MATHEMATICS

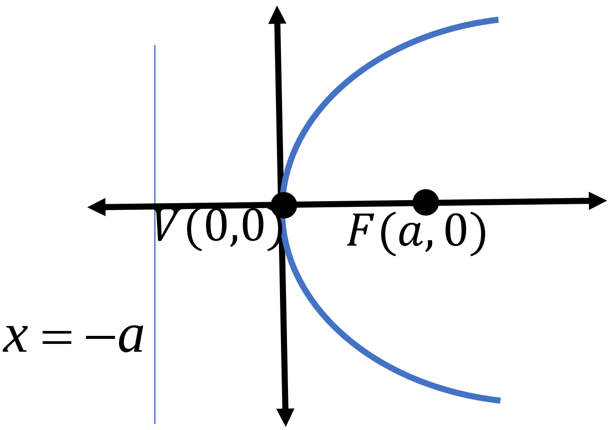
Chapter5

Two Dimensional Analytical Geometry-II

M.SEENUVASAN.M.s.c.,M.phil.,M.Ed.,
GHSS,SATHIYAMANGALAM
GINGEE.

www.Padasalai.Net
www.CBSEtips.in

$y^2 = 4ax$ $[a > 0]$



வலபக்கம் திறப்புடையது

முனை $V(0,0)$

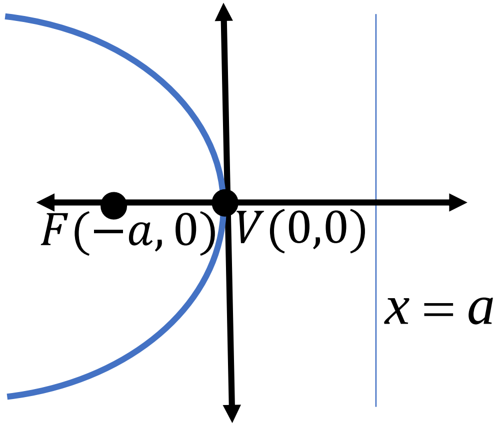
குவியம் $F(a,0)$

சமச்சீர் அச்சு: $y = 0$

இயக்கு வரையின் சமன்பாடு : $x = -a$

செவ்வகலத்தின் நீளம் : $4a$

$y^2 = -4ax$ $[a > 0]$



இடபக்கம் திறப்புடையது

முனை $V(0,0)$

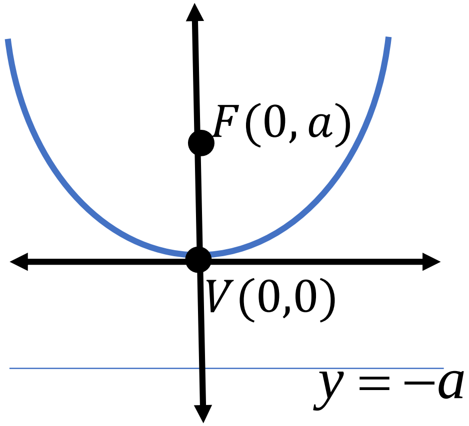
குவியம் $F(-a,0)$

சமச்சீர் அச்சு: $y = 0$

இயக்கு வரையின் சமன்பாடு : $x = a$

செவ்வகலத்தின் நீளம் : $4a$

$x^2 = 4ay$ $[a > 0]$



மேற்பக்கம் திறப்புடையது

முனை $V(0,0)$

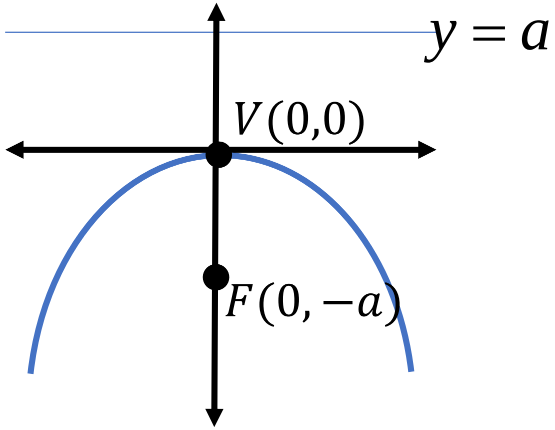
குவியம் $F(0,a)$

சமச்சீர் அச்சு: $x = 0$

இயக்கு வரையின் சமன்பாடு : $y = -a$

செவ்வகலத்தின் நீளம் : $4a$

$x^2 = -4ay$ $[a > 0]$



கீழ்ப்பக்கம் திறப்புடையது

முனை $V(0,0)$

குவியம் $F(0,-a)$

சமச்சீர் அச்சு: $x = 0$

இயக்கு வரையின் சமன்பாடு : $y = a$

செவ்வகலத்தின் நீளம் : $4a$

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

1. ஒரு பாலம் பரவளைய வளைவில் உள்ளது. மையத்தில் 10 மீ உயரமும், அடிப்பகுதியில் 30மீ அகலமும் உள்ளது. மையத்திலிருந்து இருபுறமும் 6 மீ தூரத்தில் பாலத்தின் உயரத்தைக்காண்க.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

தீர்வு

பரவளையத்தின் சமன்பாடு $x^2 = -4ay$ என்க.

$B(15,-10)$ என்ற புள்ளி பரவளையத்தின் மீதுள்ளது.

$$15^2 = -4a(-10)$$

$$\frac{225}{10} = 4a$$

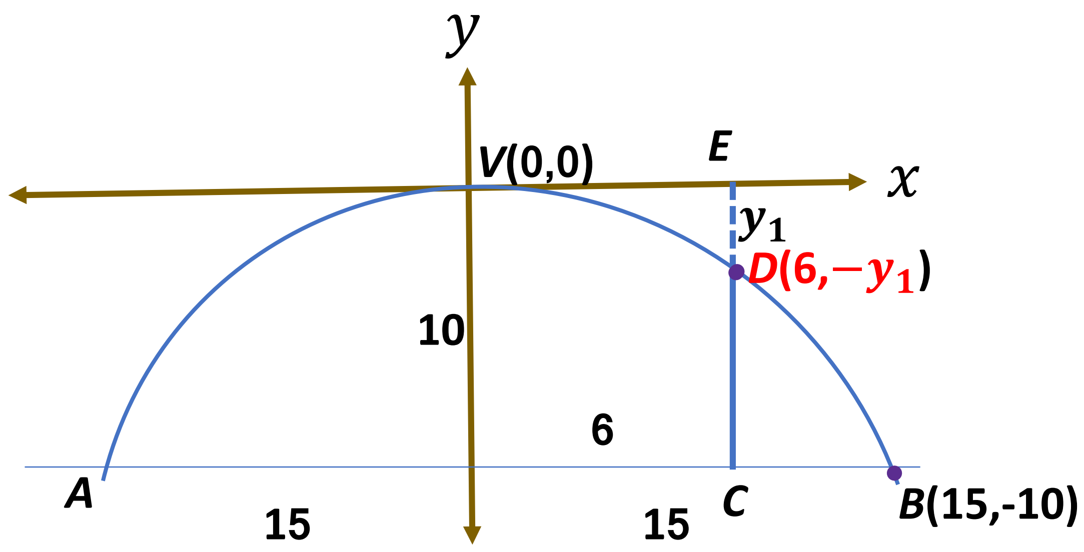
$$\therefore x^2 = \frac{-225}{10} y$$

$D(6,-y_1)$ என்ற புள்ளி பரவளையத்தின் மீதுள்ளது.

$$6^2 = \frac{-225}{10}(-y_1)$$

$$36 = \frac{225}{10} y_1$$

$$y_1 = \frac{36 \times 10}{225} = 1.6$$



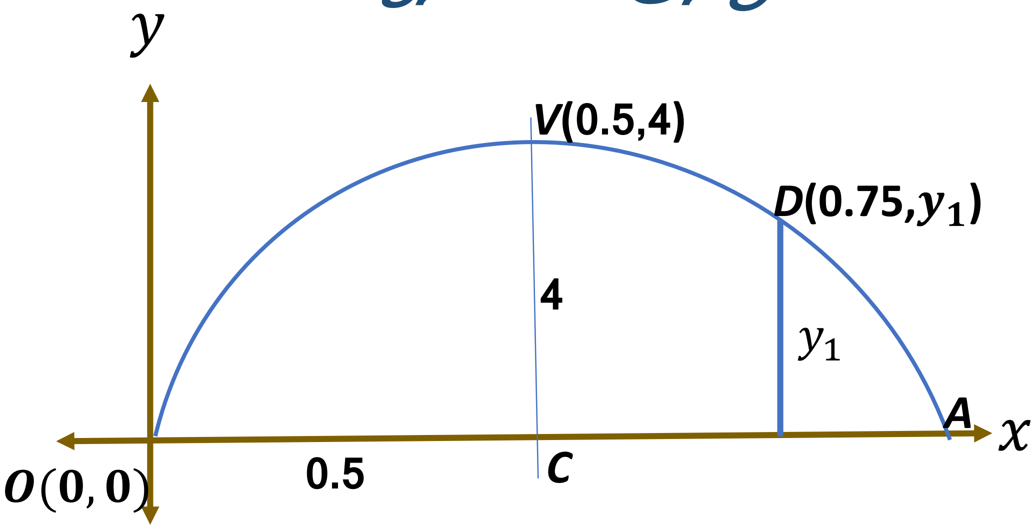
மையத்திலிருந்து 6மீ தூரத்தில் வளைவின்

உயரம் $= CE - DE = 10 - 1.6 = 8.4$ மீ

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

3. ஒரு நீரூற்றில், ஆதியிலிருந்து 0.5மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் அதிகபட்ச உயரம் 4மீ, நீரின் பாதை ஒரு பரவளையம் எனில் ஆதியிலிருந்து 0.75மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரத்தைக்காண்க

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in



தீர்வு

பரவளையம் கீழ்ப்புறம் திறப்புடையது

$$(x-h)^2 = -4a(y-k)$$

முனை $V(0.5, 4)$

$$(x-0.5)^2 = -4a(y-4)$$

இது $O(0,0)$ வழிச் செல்கிறது.

$$(0-0.5)^2 = -4a(0-4)$$

$$4a = \frac{0.25}{4}$$

$$\therefore (x-0.5)^2 = -\frac{0.25}{4}(y-4)$$

$\therefore D(0.75, y_1)$ பரவளையத்தின் மீதுள்ளது.

$$(0.75-0.5)^2 = -\frac{0.25}{4}(y_1-4)$$

$$(0.25)^2 = -\frac{0.25}{4}(y_1-4)$$

$$0.25\times 4 = -(y_1-4)$$

$$1 = -y_1+4$$

$$\Rightarrow y_1 = 3$$

தேவையான உயரம் 3மீ

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

8. தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5மீ உயரத்தில் தரைக்கு இணையாகப் பொருத்தப்பட்ட ஒரு குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர் தரையைத் தொடும் பாதை ஒரு பரவளையத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மேலும் இந்தப் பரவளையப் பாதையின் முனை குழாயின் வாயில் அமைகிறது. குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5மீ கீழே நீரின் பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் நிலை குத்துக் கோட்டிற்கு 3மீ தூரத்தில் உள்ளது. எனில் குத்துக் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்பதைக் காண்க.

தீர்வு

$$x^2 = -4ay$$

$P(3, -2.5)$ என்ற புள்ளி பரவளையத்தின் மீதுள்ளது.

$$(3)^2 = -4a(-2.5)$$

$$4a = \frac{9}{2.5}$$

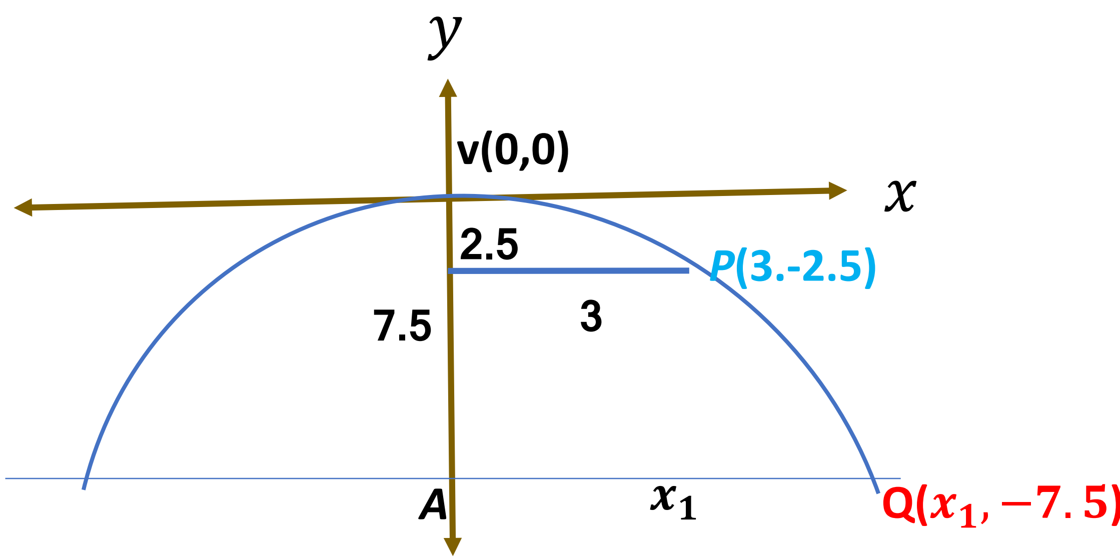
$Q(x_1, -7.5)$ பரவளையத்தின் மீதுள்ளது.

$$x_1^2 = -\left(\frac{9}{2.5}\right)(-7.5) = 9\times 3$$

$$x_1^2 = 9\times 3$$

$$x_1 = \sqrt{9\times 3}$$

$$x_1 = 3\sqrt{3}\ m$$



குத்துக் கோட்டிலிருந்து $3\sqrt{3}$ மீ தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும்

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

9. ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும்போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4மீ-ஐ எட்டும்போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத் தூரம் 6மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது. எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் காண்க.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

தீர்வு

பரவளையத்தின் சமன்பாடு $x^2 = -4ay$.

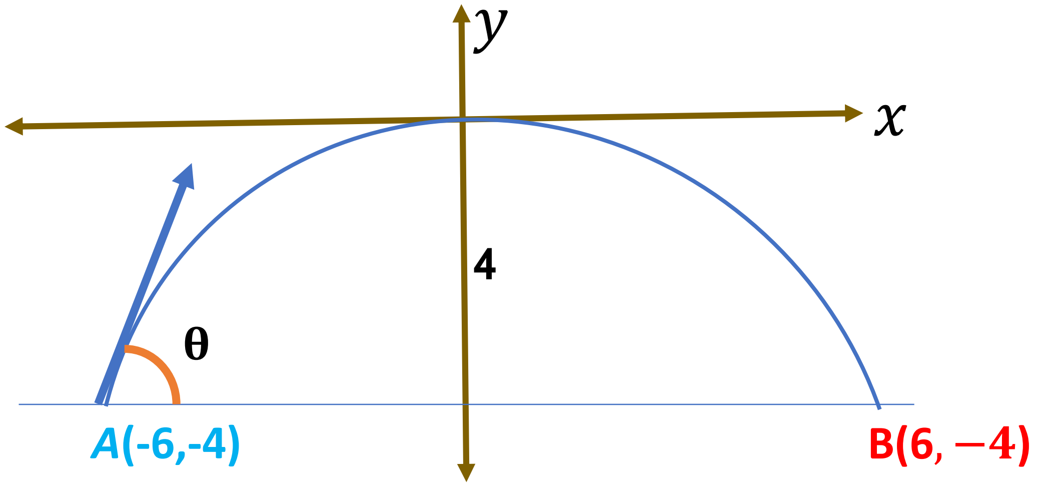
$A(-6,-4)$ என்பது எறிபுள்ளி என்க.

$$\therefore (-6)^2 = -4a(-4)$$

$$36 = 16a$$

$$a = \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore x^2 = -9y$$



எறிகோணம் காண A(-6,-4) என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டுச் சாய்வு காண வேண்டும்.

$$x^2 = -9y$$

x - ஐப் பொறுத்து வகையிட

$$2x = -9\frac{dy}{dx}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{9}$$

$$\tan\theta = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{at(-6,-4)} = \frac{-2(-6)}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\tan\theta = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$$

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

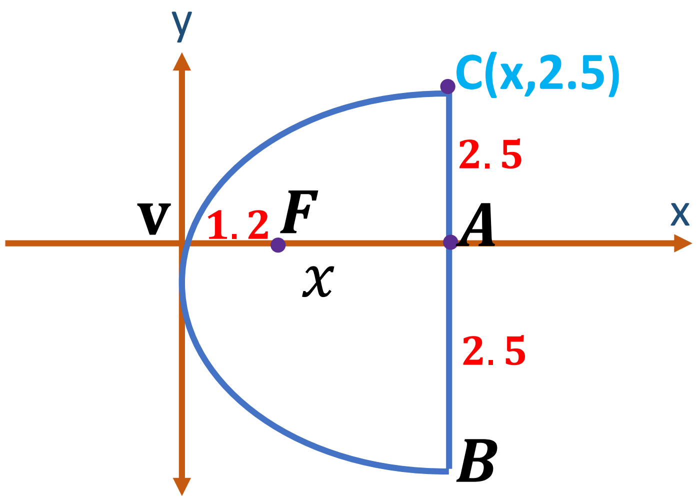
4. பொறியாளர் ஒருவர் குறுக்கு வெட்டு பரவளையமாக உள்ள ஒரு துணைக்கோள் ஏற்பியை வடிவமைக்கின்றார். ஏற்பி அதன் மேல்பக்கத்தில் 5மீ அகலமும், முனையிலிருந்து குவியம் 1.2மீ தூரத்திலும் உள்ளது.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

(a) முனையை ஆதியாகவும், x-அச்சு பரவளையத்தின் சமச்சீர் அச்சாகவும் கொண்டு ஆய அச்சுகளைப் பொருத்தி பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

(b) முனையிலிருந்து செயற்கைக்கோள் ஏற்பியின் ஆழம் காண்க.

தீர்வு:



(a) பரவளையம் வலதுபுறம் திறப்புடையது

$$y^2 = 4ax$$

குவியம் $VF = a = 1.2\,m$

$$y^2 = 4(1.2)x$$

$$y^2 = 4.8x$$

(b) $VA = x$ என்க

$C(x, 2.5)$ என்ற புள்ளி $y^2 = 4.8x$ என்ற பரவளையத்தின் மீதுள்ளது.

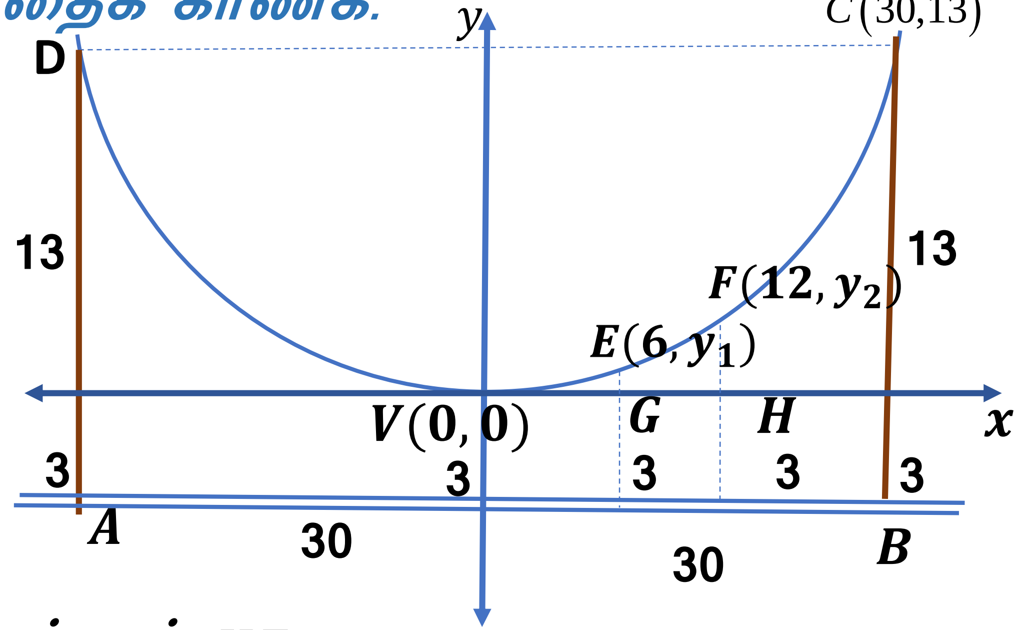
$$(2.5)^2 = 4.8x$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{6.25}{4.8} = 1.3$$

∴ செயற்கைக்கோள் ஏற்பியின் ஆழம் $VA = x = 1.3$ மீ

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

5. ஒரு தொங்கு பாலத்தின் www.Padasalai.Net 60மீ சாலைப்பகுதிக்கு www.CBSEtips.in பரவளைய கம்பி வடம் படத்தில் உள்ளவாறு பொறுத்தப்பட்டுள்ளது. செங்குத்துக் கம்பி வடங்கள் சாலைப்பகுதியில் ஒவ்வொன்றுக்கும் 6மீ இடைவெளி இருக்குமாறு அமைக்கப்பட்டுள்ளது. முனையிலிருந்து முதல் இரண்டு செங்குத்து கம்பி வடங்களுக்கான நீளத்தைக் காண்க.



தீர்வு

பரவளையத்தின் சமன்பாடு $x^2 = 4ay$

$C(30,13)$ என்ற புள்ளி வழிச்செல்கிறது.

$$30^2 = 4a \times 13$$

$$4a = \frac{30^2}{13}$$

$$\therefore \ x^2 = \frac{30^2}{13} y$$

(i) $VG = 6$ மற்றும் $GE = y_1$.

$\therefore$ $E(6, y_1)$ பரவளையத்தின் மீதுள்ளது

$$36 = \frac{30^2}{13} y_1 \quad \Rightarrow y_1 = 0.52$$

சாலையிலிருந்து கம்பி வடத்தின் நீளம் $= 3 + 0.52$ $= 3.52$ மீ

(ii) $VH = 12$ மற்றும் $HF = y_2$.

$\therefore$ $F(12, y_2)$ பரவளையத்தின் மீதுள்ளது

$$12^2 = \frac{30^2}{13} y_2 \Rightarrow y_2 = \frac{13 \times 12 \times 12}{30 \times 30} = \frac{13 \times 16}{100} = 2.08$$

சாலையிலிருந்து கம்பி வடத்தின் நீளம் $= 3 + 2.08 = 5.08$ மீ

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

Example 5.31

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

ஒரு வழிப்பாதையில் உள்ள அரை நீள்வட்ட வளைவின் உயரம் 3 மீ மற்றும் அகலம் 12 மீ. ஒரு சரக்கு வாகனத்தின் அகலம் 3 மீ மற்றும் உயரம் 2.7 மீ எனில் இந்த வாகனம் வளைவின் வழி செல்ல முடியுமா? (படம்)

A semielliptical archway over a one-way road has a height of 3m and a width of 12m. The truck has a width of 3m and a height of 2.7m. Will the truck clear the opening of the archway? (Fig)

தீர்வு

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad .....(1)$$

$a = 6$, $b = 3$

$$\frac{x^2}{6^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$$

மையத்திலிருந்து 1.5மீ தூரத்தில் வளைவின் உயரம் காண $x = 1.5 = \frac{3}{2}$ எனச்சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டு y-இன்தீர்வு காண

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$$

$$y^2 = 9\left(1-\frac{9}{144}\right)$$

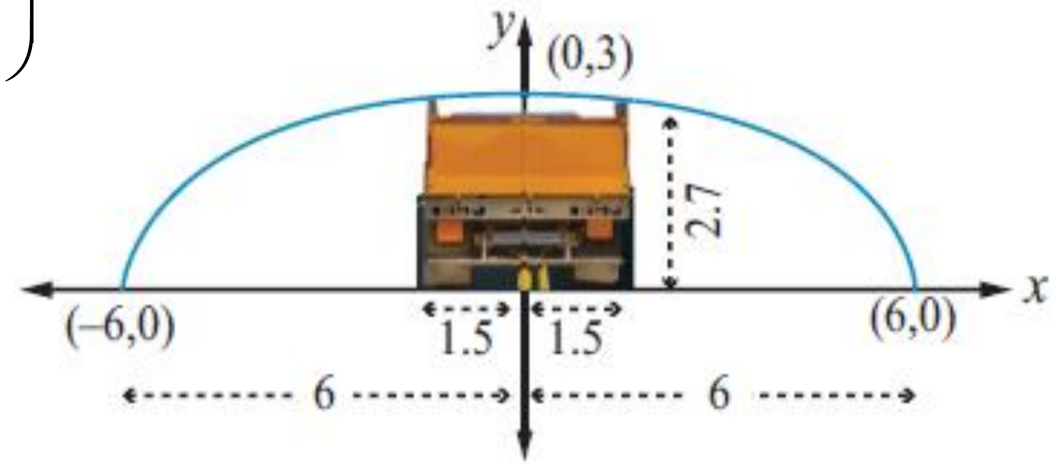
$$= 9\left(\frac{135}{144}\right)$$

$$y^2 = \frac{135}{16}$$

$$y = \frac{\sqrt{135}}{4}$$

$$= \frac{11.62}{4}$$

$$y = 2.90$$



வளைவின் உயரம் 2.90மீ, சரக்கு வாகனத்தின் உயரம் 2.7மீ என்பதால் சரக்கு வாகனம் நீள்வட்ட வளைவு வழியேச்செல்லும்.

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

2. ஒரு நான்கு வழிச்சாலைக்கான மலைவழியே செல்லும் சுரங்கப்பாதையின் முகப்பு ஒரு நீள்வட்ட வடிவமாக உள்ளது. நெடுஞ்சாலையின் மொத்த அகலம் (முகப்பு அல்ல) 16மீ. சாலையின் விளிம்பில் சுரங்கப்பாதையின் உயரம், 4மீ உயரமுள்ள சரக்கு வாகனம் செல்வதற்குத் தேவையான அளவிற்கும் முகப்பின் அதிகபட்ச உயரம் 5மீ ஆகவும் இருக்க வேண்டுமெனில் சுரங்கப்பாதையின் திறப்பின் அகலம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

தீர்வு

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

முகப்பின் அதிகபட்ச உயசம் $b = 5$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{5^2}=1$$

$D(8,4)$ நீள்வட்டத்தின் மீதுள்ளது.

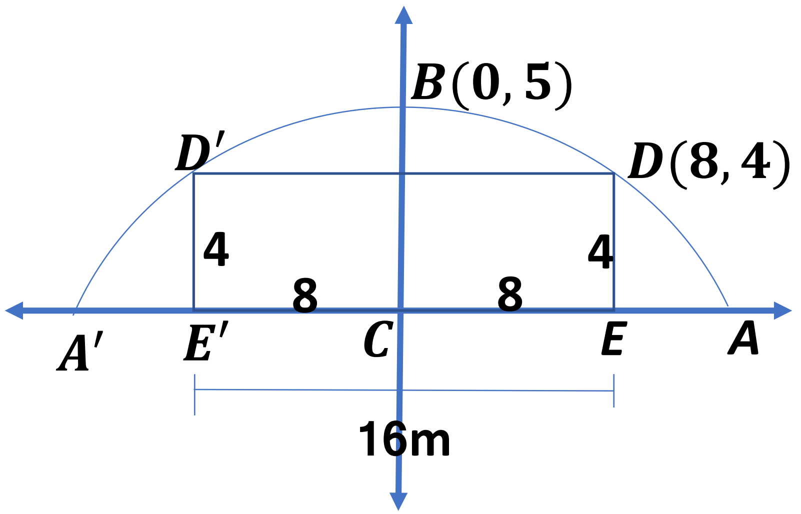
$$\frac{8^2}{a^2}+\frac{4^2}{5^2}=1$$

$$\Rightarrow \frac{64}{a^2}=1-\frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{64}{a^2}=\frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow a^2=64\times\frac{25}{9}$$

$$\Rightarrow a=\frac{40}{3}$$



அகலம் $AA' = 2a = \frac{80}{3} = 26.66\ m$

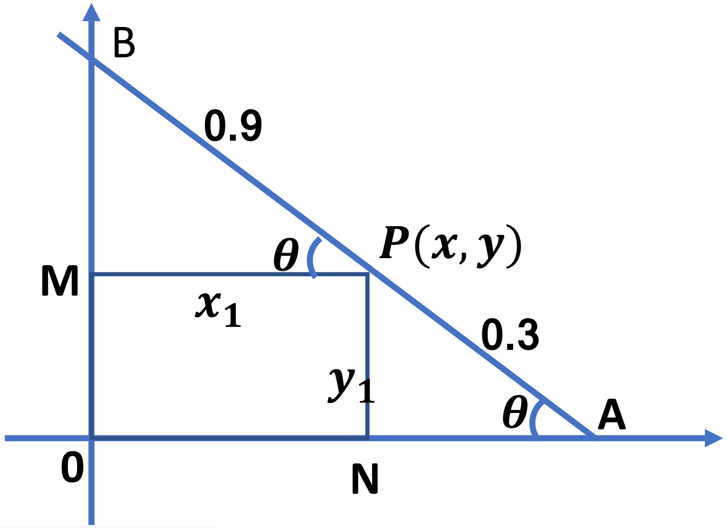
முகப்பின் அகலம் 26.22 மீ

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

7. 1.2 மீ நீளமுள்ளதடி அதன் முனைகள் எப்போதும் ஆய அச்சுகளைத் தொட்டுச் செல்லுமாறு நகருகின்றது. தடியின் x -அச்சு முனையிலிருந்து 0.3மீ தூரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி P-ன் நியமப்பாதை ஒரு நீள்வட்டம் என நிறுவுக, மேலும் அதன் மையத்தொலைத்தகவும் காண்க.

தீர்வு



ΔANP - ல்

$$\sin\theta = \frac{\text{எ.ப}}{\text{க}} = \frac{y_1}{0.3}$$

ΔPMB - ல்

$$\cos\theta = \frac{\text{அ.ப}}{\text{க}} = \frac{x_1}{0.9}$$

$P(x_1, y_1)$ - யின் நியமப் பாதை

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$\left(\frac{x_1}{0.9}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{0.3}\right)^2 = 1$$

$$\frac{x_1^2}{0.81} + \frac{y_1^2}{0.9} = 1$$

$$a^2 = 0.81 \quad b^2 = 0.9$$

மையத்தொலைத்தகவு $e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$

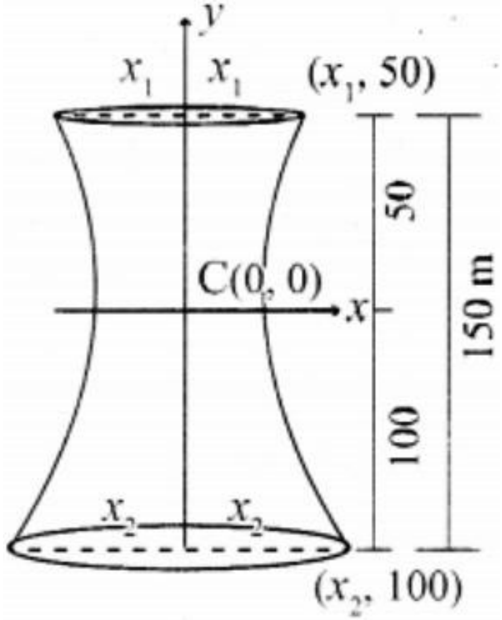
$$e = \sqrt{\frac{0.81 - 0.09}{0.81}} = \sqrt{\frac{0.72}{0.81}} = \sqrt{\frac{8}{9}}$$

$$e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

6. ஒரு அணு உலை குளிரூட்டும் தூணின் குறுக்கு வெட்டு அதிபரவளைய வடிவில் உள்ளது. மேலும் அதன் சமன்பாடு $\frac{x^2}{30^2}-\frac{y^2}{44^2}=1$. தூண் 150மீ உயரமுடையது. மேலும் அதிபரவளையத்தின் மையத்திலிருந்து தூணின் மேல்பகுதிக்கான தூரம் மையத்திலிருந்து அடிப்பகுதிக்கு உள்ள தூரத்தில் பாதியாக உள்ளது. தூணின் மேற்பகுதி மற்றும் அடிப்பகுதியின் விட்டங்களைக் காண்க.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in



தீர்வு

$$\frac{x^2}{30^2}-\frac{y^2}{44^2}=1 \quad ....(1)$$

Substituet $(x_1, 50)$ in (1)

$$\frac{x_1^{\ 2}}{30^2}-\frac{50^2}{44^2}=1$$

$$x_1=\frac{30}{44}\sqrt{44^2+50^2}$$

$$x_1=45.41m$$

diameter $2x_1 = 2(45.41)$

$= 90.82m$

Sub $(x_2, -100)$ in (1)

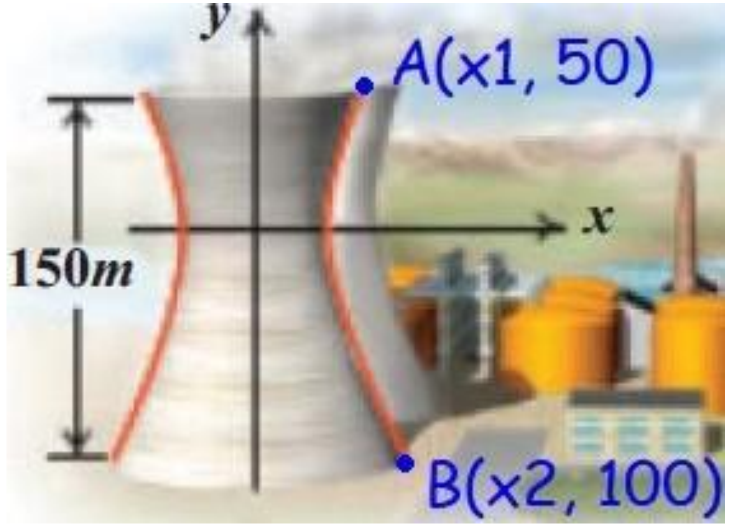
$$\frac{x_2^{\ 2}}{30^2}-\frac{100^2}{44^2}=1$$

$$x_2=\frac{30}{44}\sqrt{44^2+100^2}$$

$$x_2=74.49m$$

diameter $2x_2 = 2(74.49)$

$= 148.98m$



Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

10. A , B என்ற இரு புள்ளிகள் 10கி.மீ இடைவெளியில் உள்ளன. இந்தப் புள்ளிகளில் வெவ்வேறு நேரங்களில் கேட்கப்பட்ட வெடிச்சத்தத்திலிருந்து வெடிச்சத்தம் உண்டான இடம் A என்ற புள்ளி B என்ற புள்ளியைவிட 6 கி.மீ அருகாமையில் உள்ளது என நிர்ணயிக்கப்பட்டது. வெடிச்சத்தம் உண்டான இடம் ஒரு குறிப்பிட்ட வளைவரைக்கு உட்பட்டது என நிரூபித்து அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க

தீர்வு

$$BP \sim AP = 2a = 6$$

$$a = 3$$

$$AB = 2ae$$

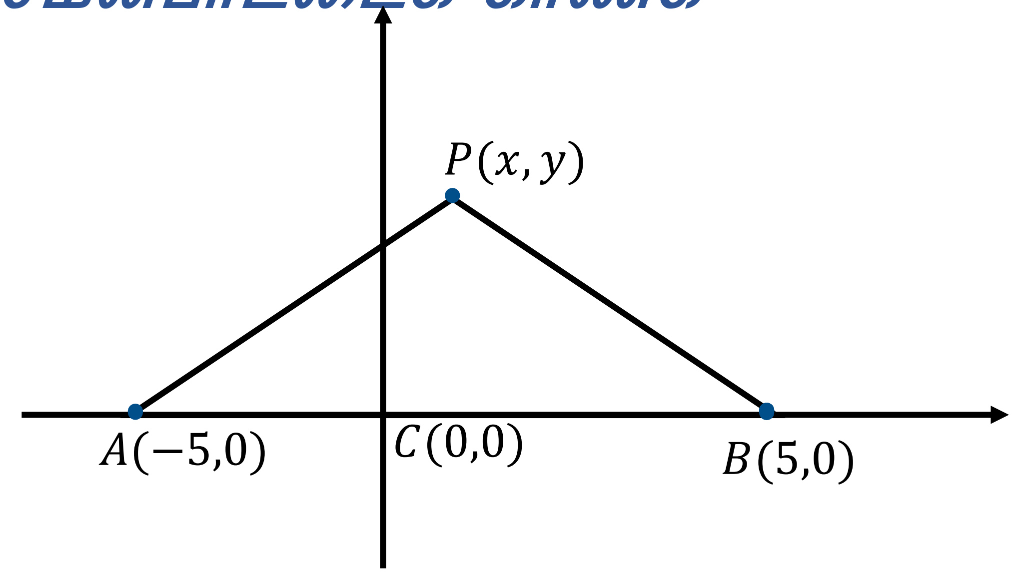
$$\therefore 2ae = 10$$

$$ae = 5$$

$$b^2 = a^2e^2 - a^2$$

$$b^2 = 25 - 9$$

$$b^2 = 16$$



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

∴ தேவையான சமன்பாடு $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

இரு கடலோர காவல்படைத் தளங்கள் 600 கி.மீ. தொலைவில் A(0,0) மற்றும் B(0,600) என்ற புள்ளிகளில் அமைந்துள்ளன. P என்ற புள்ளியில் உள்ள கப்பலிலிருந்து ஆபத்திற்கான சமிக்ஞைகள் இரு தளங்களிலும் சிறிதளவு மாறுபட்ட நேரங்களில் பெறப்படுகின்றன. அவற்றிலிருந்து கப்பல், தளம் B யை விட தளம் A -க்கு 200 கி.மீ. அதிக தூரத்தில் உள்ளதாக தீர்மானிக்கப்படுகின்றது. எனவே அந்தக் கப்பல் இருக்கும் இடம் வழியாகச் செல்லும் அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க

தீர்வு

$$AP \sim BP = 2a = 200$$

$$\Rightarrow a = 100$$

$$\Rightarrow a^2 = 10000$$

$$AB = 2ae = 600$$

$$\Rightarrow ae = 300$$

$$b^2 = a^2e^2 - a^2$$

$$\Rightarrow b^2 = 90000 - 10000$$

$$\Rightarrow b^2 = 80000$$

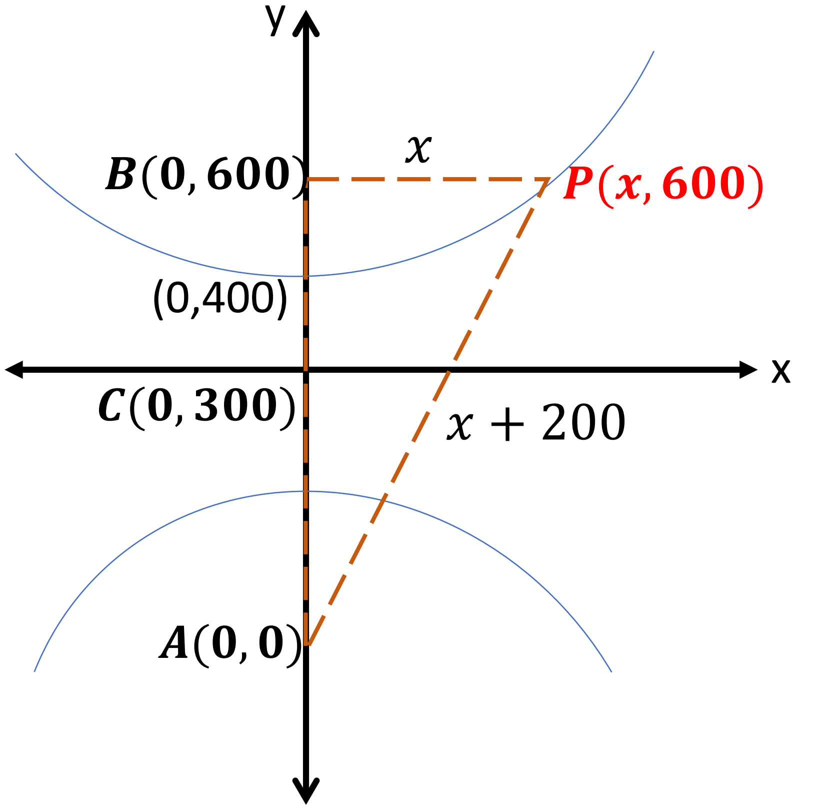
Equation of the hyperbola is

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

Centre $C(0,300)$

$$\frac{(y-300)^2}{a^2} - \frac{(x-0)^2}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(y-300)^2}{10000} - \frac{x^2}{80000} = 1$$



www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

அத்தியாயம்
7

வகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

M.SEENUVASAN.M.Sc.,M.Phil.,M.Ed.,
GHSS,SATHIYAMANGALAM,
GINGEE T.K,
VILLUPURAM D.T.

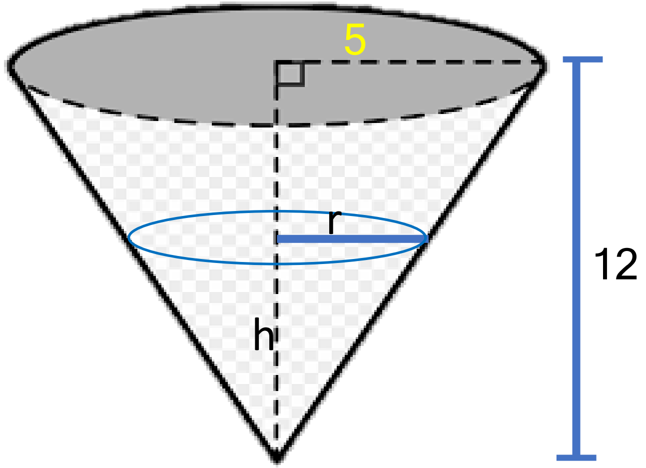
Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

8. தலைகீழாக வைக்கப்பட்ட ஒரு நேர்வட்ட கூம்பின் வடிவில் உள்ள ஒரு நீர்நிலைத் தொட்டியின் ஆழம் 12 மீட்டர் மற்றும் மேலுள்ள வட்டத்தின் ஆரம் 5 மீட்டர் என்க . நிமிடத்திற்கு 10 கன மீட்டர் வேகத்தில் நீர் பாய்ச்சப்படுகிறது எனில், 8 மீட்டர் ஆழத்தில் நீர் இருக்கும் போது நீரின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வேகம் என்ன ?

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது : $\frac{r}{h} = \frac{5}{12} \Rightarrow r = \frac{5}{12}h$



நிரூபிக்கப்படவேண்டியது

$\frac{dV}{dt} = 10,\ h = 8$ எனும் போது $\frac{dh}{dt}$ காண வேண்டும்.

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{5}{12}h\right)^2 h$$

$$V = \frac{25\pi}{3\times144}h^3$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{25\pi}{3\times144}3h^2\frac{dh}{dt}$$

$$10 = \frac{25\pi}{144}\times8^2\times\frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{10\times144}{25\pi\times64}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{9}{10\pi}\text{ மீ/நிமிடம்}$$

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

எ.கா 7.9 கொணரிப்பட்டையிலிருந்து நிமிடத்திற்கு 30 கன மீட்டர் வீதத்தில் கொட்டப்படும் உப்பு வட்ட வடிவ அடிமானம் கொண்ட கூம்பு வடிவம் பெறுகிறது. மேலும் கூம்பின் உயரமும் அடிமானத்தின் விட்டமும் சமமாக உள்ளது. 10 மீட்டர் உயரம் எனும்போது கூம்பின் உயரம் எவ்வேகத்தில் அதிகரிக்கும்?

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது : $h = 2r \quad \Rightarrow r = \frac{h}{2}$

நிரூபிக்கப்படவேண்டியது

$\frac{dV}{dt} = 30,\ h = 10$ எனும் போது $\frac{dh}{dt}$ காண வேண்டும்.

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^2 h$$

$$V = \frac{1}{12}\pi h^3$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{12}\pi \times 3h^2 \frac{dh}{dt}$$

$$30 = \frac{1}{4}\pi \times 10^2 \times \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = 4 \times 30 \times \frac{1}{100\pi} = \frac{6}{5\pi}$$ மீ/நிமிடம்

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

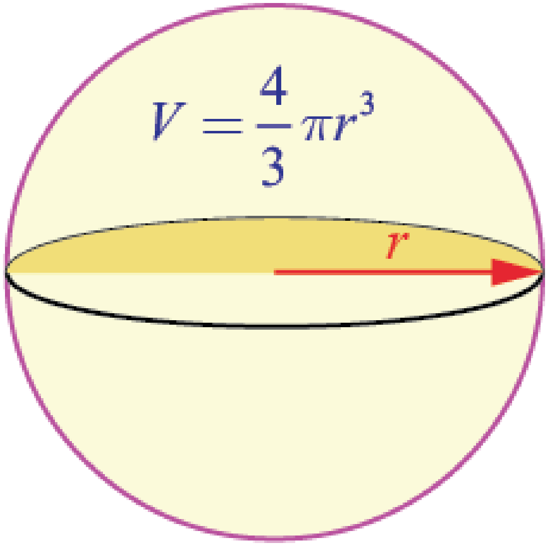
எ.கா 7.7 கோள வடிவில் உள்ள ஒரு ஊதுபையில் காற்றினை வினாடிக்கு 1000 செமீ^{3} எனும் வீதத்தில் நாம் ஊதினால் ஆரம் 7 செமீ எனும்போது ஊதுபையின் ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம் என்ன ? மேலும் மேற்பரப்பு மாறுபாட்டு வீதத்தையும் கணக்கிடுக.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

Solution

Given: $\frac{dV}{dt} = 1000$

To prove: *we need to find* $\frac{dr}{dt}$ *when r = 7 .*



The volume of the baloon of radius *r* is

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi \times 3r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$1000 = 4\pi \times 7^2 \times \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1000}{4\pi \times 49}$$

∴ The rate of change of radius is $\frac{dr}{dt} = \frac{250}{49\pi}$ cm/sec.

The surface area S of the baloon is

$$S = 4\pi r^2$$

$$S = 4\pi \times 2r \frac{dr}{dt}$$

$$S = 8\pi \times 7 \times \frac{250}{49\pi}$$

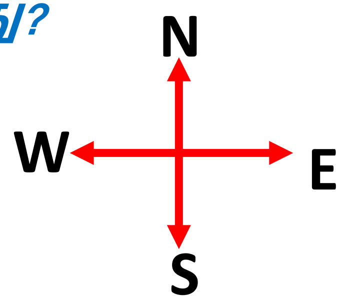
∴The rate of change of surface area is $S = \frac{2000}{7}$ cm²/sec.

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

Example 7.10 (Two variable related rate problem) (இருமாறி சார்ந்த வீதக் கணக்கு)

வடக்கிலிருந்து தெற்கே செல்லும் பாதையும் கிழக்கிலிருந்து மேற்கே செல்லும் பாதையும் P எனும் புள்ளியில் வெட்டுகிறது. வடக்கு நோக்கிச் செல்லும் மகிழுந்து A முதல் பாதை வழியாகச் செல்கிறது. கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் மகிழுந்து B இரண்டாவது பாதை வழியாகச் செல்கிறது. குறிப்பிட்ட நேரத்தில் மகிழுந்து A ஆனது P -க்கு வடக்கே 10 கிலோமீட்டர்கள் தொலைவில் மணிக்கு 80 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. அதே சமயத்தில் மகிழுந்து B ஆனது P -க்கு கிழக்கே 15 கி.மீ தொலைவில் மணிக்கு 100 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. இரு மகிழுந்துகளுக்கிடையே உள்ள தூரம் எவ்வேகத்தில் மாறுகிறது?



Solution

Let a (t) be the distance of car A north of P at time t, and b (t) the distance of car B east of P at time t, and let c(t) be the distance from car A to car B at time t.

$$c(t)^2 = a(t)^2 + b(t)^2$$

$$2c(t)c'(t) = 2a(t)a'(t) + 2b(t)b'(t)$$

$$c(t)c'(t) = a(t)a'(t) + b(t)b'(t)$$

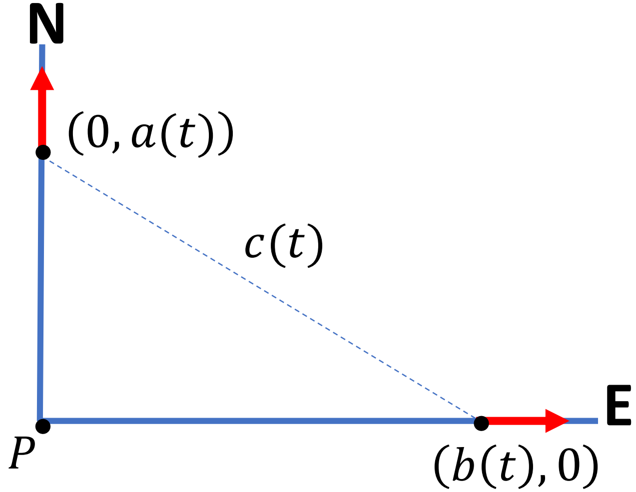
$$c' = \frac{aa' + bb'}{c}$$

$$c' = \frac{aa' + bb'}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$c' = \frac{(10\times 80) + (15\times 100)}{\sqrt{10^2 + 15^2}}$$

$$c' = \frac{2300}{\sqrt{325}} = \frac{5\times 460}{5\sqrt{13}}$$

$$c' = \frac{460}{\sqrt{13}} \approx 127.6$$



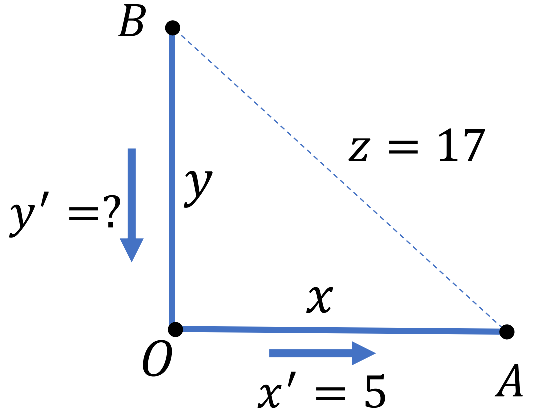
Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

9. 17 மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு ஏணி செங்குத்தான சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து விலகிச் செல்லும் வீதம் வினாடிக்கு 5 மீட்டர் எனில் ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து 8 மீட்டர் தொலைவில் இருக்கும் போது,

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

(i) அதன் உச்சி என்ன வீதத்தில் கீழ்நோக்கி இறங்கும் என்பதைக் காண்க.

(ii) எந்த வீதத்தில், ஏணி, சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவற்றால் உருவாகும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மாறுகிறது?



கொடுக்கப்பட்டுள்ளது : $x = 8, z = 17 \Rightarrow x^2 + y^2 = 17^2 \Rightarrow y = \sqrt{289 - 64}$

$\Rightarrow y = \sqrt{225} = 15$

நிருபிக்கப்படவேண்டியது :

$\frac{dx}{dt} = 5,\ x = 8, y = 15$ எனும் போது $\frac{dy}{dt}$ காண வேண்டும்.

(i)

$$x^2 + y^2 = 17^2$$

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{x}{y}\frac{dx}{dt}$$

$$\therefore \frac{dy}{dt} = -\frac{8}{15}(5) = \frac{-8}{3}$$ மீ/வினாடி

(ii) பரப்பளவு $A = \frac{1}{2}xy$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}\left(x\frac{dy}{dt} + y\frac{dx}{dt}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[8\left(\frac{-8}{3}\right) + 15(5)\right]$$

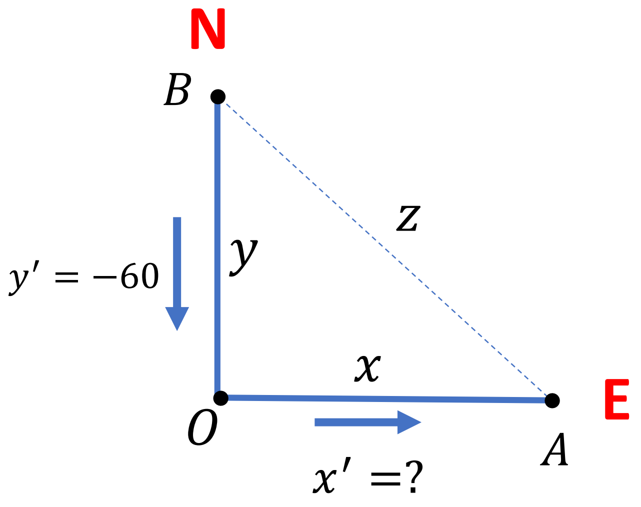
$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{6}[-64 + 225] = \frac{161}{6} = 26.83$$ மீ^{2}/வினாடி

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

10. வட திசையிலிருந்து ஒரு செங்கோண சந்திப்பை அணுகும் ஒரு காவல்துறை வாகனம் வேகமாகச் சென்று திரும்பி கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் ஒரு மகிழுந்தை துரத்துகிறது. சாலை சந்திப்பின் வடக்கே 0.6 கி.மீ தொலைவில் காவல்துறையின் வாகனமும் கிழக்கே 0.8 கி.மீ தொலைவில் மகிழுந்தும் உள்ள பொழுது, மின்காந்த அலைக் கருவியின் துணைகொண்டு காவல்துறை தங்களது வாகனத்திற்கும் மகிழுந்துக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் மணிக்கு 20 கி.மீ வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது எனத் தீர்மானிக்கின்றனர். காவல்துறை வாகனம் மணிக்கு 60 கி.மீ வேகத்தில் நகர்கிறது எனில் மகிழுந்தின் வேகம் என்ன ? MAR2020

தீர்வு



கொடுக்கப்பட்டுள்ளது : $\frac{dy}{dt} = -60,\ \frac{dz}{dt} = 20,\ x = 0.8,\ y = 0.6 \Rightarrow x^2 + y^2 = z^2$

$\Rightarrow z = \sqrt{0.64 + 0.36}$

$\Rightarrow z = 1$

நிருபிக்கப்படவேண்டியது:

$x = 0.8, y = 0.6, z = 1$ எனும்போது $\frac{dx}{dt}$ காண வேண்டும்.

$$z^2 = x^2 + y^2$$

$$2z\frac{dz}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt}$$

$$z\frac{dz}{dt} = x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt}$$

$$(1)(20) = (0.8)\frac{dx}{dt} + (0.6)(-60)$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{20+36}{0.8} = \frac{560}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 70$$ கி.மீ/மணி

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

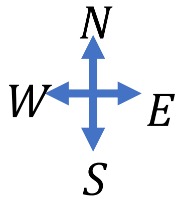
www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

ஒரு சிற்றுந்து A ஆனது மணிக்கு 50 கி.மீ வேகத்தில் மேற்கிலிருந்து கிழக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. மற்றொரு சிற்றுந்து B ஆனது மணிக்கு 60 கி.மீ. வேகத்தில் வடக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. இவை இரண்டும் சாலைகள் சந்திக்கும் இடத்தை நோக்கிச் செல்கின்றன. சாலைகள் சந்திக்கும் முனையிலிருந்து சிற்றுந்து A ஆனது 0.3 கி.மீ தூரத்திலும் சிற்றுந்து B ஆனது 0.4 கி.மீ தூரத்திலும் இருக்கும் போது ஒன்றை ஒன்று நெருங்கும் வேக வீதத்தைக் கணக்கிடுக. SEP 2020

தீர்வு

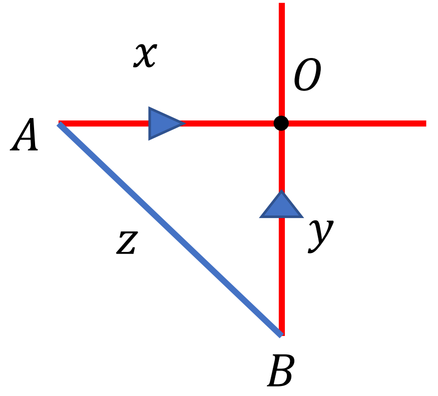
கொடுக்கப்பட்டுள்ளது : $x = 0.3, y = 0.4 \Rightarrow x^2 + y^2 = z^2 \Rightarrow z = \sqrt{0.09 + 0.16}$

$$\Rightarrow z = \sqrt{0.25} = 0.5$$



நிரூபிக்கப்படவேண்டியது:

$\frac{dx}{dt} = -50, \frac{dy}{dt} = -60$ எனும்போது $\frac{dz}{dt}$ காண வேண்டும்.



$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 2z\frac{dz}{dt}$$

$$x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt} = z\frac{dz}{dt}$$

$$(0.3)(-50) + (0.4)(-60) = (0.5)\frac{dz}{dt}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{-15 - 24}{0.5}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{-39}{0.5} = -78 \text{ Km/hr}$$

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

(First Derivative Test)

Let $(c, f(c))$ be a critical point of function $f(x)$ that is continuous on an open interval I containing c. If $f(x)$ is differentiable on the interval, except possibly at c, then $f(c)$ can be classified as follows:

(i) If $f'(x)$ changes from negative to positive at c, then $f(x)$ has a local minimum $f(c)$.

(ii) If $f'(x)$ changes from positive to negative at c, then $f(x)$ has a local maximum $f(c)$.

(iii) If $f'(x)$ is positive on both sides of c or negative on both sides of c, then $f(c)$ is neither a local minimum nor a local maximum.

(The Second Derivative Test)

Suppose that c is a critical point at which $f'(c) = 0$, that $f'(x)$ exists in a neighborhood of c, and that $f''(c)$ exists. Then

(1) f has a relative maximum value at c if $f''(c) < 0$ and

(2) f has a relative minimum value at c if $f''(c) > 0$.

(3) If $f''(c) = 0$, the test is not informative.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

(முதல் வகைக்கெழு சோதனை)

$f(x)$ என்ற தொடர்ச்சியான சார்பிற்கு c -ஐ உள்ளடக்கிய திறந்த இடைவெளி I -யில் $(c, f(c))$ என்பது நிலைப்புள்ளி என்க . $f(x)$ ஆனது c –ஐத் தவிர்த்த இடைவெளியில் வகையிடத்தக்கது எனில் $f(c)$ -ஐ கீழ்க்காணுமாறு வகைப்படுத்தலாம்:

(i) $f'(x)$ ஆனது c -ல் குறையிலிருந்து மிகைக்கு மாறினால் , $f(x)$ -க்கு $f(c)$ என்பது இடம் சார்ந்த சிறுமம் ஆகும்.

(ii) $f'(x)$ ஆனது c -ன் மிகையிலிருந்து குறைக்கு மாறினால் , $f(x)$ -க்கு $f(c)$ என்பது இடம் சார்ந்த பெருமம் ஆகும்.

(iii) $f'(x)$ -ன் குறியானது c -ன் இருபுறமும் மிகையாகவோ அல்லது c -ன் இருபுறமும் குறையாகவோ இருந்தால் , $f(c)$ என்பது இடம் சார்ந்த சிறுமமும் இல்லை இடம் சார்ந்த பெருமமும் இல்லை எனலாம்

(இரண்டாம் வகைக்கெழு சோதனை)

c எனும் நிலைப்புள்ளியில் $f'(c) = 0$, எனவும், c -ன் அண்மையில் $f'(x)$ காணத்தக்கது எனவும், மேலும் $f''(c)$ காணத்தக்கது எனவும் கொண்டால்

(1) $f''(c) < 0$ எனில் c -யில் f ஆனது இடஞ்சார்ந்த பெருமத்தை அடையும்

(2) $f''(c) > 0$ எனில் c -யில் f ஆனது இடஞ்சர்ந்த சிறுமத்தை அடையும்.

(3) $f''(c) = 0$ எனில், இந்த சோதனையில் இடஞ்சார்ந்த அறுதி மதிப்புகளைப் பற்றிய தகவல் இல்லை.

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

எ.கா7.62 நம்மிடம் 12 அலகு பக்க அளவுடைய மெல்லிய சதுர தகடு உள்ளது மற்றும் வெளிப்புறத்தின் மூலைகளிலிருந்து சிறிய சதுரங்களை வெட்டி பக்கங்களை மடிப்பதன் மூலம் திறந்த பெட்டியை உருவாக்க விரும்புகிறோம். கேள்வி என்னவென்றால், எந்த வெட்டு அதிகபட்ச கன அளவை உருவாக்கும்?

தீர்வு

திறந்த பெட்டியின் உயரம் x மற்றும் அடிப்பக்க நீளம் (12 - 2x) என்க.

பெருமமாக்குக $V = l \times b \times h$

$$V = (12-2x)^2 \times x \ , x \in (0,6).$$

$$V'(x) = (12-2x)^2(1) + x2(12-2x)(-2)$$

$$V'(x) = (12-2x)^2 - 4x(12-2x)$$

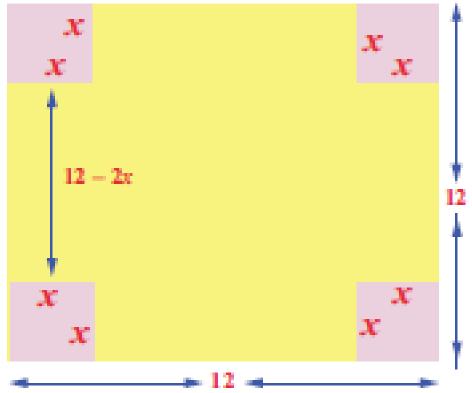
$$V'(x) = (12-2x)(12-6x).$$

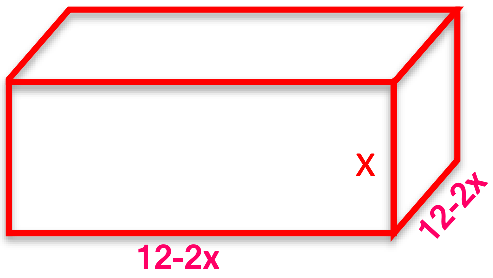
By 1st Derivative Test

$$V'(x) = 0 \Rightarrow x = 2, 6 \qquad 6 \notin (0,6),$$

$x = 2$ தேக்க நிலை எண்

இடைவெளி	(0,2)	(2,6)
$V'(x)$ – ன் குறி	$f'(x) > 0$ +ve	$f'(x) < 0$ -ve





எனவே x = 2 -ல் V ஆனது இடஞ்சார்ந்த பெரும மதிப்பினை அடையும்

பெரும மதிப்பு $V(2) = 128$

எனவே பெரும கன அளவிற்கு 2 அலகுகள் வெட்ட வேண்டும்.

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

பரப்பளவு 196 சதுர அலகுகள் கொண்ட ஒரு சதுர தகட்டினை அதன் ஒவ்வொரு மூலையிலும் சமமான சிறு சதுரங்களை நீக்கி, மடித்து ஒரு பெட்டியாக மாற்றப்படுகிறது. பெட்டியின் கன அளவு உச்சமாக இருக்க வேண்டுமாயின் வெட்டி நீக்கப்பட்ட சதுரத்தின் பக்கத்தின் அளவு $\frac{7}{3}$ என நிரூபிக்க. **MAR2020**

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

தீர்வு

திறந்த பெட்டியின் உயரம் x மற்றும் அடிப்பக்க நீளம் (14-2x) என்க.

பெருமமாக்குக

$$V(x)=(14-2x)^2\times x,\quad V''(x)<0.$$

$$V'(x)=(14-2x)^2(1)+x2(14-2x)(-2)$$

$$V'(x)=(14-2x)^2-4x(14-2x)$$

$$V'(x)=(14-2x)(14-6x)$$

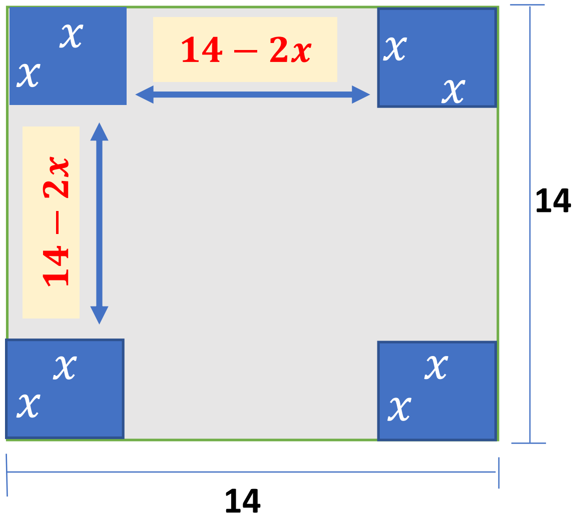
By 2^{nd} Derivative Test

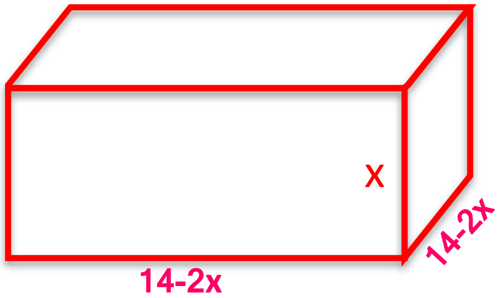
$$V'(x)=0$$

$$\Rightarrow (14-2x)(14-6x)=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{7}{3}\ or\ 7$$

$x=\frac{7}{3}$, எனில் $V''(x)<0.$





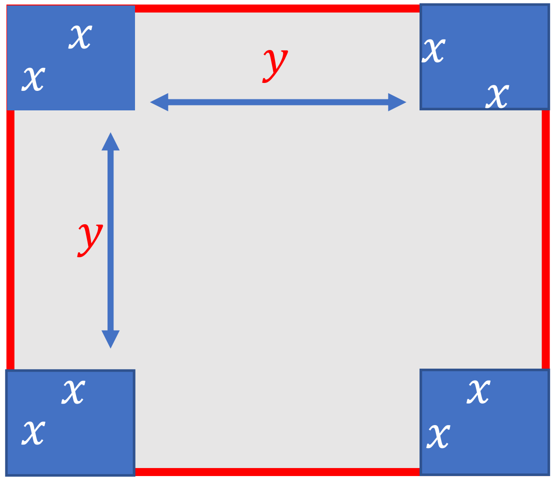
$x=\frac{7}{3}$-ல் V ஆனது இடஞ்சார்ந்த பெரும மதிப்பினை அடையும்

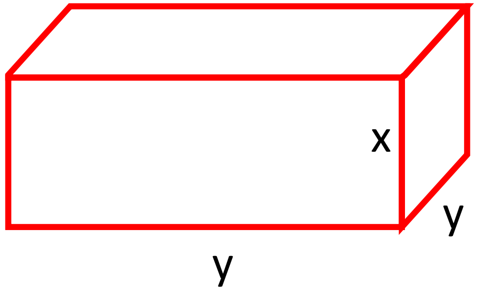
எனவே பெரும கன அளவிற்கு $\frac{7}{3}$ அலகுகள் வெட்ட வேண்டும்.

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

10. ஒரு உற்பத்தியாளர் ஒரு சதுர அடித்தளத்தையும் 108 சதுர செ.மீ வெளிப்புறப் பரப்பையும் கொண்ட திறந்த பெட்டியை வடிவமைக்க விரும்புகிறார். அதிகபட்ச கன அளவிற்கான பெட்டியின் பரிமாணங்களைக் காண்க.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in





தீர்வு

திறந்த பெட்டியின் உயரம் x மற்றும் அடிப்பக்க நீளம் y என்க

வெளிப்புறப் பரப்பு $\therefore\ y^2 + 4xy = 108$

பெருமமாக்குக $V = y \times y \times x$

$$V(y) = y^2\left(\frac{108 - y^2}{4y}\right)$$

$$V(y) = \frac{y}{4}\left(108 - y^2\right)$$

$$V(y) = 27y - \frac{y^3}{4}$$

$$V'(y) = 27(1) - \frac{3y^2}{4}$$

$$V'(y) = 0 \Rightarrow 27 - \frac{3}{4}y^2 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 = 36$$

$\Rightarrow y = 6,\ y$ குறை எண்ணாகாது

$$V''(y) = -\frac{3}{4}(2y) = -\frac{3y}{2}$$

By 2^{nd} Derivative Test

$y = 6$ எனில் $V''(y) < 0$

$y = 6$ எனும்போது கன அளவு பெரும மதிப்பைப் பெறும்

நீளம் 6 செ.மீ உயரம் 3 செ.மீ

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

8. கொடுக்கப்பட்ட சுற்றளவுள்ள செவ்வகங்களுள், சதுரம் மட்டுமே பெரும பரப்பைக் கொண்டிருக்கும் என நிறுவுக.

தீர்வு

பரிமாணங்கள் x, y என்க.

சுற்றளவு $P = 2x + 2y = 2(x+y)$

பெருமமாக்குக

பரப்பளவு $A = xy$

$$A(x) = x\left(\frac{P}{2} - x\right)$$ என்க.

$$A(x) = \frac{P}{2}x - x^2$$

$$A'(x) = \frac{P}{2}(1) - 2x$$

$$A''(x) = -2$$

By 2nd Derivative Test

$$A'(x) = 0 \Rightarrow \frac{P}{2} - 2x = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{P}{4}$$

$x = \frac{P}{4}$ எனில் $A''(x) < 0$

$\Rightarrow x = \frac{P}{4}$ எனும்போது பரப்பளவு பெருமமாகும்.

$x = \frac{P}{4}$ எனில் $y = \frac{P}{4}$

எனவே இது ஒரு சதுரம் ஆகும்.

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

எ.கா 7.65 கொடுக்கப்பட்ட பரப்புடைய செவ்வகங்களுள் சதுரம் மட்டுமே குறைந்த சுற்றளவைக் கொண்டு இருக்கும் என நிறுவுக.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

தீர்வு

பரிமாணங்கள் x, y என்க.

பரப்பளவு $xy = k$

சிறுமமாக்குக

$$P = 2x + 2y = 2(x + y)$$

$$P(x) = 2\left(x + \frac{k}{x}\right)$$ என்க.

$$P'(x) = 2\left(1 - \frac{k}{x^2}\right)$$

$$P''(x) = 2\left(0 + \frac{2k}{x^3}\right) = \frac{4k}{x^3}$$

By 2^{nd} Derivative Test

$$P'(x) = 0 \Rightarrow 2\left(1 - \frac{k}{x^2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{k}$$

$x = \sqrt{k}$ என்பது ஒரு நிலை எண் ஆகும்.

$x = \sqrt{k}$ எனில் $P''(x) > 0$

$\Rightarrow x = \sqrt{k}$ எனும்போது சுற்றளவு சிறுமமாகும்.

$x = \sqrt{k}$ எனில் $y = \frac{k}{\sqrt{k}} = \sqrt{k}$

எனவே இது ஒரு சதுரம் ஆகும்.

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

6. ஒரு விவசாயி ஒரு நதியை ஒட்டிய செவ்வக மேய்ச்சல் நிலத்திற்கு வேலி அமைக்க திட்டமிட்டுள்ளார் . மந்தைகளுக்கு போதுமான புல் வழங்க மேய்ச்சல் நிலம் 1,80,000 சதுர மீட்டர் பரப்பளவு இருக்க வேண்டும். ஆற்றின் குறுக்கே வேலி அமைக்கத் தேவையில்லை. வேலி அமைக்கத் தேவையான குறைந்தபட்ச வேலிக் கம்பியின் நீளம் என்ன?

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

தீர்வு

பரிமாணங்கள் x, y என்க.

$$xy = 180,000$$

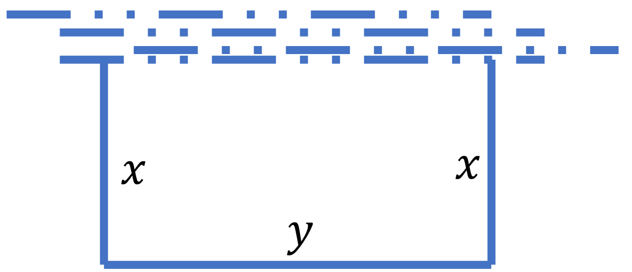
சிறுமமாக்குக. $P = 2x + y$

$$P(x) = 2x + \frac{180000}{x}$$

$$P'(x) = 2(1) - \frac{180000}{x^2}$$

$$P''(x) = \frac{2\times 180000}{x^3}$$

By 2^{nd} Derivative Test



$$P'(x) = 0 \Rightarrow 2 - \frac{180000}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 90000$$

$$\Rightarrow x = 300,$$ x குறை எண்ணாகாது

$x = 300$ எனில் $P''(x) > 0$

ஆகவே $x = 300$ எனில் சுற்றளவு சிறும மதிப்பை பெறும்

$x = 300$ எனில் $y = \frac{180000}{300} = 600$

கம்பி வேலியின் நீளம் $2x + y = 2(300) + 600 = 1200\,m.$

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

5. ஒரு செவ்வக வடிவிலான பக்கத்தில் 24 செ.மீ^{2} அளவிற்கு அச்சிடப்பட்டுள்ளது. மேற்புற மற்றும் கீழ்ப்புற ஓரங்கள் 1.5 செ .மீ அளவிலும் மற்ற பக்கங்களின் ஓரங்கள் 1 செ மீ அளவிலும் இடைவெளி விடப்பட்டுள்ளது. காகித பக்கத்தின் குறைந்த பரப்பளவிற்கு அதன் நீள, அகலங்கள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

தீர்வு

அச்சிடப்பட்ட பகுதியின் பரிமாணங்கள் x, y என்க.

$$xy = 24$$

∴ சுவரொட்டியின் பரிமாணங்கள் $x+2,\ y+3$

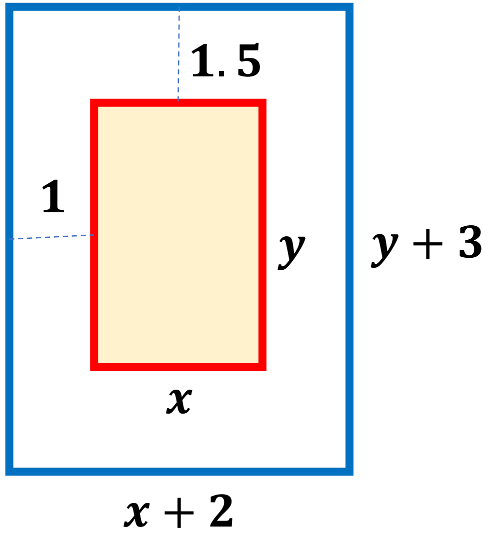
சிறுமமாக்குக : $A = (x+2)(y+3)$

$$A(x) = (x+2)\left(\frac{24}{x}+3\right)$$

$$A(x) = 24 + 3x + \frac{48}{x} + 6$$

$$A'(x) = 3(1) - \frac{48}{x^2}$$

$$A''(x) = \frac{2\times 48}{x^3} = \frac{96}{x^3}$$



By 2^{nd} Derivative Test

$$A'(x) = 0 \Rightarrow 3 - \frac{48}{x^2} = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 48$$

$x = 4,$ x குறை எண்ணாகாது

$x = 4$ எனில் $A''(x) > 0$

$\Rightarrow x = 4$ எனும்போது A சிறுமமாகும்.

பரிமாணங்கள் $\Rightarrow x = 4$ எனில் $y = \frac{24}{4} = 6 c.m.$

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

7. 10 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தினுள் அமைக்கப்படும் செவ்வகங்களுள் மீப்பெரு பரப்புடைய செவ்வகத்தின் பரிமாணங்களைக் காண்க.

தீர்வு பரிமாணங்கள்

$$PQ = 20\cos\theta, QR = 20\sin\theta$$

பெருமமாக்குக

PQRS என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

$$A(\theta) = 20\cos\theta \times 20\sin\theta$$

$$A(\theta) = 200 \times 2\cos\theta\sin\theta$$

$$A(\theta) = 200\sin 2\theta$$

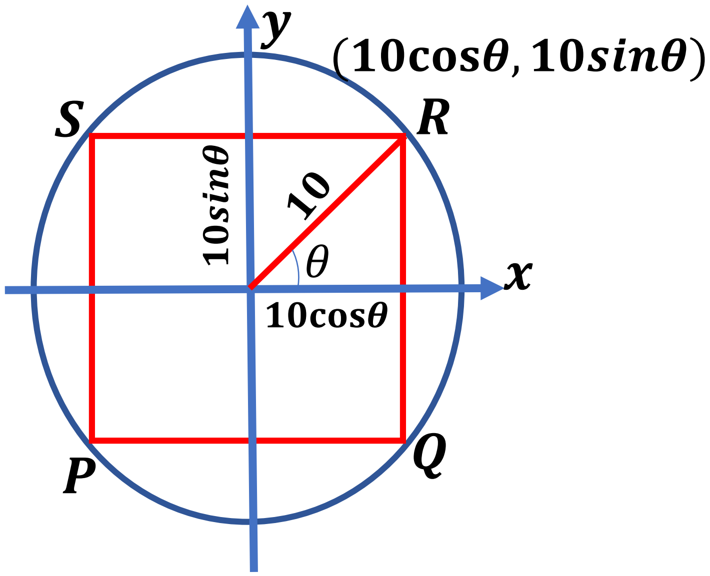
$$A'(\theta) = 200\cos 2\theta \times 2$$

$$A'(\theta) = 400\cos 2\theta$$

$$A''(\theta) = -400\sin 2\theta \times 2$$

$$A''(\theta) = -800\sin 2\theta$$

By 2^{nd} Derivative Test



$$A'(\theta) = 0 \Rightarrow \cos 2\theta = 0$$

$$\Rightarrow 2\theta = \cos^{-1}(0)$$

$$\Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$\theta = \frac{\pi}{4}$ எனில், $A''(\theta) < 0$

$\theta = \frac{\pi}{4}$ எனும்போது A பெருமமாகும்

∴ எனவே பரிமாணங்கள் $20\cos\frac{\pi}{4}, 20\sin\frac{\pi}{4}$

$i.e., \; 10\sqrt{2}\; c.m \;, \; 10\sqrt{2}.$

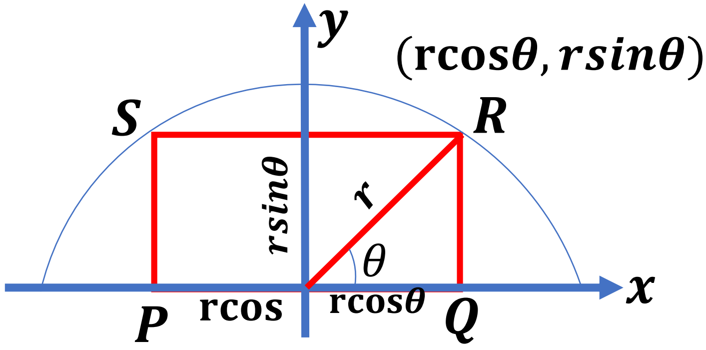
Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

9. r செ.மீ ஆரமுள்ள அரை வட்டத்தினுள் அமைக்கப்படும் செவ்வகங்களுள் மீப்பெரு செவ்வகத்தின் பரிமாணங்களைக் காண்க?

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

தீர்வு

பரிமாணங்கள் $PQ = 2r\cos\theta,\ \ QR = r\sin\theta$ என்க.



$PQRS$ என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

பெருமமாக்குக

$$A = 2r\cos\theta \cdot r\sin\theta$$

$$A(\theta) = r^2 \sin 2\theta$$

$$A'(\theta) = r^2 \cos 2\theta \cdot 2$$

$$A'(\theta) = 2r^2 \cos 2\theta$$

$$A''(\theta) = 2r^2(-\sin 2\theta \cdot 2)$$

$$A''(\theta) = -4r^2 \sin 2\theta$$

By 2^{nd} Derivative Test

$$A'(\theta) = 0 \Rightarrow \cos 2\theta = 0$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$\theta = \dfrac{\pi}{4}$ எனில், $A''(\theta) < 0$

$\theta = \frac{\pi}{4}$ எனும்போது A பெருமமாகும்

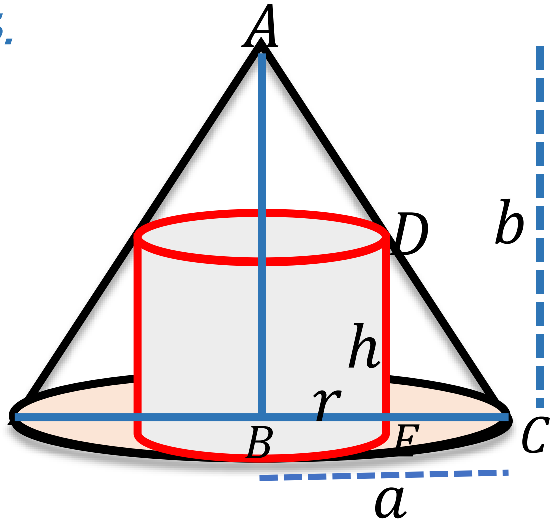
∴ எனவே பரிமாணங்கள் $2r\cos\dfrac{\pi}{4}, r\sin\dfrac{\pi}{4}$

i.e., $\sqrt{2}r, \dfrac{r}{\sqrt{2}}$ c.m

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

12. ஆரம் a செ.மீ மற்றும் உயரம் b செ.மீ கொண்ட ஒரு வெற்றுக் கூம்பு ஒரு மேசையின் மீது வைக்கப்படுகிறது. இதன் அடியில் மறைத்து வைக்கக் கூடிய மிகப்பெரிய உருளையின் கன அளவு கூம்பின் கன அளவைப் போல் $\frac{4}{9}$ மடங்கு என்பதைக் காட்டுக.

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in



தீர்வு

$$AB = b, \quad BC = a, \quad DE = h, \quad EC = a - r$$

$$\Delta ABC \sim \Delta DEC$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EC} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{h}{a-r} \Rightarrow h = (a-r)\frac{b}{a}$$

பெருமமாக்குக $V = \pi r^2 h$

$$V(r) = \pi r^2 (a-r)\frac{b}{a} = \frac{\pi b}{a}(ar^2 - r^3)$$

$$V'(r) = \frac{\pi b}{a}(2ar - 3r^2)$$

$$V''(r) = \frac{\pi b}{a}(2a - 6r)$$

By 2^{nd} Derivative Test

$$V'(r) = 0$$

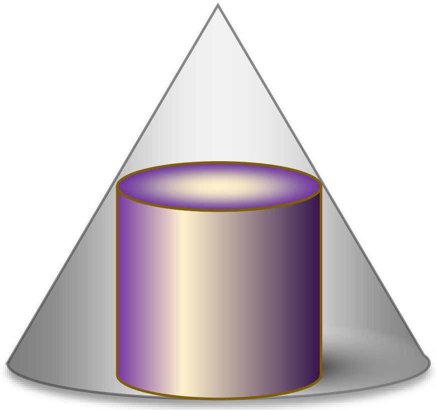
$$\Rightarrow \frac{\pi b}{a}(2ar - 3r^2) = 0$$

$$\Rightarrow r(2a - 3r) = 0$$

$$\Rightarrow r = \frac{2a}{3}, r \neq 0$$

$r = \frac{2a}{3}$ எனில், $V'' < 0$

$r = \frac{2a}{3}$ எனும்போது A பெருமமாகும்.

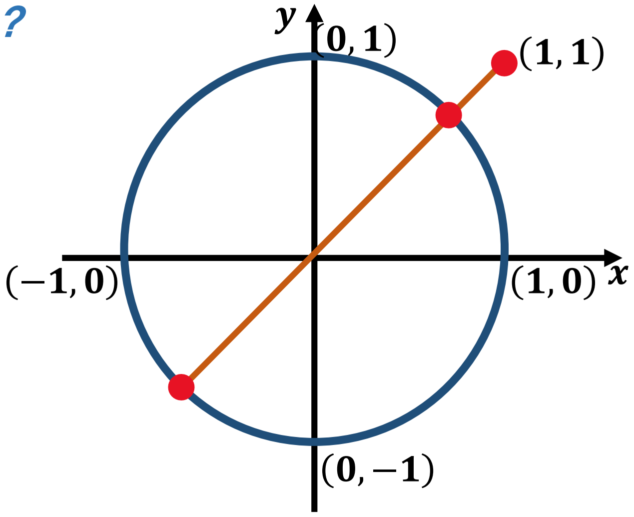


உருளையின் கன அளவு $V = \frac{4}{9}$(கூம்பின் கன அளவு)

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

எ.கா7.63 (1,1) என்ற புள்ளியில் இருந்து, ஓரலகு வட்டம் $x^2+y^2=1$ -ன் மீதுள்ள எப்புள்ளி மிக அருகாமையிலும், எப்புள்ளி மிக அதிகத் தொலைவிலும் இருக்கும்?



தீர்வு

(1,1) என்ற புள்ளியில் இருந்து வட்டத்தின் மீது ஏதேனும் ஒரு புள்ளி (x, y) -க்கு உள்ள தூரம்.

$$d=\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}$$

Let $D=d^2=(x-1)^2+(y-1)^2$

$$\frac{dD}{dx}=2(x-1)+2(y-1)\times\frac{dy}{dx}$$

இங்கு கட்டுப்பாடு

$$x^2+y^2=1$$

$$2x+2y\frac{dy}{dx}=0$$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}$$

$$\frac{dD}{dx}=2(x-1)+2(y-1)\left(-\frac{x}{y}\right)$$

$$\frac{dD}{dx}=\frac{2[xy-y-xy+x]}{y}=2\left[\frac{x}{y}-1\right]$$

$$\frac{d^2D}{dx^2}=2\left[\frac{y-x\frac{dy}{dx}}{y^2}\right]=2\left[\frac{y-x\left(-\frac{x}{y}\right)}{y^2}\right]=2\left[\frac{y^2+x^2}{y^3}\right]$$

By 2^{nd} Derivative Test

$$\frac{dD}{dx}=0\Rightarrow 2\left[\frac{x-y}{y}\right]=0$$

$$\Rightarrow x=y$$

(x, y) ஆனது $x^2+y^2=1$ என்ற வட்டத்தின் மீது அமைவதால்

$$2x^2=1\Rightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

ஆகவே அறுதி தூரங்கள் $\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right),\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ என்ற புள்ளிகளில் கிடைக்கும்.

$$\left(\frac{d^2D}{dx^2}\right)_{\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}>0;\quad\left(\frac{d^2D}{dx^2}\right)_{\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}<0.$$

எனவே மிகக்குறைந்த தூரம் $\sqrt{2}-1$ மற்றும் மிக அதிக தூரம் $\sqrt{2}+1$ ஆகும்.

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

எ.கா 7.64 ஒரு எஃகு ஆலை ஒரு நாளைக்கு குறைந்த தர எஃகு 'x' டன்னும் மற்றும் உயர்தர எஃகு y டன்னும் உற்பத்தி செய்யும் திறன் கொண்டது. இங்கு $y = \frac{40-5x}{10-x}$. குறைந்த தர எஃகின் சந்தை விலை உயர்தர எஃகின் சந்தை விலையில் பாதி என்றால், அதிக பண வரவைப் பெறுவதற்கு குறைந்த தர எஃகு மற்றும் உயர்தர எஃகு ஆகியவற்றின் உகந்த உற்பத்திகள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

www.Padasalai.Net www.CBSEtips.in

தீர்வு

ஒரு டன் குறைந்த தர எஃகின் விலை ரூ p என்க.
எனவே ஒரு டன் உயர்ந்த தர எஃகின் விலை ரூ 2p ஆகும்

$$R = px + 2py$$

$$R(x) = px + 2p\left(\frac{40-5x}{10-x}\right) = p\left(x + \frac{80-10x}{10-x}\right)$$

$$R(x) = p\left(x + 10 - \frac{20}{10-x}\right)$$

$$\frac{dR}{dx} = p\left(1 - \frac{20}{(10-x)^2}\right)$$

$$\frac{d^2R}{dx^2} = p\left(\frac{-40}{(10-x)^3}\right) = \frac{-40p}{(10-x)^3}$$

By 2^{nd} Derivative Test

$$\frac{dR}{dt} = 0 \Rightarrow p\left(1 - \frac{20}{(10-x)^2}\right) = 0 \Rightarrow (x-10)^2 = 20$$

$$\Rightarrow (x-10) = \pm 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow x = 10 \pm 2\sqrt{5}$$

$x = 10 - 2\sqrt{5}$ எனில் $\frac{d^2R}{dx^2} < 0$

$x = 10 - 2\sqrt{5}$ எனும்போது R பெருமமாகும்

$x = 10 - 2\sqrt{5}$ எனில் $y = 5 - \sqrt{5}$

எனவே, தரம் குறைந்த மற்றும் தரம் உயர்ந்த எஃகுகளை நாள் ஒன்றிற்கு முறையே $10 - 2\sqrt{5}$ மற்றும் $5 - \sqrt{5}$ டன்கள் உற்பத்தி செய்ய வேண்டும்.

Please Send Your Answer Keys to our Email Id: padasalai.net@gmail.com

www.Padasalai.Net

படங்களை தொடுக! பாடசாலை வலைதளத்தை சமூக ஊடகங்களில் பின்தொடர்க!! உடனுக்குடன் புதிய செய்திகளை Notifications-ல் பெறுக!

Zoom Touch Below Links Download!

12th Standard	Syllabus	Books	Study Materials – EM	Study Materials - TM	Practical	Online Test (EM & TM)
	Monthly Q&A	Mid Term Q&A	Revision Q&A	PTA Book Q&A	Centum Questions	Creative Questions
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Public Exam	NEET		

11th Standard	Syllabus	Books	Study Materials – EM	Study Materials - TM	Practical	Online Test (EM & TM)
	Monthly Q&A	Mid Term Q&A	Revision Q&A	Centum Questions	Creative Questions	
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Public Exam	NEET		

10th Standard	Syllabus	Books	Study Materials - EM	Study Materials - TM	Practical	Online Test (EM & TM)
	Monthly Q&A	Mid Term Q&A	Revision Q&A	PTA Book Q&A	Centum Questions	Creative Questions
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Public Exam	NTSE	SLAS	

9th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Quarterly Exam	Half Yearly Exam	Annual Exam	RTE		

8th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Term 1	Term 2	Term 3	Public Model Q&A	NMMS	Periodical Test

7th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Term 1	Term 2	Term 3	Periodical Test	SLAS	

6th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	1st Mid Term	2nd Mid Term	3rd Mid Term
	Term 1	Term 2	Term 3	Periodical Test	SLAS	

1st to 5th Standard	Syllabus	Books	Study Materials	Periodical Test	SLAS	
	Term 1	Term 2	Term 3	Public Model Q&A		

Exams	TET	TNPSC	PGTRB	Polytechnic	Police	Computer Instructor
	DEO	BEO	LAB Asst	NMMS	RTE	NTSE

Portal	Matrimony	Mutual Transfer	Job Portal

Volunteers	Centum Team	Creative Team	Key Answer Team

Downloads	LESSON PLAN	Department Exam	Income Tax	Forms & Proposals	Fonts	Downloads
	Proceedings	GO's	Regulation Orders	Pay Orders	Panel	

Padasalai – Official Android App – Download Here

Kindly Send Your Study Materials, Q&A to our Email ID – Padasalai.net@gmail.com