pi}{12}\right] + \frac{\sin\pi/12}{2}\left[2\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{6}\right) - \sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{6}\right) + \sin\alpha\right]$$

$$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{12}}\left[\left(\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{k\pi}{12}\right] + \frac{\sin\pi/12}{2}\left(\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{6}\right) + \sin\alpha\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{12}}\left[\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{k\pi}{12} + \frac{\sin\pi/12}{2}\left(2\sin\left(\frac{\alpha+\frac{k\pi}{6}+\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\frac{k\pi}{6}-\alpha}{2}\right)\right)\right]$$

$$\left[\because \sin C + \sin D = 2\sin\left(\frac{C+D}{2}\right)\cos\left(\frac{C-D}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{12}}\left[\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{k\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)\cos\frac{k\pi}{12}\right]$$

$$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{12}}\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\left[\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{k\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{k\pi}{12}\right]$$

$$\left[\because \sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B\right]$$

$$= \frac{\sin\left(\alpha+\frac{k\pi}{12}\right)\sin(k+1)\pi/12}{\sin\pi/12} = \text{RHS}.$$

P(k+1) இதனை உண்மை

∴ கணிதத் தொகுத்தறிதல் மூலம் P(n) உண்மையாகிறது எல்லா இயல் எண் n'

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

Scanned by CamScanner

Formula

1. $n! = n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1$.
2) $n! = n(n-1)!$
3) $0! = 1$, $1! = 1$
4) $nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$
5) $nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
6) $nC_x = nC_y \Rightarrow x = y$ (or) $x+y = n$.
7) $nC_r = \frac{nP_r}{r!}$.

நா. காமாட்சி, M.Sc., B.Ed., M.Phil., Ph.D.
முதுகலை ஆசிரியர் (கணிதம்)
அரசு மேல்நிலைப்பள்ளி
கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (Dt)

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

பாடம் 5: ஈருறுப்புத் தேற்றம், தொடர் முறைகள் மற்றும் தொடர்கள்.

பயிற்சி 5.1

1 (i) $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^3$

$= 3C_0(2x^2)^3 - 3C_1(2x^2)^2\left(\frac{3}{x}\right)^1 + 3C_2(2x^2)^1\left(\frac{3}{x}\right)^2 - 3C_3\left(\frac{3}{x}\right)^3$

$= (1)(8x^6) - 3(4x^4)\left(\frac{3}{x}\right) + 3(2x^2)\left(\frac{9}{x^2}\right) - 1\left(\frac{27}{x^3}\right)$

$= 8x^6 - 36x^3 + 54 - 27/x^3$

(ii) $(2x^2 - 3\sqrt{1-x^2})^4 + (2x^2 + 3\sqrt{1-x^2})^4$ சுருக்குக

$(2x^2 - 3\sqrt{1-x^2})^4 = 4C_0(2x^2)^4 - 4C_1(2x^2)^3(3\sqrt{1-x^2})$
$+ 4C_2(2x^2)^2(3\sqrt{1-x^2})^2 - 4C_3(2x^2)(3\sqrt{1-x^2})^3 + 4C_4(3\sqrt{1-x^2})^4$

$(2x^2 + 3\sqrt{1-x^2})^4 = 4C_0(2x^2)^4 + 4C_1(2x^2)^3(3\sqrt{1-x^2})$
$+ 4C_2(2x^2)^2(3\sqrt{1-x^2})^2 + 4C_3(2x^2)(3\sqrt{1-x^2})^3 + 4C_4(3\sqrt{1-x^2})^4$

$(2x^2 - 3\sqrt{1-x^2})^4 + (2x^2 + 3\sqrt{1-x^2})^4$
$= 2\left[4C_0(2x^2)^4 + 4C_2(2x^2)^2(3\sqrt{1-x^2})^2 + 4C_4(3\sqrt{1-x^2})^4\right]$

$= 2\left[16x^8 + 6(4x^4)(9(1-x^2)) + 81(1-x^2)^2\right]$

$= 2\left[16x^8 - 216x^4(1-x^2) + 81(1+x^4-2x^2)\right]$

$= 2\left[16x^8 - 216x^4 + 216x^6 + 81 + 81x^4 - 162x^2\right]$

$= 32x^8 - 512x^6 + 674x^4 - 324x^2 + 162.$

2) மதிப்பிடுக. (i) $(102)^4 = (100+2)^4$

$= 4C_0(100)^4 + 4C_1(100)^3(2) + 4C_2(100)^2(2^2) + 4C_3(100)(2^3) + 4C_4(2^4)$

$= 100000000 + 4(2)(1000000) + 6(4)(10000) + 4(8)100 + 16$

$= 100000000 + 8000000 + 240000 + 3200 + 16$

$= 108243216$

(ii) $99^4 = (100-1)^4$

$= 4C_0(100)^4 - 4C_1(100)^3(1) + 4C_2(100)^2 1^2 - 4C_3(100)(1)^3 + 4C_4(1^4)$

$= 100000000 - 4(1000000) + 6(10000) - 4(100) + 1$

$= 100000000 - 4000000 + 60000 - 400 + 1$

$= 100060001 - 4000400 = 96059601.$

(iii) $9^7 = (10-1)^7$

$= 7C_0(10^7) - 7C_1(10^6)(1)^1 + 7C_2(10)^5 - 7C_3(10)^4 + 7C_4(10)^3 - 7C_5(10)^2 + 7C_6(10) - 7C_7(1)$

$= 10000000 - 7000000 + 2100000 - 350000 + 35000 - 2100 + 70 - 1$

$= 12135070 - 7352101 = 4782969.$

3) தீர்வு $(1.01)^{1000000} = (1+0.01)^{1000000}$

$= 1000000C_0 + 1000000C_1(0.01)^1 + \dots + 1000000C_{1000000}(0.01)^{1000000}$

N. காமாட்சி (PG Asst)
கோவிந்தவாடி,
காஞ்சிபுரம் (மா)

Scanned by CamScanner

$= 1 + 10000 + \cdots + (0.01)^{1000000}$

$= 10001 + (+ve\ values)$

> 10000

$\therefore (1.01)^{1000000} > 10000.$

4) $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10}$ ல் x^{15} ன் கெழு காண்க?

$T_{r+1} = nC_r\, x^{n-r} a^r$

$= 10C_r\, (x^2)^{10-r} \left(\frac{1}{x^3}\right)^r$

$= 10C_r\, (x^{20-2r})\, x^{-3r}$

$= 10C_r\, x^{20-5r}$

$20 - 5r = 15$

$20 - 15 = 5r$

$5 = 5r$

$r = 1$

$\therefore T_{1+1} = 10C_1 = 10$

$\boxed{T_2 = 10}$

ந.காமாட்சி (PG ASST) GHSS, கோவிந்தவாடி காஞ்சிபுரம் (மா)

5) $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^6$ ல் x^6, x^2 ன் கெழுவைக் காண்க.

$T_{r+1} = nC_r\, x^{n-r} a^r$

$= 6C_r\, (x^2)^{6-r} \left(-\frac{1}{x^3}\right)^r$

$= 6C_r\, x^{12-2r} (-1)^r x^{-3r}$

$= 6C_r\, (-1)^r\, x^{12-5r}$

$12 - 5r = 6$

$12 - 6 = 5r$

$6 = 5r$

$\frac{6}{5} = r$ (இயலாது)

r ஆனது மிகை முழுவாக இருப்பதால் x^6 ன் கெழு இல்லை.

(ii) x^2 ன் கெழுவைக் காண்க

$12 - 5r = 2$

$12 - 2 = 5r$

$10 = 5r$

$\boxed{r = 2}$

x^2 ன் கெழு $= 6C_2 (-1)^2 = \frac{6 \times 5}{1 \times 2}$

$= 15$

7) $\left(2x^3 - \frac{1}{3x^2}\right)^5$ நிலை எண் யாது?

$T_{r+1} = nC_r\, x^{n-r} a^r$

$= 5C_r\, (2x^3)^{5-r} \left(\frac{-1}{3x^2}\right)^r$

$= 5C_r\, (-1)^r\, 2^{5-r}\, 3^{-r}\, x^{15-5r}$

$15 - 5r = 0$

$15 = 5r$

$r = 15/5 = 3$

$r = 3$

நிலை உறுப்பு

$5C_3 (-1)^3\, 2^{5-3}\, 3^{-3}$

$= \frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3} (-1)\, 2^2\, \frac{1}{27}$

$= -\frac{40}{27}.$

8) 3^{600} ன் கடைசி 2 இலக்கங்களை காண்க?

$3^{600} = (3^2)^{300} = 9^{300}$

$= (10 - 1)^{300}$

$= 300C_0 - 300C_1 (10) + 300C_2 (10^2)$

$- 300C_3 (10)^3 + \cdots + 300C_{299} (10) + 1$

கடைசி உறுப்பின் இரு இலக்கம்

$= 01$

6) $(1 + x^3)^{50} \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^5$ ன் விரிவில் x^4 ன் கெழுவைக் காண்க.

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

$$= \left[50C_0 + 50C_1 x^3 + 50C_2 (x^3)^2 + \cdots + 50C_{50} (x^3)^{50}\right]_3$$

$$\times \left[5C_0 (x^2)^5 + 5C_1 (x^2)^4 \left(\tfrac{1}{x}\right) + 5C_2 (x^2)^3 \left(\tfrac{1}{x}\right)^2 + 5C_3 (x^2)^2 \left(\tfrac{1}{x}\right) + 5C_4 (x^2) \left(\tfrac{1}{x}\right)^4 + 5C_5 \left(\tfrac{1}{x}\right)^5\right]$$

$$= (1 + 50x^3 + 50C_2 x^6 + \cdots + x^{100}) \times$$

$$(x^{10} + 5x^7 + 10x^4 + 10x + 5/x^2 + 1/x^5)$$

$$= (1 \times 10) + (50 \times 10) + 5(50C_2) + 50C_3 \times 1$$

$$= 10 + 500 + 6125 + 19600 = 26235$$

9) எல்லா மிகை முழு எண் n க்கும் $9^{n+1} - 8n - 9$ என்பது 64 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

தீர்வு $9^{n+1} - 8n - 9$ ஆனது 64 ஆல் வகுபடும்

$$9^{n+1} = (8+1)^{n+1} = (1+8)^{n+1}$$

$$= 1 + (n+1)8 + \frac{n(n+1)}{1.2} 8^2 + \cdots + 8^{n+1}$$

$$= 1 + 8n + 8 + nC_2 8^2 + nC_3 8^3 + \cdots + 8^{n+1}$$

$$9^{n+1} - 8n - 9 = nC_2 8^2 + nC_3 8^3 + \cdots + 8^{n+1}$$

$$= 8^2 (nC_2 + nC_3 (8) + \cdots + 8^{n-1})$$

$$9^{n+1} - 8n - 9 = 64 (nC_2 + nC_3(8) + \cdots + 8^{n-1})$$

∴ $9^{n+1} - 8n - 9$ ஆனது 64 ஆல் வகுபடும்.

ரா. காமாட்சி (PG Asst)
GHSS, கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

10) n ஒரு ஒற்றைப்படை மிகை முழு எண் எனில் $(x+y)^n$ ன் விரிவின் மைய உறுப்புகளின் கெழுக்கள் சமம் என நிறுவுக.

தீர்வு $(x+y)^n$ ன் நடு உறுப்பு $T_{\frac{n-1}{2}}$ மேலும் $T_{\frac{n+1}{2}}$ அவை

கெழுக்கள் முறையே $nC_{\frac{n+1}{2}} = nC_{\frac{n-1}{2}}$

$$nC_{\frac{n+1}{2}} = nC_{n-\left(\frac{n-1}{2}\right)} \qquad nC_r = nC_{n-r}$$

$$= nC_{\frac{2n-n+1}{2}} = nC_{\frac{n+1}{2}}$$ ∴ கெழுக்கள் சமமாகும்.

11) n ஒரு மிகை முழு எண் மற்றும் r என்பது குறையற்ற முழு எண் எனில் $(1+x)^n$ ன் விரிவில் x^r மற்றும் x^{n-r} உறுப்புகளின் கெழுக்கள் சமம் என நிறுவுக

தீர்வு $(1+x)^n$ ல் $T_{r+1} = nC_r (-1)^{n-r} x^r$

$$T_{r+1} = nC_r x^r$$

x^r ன் கெழு $= nC_r$.

$T_{(n-r)+1}$ ஆனது x^{n-r} ஐ கொண்டு உள்ளது

$$T_{(n-r)+1} = nC_{n-r}$$

∴ $nC_r = nC_{n-r}$ கெழுக்கள் சமம்.

12) a மற்றும் b என்பவை வெவ்வேறு முழுக்கள் எனில் n என்ற மிகை முழு எண்ணிற்கு $a^n - b^n$ ன் ஒரு காரணி $(a-b)$ என நிறுவுக.

Scanned by CamScanner

தீர்வு $a^n = ((a-b)+b)^n$

$= nC_0(a-b)^n + nC_1(a-b)^{n-1}(b) + nC_2(a-b)^{n-2}(b^2) + \cdots + nC_{n-1}(a-b)b^{n-1} + nC_n(b)^n$

$= (a-b)^n + nC_1(a-b)^{n-1}(b) + \cdots + nC_{n-1}(a-b)b^{n-1} + b^n$

$a^n - b^n = (a-b)\left[(a-b)^{n-1} + nC_1(a-b)^{n-3} + \cdots + nC_{n-1}b^{n-1}\right]$

RHS ஆனது $(a-b)$ ஆல் வகுபடும்

$a^n - b^n$ ஆனது $(a-b)$ ஆல் வகுபடும்

13) $(a+b)^n$ ன் விரிவின் 4 வது மற்றும் 13 வது உறுப்புகளின் கெழுக்கள் சமம் எனில் n ன் மதிப்பைக் காண்.

தீர்வு $(a+b)^n$ ன் பொது உறுப்பு

$T_{r+1} = nC_r x^{n-r} a^r$

4 வது உறுப்பு $T_{3+1} = nC_3 a^{n-3} b^3$

13 வது உறுப்பு $T_{12+1} = nC_{12} a^{n-12} b^{12}$

4 வது உறுப்பு கெழு = 13^{th} ன் கெழு

$nC_3 = nC_{12}$

$3+12 = n$

$\boxed{n = 15}$

14) $(a+x)^n$ ன் விரிவின் தொடர்ச்சியான மூன்று உறுப்புகளின் ஈருறுப்புக் கெழுக்களின் விகிதம் $1:7:42$ எனில் n யாது?

தீர்வு $(a+x)^n$ விரிவின் $r, r+1, r+2$ வது உறுப்புகளின் கெழுக்கள் முறையே nC_{r-1}, nC_r, nC_{r+1}.

$nC_{r-1} : nC_r : nC_{r+1} = 1:7:42$

$\frac{nC_{r-1}}{nC_r} = \frac{1}{7}$ —(1) & $\frac{nC_r}{nC_{r+1}} = \frac{7}{42}$ —(2)

(1) ⇒ $\frac{\frac{n!}{(n-r+1)!(r-1)!}}{\frac{n!}{(n-r)!r!}} = \frac{1}{7}$

$\frac{(n-r)!\,r!}{(n-r+1)!\,(r-1)!} = \frac{1}{7}$

$7(n-r)!\,r! = (n-r+1)!\,(r-1)!$

$7(n-r)!\,r! = (n-r)!(n-r+1)(r-1)!$

$7r(r-1)! = (r-1)!(n-r+1)$

$7r = n-r+1$

$\boxed{n - 8r + 1 = 0}$ — (3)

(2) ⇒ $\frac{nC_r}{nC_{r+1}} = \frac{7}{42} = \frac{1}{6}$

$\frac{\frac{n!}{(n-r)!\,r!}}{\frac{n!}{(n-r-1)!\,(r+1)!}} = \frac{1}{6}$

$\frac{(n-r-1)!\,(r+1)!}{(n-r)!\,r!} = \frac{1}{6}$

$6(n-r-1)!\,(r+1)! = (n-r)!\,r!$

$6(n-r-1)!\,r!(r+1) = (n-r)(n-r-1)!\,r!$

$6(r+1) = n-r$

$6r+6 = n-r$

$n - 7r - 6 = 0$ —(4)

(3) & (4)

$n = 8r - 1$

$n = 7r + 6$

$\therefore 8r - 1 = 7r + 6$

$8r - 7r = 6 + 1$

$\boxed{r = 7}$

$n = (8(7) - 1) = 56 - 1$

$\boxed{n = 55}$

நா. காமாட்சி (PG Asst)
GHSS, கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

15) $(1+x)^n$ ன் விரிவில் 5வது, 6வது மற்றும் 7வது உறுப்புகளின் கெழுக்கள் ஒரு கூட்டுத் தொடர் எனில் n ன் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு: $(1+x)^n$ விரிவில் 5 வது, 6வது, 7 வது உறுப்புகளின் கெழுக்கள் முறையே nC_4, nC_5, nC_6 ஆகும்.

nC_4, nC_5, nC_6 A.P ல் உள்ளது

$$nC_5 = \frac{nC_4 + nC_6}{2}$$

$$2(nC_5) = nC_4 + nC_6$$

$$2 = \frac{nC_4}{nC_5} + \frac{nC_6}{nC_5}$$

$$2 = \frac{5}{n-4} + \frac{n-5}{6} \quad \left[\because \frac{nC_k}{nC_{k-1}} = \frac{n-k+1}{k}\right]$$

$$2 = \frac{30 + (n-5)(n-4)}{6(n-4)}$$

$$12(n-4) = 30 + n^2 - 4n - 5n + 20$$

$$12n - 48 = 50 + n^2 - 9n$$

$$n^2 - 9n + 50 - 12n + 48 = 0$$

$$n^2 - 21n + 98 = 0$$

$$(n-14)(n-7) = 0$$

$$n = 14, 7$$

n ன் மதிப்பு 7, 14 ஆகும்

16) $C_0^2 + C_1^2 + \dots + C_n^2 = \frac{(2n)!}{(n!)^2}$ என நிறுவுக.

தீர்வு

$$(1+x)^n = nC_0 + nC_1 x + nC_2 x^2 + \dots + nC_n x^n$$

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^n = nC_0 + nC_1 \frac{1}{x} + nC_2\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \dots + nC_n\left(\frac{1}{x}\right)^n$$

$$(1+x)^n\left(1+\frac{1}{x}\right)^n = \left[(nC_0 + nC_1 x + nC_2 x^2 + \dots + nC_n x^n) \times \left(nC_0 + nC_1\left(\frac{1}{x}\right) + \dots + nC_n\left(\frac{1}{x}\right)^n\right)\right]$$

x ன் தனித்த உறுப்பின் கெழுவைக் காண

$$= (1+x)^n\left(1+\frac{1}{x}\right)^n = (1+x)^n\left(\frac{1+x}{x}\right)^n$$

$$= \frac{(1+x)^{2n}}{x^n}$$

$= (1+x)^{2n}$ ன் விரிவில் x^n ன் கெழுவைக் காண $= 2nC_n$

$$(nC_0)^2 + (nC_1)^2 + \dots + (nC_n)^2 =$$

$$LHS = \frac{2n!}{n!\,(2n-n)!} = \frac{2n!}{(n!)^2}$$

$$= RHS.$$

பயிற்சி 5.2

1. தொடர் முறைகளின் n வது உறுப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவற்றின் முதல் 6 உறுப்புகளைக் காண்க. மேலும் அந்த தொடர் முறைகள், பெருக்குத் தொடர்முறை, கூட்டுத் தொடர்முறை, இசைத் தொடர்முறை, கூட்டு-பெருக்குத் தொடர்முறை இவற்றில் எதுவுமில்லை என வகைப்படுத்துக.

N காமாட்சி (PGAsst) GHSS, கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (டீ)

தீர்வு (i) $\frac{1}{2^{n+1}}$

$$a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$$

$$a_1 = \frac{1}{2^{1+1}} = \frac{1}{4}; \quad a_2 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$a_3 = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}; \quad a_4 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

$$a_5 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}; \quad a_6 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128}$$

முதல் 6 உறுப்புகள்

$$\frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^5}, \frac{1}{2^6}, \frac{1}{2^7} \dots$$

இது ஒரு பெருக்குத் தொடர்

(ii) $a_n = \frac{(n+1)(n+2)}{(n+3)(n+4)}$

$$a_1 = \left(\frac{2\times 3}{4\times 5}\right) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

$a_2 = \frac{3(4)^2}{5(6)} = \frac{2}{5}$

$a_3 = \frac{4(5)}{6(7)} = \frac{10}{21}$

$a_4 = \frac{5(6)^3}{7(8)} = \frac{15}{28}$

$a_5 = \frac{6(7)}{8(9)} = \frac{14}{24}$

$a_6 = \frac{7(8)^4}{9(10)} = \frac{28}{45}$

முதல் 6 உறுப்புகள்

$\frac{3}{10}, \frac{2}{5}, \frac{10}{21}, \frac{15}{28}, \frac{14}{24}, \frac{28}{45}$.

(iii) $a_n = 4\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$a_1 = 4\left(\frac{1}{2}\right) = 2$; $a_2 = 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$

$a_3 = 4\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2}$; $a_4 = 4\left(\frac{1}{16}\right) = \frac{1}{4}$

$a_5 = 4\left(\frac{1}{32}\right) = \frac{1}{8}$; $a_6 = 4\left(\frac{1}{64}\right) = \frac{1}{16}$

முதல் 6 உறுப்புகள்

$2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$

இது பெருக்குத்தொடர் ஆகும்

(iv) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$

$a_1 = -1$; $a_2 = \frac{1}{2}$; $a_3 = \frac{-1}{3}$

$a_4 = \frac{1}{4}$; $a_5 = -\frac{1}{5}$; $a_6 = \frac{1}{6}$

முதல் 6 உறுப்புகள்

$-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \frac{1}{6}$

(v) $a_n = \frac{2n+3}{3n+4}$

$a_1 = \frac{2+3}{3+4} = \frac{5}{7}$; $a_2 = \frac{4+3}{6+4} = \frac{7}{10}$

$a_3 = \frac{6+3}{9+4} = \frac{9}{13}$; $a_4 = \frac{8+3}{12+4} = \frac{11}{16}$

$a_5 = \frac{10+3}{15+4} = \frac{13}{19}$; $a_6 = \frac{12+3}{18+4} = \frac{15}{22}$

முதல் 6 உறுப்புகள்

$\frac{5}{7}, \frac{7}{10}, \frac{9}{13}, \frac{11}{16}, \frac{13}{19}, \frac{15}{22}$

(vi) $2018 = a_n$

$a_1 = 2018$, $a_2 = 2018$, $a_3 = 2018$

$a_4 = 2018$, $a_5 = 2018$, $a_6 = 2018$.

2018, 2018, 2018, 2018, 2018

இது ஒரு A.P & G.P ஆகும்

(vii) $a_n = \frac{3n-2}{3^{n-1}}$

N.காமாட்சி (PG ASST)
GHSS, கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

$a_1 = \frac{1}{3^0} = \frac{1}{1} = 1$

$a_2 = \frac{6-2}{3^1} = \frac{4}{3}$

$a_3 = \frac{9-2}{3^2} = \frac{7}{9}$

$a_4 = \frac{12-2}{3^3} = \frac{10}{27}$

$a_5 = \frac{15-2}{3^4} = \frac{13}{81}$

$a_6 = \frac{18-2}{3^5} = \frac{16}{243}$

முதல் 6 உறுப்புகள்

$1, \frac{4}{3}, \frac{7}{9}, \frac{10}{27}, \frac{13}{81}, \frac{16}{243}$

இது ஒரு A.P – G.P ஆகும்

2) n வது உறுப்பு, a_n க்கு கொண்ட மீண்டும் வரும் தொடர் முறைகளின் முதல் 6 உறுப்புகளைக் காண்க

(i) $a_n = \begin{cases} n+1, & n \text{ ஒற்றைப்படை எனில்} \\ n, & n \text{ இரட்டைப்படை} \end{cases}$

$a_1 = 1+1 = 2$; $a_2 = 2$

$a_3 = 3+1 = 4$; $a_4 = 4$

$a_5 = 5+1 = 6$; $a_6 = 6$

முதல் 6 உறுப்புகள்

2, 2, 4, 4, 6, 6.

Scanned by CamScanner

(ii) முதல் 6 உறுப்புகள் முறையே

$$a_n = \begin{cases} 1, & n=1 \\ 2, & n=2 \\ a_{n-1}+a_{n-2} & ; n>2 \end{cases}$$

$a_1 = 1 \quad a_2 = 2$

$a_3 = a_{3-1} + a_{3-2} = a_2 + a_1 = 2+1 = 3$

$a_4 = a_{4-1} + a_{4-2} = a_3 + a_2 = 3+2 = 5$

$a_5 = a_4 + a_3 = 5+3 = 8$

$a_6 = a_5 + a_4 = 8+5 = 13$

முதல் 6 உறுப்புகள்

1, 2, 3, 5, 8, 13.

(iii) $a_n = \begin{cases} n & n=1,2,3. \\ a_{n-1}+a_{n-2}+a_{n-3}, & n>3 \end{cases}$

$a_1 = 1, \quad a_2 = 2 \quad a_3 = 3$

$a_4 = a_3 + a_2 + a_1 = 3+2+1 = 6$

$a_5 = a_4 + a_3 + a_2 = 6+3+2 = 11$

$a_6 = a_5 + a_4 + a_3 = 20.$

முதல் 6 உறுப்புகள் முறையே

1, 2, 3, 6, 11, 20.

3) பின்வரும் தொடர் முறைகளின் n ஆவது உறுப்புகளைக் காண்க.

(i) 2, 2, 4, 4, 6, 6.

ஒற்றைப்படை = 2, 4, 6

இரட்டைப்படை இடங்கள் = 2, 4, 6

$$a_n = \begin{cases} n+1 & \text{if } n \text{ ஒற்றைப்படையெனில்} \\ n & \text{if } n \text{ இரட்டைப்படையெனில்} \end{cases}$$

(ii) $1/2, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6$

தொகுதி 1, 2, 3, 4, 5 ... in A.P

$a_n = a+(n-1)d$

$= 1+(n-1)(1) = 1+(n-1)$

$= n$

பகுதி 2, 3, 4, 5, 6 இது A.P ல்

உள்ளது $a_n = a+(n-1)d$

$= 2+(n-1)(1)$

$= 2+n-1 = n+1$

n^{th} term = n ஆவது உறுப்பு

$= \frac{n}{n+1} \quad \forall n \in N$

(iii) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 5/6, 7/8, \frac{9}{10} \ldots$

தொகுதி 1, 3, 5, 7, 9

$a = 1 \quad d = 3-1 = 2$

$a_n = a+(n-1)d = 1+(n-1)(2)$

$= 1+2n-2 = 2n-1$

N.காமாட்சி (மு.க)
கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

பகுதி 2, 4, 6, 8, 10

$a = 2 \quad d = 2.$

$a_n = a+(n-1)d$

$= 2+(n-1)2$

$= 2+2n-2 = 2n$

n ஆவது உறுப்பு $= \frac{2n-1}{2n}$

$= \frac{2n}{2n} - \frac{1}{2n} = 1 - \frac{1}{2n}.$

$\forall n \in N.$

(iv) 6, 10, 4, 12, 2, 14, 0, 16, −2 ..

ஒற்றை இலக்கங்கள்

6, 4, 2, 0

$a = 6 \quad d = 4-6 = -2$

$a_n = a+(n-1)d$

$= 6+(n-1)(-2)$

$= 6-2n+2 = 8-2n$

இரட்டை இலக்கங்கள்

10, 12, 14 ...

$a = 10 \quad d = 12-10 = 2$

$a_n = a+(n-1)d$

$= 10+(n-1)(2)$

$= 10+2n-2 = 8+2n$

n ஆவது உறுப்பு $= \begin{cases} 8-2n, & n \text{ ஒற்றைப்படையெனில்} \\ 8+2n, & n \text{ இரட்டைப்படையெனில்} \end{cases}$

Scanned by CamScanner

4) ஒரு வரிசையில் பெருக்குத் தொடர் முறையில் உள்ள மூன்று உறுப்புகளின் பெருக்கல் 5832. இரண்டாவது எண்ணுடன் 6 ஐயும் மூன்றாவது எண்ணுடன் 9 ஐயும் கூட்டக் கிடைக்கும் எண்கள் ஒரு கூட்டுத்தொடர் முறையாக இருக்கும் எனில் பெருக்குத் தொடர் முறையின் அந்த மூன்று எண்களைக் காண்க.

தீர்வு மூன்று எண்கள் $\frac{a}{r}, a, ar$ என்க.

$\frac{a}{r} \times a \times ar = 5832$

$a^3 = 2^3 \times 9^3$

$a = 2 \times 9$

$a = 18$.

$\frac{18}{r}, 18+6, 18r+9$ என்பவை கூட்டுத் தொடரில் உள்ளது

$2b = a+c$

$2(24) = \frac{18}{r} + 18r + 9$

$48r = 18 + 18r^2 + 9r$

$18r^2 + 9r + 18 - 48r = 0$

$18r^2 - 39r + 18 = 0$

$6r^2 - 13r + 6 = 0$

$(3r-2)(2r-3) = 0$

$r = \frac{2}{3}$ (அ) $r = 3/2$.

36; $-\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$, $-\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$

G.P-ல் உள்ள எண்கள்

$\frac{18}{\frac{2}{3}}, 18, 18\left(\frac{2}{3}\right) = 18\left(\frac{3}{2}\right), 18, \frac{36}{3}$

$= 27, 18, 12$.

5) $\frac{3}{1^2 2^2}, \frac{5}{2^2 \times 3^2}, \frac{7}{3^2 4^2}$ என்ற தொடரின் n வது உறுப்பினை இரு உறுப்புகளின் வித்தியாசமாக எழுதுக.

தீர்வு தொகுதி 3, 5, 7 ... A.P-ல் உள்ளது

$a_n = a+(n-1)d = 3+(n-1)2$

$= 3+2n-2 = 1+2n$.

பகுதி $1^2 2^2, 2^2 3^2, 3^2 4^2 \ldots$

$a_n = [n(n+1)]^2$

n வது உறுப்பு $= \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

$= \frac{2n+1+n^2-n^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{(n+1)^2 - n^2}{n^2(n+1)^2}$

$= \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}$.

N.காமாட்சி (மு.ஆ)
கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

6) ஒரு பெருக்குத் தொடரின் k வது உறுப்பு, t_k எனில் k ன் எல்லா மிகை முழு எண்ணுக்கும் t_{n-k}, t_n, t_{n+k} என்பனவும் ஒரு பெருக்குத் தொடர் என நிறுவுக.

தீர்வு

$t_n = ar^{n-1}$

$t_k = ar^{k-1}$

$t_{n-k} = ar^{n-k-1}$

$t_{n+k} = ar^{n+k-1}$

பொது விகிதம் $= \frac{t_n}{t_{n-k}}$

$= \frac{ar^{n-1}}{ar^{n-k-1}} = r^{n-1-n+k+1}$

$= r^k$

பொது விகிதம் $\frac{t_{n+k}}{t_n}$

$= \frac{ar^{n+k-1}}{ar^{n-1}} = r^{n+k-1-n+1}$

$= r^k$.

பொது விகிதங்கள் சமம்

∴ எனவே இவைகள் பெருக்குத் தொடரில் உள்ளது.

Scanned by CamScanner

7) a, b, c என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர் முறையாக இருந்து $a^{1/x} = b^{1/y} = c^{1/z}$ எனவும் இருக்குமானால் x, y, z என்பன ஒரு கூட்டுத் தொடர் முறையாகும் என நிறுவுக.

தீர்வு $a^{1/x} = b^{1/y} = c^{1/z} = k$.

$a^{1/x} = k \quad | \quad b^{1/y} = k \quad | \quad c^{1/z} = k$

$a = k^x \quad | \quad b = k^y \quad | \quad c = k^z$.

a, b, c ஆனது G.P

$\frac{b}{a} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = ac$

$(k^y)^2 = k^x . k^z$

$k^{2y} = k^{x+z}$

$2y = x+z$

$y+y = x+z$

$y-x = z-y$.

பொது வித்தியாசம் சமம்

∴ x, y, z ஆனது A.P யில் இருக்கும்.

8. இரு எண்களின் கூட்டுச் சராசரியானது பெருக்குச் சராசரியை விட 10 அதிகமாகவும், இசைச் சராசரியை விட 16 அதிகமாகவும் இருக்குமானால் அந்த இரு எண்களைக் காண்க.

தீர்வு a, b என்பன இரு எண்கள்

$A = \frac{a+b}{2}, \quad G = \sqrt{ab} \quad H = \frac{2ab}{a+b}$

$A - G = 10 \qquad A - H = 16$

$G = A - 10 \qquad H = A - 16$

$G^2 = AH$

$(A-10)^2 = A(A-16)$

$A^2 + 100 - 20A = A^2 - 16A$

$100 = 20A - 16A$

$100 = 4A$

$\boxed{A = 25}$

N. காமாட்சி (மு.ஆ)
கோவிந்தவாடி,
காஞ்சிபுரம் (மா)

$\frac{a+b}{2} = 25$

$a+b = 50 \quad —(1)$

$G = A - 10 = 25 - 10 = 15$

$\sqrt{ab} = 15$

$ab = 225$

$b = \frac{225}{a}$ (1) ல் பிரதியிட

$a + \frac{225}{a} = 50$

$a^2 + 225 = 50a$

$a^2 - 50a + 225 = 0$ (225 = 45 × 5)

$(a-45)(a-5) = 0$

$a = 5, 45$

a = 5 எனில் $b = \frac{225}{5} = 45$

a = 45 எனில் $b = \frac{225}{45} = 5$

இரு எண்கள் 5, 45 ஆகும்

9) $(q-r)x^2 + (r-p)x + (p-q) = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் சமமானவை எனில் p, q, r என்பன ஒரு கூட்டுத் தொடர் முறையாக இருக்கும் என நிறுவுக.

தீர்வு $(q-r)x^2 + (r-p)x + (p-q) = 0$

$a = q-r, \quad b = r-p \quad c = p-q$.

∴

$b^2 - 4ac = 0$

$(r-p)^2 - 4(q-r)(p-q) = 0$

$r^2 + p^2 - 2rp - 4(pq - q^2 - rp + rq) = 0$

$r^2 + p^2 - 2rp - 4pq + 4q^2 + 4rp - 4rq = 0$

$(r+p-2q)^2 = 0$

$r+p-2q = 0$

$r+p = 2q$

$[\because (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca]$

∴ p, q, r ஆனது A.P யில் உள்ளது.

Scanned by CamScanner

10) ஒரு பெருக்குத் தொடரின் p, q மற்றும் r வது உறுப்புகள் முறையே a, b, c எனில் $(q-r)\log a+(r-p)\log b+(p-q)\log c = 0$ என நிறுவுக.

தீர்வு A = முதல் உறுப்பு

R = பொது விகிதம்

$a = AR^{p-1} \Rightarrow$ p வது உறுப்பு

$\log a = \log A + (p-1)\log R$

q வது உறுப்பு $\Rightarrow a = AR^{q-1}$

$\log a = \log A + (q-1)\log R$

r வது உறுப்பு $\Rightarrow a = AR^{r-1}$

$\log a = \log A + (r-1)\log R$

LHS $(q-r)\log a + (r-p)\log b + (p-q)\log c$

$= (q-r)[\log A + (p-1)\log R] + (r-p)[\log A + (q-1)\log R] + (p-q)[\log A + (r-1)\log R]$

$= \log A\,[q-r+r-p+p-q] + \log R\,[pq-pr-q+r+qr-pq-r+p+rp-rq-p+q]$

$= \log A\,(0) + \log R\,(0) = 0.$

பயிற்சி 5.3

1. ஒரு கூட்டுத் தொடரின் முதல் 10 உறுப்புகளின் கூடுதல் 52 மற்றும் முதல் 15 உறுப்புகளின் கூடுதல் 77 எனில் முதல் 20 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு $S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$S_{10} = 52$

$52 = \frac{10}{2}(2a+9d)$

$52 = 10a+45d$ — (1)

$S_{15} = 77$

$77 = \frac{15}{2}(2a+14d)$

$77 = 15a+105d$ — (2)

(1) $\times 15 \Rightarrow 150a + 675d = 780$

(2) $\times -10 \Rightarrow -150a - 1050d = -770$

$-375d = 10$

$d = \frac{10}{-375} = \frac{-2}{75}$ (1)ல் பிரதியிட

$10a + 45\left(\frac{-2}{75}\right) = 52$

$10a - 6/5 = 52$

$10a = 52 + 6/5 = \frac{260+6}{5}$

N. காமாட்சி (மு.ஆ)
கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

$10a = \frac{266}{5}$

$a = \frac{266}{50} = \frac{133}{25}$

$S_{20} = \frac{20}{2}\left(2\left(\frac{133}{25}\right)+19\left(\frac{-2}{75}\right)\right)$

$= 10\left[\frac{266}{25} - \frac{38}{75}\right]$

$= 10\left(\frac{798-38}{75}\right) = 10\left(\frac{760}{75}\right)$

$S_{20} = \frac{304}{3}$

2) $\frac{1^3}{1} + \frac{1^3+2^3}{1+3} + \frac{1^3+2^3+3^3}{1+3+5}$ என்ற தொடரின் முதல் 17 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு $T_n = \frac{1^3+2^3+\cdots+n^3}{1+3+5+\cdots+(2n-1)}$

$= \frac{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2}{n^2}$

$= \frac{n^2(n+1)^2}{4\times n^2} = \frac{(n+1)^2}{4}$

$= \frac{n^2+2n+1}{4}.$

Scanned by CamScanner

S_n என்பது முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $S_n = \sum_{k=1}^{n} T_k$

$= \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{n} (k^2+2k+1)$

$= \frac{1}{4}\left(\sum_{k=1}^{n} k^2 + 2\sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=1}^{n} 1\right)$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{2n(n+1)}{2} + n\right]$

$= \frac{1}{4}\left[\frac{n(2n^2+n+2n+1)+6n(n+1)+6n}{6}\right]$

$= \frac{1}{24}\left[2n^3+3n^2+n+6n^2+6n+6n\right]$

$= \frac{1}{24}(2n^3+9n^2+13n)$

$= \frac{n}{24}[2n^2+9n+13]$

$S_{17} = \frac{17}{24}(2(17)^2+9(17)+13)$

$= \frac{17}{24}(578+153+13)$

$= \frac{17}{24}(744) = 17(31)$

$= 527.$

3) பின்வரும் தொடர்களின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க

(i) $8+88+888+\cdots$

$= 8(1+11+111+\cdots)$

$= \frac{8}{9}(9+99+999+\cdots)$

$= \frac{8}{9}((10-1)+(100-1)+(1000-1)+\cdots]$

$= \frac{8}{9}[(10+10^2+10^3+\cdots+10^n)-(1+1+\cdots+1)_{n\ terms}]$

$= \frac{8}{9}\left(\frac{10(10^n-1)}{10-1} - n\right]$ $\left[\because S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}\right]$

$= \frac{8}{9}\left(\frac{10^{n+1}-10}{9} - n\right)$

$= \frac{8}{9}\left(\frac{10^{n+1}-10-9n}{9}\right)$

$= \frac{8(10^{n+1}-10-9n)}{81}.$

N.காமாட்சி (மு.ஆ)
கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

(ii) $6+66+666+\cdots$

$S = 6(1+11+111+\cdots)$

$= \frac{6}{9}(9+99+999+\cdots)$

$= \frac{6}{9}([(10-1)+(100-1)+(1000-1)+\cdots]$

$= \frac{6}{9}\left[\frac{10(10^n-1)}{10-1} - n\right]$ $\left(\because S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}\right)$

$= \frac{6}{9}\left(\frac{10(10^n-1)}{9} - n\right]$

$= \frac{6}{9}\left(\frac{10(10^n-1)-9n}{9}\right)$

$= \frac{6(10(10^n-1)-9n)}{81}.$

4) $1+(1+4)+(1+4+4^2)+(1+4+4^2+4^3)+\cdots$ என்ற தொடரின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு $T_n = 1+4+4^2+4^3+\cdots$

$= \frac{1(4^n-1)}{4-1} = \frac{4^n-1}{3}.$

முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல்

$S_n = \sum_{k=1}^{n} T_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{4^n-1}{3}$

$= \frac{1}{3}\left[\sum_{k=1}^{n} 4^n - \sum_{k=1}^{n}(1)\right]$

$= \frac{1}{3}\left[\frac{4(4^n-1)}{4-1} - n\right]$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{4(4^n-1)}{3} - n\right)$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{4(4^n-1)-3n}{3}\right) = \frac{4(4^n-1)-3n}{9}$

Scanned by CamScanner

5) $1, \frac{4}{3}, \frac{7}{9}, \frac{10}{27} \ldots$ என்ற தொடர் வரிசையின் n வது உறுப்பு மற்றும் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு

தொகுதி $1, 4, 7, 10 \ldots$

$a = 1 \quad d = 4 - 1 = 3$

பகுதி $\frac{1}{3^0}, \frac{1}{3^1}, \frac{1}{3^2} \ldots$

$r = \frac{1}{3}$

தொடர்வரிசையின் வடிவம்

$a, (a+d)r, (a+2d)r^2 \ldots$

இது AGP ஆகும்

$T_n = [a+(n-1)d]\, r^{n-1}$

$= (1+(n-1)3)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

$= (1+3n-3)\frac{1}{3^{n-1}}$

$= \frac{3n-2}{3^{n-1}}$

S_n என்பது தொடர்வரிசையின் கூடுதல் எனக

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{3k-2}{3^{k-1}}$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{n} (3k-2)}{\sum_{k=1}^{n} 3^{k-1}}$$

$$= \frac{3\sum_{k=1}^{n} k - 2\sum_{k=1}^{n} (1)}{3^0+3^1+3^2+\cdots+3^{r-1}}$$

$$= \frac{3\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) - 2n}{1\left(\frac{3^n-1}{3-1}\right)}$$

$$= \frac{\frac{3(n^2+n)-4n}{2}}{\frac{3^n-1}{2}}$$

$$= \frac{3n^2+3n-4n}{3^n-1} = \frac{3n^2-n}{3^n-1}$$

$$= \frac{n(3n-1)}{3^n-1}.$$

N. காமாட்சி (மு.அ)
கோவிந்த வாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

6) $\sqrt{3}+\sqrt{75}+\sqrt{243}+\ldots$ என்ற தொடரின் n உறுப்புகளின் கூடுதல் $435\sqrt{3}$ எனில் n ன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு $S_n = 435\sqrt{3}$

$\sqrt{3}+\sqrt{75}+\sqrt{243}+\ldots$

$\sqrt{3}+5\sqrt{3}+9\sqrt{3}+\ldots$

$a = \sqrt{3} \quad d = 5\sqrt{3}-\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$435\sqrt{3} = \frac{n}{2}(2\sqrt{3}+(n-1)4\sqrt{3})$

$435\sqrt{3} = \frac{n}{2}(2\sqrt{3}+4n\sqrt{3}-4\sqrt{3})$

$435\sqrt{3} = \frac{n}{2}(4n\sqrt{3}-2\sqrt{3})$

$435\sqrt{3} = \frac{n}{2}(2\sqrt{3})(2n-1)$

$435 = 2n^2 - n$

$2n^2 - n - 435 = 0$ $\quad 870$; $-\frac{30}{2}, \frac{29}{2}$

$2n^2 - 30n + 29n - 435 = 0$

$(n-15)(2n+29) = 0$

$n = 15 \quad n = -\frac{29}{2}$ (பொருந்தாது)

$n = 15$

7) ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் $(m+n)$ ஆவது மற்றும் $(m-n)$ ஆவது உறுப்புகளின் கூடுதல் m ஆவது உறுப்பைப் போல் இருமடங்கு என நிறுவுக

தீர்வு $T_n = a+(n-1)d$

$T_{m+n} = a+(m+n-1)d$

$T_{m+n} = a+(m-n-1)d$

$T_{m+n} + T_{m-n}$

Scanned by CamScanner

$= 2a + d(m+n-1+m-n-1)$

$= 2a + d(2m-2)$

$= 2(a + d(m-1))$

$= 2T_m.$

T_m, T_{m+n}, T_{m-n} ஆனது A.P யில் உள்ளது.

8) ஒருவர் ₹3250 என்ற தொகையை முதல் மாதம் ₹20 ம் அடுத்தடுத்த ஒவ்வொரு மாதமும் ₹15 அதிகப் படுத்தியும் செலுத்தி வருகின்றார். எனில் அவர் அந்தத் தொகையை முழுமையாக திருப்பிச் செலுத்த எத்தனை மாதங்கள் ஆகும்?

N காமாட்சி (மு.ஆ)
கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

தீர்வு

$S_n = 3250$

$a = 20 \quad d = 15$

$\frac{n}{2}(2a+(n-1)d) = 3250$

$\frac{n}{2}(2(20)+(n-1)15) = 3250$

$n(40+15n-15) = 6500$

$15n^2+40n-15n-6500=0$

$15n^2+25n-6500=0$

$3n^2+5n-1300=0$

$(n-20)(3n+65)=0$ 　 8700, $\frac{-60}{3}$, $\frac{65}{3}$

$n = 20$ 　 $3n = -65$

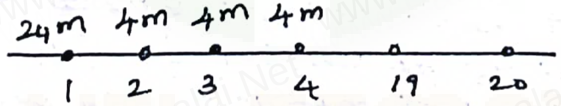
$n = \frac{-65}{3}$ (பொருந்தாது)

$n = 20$

∴ தொகையை திருப்பிச் செலுத்த 20 வருடங்களாகும்.

9) ஒரு பந்தயத்தில் 20 பந்துகள் ஒவ்வொன்றும் 4மீ இடைவெளியில் ஒரே நேர்க்கோட்டில் வைக்கப் படுகின்றன. முதல் பந்திற்கும் தொடக்கப்புள்ளிக்கும் உள்ள இடை வெளி 24மீ. ஒரு போட்டியாளர் ஒரு நேரத்தில் ஒரு பந்து வீதம் எல்லா பந்துகளையும் தொடக்கப் புள்ளிக்கு கொண்டு வந்து சேர்க்க எவ்வளவு தூரம் ஓட வேண்டும்.

தீர்வு



முதல் பந்து கடக்கும் தூரம்

$= 24+24 = 48m.$

2வது பந்து $= 2(24+4) = 56$

3வது பந்து $= 2(24+4+4) = 64$

தொடரானது $48, 56, 64 \ldots$

$a = 48, \ d = 56-48 = 8$

$n = 20.$

$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$= \frac{20}{2}(2(48)+(20-1)8]$

$= 10(96+19(8)]$

$= 10(96+152) = 10(248)$

$= 2480m.$

10) நுண்ணுயிர் வளர்ச்சியில் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திலும் நுண்ணுயிர்களின் எண்ணிக்கை -யானது அதன் முந்தைய மணி நேரத்தில் உள்ளது போல் இரு மடங்காகிறது. ஆரம்பத்தில் 30 நுண்ணுயிர்கள் இருக்குமானால் 2வது, 4வது மற்றும் n ஆவது மணி நேர முடிவில் எத்தனை நுண்ணுயிர்கள் இருக்கும்.

தீர்வு இது ஒரு G.P ஆகும்.

$a = 30 \quad r = 2.$

இரண்டு மணி நேர முடிவில் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை

$t_3 = ar^2 = 30(4) = 120$

4வது மணி நேரம்

$t_5 = ar^4 = 30(2^4)$

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

$= 30(2^4) = 30(16) = 480$

n வது நேரம் $t_{n+1} = ar^n$

$= 30(2^n)$

11) ஒரு வங்கியில் செலுத்தப்பட்ட ₹500 ஆனது 10% தொடர் கூட்டு வீதத்தில் 10 ஆண்டுகளில் எவ்வளவாக மாறும்

Formula

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

தீர்வு $P = 500 \quad R = 10\%$

$$A = P + \frac{PR}{100}$$

$$= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

1 வது வருடம்

$$A = P(1+R/100)$$

2 வது வருடம்

$$A = P(1+R/100)^2$$

10 வது வருட முடிவில்

$$A = P(1+R/100)^{10}$$

$$= 500\left(1+\frac{10}{100}\right)^{10}$$

N. காமாட்சி (மு.ஆ)
கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

$$= 500\left(\frac{110}{100}\right)^{10} = 500(1.1)^{10}$$

12) ஒரு நகரத்தில் வைரஸ் நோயினால் ஏற்பட்ட சுகாதார கேட்டினால் மக்களின் இயல்பு வாழ்க்கை பாதிக்கப்பட்டிருந்தது ஒவ்வொரு நாளும் அந்த நோய் தாக்கும் வைரஸ் கிருமிகள் ஒரு GP முறையில் பரவி வருகிறது. இந்த தொற்று கிருமிகள் ஒவ்வொரு நாளும் அதன் முந்தைய நாளைப் போல் இருமடங்காக பெருகிறது. முதல் நாளில் அதன் எண்ணிக்கை 5 எனில் அந்த கிருமிகளின் எண்ணிக்கை எந்த நாளில் 150000 க்கு அதிகமாக இருக்கும் எனக் காண்க.

தீர்வு:- $a = 5$

G.P ஆனது $5, 10, 20, 40 \ldots 150000$

$$ar^{n-1} > 150000$$

$$a(2^{n-1}) > 150000$$

$$5(2^{n-1}) > 150000$$

$$2^{n-1} > 30000$$

$$2^{n-1} > 2^4 \times 1875$$

$$2^{n-1}/2^4 > 1875$$

$$2^{n-5} > 1875$$

log எடுக்க இருபுறமும்

$$(n-5)\log 2 > \log 1875$$

$$n-5 > \frac{\log 1875}{\log 2}$$

$$n-5 > \frac{3.2730}{0.3010}$$

$$n-5 > 10.873$$

$$n > 10.873+5$$

$$n > 15.873$$

$$n = 15.$$

∴ 15 வது நாளில் 150000 க்கு அதிகமாக இருக்கும்

பயிற்சி 5.4

1. $\frac{1}{5+x} = (5+x)^{-1}$

$= 5^{-1}\left(1+\frac{x}{5}\right)^{-1} \quad \left(\because \left|\frac{x}{5}\right|<1\right)$

$= \frac{1}{5}\left(1-\left(\frac{x}{5}\right)+\left(\frac{x}{5}\right)^2-\left(\frac{x}{5}\right)^3+\cdots\right)$

$= \frac{1}{5}\left(1-\frac{x}{5}+\frac{x^2}{25}-\frac{x^3}{125}-\cdots\right)$

∴ இது ஏற்புடையதாக $\left|\frac{x}{5}\right|<1$

$\Rightarrow |x|<5$ இருக்க வேண்டும்

Scanned by CamScanner

(ii) $\frac{2}{(3+4x)^2} = \frac{2}{3^2(1+\frac{4x}{3})^2}$

$= \frac{2}{9}\left(1+\frac{4x}{3}\right)^{-2}$

$= \frac{2}{9}\left(1-2\left(\frac{4x}{3}\right)+3\left(\frac{4x}{3}\right)^2-\cdots\right)$

$= \frac{2}{9}\left(1-\frac{8x}{3}+3\left(\frac{4x}{3}\right)^2-\cdots\right.$

∴ இந்த வரிசை ஏற்புடையதாக இருக்க $\left|\frac{4x}{3}\right|<1 \Rightarrow |x|<3/4$ வேண்டும்

(iii) $(5+x^2)^{2/3} = 5^{2/3}(1+x^2/5)^{2/3}$

$(1+x)^{p/q} = 1+\frac{p}{q}x + \frac{p/q\,(\frac{p}{q}-1)}{2!}x^2 + \frac{p/q\,(p/q-1)(p/q-2)}{3!}x^3+\cdots$

$5^{2/3}\left(1+\frac{x^2}{5}\right)^{2/3}$

$=5^{2/3}\left[1+\frac{2}{3}\left(\frac{x^2}{5}\right)+\frac{2/3\,(\frac{2}{3}-1)}{2!}\left(\frac{x^2}{5}\right)^2+\cdots\right)$

$=5^{2/3}\left(1+\frac{2x^2}{15}+\frac{\frac{2}{3}\left(\frac{-1}{3}\right)}{2}\left(\frac{x^4}{25}\right)+\cdots\right)$

$=5^{2/3}\left(1+\frac{2x^2}{15}-\frac{x^4}{225}+\cdots\right)$

இந்த வரிசை ஏற்புடையதாக இருக்க $\left|\frac{x^2}{5}\right|<1 \Rightarrow (x^2)<5$ ஆக இருக்க வேண்டும்

(iv) $(x+2)^{-2/3} = 2^{-2/3}(1+x/2)^{-2/3}$

$=\frac{1}{2^{2/3}}\left(1-\frac{2}{3}\left(\frac{x}{2}\right)+\frac{(-2/3)(-\frac{2}{3}-1)}{2!}\left(\frac{x}{2}\right)^2+\cdots\right)$

$=\frac{1}{2^{2/3}}\left(1-\frac{x}{3}+\frac{(-2/3)(-5/3)}{2}\left(\frac{x^2}{4}\right)+\cdots\right)$

$=\frac{1}{2^{2/3}}\left(1-\frac{x}{3}+\frac{5x^2}{36}+\cdots\right)$

இது ஏற்புடையதாக இருக்க $\left|\frac{x}{2}\right|<1 \Rightarrow |x|<2$ வேண்டும்

2) Find $\sqrt[3]{1001}$ தோராயமாக.

தீர்வு $\sqrt[3]{1001} = (1000+1)^{1/3}$

$=1000^{1/3}(1+1/1000)^{1/3}$

$=(10^3)^{1/3}(1+0.001)^{1/3}$

$=10\left(1+\frac{0.001}{3}+\frac{1/3\,(1/3-1)}{2!}(0.001)^2+\cdots\right)$

$=10(1+0.00033+\cdots)$

$=10(1.00033)$

$\simeq 10.0033$ (தோராயமாக)

N.காமாட்சி (மு.ஆ)
கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம்

3) x ஒரு தேவையான அளவான பெரிய எண் எனில் $\sqrt[3]{x^3+6}-\sqrt[3]{x^3+3}$ ன் மதிப்பைத் தோராயமாக $1/x^2$ என நிறுவுக.

தீர்வு $(x^3+6)^{1/3}-(x^3+3)^{1/3}$

$=(x^3)^{1/3}\left(1+\frac{6}{x^3}\right)^{1/3}-(x^3)^{1/3}\left(1+\frac{3}{x^3}\right)^{1/3}$

$=x\left[1+\left(\frac{6}{x^3}\right)\right]^{1/3}-x\left(1+\frac{3}{x^3}\right)^{1/3}$

$=x\left(1+\frac{1}{3}\left(\frac{6}{x^3}\right)+\cdots\right)-x\left(1+1/3\left(\frac{3}{x^3}\right)+\cdots\right)$

$=x\left(1+\frac{2}{x^3}+\cdots\right)-x\left(1+\frac{1}{x^3}+\cdots\right)$

$=x+\frac{2}{x^2}\cdots-x-\frac{1}{x^2}-\cdots)$

$=1/x^2$ (தோராயமாக)

4) x மிகச் சிறியது எனில் $\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ என்பது தோராயமாக $1-x+x^2/2$ என நிறுவுக.

தீர்வு $\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{1/2}$

Scanned by CamScanner

$= (1-x)^{1/2}(1+x)^{-1/2}$

$= \left(1-\frac{1}{2}x+\frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2!}x^2+\cdots\right)$

$\left(1-\frac{1}{2}x+\frac{(-\frac{1}{2})(-\frac{1}{2}-1)}{2!}x^2+\cdots\right)$

$= \left(1-\frac{x}{2}+\frac{\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})}{2}x^2+\cdots\right)$

$\left(1-\frac{x}{2}+\frac{(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})}{2}x^2+\cdots\right)$

$= \left(1-\frac{x}{2}-\frac{x^2}{8}\cdots\right)\left(1-\frac{x}{2}+\frac{3x^2}{8}\cdots\right)$

$= 1-\frac{x}{2}+\frac{3}{8}x^2-\frac{x}{2}-\frac{x^2}{8}+\frac{x^2}{4}+\cdots$

$= 1-x+\frac{2x^2}{8}+\frac{x^2}{4}+\cdots$

$= 1-x+\frac{x^2}{2}$ (தோராயமாக)

5) பின்வரும் படுக்குறித் தொடரின் முதல் 6 உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு e^{5x}

$e^x = 1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots$

$e^{5x} = 1+\frac{5x}{1!}+\frac{(5x)^2}{2!}+\frac{(5x)^3}{3!}+\cdots$

$= 1+5x+\frac{25x^2}{2}+\frac{125x^3}{6}+\cdots$

(ii) $e^{-2x} = 1-\frac{2x}{1!}+\frac{(2x)^2}{2!}-\frac{(2x)^3}{3!}+\cdots$

$= 1-2x+\frac{4x^2}{2}-\frac{8x^3}{6}+\cdots$

$= 1-2x+2x^2-\frac{4x^3}{3}+\cdots$

(iii) $e^{\frac{1}{2}x} = 1+\frac{\frac{1}{2}x}{1!}+\frac{(\frac{1}{2}x)^2}{2!}+\frac{(\frac{1}{2}x)^3}{3!}+\cdots$

$= 1-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{8}+\frac{x^3}{48}+\cdots$

6) பின்வரும் மடக்கைத் தொடர்களின் முதல் 4 உறுப்புகளைக் காண்க

N. காமாட்சி (மு.ஆ)
கோவிந்த வாடி,
காஞ்சிபுரம் (மா)

(i) $\log(1+4x)$

$\log(1+x) = x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\cdots \quad |x|<1.$

$\log(1+4x) = 4x-\frac{(4x)^2}{2}+\frac{(4x)^3}{3}-\frac{(4x)^4}{4}\cdots$

$= 4x-\frac{16x^2}{2}+\frac{64x^3}{3}-\frac{256x^4}{4}+\cdots$

$= 4x-8x^2+\frac{64x^3}{3}-64x^4+\cdots$

∴ இது ஏற்புடையதாக இருக்க $|4x|<1 \Rightarrow |x|<\frac{1}{4}$ வேண்டும்

(ii) $\log(1-2x) = (-2x)-\frac{(2x)^2}{2}-\frac{(2x)^3}{3}-\frac{(2x)^4}{4}-\cdots$

$\left(\because \log(1-x) = -x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\cdots\right)$

$= -2x-\frac{4x^2}{2}-\frac{8x^3}{3}-\frac{16x^4}{4}\cdots$

$= -2x-2x^2-\frac{8x^3}{3}-4x^4-\cdots$

இது ஏற்புடையதாக இருக்க $|2x|<1 \Rightarrow |x|<\frac{1}{2}$ வேண்டும்

(iii) $\log\left(\frac{1+3x}{1-3x}\right)$

$= \log(1+3x)-\log(1-3x)$

$= \left(3x-\frac{(3x)^2}{2}+\frac{(3x)^3}{3}-\frac{(3x)^4}{4}+\cdots\right)$

$-\left(-3x-\frac{(3x)^2}{2}-\frac{(3x)^3}{3}-\frac{(3x)^4}{4}\cdots\right)$

$= 3x-\frac{9x^2}{2}+\frac{27x^3}{3}-\frac{81x^4}{4}+\cdots$

$+3x+\frac{9x^2}{2}+\frac{27x^3}{3}+\frac{81x^4}{4}\cdots$

$= 2\left(3x+\frac{27x^3}{3}+\cdots\right)$

இது ஏற்புடையதாக இருக்க $|3x|<1 \Rightarrow |x|<1/3$ வேண்டும்

Scanned by CamScanner

Scanned by CamScanner

∴ இது ஏற்புடையதாக இருக்க $|3x|<1 \Rightarrow |x|<\frac{1}{3}$ வேண்டும்

(iv) $\log\left(\frac{1-2x}{1+2x}\right)$

$= \log(1-2x) - \log(1+2x)$

$= \left(-2x - \frac{(2x)^2}{2} - \frac{(2x)^3}{3} - \frac{(2x)^4}{4} - \cdots\right)$

$- \left(2x - \frac{(2x)^2}{2} + \frac{(2x)^3}{3} - \frac{(2x)^4}{4} + \cdots\right)$

$= -2x - \frac{(2x)^2}{2} - \frac{(2x)^3}{3} - \frac{(2x)^4}{4} \cdots$

$-2x + \frac{(2x)^2}{2} - \frac{(2x)^3}{3} + \frac{(2x)^4}{4} \cdots$

$= -2\left(2x + \frac{8x^3}{3} + \cdots\right)$

இந்த வரிசை ஏற்புடையதாக

7) $y = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \cdots$ எனில்

$x = y - \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} - \frac{y^4}{4!} + \cdots$

என நிறுவுக

தீர்வு $y = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{3} + \frac{x^4}{4} + \cdots$

$-y = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}$

$-y = \log(1-x)$

$e^{-y} = 1-x$

$x = 1 - e^{-y}$

$= 1 - \left(1 - \frac{y}{1!} + \frac{y^2}{2!} - \frac{y^3}{3!} + \cdots\right)$

$= 1 - 1 + \frac{y}{1!} - \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} - \cdots)$

$x = y - \frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} \cdots$

8) p மற்றும் q வை ஒப்பிடும் போது $p-q$ சிறியது எனில் $\sqrt{\frac{p}{q}} = \frac{(n+1)p+(n-1)q}{(n-1)p+(n+1)q}$ என நிறுவுக. இதன் மூலம் $\sqrt{\frac{15}{16}}$ ன் மதிப்பினைக் காண்க.

N. காமாட்சி (மு.ஆ), கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (மா)

தீர்வு $p = q + h$.

RHS: $\frac{(n+1)p + (n-1)q}{(n-1)p + (n+1)q}$

$= \frac{(n+1)(q+h) + (n-1)q}{(n-1)(q+h) + (n+1)q}$

$= \frac{nq + q - nh + h + nq - q}{nq - q + nh - h + nq + q}$

$= \frac{2nq + (n+1)h}{2nq + (n-1)h}$

$= \frac{1 + \left(\frac{n+1}{2n}\right)\frac{h}{q}}{1 + \left(\frac{n-1}{2n}\right)\cdot\frac{h}{q}}$

$= \left[1 + \frac{n+1}{2n}\left(\frac{h}{q}\right)\right]\left[1 + \left(\frac{n-1}{2n}\right)\frac{h}{q}\right]$

$= 1 + \frac{n+1}{2n}\left(\frac{h}{q}\right) - \frac{n-1}{2n}\left(\frac{h}{q}\right)$

$= 1 + \frac{h}{q(2n)}(n+1-n+1)$

$= 1 + \frac{h}{q(2n)}(2)$

$= 1 + \frac{h}{nq}$

$\therefore \sqrt[8]{\frac{15}{16}} = \frac{(8+1)15 + (8-1)16}{(8-1)(15) + (8+1)(16)}$

$= \frac{9(15) + 7(16)}{7(15) + 9(16)}$

$= \frac{135 + 112}{105 + 144} = \frac{247}{249}$

$= 0.99196$ (தோராயமாக).

9) $\dfrac{3-4x+x^2}{e^{2x}}$ ன் விரிவில் x^4 ன் கெழுவைக் காண்க.

தீர்வு

$$\frac{3-4x+x^2}{e^{2x}} = (3-4x+x^2)e^{-2x}$$

$$= (3-4x+x^2)\left(1 - \frac{2x}{1!} + \frac{(2x)^2}{2!} - \frac{(2x)^3}{3!} + \cdots\right)$$

$$= (3-4x+x^2)\left(1 - 2x + \frac{4x^2}{2} - \frac{8x^3}{6} + \frac{16x^4}{24} \cdots\right)$$

x^4 ன் கெழு

$$= 3\left(\frac{2}{3}\right) - 4\left(\frac{-4}{3}\right) + 1(2)$$

$$= 2 + \frac{16}{3} + 2 = \frac{6+16+6}{3} = \frac{28}{3}.$$

10) மதிப்பு காண்க.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}\left(\frac{1}{9^{n-1}} + \frac{1}{9^{2n-1}}\right)$$

தீர்வு

$$S_\infty = 1\left(1+\frac{1}{9}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{9^3}\right) + \frac{1}{2^2}\left(\frac{1}{9^2} + \frac{1}{9^5}\right) + \cdots$$

$$= \left(1+\frac{1}{9}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{9^3}\right) + \frac{1}{2^2}\left(\frac{1}{9^2} + \frac{1}{9^5}\right) + \cdots$$

$$= \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{9}\right) + \frac{1}{2^2}\left(\frac{1}{9^2}\right) + \cdots\right] + \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{9^3}\right) + \frac{1}{2^2}\left(\frac{1}{9^5}\right) + \cdots\right)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{9}\right) + \frac{1}{2^2}\left(\frac{1}{9^2}\right) + \cdots\right) + \frac{1}{9}\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{9^2}\right) + \frac{1}{2^2}\left(\frac{1}{9^4}\right) + \cdots\right)$$

$$= \frac{1}{1-\frac{1}{18}} + \frac{1}{9}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{81\times 2}}\right)$$

$(a=1,\ r=1/18)$ $(a=1,\ r=1/81\times 2)$

$$= \frac{1}{\frac{18-1}{18}} + \frac{1}{9}\left(\frac{1}{\frac{162-1}{162}}\right)$$

$$= \frac{18}{17} + \frac{1}{9}\left(\frac{162}{161}\right) \qquad \left(S_\infty = \frac{a}{1-r}\right)$$

$$= \frac{18}{17} + \frac{162}{1449} = \frac{26082 + 2754}{17 \times 1449}$$

$$= \frac{28836}{24633} = 1.170.$$

N.காமாட்சி (மு.ஆ)
கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

Formula

1) $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$

2) $\log(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \cdots$

3) $\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots$

4) $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-3)}{1\cdot 2\cdot 3}x^3 + \cdots$

5) $(1+x)^{-n} = 1 - nx + \frac{n(n+1)}{2!}x^2 - \frac{n(n+1)(n+2)}{3!}x^3 + \cdots$

6) $(1-x)^n = 1 - nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 - \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \cdots$

7) $(x+a)^n = x^n + nC_1 x^{n-1}a + nC_2 x^{n-2}a^2 + \cdots + nC_r x^{n-r}a^r + \cdots a^n$

8) $T_{r+1} = nC_r\, x^{n-r} a^r.$

9) $1+2+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

10) $1^2+2^2+\cdots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

11) $1^3+2^3+\cdots+n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

Scanned by CamScanner

பாடம் : 9 வகைநுண் கணிதம் (எல்லைகள் மற்றும் தொடர்ச்சி தன்மை)

பயிற்சி 9.1

1. 1 முதல் 6 வரை உள்ள கணக்குகளுக்கு கணிப்பானைப் (Calculator) பயன்படுத்தி அட்டவணைப் பூர்த்தி செய்து அதன் மூலம் எல்லை மதிப்பைக் கணக்கிடுக

(i) $\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{x^2-x-2}$

x	1.9	1.99	1.999	2.001	2.01	2.1
$f(x)$	0.344	0.3344	0.3344	0.333	0.3322	0.322

$\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{x^2-x-2} = 0.\overline{3}$

2) $\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{x^2-4}$

x	1.9	1.99	1.999	2.001	2.01	2.1
$f(x)$	0.2564	0.2506	0.25	0.2499	0.2493	0.2439

$\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{x^2-4} = 0.25$

3) $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{x}$

x	-0.1	-0.01	-0.001	0.01	0.1
$f(x)$	0.29	0.288	0.289	0.288	0.286

$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{x} = 0.288$

4) $\lim_{x \to -3} \frac{\sqrt{1-x}-2}{x+3}$

x	-3.1	-3.01	-3.0	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	-0.248	-0.249	$\frac{0}{0}$	-0.25	-0.25	-0.2515

$\therefore \lim_{x \to -3} \frac{\sqrt{1-x}-2}{x+3} = -0.25$

5) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$

x	-0.1	-0.01	-0.001	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	0.998	0.999	0.9999	0.9999	0.999	0.998

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

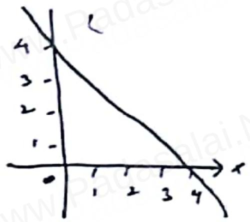
6) $\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x}$

x	-0.1	-0.01	-0.001	0.001	0.01	0.1
$f(x)$	0.000001 52	0.00000 0152	0.0000 00152	0.0000 00152	0.0000 00152	0.0000 00153

$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$

7) 7 முதல் 15 வரை உள்ள கணக்குகளுக்கு வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி எல்லை மதிப்பு காண்க. எல்லை மதிப்பு இல்லை எனில் காரணத்தை விளக்குக

7) $\lim_{x \to 3} (4-x)$

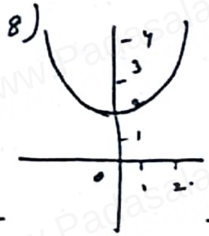


$\lim_{x \to 3^-} (4-x) = 4-3 = 1$

$\lim_{x \to 3^+} (4-x) = 4-3 = 1$

$\lim_{x \to 3} (4-x) = 1$

8)



$\lim_{x \to 1^-} (x^2+2) = 1^2+2 = 3$

$\lim_{x \to 1^+} (x^2+2) = 1^2+2 = 3$

$\therefore \lim_{x \to 1} x^2+2 = 3$

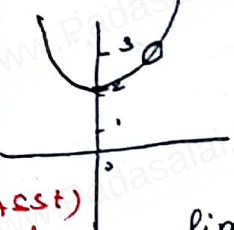
9) $\lim_{x \to 2} f(x)$ இங்கு $f(x) = \begin{cases} 4-x, & x \neq 2 \\ 0 & x = 2 \end{cases}$

$\lim_{x \to 2^-} f(x) = 2$

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = 2$

$\lim_{x \to 2} f(x) = 2$

10) $\lim_{x \to 1} f(x)$ இங்கு $f(x) = \begin{cases} x^2+2, & x \neq 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$



$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 1^2+2 = 3$

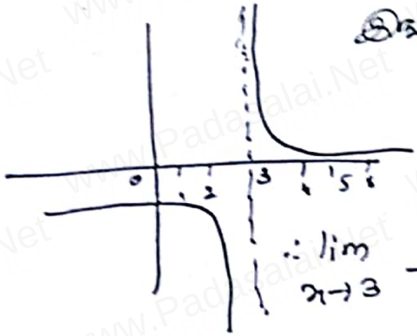
$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 3$

$\lim_{x \to 1} f(x) = 3.$

N. Kamatchi (PG Asst)
GHSS, Govindavadi
Kanchipuram (Dist)

Scanned by CamScanner

11)

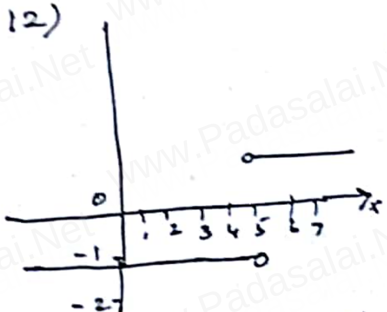


இங்கு $\lim_{x\to 3^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \infty$

$\therefore \lim_{x\to 3} \frac{1}{x-3}$ எல்லை மதிப்பு இல்லை

12)



$\lim_{x\to 3} \frac{|x-5|}{x-5}$

இங்கு $\lim_{x\to 5^-} f(x) = -1$

$\lim_{x\to 5^+} f(x) = 1$

$\therefore \lim_{x\to 5} \frac{|x-5|}{x-5}$ எல்லை மதிப்பு இல்லை.

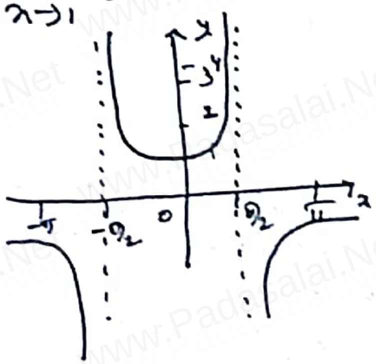
13) $\lim_{x\to 1} \sin \pi x$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 0$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = 0$

$\therefore \lim_{x\to 1} f(x) = 0$

14) $\lim_{x\to 0} \sec x$

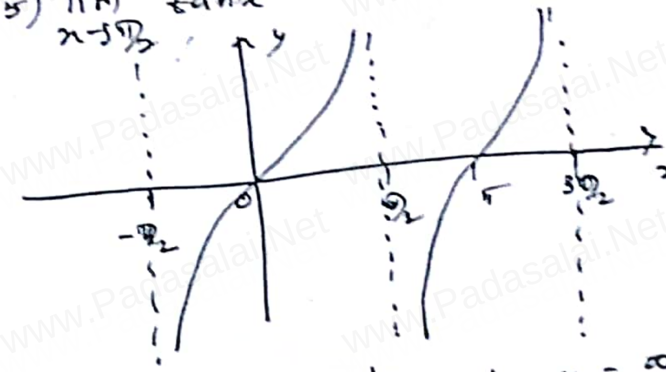


$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 1$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$

$\lim_{x\to 0} \sec x = 1$

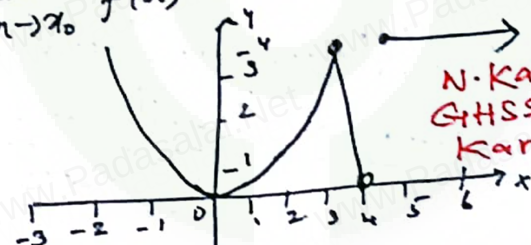
15) $\lim_{x\to \pi/2} \tan x$



$\lim_{x\to \pi/2^-} \tan x = \infty$; $\lim_{x\to \pi/2^+} \tan x = \infty$

$\lim_{x\to \pi/2} \tan x$ எல்லை மதிப்பு இல்லை

16) $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \le 2 \\ 8-2x & 2 < x \le 4 \\ 4 & x \ge 4 \end{cases}$ f ன் வரைபடம் வரைந்து x_0 ன் எந்த மதிப்புகளுக்கு $\lim_{x\to x_0} f(x)$ உள்ளது என்பதைக் காண்க.



N. Kamatchi
GHSS, Govindavadi
Kanchipuram.

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $x = 4$ ல் தொடர்ச்சியற்றது

$\therefore \lim_{x\to 4^-} f(x) \neq \lim_{x\to 4^+} f(x)$

$\therefore x = 4$ ல் இச்சார்புக்கு எல்லை மதிப்பு இல்லை.

$\therefore x_0 = 4$ என்ற மதிப்பைத் தவிர மற்ற மதிப்புகளுக்கு $\lim_{x\to x_0} f(x)$ உள்ளது

17) $f(x) = \begin{cases} \sin x & x < 0 \\ 1-\cos x & 0 \le x \le \pi \\ \cos x & x > \pi \end{cases}$

f ன் வரைபடம் வரைந்து x_0 ன் எந்த மதிப்புகளுக்கு $\lim_{x\to x_0} f(x)$ உள்ளது என்பதைக் காண்க.

இங்கு $\lim_{x\to \pi^-} f(x) \neq \lim_{x\to \pi^+} f(x)$

$\therefore x_0 = \pi$ என்ற மதிப்பைத் தவிர மற்ற மதிப்புகளுக்கு $\lim_{x\to x_0} f(x)$ காண இயலும்

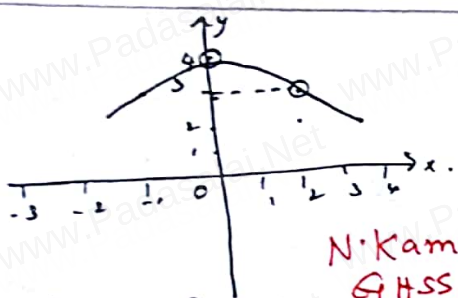
18) கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை நிறைவு செய்யும் சார்பின் வரைபடம் வரைக.

(i) $f(0)$ வரையறுக்கப்படவில்லை

$\lim_{x\to 0} f(x) = 4$, $f(2) = 6$

$\lim_{x\to 2} f(x) = 8$

Scanned by CamScanner

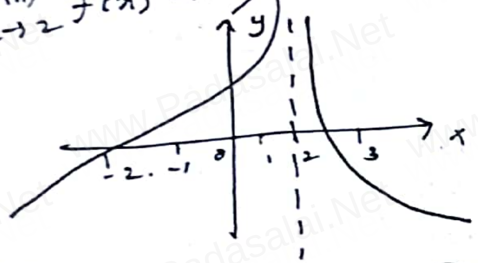


N. Kamatchi
GHSS, Govindavadi
kanchipuram.

(18) $f(-2)=0$, $f(2)=0$

$\lim_{x\to -2} f(x)=0$

$\lim_{x\to 2} f(x)$ என்ற எல்லை மதிப்பு இல்லை



19) $\lim_{x\to 8} f(x) = 25$ என்ற குறியீட்டு முறையின் பொருளைச் சுருக்கமாக விளக்குக.

x ன் மதிப்பு 8 க்கு இடமிருந்தும் 8 க்கு வலமிருந்தும், 8 ஐ நெருங்கும் போது, $f(x)$ன் மதிப்பு 25 க்கு மிக அருகிலமையும் என்பது இதன் பொருளாகும்.

(i) $\lim_{x\to 8^-} f(x) = 25$

$\lim_{x\to 8^+} f(x) = 25$

$\Rightarrow \lim_{x\to 8} f(x) = 25$

20) $f(2)=4$ எனில் x ன் மதிப்பு 2 ஐ நெருங்கும் போது $f(x)$ன் எல்லை மதிப்பை பற்றி ஏதேனும் முடிவு செய்ய இயலுமா?

ஒரு சார்பின் குறிப்பிட்ட புள்ளியில் எல்லை மதிப்பானது அச்சார்பு அப்புள்ளியில் வரையறுக்கப்பட்டதை சார்ந்து அமைவதில்லை.

$\therefore f(2)=4$ என $x=2$ ல் சார்பு f வரையறுக்கப்பட்டு இருந்தாலும், $x=2$ ல் வரையறுக்கப்பட்டு இருந்தாலும், $x=2$ ல் அச்சார்பின் எல்லை மதிப்பை பற்றி முடிவு செய்ய இயலாது.

21) x ன் மதிப்பு 2 ஐ நெருங்கும் போது $f(x)$ன் எல்லை மதிப்பு 4 எனில் $f(2)$ ஐப் பற்றி ஏதேனும் முடிவு செய்ய இயலுமா? விடைக்கான விளக்கம் தருக.

தீர்வு ஒரு சார்பிற்கு எல்லை இருக்க வேண்டும் குறிப்பிட்ட புள்ளியில் எனில் அச்சார்பு, அப்புள்ளியின் வரையறுக்கப்பட்ட அண்மைப் பகுதியில் வரையறுக்கப்பட்டிருந்தாலே போதுமானது. அக்குறிப்பிட்ட புள்ளியில் வரையறுக்கப்பட வேண்டிய அவசியமில்லை.

$\therefore \lim_{x\to 2} f(x)=4$ என இருந்தாலும் (அ-து) $x=2$ ல் சார்பிற்கு எல்லை மதிப்பு இருந்தாலும், $f(2)$ வரையறுக்கப்பட்டிருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.

22) $f(3^-)$ மற்றும் $f(3^+)$ காண்க. அவற்றின் மூலம் $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$ க்கு மதிப்பு இருக்கு மானால் அந்த மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு $f(3^-) = \lim_{x\to 3^-} \frac{x^2-9}{x-3}$

$= \lim_{x\to 3^-} \frac{(x+3)(x-3)}{(x-3)} = 3+3 = 6$

$f(3^+) = \lim_{x\to 3^+} \frac{x^2-9}{x-3}$

$= \lim_{x\to 3^+} \frac{(x+3)(x-3)}{(x-3)} = 3+3=6$

$f(3^-) = f(3^+)$ என்பதால்

$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3} = 6$ ஆகும்.

23) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-1|}{x-1}, & x \neq 1 \\ 0, & x=1 \end{cases}$

$\lim_{x\to 1} f(x)$ ன் மதிப்பு உள்ளதா என்பதை சரிபார்க்க.

தீர்வு $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{-(x-1)}{(x-1)}$

$= -1$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{(x-1)}{(x-1)} = 1.$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x)$

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

என்பதால் $\lim_{x\to 1} f(x)$ ன் மதிப்பு காண இயலாது.

பயிற்சி 9.2

1) $\lim_{x\to 2} \frac{x^4-16}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{x^4-2^4}{x-2}$

$= 4(2^{4-1}) = 4(2^3)$

$= 4\times 8 = 32$

Formula $\lim_{x\to a} \frac{x^n-a^n}{x-a} = na^{n-1}$

2) $\lim_{x\to 1} \frac{x^m-1}{x^n-1}$, $m, n \to$ முழுஎண்கள்

$= \lim_{x\to 1} \frac{x^m-1/x-1}{x^n-1/x-1} = \frac{\lim_{x\to 1} \frac{x^m-1}{x-1}}{\lim_{x\to 1} \frac{x^n-1}{x-1}}$

$= \frac{m(1)^{m-1}}{n(1)^{n-1}} = \frac{m}{n}.$

3) $\lim_{\sqrt{x}\to 3} \frac{x^2-81}{\sqrt{x}-3}$

$= \lim_{\sqrt{x}\to 3} \frac{\sqrt{x}^4-3^4}{\sqrt{x}-3}$

$= 4(3)^{4-1} = 4(3^3)$

$= 4(27) = 108$

4) $\lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$ $x>0$

$x+h=y$ எனக $h = y-x$

$h\to 0$ எனில் $y\to x$

$= \lim_{y\to x} \frac{\sqrt{y}-\sqrt{x}}{y-x} = \lim_{y\to x} \frac{y^{1/2}-x^{1/2}}{y-x}$

$= \frac{1}{2}(x)^{1/2-1} = \frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$

5) $\lim_{x\to 5} \frac{\sqrt{x+4}-3}{x-5}$

$x+4=y$ எனக $\therefore x = y-4$

$x-5 = y-4-5$

$x-5 = y-9$

$x\to 5$ எனில் $y\to 9$.

$\therefore \lim_{y\to 9} \frac{\sqrt{y}-9^{1/2}}{y-9} = \lim_{y\to 9} \frac{y^{1/2}-9^{1/2}}{y-9}$

$= \frac{1}{2}9^{1/2-1} = \frac{1}{2}9^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{9}}$

$= \frac{1}{2(3)} = \frac{1}{6}$

6) $\lim_{x\to 2} \frac{1/x-1/2}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{x^{-1}-2^{-1}}{x-2}$

$= (-1)2^{-1-1} = (-1)2^{-2} = \frac{-1}{2^2}$

$= \frac{-1}{4}.$

N. Kamatchi (PG Asst)
GHSS, Govindavadi
Kanchipuram (Dt)

7) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-x^2}{1-\sqrt{x}} = \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1-x^2+1}{1-\sqrt{x}}$

$= \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1-(x^2-1)}{1-\sqrt{x}}$

$= \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{1-\sqrt{x}} - \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{1-\sqrt{x}}$

$= \lim_{x\to 1} \frac{-(1-\sqrt{x})}{(1-\sqrt{x})} + \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1^2}{\sqrt{x}-1}$

$= -1 + \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1^2}{x^{1/2}-1^{1/2}}$ (கணக்கு 2 ன்படி $\frac{m}{n}$)

$= -1 + \frac{2}{1/2} = -1+4$

$= 3$

8) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2}}{\frac{\sqrt{x^2+16}-4}{x^2}}$

$= \frac{\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2}}{\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+16}-4}{x^2}}.$

$x^2+1 = y$ | $x^2+16 = z$

$x^2 = y-1$ | $x^2 = z-16$

$x\to 0 \Rightarrow y\to 1$ | $x\to 0 \Rightarrow z\to 16$

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

$$= \frac{\lim\limits_{y\to 1} \frac{y^{1/2} - 1^{1/2}}{y-1}}{\lim\limits_{z\to 16} \frac{z^{1/2} - 16^{1/2}}{z-16}} = \frac{\frac{1}{2}(1)^{1/2-1}}{\frac{1}{2}(16)^{1/2-1}}$$

$$= \frac{1}{16^{-1/2}} = 16^{1/2} = \sqrt{16} = 4.$$

9) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

$1+x = y$ எனில் $x = y-1$

$x \to 0$ எனில் $y \to 1$

$$= \lim_{y\to 1} \frac{y^{1/2} - 1^{1/2}}{y-1} = \frac{1}{2}(1)^{1/2-1} = \frac{1}{2}$$

10) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{7+x^3} - \sqrt{3+x^2}}{x-1}$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{7+x^3} - 2 - \sqrt{3+x^2} + 2}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{7+x^3} - 2}{x-1} - \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{3+x^2} - 2}{x-1}$$

$$= \frac{\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{7+x^3}-2}{x^3-1}}{\lim\limits_{x\to 1} \frac{x-1}{x^3-1}} - \frac{\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{3+x^2}-2}{x^2-1}}{\lim\limits_{x\to 1} \frac{x-1}{x^2-1}}$$

$7+x^3 = y$ எனில்
$x\to 1$ $y \to 8$
$y - 8 = 7+x^3-8$
$= x^3-1$

$3+x^2 = z$ எனில்
$x \to 1$ எனில் $z \to 4$
$z-4 = x^2+3-4$
$= x^2-1$

$$= \frac{\lim\limits_{y\to 8} \frac{y^{1/3} - 8^{1/3}}{y-8}}{\frac{1}{\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x-1}}} - \frac{\lim\limits_{z\to 4} \frac{z^{1/2} - 4^{1/2}}{z-4}}{\frac{1}{\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2-1^2}{x-1}}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}(8)^{1/3-1}}{\frac{1}{3(1)^2}} - \frac{\frac{1}{2}(4)^{1/2-1}}{\frac{1}{2(1)^1}}$$

$$= 8^{-2/3} - 4^{-1/2} = \frac{1}{8^{2/3}} - \frac{1}{4^{1/2}}$$

$$= \frac{1}{(2^3)^{2/3}} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{1}{4}.$$

N. Kamatchi (PG Asst)
GHSS, Govindavadi,
Kanchipuram (Dt)

11) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4-x}}$

$$= \frac{\lim\limits_{x\to 2} \frac{2-\sqrt{x+2}}{x-2}}{\lim\limits_{x\to 2} \frac{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{4-x}}{x-2}}$$

$$= \frac{-\lim\limits_{x\to 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}}{-\lim\limits_{x\to 2} \frac{\sqrt[3]{4-x} - \sqrt[3]{2}}{x-2}}$$

குறிப்பு
(i) $x+2 = y$ எனில்
$x\to 2 \Rightarrow y \to 4$
$x = y-2$
$x-2 = y-4$
(ii) மேலும் $4-x = z$ எனில்
$4-z = x$
$x \to 2 \Rightarrow z \to 2$
$x-2 = 4-z-2$
$= 2-z$
$= -(z-2)$

$$= \frac{\lim\limits_{y\to 4} \frac{y^{1/2} - 4^{1/2}}{y-4}}{-\lim\limits_{z\to 2} \frac{z^{1/3} - 2^{1/3}}{z-2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(4)^{1/2-1}}{-\frac{1}{3}(2)^{1/3-1}} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{4^{-1/2}}{2^{-2/3}}$$

$$= -\frac{3}{2} \cdot \frac{(2^{2/3})}{4^{1/2}} = \frac{-3}{2\times 2}(2^2)^{1/3}$$

$$= \frac{-3}{4}(4^{1/3}) = \frac{-3}{4} \times \sqrt[3]{4}$$

12) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2} \cdot x$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2} \cdot \lim_{x\to 0} x$$

$1+x^2 = y$ எனில் $\Rightarrow x^2 = y-1$

$x \to 0$ எனில் $y \to 1$

$$= \lim_{y\to 1} \frac{y^{1/2} - 1^{1/2}}{y-1} \times 0$$

$$= 0$$

13) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x^2}$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{-x} \cdot \frac{1}{-x}.$$

Scanned by CamScanner

$1-x = y$ என்க $-x = y-1$

$x \to 0$ எனில் $y \to 1$

$$= \lim_{y \to 1} \frac{y^{1/2} - 1^{1/2}}{y-1} \times \left(\frac{-1}{0}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(1)^{1/2 - 1}\,(-\infty)$$

$$= -\infty$$

$x \to 0$ எனும் போது $f(x) \to -\infty$ எல்லையற்ற கிடையாது எனவே ...

14) $\lim_{x \to 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$

$x - 1 = y$ என்க $\Rightarrow x = y+1$

$x - 5 = y+1-5 = y-4$.

மேலும் $x \to 5$ எனில் $y \to 4$

$$= \lim_{y \to 4} \frac{y^{1/2} - 4^{1/2}}{y-4} = 1/2\,(4)^{1/2 - 1}$$

$$= 1/2\,(4)^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{2 \times 2}$$

$$= \frac{1}{4}$$

15) $\lim_{x \to a} \frac{\sqrt{x-b} - \sqrt{a-b}}{x^2 - a^2}$ $(a > b)$

$$= \lim_{x \to a} \frac{\sqrt{x-b} - \sqrt{a-b}}{(x+a)(x-a)}$$

$$= \lim_{x \to a} \frac{\sqrt{x-b} - \sqrt{a-b}}{x-a} \cdot \lim_{x \to a} \frac{1}{x+a}$$

$x - b = y$ என்க $\Rightarrow x = y+b$

$x - a = y + b - a$
$= y - (a-b)$

$x \to a$ எனில் $y \to a-b$

$$= \lim_{y \to (a-b)} \frac{y^{1/2} - (a-b)^{1/2}}{y - (a-b)} \cdot \lim_{x \to a} \frac{1}{x+a}$$

$$= \frac{1}{2}(a-b)^{1/2 - 1} \cdot \frac{1}{a+a}$$

$$= \frac{1}{2}(a-b)^{-1/2}\,\frac{1}{2a} = \frac{1}{4a} \cdot \frac{1}{\sqrt{a-b}}$$

$$= \frac{1}{4a\sqrt{a-b}}$$

பயிற்சி 9.3

1. பின் வரும் சார்புகளுக்கு இடப்புற, வலப்புற எல்லைகளின் மதிப்பைக் காண்க.

(a) $x = -2$ ல் $f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x^2+4x+4)(x+3)}$

தீர்வு

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{(x^2+4x+4)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)^2(x+3)} = \frac{x-2}{(x+2)(x+3)}$$

$$f(-2^-) = \lim_{h \to 0^+} f(-2-h)$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{(-2-h) - 2}{(-2-h+2)(-2-h+3)}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{-4-h}{-h(1-h)} = \lim_{h \to 0^+} \frac{4+h}{h(1-h)}$$

$$= \frac{4}{0} = \infty$$

$$f(-2^+) = \lim_{h \to 0^+} f(-2+h)$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{(-2+h) - 2}{(-2+h+2)(-2+h+3)}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{-4+h}{h(1+h)} = \frac{-4}{0} = -\infty$$

(b) $x = \pi/2$ எனில் $f(x) = \tan x$

தீர்வு $f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$$f(\pi/2^-) = \lim_{h \to 0^+} f(\pi/2 - h)$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{\sin(\pi/2 - h)}{\cos(\pi/2 - h)}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{\cos h}{\sin h} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$f(\pi/2^+) = \lim_{h \to 0^+} f(\pi/2 + h)$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{\sin(\pi/2 + h)}{\cos(\pi/2 + h)}$$

$$= \lim_{h \to 0^+} \frac{\cos h}{-\sin h} = \frac{-1}{0} = -\infty.$$

N. Kamatchi (PG Asst)
GHSS, Govindavadi.
Kanchipuram (Dt).

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

2) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x^2(x^2-6x+9)}$ மதிப்பிடுக.

தீர்வு $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2(x^2-6x+9)}$

$= \frac{(x+3)(x-3)}{x^2(x-3)^2}$

$= \frac{x+3}{x^2(x-3)}$

$\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3} \frac{x+3}{x^2(x-3)}$

$= \lim_{x\to 3} \frac{x+3}{x^2} \times \lim_{x\to 3} \frac{1}{x-3}$

$= \frac{6}{9} \times \lim_{x\to 3} \frac{1}{x-3}$

$f(x) \to \infty \Leftarrow x \to 3^+$ எனில்

$x \to 3^-$ எனில் $f(x) \to -\infty$

∴ $\lim_{x\to 3} f(x)$ என்னும் மதிப்பு காண இயலாது.

3) $\lim_{x\to\infty} \frac{3}{x-2} - \frac{2x+11}{x^2+x-6}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{3}{x-2} - \lim_{x\to\infty} \frac{2x+11}{x^2+x-6}$

$= \frac{3}{\infty} - \lim_{x\to\infty} \frac{2/x + 11/x^2}{1 + 1/x - 6/x^2}$

(x^2 ஆல் வகுக்க)

$= 0 - 0 = 0.$

4) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$, x^4 ஆல் வகுக்க

$= \lim_{x\to\infty} \frac{1/x + 1/x^3}{1 - 3/x^2 + 1/x^4} = \frac{0+0}{1-0+0} = \frac{0}{1}$

$= 0.$

5) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^4-5x}{x^2-3x+1}$

x^2 ஆல் வகுக்க

$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2 - 5/x}{1 - 3/x + 1/x^2}$

$= \infty$ ∴ எனவே மதிப்பு காண இயலாது.

6) $\lim_{x\to\infty} \frac{1+x-3x^3}{1+x^2+3x^3}$ x^3 ஆல் வகுக்க

$= \lim_{x\to\infty} \frac{1/x^3 + 1/x^2 - 3}{1/x^3 + 1/x + 3} = \frac{0+0-3}{0+0+3} = \frac{-3}{3}$

$= -1$

7) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{2x^2-1} - \frac{x^2}{2x+1}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x^4+x^3-2x^4+x^2}{4x^3+2x^2-2x-1}$

$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^3+x^2}{4x^3+2x^2-2x-1}.$

N. Kamatchi (PG Asst) GHSS, Govindavadi, Kanchipuram (Dt)

x^3 ஆல் வகுக்க

$= \lim_{x\to\infty} \frac{1+1/x}{4+\frac{2}{x}-\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x^3}} = \frac{1}{4}$

8) நிறுவுக.

(i) $\lim_{n\to\infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{3n^2+7n+2} = \frac{1}{6}$

LHS $= \lim_{n\to\infty} \frac{n(n+1)}{2(3n^2+7n+2)}$

n^2 ஆல் வகுக்க

$= \lim_{n\to\infty} \frac{n^2+n}{6n^2+14n+4}$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1+1/n}{6+\frac{14}{n}+\frac{14}{n^2}} = \frac{1}{6}$

(ii) $\lim_{n\to\infty} \frac{1^2+2^2+\cdots+(3n)^2}{(1+2+\cdots+5n)(2n+3)} = \frac{9}{25}$

LHS $= \lim_{n\to\infty} \frac{3n(3n+1)(6n+1)/6}{\frac{5n(5n+1)}{2}(2n+3)}$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{n^2(3+1/n)(6+1/n)}{5n^2(5+1/n)(2+3/n)}$

$= \frac{3\times 6\,3}{5\times 5\times 2} = \frac{9}{25}$

Scanned by CamScanner

(iii) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)} = 1$ என நிறுவுக.

$$t_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$

LHS: $\lim_{n\to\infty} \Sigma t_n = \lim_{n\to\infty} \Sigma\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$= \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$

$= \lim_{n\to\infty} 1-\frac{1}{n+1} = 1-0 = 1$

9) மீன் வள அறிவியலின் முக்கிய பிரச்சனை நீரோடைகளில் உள்ள முட்டையிடத் தகுதியான மீன்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிட்டு இந்த தகவலைப் பயன்படுத்தி இனப்பெருக்க காலத்தில் அறுவடைக்கு தேவைப்படும் மீன் பிடிப்புக்குத் தகுந்த மீன்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுவதாகும். எனவே S என்பது உள்ள முட்டையிடும் நிலையில் உள்ள மீன்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் R என்பது மீன் பிடிப்புக்குத் தகுந்த மீன்களின் எண்ணிக்கையாகும். பிவர்டன் ஹோல்ட் ன் இனப்பெருக்கச் சார்பு $R(S) = \frac{S}{\alpha S+\beta}$ இங்கு α, β என்பன மிகை மாறிலிகள். இந்தச் சார்பு இனப்பெருக்க நிலையில் இருக்கும் மீன்களின் எண்ணிக்கை தேவையான அளவு அதிகரிக்கும் போது அறுவடைக்குத் தகுந்த மீன்களின் எண்ணிக்கை தோராயமாக மாறிலியாக அமையும் என நிறுவுக.

தீர்வு $R(S) = \frac{S}{\alpha S+\beta}$

$\lim_{S\to\infty} R(S) = \lim_{S\to\infty} \frac{S}{\alpha S+\beta}$

S ஆல் வகுக்க

$= \lim_{S\to\infty} \frac{1}{\alpha+\beta/S} = \frac{1}{\alpha+0} = \frac{1}{\alpha}$

இது ஒரு மாறிலி.

10) ஒரு தொட்டியில் 5000 லிட்டர் தூய நீர் உள்ளது என்க. ஒரு லிட்டருக்கு 30 கி அளவு உப்பு கொண்ட உவர் நீர் 25 லி/நி என்ற அளவில் தொட்டியில் செலுத்தப் படுகின்றது. t நிமிடங்களில் இந்த உவர் நீரின் அடர்த்தி (கிராம்/லிட்டர்) $C(t) = \frac{30t}{200+t}$ எனத் தரப்படுகின்றது. $t\to\infty$ எனில் அடர்த்தி எவ்வாறு மாறும்?

N.Kamatchi (PG Asst)
GHSS, Govindavadi
Kanchipuram (Dt)

தீர்வு $C(t) = \frac{30t}{200+t}$

$\lim_{t\to\infty} C(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{30t}{200+t}$

t ஆல் வகுக்க

$= \lim_{t\to\infty} \frac{30}{\frac{200}{t}+1} = \frac{30}{1} = 30$

பயிற்சி 9.4

மதிப்பைக் காண்க.

1) $\lim_{x\to 0} \frac{3^x-1}{\sqrt{1+x}-1}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{3^x-1}{\sqrt{1+x}-1} \times \frac{\sqrt{1+x}+1}{\sqrt{1+x}+1}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{3^x-1\ (\sqrt{1+x}+1)}{(1+x)-1}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{3^x-1}{x}(\sqrt{1+x}+1)$

$= \lim_{x\to 0} \frac{3^x-1}{x} \cdot \lim_{x\to 0}(\sqrt{1+x}+1)$

$= \log 3\ (\sqrt{1}+1) = \log 3\,(1+1)$

$= 2\log 3 = \log 3^2 = \log 9.$

சூத்திரம்:- 1) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$

2) $\lim_{x\to 0} (1+1/x)^x = e$

3) $\lim_{x\to 0} (x+1)^{1/x} = e$

4) $\lim_{x\to 0} \left(1+\frac{k}{x}\right)^x = e^k.$

Scanned by CamScanner

பயிற்சி 9.4

1) பின்வரும் எல்லைகளின் மதிப்பைக் காண்க

$\lim_{x\to\infty}(1+1/x)^{7x} = \left[\lim_{x\to\infty}(1+1/x)^{x}\right]^{7}$

$= e^{7}$

2) $\lim_{x\to\infty}(1+x)^{1/3x} = \left[\lim_{x\to\infty}(1+x)^{1/x}\right]^{1/3}$

$= e^{1/3}$

3) $\lim_{x\to\infty}(1+k/x)^{m/x} = (1+0)^{0} = 1^{0} = 1$

(4) $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{x+2} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{x}\cdot\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x}\right)^{2}$

$= e^{3}\cdot(1^{2}) = e^{3}$

5) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2+3}{2x^2+5}\right)^{8x^2+3}$

$= \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2+5-2}{2x^2+5}\right)^{4(2x^2+5)-17}$

$= \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{2x^2+5}\right)^{4(2x^2+5)-17}$

$y = 2x^2+5$ எனில்

$x\to\infty$ எனில் $y\to\infty$.

$= \lim_{y\to\infty}\left(1-\frac{2}{y}\right)^{4y-17}$

$= \lim_{y\to\infty}\left(1-\frac{2}{y}\right)^{4y} \times \lim_{y\to\infty}\left(1-\frac{2}{y}\right)^{-17}$

$= (e^{-2})^{4}(1)^{-17} = e^{-8}$

6) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin^3\frac{x}{2}}{x^3} = \lim_{x\to 0}\frac{\sin^3\left(\frac{x}{2}\right)}{\left(\frac{x^3}{8}\right)8}$

$= \lim_{\frac{x}{2}\to 0}\left(\frac{\sin\frac{x}{2}}{x/2}\right)^{3}\cdot\frac{1}{8}$

$= 1\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{8}$

$\left[\because \lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta} = 1\right]$

N. Kamatchi (PG Asst) GHSS, Govindavadi Kanchipuram (Dt)

7) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin\alpha x}{\sin\beta x} = \frac{\lim_{\alpha x\to 0}\frac{\sin\alpha x}{\alpha x}\cdot\alpha x}{\lim_{\beta x\to 0}\frac{\sin\beta x}{\beta x}\cdot\beta x}$

$= \frac{1\cdot\alpha}{1\cdot\beta} = \frac{\alpha}{\beta}$

8) $\lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x}{\sin 5x} = \frac{\lim_{2x\to 0}\frac{\tan 2x}{2x}\cdot 2x}{\lim_{5x\to 0}\frac{\sin 5x}{5x}\cdot 5x}$

$= \frac{1(2)}{1(5)} = \frac{2}{5}$

9) $\lim_{\alpha\to 0}\frac{\sin(\alpha)^n}{(\sin\alpha)^m}$

$= \frac{\lim_{\alpha\to 0}\frac{\sin\alpha^n}{\alpha^n}\cdot\alpha^n}{\left(\lim_{\alpha\to 0}\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^m\cdot\alpha^m}$

$= \frac{1\cdot\alpha^n}{1\cdot\alpha^m} = \alpha^{n-m}$

Case (i) $n = m$ $\lim_{\alpha\to 0}\frac{\sin\alpha^n}{(\sin\alpha)^m} = \alpha^{0} = 1$

நிலை (ii) $n > m$ எனில்

$\lim_{\alpha\to 0}\frac{\sin\alpha^n}{(\sin\alpha)^m} = 0$

நிலை (iii) $n < m$ எனில்

$\lim_{\alpha\to 0}\frac{\sin\alpha^n}{(\sin\alpha)^m} = \infty.$

10) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(a+x)-\sin(a-x)}{x}$

$= \lim_{x\to 0}\frac{2\cos\left(\frac{a+x+a-x}{2}\right)\sin\left(\frac{a+x-a+x}{2}\right)}{x}$

$= \lim_{x\to 0}\frac{2\cos a\sin x}{x} = 2\cos a\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$

$= 2\cos a(1) = 2\cos a$

$\left[\because \sin C - \sin D = 2\cos\frac{C+D}{2}\sin\frac{C-D}{2}\right]$

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

11) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+a^2}-a}{\sqrt{x^2+b^2}-b}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(x^2+a^2)^{1/2}-(a^2)^{1/2}}{(x^2+b^2)^{1/2}-(b^2)^{1/2}}$

$= \dfrac{\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(x^2+a^2)^{1/2}-(a^2)^{1/2}}{x^2}}{\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(x^2+b^2)^{1/2}-(b^2)^{1/2}}{x^2}}$

$= \dfrac{\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(x^2+a^2)^{1/2}-(a^2)^{1/2}}{(x^2+a^2)-a^2}}{\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(x^2+b^2)^{1/2}-(b^2)^{1/2}}{(x^2+b^2)-b^2}}$

$= \dfrac{\frac{1}{2}(a^2)^{1/2-1}}{\frac{1}{2}(b^2)^{1/2-1}} = \dfrac{(a^2)^{-1/2}}{(b^2)^{-1/2}}$

$= \dfrac{a^{-1}}{b^{-1}} = \dfrac{b}{a}.$

N. Kamatchi (PG Asst)
GHSS, Govindavadi
Kanchipuram (Dt)

12) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2 \arcsin x}{3x} = \dfrac{2}{3}\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^{-1}x}{x}$

$= \dfrac{2}{3}\times 1 = \dfrac{2}{3}$

13) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\sin^2 x/2}{x^2}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x/2}{(x/2)^2}\cdot\dfrac{1}{2} = \left(\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin \frac{x}{2}}{x/2}\right)^2\cdot\dfrac{1}{2}$

$= 1^2\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$

14) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan 2x}{x} = \lim\limits_{2x\to 0} \dfrac{\tan 2x}{2x}\times 2$

$= (1)(2) = 2$

15) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^x-3^x}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^x-1+3^x+1}{x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^x-1}{x} - \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3^x-1}{x} = \log 2 - \log 3$

$= \log \dfrac{2}{3}.$

16) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3^x-1}{\sqrt{x+1}-1}\times\dfrac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}+1}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(3^x-1)(\sqrt{x+1}+1)}{(x+1)-1}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3^x-1}{x}\cdot \lim\limits_{x\to 0} (\sqrt{x+1}+1)$

$= \log 3\ (\sqrt{1}+1) = \log 3\,(2)$

$= 2\log 3 = \log 3^2 = \log 9.$

17) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos^2 x}{x\sin 2x}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x}{x(2\sin x\cos x)}$

$= \dfrac{1}{2}\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\cos x}$

$= \dfrac{1}{2}\times 1\times 1 = 1/2$

18) $\lim\limits_{x\to \infty} x\left(3^{1/x}+1-\cos\left(\frac{1}{x}\right)-e^{1/x}\right)$

1ஐ கூட்டி கழிக்க

$= \lim\limits_{x\to \infty} x\left(3^{1/x}-1+1-\cos 1/x+1-e^{1/x}\right)$

$\frac{1}{x} = y$ எனில் $x\to\infty$ எனில் $y\to 0$

$\therefore x = \frac{1}{y}$

$= \lim\limits_{y\to 0} \dfrac{3^y-1+1-\cos y+1-e^y}{y}$

$= \lim\limits_{y\to 0} \dfrac{3^y-1}{y} + \lim\limits_{y\to 0}\dfrac{1-\cos y}{y} + \lim\limits_{y\to 0}\dfrac{1-e^y}{y}$

$= \log 3 + \lim\limits_{y/2\to 0} \dfrac{2\sin^2 \frac{y}{2}}{y} - \lim\limits_{y\to 0}\dfrac{e^y-1}{y}$

$= \log 3 + \lim\limits_{y/2\to 0} \dfrac{\sin^2 y/2}{y/2} - 1$

$= \log 3 + 1 - 1 = \log 3.$

Scanned by CamScanner

19) $\lim_{x\to\infty} x(\log(x+a)-\log x)$

$= \lim_{x\to\infty} x\left(\frac{\log(x+a)}{x}\right)$

$= \lim_{x\to\infty} x \log\left(1+\frac{a}{x}\right)$

$\frac{1}{x} = y$ என்க $\Rightarrow x = \frac{1}{y}$.

$x\to\infty$ எனில் $y\to 0$

$= \lim_{y\to 0} \frac{\log(1+ay)}{y} = \lim_{y\to 0} \frac{\log(1+ay)}{ay} a$

$= a\times 1 = a$

20) $\lim_{x\to\pi} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$

$= \frac{\lim_{x\to\pi} \sin(3x-3\pi)}{\lim_{x\to\pi} \sin(2x-2\pi)}$

$= \frac{\lim_{3x\to 3\pi} \frac{\sin(3x-3\pi)}{3x-3\pi}(3x-3\pi)}{\lim_{2x\to 2\pi} \frac{\sin(2x-2\pi)}{(2x-2\pi)}(2x-3\pi)}$

$= \frac{(1)}{(1)} \frac{\lim_{3x\to 3\pi} 3(x-\pi)}{\lim_{2x-2\pi} 2(x-\pi)}$

$= \frac{3}{2}$

21) $\lim_{x\to\pi} (1+\sin x)^{2\operatorname{cosec} x}$

$\sin x = y$ என்க $\operatorname{cosec} x = 1/y$

$x\to\pi$ எனில் $y\to 0$

$= \lim_{y\to 0} (1+y)^{2/y} = e^2$

22) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1+\cos x}}{\sin^2 x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2\cos^2\frac{x}{2}}}{\sin^2 x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}\cos x/2}{\sin^2 x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2}(1-\cos\frac{x}{2})}{\sin^2 x}$

$= \sqrt{2}\lim_{x\to 0} \frac{2\sin^2 x/4}{\sin^2 x}$

$= \sqrt{2}(2) \frac{\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x/4}{(x/4)^2}\left(\frac{x}{4}\right)^2}{\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{x^2}\cdot x^2}$

$= 2\sqrt{2}\ \frac{1}{16}\ \frac{(1)}{(1)} = \frac{\sqrt{2}}{8}$

N.Kamatchi (PG Asst) GHSS, Govindavadi Kanchipuram (Dt)

23) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}{\tan x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x})}{\tan x} \times \frac{(\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x})}{(\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x})}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{(1+\sin x)-(1-\sin x)}{\tan x(\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x})}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{1+\sin x-1+\sin x}{\frac{\sin x}{\cos x}(\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x})}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{2\sin x\cos x}{\sin x(\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x})}$

$= \frac{2\cos 0}{\sqrt{1+\sin 0}+\sqrt{1-\sin 0}} = \frac{2\times 1}{\sqrt{1}+\sqrt{1}}$

$= \frac{2}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$

24) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2-2x+1}{x^2-4x+2}\right)^x$

$= \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2-4x+2+2x-1}{x^2-4x+2}\right)^x$

$\left(\because \lim_{x\to a} [1+f(x)]^{1/g(x)} = e^{\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}}\right)$

$= \lim_{x\to\infty} \left(1+\frac{2x-1}{x^2-4x+2}\right)^x$

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

$f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4x+2}$, $g(x) = \frac{1}{x}$

$= e^{\lim_{x\to\infty} \frac{2x-1}{x^2-4x+2} \div \frac{1}{x}}$

$= e^{\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-x}{x^2-4x+2}}$

$= e^{\lim_{x\to\infty} \frac{x^2(2-1/x)}{x^2(1-4/x+2/x^2)}}$

$= e^{\lim_{x\to\infty} \frac{2-1/x}{1-4/x+2/x^2}} = e^{2/1}$

$= e^2$

(25 - 28 கணக்கு கடைசி பக்கம் பார்க்க)

பயிற்சி 9.5

1) $f(x) = 2x^2+3x-5$, R ன் எல்லா புள்ளிகளிலும் தொடர்ச்சியானது என நிறுவுக.

தீர்வு $f(x) = 2x^2+3x-5$ என்பது பல்லுறுப்புக் கோவை சார்பு என்பது. ∴ f ஆனது R ன் எல்லாப் புள்ளிகளிலும் தொடர்ச்சியானது.

2) பின்வருவனவற்றின் தொடர்ச்சித் தன்மையை ஆராய்க.

(i) $x + \sin x$.

இங்கு x என்பது பல்லுறுப்புக் கோவைச் சார்பு. இது R ல் தொடர்ச்சியானது. மேலும் sin x என்பது வட்டச் சார்பு இதுவும் R ல் தொடர்ச்சியானது. எனவே இவை இரண்டின் கூடுதலான $x+\sin x$ ம் R ல் தொடர்ச்சியானது.

(ii) $x^2 \cos x$.

தீர்வு x^2 ஆனது பல்லுறுப்புக் கோவைச் சார்பு. இது R ல் தொடர்ச்சியானது. cos x ம் R ல் மேலும் வட்டச் சார்பு தொடர்ச்சியானது. இவற்றின் பெருக்கல் $x^2 \cos x$ ம் R ல் தொடர்ச்சியானது.

(iii) $e^x \tan x$

தீர்வு e^x ஆனது R ல் தொடர்ச்சியானது. tan x ஆனது ஆனால் வட்டச் சார்பு $R - [(2n+1)\pi/2]$ அதன் சார்பகமான $\forall n \in Z$ ல் தொடர்ச்சியானது.

∴ $e^x \tan x$ ஆனது $R - \{(2n+1)\pi/2\}$ $n \in Z$ ல் தொடர்ச்சியானது.

(iv) $e^{2x} + x^2$

தீர்வு e^{2x} ஆனது R ல் தொடர்ச்சியானது. மேலும் பல்லுறுப்புக் கோவை சார்பு x^2 ம் R ல் தொடர்ச்சியானது. $e^{2x} + x^2$ ம் R ல் தொடர்ச்சியானது.

(v) $x \ln x$

தீர்வு x ஆனது R ல் தொடர்ச்சியானது. மேலும் ln x மடக்கை சார்பு $(0, \infty)$ ல் தொடர்ச்சியானது. ∴ $x \ln x$ ஆனது $(0, \infty)$ ல் தொடர்ச்சியானது.

N. Kamatchi
GHSS, Govindavadi
Kanchipuram (Dt)

(vi) $\frac{\sin x}{x^2}$

தீர்வு வட்ட சார்பு sin x ஆனது R ல் தொடர்ச்சியானது. x^2 ம் R ல் தொடர்ச்சியானது. ∴ $\frac{\sin x}{x^2}$ ஆனது $x = 0$ ல் வரையறுக்கப்படவில்லை. ∴ $\frac{\sin x}{x^2}$ ஆனது இதன் சார்பகமான $R - \{0\}$ ல் தொடர்ச்சியானது.

(vii) $\frac{x^2-16}{x+4}$

தீர்வு x^2-16, $x+4$, இரண்டுமே R ல் தொடர்ச்சியானவை. ஆனால் $\frac{x^2-16}{x+4}$ ஆனது $x = -4$ ல் வரையறுக்கப்படவில்லை. ∴ இச்சார்பு $R - \{-4\}$ ல் தொடர்ச்சியானது.

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

(viii) $|x+2| + |x-1|$

தீர்வு: மட்டுச் சார்பு $|x+2|$, $|x-1|$ ஆனது R ல் தொடர்ச்சியானது

$\therefore |x+2| + |x-1|$ ஆனது R ல் முழுவதும் தொடர்ச்சியானது.

(ix) $\frac{|x-2|}{|x+1|}$

தீர்வு: $|x-2|$ & $|x+1|$ R ல் தொடர்ச்சியானவை

ஆனால் $\frac{|x-2|}{|x+1|}$ ஆனது $x=-1$ ல் வரையறுக்கப்படவில்லை

$\therefore \frac{|x-2|}{|x+1|}$ ஆனது $R-\{-1\}$ ல் தொடர்ச்சியானது.

(x) $\cot x + \tan x$

தீர்வு: $\cot x$ ன் சார்பகம் $R-\{n\pi\}$ $n\in Z$

$\tan x$ ன் சார்பகம் $R-\{(2n+1)\frac{\pi}{2}\}$ $n\in Z$

$\cot x+\tan x$ என்ற சார்பானது $R-\{\frac{n\pi}{2}\}, n\in Z$ ல் தொடர்ச்சியாக இருக்கும்

3) பின்வரும் சார்புகளுக்கு தொடர்ச்சித் தன்மையை கொடுக்காத புள்ளிகளைக் காண்க

(i) $f(x) = \begin{cases} 4x+5 & x\le 3 \\ 4x-5 & x>3. \end{cases}$

தீர்வு

$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-}(4x+5) = 4(3)+5$

$= 12+5 = 17$

$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} 4x-5 = 4(3)-5$

$= 12-5 = 7$

$\lim_{x\to 3^-} f(x) \neq \lim_{x\to 3^+} f(x)$

$\therefore \lim_{x\to 3} f(x)$ ன் மதிப்பு இல்லை.

$x=3$ ல் இச்சார்பு தொடர்ச்சியற்றது

(ii) $f(x) = \begin{cases} x+2 & x\ge 2 \\ x^2 & x<2 \end{cases}$

தீர்வு

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} x^2 = 2^2 = 4$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} x+2 = 2+2 = 4$

$\lim_{x\to 2} f(x) = 4$

மேலும் $f(2) = 2+2 = 4$

$\lim_{x\to 2} f(x) = f(2)$

$\therefore x=2$ ல் இச்சார்பு தொடர்ச்சியானது.

இது R ல் தொடர்ச்சியானது.

N. Kamatchi (PG Asst)
GHSS, Govindavadi
Kanchipuram (Dt)

(iii) $f(x) = \begin{cases} x^2-3 & x\le 2 \\ x^2+1 & x>2 \end{cases}$

தீர்வு

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} x^2-3 = 2^2-3$

$= 4-3 = 1$

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} x^2+1 = 2^2+1 = 5$

$\therefore \lim_{x\to 2^-} f(x) \neq \lim_{x\to 2^+} f(x)$

$x=2$ ல் எல்லை மதிப்பு இல்லை.

$x=2$ ல் இச்சார்பு தொடர்ச்சியற்றது.

(iv) $f(x) = \begin{cases} \sin x & 0\le x\le \pi/4 \\ \cos x & \pi/4 < x < \pi/2 \end{cases}$

தீர்வு

$\lim_{x\to \pi/4^-} f(x) = \lim_{x\to \pi/4^-} \sin x$

$= \sin \pi/4 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\lim_{x\to \pi/4^+} f(x) = \lim_{x\to \pi/4^+} \cos x = \cos \pi/4$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \lim_{x\to \pi/4} f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

$f(\pi/4) = \sin \pi/4 = 1/\sqrt{2}.$

Scanned by CamScanner

$\therefore \lim_{x \to \pi/4} f(x) = f(\pi/4)$

$\therefore x = \pi/4$ ல் இச்சார்பு தொடர்ச்சியானது

இது R முழுவதும் தொடர்ச்சியானது

4) கொடுக்கப்பட்ட சார்புக்குக் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி x_0 ல் தொடர்ச்சியானதா (அ) தொடர்ச்சியற்றதா எனக் காரணத்துடன் கூறுக.

தீர்வு (i) $x_0 = 1$ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$

(i) $\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$

$= \lim_{x \to 1} \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)} = 1+1 = 2$

2) மேலும் $f(1) = 2$

3) $f(1) = \lim_{x \to 1} f(x)$ என்பதால்

$x_0 = 1$ ல் இச்சார்பு தொடர்ச்சியானது.

(ii) $x_0 = 3$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3}, & x \neq 3 \\ 5 & x = 3 \end{cases}$

a) $\lim_{x \to 3} f(x) = \lim_{x \to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$

$= \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} = 3+3 = 6$

b) $f(3) = 5$

(c) $\therefore \lim_{x \to 3} f(x) \neq f(3)$ என்பதால்

$x_0 = 3$ ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியற்றது.

5) $\begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1} & x \neq 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases}$ என்ற சார்பு $(-\infty, \infty)$ல் தொடர்ச்சியானது எனக் காட்டுக.

தீர்வு (i) $\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} \frac{x^3-1^3}{x-1} = 3(1)^{3-1}$

$= 3(1)^2 = 3$

(ii) $f(1) = 3$

(iii) $\lim_{x \to 1} f(x) = f(1)$ என்பதால் $x = 1$ல் தொடர்ச்சியானது

இச்சார்பு தொடர்ச்சியானது

$\therefore$ R முழுவதும் இச்சார்பு தொடர்ச்சியானது

6) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ \alpha & x = 1 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்ட சார்பு $x = 1$ ல் தொடர்ச்சியானது எனில் α ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு (i) $\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} \frac{x^4-1^4}{x-1} = 4$

(ii) $f(1) = \alpha$

(iii) இச்சார்பு தொடர்ச்சியானது என்பதால் $\lim_{x \to 1} f(x) = f(1)$

$4 = \alpha$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = 4}$

N.Kamatchi
GHSS, Govindavadi
Kanchipuram (Dt)

7) $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 2 \\ 4 & x \geq 2 \end{cases}$

என்ற சார்பால் வரையறுக்கப்பட்டால் இச்சார்பு $(-\infty, \infty)$ல் தொடர்ச்சியானது என நிறுவுக.

தீர்வு $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} 0 = 0$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} x^2 = 0^2 = 0$

மேலும் $f(0) = 0^2 = 0$

$\therefore \lim_{x \to 0} f(x) = 0 = f(0)$ என்பதால்

$x = 0$ல் இச்சார்பு தொடர்ச்சியானது

இதுபோல் $\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} x^2 = 2^2 = 4$

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} 4 = 4$

$\lim_{x \to 2} f(x) = 4$ மேலும் $f(2) = 4$

$\therefore \lim_{x \to 2} f(x) = f(2)$ என்பதால்

$x = 2$ல் இச்சார்பு தொடர்ச்சியானது

R முழுவதும் இது தொடர்ச்சியானதாகும்.

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

8) f மற்றும் g தொடர்ச்சியான சார்புகள் மேலும் $f(3)=5$ மற்றும் $\lim_{x\to 3}[2f(x)-g(x)]=4$ எனில் $g(3)$ காண்க.

தீர்வு f, g தொடர்ச்சியான சார்புகள் என்பதால்

$$\lim_{x\to 3}[2f(x)-g(x)] = 4$$
$$= 2f(3)-g(3) = 4$$
$$= 2(5)-g(3) = 4$$
$$10-g(3) = 4$$
$$10-4 = g(3)$$
$$\boxed{g(3)=6}$$

9) சார்பு தொடர்ச்சியற்றதாக உள்ள புள்ளிகளைக் காண்க. இப்புள்ளிகளில் ஒவ்வொன்றிலும் f க்கு இடப்பக்க தொடர்ச்சி, வலப்பக்க தொடர்ச்சி மற்றும் எதுவுமில்லை எனக் காண்க. f ன் வரைபடத்தை வரைக

(i) $f(x)=\begin{cases}2x+1 & x\le -1\\ 3x & -1<x<1\\ 2x-1 & x\ge 1\end{cases}$

$$\lim_{x\to -1^-} f(x)=\lim_{x\to -1^-}(2x+1) = 2(-1)+1 = -2+1=-1$$

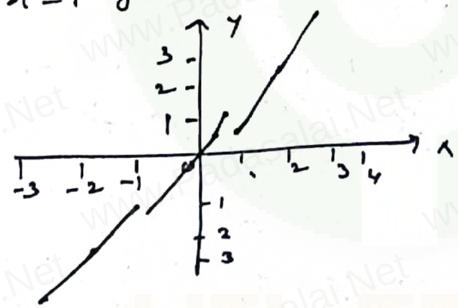
$$\lim_{x\to -1^+} f(x)=\lim_{x\to -1^+} 3x = 3(-1) = 3$$

$\therefore \lim_{x\to -1^-} f(x) \ne \lim_{x\to -1^+} f(x)$ என்பதால் $x=-1$ ல் இச்சார்பு தொடர்ச்சியற்றது.

மேலும் $\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-} 3x = 3(1)=3$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}(2x-1) = 2(1)-1 = 2-1=1$$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) \ne \lim_{x\to 1^+} f(x)$ என்பதால் $x=1$ ஆல் இச்சார்பு தொடர்ச்சியற்றது



x	-2	-1	0	1	2
y	-3	-1	0	1	3

x	-0.5	0.5
y	-1.5	1.5

10) f பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது

$f(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ x & 0\le x<1\\ -x^2+4x-2 & 1\le x<3\\ 4-x & x\ge 3\end{cases}$

இச்சார்பு தொடர்ச்சியானதா?

N. Kamatchi (PG Asst)
GHSS, Govindavadi,
Kanchipuram

தீர்வு $\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-} 0 = 0$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+} x = 0$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = 0$$

மேலும் $f(0)=0$

$\therefore \lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$ என்பதால்

$x=0$ ல் தொடர்ச்சியானது.

(ii) $\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-} x = 1$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}(-x^2+4x-2) = -1+4-2=1$$

$$\lim_{x\to 1} f(x)=1$$

மேலும் $f(1) = -1+4-2 = 1$

$$\lim_{x\to 1} f(x) = f(1)$$

$\therefore x=1$ ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது.

(iii) $\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-}(-x^2+4x-2)$

$$= -(3^2)+4(3)-2$$
$$= -9+12-2 = 1.$$

Scanned by CamScanner

$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} 4-x = 4-3 = 1$

$\therefore \lim_{x\to 3} f(x) = 1$

மேலும் $f(3) = 1$

$\lim_{x\to 3} f(x) = f(3)$ என்பதால்

$x = 3$ ல் இச்சார்பு தொடர்ச்சி உடையது. மேலும் R முழுவதும் தொடர்ச்சியானதாகும்.

11) பின்வரும் சார்புகளில் வெற்றுக்கு $x = x_0$ ல் நீக்கக்கூடிய தொடர்ச்சியற்ற தன்மை உள்ளது எனக் காண்க? தொடர்ச்சியற்ற தன்மை இருக்குமானால், f ன், $x \neq x_0$ க்கு ஏற்றவாறு R ல் தொடர்ச்சியாக இருக்குமாறு g என்ற சார்பைக் காண்க.

(i) $f(x) = \frac{x^2-2x-8}{x+2}, x_0 \neq -2$

$\lim_{x\to -2} f(x) = \lim_{x\to -2} \frac{x^2-2x-8}{x+2}$

$= \lim_{x\to -2} \frac{(x-4)(x+2)}{(x+2)}$

$= -2-4 = -6$

N.Kamatchi GHSS, Govindavadi

மேலும் $f(-2) = \frac{0}{0}$

$\therefore f(-2)$ வரையறுக்கப்படவில்லை

$\Rightarrow f(x)$ ஆனது $x_0 = -2$ ல் நீக்கக்கூடிய தொடர்ச்சியற்ற தன்மை உள்ளது.

எனவே $f(x)$ ஐ

$$g(x) = \begin{cases} x^2-2x-8 & x_0 \neq -2 \\ -6 & x_0 = -2 \end{cases}$$

என வரையறுத்தால் இச்சார்பு R ல் தொடர்ச்சியாக இருக்கும்.

(ii) $f(x) = \frac{x^3+64}{x+4} \quad x_0 = -4$

$\lim_{x\to -4} \frac{x^3+64}{x+4} = \lim_{x\to -4} \frac{x^3-(-4)^3}{x-(-4)}$

$= 3(-4)^2 = 3\times 16 = 48$

ஆனால் $f(-4) = \frac{0}{0}$

$\therefore f(-4)$ வரையறுக்கப்படவில்லை

$\therefore x_0 = -4$ ல் f ஆனது நீக்கக்கூடிய தொடர்ச்சியற்ற தன்மை உடையது.

எனவே இச்சார்பை $f(x) = \begin{cases} x^3+64, & x_0 \neq -4 \\ 48 & x_0 = -4 \end{cases}$

என வரையறுத்தால் இச்சார்பு R ல் தொடர்ச்சியாக இருக்கும்.

(iii) $f(x) = \frac{3-\sqrt{x}}{9-x}, x_0 = 9$

$\lim_{x\to 9} f(x) = \lim_{x\to 9} \frac{3-\sqrt{x}}{9-x} = \lim_{x\to 9} \frac{9^{1/2}-x^{1/2}}{9-x}$

$= \frac{1}{2} 9^{1/2-1} = \frac{1}{2}(9^{-1/2}) = \frac{1}{2\sqrt{9}}$

$= \frac{1}{2(3)} = \frac{1}{6}$

ஆனால் $x_0 = 9$ ல் $f(x)$ வரையறுக்கப்படவில்லை.

$\therefore$ இச்சார்பு $x_0 = 9$ ல் நீக்கக்கூடிய தொடர்ச்சியற்ற தன்மை பெற்றுள்ளது எனவே இச்சார்பை

$$g(x) = \begin{cases} \frac{3-\sqrt{x}}{9-x} & x_0 \neq 9 \\ 1/6 & x_0 = 9 \end{cases}$$

என வரையறுத்தால் இச்சார்பு R ல் தொடர்ச்சியாக இருக்கும்.

12) $g(x) = \begin{cases} x^2-b^2 & x < 4 \\ bx+20 & x \geq 4 \end{cases}$ என்ற சார்பு $(-\infty, \infty)$ ல் தொடர்ச்சியானது எனில் மாறிலி b ஐக் காண்க.

தீர்வு $\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^-} x^2-b^2$

$= 16-b^2$

$\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4^+} 6x+20 = 4b+20$

இச்சார்பு தொடர்ச்சியானது என்பதால் $16-b^2 = 4b+20$

$-b^2-4b+16-20 = 0$

$\Rightarrow -b^2-4b-4 = 0$

Scanned by CamScanner

$b^2+4b+4=0$

$(b+2)^2=0$

$b=-2.$

13) $f(x)=x\sin\frac{\pi}{x}$ எனக். $f(0)$ன் எந்த மதிப்புக்கு f எல்லா இடங்களிலும் தொடர்ச்சியானதாக இருக்கும்?

$-1\le \sin \pi/x \le 1$

$-x \le x\sin \pi/x \le x$

$\lim_{x\to 0} -x \le \lim_{x\to 0} x\sin \pi/x \le \lim_{x\to 0} x$

$0 \le \lim_{x\to 0} x\sin \pi/x \le 0$

∴ இடையீட்டுத் தேற்றத்தின் படி

$\lim_{x\to 0} x\sin \pi/x = 0$

∴ இச் சார்பு எல்லா இடங்களிலும் தொடர்ச்சியானதாக இருக்க வேண்டுமெனில் $f(0)=0$ என வரையறுக்கப்பட வேண்டும்.

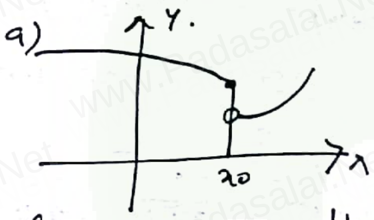
14) $f(x)=\frac{x^2-1}{x^3-1}$ என்ற சார்பு $x=1$ ல் வரையறுக்கப்படவில்லை. $f(1)$ன் எந்த மதிப்பிற்கு $x=1$ ல் f தொடர்ச்சியானதாக இருக்கும்.

தீர்வு $\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1} = \frac{2}{3}$

∴ $x=1$ ல் $f(1)=\frac{2}{3}$ என இருந்தால் சார்பு f ஆனது தொடர்ச்சியானதாக இருக்கும்.

15) பின்வரும் வளைவரைகளுக்கு $x=x_0$ ல் எவ்வாறு தொடர்ச்சியற்றது உள்ளது எனக் கூறுக.

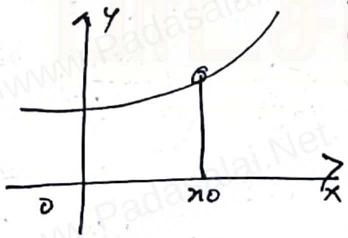
a)



$\lim_{x\to x_0^-} f(x) \ne \lim_{x\to x_0^+} f(x)$ என இருப்பதால் இச் சார்புக்கு $x=x_0$ ல் எல்லை மதிப்பு இல்லை. $x=x_0$ ல் f தொடர்ச்சியற்றது.

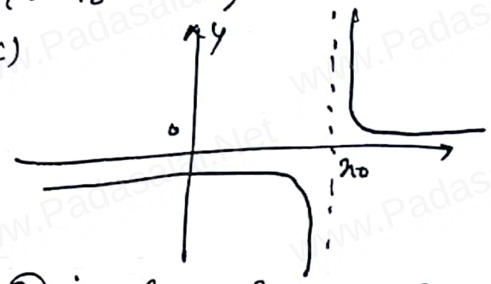
N. Kamatchi (PG Asst)
GHSS, Govindavadi,
Kanchipuram (Dist)

(b)



$\lim_{x\to x_0^-} f(x) = \lim_{x\to x_0^+} f(x)$ என உள்ளது ஆனால் $x=x_0$ ல் சார்பு வரையறுக்கப்படவில்லை. $x=x_0$ ல் தொடர்ச்சியற்றது

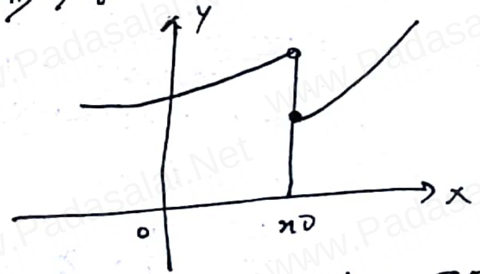
(c)



இங்கு $\lim_{x\to x_0^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x\to x_0^+} f(x) = \infty$ எனவே $x=x_0$ ல் எல்லை மதிப்பு கிடையாது. $x=x_0$ ல் இச் சார்பு தொடர்ச்சியற்றது

d)



$\lim_{x\to x_0^-} f(x) \ne \lim_{x\to x_0^+} f(x)$ என்பது $x=x_0$ ல் எல்லை மதிப்பு இல்லை. $x=x_0$ ல் இச் சார்பு தொடர்ச்சியற்றது.

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

Exercise 9.4 ல் அநாமதேயம்.

25) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{x}-e^{-x}}{\sin x}$

soln

$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x}-1/e^{x}}{\sin x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{e^{x}\sin x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{x} \times \frac{x}{\sin x} \times \frac{1}{e^{x}}$

$= 2(1)(1) = 2$

26) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{ax}-e^{bx}}{x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{(e^{ax}-1)-(e^{bx}-1)}{x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{e^{ax}-1}{x} - \lim_{x\to 0} \frac{e^{bx}-1}{x}$

$= a-b$ $\quad \left(\because \lim_{x\to 0} \frac{e^{x}-1}{x} = 1\right)$

27) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x(1-\cos x)}{x^3}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x(1-\cos x)}{x^3} \frac{(1+\cos x)}{(1+\cos x)}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x(1-\cos^2 x)}{x^3(1+\cos x)}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x(\sin^2 x)}{x^3(1+\cos x)}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin^3 x}{x^3(1+\cos x)}$

$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^3 \cdot \lim_{x\to 0} \frac{1}{1+\cos x}$

$= (1) \frac{1}{1+\cos 0} = (1) \cdot \frac{1}{1+1}$

$= \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

28) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x-\sin x}{x^3}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^3}$

cos x ஆல் வகுக்க.

$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x - \sin x\cos x}{x^3 \cos x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x(1-\cos x)}{x^3 \cos x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x(2\sin^2 x/2)}{x^3 \cos x}$

$= 2\lim_{x\to 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right) \times \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} \times \frac{1}{\cos x}$

$= 2(1) \times \frac{1}{\cos 0} \lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{\frac{x^2}{4} \times 4}$

$= 2 \lim_{x\to 0} \frac{1}{4} \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{x/2}\right)^2$

$= 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

—x—

N. Kamatchi (PG Asst)
GHSS, Govindavadi
Kanchipuram (Dist)

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

பாடம் : 12 நிகழ்தகவு கோட்பாடு ஓர் அறிமுகம்.

பயிற்சி 12.1

1. பின்வரும் ஒன்றையொன்று விலக்கிய A, B, C மற்றும் D என்ற நான்கு நிகழ்ச்சியை மட்டும் கொண்ட ஒரு சோதனையின் நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகள் சாத்தியமானவையா எனத் தீர்மானிக்கவும்.

(i) $P(A)=0.15$, $P(B)=0.30$, $P(C)=0.43$, $P(D)=0.12$

$P(A)+P(B)+P(C)+P(D)$

$=0.15+0.30+0.43+0.12$

$=1.00=1$.

நிகழ்தகவுகள் சாத்தியமானவை.

(ii) $P(A)=0.22$, $P(B)=0.38$, $P(C)=0.16$, $P(D)=0.34$.

$P(A)+P(B)+P(C)+P(D)$

$=0.22+0.38+0.16+0.34$

$=1.1 \neq 1$

கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவுகள் சாத்தியமானவையல்ல

(iii) $P(A)=2/5$, $P(B)=3/5$, $P(C)=-1/5$, $P(D)=1/5$.

$P(C)=-1/5$ ஒரு குறை எண் நிகழ்தகவு சாத்தியமற்றது.

2) இரண்டு நாணயங்கள் ஒரே சமயத்தில் சுண்டப்படுகின்றன.
அ) ஒரு தலை மற்றும் ஒரு பூ
ஆ) அதிகபட்சமாக இரு பூ கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு $S=\{HH, HT, TH, TT\}$

$n(S)=4$

(i) ஒரு தலை மற்றும் ஒரு பூ

$A=\{HT, TH\}$

$n(A)=2$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

நா. காமாட்சி (மு.ஆ) GHSS, கோவிந்தவாடி காஞ்சிபுரம் (மா)

(ii) அதிகபட்சமாக இரு பூ

$B=\{HH, HT, TH, TT\}$

$n(B)=4$

$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{4}{4}=1$

3) ஒரு பெட்டியில் 5 மாம்பழங்களும் 4 ஆப்பிள் பழங்களும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் இரண்டு பழங்கள் எடுக்கப்பட்டால் (i) ஒரு பழமும் மாம்பழமும் ஒரு ஆப்பிள் பழமும் (ii) இரண்டும் ஒரே வகையைச் சார்ந்ததாகவும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:- மாம்பழம் $=5$, ஆப்பிள் $=4$

மொத்தம் $=5+4=9$.

இரண்டு பழம் எடுக்க மொத்த நிகழ்தகவு

$n(S)={}^9C_2=\frac{9\times 8}{1\times 2}=36$

(i) ஒரு மாம்பழமும் ஒரு ஆப்பிளும்

$n(A)={}^5C_1\times {}^4C_1$

$=5\times 4=20$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{20}{36}=5/9$

(ii) இரண்டும் ஒரே வகை

$n(B)={}^5C_2+{}^4C_2$

$=\left(\frac{5\times 4}{1\times 2}\right)+\left(\frac{4\times 3}{1\times 2}\right)$

$=10+6=16$

$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$.

4) (i) ஒரு சாதாரண வருடத்தில் (ii) ஒரு லீப் வருடத்தில் 53 ஞாயிறு கிழமைகள் வருவதற்கான நிகழ்தகவினைக் காண்க.

தீர்வு சாதாரண வருடம் $=365$ நாட்கள்

$=52\times 7+1$ நாள்

$S=\{$தி, செ, பு, வி, வெ, ச, ஞா$\}$

$n(S)=7$.

(i) சாதாரண வருடத்தில் 53 ஞாயிறு கிழமை

$n(A)=1$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{7}$

Scanned by CamScanner

(ii) லீப் வருடம் = 366 நாட்கள்

$= (52 \times 7) + 2$ நாட்கள்

S = {(ஞா,தி), (தி,செ), (செ,பு), (பு,வி), (வி,வெ), (வெ,ச), (ச,ஞா)}

$n(S) = 7.$

லீப் வருடத்தில் 53 வது ஞாயிற்றுக் கிழமை

$n(B) = 2$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{7}.$

5) எட்டு நாணயங்கள் ஒருமுறை சுண்டப்படுகின்றன (i) சரியாக இரண்டு பூக்கள் (ii) குறைந்தது இரண்டு பூக்கள் (iii) அதிகபட்சமாக இரண்டு பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க?

தீர்வு

$n(S) = \{H,T\} \times \{H,T\} \times \cdots \times \{H,T\}$

= 8 coins.

$n(S) = 2^8 = 256$

(i) சரியாக இரண்டு பூக்கள்

$n(A) = 8C_2 = \frac{8 \times 7}{1 \times 2} = 28$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{28}{256} = \frac{7}{64}$

(iii) அதிகபட்சமாக இரண்டு பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$n(B) = 8C_0 + 8C_1 + 8C_2$

$= 1 + 8 + \left(\frac{8 \times 7}{1 \times 2}\right) = 1 + 8 + 28$

$= 37$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{37}{256}$

(ii) குறைந்தது இரண்டு பூக்கள்

$n(C) = 8C_2 + 8C_3 + \cdots + 8C_8$

$= n(S) - (8C_0 + 8C_1)$

$= 256 - (1+8)$

$= 256 - 9 = 247.$

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{247}{256}.$

நா.காமாட்சி (மு.ஆ) GHSS, கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (மா)

6) முதல் 100 முழு எண்களிலிருந்து ஒரு எண் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன. அது ஒரு பகா எண் அல்லது 8 ன் மடங்காக இருக்க நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு $S = \{1, 2, 3, 4 \ldots 100\}$

$n(S) = 100$

(i) ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$A = \{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97\}$

$n(A) = 25$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

(ii) 8 ன் மடங்காக இருக்க நிகழ்தகவு.

$B = \{8,16,24,32,40,48,56,64,72,80,88,96\}$

$n(B) = 12$

$P(B) = \frac{12}{100} = \frac{12}{100}.$

$A \cap B = \{\ \}. \Rightarrow n(A \cap B) = 0$

$P(A \cap B) = 0.$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{25}{100} + \frac{12}{100} - 0$

$= \frac{37}{100}.$

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

Scanned by CamScanner

7) ஒரு பையில் 7 சிவப்பு மற்றும் 4 கருப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன. 3 பந்துகள் சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்பட்டால் (i) எல்லாப் பந்துகளும் சிவப்பு நிறப் பந்துகள் (ii) ஒரு சிவப்பு மற்றும் இரண்டு கருப்பு நிறப் பந்துகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு மொத்தப்பந்துகள் $= 7+4 = 11$

3 பந்துகள் எடுக்க நிகழ்தகவு

$n(S) = 11C_3 = \frac{11\times10\times9}{3\times2\times1}$

$= 11\times5\times3$

(i) எல்லாப் பந்துகளும் சிவப்பு நிறப் பந்துகள்

$n(A) = 7C_3 = \frac{7\times6\times5}{1\times2\times3}$

$= 35$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{35}{11\times5\times3} = \frac{7}{33}$

(ii) ஒரு சிவப்பு மற்றும் இரண்டு கருப்பு நிறப் பந்துகள்

$n(B) = 7C_1 \times 4C_2$

$= 7\times\left(\frac{4\times3}{1\times2}\right) = 7\times6 = 42$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{42}{11\times5\times3}$

$= \frac{14}{55}$

நா. காமாட்சி (ப.ஆ) GHSS, கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (மா)

8) 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட ஒரு கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு உருவப்படுகிறது. அச்சீட்டு (i) ஒரு ace அல்லது king (ii) 6 அல்லது அதற்குக் குறைவான எண் (iii) queen அல்லது 9 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $n(S) = 52$ சீட்டு

(i) ஒரு ace அல்லது king

$P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

$= \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{1}{13}$

(ii) 6 அல்லது அதற்குக் குறைவான எண்.

$P(C\cup D) = P(C) + P(D)$

$= \frac{4}{52} + \frac{16}{52} = \frac{20}{52} = \frac{5}{13}$

(iii) Queen அல்லது 9 கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$P(E\cap F) = P(E) + P(F)$

$= \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$

9) ஒரு கிரிக்கெட் சங்கத்தில் 16 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர். அவர்களில் 5 பேர் மட்டுமே பந்து வீசும் திறம் படைத்தவர்கள். இவர்களுள் 11 பேர் கொண்ட ஒரு குழுவில் குறைந்தது 3 பந்து வீச்சாளர்களாவது இடம் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

தீர்வு $n(S) = 16C_{11}$

$= 16C_5$

$= \frac{16\times15\times14\times13\times12}{1\times2\times3\times4\times5}$

$= 2\times14\times13\times12.$

11 பேர் கொண்ட குழுவில் குறைந்தது 3 பந்து வீச்சாளர்கள் இடம் பெற நிகழ்தகவு.

11 பேர்	5 பந்து வீச்சாளர்	குழு
$11C_8$	$5C_3$	$11C_8\times5C_3$ $=165\times10$ $=1650$
$11C_7$	$5C_4$	$11C_7\times5C_4$ $=330\times5$ $=1650$
$11C_6$	$5C_5$	$11C_6\times5C_5$ $=462\times1$ $=462$

மொத்தம் $= 1650+1650+462$

$= 3762$.

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3762}{14\times 2\times 13\times 12}$

$= \frac{627}{728}$.

10) (i) ஒரு நிகழ்ச்சி A நிகழ சாதக வாய்ப்பு 5 க்கு 7 எனில் P(A) ஐக் காண்க. (ii) $P(B) = \frac{2}{5}$ எனில் நிகழ்ச்சி B நிகழ சாதக வாய்ப்பைக் காண்க.

தீர்வு (i) $n(A) = 5 \quad n(\bar{A}) = 7$

$n(S) = n(A) + n(\bar{A})$

$= 5+7 = 12$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{12}$.

(ii) $P(B) = \frac{2}{5}$.

நிகழ்ச்சி B நிகழ சாதக வாய்ப்பு

$P(B) = \frac{n(B)}{n(B)+n(\bar{B})}$

$\frac{2}{5} = \frac{n(B)}{n(B)+n(\bar{B})}$

$n(B) = 2$

$n(\bar{B}) = 3$.

சாதக வாய்ப்பானது 2 க்கு 3 ஆகும்

பயிற்சி 12.2

1. A மற்றும் B ஒன்றையொன்று விலக்கிய நிகழ்ச்சிகள் $P(A) = 3/8$ மற்றும் $P(B) = 1/8$ எனில் (i) $P(\bar{A})$ (ii) $P(A\cup B)$ (iii) $P(\bar{A}\cap B)$ (iv) $P(\bar{A}\cup\bar{B})$ காண்க.

நா. காமாட்சி (பு.ஆ) GHSS, கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (மா)

தீர்வு $P(A\cap B) = 0$.

(i) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = 5/8$

(ii) $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$= \frac{3}{8} + \frac{1}{8} - 0 = \frac{4}{8} = 1/2$

(iii) $P(\bar{A}\cap B) = P(B) - P(A\cap B)$

$= \frac{1}{8} - 0 = 1/8$

(iv) $P(\bar{A}\cup\bar{B}) = P(\overline{A\cap B}) = 1 - P(A\cap B)$

$= 1 - 0 = 1$

2) A மற்றும் B என்பன ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையின் நிகழ்ச்சிகள் மற்றும் $P(A) = 0.35$, P(A அல்லது B) $= 0.85$ மற்றும் P(A மற்றும் B) $= 0.15$ எனில் (i) P(B மட்டும்) (ii) $P(\bar{B})$ (iii) P(A மட்டும்) காண்க.

தீர்வு $P(A) = 0.35$

$P(A\cup B) = 0.85$

$P(A\cap B) = 0.15$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$0.85 = 0.35 + P(B) - 0.15$

$0.85 = 0.20 + P(B)$

$P(B) = 0.85 - 0.20$

$P(B) = 0.65$

(i) P(B மட்டும்) $= P(\bar{A}\cap B)$

$= P(B) - P(A\cap B)$

$= 0.65 - 0.15 = 0.50$

(ii) $P(\bar{B}) = 1 - P(B)$

$= 1 - 0.65 = 0.35$

(iii) P(A மட்டும்) $= P(A\cap\bar{B})$

$= P(A) - P(A\cap B)$

$= 0.35 - 0.15 = 0.20$.

3) ஒரு பகடை இருமுறை உருட்டப்படுகிறது. முதல் முறை வீசுவதில் 5 கிடைப்பது நிகழ்ச்சி A எனவும், இரண்டாவது முறை வீசுவதில் 5 கிடைப்பது B எனக் கொண்டால் P(A∪B) ஐக் காண்க.

தீர்வு $n(S) = 36$.

Scanned by CamScanner

(i) A என்பது முதல் முறை 5 விழுவது எனில்

$A = \{(5,1)(5,2)(5,3)(5,4)(5,5)(5,6)\}$

$n(A) = 6$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$

(ii) B என்பது இரண்டாவது முறை 5 விழுவதால்

$B = \{(1,5)(2,5)(3,5)(4,5)(5,5)(6,5)\}$

$n(B) = 6$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36}$

$A \cap B = \{(5,5)\}$

$P(A \cap B) = 1/36.$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{6}{36} + \frac{6}{36} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}.$

நா. காமாட்சி (மு.ஆ)
GHSS, கோவிந்தவாடி,
காஞ்சிபுரம்(மா)

4) A என்ற நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு 0.5, B என்ற நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு 0.3 மற்றும் A யும் B யும் ஒன்றையொன்று விலக்கிய நிகழ்ச்சி எனில் கீழ்க்காணும் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க

(i) $P(A \cup B)$ (ii) $P(A \cap \bar{B})$ (iii) $P(\bar{A} \cap B)$

தீர்வு $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$

$P(A \cap B) = 0$

(i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$= 0.5 + 0.3 = 0.8.$

(ii) $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

$= 0.5 - 0 = 0.5$

(iii) $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$

$= 0.3 - 0 = 0.3.$

5) ஒரு நகரத்தில் இரு தீயணைக்கும் வண்டிகள் தனித்தனியாகச் செயல்படும் வகையில் உள்ளன. ஒவ்வொரு தீயணைக்கும் வண்டி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.96

(i) தேவையான பொழுது தீயணைக்கும் வண்டி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு?

(ii) தேவையான பொழுது ஒரு தீயணைக்கும் வண்டியும் கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு $P(A) = 0.96$, $P(\bar{A}) = 0.04$

$P(B) = 0.96$ $P(\bar{B}) = 0.04$

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$

$= (0.04)(0.04) = 0.0016$

$P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B})$

$= 1 - 0.0016 = 0.9984$

6) ஒரு தொடர்வண்டி செல்லும் புதிய பாலத்தின் அமைப்பிற்காக ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.48 நேர்த்தியான முறையில் மின் பொருட்களைப் பயன்படுத்தியதாக ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.36 மற்றும் மேற்கண்ட இரு ஒப்பந்தங்களையும் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.2 எனில் (i) குறைந்தது ஒரு ஒப்பந்தமாவது கிடைப்பதற்கு (ii) ஒரே ஒரு ஒப்பந்தம் மட்டும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுகள் யாவை?

தீர்வு $P(A) = 0.48$,

$P(B) = 0.36$

$P(A \cap B) = 0.2$

(i) குறைந்தது ஒரு ஒப்பந்தம்

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0.48 + 0.36 - 0.2 = 0.64$

(ii) ஒரே ஒரு ஒப்பந்தம்

$= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B)$

$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0.48 - 0.2 + 0.36 - 0.2$

$= 0.44$

Scanned by CamScanner

பயிற்சி 12.3

சூத்திரங்கள்

i) $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

(ii) $P(B|A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

(iii) $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$

(iv) $P(A\cap B) = P(A|B)\cdot P(B)$

(v) $P(A\cap B) = P(B|A)\cdot P(A)$

சார்பற்ற நிகழ்ச்சிகள் எனில்

$P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$

$P(\bar{A}\cap\bar{B}) = P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})$

$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)$

1) இரு நிகழ்ச்சிகள் ஒரே சமயத்தில் ஒன்றையொன்று விலக்கிய நிகழ்ச்சிகள் மற்றும் சார்பற்ற நிகழ்ச்சிகளாக இருக்க இயலுமா?

தீர்வு

இல்லை. ஏன் என்றால்

(i) இரு நிகழ்ச்சிகள் ஒன்றையொன்று விலக்கிய நிகழ்ச்சிகளாக இருந்தால் சார்பற்ற நிகழ்ச்சியாக இருக்காது.

(ii) இரு நிகழ்ச்சிகள் சார்பற்ற நிகழ்ச்சிகளாக இருந்தால் அவை ஒன்றையொன்று விலக்கிய நிகழ்ச்சியாக இருக்க இயலாது.

2) A மற்றும் B என்ற இரு நிகழ்ச்சிகளுக்கு $P(A\cup B) = 0.7$, $P(A\cap B) = 0.2$ மற்றும் $P(B) = 0.5$ எனில் A மற்றும் B சார்பற்ற நிகழ்ச்சிகள் எனக் காட்டுக.

தீர்வு $P(A\cup B) = 0.7$, $P(B) = 0.5$

$P(A\cap B) = 0.2$,

$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$0.7 = P(A) + 0.5 - 0.2$

$0.7 = P(A) + 0.3$

$0.7 - 0.3 = P(A)$

$P(A) = 0.4$

$P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$

$0.2 = (0.4)(0.5)$

$(0.2) = 0.20$

$0.2 = 0.2$.

∴ A மற்றும் B யும் சார்பற்ற நிகழ்ச்சிகள்

நா. காமாட்சி (மு.ஆ)
GHSS, கோவிந்தவாடி,
காஞ்சிபுரம் (மா)

3) A மற்றும் B சார்பற்ற நிகழ்ச்சிகளாகவும் $P(A\cup B) = 0.6$, $P(A) = 0.2$ எனில் $P(B)$ காண்க.

தீர்வு $P(A\cup B) = 0.6$

$P(A) = 0.2$

$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$0.6 = P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)$

$0.6 = 0.2 + P(B)[1-P(A)]$

$0.6 - 0.2 = P(B)[1-0.2]$

$0.4 = P(B)[0.8]$

$\frac{0.4}{0.8} = P(B)$

$P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0.5$

4) $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.8$ மற்றும் $P(B/A) = 0.8$ எனில் $P(A/B)$ மற்றும் $P(A\cup B)$ காண்க.

தீர்வு $P(A) = 0.5$

$P(B) = 0.8$

$P(B/A) = 0.8$

$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

$0.8 = \frac{P(A\cap B)}{0.5}$

$P(A\cap B) = 0.8\times 0.5 = 0.40$

$= 0.4$

Scanned by CamScanner

$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0.4}{0.8} = \frac{4}{8}$

$= \frac{1}{2} = 0.5$

$P(A\cup B) = P(A)+P(B) - P(A\cap B)$

$= 0.5 + 0.8 - 0.4$

$= 0.9.$

5) A, B என்ற நிகழ்ச்சிகளுக்கு $P(A) = 3/4$, $P(B) = 2/5$ மற்றும் $A\cup B = S$ எனில் சார்பு நிகழ்தகவு காண்க.

<u>தீர்வு</u> $P(A) = 3/4$, $P(B) = \frac{2}{5}$

$A\cup B = S$

$P(A\cup B) = P(S) = 1$

$P(A\cap B) = P(A) + P(B) - P(A\cup B)$

$= 3/4 + \frac{2}{5} - 1$

$= \frac{15+8-20}{20} = 3/20.$

$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{3/20}{2/5}$

$= \frac{3}{20} \times \frac{5}{2} = \frac{3}{8}.$

6) கணிதவியலின் ஒரு வினாவானது மூன்று மாணவர்களிடம் தீர்வு காண்பதற்காக கொடுக்கப்படுகிறது. அவர்கள் தனித் தனியே தீர்ப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ மற்றும் $\frac{1}{5}$

(i) அந்த வினா தீர்வு காண்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

(ii) சரியாக ஒருவர் மட்டுமே அந்த வினாவுக்குத் தீர்வு காண்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

நா.காமாட்சி (மு.க.ஆ) GHSS, கோவிந்தவாடி, காஞ்சிபுரம் (மா)

<u>தீர்வு</u> $P(A) = \frac{1}{3}$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$P(B) = 1/4$

$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 1/4 = 3/4$

$P(C) = 1/5$

$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 1/5 = \frac{4}{5}.$

வினா தீர்வு காணாததற்கான நிகழ்தகவு $= P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})\cdot P(\bar{C})$

$= 2/3 \times 3/4 \times 4/5 = \frac{2}{5}.$

(i) வினா தீர்வு கண்டதற்கான நிகழ்தகவு $= 1 - \frac{2}{5} = 3/5$

(ii) சரியாக ஒருவர் மட்டுமே வினாவிற்குத் தீர்வு காண்பதற்கான நிகழ்தகவு

$= P(A)\cdot P(\bar{B})\cdot P(\bar{C}) + P(\bar{A})\cdot P(B)\cdot P(\bar{C}) + P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})\cdot P(C)$

$= \left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{2}{3}\times 3/4 \times 1/5\right)$

$= \frac{12}{60} + \frac{8}{60} + \frac{6}{60} = \frac{26}{60} = \frac{13}{30}.$

7) பெட்ரோல் நிரப்பப்பட்ட ஒரு மகிழுந்துக்கு எண்ணெயை மாற்ற நிகழ்தகவு 0.30. எண்ணெய் வடிப்பான் மாற்ற நிகழ்தகவு 0.4 எண்ணெயை மற்றும் எண்ணெய் வடிப்பான் இரண்டையும் மாற்ற நிகழ்தகவு 0.15

(i) எண்ணெயை மாற்றப்பட வேண்டும் என்றால் ஒரு புதிய எண்ணெய் வடிப்பான் தேவைப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

(ii) புதிய எண்ணெய் வடிப்பான் தேவைப்பட்டால், எண்ணெய் மாற்றப்பட வேண்டியதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

Scanned by CamScanner

தீர்வு A → எண்ணெய்
B → எண்ணெய் வழப்பான்

$P(A) = 0.30 \quad P(B) = 0.40$

$P(A \cap B) = 0.15$

(i) $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.15}{0.30}$

$= \frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 0.5$

(ii) $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.15}{0.40}$

$= \frac{15}{40} = \frac{3}{8} = 0.375$.

8) ஒரு பையில் 5 வெள்ளை மற்றும் 3 கருப்பு நிறப் பந்துகள் உள்ளன. மற்றொரு பையில் 4 வெள்ளை மற்றும் 6 கருப்பு நிறப் பந்துகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு பையிலிருந்தும் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது எனில் (i) இரண்டும் வெள்ளை நிறப் பந்துகள் (ii) இரண்டும் கருப்பு பந்துகள் (iii) ஒரு வெள்ளை நிறப்பந்து மற்றும் ஒரு கருப்புப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவுகள் காண்க.

தீர்வு மொத்தப் பந்துகள்

பை I = 5 வெ + 3 க = 8

பை II : 4 வெ + 6 க = 10.

$P(W_1) = 5/8, \quad P(W_2) = 4/10$

$P(B_1) = 3/8 \quad P(B_2) = 6/10$

(i) இரண்டும் வெள்ளை நிறப் பந்துகள்

$P(W_1 \cap W_2) = P(W_1) \cdot P(W_2) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{10}$

$= 1/4$

(ii) இரண்டும் கருப்பு நிறப்பந்துகள்

$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2) = \frac{3}{8} \times \frac{6}{10}$

$= 9/10$

(iii) ஒரு வெள்ளை மற்றும் ஒரு கருப்புப் பந்து $= P(W_1) \cdot P(B_2) + P(W_2) P(B_1)$

$= \left(\frac{5}{8} \times \frac{6}{10}\right) + \left(\frac{4}{10} \times \frac{3}{8}\right)$

$= \frac{30}{80} + \frac{12}{80} = \frac{42}{80} = \frac{21}{40}$.

நா. காமாட்சி (மு.ஆ) கோவிந்தவாடி காஞ்சிபுரம் (மா)

9) ஒரு வகுப்பில் $\frac{2}{3}$ பங்கு மாணவர்களும், மீதம் மாணவியர்களும் உள்ளனர். ஒரு மாணவி முதல் தரத்தில் தேர்ச்சிப் பெற நிகழ்தகவு 0.85 மற்றும் மாணவர் முதல் தரத்தில் தேர்ச்சிப் பெற நிகழ்தகவு 0.70. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒருவர் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டால் அவரின் முதல் தரத்தில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு:- A_1 → மாணவி முதல் தரம் பெறுதல்

A_2 → மாணவர் முதல் தரம் பெறுதல்

$P(A_1) = 0.85 = \frac{85}{100}$

$P(A_2) = 0.70 = \frac{70}{100}$.

தேவையான நிகழ்தகவு

$= \left(\frac{2}{3} \times \frac{70}{100}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{85}{100}\right)$

$= \frac{140}{300} + \frac{85}{300} = \frac{225}{300}$

$= \frac{75}{100} = 0.75$

10) $P(A) = 0.4$ மற்றும் $P(A \cup B) = 0.7$ எனில் $P(B)$ ஐ கீழ்க்காணும் நிபந்தனைகளுக்கு உட்பட்டுக் காண்க.

(i) A மற்றும் B ஒன்றையொன்று விலக்கிய நிகழ்ச்சிகள்

(ii) A மற்றும் B சார்பற்ற நிகழ்ச்சிகள்

(iii) $P(A|B) = 0.4$.

தீர்வு $P(A) = 0.4$

$P(A \cup B) = 0.7$.

(i) A & B ஒன்றையொன்று விலக்கிய நிகழ்ச்சிகள்

$P(A \cap B) = 0$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$0.7 = 0.4 + P(B)$

$P(B) = 0.7 - 0.4 = 0.3$

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

(ii) A & B சார்பற்ற நிகழ்ச்சிகள் எனில் $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$0.7 = 0.4 + P(B) - P(A)\cdot P(B)$

$0.7 - 0.4 = P(B)[1 - P(A)]$

$0.3 = P(B)(1 - 0.4)$

$0.3 = P(B)(0.6)$

$\frac{0.3}{0.6} = P(B)$

$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$

(iii) $P(A/B) = 0.4$

நா.காமாட்சி (முது ஆசி) GHSS, கோவிந்தவாடி காஞ்சிபுரம் (மா)

$\frac{P(A\cap B)}{P(B)} = 0.4$

$\frac{P(A)+P(B)-P(A\cup B)}{P(B)} = 0.4$

$P(A)+P(B)-P(A\cup B) = 0.4P(B)$

$0.4 - 0.7 = 0.4P(B) - P(B)$

$-0.3 = P(B)(0.4-1)$

$-0.3 = P(B)(-0.6)$

$\frac{-0.3}{-0.6} = P(B)$

$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5$

(iv) $P(B/A) = 0.5$

$\frac{P(A\cap B)}{P(A)} = 0.5$

$P(A)+P(B)-P(A\cup B) = 0.5P(A)$

$P(A) - 0.5P(A) = P(A\cup B) - P(B)$

$P(A)[1-0.5] = 0.7 - 0.4$

$P(A)(0.5) = 0.3$

$P(A) = 0.3$

$\frac{P(A)+P(B)-P(A\cup B)}{0.4} = 0.5$

$0.4 + P(B) - 0.7 = 0.5(0.4)$

$P(B) - 0.3 = 0.2$

$P(B) = 0.2 + 0.3 = 0.5$

11) சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு வருடம் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அது

(i) 53 ஞாயிற்றுக்கிழமைகளைக் கொண்டதாக இருப்பதன் நிகழ்தகவு யாது?

(ii) 53 ஞாயிறுகளைக் கொண்ட ஒரு லீப் வருடமாக கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு 1 வருடம் = 365 நாட்கள் (சாதாரண வருடம்)

= 52 வாரம் + 1 நாள்

S = {தி, செ, பு, வி, வெ, ச, ஞா}

$n(S) = 7$

$n(A) = 1$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{7}$.

லீப் வருடம் = 366 நாட்கள்

= 52 வாரங்கள் + 2 நாட்கள்

S = {(தி,செ), (செ,பு), (பு,வி), (வி,வெ), (வெ,ச), (ச,ஞா), (ஞா,தி)}

$n(S) = 7$

$n(B) = 2$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{7}$.

சாதாரண வருடத்திற்கான நிகழ்தகவு $= \frac{3}{4}$

லீப் வருடத்திற்கான நிகழ்தகவு $= 1/4$.

(i) 53 ஞாயிற்றுக்கிழமை இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

$= \left(\frac{3}{4}\times\frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{4}\times\frac{2}{7}\right)$

$= \frac{3}{28} + \frac{2}{28} = \frac{5}{28}$

Scanned by CamScanner

(iii) லீப் வருடத்தில் 53 வது ஞாயிறு கிழமை இருக்க நிகழ்தகவு

$= \frac{1}{4_2} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{14}$.

12) ஒரு இலக்கை குறிபார்த்து சுடும் போது 4ல் 3 முறை X ம், 5ல் 4 முறை Y ம், 3 ல் 2 முறை Z ம் சரியாக இலக்கைச் சுடுகின்றனர். மூவரும் அந்த இலக்கைச் சுடும் போது சரியாக இருவர் மட்டுமே சரியாக சுடுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு $P(X) = 3/4$

$P(\bar{X}) = 1 - P(X) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$P(Y) = 4/5$

$P(\bar{Y}) = 1 - P(Y) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

$P(Z) = 2/3$

$P(\bar{Z}) = 1 - P(Z) = 1 - 2/3 = \frac{1}{3}$.

சரியாக இருவர் மட்டுமே சுடுவதற்கான நிகழ்தகவு.

$= P(X)P(Y)P(\bar{Z}) + P(X)P(\bar{Y})\cdot P(Z) + P(\bar{X})\cdot P(Y)P(Z)$

$= \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times 2/3\right)$

$= \frac{12}{60} + \frac{6}{60} + \frac{8}{60} = \frac{26}{60} = \frac{13}{30}$.

பயிற்சி 12.4

கூட்டு நிகழ்தகவு

$P(B) = P(A_1)P(B/A_1) + P(A_2)P(B/A_2) + \dots + P(A_n)\cdot P(B/A_n)$

பேயிஸின் தேற்றம்

$P(A_i/B) = \frac{P(A_i)\,P(B/A_i)}{P(A_1)P(B/A_1) + P(A_2)P(B/A_2) + \dots + P(A_n)\cdot P(B/A_n)} = \frac{P(A_i)\cdot P(B/A_i)}{P(B)}$

நாகராட்சி (மு.அ)
GHSS, கோவிந்தவாடி
காஞ்சிபுரம் (மா)

1. ஒரு தொழிற்சாலையில் இயந்திரங்கள் I மற்றும் II இருவகை உள்ளன. தொழிற்சாலையின் இயந்திரம் I தொழிற்சாலையின் உற்பத்தியில் 60% தயாரிக்கிறது. உற்பத்தியில் மற்றும் இயந்திரம் II உற்பத்தியில் 40% தயாரிக்கிறது. மேலும் இயந்திரம் I ன் மூலம் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருட்களில் 2% குறைபாடுள்ளதாகவும். இயந்திரம் II ன் மூலம் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருட்கள் 4% குறைபாடு உள்ளதாகவும் இருக்கின்றன. உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள்களிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பொருள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அப்பொருள் குறைபாடுடன் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு $A_1 \rightarrow$ இயந்திரம் I

$A_2 \rightarrow$ இயந்திரம் II

$P(A_1) = 60\% = \frac{60}{100}$

$P(A_2) = \frac{40}{100} = 40\%$

$P(B/A_1) = 2\% = 2/100$

$P(B/A_2) = 4\% = 4/100$.

கூட்டு நிகழ்தகவு

$P(B) = P(A_1)\cdot P(B/A_1) + P(A_2)\cdot P(B/A_2)$

$= \left(\frac{60}{100} \times \frac{2}{100}\right) + \left(\frac{40}{100} \times \frac{4}{100}\right)$

$= \frac{120}{10000} + \frac{160}{10000} = \frac{280}{10000}$

$= 0.0280$.

2) ஒத்த இரு ஜாடிகளில் ஒன்றில் 6 கருப்பு மற்றும் 4 சிவப்பு நிறப் பந்துகள். உள்ளன. மற்றொரு ஜாடியில் 2 கருப்பு மற்றும் 2 சிவப்பு நிறப்பந்துகள்

உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு ஜாடி தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு அதிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது.

(i) அப்பந்து கருப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

(ii) எடுக்கப்பட்ட பந்து கருப்பு எனில் முதல் ஜாடியிலிருந்து எடுக்கப்பட்டதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

தீர்வு:-

ஜாடி	கருப்பு	சிவப்பு	மொத்தம்
I	6	4	10
II	2	2	4.

$P(A_1)=\frac{1}{2}$ $P(B/A_1)=6/10$

$P(A_2)=1/2$ $P(B/A_2)=2/4$

(i) கருப்பு பந்தாக இருக்க நிகழ்தகவு

$P(B)=P(A_1)P(B/A_1)+P(A_2)P(B/A_2)$

$=\left(\frac{1}{2}\times\frac{6}{10}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{4}\right)$

$=\frac{3}{10}+\frac{1}{4}=\frac{6+5}{20}=\frac{11}{20}.$

(ii) கருப்பு பந்து முதல் ஜாடியாக இருக்க நிகழ்தகவு

$$P(A_1/B)=\frac{P(A_1)\,P(B/A_1)}{P(B)}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{6}{10}}{11/20}=\frac{6}{20}\times\frac{20}{11}=\frac{6}{11}$$

3) ஒரு PVC பைப் தயாரிக்கும் நிறுவனம் X, Y மற்றும் Z என்ற மூன்று தொழிற்சாலைகள் மூலம் உற்பத்தி செய்கிறது. X, Y மற்றும் Z களின் தினந்தோறும் உற்பத்தி செய்யும் பைப்களின் அளவுகள் முறையே 2000 அலகுகள், 3000 அலகுகள் மற்றும் 5000 அலகுகள் ஆகும். முந்தைய திறனைப் பொறுத்து X, Y மற்றும் Z தொழிற்சாலைகளில் உற்பத்தியாகும் பைப்களின் குறைபாடுகள் முறையே 3%, 4% மற்றும் 2%. ஆகும். சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு நாள் உற்பத்தியான பைப்களிலிருந்து ஒன்றை தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது:

(i) தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பைப் குறைபாடுள்ளதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பைப் குறைபாடுள்ளதாக இருப்பின் அது தொழிற்சாலை Y யால் உற்பத்தியானதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:- $P(A_1)=\frac{2000}{10000}=\frac{2}{10}$

$P(A_2)=\frac{3000}{10000}=3/10$

$P(A_3)=\frac{5000}{10000}=5/10.$

$P(B/A_1)=3/100$

$P(B/A_2)=4/100$

$P(B/A_3)=2/100.$

நா.காமாட்சி (மு.ஆ) கோவிந்தவாடி காஞ்சிபுரம் (மா)

(i) கூட்டு நிகழ்தகவு

$P(B)=P(A_1)\,P(B|A_1)+P(A_2)\cdot P(B|A_2)+P(A_3).\,P(B|A_3)$

$=\left(\frac{2}{10}\times\frac{3}{100}\right)+\left(\frac{3}{10}\times\frac{4}{100}\right)+\left(\frac{5}{10}\times\frac{2}{100}\right)$

$=\frac{6}{1000}+\frac{12}{1000}+\frac{10}{1000}=\frac{28}{1000}$

$=0.028.$

(ii) குறைபாடு Y யால் உற்பத்தியாக இருக்க நிகழ்தகவு

$$P(A_2|B)=\frac{P(A_2).\,P(B|A_2)}{P(B)}$$

$$=\frac{3/10\times 4/100}{28/1000}=\frac{12}{28}=\frac{3}{7}$$

4) ஒரு குறிப்பிட்ட நிறுவனத்தில் A, B மற்றும் C ஆகியோர் மேலாளர் ஆவதற்கான வாய்ப்புகள் முறையே 5 : 3 : 2 என்ற விகிதத்தில் உள்ளனர். A, B மற்றும் C ஆகியோர் மேலாளர்களாக இருந்தால்

Scanned by CamScanner

அலுவலக உணவகத்தினை மேம்படுத்துவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே 0.4, 0.5 மற்றும் 0.3 ஆகும். B என்பவரை மேலாளராக நியமனம் செய்தால் அலுவலக உணவகம் மேம்படுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு $A : B : C = 5 : 3 : 2$

மொத்தம் $= 5+3+2 = 10$

$P(A_1) = \frac{5}{10}$ $\quad P(B|A_1) = 4/10$

$P(A_2) = 3/10$ $\quad P(B|A_2) = 5/10$

$P(A_3) = 2/10$ $\quad P(B|A_3) = 3/10$

B என்பவர் மேலாளராக நியமனம் செய்ய நிகழ்தகவு

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2) \cdot P(B/A_2)}{P(B)}$$

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3)$$

$$= \left(\frac{5}{10} \times \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{3}{10} \times \frac{5}{10}\right) + \left(\frac{2}{10} \times \frac{3}{10}\right)$$

$$= \frac{20}{100} + \frac{15}{100} + \frac{6}{100} = \frac{41}{100}.$$

$$P(A_2/B) = \frac{3/10 \times 5/10}{41/100} = \frac{\frac{15}{100}}{\frac{41}{100}}$$

$$= \frac{15}{41}.$$

5) திருமணமான ஆண்கள் மற்றும் பெண்கள் பிரதான நேரத்தில் தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளைக் காணும் தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளைப் பற்றி ஒரு விளம்பர நிறுவனத்தின் நிர்வாகி அறிந்ததையொட்டி கடந்த காலப் பதிவுகளின் படி பிரதான நேரத்தில் தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளைக் காணும் மனைவியர் 60%. அவர் மனைவியர் தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளைக் காணும் நேரத்தில் 40% கணவர்களும் தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளைக் காண்கின்றனர். மனைவியர் தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளைக் காணாத நேரங்களில் 30% கணவர்கள் தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளைக் காண்கின்றனர் எனில் (i) பிரதான நேரத்தில் கணவர் தொலைக்காட்சி காணும் நிகழ்தகவு (ii) கணவர் தொலைக்காட்சி காணும் நேரங்களில் மனைவியும் தொலைக்காட்சி காணும் நிகழ்தகவு ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு $P(A_1) = \frac{60}{100}$ $\quad P(B|A_1) = \frac{40}{100}$

$P(A_2) = \frac{40}{100}$ $\quad P(B|A_2) = \frac{30}{100}$

$$P(B) = P(A_1) P(B/A_1) + P(A_2) P(B/A_2)$$

$$= \left(\frac{60}{100} \times \frac{40}{100}\right) + \left(\frac{40}{100} \times \frac{30}{100}\right)$$

$$= \frac{24}{100} + \frac{12}{100} = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}$$

பிரதான நேரத்தில் கணவர் தொலைக்காட்சி காணும் நிகழ்தகவு $= \frac{9}{25}$

(ii) கணவர் தொலைக்காட்சி காணும் நேரங்களில் மனைவியும் தொலைக்காட்சி காணும் நிகழ்தகவு

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1) P(B/A_1)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{60}{100} \times \frac{40}{100}}{36/100} = \frac{\frac{24}{100}}{\frac{36}{100}}$$

$$= \frac{24}{36} = \frac{2}{3}.$$

N. காமாட்சி (மு.ஆ)
அ.HSS, குகாலிந்தவாடி,
காஞ்சிபுரம் (மா)

Scanned by CamScanner