www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

சுராவின்

கணிதவியல்

12 ஆம் வகுப்பு

2019 - 20 ஆம் ஆண்டுக்கான புதிய பாடத்திட்டத்தின்படி தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

தொகுதி - II

சிறப்பம்சங்கள்

- புதிய பாடத்திட்டத்தின்படி, பாடப்பகுதியிலுள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் முழுமையான, எளிமையான விடைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- ஒவ்வொரு பாடத்திலும் மிகுதியான அளவில் கூடுதல் வினா விடைகள் தரப்பட்டுள்ளன.
- அரசு மாதிரி வினாத்தாள் 2019 - 20 விடைகளுடன் தரப்பட்டுள்ளது.
- சுராவின் மாதிரி வினாத்தாள் 1 மற்றும் 2 விடைகளுடன் தரப்பட்டுள்ளது.

சுரா பப்ளிகேஷன்ஸ்
சென்னை

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

பொருளடக்கம்

தொகுதி - II

அத்தியாயம்	பாடத் தலைப்புகள்	பக்க எண்
7.	வகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்	1 - 50
8.	வகையீடுகள் மற்றும் பகுதி வகைக்கெழுக்கள்	51 - 76
9.	தொகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்	77 - 106
10.	சாதாரண வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்	107 -142
11.	நிகழ்தகவு பரவல்கள்	143 -170
12.	தனிநிலைக் கணிதம்	171 - 186
	அரசு மாதிரி வினாத்தாள் 2019-20 விடைகளுடன்	187 - 200
	சுராவின் மாதிரி வினாத்தாள் 1 மற்றும் 2 விடைகளுடன்	201 - 218

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
7

வகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

முக்கிய வரையறைகள்

- ஒரு தளத்தில் உள்ள வளைவரைக்கு கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் தொடுகோடு என்பது வளைவரையில் அப்புள்ளியை தொட்டுக் கொண்டு செல்லும் ஒரு நேர்க்கோடு ஆகும்.
- வளைவரை மீதுள்ள புள்ளியில் வளைவரைக்கு செங்கோடு என்பது அப்புள்ளியில் வரையப்பட்ட தொடுகோட்டிற்கு அப்புள்ளியில் செங்குத்தாக உள்ள நேர்க்கோடு ஆகும்.

இடைநிலை மதிப்புத் தேற்றம் :

- $f(x)$ என்ற சார்பு மூடிய இடைவெளி $[a, b]$ -ல் தொடர்ச்சியாக உள்ளது எனவும் $f(a)$ மற்றும் $f(b)$-க்கு இடையில் ($f(a)$ மற்றும் $f(b)$ உள்ளடங்கியது) c என்ற ஏதேனும் ஒரு எண் உள்ளது எனில், $[a, b]$ என்ற மூடிய இடைவெளியில் குறைந்தபட்சம் x என்ற ஒரு எண்ணையாவது $f(x) = c$ என்று காணலாம்.

ரோலின் தேற்றம் :

- $f(x)$ என்ற சார்பு மூடிய இடைவெளி $[a,b]$ -ல் தொடர்ச்சியானதாகவும், திறந்த இடைவெளி (a, b)-ல் வகையிடத்தக்கதாகவும் இருக்கிறது. மேலும் $f(a) = f(b)$ எனில், குறைந்தபட்சம் ஒரு புள்ளி $c \in (a, b)$ ஆனது $f'(c) = 0$ என்றவாறு இருக்கும்.

லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்புத் தேற்றம் :

- $f(x)$ ஆனது மூடிய இடைவெளி $[a, b]$ தொடர்ச்சியானதாகவும், திறந்த இடைவெளி (a, b)-ல் வகையிடத்தக்கதாகவும் ($f(a), f(b)$ ஆகியவை சமமாக இருக்க வேண்டிய அவசியம் இல்லை). உள்ளது என்க. அப்போது குறைந்தபட்சம் ஒரு புள்ளி $c \in (a, b)$ -யினை $f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ எனுமாறு காணலாம்.
- $f(x)$ என்ற சார்பானது மூடிய இடைவெளி $[a, b]$ -ல் தொடர்ச்சியானதாகவும், திறந்த இடைவெளி (a, b)-ல் வகையிடத்தக்கதாகவும் $f'(x) > 0 \ \forall x \in (a, b)$ ஆகவும் இருந்தால், $x_1, x_2 \in [a, b]$ -க்கு $x_1 < x_2$ எனில் $f(x_1) < f(x_2)$ ஆகும்.
- $\lim\limits_{x\to\alpha} g(x)$ காணத்தக்கது மற்றும் இதன் மதிப்பு L என்க. மேலும் $f(x)$ ஆனது $x = $ L-ல் தொடர்ச்சியானது என்க. ஆகவே $\lim\limits_{x\to\alpha} f(g(x)) = f\left(\lim\limits_{x\to\alpha} g(x)\right)$
- $f(x)$ என்ற வகையிடத்தக்க சார்பிற்கு $(x_0, f(x_0))$ ஒரு தேக்கநிலைப்புள்ளி எனில் $f'(x_0) = 0$ ஆகும்.
- $f(x)$ என்ற வகையிடத்தக்க சார்பிற்கு $(x_0, f(x_0))$ ஒரு நிலைப்புள்ளி எனில் $f'(x_0) = 0$ அல்லது $f'(x_0)$ காணத்தக்கது அல்ல.
- $f(x)$ என்ற சார்பானது மூடிய இடைவெளி $[a, b]$-ல் தொடர்ச்சியாக இருந்தால், f ஆனது $[a, b]$-ல் ஒரு மீப்பெரு பெரும மதிப்பையும் மற்றும் ஒரு மீச்சிறு சிறும மதிப்பையும் பெறும்.

ஃபெர்மாட் :

- $f(x)$-க்கு $x = c$-ல் இடம் சார்ந்த அறுதி உள்ளது எனில் c ஒரு நிலை எண் ஆகும். இந்த நிலை எண்ணினை $f(x) = 0$ என்ற சமன்பாட்டை த் தீர்ப்பதன் மூலமாகவும், $f(x)$ காணத்தக்கதாக உள்ள x-ன் மதிப்புகளை காண்பதன் மூலமாகவும் பெறலாம்.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 7.1

1. **ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து t வினாடிகளுக்குப் பிறகு ஒரு துகள் உள்ள தூரத்தின் அளவு $s = 2t^2 + 3t$ மீட்டர் எனும்படி நேர்க்கோட்டில் ஒரு துகள் நகர்கிறது.**

(i) $t = 3$ மற்றும் $t = 6$ வினாடிகளுக்கிடையே உள்ள சராசரி திசைவேகம் என்ன?

(ii) $t = 3$ மற்றும் $t = 6$ வினாடிகளுக்கிடையே உள்ள கணப்பொழுது திசைவேகம் என்ன?

தீர்வு :

(i) கொடுக்கப்பட்ட $s = 2t^2 + 3t$

$s(3) = 2 \times 3^2 + 3(3)$

$= 2 \times 9 + 9$

$= 27$ மீ ... (1)

$s(6) = 2 \times 6^2 + 3(6)$

$= 72 + 18 = 90$ மீ ... (2)

சராசரி திசைவேகம் $= \dfrac{s(6) - s(3)}{6-3} = \dfrac{90-27}{3}$

$= \dfrac{63}{3} = 21$ மீ/வினாடி

(ii) கணப்பொழுது திசைவேகம்

$V(t) = \dfrac{ds}{dt} = 4t + 3$

$t = 3$ இல் கணப்பொழுது திசைவேகம்

$= V(3) = 15$ மீ/வினாடி

[(1) இலிருந்து]

$t = 6$ இல் கணப்பொழுது திசைவேகம்

$= V(6) = 27$ மீ/வினாடி

[(2) இலிருந்து]

2. **400 அடி உயர மலை உச்சி முகட்டிலிருந்து தவறுதலாக ஒரு புகைப்படக் கருவி விழுகிறது. t வினாடிகளில் புகைப்படக் கருவி விழும் தூரம் $s = 16t^2$ ஆகும்.**

(i) தரையைத் தொடும் முன்னர் புகைப்படக் கருவி விழ எடுத்துக்கொண்ட நேரம் என்ன?

(ii) கீழே விழுந்த இறுதி 2 வினாடிகளில் புகைப்படக் கருவியின் சராசரி திசைவேகம் என்ன ?

(iii) தரையைத் தொடும் போது புகைப்படக் கருவியின் கணப்பொழுது திசைவேகம் என்ன ?

தீர்வு : (i) கொடுக்கப்பட்ட $s(t) = 16t^2$,

உயரம் $= 400$ அடி

$16t^2 = 400$

$\Rightarrow \quad t^2 = \dfrac{400}{16} = \dfrac{100}{4}$

$t^2 = 25$

$t = 5$ வினாடி

(ii) சராசரி திசைவேகம் $= \dfrac{ds}{dt} = 32t$

இங்கு $t = 2$ வினாடி எனில்

இறுதி 2 வினாடிகளில் சராசரி

$= \dfrac{V \text{ at } t=3 + V \text{ at } t=5}{2}$

$= \dfrac{32(3)+32(5)}{2}$

$= \dfrac{96+160}{2} = \dfrac{256}{2}$

$= 128$ அடி/வினாடி

(iii) கணப்பொழுது திசைவேகம்

$= \dfrac{ds}{dt} = 32t$

இங்கு $t = 5$ வினாடி

திசைவேகம் $= \dfrac{ds}{dt} = 32(5)$

$= 160$ அடி/வினாடி

3. **$s(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t - 4$, இங்கு $t \geq 0$ எனும் விதிப்படி ஒரு கோட்டில் ஒரு துகள் நகர்கிறது.**

(i) எந்நேரங்களில் துகளின் திசைமாறுகின்றது?

(ii) முதல் 4 வினாடிகளில் துகள் பயணித்த தூரம் என்ன ?

(iii) திசைவேகம் பூச்சிய மதிப்பை அடையும் நேரங்களில் எல்லாம் துகளின் முடுக்கம் காண்க ?

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $s(t) = 2t^3 - 9t^2 + 12t - 4, t \geq 0$.

(i) வகைப்படுத்த கிடைப்பது,

$V(t) = 6t^2 - 18t + 12$ ... (1)

$= 6(t^2 - 3t + 2)$

$= 6(t-1)(t-2)$

இங்கு $V(t) = 0$

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

$$= \left|\frac{-\frac{3}{2}}{1-\frac{1}{2}}\right| = \left|\frac{-\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}\right| = |-3| = 3$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}(3)$$

10. $x^2 - y^2 = r^2$ மற்றும் $xy = c^2$ என்ற வளைவரைகள் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும் எனக்காட்டுக. இங்கு c, r ஆகியவை மாறிலிகள்.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட வளைவரையின் சமன்பாடுகள்

$x^2 - y^2 = r^2$ மற்றும் $xy = c^2$

$$x^2 - y^2 = r^2$$

$$\Rightarrow 2x - 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow 2x = 2y\frac{dy}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}$$

வளைவரைகளின் வெட்டும் புள்ளி (x_1, y_1) என்க.

∴முதல் வளைவரைக்கான தொடுகோட்டின் சாய்வு $m_1 = \frac{x_1}{y_1}$ ... (1)

$$\Rightarrow xy = c^2$$

$$\Rightarrow x\cdot\frac{dy}{dx} + y(1) = 0$$

$$\Rightarrow x\frac{dy}{dx} = -y$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x}$$

∴முதல் வளைவரைக்கான தொடுகோட்டின் சாய்வு $m_2 = \frac{-y_1}{x_1}$ ... (2)

கருது $m_1 m_2 = \left(\frac{x_1}{y_1}\right)\left(\frac{-y_1}{x_1}\right) = -1$

ஆதலால் கொடுக்கப்பட்ட $m_1m_2 = -1$ வளைவரைகள் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளும்.

பயிற்சி 7.3

1. கொடுக்கப்பட்ட சார்புகளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் ரோலின் தேற்றம் ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதை விளக்குக.

(i) $f(x) = \left|\frac{1}{x}\right|, x \in [-1, 1]$

(ii) $f(x) = \tan x, x \in [0, \pi]$

(iii) $f(x) = x - 2\log x, x \in [2, 7]$

தீர்வு : (i) $f(x) = \left|\frac{1}{x}\right|, x \in [-1, 1]$

கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = \left|\frac{1}{x}\right|, x \in [-1,1]$

$[-1, 1]$-ல் $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)$, $x = 0$ -ல் தொடர்ச்சி அற்றது மற்றும் $(-1, 1)$-ல் வகையிடத்தக்கது அல்ல.

ஆதலால் ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது

(ii) $f(x) = \tan x, x \in [0, \pi]$

கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = \tan x, \ x \in [0,\pi]$

$x = \frac{\pi}{2}$ -ல் tan x தொடர்ச்சி அற்றது ஆதலால் ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது.

$$\left[\because \tan\frac{\pi}{2} = \infty\right]$$

(iii) $f(x) = x - 2\log x, x \in [2, 7]$

கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = x - 2\log x \in [2, 7]$

(i) $f(x)$, $[2, 7]$ ல் தொடர்ச்சியானது

(ii) $f(x)$, $(2, 7)$ ல் வகையிடத்தக்கது

$$f(2) = 2 - 2\log 2$$
$$= 2 - \log 2^2 = 2 - \log 4$$
$$f(7) = 7 - 2\log 7$$
$$= 7 - \log 7^2 = 7 - \log 49$$

ஆதலால் $f(2) \neq f(7)$ ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது

2. ரோலின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி கீழ்க்காணும் சார்புகளுக்கு x -ன் எம்மதிப்புகளில் வரையப்படும் தொடுகோடு x-அச்சிற்கு இணையாக இருக்கும்?

(i) $f(x) = x^2 - x, x \in [0, 1]$

(ii) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x+2}, x \in [-1, 6]$

(iii) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{x}{3}, x \in [0, 9]$

தீர்வு : (i) $f(x) = x^2 - x, x \in [0, 1]$

கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = x^2 - x, x \in [0, 1]$

(i) $[0, 1]$ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது

(ii) $(0, 1)$ ல் $f(x)$ வகையிடத்தக்கது

(iii) $f(0) = 0^2 - 0 = 0$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

தேவையான இடைவெளிகள்

இடைவெளி	$\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$	$\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$	$\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$	$\left(\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$	$\left(\frac{7\pi}{4}, 2\pi\right)$
$f'(x)$ -ன் குறி	$x = \frac{\pi}{6}$ என்க $\cos 2 \times \frac{\pi}{6}$ $= \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ + ve	$x = \frac{\pi}{2}$ என்க $\cos 2 \times \frac{\pi}{2}$ $= \cos \pi = -1$ – ve	$x = \pi$ என்க $\cos 2\pi = 1$ + ve	$x = \frac{3\pi}{2}$ என்க $\cos 2 \times \frac{3\pi}{2}$ $= \cos 3\pi = -1$ $= -$ ve	$x = 320^o$ என்க $\cos 2 \times 320^o$ $= \cos 640$ $= \cos (360 + 280)$ $= \cos 280^o$ $= \cos (270 + 10)$ $= \sin 10^o$ $= +$ ve
ஒரியல்புத் தன்மைகள்	திட்டமாக ஏறும்	திட்டமாக இறங்கும்	திட்டமாக ஏறும்	திட்டமாக இறங்கும்	திட்டமாக ஏறும்

$\therefore f(x)$ ல் $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)\left(\frac{7\pi}{4}, 2\pi\right)$ ஆனது திட்டமாக ஏறும் மற்றும் $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)\left(\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$ ல் திட்டமாக இறங்கும்.

$f'(x)$ -ன் குறி $x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$, ஐ கடக்கும் போது மிகையிலிருந்து குறையாக மாறுவதால் $x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$ -க்கு இடஞ்சார்ந்த பெரும மதிப்பு உள்ளது.

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} \cos\frac{\pi}{4} + 5$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 5 = \frac{1}{2} + 5 = \frac{11}{2}$$

$$f\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \sin\frac{5\pi}{4} \cos\frac{\pi}{4} + 5$$

$$= \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) + 5$$

$$= \frac{1}{2} + 5 = \frac{11}{2}$$

மேலும் $f'(x)$ -ன் குறி $x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ -ஐ கடக்கும் போது குறையிலிருந்து மிகையாக மாறுவதால் $x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ -ல் இடஞ்சார்ந்த சிறுமத்தை அடையும்.

$$\therefore f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\frac{3\pi}{4} \sin\frac{3\pi}{4} + 5$$

$$= \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{+1}{\sqrt{2}}\right) + 5 = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$f\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \cos\frac{7\pi}{4} \sin\frac{7\pi}{4} + 5$$

$$= \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 5$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) + 5$$

$$= \frac{-1}{2} + 5 = \frac{9}{2}$$

பயிற்சி 7.7

1. கீழ்க்காணும் சார்புகளுக்கு குழிவு இடைவெளிகள் மற்றும் வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகளைக் காண்க:

(i) $f(x) = x(x-4)^3$

(ii) $f(x) = \sin x + \cos x, 0 < x < 2\pi$

(iii) $f(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

தீர்வு : (i) $f(x) = x(x-4)^3$

கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = x(x-4)^3$

$$f'(x) = x \cdot 3(x-4)^2 + (x-4)^3(1)$$
$$= 3x(x-4)^2 + (x-4)^3$$
$$= (x-4)^2(3x + x - 4)$$
$$= (x-4)^2(4x-4)$$
$$= 4(x-1)(x-4)^2$$
$$f''(x) = 4[(x-1)2(x-4) + (x-4)^2(1)]$$

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

குறிப்பு :
$$y = ax^4 + bx^2$$
$$\frac{dy}{dx} = 4ax^3 + 2bx$$
$$\frac{d^2y}{dx^2} = 12ax^2 + 2b$$
$$\Rightarrow 12ax^2 = -2b$$
$$\Rightarrow x^2 = \frac{-b}{12a}$$
$\Rightarrow x =$ கற்பனை எண்
$$\frac{d^3y}{dx^3} = 24ax$$

20. $y = (x-1)^3$ **என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்றுப் புள்ளி**

(1) (0,0) (2) (0,1)
(3) (1,0) (4) (1,1)

[விடை : (3) (1, 0)]

குறிப்பு :
$$y = (x-1)^3$$
$$\frac{dy}{dx} = 3(x-1)^2$$
$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6(x-1) = 0$$
$$\Rightarrow x = 1$$
$$\frac{d^3y}{dx^3} = 6$$
$x = 1$ எனில், $\frac{d^3y}{dx^3} = 6 \neq 0$

வளைவு மாற்றுப் புள்ளி $(1, f(1))$
$$f(1) = (1-1)^3 = 0$$

கூடுதல் வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

I. சரியான அல்லது மிகப் பொருத்தமான விடையினை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக :

1. ஒரு துகள் நேர்க்கோட்டில் நகரும் தூரம் $s = t^3 - 6t^2 - 15t$, எனும் விதிப்படி அமைகின்றது. அதன் திசைவேகம் குறையாகவும் முடுக்கம் மிகையாவும் உள்ள கால இடைவெளி.

(1) $2 < t < 5$ (2) $2 \leq t \leq 5$
(3) $t \geq 2$ (4) $t \leq 2$

[விடை : (1) $2 < t < 5$]

குறிப்பு :
$$V = \frac{ds}{dt} = 3t^2 - 12t - 15$$
$$V = 0$$
$$\Rightarrow 3t^2 - 12t - 15 = 0$$
$$\Rightarrow 3[t^2 - 4t - 5] = 0$$
$$\Rightarrow 3(t-5)(t+1) = 0$$
$$\therefore v = 3(t+5)(t+1)$$
[0, 5) ல் திசை வேகம் குறை
$$\text{முடுக்கம்} = \frac{dv}{dt} = 6t - 12$$
$$\text{முடுக்கம்} = 6(t-2)$$
$(2, \infty)$ல் முடுக்கம் மிகை
கால இடைவெளி (2,5).

2. ஒரு துகள் நேர்க்கோட்டில் நகரும் தூரம் $s = \frac{1}{3}t^3 - 16t$ எனும் விதிப்படி அமைகின்றது, திசைவேகம் பூச்சியமாகும் நேரத்தில் முடுக்கம்

(1) 4 (2) 6 (3) 2 (4) 8

[விடை : (4) 8]

குறிப்பு :
$$s = \frac{1}{3}t^3 - 16t$$
$$\frac{ds}{dt} = t^2 - 16 \,;\, t^2 - 16 = 0$$
$$\Rightarrow t = \pm 4$$
$$\frac{d^2s}{dt^2} = 2t = 2 \times 4 = 8$$

3. x இன் அதிகரிக்கும் விகிதம் $s = x^3 - 5x^2 + 5x + 8$ இன் அதிகரிக்கும் விகிதத்தை போல் இரண்டு மடங்காகும் ஏதேனும் ஒரு x இன் மதிப்பு.

(1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{10}{3}$ (3) $\frac{3}{10}$ (4) $\frac{1}{3}$

[விடை : (4) $\frac{1}{3}$]

குறிப்பு :
$$s = x^3 - 5x^2 + 5x + 8$$
$$\frac{ds}{dt} = 2\frac{dx}{dt}$$

Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

$$\therefore \tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right| = \frac{3-1}{1+3(1)}$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

3. $f(x) = a \log x + bx^2 + x$ இன் அறுதி மதிப்பு $x = -1$ மற்றும் $x = 2$ உள்ளதெனில் a மற்றும் b இன் மதிப்புகளை காண்க.

தீர்வு :

$$f(x) = a \log x + bx^2 + x$$

$$f'(x) = \frac{a}{x} + 2bx + 1$$

$f(x)$ -இன் அறுதி மதிப்புகள் $x = -1$ மற்றும் $x = 2$ இல் உள்ளதால்,

$$f'(-1) = 0 \text{ மற்றும் } f'(2) = 0$$

$$f'(-1) = 0$$

$$\Rightarrow -a - 2b + 1 = 0 \quad \text{... (1)}$$

$$f'(2) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} + 4b + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a + 8b + 2 = 0 \quad \text{... (2)}$$

$(1) + (2) \rightarrow$

$$6b + 3 = 0$$

$$\Rightarrow b = \frac{-1}{2}$$

$b = \frac{-1}{2}$ என (1) இல் பிரதியிட

$$\Rightarrow -a - 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow -a + 1 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$$\therefore a = 2, b = \frac{-1}{2}$$

❁❁❁❁❁

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
8

வகையீடுகள் மற்றும் பகுதி வகைக்கெழுக்கள்

முக்கிய வரையறைகள்

- **நேரியல் தோராய மதிப்பு :** $f:(a,b)\to\mathbb{R}$ என்பதை வகையிடத்தக்கச் சார்பாகவும் $x_0\in(a,b)$ எனவும் கொள்க. x_0 என்ற புள்ளியில் f-ன் தோராய மதிப்பு L-ன் வரையறை

$$L(x) = f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)\ \forall\ x\in(a,b)$$ ஆகும்.

- $$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = f'(x) = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta x}$$

- $df = f'(x)\,\Delta x$

- **தொடர்ச்சி தன்மை :** $A=\{(x,y)\,/\,a<x<b,\ c<y<d\}\subset\mathbb{R}^2$, $F: A\to\mathbb{R}$ என்ற சார்பு $F(u,v)$ இல் தொடர்ச்சியானது எனில் பின்வருவனவற்றை நிறைவு செய்ய வேண்டும்.
  (1) (u,v) இல் F வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.
  (2) $\lim\limits_{(x,y)\to(u,v)} F(x,y) = L$ இருக்கிறது.
  (3) $L = F(u,v)$

- **கிளெய்ராட்டின் தேற்றம் :** $A=\{(x,y)\,/\,a<x<b,\ c<y<d\}\subset R^2$, $F: A\to\mathbb{R}^2$ என்ற சார்பு A இல் f_{xy} மற்றும் f_{yx} காணப்பெற்று அவை தொடர்ச்சியானதாகவும் இருக்குமானால் A இல் $f_{xy}=f_{yx}$ என்பதாக இருக்கும்.

- **இலாபிலாஸின் சமன்பாடு :** $A=\{(x,y)\,/\,a<x<b,\ c<y<d\}\subset\mathbb{R}^2$ என்க. $u: A\to\mathbb{R}^2$ என்பது $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 y}{\partial y^2}=0\ \forall\ (x,y)\in A$ எனுமாறு இருக்குமானால் u ஆனது A-ல் சீரானது எனலாம். இது இலாபிலாஸின் சமன்பாடு எனப்படும்.

- பொருத்தமாக வரையறுக்கப்பட்ட λ, x, y- க்கு $(\lambda x,\lambda y)\in A$ எனில் $F(\lambda x,\lambda y)=\lambda^p F(x,y)$ $\lambda\in\mathbb{R}$ எனுமாறு p என்ற மாறிலி இருக்குமானால் சார்பு F என்பது A-ன் மீதான சமபடித்தான சார்பாக இருக்கும். இந்த மாறிலி p, சார்பு F -ன் படி எனப்படும்.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

இருபுறமும் வகையீடு எடுக்க கிடைப்பது,

$$\frac{1}{T}dT = 0 + \frac{1}{2}.\frac{1}{l}.dl$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2}(.02)$$

$$\frac{\Delta T}{T} = 0.01$$

$$\therefore \frac{\Delta T}{T}\times 100 = 0.01\times 100 = 1\%$$

7. ஓர் எண்ணின் n -ஆம் படி மூலம் கணக்கிடப்படும் போது ஏற்படும் சதவீதப் பிழை தோராயமாக, அந்த எண்ணின் சதவீதப் பிழையின் $\frac{1}{n}$ மடங்கு ஆகும் எனக்காட்டுக.

தீர்வு : அந்த எண் x என்க.

$$y = f(x) = x^{\frac{1}{n}}$$

பிறகு $\log y = \frac{1}{n}\log x$

இருபுறமும் வகையீடு எடுக்க கிடைப்பது

$$\frac{1}{y}dy = \frac{1}{n}\times\frac{1}{x}dx$$

அதாவது $\frac{\Delta y}{y} \simeq \frac{dy}{y} = \frac{1}{n}.\frac{dx}{x}$

$$\therefore \frac{\Delta y}{y}\times 100 \simeq \frac{1}{n}\left(\frac{dx}{x}\times 100\right)$$

அந்த எண்ணின் சதவீதப் பிழையின் $\simeq \frac{1}{n}$ மடங்கு

எனவே ஒரு எண்ணின் nஆம் படி மூலம் கணக்கிடப்படும் போது ஏற்படும் சதவீதம் பிழை தோராயமாக, அந்த எண்ணின் சதவீதப் பிழையின் $\frac{1}{n}$ மடங்கு ஆகும்.

பயிற்சி 8.2

1. பின்வரும் சார்புகளுக்கு வகையீடு dy காண்க :

(i) $y = \frac{(1-2x)^3}{3-4x}$

(ii) $y = (3 + \sin(2x))^{2/3}$

(iii) $y = e^{x^2-5x+7}\cos(x^2-1)$

தீர்வு : (i) $y = \frac{(1-2x)^3}{3-4x}$

கொடுக்கப்பட்ட $y = \frac{(1-2x)^3}{3-4x}$

வகையீடு எடுக்க

$$dy = \frac{(3-4x)\left[3(1-2x)^2(-2)\right]-(1-2x)^3(-4)}{(3-4x)^2}dx$$

$$= \frac{2(1-2x)^2[-3(3-4x)+2(1-2x)]}{(3-4x)^2}dx$$

$$= \frac{2(1-2x)^2[-9+12x+2-4x]}{(3-4x)^2}dx$$

$$dy = \frac{2(1-2x)^2[8x-7]}{(3-4x)^2}dx$$

(ii) $y = (3+\sin(2x))^{\frac{2}{3}}$

கொடுக்கப்பட்ட $y = (3+\sin(2x))^{\frac{2}{3}}$

வகையீடு எடுக்க

$$dy = \frac{2}{3}(3+\sin 2x)^{\frac{2}{3}-1}(\cos 2x)(2)dx$$

$$dy = \frac{4}{3}.\frac{\cos 2x}{(3+\sin 2x)^{\frac{1}{3}}}dx$$

(iii) $y = e^{x^2-5x+7}\cos(x^2-1)$

கொடுக்கப்பட்ட $y = e^{x^2-5x+7}\cos(x^2-1)$

வகையீடு எடுக்க

$$dy = (e^{x^2-5x+7}(-\sin(x^2-1)(2x)) + \cos(x^2-1)\,e^{x^2-5x+7}(2x-5))dx$$

$$= e^{x^2-5x+7}[(2x-5)\cos(x^2-1) - 2x\sin(x^2-1)]dx$$

2. $f(x) = x^2 + 3x$ என்ற சார்பிற்கு df காண்க மற்றும்

(i) $x = 2, dx = 0.1$

(ii) $x = 3$ மற்றும் $dx = 0.02$ எனும் போது df -ஐ மதிப்பிடுக.

தீர்வு :(i) $x = 2, dx = 0.1$

வகையீடு எடுக்க

$$df = (2x+3)\,dx$$

$x = 2$ எனில், $dx = 0.1$

$$df = (2(2)+3)(0.1)$$

$$= 7(0.1) = 0.7$$

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

$$\frac{\partial W}{\partial y} = u - v + u + v;$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} = uv + u - v$$

$$\frac{dx}{du} = 1; \frac{dy}{du} = v; \frac{dz}{du} = 1$$

$$\frac{dx}{dv} = 1; \frac{dy}{dv} = 4; \frac{dz}{dv} = 1$$

சங்கிலி விதிப்படி,

$$\frac{\partial W}{\partial u} = \frac{\partial w}{\partial x}.\frac{dx}{du} + \frac{\partial w}{\partial y}.\frac{dy}{du} + \frac{\partial w}{\partial z}.\frac{dz}{du}$$

$$= (uv + u + v)(1) + 2u(v) + (uv + u - v)(1)$$

$$= uv + u + \cancel{v} + 2uv + uv + u - \cancel{v}$$

$$\frac{\partial W}{\partial u} = 4uv + 2u = 12u(2v + 1)$$

$$\left(\frac{\partial W}{\partial u}\right)_{\left(\frac{1}{2},1\right)} = 2 \times \frac{1}{2}(2 + 1) = 1(2 + 1) = 3$$

மேலும், $$\frac{\partial W}{\partial v} = \frac{\partial W}{\partial x}.\frac{dx}{dv} + \frac{\partial W}{\partial y}.\frac{dy}{dv} + \frac{\partial W}{\partial z}.\frac{dz}{dv}$$

$$= (uv + u + v)(-1) + (2u)(u) + (uv + u - v)(1)$$

$$= -\cancel{uv} - \cancel{u} - v + 2u^2 + \cancel{uv} + \cancel{u} - v$$

$$= 2u^2 - 2v = 2(u^2 - v)$$

$$\therefore \left(\frac{\partial W}{\partial v}\right)_{\left(\frac{1}{2},1\right)} = 2\left(\frac{1}{4} - 1\right) = 2\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{2}$$

பயிற்சி 8.7

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு சார்பும் சமபடித்தானதா இல்லையா எனக்கண்டு சமபடித்தானது எனில் அதன் படியையும் காண்க .

(i) $f(x, y) = x^2 y + 6x^3 + 7$

(ii) $h(x, y) = \dfrac{6x^2 y^3 - \pi y^5 + 9x^4 y}{2020x^2 + 2019y^2}$

(iii) $g(x, y, z) = \dfrac{\sqrt{3x^2 + 5y^2 + z^2}}{4x + 7y}$

(iv) $U(x, y, z) = xy + \sin\left(\dfrac{y^2 - 2x^2}{xy}\right)$

தீர்வு :(i) $f(x, y) = x^2 y + 6x^3 + 7$

கொடுக்கப்பட்ட $f(x, y) = x^2y + 6x^3 + 7$

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^2 x^2 \lambda y + 6\lambda^3 x^3 + 7$$

$$= \lambda^3 x^2 y + 6\lambda^3 x^3 + 7$$

$$\neq \lambda f(x, y)$$

$\therefore f$ ஆனது சமப்படித்தான சார்பு அல்ல

(ii) $h(x, y) = \dfrac{6x^2 y^3 - \pi y^5 + 9x^4 y}{2020x^2 + 2019y^2}$

கொடுக்கப்பட்ட $h(x, y) = \dfrac{6x^2 y^3 - \pi y^5 + 9x^4 y}{2020x^2 + 2019y^2}$

$$h(\lambda x, \lambda y) = \frac{6\lambda^2 x^2 \lambda^3 y^3 - \pi\lambda^5 y^5 + 9\lambda^4 x^4 \lambda y}{2020\lambda^2 x^2 + 2019\lambda^2 y^2}$$

$$= \frac{\lambda^5(6x^2y^3 - \pi y^5 + 9x^4 y)}{\lambda^2(2020x^2 + 2019y^2)}$$

$$= \lambda^3 h(x, y)$$

$\therefore h(x, y)$ ஆனது படி 3 உடைய சமப்படித்தான சார்பு

(iii) $g(x, y, z) = \dfrac{\sqrt{3x^2 + 5y^2 + z^2}}{4x + 7y}$

கொடுக்கப்பட்ட $g(x, y, z) = \dfrac{\sqrt{3x^2 + 5y^2 + z^2}}{4x + 7y}$

$$g(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \frac{\sqrt{3\lambda^2 x^2 + 5\lambda^2 y^2 + \lambda^2 z^2}}{4\lambda x + 7\lambda y}$$

$$= \frac{\cancel{\lambda}\sqrt{3x^2 + 5y^2 + z^2}}{\cancel{\lambda}(4x + 7y)}$$

$$= \lambda^0 g(x, y, z)$$

$\therefore g(x, y, z)$ ஒரு படி 0 உடைய சமப்படித்தான சார்பு.

(iv) $U(x, y, z) = xy + \sin\left(\dfrac{y^2 - 2x^2}{xy}\right)$

கொடுக்கப்பட்ட $u(x, y, z) = xy + \sin\left(\dfrac{y^2 - 2x^2}{xy}\right)$

$$u(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda x \lambda y + \sin\left(\frac{\lambda^2 y^2 - 2\lambda^2 z^2}{\lambda x \lambda y}\right)$$

$$= \lambda^2 xy + \sin\left(\frac{y^2 - 2z^2}{xy}\right)$$

$$\neq \lambda^p . u(x, y, z)$$

$\therefore u(x, y, z)$ ஒரு சமப்படித்தான சார்பல்ல.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

கூடுதல் வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

I. சரியான அல்லது மிகப் பொருத்தமான விடையினை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக :

1. $y = x^4 - 10$ மற்றும் x, 2 லிருந்து 1.99 மாறினால் y இன் தோராய மதிப்பு.

(1) –32 (2) –0.32
(3) – 10 (4) 10 **[விடை : (2) –0.32]**

குறிப்பு : $dy = 4x^3\, dx$

$= 4(2)^3 (-0.01) = -0.32$

2. $\log_e 4 = 1.3868$, எனில் $\log_e 4.01 =$

(1) 1.3968 (2) 1.3898
(3) 1.3893 (4) எதுவுமில்லை
[விடை : (3) 1.3893]

குறிப்பு : $y(x) = f(x) + f(x_0)(x - x_0)$

$$\log_e 4.01 = 1.3863 + \frac{1}{4}(0.01)$$
$$= 1.3893$$

3. $u = \log\sqrt{x^2+y^2}$ எனில் $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} =$

(1) $\sqrt{x^2+y^2}$ (2) 0
(3) u (4) $2u$ **[விடை : (2) 0]**

4. $u = x^y + y^x$ எனில் $u_x + u_y$ என்பது $x = y = 1$ இல்

(1) 0 (2) 2 (3) 1 (4) ∞
[விடை : (2) 2]

குறிப்பு : $u_x + u_y = yx^{y-1} + y^x \log y - x^y \log x + xy^{x-1}$

$x = y = 1$ இல்

$u_x + u_y = 1 + 0 + 0 + 1 = 2$

5. $u = (x-y)^4 + (y-z)^4 + (z-x)^4$ எனில் $\sum \frac{\partial u}{\partial x} =$

(1) 4 (2) 1 (3) 0 (4) – 4
[விடை : (3) 0]

குறிப்பு :
$$\frac{\partial u}{\partial x} = 4(x-y)^3 + 4(z-x)^3(-1)$$
$$= 4(x-y)^3 - 4(z-x)^3$$
$$\frac{\partial u}{\partial y} = 4(x-y)^3(-1) + 4(y-z)^3$$
$$= -4(x-y)^3 + 4(y-z)^3$$
$$\frac{\partial u}{\partial z} = 4(x-y)^3(-1) + 4(y-z)^3$$
$$= -4(y-z)^3 + 4(z-x)^3$$
$$\sum \frac{dy}{dx} = 0$$

II. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக :

1. $(627)^{\frac{1}{4}}$ இன் தோராய மதிப்பு..................

(1) 5.002 (2) 5.003
(3) 5.005 (4) 5.004
[விடை : (4) 5.004]

2. 127 இன் முப்படி மூலம் ....

(1) 5.026 (2) 5.26
(3) 5.028 (4) 5.075
[விடை : (1) 5.026]

3. $u = y^x$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial y} =$ ....

(1) xy^{x-1} (2) yx^{y-1}
(3) 0 (4) 1 **[விடை : (1) xy^{x-1}]**

4. $x = r\cos\theta, y = r\sin$, எனில் $\frac{\partial r}{\partial x} =$ ....

(1) $\sec\theta$ (2) $\sin\theta$
(3) $\cos\theta$ (4) $\text{cosec}\,\theta$
[விடை : (c) cos θ]

5. $u = f\left(\frac{y}{x}\right)$ எனில் $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} =$ ....

(1) 0 (2) 1 (3) $2u$ (4) u
[விடை : (1) 0]

III. பொருத்துக :

1.

பட்டியல் - I		பட்டியல் - II	
i.	df	அ)	$f(x+\Delta x) - f(x)$
ii.	Δf	ஆ)	$f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \forall x \in (a, b)$
iii.	$\frac{df}{dx}$	இ)	$f'(x)\, dx$
iv.	$f(x)$	ஈ)	$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$

சரியான பொருத்தமானது

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
(1)	இ	ஈ	அ	ஆ
(2)	இ	அ	ஈ	ஆ
(3)	ஈ	இ	அ	ஆ
(4)	இ	ஆ	அ	ஈ

[விடை : (1) i – இ ii – அ iii – ஈ iv – ஆ]

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
9

தொகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

முக்கிய வரையறைகள்

- முதல் தொகை நுண்கணித அடிப்படைத் தேற்றம் $F(x)=\int_a^x f(u)du$, $a<x<b$ எனில் $\frac{d}{dx}(F(x))=f(x)$
- இரண்டாம் தொகை நுண்கணித அடிப்படைத் தேற்றம் $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$
- $\int_0^\infty e^{-x}x^{n-1}dx$ என்பது காமா தொகையிடல் $\Gamma(n)$

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- **ரீமன் தொகையீட்டினை மதிப்பிடுவதற்கான வலது - முனை விதி :**

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \max(x_i-x_{i-1})\to 0}} \sum_{i=1}^n f(x_i)(x_i - x_{i-1})$$

- **ரீமன் தொகையீட்டினை மதிப்பிடுவதற்கான இடது - முனை விதி :**

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \max(x_i-x_{i-1})\to 0}} \sum_{i=1}^n f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})$$

- **ரீமன் தொகையீட்டினை மதிப்பிடுவதற்கான நடு - முனை விதி :**

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \max(x_i-x_{i-1})\to 0}} \sum_{i=1}^n f\left(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}\right)(x_i - x_{i-1})$$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

$$I = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{\sqrt{\cos(\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{8}-x)}}{\sqrt{\cos(\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{8}-x)}+\sqrt{\sin(\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{8}-x)}}dx$$

$$= \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{\sqrt{\cos(\frac{\pi}{2}-x)}}{\sqrt{\cos(\frac{\pi}{2}-x)}+\sqrt{\sin(\frac{\pi}{2}-x)}}dx$$

$$= \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}} \quad ...(2)$$

(1) + (2) →

$$2I = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\cos x}+\sqrt{\sin x}}dx + \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}$$

$$= \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{\sqrt{\cos x}+\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x}+\sqrt{\sin x}}dx = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} dx = [x]_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}}$$

$$2I = \frac{3\pi}{8}-\frac{\pi}{8} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore I = \frac{\pi}{8}$$

(xi) $\int_0^{\pi} x\left[\sin^2(\sin x)+\cos^2(\cos x)\right]dx$

$I = \int_0^{\pi} x[\sin^2(\sin x)+\cos^2(\cos x)]dx$ என்க ...(1)

பண்பின்படி $\left[\because \int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx\right]$

$$I = \int_0^{\pi} (\pi-x)\,[\sin^2(\sin(\pi-x)) + \cos^2(\cos(\pi-x)]\,dx$$

$$= \int_0^{\pi} (\pi-x)\,[\sin^2(\sin x) + \cos^2(-\cos x)]\,dx$$

$$= \int_0^{\pi} (\pi-x)\,[\sin^2(\sin x) + \cos^2(\cos x)]\,dx$$

$[\because \cos(-x) = \cos x]$

$$= \int_0^{\pi} \pi\,[\sin^2(\sin x) + \cos^2(\cos x)]\,dx - \int_0^{\pi} x\,[\sin^2(\sin x) + \cos^2(\cos x)]\,dx$$

$$= \int_0^{\pi} \pi[\sin^2(\sin x)+\cos^2(\cos x)]dx - I$$

[(1)லிருந்து]

$$2I = \pi\int_0^{\pi} [\sin^2(\sin x)+\cos^2(\cos x)]dx$$

$$I = \pi\int_0^{\pi/2} [\sin^2(\sin x)+\cos^2(\cos x)]dx \quad ....(2)$$

$$I = \pi\int_0^{\pi/2} [\sin^2(\sin \tfrac{\pi}{2}-x)+\cos^2(\cos \tfrac{\pi}{2}-x)]dx$$

$$I = \pi\int_0^{\pi/2} [\sin^2(\cos x)+\cos^2(\sin x)]dx \quad ...(3)$$

(2) மற்றும் (3) கூட்ட கிடைப்பது,

$$2I = \pi\int_0^{\pi/2} [\sin^2(\sin x)+\cos^2(\cos x)]dx + \sin^2(\cos x)+\cos^2(\sin x)]dx$$

$$I = \pi\int_0^{\pi/2} (1+1)dx \quad [\because \sin^2\theta+\cos^2\theta = 1]$$

$$= \pi\,(2)\,[x]_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\pi\left[\frac{\pi}{2}-0\right] = \pi^2 \quad \therefore I = \frac{\pi^2}{2}$$

பயிற்சி 9.4

1. பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக :

(1) $\int_0^1 x^3e^{-2x}dx$

(2) $\int_0^1 \frac{\sin(3\tan^{-1}x)\tan^{-1}x}{1+x^2}dx$

(3) $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{e^{\sin^{-1}x}\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

(4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\cos 2x\,dx$

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

$$= \int_{-3}^{-1}(x^2-x-2)dx + \int_{-1}^{2}(2+x-x^2)dx + \int_{2}^{3}(x^2-x-2)dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x\right)_{-3}^{-1} + \left(2x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)_{-1}^{2} + \left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x\right)_{2}^{3}$$

$$= \left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2\right)-\left(-9-\frac{9}{2}+6\right)+\left(4+2-\frac{8}{3}\right) -\left(-2+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\left(9-\frac{9}{2}-6\right)-\left(\frac{8}{3}-2-4\right)$$

$$= \left(\frac{-2-3+6}{6}\right)-\left(\frac{-6-9}{2}\right)+\left(\frac{18-8}{3}\right) -\left(\frac{-12+3+2}{6}\right)+\left(\frac{6-9}{2}\right)-\left(\frac{8-24}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{6}+\frac{15}{2}+\frac{10}{3}+\frac{7}{6}-\frac{3}{2}+\frac{16}{3}$$

$$= \frac{1+45+20+7-9+32}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

பரப்பு = 16 ச. அலகுகள்

4. கோடு $y = 2x + 5$ மற்றும் பரவளையம் $y = x^2 - 2x$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட பரவளையத்தின் சமன்பாடு

$y = x^2 - 2x$ ...(1)

மற்றும் கோடு $y = 2x + 5$ ...(2)

(1) மற்றும் (2)லிருந்து,

$x^2 - 2x = 2x + 5$

$\Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$

$\Rightarrow (x-5)(x+1) = 0$

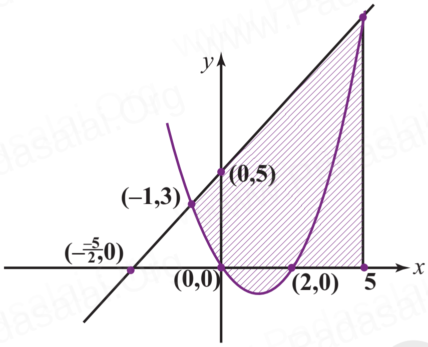
$\Rightarrow x = 5, -1$

பரவளையத்திற்கு

x	0	2
y	0	0

கோட்டிற்கு

x	0	–5/2
y	5	0



$\therefore$ தேவையான பரப்பு $= \int_{-1}^{5}(y_1-y_2)dx$

$$= \int_{-1}^{5}(2x+5)-(x^2-2x)dx$$

$$= \int_{-1}^{5}(2x+5-x^2+2x)dx$$

$$= \int_{-1}^{5}(4x+5-x^2)dx$$

$$= \left(\frac{4x^2}{2}+5x-\frac{x^3}{3}\right)_{-1}^{5}$$

$$= \left(2x^2+5x-\frac{x^3}{3}\right)_{-1}^{5}$$

$$= \left(50+25-\tfrac{125}{3}\right)-\left(2-5+\tfrac{1}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{100}{3}\right)-\left(\frac{-8}{3}\right) = \frac{100}{3}+\frac{8}{3} = \frac{108}{3}$$

= 36 ச.அலகுகள்

5. வளைவரைகள் $y = \sin x$, $y = \cos x$ மற்றும் கோடுகள் $x = 0$ மற்றும் $x = \pi$ ஆகியவற்றுக்கு இடையே அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட வளைவரைகள் $y = \sin x$ ...(1)

$y = \cos x$ ...(2)

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $\sin x = \cos x$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$

$y = \sin x$

x	0	π/2
y	0	1

Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

$$\therefore I = \int_0^a \left(\sqrt{a^2 - a^2\sin^2\theta}\right)^3 (a\cos\theta)d\theta$$

$$I = \int_0^a a\cos^3\theta . a\cos\theta \, d\theta$$

x	0	a
θ	0	$\frac{\pi}{2}$

$$= a^4\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4\theta \, d\theta = a^4 \times \frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{16}a^4$$

20. $\int_0^x f(t)dt = x + \int_x^1 tf(t)dt$, எனில் $f(1)$ இன் மதிப்பு

(1) $\frac{1}{2}$ (2) 2 (3) 1 (4) $\frac{3}{4}$

[விடை : (1) $\frac{1}{2}$]

குறிப்பு : $\int_0^x f(t)dt = x - \int_1^x tf(t)dt$

இருபுறமும் x-ஐ பொறுத்து வகைப்படுத்த கிடைப்பது

$$f(x) = 1 - xf(x)$$
$$\therefore f(1) = 1 - f(1)$$
$$2f(1) = 1$$
$$f(1) = \frac{1}{2}$$

[தொகை நுண் கணிதத்தின் முதலாம் அடிப்படை தேற்றத்தை பயன்படுத்தி]

கூடுதல் வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

I. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு மாற்று விடைகளிலிருந்து சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினைத் தேர்ந்தெடுக்கவும் :

1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\tan x}$ -இன் மதிப்பு

(1) π (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) 0

[விடை : (3) $\frac{\pi}{4}$]

2. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2x}}dx$ -இன் மதிப்பு

(1) $\frac{1}{2}$ (2) 2 (3) 0 (4) 1

[விடை : (2) 2]

3. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} =$

(1) $\frac{\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{6}$ (3) $\frac{\pi}{12}$ (4) $-\frac{\pi}{6}$

[விடை : (3) $\frac{\pi}{12}$]

குறிப்பு : $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \left[\tan^{-1}x\right]_1^{\sqrt{3}}$

$$= \tan^{-1}\sqrt{3} - \tan^{-1}1$$
$$= \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi - 3\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$$

4. $\int_0^{2a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)$ எனில்

(1) $f(2a-x) = -f(x)$
(2) $f(2a-x) = f(x)$
(3) $f(x)$ என்பது ஒற்றை
(4) $f(x)$என்பது இரட்டை

[விடை : (2) $f(2a-x) = f(x)$]

5. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^3 x\cos^3 x \, dx$ -இன் மதிப்பு

(1) 0 (2) π (3) 2π (4) 4π

[விடை : (1) 0]

குறிப்பு : $f(x) = \sin^3 x\cos^3 x$

$$f(-x) = \sin^3(-x)\cos^3(-x)$$
$$= -\sin^3 x\cos^3 x = -f(x)$$

$\therefore f(x)$ ஒரு ஒற்றைச் சார்பு

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

$\therefore$ கன அளவு $= \pi \int_0^{\sqrt{3}} y^2 dx = \pi \int_0^{\sqrt{3}} \left(t - \frac{t^3}{3}\right)^2 (2t\,dt)$

$[\because x = t^2 \Rightarrow dx = 2t\,dt]$

$= 2\pi \int_0^{\sqrt{3}} \left(\frac{3t - t^3}{3}\right)^2 t\,dt$

$= \frac{2\pi}{9} \int_0^{\sqrt{3}} (9t^2 - 6t^4 + t^6)t\,dt$

$= \frac{2\pi}{9} \int_0^{\sqrt{3}} (9t^3 - 6t^5 + t^7)\,dt$

$= \frac{2\pi}{9} \left[\frac{9t^4}{4} - \frac{6t^6}{6} + \frac{t^8}{8}\right]_0^{\sqrt{3}}$

$= \frac{2\pi}{9} \left[\frac{81}{4} - 27 + \frac{81}{8} - 0\right]$

கன அளவு $= \frac{2\pi}{9}\left(\frac{27}{8}\right) = \frac{3\pi}{4}$ கன அலகுகள்

❁❁❁❁❁

Padasalai www.surabooks.com

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
10

சாதாரண வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்

முக்கிய வரையறைகள்

- ஒரு வகைக்கெழுச் சமன்பாட் டில் காணப்படும் மிக உயர்ந்த வகைக்கெழுவின் வரிசையே அச்சமன்பாட்டின் **வரிசை** (order) ஆகும்.
- ஒரு வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டை பல்லுறுப்புக் கோவை வடிவில் எழுத இயலுமெனில், அச்சமன்பாட்டில் தோன்றும் மிக உயர்ந்த வரிசையுடைய வகைக்கெழுவின் முழு எண் படியே அச்சமன்பாட்டின் **படி** எனப்படும்.
- ஒரு வகைக்கெழுச் சமன்பாடு ஒரேயொரு சாரா மாறியைப் பொறுத்து ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சார்புகளின் சாதாரண வகைக்கெழுக்களைக் கொண்டுள்ளது எனில், அச்சமன்பாடு சாதாரண **வகைக்கெழுச் சமன்பாடு** எனப்படும்.
- ஒரு வகைக்கெழுச் சமன்பாடு ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சார்புகளின் பகுதி வகைக்கெழுக்களை மட்டும் கொண்டிருக்கும் எனில், அச்சமன்பாடு **பகுதி வகைக்கெழுச் சமன்பாடு** எனப்படும்.
- $a_n(x)y^{(n)} + a_{n-1}(x)\, y^{n-1} + \ldots + a_1(x)y + a_0 y = g(x)$ என்ற சமன்பாட்டில் $g(x) = 0$ எனில் அச்சமன்பாடு **சமபடித்தான சமன்பாடு** எனப்படும்.
- ஒரு வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வில் உள்ள மாறத்தக்க மாறிலிகளின் (எதேச்சை மாறிலிகளின்) எண்ணிக்கையானது, அவ்வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசைக்குச் சமமாக இருப்பின், அத்தீர்வினை அச்சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வு என்கிறோம்.
- தொகையீட்டுக் காரணி I.F = $e^{\int pdx}$ $\frac{dy}{dx} + \text{P}y = \text{Q}$.
- $\frac{dy}{dx} + \text{P}y = \text{Q}$ இன் தீர்வு $ye^{\int pdx} = \int \text{Q}e^{\int pdx}dx + \text{C}$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

- முதல் வரிசை நேரியல் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வடிவம் $\frac{dy}{dx}+\mathrm{P}y=\mathrm{Q}$ ஆகும். இங்கு P மற்றும் Q என்பன x-இல் மட்டுமே உள்ள சார்புகளாகும். இச்சமன்பாட்டில் y மற்றும் அதன் வகைக்கெழு $\frac{dy}{dx}$ இவ்விரண்டின் பெருக்கல் பலன் இருக்காது. மேலும் சார்ந்த மாறி y மற்றும் சாராமாறி x-ஐப் பொருத்த அதனுடைய வகைக்கெழு ஆகியவை முதலாம் படியாக மட்டுமே காணப்படும். கொடுக்கப்பட்ட வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு $ye^{\int \mathrm{P}dx}=\int \mathrm{Q}e^{\int \mathrm{P}dx}dx+\mathrm{C}$ எனக் கிடைக்கிறது. இங்கு $e^{\int \mathrm{P}dx}$ என்பது சமன்பாடு (1)-ன் தொகையீட்டுக் காரணி (தொ.கா) எனப்படும்.
- $\frac{dx}{dy}+\mathrm{P}x=\mathrm{Q}$ என்ற முதல் வரிசை நேரியல் சமன்பாட்டில் P மற்றும் Q என்பன y-ல் மட்டுமே உள்ள சார்புகளாகும். இச்சமன்பாட்டில் x மற்றும் $\frac{dy}{dx}$ இவ்விரண்டும் பெருக்கலாக இருக்காது.
- மேலும் சார்ந்த மாறி x மற்றும் சாராமாறி y-ஐப் பொருத்த அதன் வகைக்கெழு ஆகியவற்றின் படி 1 ஆக மட்டுமே காணப்படும். இவ்வகையில், வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு $xe^{\int \mathrm{P}dy}=\int \mathrm{Q}e^{\int \mathrm{P}dy}dy+\mathrm{C}$ ஆகும்.
- t நேரத்தில் ஒரு பொருளின் இருப்பு x எனில், t நேரத்தில் அப்பொருளின் இருப்பின் கணநேர மாறுவீதம் $\frac{dx}{dt}$ ஆகும்.

பயிற்சி 10.1

1. பின்வரும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள் ஒவ்வொன்றின் வரிசை மற்றும் படி (இருக்குமானால்) ஆகியவற்றைத் தீர்மானிக்க.

(i) $\frac{dy}{dx}+xy=\cot x$

(ii) $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^{\frac{2}{3}}-3\frac{d^2y}{dx^2}+5\frac{dy}{dx}+4=0$

(iii) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2=x\sin\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)$

(iv) $\sqrt{\frac{dy}{dx}}-4\frac{dy}{dx}-7x=0$

(v) $y\left(\frac{dy}{dx}\right)=\frac{x}{\left(\frac{dy}{dx}\right)+\left(\frac{dy}{dx}\right)^3}$

(vi) $x^2\frac{d^2y}{dx^2}+\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}=0$

(vii) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3=\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)}$

(viii) $\frac{d^2y}{dx^2}=xy+\cos\left(\frac{dy}{dx}\right)$

(ix) $\frac{d^2y}{dx^2}+5\frac{dy}{dx}+\int ydx=x^3$

(x) $x=e^{xy\left(\frac{dy}{dx}\right)}$

தீர்வு : (i) $\frac{dy}{dx}+xy=\cot x$

கொடுக்கப்பட்ட வகைக்கெழு சமன்பாடு

$$\frac{dy}{dx}+xy = \cot x.$$

மிக உயர்ந்த வகைக்கெழு 1 மற்றும் அதனுடைய அடுக்கு 1

வரிசை 1, படி 1.

(ii) $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^{\frac{2}{3}}-3\frac{d^2y}{dx^2}+5\frac{dy}{dx}+4=0$

கொடுக்கப்பட்ட வகைக்கெழு சமன்பாடு

$$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^{\frac{2}{3}}-3\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)+5\frac{dy}{dx}+4=0$$

Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

6. $y = ae^{-3x} + b$ **என்பது** $\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} = 0$ **எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக் காட்டுக. இங்கு** a, b **ஏதேனும் இரு எதேச்சை மாறிலிகள்.**

தீர்வு : கருதுக $y = ae^{-3x} + b$

'x'ஐ பொறுத்து வகையிட கிடைப்பது,

$$\frac{dy}{dx} = -3ae^{-3x}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{y'}{e^{-3x}} = -3a$$

'x'ஐ பொறுத்து மீண்டும் வகையிட கிடைப்பது,

$$\frac{e^{-3x}(y'') - y'(-3)e^{-3x}}{e^{-6x}} = 0$$

$$\Rightarrow \quad y''e^{-3x} + 3y'e^{-3x} = 0$$

$$\Rightarrow \quad e^{-3x}(y'' + 3y'') = 0$$

$$y'' + 3y' = 0 \qquad [\because e^{-3x} \neq 0]$$

$\therefore y'' + 3y'' = 0$-இன் தீர்வு $y = ae^{-3x} + b$ ஆகும்.

7. $y^2 = 2a\left(x + a^{\frac{2}{3}}\right)$ **எனும் வளைவரைத் தொகுதியைக் குறிக்கும் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு** $\left(y^2 - 2xy\frac{dy}{dx}\right)^3 = 8\left(y\frac{dy}{dx}\right)^5$ **எனக் காட்டுக. இங்கு** a **என்பது மிகை மதிப்புடைய துணையலகாகும்.**

தீர்வு : கருதுக $y^2 = 2a\left(x + a^{\frac{2}{3}}\right)$

$$\Rightarrow \quad y^2 = 2ax + 2^{\frac{2}{3}} \qquad \dots(1)$$

'x'ஐ பொறுத்து வகையிட கிடைப்பது,

$$2yy' = 2a(1) \Rightarrow a = yy' \qquad \dots(2)$$

(2)ஐ (1)ல் பிரதியிட கிடைப்பது,

$$y^2 = 2x(yy') + 2(yy')^{\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow \quad y^2 - 2xyy' = 2(yy')^{\frac{5}{3}}$$

இருபுறமும் 3-ன் அடுக்கை எடுக்க கிடைப்பது,

$$(y^2 - 2xyy')^3 = 2^3(yy')^{\frac{5}{3}\times 3}$$

$$\Rightarrow \quad (y^2 - 2xyy')^3 = 8(yy')^5$$

$\left(y^2 - 2xy\frac{dy}{dx}\right)^3 = 8\left(y\frac{dy}{dx}\right)^5$ இன் தீர்வு

$y^2 = 2a\left(x + a^{\frac{2}{3}}\right)$ ஆகும்.

8. $y = a\cos bx$ **என்பது** $\frac{d^2y}{dx^2} + b^2y = 0$ **எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வாகும் எனக் காட்டுக.**

தீர்வு : கருதுக $y = a\cos bx \qquad \dots(1)$

'x'ஐ பொறுத்து வகையிட கிடைப்பது,

$$y' = -a\sin bx(b) = -ab\sin(bx)$$

'x'ஐ பொறுத்து மீண்டும் வகையிட கிடைப்பது,

$$y'' = -ab\cos(bx)(b)$$
$$= -ab^2\cos(bx)$$

$$\Rightarrow \quad y'' = -b^2[a\cos bx]$$

$$\Rightarrow \quad y'' = -b^2y \quad [(1) \text{ ஐ பயன்படுத்தி}]$$

$$\Rightarrow \quad y'' + b^2y = 0$$

$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} + b^2y = 0$ இன் ஒரு தீர்வு

$y = a\cos bx$ ஆகும்.

பயிற்சி 10.5

1. நிறை M உடைய ஒரு தானியங்கி இயந்திரத்தின் இயக்கியால் உருவாக்கப்படும் மாறாத விசை F எனில், அதனுடைய திசைவேகம் V என்பது $M\frac{dV}{dt} = F - kV$ **எனும் சமன்பாட்டால் குறிக்கப்படுகிறது.** k **என்பது மாறிலியாகும்.** $t = 0$ **எனில்** $V = 0$ **எனக் கொடுக்கப்படும்போது V ஐ** t**-ன் சார்பாக எழுதுக.**

தீர்வு : மாறிகளைப் பிரிக்க கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு

$m\frac{dv}{dt} = F - kv$ இலிருந்து கிடைப்பது,

$$\frac{dv}{F - kv} = \frac{dt}{m}$$

$$\int \frac{dv}{F - kv} = \int \frac{dt}{m}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\log(F - kv)}{-k} = \frac{t}{m} + \log c$$

$$\Rightarrow \quad \log(F - kv) = \frac{-kt}{m} + \log c.$$

$$\Rightarrow \quad \log(F - kv) - \log c = \frac{-kt}{m}$$

$$\Rightarrow \quad \log\left(\frac{F - kv}{c}\right) = \frac{-kt}{m}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{F - kv}{c} = e^{\frac{-kt}{m}}$$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

$\therefore$ தீர்வு $\int u\, dv = uv - \int v\, du$

$u = \log x;\ dv = x^3$

$du = \frac{1}{x}dx;\ v = \frac{x^4}{4}$

$ye^{\int p\,dx} = \int Qe^{\int p\,dx}dx + c$

$\Rightarrow yx^2 = \int x\log x \cdot (x^2)dx$

$\Rightarrow x^2y = \int x^3 \log x\, dx$

$\Rightarrow x^2y = \frac{x^4}{4}\log x - \int \frac{x^4}{4}\cdot\frac{1}{x}dx$

$\Rightarrow x^2y = \frac{x^4}{4}\log x - \frac{1}{4}\int x^3 dx$

$\Rightarrow x^2y = \frac{x^4}{4}\log x - \frac{x^4}{16} + c$

15. $\frac{dy}{dx} + \frac{3y}{x} = \frac{1}{x^2}$, **கொடுக்கப்பட்டது $y = 2$ எனில் $x = 1$**

தீர்வு : $\frac{dy}{dx} + \frac{3y}{x} = \frac{1}{x^2}$;

கொடுக்கப்பட்ட $y = 2$ எனில் $x = 1$

இது ஒரு நேரியல் வகைக்கெழு சமன்பாடாகும்.

$\therefore P = \frac{3}{x};\ Q = \frac{1}{x^2}$

$\int p\,dx = 3\int \frac{1}{x}dx = 3\log x = \log x^3$

$\therefore$ I.F. $= e^{\int p\,dx} = e^{\log x^3} = x^3$

$\therefore$ தீர்வு $ye^{\int p\,dx} = \int Qe^{\int p\,dx}dx + c$

$\Rightarrow yx^3 = \int \frac{1}{x^2}\cdot x^3 dx + c$

$\Rightarrow yx^3 = \int x\,dx + c$

$\Rightarrow yx^3 = \frac{x^2}{2} + c$ ...(1)

$x = 1$ எனில், $y = 2$

$\Rightarrow 2(1)^3 = \frac{1}{2} + c \Rightarrow c = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\therefore$ (1) லிருந்து,

$yx^3 = \frac{x^2}{2} + \frac{3}{2}$

$2x^3y = x^2 + 3$

பயிற்சி 10.8

1. நுண்ணுயிர்களின் பெருக்கத்தில், பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் பெருக்க வீதமானது அதில் காணப்படும் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதமாக உள்ளது. இப் பெருக்கத்தால் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை மும்மடங்காகிறது எனில், 10 மணிநேர முடிவில் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கை என்னவாக இருக்கும்?

தீர்வு : எந்த நேரம் tயிலும் இருக்கும் நுண்ணுயிர்களின் எண்ணிக்கை A என்க.

கொடுக்கப்பட்டது $\frac{dA}{A} \alpha A$

$\Rightarrow \frac{dA}{dt} = kA$

$\Rightarrow \frac{dA}{A} = kdt$

$\Rightarrow \int \frac{dA}{A} = k\int dt$

$\Rightarrow \log A = kt + \log c$

$\Rightarrow \log\left(\frac{A}{c}\right) = kt$

$\Rightarrow \frac{A}{c} = e^{kt}$

$\Rightarrow A = c.e^{kt}$ ... (1)

தொடக்கத்தில் $t = 0$, எனில் $A = A_0$ என்க.

$\therefore A_0 = ce^0 \Rightarrow c = A_0$

$\therefore A = A_0 e^{kt}$ ... (2)

கொடுக்கப்பட்டது t = 5 எனில், $A = 3A_0$

$3A_0 = A_0 e^{5k} \Rightarrow 3 = e^{5k}$

ஆகவே $t = 10$ எனில், (2) லிருந்து,

$A = A_0 e^{10k}$

$= A_0 (e^{5k})^2 = A_0 (3)^2$

$\Rightarrow A = 9A_0$

எனவே 10 மணி நேர முடிவில் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கை தொடக்கத்தில் இருந்ததைபோல் 9 மடங்காகும்.

2. ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை வளர்ச்சிவீதம் t நேரத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையின் விகிதமாக அமைந்துள்ளது. மேலும் நகரத்தின் மக்கள் தொகை 40 ஆண்டுகளில் 3,00,000லிருந்து 4,00,000 ஆக அதிகரித்துள்ளது எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில், t நேரத்தில் அந்நகரத்தின் மக்கள் தொகையைக் காண்க.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

24. $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+3}{2y+f}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு ஒரு வட்டத்தைக் குறிக்குமானால், a-ன் மதிப்பு

(1) 2 (2) −2 (3) 1 (4) −1

[விடை : (2) −2]

குறிப்பு : $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+3}{2y+f}$

$\Rightarrow (2y+f)dy = (ax+3)dx$

$\Rightarrow \frac{2y^2}{2} + fy = \frac{ax^2}{2} + 3x$

$\Rightarrow \frac{ax^2}{2} - y^2 + 3x - fy = 0$

இது வட்டத்தை குறிப்பதால் x^2 இன் கெழு $= y^2$ இன் கெழு

$\frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2$

25. $y = f(x)$ எனும் வளைவரையின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிடத்து சாய்வு $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ எனக் கொடுக்கப் பட்டுள்ளது. மேலும் வளைவரையானது $(-1, 1)$ புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில், வளைவரையின் சமன்பாடு

(1) $y = x^3 + 2$ (2) $y = 3x^2 + 4$

(3) $y = 3x^3 + 4$ (4) $y = x^3 + 5$

[விடை : (1) $y = x^3 + 2$]

குறிப்பு : $\frac{dy}{dx} = 3x^2$

$\Rightarrow dy = 3x^2dx \Rightarrow y = \frac{3x^3}{3} + c$

$\Rightarrow y = x^3 + c$

இது $(-1, 1)$ என்ற புள்ளி வழி செல்வதால்,

$1 = (-1)^3 + c \Rightarrow 1 = -1 + c \Rightarrow c = 2$

∴ வளைவரையின் சமன்பாடு $y = x^3 + 2$

கூடுதல் வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

I. சரியான அல்லது மிகப் பொருத்தமான விடையினை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக :

1. வகைக்கெழு $\left[\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{d^3y}{dx^3}$ இன் வரிசை மற்றும் படி.

(1) 1, 2 (2) 2, 1 (3) 3, 2 (4) 2, 3

[விடை : (3) 3, 2]

குறிப்பு : $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2$

வரிசை 3; படி 2

2. பரவளையத் தொகுப்பு $y^2 = 4ax$ இன் வகைக்கெழு சமன்பாடு

(1) $2y = x\left(\frac{dy}{dx}\right)$ (2) $y = 2x\left(\frac{dy}{dx}\right)$

(3) $y = 2x^2\left(\frac{dy}{dx}\right)$ (4) $y^2 = 2x\left(\frac{dy}{dx}\right)$

[விடை : (2) $y = 2x\left(\frac{dy}{dx}\right)$]

குறிப்பு : $y^2 = 4ax$

$2y\frac{dy}{dx} = 4a$

$\frac{y}{2}\frac{dy}{dx} = a$

$\therefore y^2 = 4\frac{y}{2}\frac{dy}{dx}x ; \quad = y = 2x\left(\frac{dy}{dx}\right)$

3. $\sec^2x \tan y\, dx + \sec^2y \tan x\, dy = 0$ இன் தீர்வு

(1) $\tan x + \tan y = c$ (2) $\sec x + \sec y = c$

(3) $\tan x \tan y = c$ (4) $\sec x - \sec y = c$

[விடை : (3) $\tan x \tan y = c$]

4. $(x^2 - ay)dx = (ax - y^2)\, dy$-இன் தீர்வு

(1) $y = x^2 + y^2 - a(x + y)$

(2) $x^2 - y^2 + x - ay = 0$

(3) $x^3 + y^3 = 3ayx + c$

(4) $(x^2 - ay)(ax - y^2) = 0$

[விடை : (3) $x^3 + y^3 = 3ayx + c$]

5. $\frac{dy}{dx} + y \cot x = \sin 2x$-இன் தீர்வு

(1) $y \sin x = \frac{2}{3}\sin^3x + c$

(2) $y \sec x = \frac{x^2}{2} + c$

(3) $y \sin x = c + x$

(4) $2y \sin x = \sin x - \frac{\sin 3x}{3} + c$

[விடை : (4) $2y \sin x = \sin x - \frac{\sin 3x}{3} + c$]

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

$t = 0$ எனில், $p = 0$

$\Rightarrow \log p_0 = 0 + c \Rightarrow c = \log p_0$. ....(1)

$\therefore$ (1) லிருந்து, $\log p = \frac{t}{50} + \log P_0$.

$\Rightarrow \log P - \log P_0 = \frac{t}{50}$

$\Rightarrow \log\left(\frac{P}{p_0}\right) = \frac{t}{50}$

$\Rightarrow t = 50\log\left(\frac{P}{p_0}\right)$

$p = 2p_0$ எனில், $t = 50\log\left(\frac{2P_0}{P_0}\right) = 50\log 2$

$= 50(0.3) = 15$ years

எனவே 15 ஆண்டுகளில் மக்கள் தொகை இரண்டு மடங்காகும்.

3. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} = (3x + 2y + 1)^2$

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $\frac{dy}{dx} = (3x + 2y + 1)^2$

$z = 3x + 2y + 1$ என்க

$\frac{dz}{dx} = 3 + 2\frac{dy}{dx}$

$\Rightarrow \frac{dz}{dx} - 3 = 2\frac{dy}{dx}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}\left(\frac{dz}{dx} - 3\right)$

(1) லிருந்து,

$\frac{1}{2}\left(\frac{dz}{dx} - 3\right) = z^2$

$\Rightarrow \frac{dz}{dx} - 3 = 2z^2$

$\Rightarrow \frac{dz}{dx} = 2z^2 + 3$

$\Rightarrow \frac{dz}{2z^2 + 3} = dx$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\int \frac{dz}{z^2 + \frac{3}{2}} = \int dx$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\int \frac{dz}{z^2 + \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2} = zx + c$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}\tan^{-1}\left(\frac{z}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}\right) = x + c$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{6}}\tan^{-1}\left(\frac{z\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) = x + c$

$\Rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{z\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) = \sqrt{6}\,x + c$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot z = \tan(\sqrt{6}\,x + c)$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}(3x + 2y + 1) = \tan(\sqrt{6}\,x + c)$

❁❁❁❁❁

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
11

நிகழ்தகவு பரவல்கள்

முக்கிய வரையறைகள்

- கூறுவெளி S–லிருந்து மெய்யெண்கள் $\mathbb{R}$ -க்கு வரையறுக்கப்படும் X எனும் ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி, X–இன் வீச்சு எண்ணிடதக்கதாக இருந்தால் தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறியாகும். அதாவது, முடிவுறு அல்லது எண்ணிடதக்க முடிவுறா எண் மதிப்புகளை மட்டுமே கொண்டிருக்கும். இங்கு S கணத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு மதிப்பின் நிகழ்தகவும் மிகையெண் நிகழ்தகவுக் கொண்டதாகவும், நிகழ்தகவுகளின் மொத்த கூடுதல் ஒன்றாகவும் இருக்கும்.
- X என்பது ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறிலி எனில் $f(x_k) = P(x = x_k)$, $k = 1, 2, 3 \ldots n$ என்பது நிகழ்தகவு X நிறைச் சார்பாக வரையறுக்கப்படுகிறது.
- $x_1 < x_2 < x_3 \ldots$ எனும்படி $x_1, x_2, x_3 \ldots$ மதிப்புகளுக்கு $F(x)$-ஐ நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பாகக் கொண்டிருக்கும் தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் குவிவு பரவல் சார்பு $F(x)$-இன் நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு $F(x) = P(X \le x) = \sum_{x_i \le x} f(x_i)$, $x \in \mathbb{R}$ ஆகும்.
- S என்பது ஒரு கூறுவெளி என்க. $X:S \to \mathbb{R}$ எனும் ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி $\mathbb{R}$-ன் ஒரு கணமான I -ல் ஏதேனும் மதிப்பைப் பெறும் என்க. I -இல் உள்ள அனைத்து x -க்கும் $P(X= x) = 0$ என்பது X -இன் ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறியாகும்.
- X (வெற்றி) = 1 மற்றும் X (தோல்வி) = 0 என வரையறுக்கப்படும் ஒரு பெர்னோலி சோதனையுடன் இணைந்த சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு ,
$$f(x) = \begin{cases} p & , \quad x = 1 \\ q = 1 - p & , \quad x = 0 \end{cases}$$ இங்கு $0 < p < 1$.
- X என்பது பெர்னோலி சமவாய்ப்பு மாறி எனவும் மற்றும் $f(x)$ என்பது பெர்னோலி பரவல் எனவும் முறையே அழைக்கப்படுகிறது.
- ஈருறுப்பு சமவாய்ப்பு மாறி X என்பது n–சார்பற்ற முயற்சிகளில் வெற்றிகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது என்க . வெற்றிக்கான நிகழ்தகவு p எனக் கொண்டால், தோல்விக்கான நிகழ்தகவு $q = 1- p$ ஆகும். ஈருறுப்பு பரவலை $X \sim B(n, p)$ எனக் குறிப்பர் .
- X -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பு $f(x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, x = 0, 1, 2, \ldots n$ ஆகும்.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

கணித எதிர்பார்ப்பு மற்றும் பரவற்படியின் பண்புகள்

(i) $E(ax + b) = a\,E(x) + b$ இங்கு a மற்றும் b மாறிலிகள்

(ii) $\text{Var}(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$

(iii) $\text{Var}(ax + b) = a^2\,\text{Var}(x)$.

ஒரு புள்ளி பரவல்

✦ $f(x) = P(X = x_0) = 1$ என வரையறுக்கப்படும் நிகழ்தகவு நிறை சார்பு $f(x)$-ன்படி ஒரு புள்ளி x_0 இருக்குமானால், சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு, ஒரு புள்ளி பரவற்படி அமையும்.

இரு புள்ளி பரவல்

✦ சமச்சீரற்ற வகை : $f(x) = \begin{cases} p, & x = x_1 \\ 1-p, & x = x_2 \end{cases}$ இங்கு $0 < p < 1$

என அமையுமாறு இரு மதிப்புகள் x_1 மற்றும் x_2 இருக்குமானால் சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு இரு புள்ளி பரவல் உண்டு.

குவிவு பரவல் சார்பு

✦ $$F(x) = \begin{cases} 0, & x < x_1 \\ p, & x_1 \le x < x_2 \\ 1, & x \ge x_2 \end{cases}$$

பெர்னோலி பரவலுக்கு

✦ $\mu = p$ மற்றும் $\sigma^2 = pq$

ஈருறுப்பு பரவலுக்கு

✦ $\mu = np$ மற்றும் $\sigma^2 = np(1-p)$.

பயிற்சி 11.1

1. X என்பது மூன்று சீரான நாணயங்களை ஒரே சமயத்தில் ஒரு முறைச் சுண்டும்போது விழும் பூக்களின் எண்ணிக்கை என்க. சமவாய்ப்பு மாறியான X-இன் மதிப்புகளையும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க

தீர்வு : மூன்று சீரான நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டும் போது கூறுவெளி

s = {HHH, HHT, THH, HTH, HTT, THT, TTH, TTT}

இங்கு X என்பது பூக்களின் எண்ணிக்கையை குறிக்கிறது என்க.

X (0 பூ) = {HHH} = 1

X (1 பூ) = {HHT, THT, HTH} = 3

X (2 பூக்கள்) = {HTT, THT, TTH} = 3

X (3 பூக்கள்) = {TTT} = 1

∴ X எடுத்துக் கொள்ளும் மதிப்புகள் 0, 1, 2, 3.

சமவாய்ப்பு மாறி X இன் மதிப்புகள்	0	1	2	3	மொத்தம்
நேர்மாறு பிம்பங்களின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	1	3	3	1	8

2. 52 சீட்டுகட்டுகளை உடைய ஒரு சீட்டுக்கட்டிலிருந்து இரு சீட்டுகள் ஒரே சமயத்தில் சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகின்றன. அவ்வாறு எடுக்கப்பட்ட சீட்டுகள் கருப்பாக இருப்பின் சமவாய்ப்பு மாறியான X-இன் மதிப்புகளையும் அதன் நேர்மாறு பிம்பங்களில் உள்ள புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க.

தீர்வு : கூறுவெளி s = {26 கருப்பு சீட்டுகள், 26 சிவப்பு சீட்டுகள்}.

X எடுக்கப்பட்ட கருப்பு சீட்டுகள் என்க.

X (கருப்பு சீட்டு இல்லை) = 26 × 25 = 650

இரண்டு சிவப்பு சீட்டுகள் எடுத்தல்]

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

$$= \frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{6-5}{10} = \frac{1}{10}$$

$$f(2) = F(2) - F(1) = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$f(3) = F(3) - F(2) = \frac{9}{10} - \frac{4}{5} = \frac{9-8}{10} = \frac{1}{10}$$

$$f(4) = F(4) - F(3) = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

∴ நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு

X	0	1	2	3	4
$p(X=x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

(ii) $p(x<3) = p(x=0) + p(x=1) + p(x=2)$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{5+1+2}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

(iii) $p(x \geq 2) = p(x=2) + p(x=3) + p(x=4)$

$$= \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2+1+1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

பயிற்சி 11.3

1. சமவாய்ப்பு மாறி X -யின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} kxe^{-2x}, & x>0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ எனில் k -ன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = \begin{cases} kxe^{-2x}, & x>0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$

கொடுக்கப்பட்ட சார்பு நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு ஆதலால் $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$

$$\Rightarrow k\int_{0}^{\infty} xe^{-2x}dx = 1 \quad \Rightarrow k \cdot \frac{1!}{(2)^2} = 1$$

$$[\int_{0}^{\infty} x^n e^{-ax} = \frac{n!}{a^{n+1}}, \text{ இங்கு } a=2, n=1]$$

$$\Rightarrow \frac{k}{4} = 1 \Rightarrow k = 4$$

2. சமவாய்ப்பு மாறி X-யின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} x & 0<x<1 \\ 2-x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$

(i) $P(0.2 \leq X < 0.6)$

(ii) $P(1.2 \leq X < 1.8)$

(iii) $P(0.5 \leq X < 1.5)$

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $f(x) = \begin{cases} x, & 0<x<1 \\ 2-x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$

(i) $P(0.2 \leq X < 0.6)$

$$= \int_{0.2}^{0.6} f(x)dx = \int_{0.2}^{0.6} x\,dx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_{0.2}^{0.6}$$

$$= \frac{1}{2}[(0.6)^2 - (0.2)^2]$$

$$= \frac{1}{2}[0.36 - 0.04]$$

$$= \frac{1}{2}[0.32] = 0.16$$

(ii) $P(1.2 \leq X < 1.8)$

$$= \int_{1.2}^{1.8} f(x)dx = \int_{1.2}^{1.8} (2-x)dx$$

$$[\because 2-x, 1 \leq x < 2]$$

$$= \left[2x - \frac{x^2}{2}\right]_{1.2}^{1.8} = \left[2(1.8) - \frac{(1.8)^2}{2}\right] - \left[2(1.2) - \frac{(1.2)^2}{2}\right]$$

$$= 3.6 - \frac{3.24}{2} - 2.4 + \frac{1.44}{2}$$

$$= 3.6 - 1.62 - 2.4 + 0.72 = 0.3$$

(iii) $P(0.5 \leq X < 1.5)$

$$= \int_{0.5}^{1.5} f(x)dx = \int_{0.5}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{1.5} f(x)dx$$

$$= \int_{0.5}^{1} x\,dx + \int_{1}^{1.5} (2-x)\,dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2}\right]_{0.5}^{1} + \left[2x - \frac{x^2}{2}\right]_{1}^{1.5}$$

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

$$= 1-\left(\frac{2}{3}\right)^{17}\left(\frac{20}{3}\right)$$

$$= 1-\frac{20}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{17}$$

8. 4P(X = 4) = P(X = 2) மற்றும் $n = 6$ எனும்படி உள்ள X~ B(n, p)-ன் பரவலின், சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கம் ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $4 \cdot P(X = 4) = P(X = 2)$ மற்றும் $n = 6$.

$$4 \cdot [6C_4\, p^4 (1-p)^2] = 6C_2 p^2 . (1-p)^4$$

$$\Rightarrow \frac{6\times 5}{2\times 1} \times p^4(1-p)^2 = \frac{6\times 5}{2\times 1}\, p^2 (1-p)^4$$

$$\Rightarrow p^2(1-p)^2\, [4 \times p^2] = p^2\, (1-p)^4$$

$$\Rightarrow 4p^2 = (1-p)^2$$

[$\because$ நீக்க $p^2(1-p)^2$]

$$\Rightarrow 4p^2 = 1 + p^2 - 2p$$

$$\Rightarrow 3p^2 + 2p - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (p + 1)(3p - 1) = 0$$

$$\Rightarrow p = -1, p = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{3}$$ [$\because p = -1$க்கு சாத்தியமில்லை]

$\therefore$ ஈருறுப்பு பரவல்

$$P(X = x) = nC_x\, p^x\, (1-p)^{n-x}, x = 0, 1, 2, \ldots n$$

(i) $P(X = x) = 6C_x\left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{6-x}, x = 0, 1, 2, \ldots n$

(ii) சராசரி $= np = 6\times\frac{1}{3} = 2$

(iii) திட்ட விலக்கம் $= \sqrt{npq} = \sqrt{6\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}$

$$= \sqrt{\frac{12}{9}} = \sqrt{\frac{4}{3}}$$

9. 5 சார்பற்ற சோதனைகளை உடைய ஒரு ஈருறுப்பு பரவலின் 1 மற்றும் 2 வெற்றிக்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே 0.4096 மற்றும் 0.2048 ஆகும். ஈருப்பு பரவலின் சராசரி மற்றும் பரவற்படி காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $n = 5$ மற்றும்

$$P(X = 1) = 0.4096,$$

$$P(X = 2) = 0.2048$$

$$\therefore nC_1 p^1 q^4 = 0.4096$$

$$\Rightarrow 5C_1\, p^1 q^4 = 0.4096 \quad ...(1)$$

$$p(x = 2) = 0.2048$$

$$5C_2\, p^2 q^3 = 0.2048$$

$$\Rightarrow p^2 q^3 = 0.2048 \quad ...(2)$$

(2) ஐ (1) ஆல் வகுக்க கிடைப்பது

$$\frac{10p^2q^3}{5pq^4} = \frac{0.2048}{0.4096}$$

$$\Rightarrow \frac{2p}{q} = \frac{1}{2} \Rightarrow 4p = q$$

$$\Rightarrow 4p = 1 - p \Rightarrow 5p = 1$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{5}$$

$$\therefore q = 1 - p = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

சராசரி $= np = 5 \times \frac{1}{5} = 1$

பரவற்படி $= npq = 5 \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$

பயிற்சி 11.6

கொடுக்கப்பட்ட நான்கு மாற்று விடைகளிலிருந்து சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினைத் தேர்ந்தெடுக்கவும் :

1. X எனும் சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^3} & 0 < x \geq l \\ 0 & l \leq x < 2l \end{cases}$$

எனில், இவற்றில் எந்த கூற்றுச் சரியானது?

(1) சராசரி மற்றும் பரவற்படி உள்ளது.

(2) சராசரி உள்ளது ஆனால் பரவற்படி இல்லை.

(3) சராசரி பரவற்படி மற்றும் இரண்டும் இல்லை.

(4) பரவற்படி உள்ளது ஆனால் இல்லை.

[விடை : **(2) சராசரி உள்ளது ஆனால் பரவற்படி இல்லை.**]

குறிப்பு : சராசரி $= \int_1^\infty x\cdot\frac{2}{x^3}\,dx = \int_1^\infty \frac{2}{x^2}\,dx = \int_1^\infty 2x^{-2}\,dx$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

கூடுதல் வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

I. சரியான அல்லது மிகப் பொருத்தமான விடையனை தேர்ந்தெடுத்து எழுதுக :

1. F(x) நிகழ்தகவு பரவல் சார்பு எனில் F($-\infty$) =
(1) 1 (2) 2 (3) ∞ (4) 0

[விடை : (4) 0]

குறிப்பு : F (∞) = 1 மற்றும் F ($-\infty$) = 0

2. F(x) நிகழ்தகவு பரவல் சார்பு எனில் F(∞) is
(1) 1 (2) 2 (3) ∞ (4) 0

[விடை : (1) 1]

குறிப்பு : F (∞) = 1 மற்றும் F ($-\infty$) = 0

3. F(x) = $\frac{1}{2}$, E(x^2) = $\frac{1}{4}$ எனில் var(x) =

(1) 0 (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 1

[விடை : (1) 0]

குறிப்பு : Var (X) = E (X^2) – (E(X))^2

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$

4. x இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x) = cx^2, 0 < x < 2$ எனில் c =

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{8}{3}$ (4) $\frac{3}{8}$

[விடை : (4) $\frac{3}{8}$]

குறிப்பு : $\int_0^2 cx^2 dx = 1$

$\Rightarrow \left[C\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = 1 \Rightarrow C\frac{8}{3} = 1$

$C = \frac{3}{8}$

5. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x) = \frac{k}{x^2+1}, 0 < x < \infty$, எனில் k =

(1) π (2) $\frac{1}{\pi}$ (3) 1 (4) $\frac{2}{\pi}$

[விடை : (4) $\frac{2}{\pi}$]

குறிப்பு : $\int_0^\infty \frac{k}{x^2+1}dx = 1$

$\Rightarrow k\left[\tan^{-1}x\right]_0^\infty = 1$

$\Rightarrow k\left[\frac{\pi}{2} - 0\right] = 1$

$k = \frac{2}{\pi}$

II. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக :

1. Var (2x ± 5) = ________.
(1) 5 (2) var (2x) ± 5
(3) 4 var (X) (4) 0

[விடை : (3) 4 var (X)]

2. நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு

$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$ எனில்

E($3x^2 - 2x$) = ________.

(1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{10}{3}$ (4) $\frac{7}{3}$

[விடை : (3) $\frac{10}{3}$]

3. ஈருறுப்பு பரவலின் பரவற்படி ________.
(1) சராசரிக்கு சமம்
(2) சராசரியை விட குறைவு
(3) சராசரியை விட அதிகம்
(4) இவற்றுள் ஏதுமில்லை

[விடை : (2) சராசரியை விட குறைவு]

4. ஒரு ஈருறுப்பு பரவலில் n = 4, P(X = 0) = $\frac{16}{81}$, எனில் P(X = 4) = ________.

(1) $\frac{1}{16}$ (2) $\frac{1}{81}$ (3) $\frac{1}{27}$ (4) $\frac{1}{8}$

[விடை : (2) $\frac{1}{81}$]

5. X ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி எனில் $p(a < x < b)$ = ________.
(1) P($a \le X \le b$) (2) P($a \le X \le b$)
(3) P($a \le X < b$) (4) இவை எல்லாம்

[விடை : (4) இவை எல்லாம்]

Padasalai www.surabooks.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

3. **கொடுக்கப்பட்ட பரவல் சார்பு**

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \le x \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$ **எனில் அடர்த்தி சார்பு காண்க. மேலும் மதிப்பிடுக.**

(i) $P(0.5 < x < 0.75)$

(ii) $P(x \le 0.5)$ **(iii)** $P(X > 0.75)$

தீர்வு : $\therefore f(x) = F'(x)$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2x, & 0 \le x \le 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases} = \begin{cases} 2x, & 0 \le x \le 1 \\ 0, & \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$$

(i) $P(0.5 < x < 0.75)$

$= F(0.75) - F(0.5) = (0.75)^2 - (0.5)^2$

$= 0.3125$

(ii) $P(X \le 0.5)$

$= P(-\infty < x \le 0.5) = F(\infty) - F(0.75)$

$= 1 - (0.75)^2 = 0.4375$

❋❋❋❋❋

Padasalai
www.surabooks.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

அத்தியாயம்
12

தனிநிலைக் கணிதம்

முக்கிய வரையறைகள்

- $*$ என்ற ஈருறுப்புச் செயலை S -இன் மீது பின்வருமாறும் வரையறுக்கலாம்: $\forall\, a, b \in S, a * b$, என்பது ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது, மேலும் $a * b \in S$.
- ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட ஈருறுப்புச் செயல்களைப் பொருத்து ஏதேனும் ஒரு வெற்றற்ற கணத்தின் மீது வரையறுக்கப்பட்டால் அது இயற்கணித அமைப்பு எனப்படும்.
- $*: S \times S \to S$; அதாவது $*(a, b) = a * b \in S$ இங்கு $a * b$ என்பது ஓர் உறுப்பாகும். $*$-ன் விளைவு எப்பொழுதும் கண்டிப்பாக S -ஆனது . $*$-ன் கீழ் அடைவு பெற்றுள்ளது எனக் கூறலாம். இப்பண்பை அடைவுப் பண்பு என்று கூறுவர்.
- ஒரு வெற்றற்ற கணம் S -ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி $*$ஆனது பரிமாற்றுத் தன்மையுடையதாயின் ஒவ்வொரு $a, b \in S$ -க்கும் $a * b = b * a$ என்பது உண்மையாக வேண்டும்.
- ஒரு வெற்றற்ற கணம் S -ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி $*$ஆனது சேர்ப்புப் பண்பு உடையதாயின் $a * (b * c) = (a * b) * c \;\forall\, a, b \in S$ என்பது உண்மையாக வேண்டும்.
- $*$ என்ற ஈருறுப்புச் செயலியின் கீழ் $e \in S$ என்பது S -ன் சமனி உறுப்பு எனில் $\forall\, a \in S,\ a * e, = a$ மற்றும் $e * a = a$ என்பதை நிறைவு செய்யும்.
- S -ல் e எனும் ஒரு சமனி உறுப்பு இருந்தால் $\forall\, a \in S, \in b \in S, b * a = e$ மற்றும் $b * a = e$ எனில், $b \in S$ என்பது a -ன் நேர்மாறு உறுப்பு அல்லது எதிர்மறை உறுப்பு எனப்படும். இதை நாம் $b = a^{-1}$ என எழுதலாம்.
- A மற்றும் B-ன் இணைப்பு $A \vee B = [a_{ij}] \vee [b_{ij}] = [a_{ij} \vee b_{ij}] = [c_{ij}]$ இங்கு $c_{ij} = \begin{cases} 1 & a_{ij} = 1 \text{ அல்லது } b_{ij} = 1 \\ 0 & a_{ij} = 0 \text{ மற்றும் } b_{ij} = 0 \end{cases}$
- A மற்றும் B-ன் சந்திப்பு $A \wedge B = [a_{ij}] \wedge [b_{ij}] = [c_{ij}]$ இங்கு $c_{ij} = \begin{cases} 1 & a_{ij} = 1 \text{ மற்றும் } b_{ij} = 1 \\ 0 & a_{ij} = 1 \text{ அல்லது } b_{ij} = 1 \end{cases}$
- ***n* - ன் மட்டுக்கு கூட்டல்**
  $a, b \in \mathbb{Z}n$ என்க. பிறகு $a + b$ஐ n ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதி $a +_n b$.
- ***n* - ன் மட்டுக்கு பெருக்கல்**
  $a, b \in \mathbb{Z}n$ என்க. பிறகு $a \times b$ ஐ n ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதி $a \times_n b$
- ஒரு கூற்றை அதன் கூட்டுக் கூற்றுகளின் மெய் மதிப்பை பொருட்படுத்தாமல் “மெய்மம்” எனக் கூறவேண்டுமானால் அதன் மெய்மதிப்பு எல்லா நிலையிலும் T ஆக இருக்க வேண்டும். இதை $\mathbb{T}$ எனக் குறிப்பிடுவர்.
- ஒரு கூற்றை அதன் கூட்டுக் கூற்றுகளின் மெய் மதிப்பைப் பொருட்படுத்தாமல் “முரண்பாடு” எனக் கூற வேண்டுமானால் அதன் மெய்மதிப்பு எப்பொழுதும் F ஆக இருக்கவேண்டும். இதை $\mathbb{F}$ எனக் குறிப்பிடுவர்.
- ஒரு கூற்று வாய்பாட்டினுடைய இருமை ஆனது $\wedge, \vee$, T ஆகியவைகளுக்கு முறையே $\wedge, \vee$, F களை பதிலிடுவதன் மூலம் பெறப்படுகிறது. ஓர் இருமை ஆனது $\mathbb{T}$ (tautology / மெய்மம்) க்கு பதிலாக $\mathbb{F}$ ஐயும், (contradiction / முரண்பாடு)-க்குப் பதிலாக $\mathbb{T}$ ஐயும் பதிலிடுவதன் மூலம் பெறப்படுகிறது.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

பயிற்சி 12.1

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணங்களின் மீது வரையறுக்கப்பட்டிருக்கும் * ஓர் ஈருறுப்புச் செயலியா எனத் தீர்மானிக்க .

(i) $\mathbb{R}$ -ன் மீது $a*b = a.|b|$

(ii) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ -ன் மீது $a*b = (a, b)$ -ல் சிறியது.

(iii) $\mathbb{R}$ -ன் மீது $(a*b) = a\sqrt{b}$

தீர்வு : (i) $\mathbb{R}$ -ன் மீது $a*b = a.|b|$

கொடுக்கப்பட்ட $\mathbb{R}$ -ன் மீது $a * b = a \cdot |b|$

$a, b \in \mathbb{R}$ என்க

பிறகு $a * b = a . |b| \in \mathbb{R}$.

ஆதலால் $a \cdot |b| = ab, b > 0$ எனில்

$= -ab, b < 0$ எனில்

$\therefore a * (b) = a \cdot |b| \in \mathbb{R}$

ஆம் * ஆனது $\mathbb{R}$-ன் மீதான ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்.

(ii) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ -ன் மீது $a*b = (a, b)$ -ல் சிறியது.

$a, b \in A$ என்க

பிறகு (a, b) -ல் சிறியது. $= a$ அல்லது b மற்றும் $a, b \in A$

$\therefore a * b = (a,b)$-ல் சிறியது $\in A$

ஆம் * ஆனது $\mathbb{R}$-ன் மீதான ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்.

(iii) $\mathbb{R}$ -ன் மீது $(a*b) = a\sqrt{b}$

$a, b \in \mathbb{R}$ என்க

[$\therefore$ குறை எண்களின் வர்க்க மூலம் $\mathbb{R}$-ல் இல்லை]

$a * b = a\sqrt{b} \notin \mathbb{R}, b < 0$ எனில்

எனவே* ஆனது $\mathbb{R}$-ன் மீதான ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல.

2. $\mathbb{Z}$ -ன் மீது $\otimes$ என்ற செயலி பின்வருமாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. $(m \otimes n) = m^n + n^m : \forall m, n \in \mathbb{Z}$. *ஆனது $\mathbb{Z}$-ன் மீது அடைவுப் பண்பை பெற்றுள்ளதா?

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $m \otimes n = m^n + n^m \ \forall\ m, n \in \mathbb{Z}$

$m, n \in \mathbb{Z}$ என்க.

$m = -3, n = 2$ எனக் கொள்க.

$\therefore m \otimes n = (-3)^2 + 2^{-3}$

$= 9 + \frac{1}{8} = \frac{72+1}{8} = \frac{73}{8} \notin \mathbb{Z}$

$\therefore \otimes$ ஆனது, $\mathbb{Z}$-ன் மீது அடைவு பெறவில்லை.

3. $\mathbb{R}$ -ன் மீது *ஆனது $(a*b) = a + b + ab - 7$ என வரையறுக்கப்பட்டால் * ; $\mathbb{R}$- ன் மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில், $3 * \left(\frac{-7}{15}\right)$ காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $a * b = a + b + ab - 7$

$$3 * \left(\frac{-7}{15}\right) = 3 - \frac{7}{15} + \cancel{3}^1\left(\frac{-7}{\cancel{15}_5}\right) - 7$$

[இங்கு $a = 3, b = \frac{-7}{15}$]

$$= 3 - \frac{7}{15} - \frac{21}{15} - 7$$

$$= \frac{45 - 7 - 21 - 105}{15} = \frac{-88}{15}$$

$$\therefore 3 * \left(\frac{-7}{15}\right) = \frac{-88}{15}$$

4. $A = \{a + \sqrt{5}b : a, b \in \mathbb{Z}\}$ என்க. வழக்கமான பெருக்கல் A -ன் மீது ஓர் ஈருறுப்புச் செயல் ஆகுமா என பரிசோதிக்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட $A = \{a + \sqrt{5}\,b, a, b \in z\}$

$C = a + \sqrt{5}\,b$ என்க

$B = c + \sqrt{5}\,d \in A$

இங்கு $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$

$\therefore C.B = (a + \sqrt{5}\,b) . (c + \sqrt{5}\,d)$

$= ac + \sqrt{5}\,ad + cb\sqrt{5} + 5\,bd$

$= (ac + 5\,bd) + \sqrt{5}\,(ad + bc) \in A$

[$\because ac + 5\,bd \in \mathbb{Z}$ மற்றும் $ad + bc \in \mathbb{Z}$]

$\therefore C . B \in A\ \forall\ a, b, c, d, \in \mathbb{Z}$

$\therefore$ வழக்கமான பெருக்கல் A-ன் மீது ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்.

5. (i) *என்ற ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி $\mathbb{Q}$ -ன் மீது பின்வருமாறு வரையறுக்கப் படுகிறது. இந்த *ஆனது, அடைவுப் பண்பு, பரிமாற்றுப் பண்பு, சேர்ப்புப் பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்கிறதா எனச் சோதிக்க $a*b = \left(\frac{a+b}{2}\right); \forall a, b \in \mathbb{Q}$.

(ii) *ஆனது, சமனிப் பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவை, $\mathbb{Q}$ -ன் மீது உண்மையாகுமா எனச் சோதிக்க. $a*b = \left(\frac{a+b}{2}\right); \forall a, b \in \mathbb{Q}$.

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

13. **மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $(p\vee q)\vee(\neg p\wedge q)$ மற்றும் $\neg p$ என்ற கூற்றுகள் தர்க்க சமானமானவை எனச் சோதிக்க.**

தீர்வு : $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$.

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	F	F
F	T	T	F	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T

நிரல் (5) மற்றும் (7) நிரல் ஒரே விதமாக உள்ளது.

$\therefore$ $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும்d $\neg p$ தர்க்க சமமானவை.

14. **மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாமல் $p\to(q\to r) \equiv (p\wedge q)\to r$ என நிரூபிக்க.**

தீர்வு : நிரூபிக்க $p \to (q \to r) = (p \wedge q) \to r$ உதாரணம் 12.17லிருந்து $p \to q = \neg p \vee q$ என அறிவோம் ...(1)

LHS $= p \to (q \to r)$ எனக் கொள்க.

$= p \to (\neg q \vee r)$ [(1)-ஐ பயன்படுத்தி]

$= \neg p \vee (\neg q \vee r)$ [மீண்டும் (1) ஐ பயன்படுத்தி]

$= (\neg p \vee \neg q) \vee r$ [சேர்ப்புப்பண்பை பயன்படுத்தி]

$= \neg(p \wedge q) \vee r$ [டீமார்கனின் விதியைப் பயன்படுத்தி]

$= (p \wedge q) \to$ r [(1) -ஐ பயன்படுத்தி]

= RHS

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

15. **$p\to(\neg q\vee r) \equiv p\vee(\neg q\vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.**

தீர்வு:

p	q	r	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$p \to (\neg q \vee r)$	$\neg p$	$\neg p \vee (\neg q \vee r)$
T	T	T	F	T	T	F	T
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	F	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

நிரல் (6) மற்றும் நிரல் (8) ஒரே விதமாக உள்ளன.

$\therefore p \to (\neg q \vee \neg r) = \neg p \vee (\neg q \vee r)$

பயிற்சி 12.3

சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை கொடுக்கப்பட்ட நான்கு மாற்று விடைகளிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கவும் :

1. **ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி S என்ற ஒரு கணத்தின் மீது ஒரு சார்பாக பின்வருவனவற்றிலிருந்து பெறப்படுகிறது**

(1) $S \to S$ (2) $(S\times S) \to S$

(3) $S \to (S\times S)$ (4) $(S\times S) \to (S\times S)$

[விடை : (2) $(S\times S) \to S$]

2. **கழித்தலின் கீழ் பின்வரும் கணம் அடைவு பெறவில்லை .**

(1) $\mathbb{R}$ (2) $\mathbb{Z}$ (3) $\mathbb{N}$ (4) $\mathbb{Q}$

[விடை : (3) $\mathbb{N}$]

3. **பின்வருபவைகளில் எது $\mathbb{N}$-ன் மீது ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்.**

(1) கழித்தல் (2) பெருக்கல்

(3) வகுத்தல் (4) அனைத்தும்

[விடை : (2) பெருக்கல்]

4. **மெய் எண்களின் கணம் $\mathbb{R}$ - ன் மீது '$*$' பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. இதில் எது $\mathbb{R}$-ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல?**

(1) $a*b = \min(a.b)$ (2) $a*b = \max(a,b)$

(3) $a*b = a$ (4) $a*b = a^b$

[விடை : (4) $a*b = a^b$]

குறிப்பு : $a = 0, b = 0$ என்க, $\Rightarrow 0^0 \not\in$ R. (4) $a * b = a^b$

5. **$*$ என்ற ஈருறுப்புச் செயலி $a*b = \dfrac{ab}{7}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $*$ எதன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி ஆகாது?**

(1) $\mathbb{Q}^+$ (2) $\mathbb{Z}$ (3) $\mathbb{R}$ (4) $\mathbb{C}$

[விடை : (3) $\mathbb{Z}$]

குறிப்பு : $a = 3, b = 2$ என்க.

$$\Rightarrow a * b = 3 * 2 = \frac{3(2)}{7} = \frac{6}{7} \not\in z.$$

6. **$\mathbb{Q}$ என்ற கணத்தில் $a\circ b = a + b + ab$. என வரையறு பின்னர் $3\circ(y\circ5) = 7$?**

(1) $y = \dfrac{2}{3}$ (2) $y = \dfrac{-2}{3}$

(3) $y = \dfrac{-3}{2}$ (4) $y = 4$ **[விடை : (2) $y = \dfrac{-2}{3}$]**

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

கூடுதல் வினாக்கள்

1 மதிப்பெண்

I. சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை கொடுக்கப்பட்ட நான்கு மாற்று விடைகளிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கவும் :

1. கணம் s ல் வரையறுக்கப்பட்ட ஈருறுப்பு செயலி * பரிமாற்று பண்புடையது எனில்

(1) $a * b \in S \ \forall \ a, b \in S$
(2) $a * b = b * a \ \forall \ a, b \in S$
(3) $(a * b) * c = a * (b * c) \ \forall \ a, b \in S$
(4) $a * b = e \ \forall \ a, b \in S$

[விடை : (2) $a * b = b * a \ \forall \ a, b \in S$]

குறிப்பு : $a * b \in s \ \forall \ a, b \in s$ - அடைவு பண்புடையது

2. $a*b=a^2+b^2+ab+1$, என * வரையறுக்கப்பட்டால் (2 * 3) * 2 என்பதன் மதிப்பு

(1) 20 (2) 40 (3) 400 (4) 445

[விடை : (4) 445]

குறிப்பு : $(2 * 3) * 2 = (2^2 + 3^2 + 2 \times 3 + 1)*2$
$= (4 + 9 + 6 + 1) * 2 = 20 * 2$
$= 20^2 + 2^2 + 20 \times 2 + 1$
$= 400 + 4 + 40 + 1 = 445$

3. 3 உறுப்புகள் கொண்ட கணத்தில் வரையறுக்க கூடிய ஈருறுப்பு செயலிகளின் எண்ணிக்கை.

(1) 3^2 (2) 3^3 (3) 3^9 (4) 3^1

[விடை : (1) 3^2]

4. அணி பெருக்கலின் கீழ் $\left\{\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} \middle| x \in \mathbb{R}, x \neq 0\right\}$ -ன் சமனி உறுப்பு.

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \\ \frac{1}{4x} & \frac{1}{4x} \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2x} & \frac{1}{2x} \\ \frac{1}{2x} & \frac{1}{2x} \end{pmatrix}$

[விடை : (3) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$]

குறிப்பு : $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, S இன் உறுப்பு இல்லை

5. பின்வருவனவற்றுள் மெய்மம் எது?

(1) $p \vee q$ (2) $p \wedge q$
(3) $q \vee \neg q$ (4) $q \wedge \neg q$

[விடை : (3) $q \wedge \neg q$]

II. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக :

1. $a * b = a^2b^2 - ab$ எனில் 3 * (1 * 1) ________.

(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 4

[விடை : (1) 0]

2. C-ல் பெருக்கல் எதிர்மறை இல்லாத எண் ________.

(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3

[விடை : (1) 0]

3. '+' ஈருறுப்பு செயலியாக கொண்டிருக்காதது

(1) $\neg$ (2) z
(3) c (4) $Q - \{0\}$

[விடை : (4) $Q - \{0\}$]

4. '–' ஈருறுப்பு செயலியாக கொண்டிருப்பது

(1) $\neg$ (2) $Q - \{0\}$
(3) $R - \{0\}$ (4) Z

[விடை : (4) Z]

5. (N, *)இல் $x * y = (x, y)$இல் பெரியது $x, y \in \mathbb{N}$, எனில் 7 * (–7)

(1) 7 (2) –7 (3) 0 (4) –49

[விடை : (1) 7]

III. தவறான கூற்றைத் தேர்ந்தெடுக்க:

1. p உண்மையாகவும் மற்றும் q தவறாகும் எனில் பின்வருவனவற்றுள் உண்மையில்லாதது எது?

(1) $p \to q$ என்பது $\mathbb{F}$ (2) $p \vee q$ என்பது $\mathbb{T}$
(3) $p \wedge q$ என்பது $\mathbb{F}$ (4) $p \Leftrightarrow q$ என்பது $\mathbb{T}$

[விடை : (4) $p \Leftrightarrow q$, $\mathbb{T}$]

2. $p \vee q$ தவறு எனில்

(a) p, T, q , $\mathbb{F}$ (b) p, $\mathbb{F}$, q, $\mathbb{T}$
(c) p, T, q , $\mathbb{T}$ (d) p , $\mathbb{F}$, q, $\mathbb{F}$

[விடை :(4) p , $\mathbb{F}$, q , $\mathbb{F}$]

3. பின்வருவனவற்றுள் R இல் ஈருறுப்பு செயலியாக இல்லாதது

(1) $a * b = ab$ (2) $a * b = a - b$
(3) $a * b = \sqrt{ab}$ (4) $a * b = \sqrt{a^2 + b^2}$

[விடை :(3) $a * b = \sqrt{ab}$]

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

12 ஆம் வகுப்பு

அரசு மாதிரி வினாத்தாள் - 2019-20

கணிதவியல் (விடைகளுடன்)

பதிவு எண்

கால அளவு : 15 நிமிடம் + 2.30 மணி மொத்த மதிப்பெண்கள்: 90

அறிவுரை: (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.
(2) நீலம் (அல்லது) கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

(மதிப்பெண்கள் : 20)

குறிப்பு: (1) இப்பகுதியில் உள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.
(2) கொடுக்கப்பட்டுள்ள நான்கு மாற்று விடைகளில் மிகவும் பொருத்தமான விடையினைத் தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும். $(20 \times 1 = 20)$

1. A= $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, B = adj A மற்றும் C = 3A எனில், $\frac{|\text{adj B}|}{|C|} =$

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{9}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) 1

2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}^n$ அணியின் நேர்மறை அணி $\frac{1}{11}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ எனில் a, b, c, d-இன் ஏறுவரிசை

(a) a, b, c, d (b) d, b, c, a
(c) c, a, b, d (d) b, a, c, d

3. $\left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right] = 1$ என்பதை நிறைவு செய்யும் n-இன் குறைந்தபட்ச மதிப்பு

(a) 30 (b) 24 (c) 12 (d) 18

4. $\frac{3}{-1+i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு.

(a) $\frac{-5\pi}{6}$ (b) $\frac{-2\pi}{3}$ (c) $\frac{-3\pi}{4}$ (d) $\frac{-\pi}{2}$

5. $x^3 + 2x + 3$எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு

(a) ஒரு குறை மற்றும் இரு மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்
(b) ஒரு மிகை மற்றும் இரு மெய்யற்ற கலப்பெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்
(c) மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்
(d) பூச்சியமாக்கிகள் இல்லை

6. $f(x) = \sin^{-1}\sqrt{x-1}$ என வரையறுக்கப்படும் சார்பின் சார்பகம்

(a) [1, 2] (b) [–1, 1]
(c) [0, 1] (d) [–1,0]

7. $x + y = k$ என்ற நேர்க்கோடு பரவளையம் $y^2 = 12x$-இன் செங்கோட்டுச் சமன்பாடாக உள்ளது எனில் k -ன் மதிப்பு

(a) 3 (b) –1 (c) 1 (d) 9

8. (1, –2) என்ற புள்ளி வழியாகவும் (3,0) என்ற புள்ளியில் x -அச்சைத் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டம் பின்வரும் புள்ளிகளில் எந்தப் புள்ளி வழியாகச் செல்லும்?

(a) (–5, 2) (b) (2, –5)
(c) (5, –2) (d) (–2, 5)

9. $\hat{i}+\hat{j}, \hat{i}+2\hat{j}, \hat{i}+\hat{j}+\pi\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{3}$ (c) π (d) $\frac{\pi}{4}$

10. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{2}$ என்ற கோடு $x + 3y - \alpha z + \beta = 0$ என்ற தளத்தின் மீது இருந்தால், பின்னர் (α, β) என்பது

(a) (– 5, 5) (b) (– 6,7)
(c) (5, – 5) (d) (6, –7)

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

15. (d) $\dfrac{\pi a^3}{6}$

16. (a) 15

17. (b) $\phi\left(\dfrac{y}{x}\right) = kx$

18. (a) 0.1

19. (c) $\dfrac{1}{3}$

20. (a) $\neg r \to (\neg p \wedge \neg q)$

பகுதி - II

21.
$$2x - y = 3$$
$$x + 2y = -1$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - (-1)(-1) = 4 + 1 = 5$$
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \times 2 - 1 (-1) \times -1 = 6 - 1 = 5$$
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 3 = -5$$
$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{5}{5} = 1$$
$$y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-5}{5} = -1$$

22. $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$

எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே, $|z_1|^2 = 1$

$\Rightarrow z_1 \overline{z_1} = 1,$

$|z_1|^2 = 1$

$z_2 \overline{z_2} = 1$, and $|z_3|^2 = 1$

மற்றும்

$\Rightarrow z_3 \overline{z_3} = 1,$

ஆகவே, $\overline{z_1} = \dfrac{1}{z_1}, \overline{z_2} = \dfrac{1}{z_2},$

மற்றும் $\overline{z_3} = \dfrac{1}{z_3}$

மேலும்

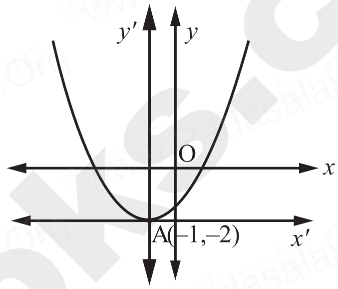
$$\left|\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}\right| = |\overline{z_1} + \overline{z_2} + \overline{z_3}|$$
$$= |\overline{z_1 + z_2 + z_3}|$$
$$= |z_1 + z_2 + z_3| = 1$$

23. $= \sin\left(\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\dfrac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{3}\right)$

$= \cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$

24. முனை $(-1, -2)$ அச்சு y-அச்சுக்கு இணை மற்றும் $(3, 6)$ வழிச் செல்லும் பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

அச்சு y-அச்சுக்கு இணை என்பதால் தேவையான பரவளையத்தின் சமன்பாடு



$$(x+1)^2 = 4a(y+2).$$

இது $(3,6)$ வழிச் செல்வதால்,

$$(3+1)^2 = 4a(6+2)$$
$$\Rightarrow \quad a = \frac{1}{2}.$$

எனவே பரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$(x+1)^2 = 2(y+2)$$

இதைச் சுருக்க,

$$x^2 + 2x - 2y - 3 = 0$$

25. கொடுக்கப்பட்ட $\hat{a} \times (\hat{b} \times \hat{c}) = \dfrac{1}{2}\hat{b}$

$\Rightarrow (\hat{a}\cdot\hat{c})\hat{b} - (\hat{a}\cdot\hat{b})\hat{c} = \dfrac{1}{2}\hat{b}$

$\Rightarrow \lambda\hat{b} - \mu\hat{c} = \dfrac{1}{2}\hat{b}$ [$\because \lambda = \hat{a}\cdot\hat{c}$ மற்றும் $\mu = \hat{a}\cdot\hat{b}$]

$\Rightarrow \left(\lambda - \dfrac{1}{2}\right)\hat{b} - \mu\hat{c} = 0.$

$\hat{b}$ மற்றும் $\hat{c}$ ஒரு கோட்டமைவு வெக்டர்களில்லை ஆதலால்

$\lambda - \dfrac{1}{2} = 0$ மற்றும் $\mu = 0$

$\therefore \quad \lambda = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \hat{a}\cdot\hat{c} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow |\hat{a}||\hat{c}|\cos\theta = \dfrac{1}{2}$ [$\because$ திசையிலி பெருக்கலின் வரையறைப் படி]

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

(அல்லது)

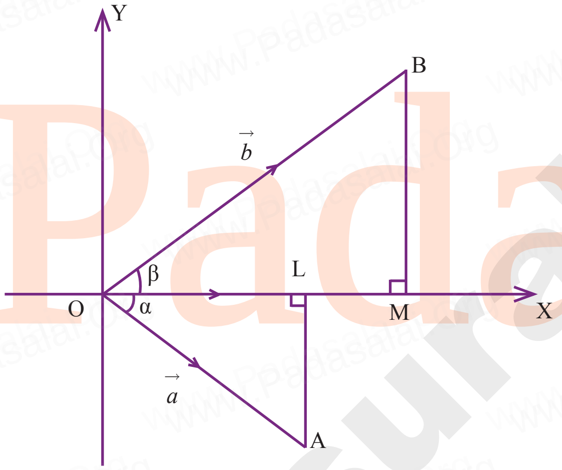
(ஆ) $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$.

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	F	F
F	T	T	F	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T

நிரல் (5) மற்றும் (7) நிரல் ஒரே விதமாக உள்ளது.

$\therefore$ $\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$ தர்க்க சமமானவை.

47. (அ)



$\hat{a} = \overrightarrow{OA}$ மற்றும் $\hat{b} = \overrightarrow{OB}$ என்பன அலகு வெக்டர்கள் என்க மற்றும் அவைகள் கோணங்கள் α, βவை x-அச்சின் மிகையுடன் ஏற்படுத்துகின்றன. AL மற்றும் BM $\perp^r$ லிருந்து x-அச்சு எனுமாறு வரைக.

AL மற்றும் BM $\perp^r$ லிருந்து x,க்கு எனுமாறு வரைக.

எனவே $|\overrightarrow{OL}| = |\overrightarrow{OA}| \cos\alpha$

$\Rightarrow \overrightarrow{OL} = |\overrightarrow{OL}|\,\hat{i} = \cos\alpha\hat{i}$

$|\overrightarrow{LA}| = |\overrightarrow{OB}| \sin\alpha$

$\Rightarrow \overrightarrow{LA} = |\overrightarrow{OB}|\,\hat{j} = \sin\alpha(-\hat{j}) = -\sin\alpha\,\hat{j}$

[$\overrightarrow{LA}$ y அச்சின் எதிர் திசையில் உள்ளது]

$$\hat{a} = \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{LA} = \cos\alpha\hat{i} - \sin\alpha\hat{j} \quad ...(1)$$

அதை போல

$$\hat{b} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB} = \cos\beta\hat{i} + \sin\beta\hat{j} \quad ...(2)$$

இங்கு $\hat{a} \times \hat{b} = |\hat{a}|\,|\hat{b}| \sin(\alpha+\beta)\,\hat{k} = \sin(\alpha+\beta)\hat{k}$ ...(3)

$[|\hat{a}| = |\hat{b}| = 1]$

மேலும் $\hat{a} \times \hat{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \cos\beta & \sin\beta & 0 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(0) - \hat{j}(0) + \hat{k}$ (cos α sin β + sin α cos β)

$= (\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta)\ \hat{k}$ ...(4)

(3) மற்றும் (4) ஐ பயன்படுத்த,

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

(அல்லது)

(ஆ) $y^2 - 4x - 2y + 5 = 0$

$y^2 - 2y + 5 = 4x$

$x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{5}{4}$

$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2} = \frac{y-1}{2}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{y-1}$

x - அச்சை வெட்டும் புள்ளிகளில், $y = 0$

$-4x + 5 = 0$

$x = \frac{5}{4}$

$\left(\frac{5}{4}, 0\right)$

$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\left(\frac{5}{4},0\right)} = \frac{2}{-1} = -2$

$y = -2x + c$

$0 = -2\left(\frac{5}{4}\right) + c$

$c = \frac{5}{2}$

$y = -2x + \frac{5}{2}$

❁❁❁❁❁

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

12 ஆம் வகுப்பு

சூராவின் மாதிரி வினாத்தாள் - 1

கணிதவியல் (விடைகளுடன்)

பதிவு எண்

காலஅளவு : 15 நிமிடம் + 2.30 மணி | **தொகுதி - I & II** | மொத்த மதிப்பெண்கள்: 90

அறிவுரை: (1) அனைத்து வினாக்களும் சரியாக அச்சுப் பதிவாகி உள்ளதா என்பதைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாகத் தெரிவிக்கவும்.

(2) நீலம் (அல்லது) கருப்பு மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும் அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

பகுதி - I

(மதிப்பெண்கள் : 20)

குறிப்பு: (1) இப்பகுதியில் உள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) கொடுக்கப்பட்டுள்ள நான்கு மாற்று விடைகளில் மிகவும் பொருத்தமான விடையினைத் தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

(20 × 1 = 20)

1. $A=\begin{bmatrix}3 & 5\\ 1 & 2\end{bmatrix}$, **B = adj A மற்றும் C = 3A எனில்,** $\frac{|\text{adj B}|}{|C|} =$

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{9}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) 1

2. $A=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$ **மற்றும்** $A(\text{adj } A)=\begin{bmatrix}k & 0\\ 0 & k\end{bmatrix}$ **எனில்,** k =

(1) 0 (2) $\sin\theta$ (3) $\cos\theta$ (4) 1

3. **ஒரு பலூனானது செங்குத்தாக மேல் நோக்கி 10 மீ/வி வீதத்தில் செல்கிறது. பலூன் செலுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து 40 மீ தொலைவில் இடமிருந்து ஒருவர் இதனைப் பார்க்கிறார். பலூனின் ஏற்றக் கோணத்தில் ஏற்படும் மாறுபாட்டு வீதத்தை பலூன் தரையிலிருந்து 30 மீட்டர் உயரத்தில் இருக்கும் போது காண்க.**

(1) $\frac{3}{25}$ ரேடியன்கள்/ வினாடி

(2) $\frac{4}{25}$ ரேடியன்கள்/ வினாடி

(3) $\frac{1}{5}$ ரேடியன்கள்/ வினாடி

(4) $\frac{1}{3}$ ரேடியன்கள்/ வினாடி

4. $x^2 e^{-2x}, x > 0$ **என்ற சார்பின் பெரும மதிப்பு**

(1) $\frac{1}{e}$ (2) $\frac{1}{2e}$ (3) $\frac{1}{e^2}$ (4) $\frac{4}{e^4}$

5. z, iz, **மற்றும்** $z + iz$ **என்ற கலப்பெண்கள் ஆர்கண்ட் தளத்தில் உருவாக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு**

(1) $\frac{1}{2}|z|^2$ (2) $|z|^2$

(3) $\frac{3}{2}|z|^2$ (4) $2|z|^2$

6. $|z_1|=1, |z_2|=2, |z_3|=3$ **மற்றும்** $|9z_1z_2+4z_1z_3+z_2z_3|=12$ **எனில்,** $|z_1+z_2+z_3|$**-ன் மதிப்பு**

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

7. $z = x + iy$ **என்ற கலப்பெண்ணிற்கு** $|z+2| = |z-2|$ **எனில்,** z**-ன் நியமப்பாதை**

(1) மெய் அச்சு (2) கற்பனை அச்சு

(3) நீள் வட்டம் (4) வட்டம்

8. **ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 4 செ.மீ மற்றும் அதன் பிழை 0.1 செ.மீ எனில் கன அளவு கணக்கீட்டில் ஏற்படும் பிழை**

(1) 0.4 கன செ.மீ (2) 0.45 கன செ.மீ

(3) 2 கன செ.மீ (4) 4.8 கன செ.மீ

9. x**-ல்** n **படியுள்ள ஒரு பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடு பெற்றுள்ள மூலங்கள்**

(1) n வெவ்வேறு மூலங்கள்

(2) n மெய்யெண் மூலங்கள்

(3) n கலப்பெண் மூலங்கள்

(4) அதிகபட்சம் ஒரு மூலம்

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

22. கொடுக்கப்பட்ட $v = x^3$

x ஐ பொறுத்து வகைப்படுத்த கிடைப்பது,

$$\frac{dv}{dx} = 3x^2$$

$$x = 5 \text{ எனில், } \frac{dv}{dx} = 3(5^2) = 75$$

$$\therefore \frac{dv}{dx} \text{ எனில் } x = 5\text{ல் } 75 \text{ அலகுகள்.}$$

23. $i^{1947} + i^{1950}$

$$i^{1947} + i^{1950} = i^{1944}.\, i^3 + i^{1948}.\, i^2$$

[∵1944 என்பது 4 -ன் பெருக்கல், 1948 என்பது மேலும் 4 – ன் பெருக்கல்]

$$= (i^4)^{486}.\, i^2 .\, i^1 + (i^4)^{487}.\, i^2 \; [i^4 = 1]$$

$$= (1^{486})(-1)(i) + (1)^{487}(-1) \; [i^2 = -1]$$

$$= -i - 1 = -1 - i$$

24. $$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \cos\left(\frac{e^x \sin y}{y}\right) = \cos\left(e^0 \frac{\sin y}{y}\right)$$

$$= \cos[(1)(1)] = \cos(1) \qquad \left[\because \lim_{y\to 0}\frac{\sin y}{y} = 1\right]$$

25. கொடுக்கப்பட்ட மூலங்கள் 1,2 மற்றும் 3

இங்கு $\alpha = 1$, $\beta = 2$ மற்றும் $\gamma = 3$

α, β, γ என்பது மூலங்களாக உடைய ஒரு முப்படி சமன்பாடு

$$x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)\, x - \alpha\beta\gamma = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - (1 + 2 + 3)\, x^2 + (2 + 6 + 3)\, x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0.$$

26. $$\int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 4} = \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 2^2}$$

$$\left[\because \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a}\log\left|\frac{x-a}{x+a}\right|\right]$$

$$= \left[\frac{1}{2(2)}\log\left|\frac{x-2}{x+2}\right|\right]_3^4$$

$$= \frac{1}{4}\left[\log\left(\frac{2}{6}\right) - \log\left(\frac{1}{5}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{4}\log\left[\left(\frac{2}{6}\right) \div \frac{1}{5}\right] = \frac{1}{4}\log\left(\frac{2}{6} \times \frac{5}{1}\right)$$

$$= \frac{1}{4}\log\left(\frac{5}{3}\right)$$

$$\therefore \int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 4} = \frac{1}{4}\log\left(\frac{5}{3}\right)$$

27.

$$y = \sin^{-1}x \text{ என்க.}$$

$$y = 0 \text{ எனில், } 0 = \sin^{-1}x$$

$$\Rightarrow \sin(0) = \sin(\sin^{-1}(x))$$

$$\Rightarrow \sin 0 = x$$

$$\Rightarrow x = 0$$

$$\therefore x = 0\text{க்கு மட்டும், } \sin x = \sin^{-1}x$$

28. $f(x) = \tan^{-1}\sqrt{9 - x^2}$ என்க.

$\sqrt{9 - x^2} \in \mathbb{R}$ ஆனால் $\sqrt{9 - x^2} \geq 0 \;\; \therefore 9 - x^2 \geq 0$

$$\Rightarrow x^2 - 9 \leq 0 \quad \Rightarrow (x + 3)(x - 3) \leq 0$$

$\Rightarrow$ சார்பகம் $[-3, 3]$

29. கொடுக்கப்பட்ட வளைவரைகளின் சமன்பாடு

$$y = Ae^{8x} + Be^{-8x} \qquad \ldots(1)$$

'x'ஐ பொறுத்து வகையிட கிடைப்பது,

$$\frac{dy}{dx} = 8Ae^{8x} - 8Be^{-8x}$$

'x'ஐ பொறுத்து மீண்டும் வகையிட கிடைப்பது,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 64\, Ae^{8x} + 64Be^{-8x}$$

$$= 64(Ae^{8x} + Be^{-8x})$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 64\, y \qquad [(1)\text{ஐ பயன்படுத்தி}]$$

என்பது தேவையான வகைக்கெழு சமன்பாடு.

30. (x_1, y_1, z_1) லிருந்து தளம் $ax + by + cz - p = 0$க்கான செங்குத்தின் நீளம் $\left|\dfrac{ax_1 + by_1 + cz_1 - p}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}\right|$

$\therefore$ (1, –2, 3) லிருந்து தளத்துக்கான செங்குத்தின் நீளம்

$$x - y + z - 5 = 0, \quad \delta = \left|\frac{1 - (-2) + 3 - 5}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}}\right| =$$

$$\left|\frac{1 + 2 + 3 - 5}{\sqrt{1 + 1 + 1}}\right| = \left|\frac{1}{\sqrt{3}}\right| = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ அலகுகள்}$$

பகுதி - III

31. தொகுப்பின் அணி வடிவம் $= \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ AX = B இங்கு

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow X = A^{-1}B$$

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com
This is only for Sample
for Full Book Order Online and Available at All Leading Bookstores

(அல்லது)

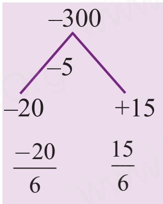
(ஆ) இது இரட்டைப்படை இரண்டாம் வகை தலைகீழ் சமன்பாடாகும். எனவே இதனை பின்வருமாறு மாற்றி எழுதலாம்.

$$6(x^2+\frac{1}{x^2}) - 5\,(x+\frac{1}{x}) - 38 = 0 \qquad ...(1)$$

பிரதியிடு $x + \frac{1}{x} = y \Rightarrow (x+\frac{1}{x})^2 = y^2$

$$\Rightarrow \quad x^2+\frac{1}{x^2}+2 = y^2$$

$$\Rightarrow \quad x^2+\frac{1}{x} = y^2-2$$



∴ (1) லிருந்து,

$$6(y^2-2) - 5y - 38 = 0$$
$$\Rightarrow 6y^2 - 12 - 5y - 38 = 0$$
$$\Rightarrow 6y^2 - 5y - 50 = 0$$
$$\Rightarrow (3y-10)(2y+5) = 0$$
$$\Rightarrow \quad y = \frac{10}{3}, \frac{-5}{2}$$

நிலை (i)

$y = \frac{+10}{3}$ எனில்,

$$x+\frac{1}{x} = \frac{+10}{3}$$
$$\frac{x^2+1}{x} = \frac{+10}{3}$$
$$\Rightarrow \quad 3x^2+3 = 10x$$
$$3x^2-10x+3 = 0$$
$$(x-3)(x-\frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow x = 3, \frac{1}{3}$$

நிலை (ii)

$y = -\frac{5}{2}$ எனில்

$$\Rightarrow \quad x+\frac{1}{x} = -\frac{5}{2}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{x^2+1}{x} = \frac{-5}{2}$$
$$\Rightarrow \quad 2x^2+2+5x = 0$$
$$\Rightarrow \quad 2x^2+5x+2 = 0$$
$$\Rightarrow \quad (x+2)(2x+1) = 0$$
$$\Rightarrow \quad x = -2, \frac{-1}{2}$$

∴ மூலங்கள் $3, \frac{1}{3}, -2, \frac{-1}{2}$.

❁ ❁ ❁ ❁ ❁

orders@surabooks.com Ph: 9600175757 / 8124201000 /8124301000
Send Your Questions & Answer Keys to our email id - padasalai.net@gmail.com