

HIGHER SECONDARY – SECOND YEAR

MATHEMATICS

QUESTION BANK

BASED ON NEW SYLLABUS

VOLUME – 1

Contains

Classification of Text Book Problems

Creative Questions

CHIEF EDUCATIONAL OFFICER

CHENNAI DISTRICT.

: Prepared by :

Thiru S.Anantha Krishnan

Head Master M.Sc., M.Ed., M.Phil
M.F.S.D.Hr.Sec.School
Sowcarpet, Chennai – 79

Thiru R.Avoodaiappan

P.G.Asst.(Maths) M.Sc., B.Ed.,
Govt.Girl's Hr.Sec.School
Ashok Nagar, Chennai – 83

Tmt.C.Bagavathi

P.G.Asst(Maths), M.Sc.,B.Ed.M.Phil
Sri Akobila Mutt Oriental Hr.Sec.School
West Mambalam, Chennai – 33

Thiru.M.Madhusudan

P.G.Asst (Maths) M.Sc., M.Ed., M.Phil
AB Parekh Hr.Sec.School
Park Town, Chennai – 3

Tmt. D.Philomina Rani

P.G.Asst (Maths) M.Sc., M.Ed., M.Phil
Manila Mehta Girl's Hr.Sec.School
Park Town, Chennai – 3

Tmt.S.Indra

P.G.Asst(Maths), M.Sc.,B.Ed.,M.Phil
K.C.Sankaralinga Nadar Hr.Sec.School
Chennai – 21

Tmt.S.Visalatchi

P.G.Asst(Maths), M.Sc.,B.Ed.,
Muruga Dhanushkodi Girl's Hr.Sec.School
Chennai – 81

Thiru.S.Senthilvel

P.G.Asst(Maths), M.Sc.,B.Ed.,M.Phil
T.T.V.Hr.Sec.School
Sowcarpet, Chennai – 79

Thiru. D.Raman

P.G.Asst(Maths), M.Sc.,B.Ed.,M.Phil
H.U.C.Hr.Sec.School,
Choolari, Chennai – 112

Thiru.Rajendra Pratap Yadav

P.G.Asst(Maths), M.Sc.,B.Ed.,
M.F.S.D.Hr.Sec.School
Sowcarpet, Chennai – 79

Tmt. V.Balameenakshi

P.G.Asst(Maths), M.Sc.,B.Ed.M.,
Dr.Ambedkar Govt.Hr.School,
Emore, Chennai – 8

12 ஆம் வகுப்பு கணிதப் பாடத்திற்கான வினா வங்கி

அத்தியாயம் 1 — அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள்
1.1	1(i), 2(i), 9 தேற்றங்கள் [1.2, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8 மற்றும் 1.9 தனித்தனியாக எது வேண்டுமானாலும் வரலாம்	1.2, 1.4, 1.6, 1.7, 1.11, 1.13
1.2	1(i), (ii), (iii), (iv) மற்றும் (v)	1.15(i), 1.16 (i), (ii), (iii) மற்றும் 1.17
1.7	1(ii)	-

மூன்று மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள்
1.1	1(ii), (iii). 2(ii), (iii) 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13 14 மற்றும் 15 தேற்றம் 1.3	1.3, 1.5, 1.8, 1.9 1.14 1.15 (ii), 1.18, 1.20
1.2	2(i), (ii), (iii) 3(i)	
1.3	1(i), (ii), 3 மற்றும் 4	1.22, 1.31 மற்றும் 1.35
1.4	1(i), (ii), 2, 3, 4	

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள்
1.1	3, 4	1.1, 1.10, 1.12 சங்கேத மொழியில் உள்ள எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள் 1.19, 1.21
1.2	3(ii), (iii)	1.23, 1.24
1.3	1(iii), (iv), 2, 5	
1.4	1(iii), (iv), 5	1.25 மற்றும் 1.26
1.5	1, 2, 3, 4	1.28, 1.29, 1.30 மற்றும் 1.31
1.6	1, 2, 3	1.32, 1.33 மற்றும் 1.34
1.7	1, 2 மற்றும் 3	1.35, 1.36, 1.37, 1.38, 1.39 மற்றும் 1.40

உருவாக்கப்பட்ட வினாக்கள்

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்.

1. $A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ என்றிருக்குமாறு உள்ள ஒரு பூச்சியமற்ற கோவை அணி A எனில் $(A^T)^{-1}$ ஐக் காண்க.
2. $\begin{bmatrix} 5-x & x+1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ ஒரு பூச்சியமற்ற கோவை அணி எனில் x ஐக் காண்க.
3. $\begin{vmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ \sin 75^\circ & \cos 75^\circ \end{vmatrix}$ ன் மதிப்பு காண்க.
4. $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $AB = I$ என்றிருக்குமாறு உள்ள B என்ற அணியைக் காண்க.
5. $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு காண்க.
6. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ என நிரூபி.
7. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = (3 \quad -1)$ எனில் $\text{adj}(AB)$ ஐக் காண்க.
8. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு காண்க.
9. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் சேர்ப்பு அணியைக் காண்க.
10. $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு காண்க.
11. $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.
12. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \\ 3 & -2 & 3 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.
13. நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க : $x + y = 3$ மற்றும் $2x + 3y = 8$.
14. $7x + 3y = -1$, $2x + y = 0$ என்ற சமன்பாடுகளை அணியைப் பயன்படுத்தி தீர்க்க
15. $x + 2y = 3$ மற்றும் $x + y = 2$ என்ற சமன்பாடுகளை கிராமரின் விதிப்படித் தீர்க்க.
16. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் A மற்றும் அதன் சேர்ப்பணி ஒரு சமச்சீர் அணி என நிரூபி..
17. $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$ எனில் $8A^{-1}$ ஐக் காண்க.

18. $\begin{bmatrix} -2 & \lambda \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு நேர்மாறு இல்லை எனில் λ ன் மதிப்பு காண்க.
19. $\begin{bmatrix} x & y^3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ எனில் $\begin{bmatrix} x & y \\ 2 & 0 \end{bmatrix}^{-1}$ காண்க.
20. $A = \begin{bmatrix} 5a & -b \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ மற்றும் $A(adj A) = AA^T$ எனில் $5a + b$ ஐக் காண்க.

மூன்று மதிப்பெண் வினாக்கள்.

1. $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$ எனில் $|adj A|$ ன் மதிப்பு காண்க.
2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ என்க. $|2A| = k |A|$ எனில் K ன் மதிப்பு காண்க.
3. $A = [a_{ij}]$ என்ற 2 வரிசையுடைய சதுர அணியில் $a_{ij} = i^2 - j^2$ எனில் A என்பது சமச்சீர் அல்லது எதிர் சமச்சீரா என்பதை ஆராய்க.
4. A என்ற 3 வரிசையுடைய ஒரு அணிக்கு நேர்மாறு உள்ளது மற்றும் $|A| = 5$ எனில் $|adj A|$ மதிப்பு காண்க
5. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ எனில் $(BA)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ என்பதைச் சரிபார்க்க
6. பின்வரும் அணிகளுக்கு நேர்மாறு உள்ளதா என்பதை ஆராய்க. நேர்மாறு இல்லையெனில் காரணங்களைக் குறிப்பிடுக. (i) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ (ii) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
7. $\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ -1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ எனில் x ன் மதிப்பு காண்க.
8. A என்பது 3 வரிசையுடைய சதுர அணி மற்றும் $adj(2A) = k (adj A)$ எனில் K ன் மதிப்பு காண்க.
9. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் நேர்மாறு காண்க. அதனை A யின் வடிவில் தருக
10. A என்பது 3 வரிசையுடைய சதுர அணி மற்றும் $|adj A| = 64$ எனில் $|A|$ ன் மதிப்பு காண்க.
11. A என்பது 3 வரிசையுடைய சதுர அணி எனில் $(A^2)^{-1}$ காண்க.
12. $adj A = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$, எனில் $|A|$ காண்க.
13. $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ மற்றும் $\lambda = 2$ எனில் $adj(\lambda A) = \lambda^{n-1} adj A$ என நிரூபி.

14. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ எனில் $|3A| = 27|A|$ எனக் காட்டுக.
15. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ எனில் $A(adjA) = (adjA)A = |A|I_2$ என்பதைச் சரிபார்க்க.
16. $kx + 3y + z = 0, 3x - 4y - 4z = 0$ மற்றும் $kx - 2y + 3z = 0$ என்ற சமன்பாடுகள் வெளிப்படையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்குமாயின் k ன் மதிப்பு காண்க.
17. தீர்க்க : $x + y - 4z = 0, x - 2y + 3z = 0, x - y + z = 0$
18. n வரிசையுடைய பூச்சியமற்ற கோவையின் மூன்று பண்புகளை எழுதுக.
19. A மற்றும் A^{-1} பூச்சியமற்ற கோவை அணிகள் எனில் $(A^{-1})^{-1} = A$ என நிறுவுக.
20. A ஒரு சதுர அணி மற்றும் $A(adjA) = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ எனில் $|adj(A)|$ காண்க.

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்.

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ எனில் $A^2 - 4A + 7I = 0$ என நிரூபிக்க. இதனை பயன்படுத்தி A^5 ஐக் கணக்கிடுக.
2. $x^2 + 4x - 42 = 0$ என்ற சமன்பாட்டை $A = \begin{bmatrix} -8 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ என்ற அணி நிறைவு செய்யுமெனில் $A^2 + 4A - 42I$ ன் மூலம் A^{-1} ஐக் காண்க.
3. $f(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ எனில் $[f(x)]^{-1} = f(-x)$ எனக் காட்டுக.
4. ஒரு சிறிய கருத்தரங்கு அறையில் 100 நாற்காலிகள் வைப்பதற்கு போதுமான இடமுள்ளது. மூன்று வெவ்வேறான நிறங்களில் நாற்காலிகள் வாங்க வேண்டியுள்ளது (சிகப்பு, நீலம் மற்றும் பச்சை) சிகப்பு வண்ண நாற்காலியின் விலை ரூ.240, நீல வண்ண நாற்காலியின் விலை ரூ.260 மற்றும் பச்சை வண்ண நாற்காலியின் விலை ரூ.300. மொத்தம் ரூ.25,000 மதிப்புள்ள நாற்காலிகள் வாங்கப்பட்டுள்ளது எனில் ஒவ்வொரு வண்ணத்திலும் வாங்கத்தக்க நாற்காலிகளின் எண்ணிக்கை குறைந்த பட்சம் மூன்று தீர்வுகளைக் காண்க.
5. μ ன் எம்மதிப்பிற்கு $x + y + 3z = 0, 4x + 3y + \mu z = 0, 2x + y + 2z = 0$ என்ற தொகுப்புகள் (i) வெளிப்படாத தீர்வு (ii) வெளிப்படையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்
6. λ ன் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் பின்வரும் சமன்பாட்டுத் தொகுப்பிற்கு தீர்வுகளை ஆராய்க : $x + y + z = 2, 2x + y - 2z = 2, \lambda x + y + 4z = 2$

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & -3 & -4 \end{bmatrix}$ எனில் A^{-1} காண்க. மேலும் $x + 2y - 3z = -4$, $2x + 3y + 2z = 2$ மற்றும் $3x - 3y - 4z = 11$ என்ற நேரிய சமன்பாடுகளுக்கு தீர்வு காண்க.
8. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு காஸ் ஜோர்டான் முறையில் நேர்மாறு காண்க.
9. $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & \frac{1+bc}{a} \end{bmatrix}$ ன் நேர்மாறு காண்க. மேலும் $aA^{-1} = (a^2 + bc + 1)I - aA$ எனக் காட்டுக.
10. பின்வரும் சமன்பாடுகளுக்கு காஸ் ஜோர்டான் நீக்கல் முறையில் தீர்வு காண்க.
 $2x + 5y + 7z = 52$, $x + y + z = 9$, $2x + y + z = 0$
11. $2x - 3y + 7z = 5$, $3x + y - 3z = 13$ மற்றும் $2x + 19y - 47z = 32$ என்ற சமன்பாடுகளுக்கு தீர்வு உள்ளதா என ஆராய்க.
12. $3x + y + z = 6$, $3x + 4y + 3z = 14$ மற்றும் $6x + 10y + 8z = a$ என்ற சமன்பாடுகள் எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருப்பின் 'a' ன் மதிப்பு காண்க.
13. 'k' ன் எம்மதிப்பிற்கு $kx + y + z = 1$, $x + ky + z = 1$ மற்றும் $x + y + kz = 1$ என்ற சமன்பாட்டுத் தொகுப்புகள் (i) ஒரே ஒரு தீர்வு (ii) ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட தீர்வு மற்றும் (iii) தீர்வு இல்லாமை பெற்றிருக்கும்
14. ஒரு பையில் ரூ.1, ரூ.2 மற்றும் ரூ.5 மதிப்புள்ள நாணயங்கள் உள்ளன. ரூ.100 மதிப்பிற்கு மொத்தம் 30 நாணயங்கள் உள்ளன. அவ்வாறாயின் ஒவ்வொரு வகையிலும் உள்ள நாணயங்களின் எண்ணிக்கையை காண்க.
15. $a + b + c = 0$ எனில் $-2x + y + z = a$, $x - 2y + z = b$, $x + y - 2z = c$ என்ற சமன்பாடுகளுக்கு தீர்வு உண்டு எனக் காட்டுக.
16. கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்கவும்.
 $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{10}{z} = 4$; $\frac{4}{x} - \frac{6}{y} + \frac{5}{z} = 1$ and $\frac{6}{x} + \frac{9}{y} - \frac{20}{z} = 2$
17. λ, μ ன் எம்மதிப்புகளுக்கு $x + y + z = 6$, $x + 2y + 3z = 10$ மற்றும் $x + 2y + \lambda z = \mu$ என்ற சமன்பாடுகள் (i) யாதும் தீர்வு பெற்றிராது (ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் (iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதை ஆராய்க.
18. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ எனில் $A(adjA) = (adjA)A = |A|I_3$ என்பதைச் சரிபார்க்க.
19. $2x + 2y + z = 5$, $x - y + z = 1$ மற்றும் $3x + y + 2z = 2$ என்ற அசமபடித்தான நேரிய சமன்பாட்டு தொகுப்பிற்கு தீர்வு காண்க.

அத்தியாயம் 2 கலப்பெண்கள்

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள்
2.1	1, 2, 3, 4, 5 மற்றும் 6	2.1 (iii), (iv) மற்றும் (v)
2.2	1 – (i), (ii), (iii) and (iv)	
2.3	1 – (i), (ii)	2.3, 2.4, 2.6 மற்றும் 2.7
2.4	1 – (i), (ii) மற்றும் (iii) 2 – (i), (ii) மற்றும் (iii)	2.10 – (i), (ii) and (iii) 2.11 மற்றும் 2.17
2.5	1 – (i), (ii), (iii) மற்றும் (iv) 8,10 – (i), (ii) மற்றும் (iii)	2.19, 2.20
2.6	3 – (i) மற்றும் (iv) 4 – (i), (ii) மற்றும் (iii) 5 – (i)	2.22(ஒவ்வொன்றும்), 2.23 (ஒவ்வொன்றும்) மற்றும் 2.24
2.7	1 – (i), (ii) மற்றும் (iii)	
2.8	1 மற்றும் 7	

மூன்று மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள்
2.2	1 – (v) மற்றும் (vi) 2 – (i) மற்றும் (ii) 3	2.2
2.3	2 – (i) மற்றும் (ii) 3	2.5
2.4	3, 4 மற்றும் 5 (ஒவ்வொன்றும்) 6, 7 – (i) மற்றும் (ii) மூக்கோணச் சமனிலி தேற்றம்	
2.5	2, 3,4, 5, 6 மற்றும் 9	2.9, 2.12, 2.13, 2.14, 2.16, 2.18 மற்றும் 2.21 (ஒவ்வொன்றும்)
2.6	1, 3 – (ii) மற்றும் (iii) 5 – (ii)	2.25 மற்றும் 2.26
2.7	1 – (iv) 2 – (i), (ii) 3, 4 மற்றும் 5	2.28, 2.29, 2.30, 2.32 மற்றும் 2.33
2.8	3, 6 மற்றும் 8 (ஒவ்வொன்றும்) 9 (ஒவ்வொன்றும்)	

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள்
		2.8 மற்றும் 2.15
2.5	7	
2.6	2	
2.7	6	2.31 – (i) மற்றும் (ii) 2.34, 2.35 மற்றும் 2.36
2.8	2, 4, 5 மற்றும் 10	

உருவாக்கப்பட்ட வினாக்கள்

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. சுருக்குக : $i^{-1964} + i^{1967}$
2. சுருக்குக: $ii^2i^3 \dots i^{60}$
3. சுருக்குக : $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^4 + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^4$
4. சுருக்குக : (a) i^{-999} (b) $i^{37} + \frac{1}{i^{67}}$
5. $\left[i^{18} + \left(\frac{1}{i}\right)^{24}\right]^3 = 0$ என நிறுவுக.
6. $i^{49} + i^{68} + i^{89} + i^{110}$ ன் மதிப்பு காண்க.
7. $(1-i)x + (1+i)y = 1-3i$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் x மற்றும் y ன் மெய் மதிப்புகளைக் காண்க.
8. கீழ்க்காண்பவற்றை செவ்வக வடிவில் எழுதுக :
 (i) $(1-i)^4$ (ii) $i^9 + i^{19}$
 (iii) $(-i)(2i)\left(-\frac{1}{8}i\right)^3$ (iv) $\left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i\right) - \left(4 + \frac{5}{2}i\right)$
9. $z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{105} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{105}$ எனில் $\text{Im}(z) = 0$ என நிறுவுக.
10. $(1-3i)^{10}$ என்ற கலப்பெண்ணின் மட்டு மதிப்பு காண்க.
11. $z_1 = -2-5i$ and $z_2 = 4-6i$ என்ற கலப்பெண்களின் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் நேர்மாறுகளைக் காண்க.
12. $z = x + iy$ எனில் $\text{Im}(4z + 3\bar{z} - 3i)$ என்பதை செவ்வக வடிவில் எழுதுக.

13. $z = (-3 + 2i)(1 + 2i)$ எனில் z^{-1} ஐ காண்க.
14. $z_1 = 2 - i$ மற்றும் $z_2 = 1 + i$ எனில் $\left| \frac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 - z_2 + i} \right|$ ன் மதிப்பு காண்க.
15. பின்வரும் கலப்பெண்களுக்கு மட்டு மற்றும் முதன்மை வீச்சு ஆகியவற்றைக் காண்க.
- (i) $1 + i\sqrt{3}$ (ii) $1 - i$ (iii) $-1 - i\sqrt{3}$
- (iv) $-3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$
16. $(1 + i)(1 + 2i)(1 + 3i) \cdots (1 + ni) = x + iy$ எனில் $2 \cdot 5 \cdot 10 \cdots (1 + n^2) = x^2 + y^2$ என நிறுவுக.
17. $\left(\frac{1 + \sin \frac{\pi}{8} + i \cos \frac{\pi}{8}}{1 + \sin \frac{\pi}{8} - i \cos \frac{\pi}{8}} \right)^8 = -1$ என நிறுவுக.
18. $\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) (\cos \pi + i \sin \pi) \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$ என்ற கலப்பெண்ணை செவ்வக வடிவில் எழுதுக.
19. $z = -1 + 3i$ மற்றும் $w = 2 + 3i$, எனில் $z^2 + 2zw + w^2$ ன் மதிப்பு காண்க.
20. $3 + 2i, -i$ மற்றும் $-3 - 4i$ ஆகியவற்றில் எந்தக் கலப்பெண் ஆதியிலிருந்து அதிகத் தொலைவில் உள்ளது?

மூன்று மதிப்பெண்வினாக்கள்

1. $\left[i^{19} + \left(\frac{1}{i} \right)^{25} \right]^2 = -4$ என நிரூபி.
2. $\left[i^{17} - \left(\frac{1}{i} \right)^{34} \right]^2 = 2i$ என நிரூபி.
3. மதிப்பு காண்க : $\sum_{n=1}^{12} (i^n + i^{n+1})$, இங்கு $n \in N$.
4. $(1 + i)^6 + (1 - i)^3$ ன் மதிப்பு காண்க.
5. $(3x - 7) + 2iy = -5y + (5 + x)i$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் x மற்றும் y ன் மெய் மதிப்புகளைக் காண்க.
6. $(x + iy)(2 - 3i) = 4 + i$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் x மற்றும் y ன் மெய் மதிப்புகளைக் காண்க.

7. $(1+i)y^2 + (6+i) = (2+i)x$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்யும் x மற்றும் y ன் மெய் மதிப்புகளைக் காண்க.
8. மதிப்பு காண்க : $(-\sqrt{-1})^{4n+3}, n \in Z$
9. $x + iy = \frac{3}{2+\cos\theta+i\sin\theta}$ எனில் $x^2 + y^2 = 4x - 3$ என நிரூபி.
10. $\frac{3i-1}{1+3i}$ என்பதை செவ்வக வடிவில் எழுதுக.
11. $(1-2i)^{-3}$ என்பதை செவ்வக வடிவில் எழுதுக
12. $z = (2 + i\sqrt{3})^2$ எனில் z^{-1} காண்க.
13. $|z_1| = |z_2| = \dots = |z_n| = 1$ எனில் $|z_1 + z_2 + \dots + z_n| = \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \dots + \frac{1}{z_n} \right|$ என நிரூபி.
14. $-15 - 8i$ ன் வர்க்க மூலம் காண்க.
15. $(x + iy)^{\frac{1}{3}} = a + ib$ எனில் $\frac{x}{a} + \frac{y}{b}$ ன் மதிப்பு காண்க.
16. பின்வரும் சமன்பாடுகளில் $z = x + iy$ ன் நியமப்பாதையினை கார்டீசியன் வடிவில் எழுதுக.
- $z\bar{z} + 2(z + \bar{z}) + a = 0$
 - $\left| \frac{z-2}{z-3} \right| = 2$
 - $|z - 5i| = [z + 5i]$
 - $|2z - 3| = 2$
 - $Re\left(\frac{\bar{z}+1}{\bar{z}-i}\right) = 0$
17. $3 + 3i, -3 - 3i$ மற்றும் $-3\sqrt{3} + 3\sqrt{3}i$ எனும் கலப்பெண்கள் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தை ஆர்கண்ட் தளத்தில் உருவாக்கும் என்று காட்டுக.
18. $z = 3 + 3i$ எனக் கொண்டு z, iz மற்றும் $z + iz$ ஆகியவற்றை ஆர்கண்ட் தளத்தில் குறிக்க. இக்கலப்பெண்கள் ஒரு இரு சமபக்க செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களாக அமையும் என நிறுவுக.
19. கீழ்க்காணும் கலப்பெண்களின் துருவ வடிவினைக் காண்க.
- $\frac{1+i}{1-i}$
 - $\frac{2+6\sqrt{3}i}{5+\sqrt{3}i}$
20. $(1+i)^{\frac{1}{4}}$ ன் அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க.

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. டிமாவரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி $(1 - i)^{1/6}$ க்கு அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க
2. $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4$ ன் அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க. மேலும் அவற்றின் பெருக்கல் பலன் 1 எனக் காட்டுக.
3. $(1 - 5i)z_1 - 2z_2 = 3 - 7i$ என இருப்பின் z_1 மற்றும் z_2 காண்க. இங்கு z_1 மற்றும் z_2 ஒன்றுக்கொன்று இணையாகும்
4. P என்பது ஒரு கலப்பெண் மாறி z ஐக் குறித்தால் P ன் நியமப்பாதையை $Im\left(\frac{2z+1}{iz+1}\right) = -2$ என்ற கட்டுப்பாட்டிற்கு இணங்க காண்க.
5. α மற்றும் β என்பவை $x^2 + x + 1 = 0$ ன் மூலங்கள் எனில் $\alpha^n - \beta^n$ ன் மதிப்பு காண்க. இங்கு $n \in N$ ஆகும்.
6. z என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $\frac{z-1}{z+1}$ முற்றிலும் கற்பனையானது எனில் $|z| = 1$ என நிரூபி. .
7. $z = x + iy$ என்ற கலப்பெண் மாறிக்கு $arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{4}$, எனில் $x^2 + y^2 - 2y = 1$ என நிரூபி
8. தீர்க்க : $x^7 + x^4 + x^3 + 1 = 0$
9. தீர்க்க : $x^{11} - x^6 + x^5 - 1 = 0$.
10. $|z - 2| = 2|z - 1|$ எனில் $|z|^2 = \frac{4}{3}Re(z)$ என நிரூபி.
11. $\left|\frac{z-2i}{z+2i}\right| = \sqrt{2}$ என்பதைப் பூர்த்தி செய்யும் $z = x + iy$ என்ற கலப்பெண்ணின் நியமப்பாதையைக் காண்க.
12. $z = 2 - 3i$ எனில் $z^2 - 4z + 13 = 0$ என நிரூபி. மேலும் $4z^3 - 3z^2 + 140$ ன் மதிப்பு காண்க.
13. $(2 - 2i)^{\frac{1}{3}}$ ன் எல்லா மதிப்புகளையும் காண்க. மேலும் அவற்றின் பெருக்கற்பலனைக் காண்க.
14. $z\bar{z} - (2 + 3i)z - (2 - 3i)\bar{z} + 9 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.
15. $a = \cos 2\alpha + i \sin 2\alpha, b = \cos 2\beta + i \sin 2\beta, c = \cos 2\gamma + i \sin 2\gamma$ எனில் பின்வருவனவற்றை நிரூபிக்கவும்

$$i) \quad \sqrt{abc} + \frac{1}{\sqrt{abc}} = 2 \cos(\alpha + \beta + \gamma)$$

$$ii) \quad \frac{a^2b^2+c^2}{abc} = 2 \cos 2(\alpha + \beta - \gamma).$$

16. P என்பது கலப்பெண் மாறி z ஐக் குறித்தால் P ன் நியமப்பாதையினை என்ற $Re\left(\frac{z+1}{z-1}\right) = 1$ கட்டுப்பாட்டிற்கு இணங்க காண்க.
17. $(\sqrt{3} + i)^{\frac{2}{3}}$ ன் எல்லா மதிப்புகளையும் காண்க.
18. P ன் நியமப்பாதையை $arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{3}$ என்ற கட்டுப்பாட்டிற்கிணங்க காண்க.
19. α மற்றும் β என்பது $x^2 - 2x + 4 = 0$ ன் மூலங்கள் எனில் $\alpha^n - \beta^n = i2^{n+1} \sin \frac{n\pi}{3}$ என நிரூபி. மேலும் $\alpha^9 - \beta^9$ காண்க.
20. $x - iy = \sqrt{\frac{a-ib}{c-id}}$ எனில் $(a^2 + b^2)^2 = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$ என நிறுவுக.
21. $x = -2 - \sqrt{3}i$ எனில் $2x^4 + 5x^3 + 7x^2 - x + 35$ என்ற கோவையின் மதிப்பு காண்க.
22. α மற்றும் β என்பது $x^2 - 2px + p^2 + q^2 = 0$ ன் மூலங்கள் மற்றும் $\tan \theta = \frac{q}{y+p}$ எனில் $\frac{(y+\alpha)^n - (y+\beta)^n}{\alpha - \beta} = q^{n-1} \frac{\sin n\theta}{\sin^n \theta}$ என நிரூபி.
23. α மற்றும் β என்பது $x^2 - 2x + 2 = 0$ ன் மூலங்கள் மற்றும் $\cot \theta = y + 1$ எனில் $\frac{(y+\alpha)^n - (y+\beta)^n}{\alpha - \beta} = \frac{\sin n\theta}{\sin^n \theta}$ என நிரூபி.
24. $arg(1 + i) + arg(-1 + i) = arg[(1 + i)(-1 + i)]$ என்பது சரியா என ஆராய்க.
25. $Re\left(\frac{\bar{z}+1}{\bar{z}-i}\right) = 0$ எனில் z ன் நியமப்பாதையைக் காண்க.

அத்தியாயம் 3 — சமன்பாட்டியல்

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டுக் கணக்குகள்
3.1	2 (அனைத்தும்) , 8,11 மற்றும் 12	3.3
3.2	2 மற்றும் 3	3.8, 3.9, 3.11, 3.12 மற்றும் d 3.13
3.3	7	3.19
3.4	-	-
3.5	2(ii)	-
3.6	1,3,4 மற்றும் d 5	3.30, 3.31 (each)

மூன்று மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டுக் கணக்குகள்
3.1	1,3 each , 5,7, 9 மற்றும் 10	3.1,.3.2,.3.4, 3.5 மற்றும் 3.7
3.2	1 மற்றும் 5	3.10 மற்றும் 3.14
3.3	1, 2, 3 மற்றும் 6 (each)	3.16, 3.17, 3.18, 3.20, 3.21 மற்றும் 3.22
3.4	-	-
3.5	1(i), (ii), 2(i), 5(ii) மற்றும் 6	3.25, 3.26, 3.27 மற்றும் 3.29
3.6	-	-

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டுக் கணக்குகள்
3.1	4 மற்றும் 6	3.6
3.2	4	-
3.3	4 மற்றும் 5	3.15
3.4	1(i) மற்றும் (ii)	3.23 மற்றும் 3.24
3.5	7	3.28
3.6	2	-

உருவாக்கப்பட்ட வினாக்கள்

தேற்றங்கள் மற்றும் வரையறைகள்

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. இயற்கணித்தின் அடிப்படைத் தேற்றத்தை வரையறு.
2. இணை கலப்பெண் மூலத்தின் தேற்றத்தைக் கூறுக.
3. விகிதமுறு தேற்றத்தை வரையறுக்க
4. படி 'n' உடைய $P(x)$ என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையை தலைகீழ் பல்லுறுப்புக் கோவை என எப்பொழுது கூறுவோம்?
5. டெஸ்கார்டே விதியைக் கூறுக.
6. α, β, γ என்பன $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\sum 2\alpha$ ன் மதிப்பைக் காண்க.
7. $3, \sqrt{3}, -\sqrt{3}$ என்ற மூலங்களைக் கொண்டு முப்படிமான சமன்பாட்டை உருவாக்குக.
8. தீர்க்க : $x^4 - 2x^2 + 63 = 0$.
9. $x^3 + ax^2 + bx - c^3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் பெருக்குத் தொடர் முறையில் இருப்பின் $ac + b = 0$ என நிறுவுக.
10. $3 - 2i$ ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைவான படியுடைய விகிதமுறு எண்களைக் குணகங்களாக உடைய பல்லுறுப்பு சமன்பாட்டைக் காண்க.
11. α, β, γ என்பன $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\sum \alpha\beta$ மற்றும் $\sum \alpha$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டைக் காண்க.
12. $x^3 + 6x^2 + 4x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் அதிகபட்ச மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
13. $x^7 + 6x^6 - 7x^5 + 5x^4 - 2x + 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் குறை எண் மற்றும் கற்பனை எண் மூலங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
14. தீர்க்க : $6x^4 - 35x^2 + 50 = 0$
15. தீர்க்க : $x^3 - 7x^2 + 4x + 12 = 0$

மூன்று மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. α, β, γ என்பன $x^3 - 2x^2 + 3x + 5 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\sum \alpha^{-2}$ ஐக் காண்க.
2. $x^4 + 5x^3 - 30x^2 - 40x + 64 = 0$ ன் மூலங்கள் பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் இருந்தால் அதன் மூலங்களைக் காண்க.
3. $(2k - 5)x^2 - 4x - 15 = 0$ மற்றும் $(3k - 8)x^2 - 5x - 21 = 0$ என்ற சமன்பாடுகளுக்கு பொதுமூலம் இருந்தால் 'k' மதிப்பு காண்க.
4. $15x^3 - 23x^2 + 9x - 1 = 0$ ன் மூலங்கள் இசைத்தொடர் முறையில் இருந்தால் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.
5. தீர்க்க : $3^{2x+4} + 1 = 2 \cdot 3^{x+2}$
6. தீர்க்க : $2^{2x} - 2^{x+3} + 2^4 = 0$
7. தீர்க்க : $5^{x-1} + 5^{1-x} = 26$
8. $1 - \sqrt{5}$ என்பது $x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 8x - 8 = 0$ ன் மூலம் எனில் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க
9. $x^3 - 13x^2 + 15x + 189 = 0$ ன் ஒரு மூலம் மற்ற மூலத்தை விட 2 அதிகம் எனில் அதன் தீர்வினைக் காண்க.
10. தீர்க்க : $x^3 - 3x^2 - 33x + 35 = 0$
11. தீர்க்க : $4x^4 - 20x^3 + 33x^2 - 20x + 4 = 0$

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ ஐ மூலமாகக் கொண்ட குறைவான படியுடைய விகிதமுறு எண்களைக் குணகங்களாகக் கொண்ட பல்லுறுப்புக் கோவையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
2. $3 + i$ ஐ மூலமாகக் கொண்டு $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x + 10 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் அனைத்து பூச்சியங்களையும் காண்க. மேலும் $\sum \bar{\alpha}$ ன் மதிப்பைக் காண்க.
3. தீர்க்க: $(x - 3)(x - 6)(x - 1)(x + 2) + 54 = 0$
4. தீர்க்க : $(x - 4)(x - 2)(x - 1)(x + 1) + 8 = 0$
5. தீர்க்க : $12x^4 - 56x^3 + 89x^2 - 56x + 12 = 0$

6. தீர்க்க: $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^x + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x = 10$
7. தீர்க்க : $(4x + 3)(3x + 2)(x + 1)(12x + 5) - 6 = 0$
8. $ax^2 + bx + c = 0$ என்ற இருபடித்தான சமன்பாட்டின் மூலங்களின் கூடுதலானது தலைகீழ் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம் எனில் $\frac{a}{c}, \frac{b}{a}$ மற்றும் $\frac{c}{b}$ என்பது இசைச் சராசரியில் உள்ளது என நிரூபிக்க.
9. தீர்க்க : $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 2)(x - 3) = 1$
10. $x^n - 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $1, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ எனில் $(1 - a_1)(1 - a_2)(1 - a_3) \dots (1 - a_{n-1})$ ன் மதிப்பு காண்க.
11. கலப்பெண்ணின் இணை மூலங்கள் தேற்றத்தை எழுதி நிரூபி..

அத்தியாயம் 4 - நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகள்

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டுக் கணக்குகள்
4.1	1 (அனைத்தும்), 2(அனைத்தும்). 4 and 7 (அனைத்தும்)	4.1, 4.2 மற்றும் 4.3 (அனைத்தும்)
4.2	1, 2, 3 மற்றும் 5	-
4.3	-	-
4.4	2(i)	4.13, 4.14 மற்றும் 4.15
4.5	1, 4(i) மற்றும் 6	4.16, 4.17, 4.18 (i) மற்றும் (ii), 4.19, 4.24 மற்றும் 4.26

மூன்று மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டுக் கணக்குகள்
4.1	3 மற்றும் 6	4.4
4.2	6, 7 மற்றும் 8 (அனைத்தும்)	4.7
4.3	1 மற்றும் 4 (அனைத்தும்)	4.10 மற்றும் 4.11
4.4	-	4.15
4.5	2. 4(ii), 7,8 மற்றும் 9	4.18, 4.20, 4.21, 4.22, 4.25 மற்றும் 4.27

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டுக் கணக்குகள்
4.5	-	4.23, 4.28 மற்றும் 4.29

உருவாக்கப்பட்ட வினாக்கள்

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. $y = \sin^{-1} x + \tan^{-1} x ; x \in [-1,1]$ என்பது ஒற்றைச் சார்பா என சோதிக்க?
2. $f(x) = \sin x ; x \in [0, \pi]$ என்ற சார்பு இருபடிச்சார்பா? காரணம் கூறு.
3. மதிப்பு காண்க: $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) - 4 \tan^{-1}(\sqrt{2} - 1)$
4. $\sin^{-1}(2x - 1)$ என்ற சார்பின் மதிப்பகத்தைக் காண்க.
5. $f(x) = \sin\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)$ என்ற சார்பின் வீச்சு மற்றும் இடைவெளியைக் காண்க.
6. $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{x^2+1}\right) = 2 \tan^{-1} x$ எனில் 'x' ன் மதிப்பகத்தைக் காண்க.
7. $\cos^{-1}\left(\frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}\right)$ என்ற சார்பில் 'x' ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.
8. மதிப்பு காண்க: $\sin^{-1} x - \cos^{-1} \sqrt{1-x^2}$ where $-1 \leq x \leq 1$
9. மதிப்பு காண்க: $\tan^{-1}\left(\cos^{-1} \frac{5}{13}\right) + \sin^{-1}\left(\tan^{-1} \frac{3}{4}\right)$
10. மதிப்பு காண்க: $\frac{\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)}{\csc^{-1}(2) + \sec^{-1}(2)}$
11. மதிப்பு காண்க : $\sin^{-1}\left(\sin \frac{7\pi}{4}\right)$
12. மதிப்பு காண்க : $\cos^{-1}\left(\cos \frac{\pi}{3}\right) + \cos^{-1}\left(\cos \frac{5\pi}{6}\right)$
13. மதிப்பு காண்க : $\cos^{-1}\left(\cos \frac{4\pi}{3}\right)$
14. மதிப்பு காண்க : $\tan^{-1}\left(\tan \frac{5\pi}{6}\right)$
15. $\cos^{-1}(\cos \theta) = 2\pi - \theta$ என நிரூபி.

மூன்று மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. மதிப்பு காண்க: $\cos^{-1}\left[\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right]$
2. மதிப்பு காண்க: $\sin\left[2 \sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right]$

3. $0 < a_1, a_2, a_3, \dots, a_n < 1$ எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக.

$$\tan^{-1} \left(\frac{a_1 - a_2}{1 + a_1 a_2} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{a_2 - a_3}{1 + a_2 a_3} \right) + \dots + \tan^{-1} \left(\frac{a_{n-1} - a_n}{1 + a_{n-1} a_n} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{a_1 - a_n}{1 + a_1 a_n} \right)$$
4. மதிப்பு காண்க : $2 \tan^{-1} x - \sin^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \right)$
5. $x, y, z \in [-1, 1]$ மற்றும் $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \frac{3\pi}{2}$ எனில்
 $(1+x)^{2017} + (1+y)^{2018} + (1+z)^{2019}$ ன் மதிப்புக் காண்க.
6. $\sin^{-1} \left(\frac{2a}{1+a^2} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{1-b^2}{1+b^2} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2x}{1-x^2} \right)$ எனில் $x = \frac{a-b}{1+ab}$ என நிரூபி.
7. $\tan^{-1} \left(\frac{1-x^2}{2x} \right) + \cot^{-1} \left(\frac{1-x^2}{2x} \right) = \frac{\pi}{2}$ என நிரூபி.
8. $\sin \left[\tan^{-1} \left(\frac{1-x^2}{2x} \right) + \cos^{-1} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) \right] = 1$ என நிரூபி.
9. மதிப்பு காண்க : $\sin^{-1} \left(\frac{4}{5} \right) + 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{3} \right)$
10. மதிப்பு காண்க : $\sin^{-1}(3x - 4x^3)$ where $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$
11. $\cot^{-1}(-2) = \pi - \cot^{-1}(2)$ என நிரூபி.
12. $\tan^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) = -\pi + \cot^{-1} x$ when $x = -\sqrt{3}$ என்பதைச் சரிபார்.

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. மதிப்பு காண்க : $\tan^{-1} \left(\frac{3}{5} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{3}{29} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{3}{71} \right) + \dots + \tan^{-1} \left(\frac{3}{3539} \right)$
2. மதிப்பு காண்க : $\cot^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4} + \dots \right)$
3. மதிப்பு காண்க : $\sec^{-1} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots \infty \right)$
4. மதிப்பு காண்க: $\tan^{-1} \left(\tan \frac{4\pi}{3} \right) + \tan^{-1} \left(\tan \frac{5\pi}{3} \right)$
5. $f(x) = \sin^{-1} \left[\frac{|x|-2}{3} \right] + \cos^{-1} \left[\frac{|x|+2}{3} \right]$ ன் மதிப்புகத்தைக் காண்க.
6. $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \pi + \tan^{-1} \left(\frac{x+y}{1-xy} \right)$ என்பதைச் சரிபார்.

7. $2 \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{a-b}{a+b}} \tan \frac{\theta}{2} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{a \cos \theta + b}{a+b \cos \theta} \right)$ என நிரூபி. அதிலிருந்து

$$2 \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} \tan \frac{\theta}{2} = \cos^{-1} \left(\frac{2 \cos \theta + 1}{2 + \cos \theta} \right) \text{ என்பதை நிறுவுக.}$$

8. வழக்கமான குறியீடுகளுடன் ஒரு ΔABC ல் $\tan^{-1} \left(\frac{a}{b+c} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{b}{c+a} \right)$ என்பதை நிரூபி. இங்கு $\angle C = 90^\circ$

9. வழக்கமான குறியீடுகளுடன் ஒரு செங்கோண ΔABC ல் $\tan^{-1} \left(\frac{c-a}{b} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{c-b}{a} \right)$ என்பதை நிரூபி. இங்கு $\angle C = 90^\circ$

10. $f(x) = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$, எனில் 'x' ன் மதிப்பகம் காண்க.

11. $f(x) = \cos^{-1}(4x^3 - 3x)$, எனில் 'x' ன் மதிப்பகம் காண்க.

அத்தியாயம் 5 - இருபரிமாண பகுமுறை வடிவியல் II

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டுக் கணக்குகள்
5.1	1,2,5,8 மற்றும் 11	5.1,5.3,5.4, 5.5, 5.6, 5.12
5.2	1 (i) to (iv) each	5.14, 5.15, 5.16 மற்றும் 5.23
5.3	-	
5.4	-	-
5.5	-	-

மூன்று மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டுக் கணக்குகள்
5.1	3,4,7,9,10 மற்றும் 12	5.2, 5.7, 5.8, 5.9 மற்றும் 5.11
5.2	2, 3 (each), 4 (i) to (iii) 5, 6, 7 மற்றும் 8 (i) to (iv)	5.14, 5.15 தேற்றம் 5.5, 5.18, 5.22 மற்றும் 5.25
5.3	-	-
5.4	4, 5, 6, 7 மற்றும் 8	5.27 மற்றும் 5.28
5.5	-	5.30, 5.32, 5.34, 5.35, 5.36, 5.37 மற்றும் 5.38

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டுக் கணக்குகள்
5.1	6	5.10 மற்றும் 5.13
5.2	4(iv), (v), 8 (v), (vi)	5.17, 5.19, 5.20, 5.21 மற்றும் 5.24
5.3	-	-
5.4	1, 2 மற்றும் 3	-
5.5	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 மற்றும் 10	5.30, 5.31 5.33, 5.39 மற்றும் 5.40

உருவாக்கப்பட்ட வினாக்கள்

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. $x^2 + 6xy + 9y^2 - 26x + 38y + 49 = 0$ என்ற கூம்புவளைவின் வகையைக் கண்டறிக.
2. $9x^2 + 4y^2 = 36$ என்ற நீள்வட்டத்தின் இயக்கு வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (director circle)
3. $\frac{(x+1)^2}{3} - \frac{(y-2)^2}{2} = 1$ என்ற கூம்புவளையின் இயக்கு வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (director circle)
4. நீள்வட்டத்தின் மையம் $(2, 4)$. ஒரு குவியம் $(2, 5)$. எனில் மற்றொரு குவியம் காண்க.
5. முனை $(3, -1)$ வலதுபுறம் திறப்புடைய செவ்வகலத்திற்கும் இயக்குவரைக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் 4 உடைய பரவளைவின் சமன்பாடு காண்க.
6. முனை $(1, 4)$ மற்றும் குவியம் $(-2, 4)$ உடைய பரவளைவின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
7. $9x^2 + 4y^2 = 36$ என்ற நீள்வட்டத்தின் நெட்டச்சு மற்றும் குற்றச்சு நீளங்களைக் காண்க.
8. $9x^2 + 16y^2 = 144$ என்ற நீள்வட்டத்தின் இயக்குவரை மற்றும் செவ்வகல சமன்பாட்டினைக் காண்க.
9. குறுக்கச்சு y அச்சிற்கு இணையாகவும் மையம் $(0, 0)$, அரை துணையச்சின் நீளம் 4 இ மையத்தொலைத்தகவு 2 எனவும் அமையும் அதிபரவளையத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
10. குவியங்கள் $(\pm 6, 0)$ மேலும் குறுக்கக்க்சிக் நீளம் 8 ஆகவும் உள்ள அதிபரவளையத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
11. பின்வருவனவற்றின் துணையலகுச் சமன்பாட்டினைத் தருக. (a) வட்டம் (b) பரவளையம் (c) நீள்வட்டம் மற்றும் (d) அதிபரவளையம்
12. $t = 1$ ல் $y^2 = 12x$ என்ற பரவளையத்திற்கு தொடு கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.
13. $y^2 = 12x$ என்ற பரவளையத்திற்கு $(3, -6)$ என்ற புள்ளியில் செங்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.
14. $3x - 2y + 5 = 0$ என்ற நேர்கோட்டிற்கு இணையாக $y^2 = 6x$ என்ற பரவளையத்தின் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு காண்க.
15. $3x - y + 8 = 0$ என்ற நேர்கோட்டிற்கு செங்குத்தான $y^2 = 16x$ என்ற பரவளையத்தின் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

16. $x + y + 2 = 0$ என்ற நேர்கோட்டிற்கு இணையாக $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் தொடு கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.
17. பரவளையம் $y^2 = 4ax$ ன் குவிநாணின் இறுதிப் புள்ளிகள் t_1 மற்றும் t_2 எனில் $t_1 t_2 = -1$ என்று நிறுவுக.
18. $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 15 = 0$ என்ற வட்டத்தின் விட்டத்தின் ஒரு முனை $(-2, -7)$ எனில் அதன் மறுமுனையைக் காண்க.
19. $(a - 4)x^2 + by^2 + (b - 3)xy + 4x + 4y + 1 = 0$ ஒரு வட்டத்தைக் குறிக்கிறது எனில் a மற்றும் b ன் மதிப்புகளைக் காண்க
20. மையம் $(2, -3)$ ஆரம் 3 உடைய வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க. $(2, 0)$ என்ற புள்ளி வட்டத்தின்மேல் உள்ளதா எனவும் காண்க.
21. $x = 3 \cos \theta$, $y = 3 \sin \theta$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ என்ற துணை அலகுச் சமன்பாட்டினைக் கொண்ட வட்டத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
22. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் துணை அலகுச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
23. $x = 4 \sec \theta$ மற்றும் $y = 3 \tan \theta$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ என்ற துணை அலகுச் சமன்பாடுகளைக் கொண்ட அதிபரவளையத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
24. $(1, 2)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $(2, 3)$ ஐ மையமாகக் கொண்டதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
25. ஆரம் 4 உடைய வட்டத்தின் விட்டத்தின் சமன்பாடுகள் $x + 2y = 7$ மற்றும் $2X + Y = 8$ எனில் அவ்வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
26. மையம் $(-4, 5)$ மற்றும் பரப்பு 16π சதுர அலகுகள் எனவும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
27. $(2, 1)$ என்ற புள்ளியிடத்து $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோட்டின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
28. $(1, 2)$ என்ற புள்ளி $x^2 + y^2 - 10x = 0$ என்ற வட்டத்தின் அ) உள்ளே ஆ) வெளியே அல்லது இ) மேலே அமைந்துள்ளதா என்பதைச் சோதிக்க.
29. மையம் $(2, 3)$ எனக் கொண்டு (i) x அச்சு (ii) y அச்சைத் தொடும் வட்டத்தின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
30. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்தின் செங்குத்துத் தொடுகோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளியின் நியமப் பாதை காண்க.

மூன்று மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. ஒரு பரவளைய பிரதிபலிப்பானின் விட்டம் 20 செமீ. அதன் குழிவு 5 செமீ எனில் அப்பிரதிபலிப்பானின் மையத்திலிருந்து குவியத்திற்கு இடைப்பட்ட தூரம் காண்க.
2. ஒரு இருசக்கர வாகனத்தின் முகப்பு விளக்கில் உள்ள பிரதிபலிப்பான் ஒரு பரவளைய அமைப்பில் உள்ளது. அதன் விட்டம் 12 செமீ ஆழம் 4 செமீ எனில் அதன் அச்சில் எந்த இடத்தில் பல்பிணைப் பொருத்தினால் முகப்பு விளக்கு மிகச் சிறந்த முறையில் ஒளியைத் தர முடியும் எனக் கணக்கிடுக.
3. பரவளைய ஆடியின் குவியம் அதன் மையத்திலிருந்து (முனை) 4 செமீ தொலைவில் உள்ளது. ஆடியின் குழிவு 25 செமீ எனில் அவ்வாடியின் விட்டம் காண்க.
4. நீள்வட்டத்தின் குவியங்கள் $(\pm 3, 0)$ மற்றும் முனைகள் $(\pm 5, 0)$ எனில் அதன் சமன்பாட்டைக் காண்க. .
5. முனைகள் $(0, \pm 10)$ மற்றும் குற்றச்சின் முனைகள் $(\pm 8, 0)$ எனில் நீள்வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. .
6. குவியம் $(-1, 3)$ மற்றும் இயக்குவரை $2x + 3y = 3$ உடைய பரவளையத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
7. முனை $(1, 4)$, இடதுபுறம் திறப்புடைய $(-2, 10)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லக் கூடிய பரவளையத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
8. $(x - 4)^2 = 4(y + 2)$ என்ற பரவளையத்தின் முனை, குவியம் மற்றும் இயக்குவரையின் சமன்பாடு காண்க.
9. குவியங்கள் $(1, 0)$, $(-1, 0)$ மற்றும் மையத்தொலைத்தகவு $\frac{1}{2}$ உடைய நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
10. மையம் $(1, 2)$, ஒரு குவியம் $(1, 3)$ மற்றும் மையத்தொலைத்தகவு $\frac{1}{2}$ உடைய நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
11. குவியங்கள் $(\pm 3, 0)$ மற்றும் செவ்வகல நீளம் $\frac{32}{5}$ உடைய நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
12. ஒரு புள்ளியானது அப்புள்ளிக்கும் $(3, 0)$, $(-3, 0)$ என்ற புள்ளிகளுக்கும் இடையே உள்ள தூரங்களின் கூடுதல் 9 ஆக இருக்குமாறு நகருமானால் அப்புள்ளியின் இயங்குவரையைக் காண்க.
13. இயக்குவரை $2x + y = 1$, குவியம் $(1, 2)$ மற்றும் மையத்தொலைத்தகவு $\sqrt{3}$ உடைய அதிபரவளையத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
14. குவியங்கள் $(0, \pm\sqrt{10})$ உடையதும் $(2, 3)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லக் கூடியதுமான அதிபரவளையத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

15. ஒரு புள்ளியானது அப்புள்ளிக்கும் $(5, 0)$, $(-5, 0)$ என்ற புள்ளிகளுக்கும் இடையேயான தூரங்களின் வித்தியாசம் 8 ஆக இருக்குமாறு நகருமானால் அப்புள்ளியின் நியமப்பாலை $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ எனக் காட்டுக.
16. $x^2 + x - 2y + 2 = 0$ என்ற பரவளையத்திற்கு $(1, 2)$ என்ற புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
17. $t = \frac{1}{2}$ வில் $y^2 = 8x$ என்ற பரவளையத்திற்கு தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
18. நீள்வட்டம் $x^2 + 4y^2 = 32$ க்கு $\theta = \frac{\pi}{4}$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
19. அதிபரவளையம் $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{12} = 1$ க்கு $\theta = \frac{\pi}{6}$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
20. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 24 = 0$ என்ற வட்டத்தின் சுற்றளவையும் ஆரத்தையும் காண்க.
21. a, b ன் எம் மதிப்புகளுக்கு $(a - 2)x^2 + by^2 + (b - 2)xy + 4x + 4y - 1 = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு வட்டத்தைக் குறிக்கும் எனக் காண்க. வட்டத்தின் சமன்பாட்டை எழுதுக. மையம் மற்றும் ஆரத்தையும் காண்க.
22. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 21 = 0$ என்ற வட்டத்திற்கு $(1, 4)$ என்ற புள்ளியில் வரையப்படும் தொடுகோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
23. $x^2 + y^2 = 36$ என்ற வட்டத்திற்கு $x + y = 2$ என்ற கோட்டிற்கு (i) செங்குத்தாக (ii) இணையாக வரையப்படும் தொடுகோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.
24. $3x + 4y - p = 0$ என்ற கோடு $x^2 + y^2 = 36$ என்ற கோட்டிற்கு தொடுகோடாக அமைகிறது எனில் p ன் மதிப்பைக் காண்க.
25. $lx + my + n = 0$ என்ற கோடு $x^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்திற்கு தொடுகோடாக அமைய நிபந்தனை காண்க.
26. $lx + my + n = 0$ என்ற கோடு $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு தொடுகோடாக அமைய நிபந்தனை காண்க.
27. $lx + my + n = 0$ என்ற கோடு $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்திற்கு தொடுகோடாக அமைய நிபந்தனை காண்க.
28. $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 14 = 0$, $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0$ மற்றும் $x^2 + y^2 - 10x - 16y + 7 = 0$ என்ற வட்டங்களின் மையங்கள் ஒரே கோட்டில் அமையும் எனக் காட்டுக.

29. $x = 3 + \sqrt{7} \cos t$, $y = 4 + \sqrt{7} \sin t$, என்ற வளைவையின் கார்டீசியன் சமன்மாட்டினைக் காண்க. t என்பது துணையலகு.
30. $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் நெட்டச்சு மற்றும் குற்றச்சின் சமன்பாடுகளையும் அவற்றின் நீளத்தையும் காண்க.

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. $y^2 - 8x - 2y + 17 = 0$ என்ற பரவளையத்தின் குவியம், முனை, இயக்குவரை மற்றும் செவ்வகம் காண்க.
2. $4x^2 + 12x - 20y + 67 = 0$ என்ற பரவளையத்தின் குவியம், முனை, இயக்குவரை மற்றும் செவ்வகம் காண்க.
3. $7x^2 + 4y^2 - 14x + 40y + 79 = 0$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையம், முனைகள், குவியங்கள் காண்க.
4. $9x^2 + 16y^2 + 36x - 32y - 92 = 0$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையம், முனைகள், குவியங்கள் காண்க.
5. $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$ என்ற அதிபரவளையின் மையம், மையத்தொலைத்தகவு, முனைகள், குவியங்கள் காண்க.
6. $12x^2 - 4y^2 - 24x + 32y - 127 = 0$ என்ற அதிபரவளையின் மையம், மையத்தொலைத்தகவு, முனைகள், குவியங்கள் காண்க.
7. ஒரு இரயில்வே பாலத்தின் மேல் வளைவு பரவளையத்தின் அமைப்பைக் கொண்டுள்ளது. அந்த வளைவின் அகலம் 100 அடியாகவும் அவ்வளைவின் உச்சிப்புள்ளியின் உயரம் பாலத்திலிருந்து 10 அடியாகவும் உள்ளது எனில் பாலத்தின் மத்தியிலிருந்து இடப்பிறம் அல்லது வலப்பிறம் 10 அடி தூரத்தில் பாலத்தின் மேல்வளைவு எவ்வளவு உயரத்தில் இருக்கும் எனக் காண்க.
8. ஒரு இரயில்வே பாலத்தின் கம்பிவடம் பரவளைய வடிவில் உள்ளது. அதன் நீளம் 40 மீட்டர் ஆகும். வழிப்பாதையானது கம்பி வடத்தின் கீழ்மட்டப் புள்ளியிலிருந்து 5 மீட்டர் கீழே உள்ளது. கம்பி வடத்தைத் தாங்கும் தூண்களின் உயரங்கள் 55 மீட்டர் எனில் 30 மீட்டர் உயரத்தில் கம்பி வடத்திற்கு ஒரு துணைதாங்கி கூடுதலாகக் கொடுக்கப்பட்டால் அத்துணைத் தாங்கியின் நீளம் காண்க.
9. ஒரு நுழைவு வாயிலின் மேற் கூரையானது அரை நீள்வட்ட வடிவில் உள்ளது. இதன் அகலம் 20 அடி. மையத்திலிருந்து அதன் உயரம் 18 அடி மற்றும் பக்கச் சுவர்களின் உயரம் 12 அடி எனில் ஏதேனும் ஒரு பக்கச் சுவரிலிருந்து 4 அடி தூரத்தில் மேற் கூரையின் உயரம் என்னவாக இருக்கும்?

10. ஒரு ஓட்டப்பந்தய வீரர் விளையாட்டுப் பயிற்சியின் போது அவருக்கும் அவரிடமிருந்து இரண்டு கொடிக் கம்பங்களுக்கும் இடையே உள்ள தூரம் 30 மீட்டர் ஆக உணர்கிறார். கொடிக் கம்பங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம் 24 மீட்டர் எனில் அவர் ஓடும் பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
11. 12 செ.மீ நீளமுள்ள இரும்புக் குழாய் ஒன்று அதனுடைய இரு முனைகளும் ஆய அச்சுகளைத் தொடுமாறு நகர்ந்து கொண்டிருக்கிறது எனில் அந்த இரும்புக் குழாய் x அச்சைத் தொடும் முனையிலிருந்து 3 செ.மீ தூரத்தில் P என்ற புள்ளியின் நியமப்பாதையைக் காண்க.
12. ஒரு வால் விண்மீன் (comet) ஆனது சூரியனைச் சுற்றிப் பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. சூரியன் பரவளையத்தின் குவியத்தில் அமைகிறது. வால் விண்மீன் சூரியனிலிருந்து 80 மில்லியன் கி.மீ தொலையில் அமைந்து இருக்கும் போத வால் விண்மீனையும் சூரியனையும் இணைக்கும் கோடு பாதையின் அச்சுடன் $\frac{\pi}{3}$ கோணத்தினை ஏற்படுத்துமானால் (i) வால்விண்மீன் பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (ii) வால்விண்மீன் சூரியனுக்கு எவ்வளவு அருகில் வரமுடியும் என்பதையும் காண்க.? (வலதுபுறம் திறப்புடையது).
13. ஒரு நீள்வட்டப் பாதையின் குவியத்தில் பூமி இருக்குமாறு ஒரு துணைக்கோள் சுற்றி வருகிறது. இதன் மையத்தொலைத்தகவு $\frac{1}{3}$ ஆகவும் பூமிக்கும் துணைக்கோளுக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் 800 கி.மீ ஆகவும் இருக்குமானால் பூமிக்கும் துணைக் கோளுக்கும் இடைப்பட்ட குறைந்தபட்ச தூரம் (மீச்சிறு தூரம்) என்ன?
14. $5x + 12y = 9$ என்ற நேர்கோடு அதி பரவளையம் $x^2 - 9y^2 = 9$ ஐத் தொடுகிறது என நிரூபி. தொடும் புள்ளியையும் காண்க.
15. $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கு $(2, -3)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
16. $4x^2 + 9y^2 = 36$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு $(1, 3)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
17. $2x^2 - 3y^2 = 6$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கு $(1, 2)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
18. ஒரு நீள்வட்டத்தின் செவ்வகலத்தின் ஒரு முனை வழியாக வரையப்படும் செங்கோடு (Normal), நெட்டச்சின் ஒரு முனை செல்கிறது எனில் $e^4 + e^2 - 1 = 0$ என நிறுவுக. e என்பது நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத்தகவு ஆகும்
19. $(4, 1), (6, 5)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் மையம் $4x + y = 16$ என்ற கோட்டின் மேல் அமைந்துள்ளதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.
- 20.. $(1, 1), (2, -1)$ மற்றும் $(3, 2)$ என்ற புள்ளிகள் வழியேச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

அத்தியாயம் 6 — வெக்டர் இயற்கணிதம்

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள்
6.1	-	-
6.2	1, 2, 3 மற்றும் 6	6.12, 6.13, 6.14, 6.15 மற்றும் 6.18
6.3	-	6.20
6.4	1, 2, 5 (i), (ii), (iii) மற்றும் 9	6.31 மற்றும் 6.32
6.5	-	-
6.6	1, 2, 3, 4 மற்றும் 5	6.38, 6.40, 6.41 மற்றும் 6.42
6.7	-	-
6.8	-	6.45
6.9	3, 4 மற்றும் 6	6.47, 6.48, 6.49, 6.51 மற்றும் 6.52

மூன்று மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள்
6.1	1,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 13 மற்றும் 14	6.1, 6.2, 6.8, 6.9, 6.10 மற்றும் 6.11
6.2	4, 5, 7, 8, 9 மற்றும் 10	6.16 மற்றும் 6.17
6.3	1(i),(ii), 2, 3, 5, 6, 7 மற்றும் 8	6.19 மற்றும் 6.21
6.4	4, 6, 7 மற்றும் 8	6.24, 6.25, 6.26, 6.28, 6.29 மற்றும் 6.30
6.5	1, 2, 3, 5, 6 மற்றும் 7	6.36 மற்றும் 6.37
6.6	6	-
6.7	7	6.43
6.8	3	-
6.9	1, 2, 5 மற்றும் 7	-

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

பயிற்சிகள்	பயிற்சிக் கணக்குகள்	எடுத்துக்காட்டு கணக்குகள்
6.1	9 மற்றும் 10	6.3, 6.4, 6.5 மற்றும் 6.7
6.2	-	-
6.3	5 (ஒவ்வொரு உட்பிரிவும்)	6.222, 6.23 (i), (ii)
6.4	3	6.27
6.5	4	6.33, 6.34 மற்றும் 6.35
6.6	-	-
6.7	1, 2, 3, 4, 5 மற்றும் 6	6.44
6.8	1, 2 மற்றும் 4	6.46
6.9	8	-

உருவாக்கப்பட்ட வினாக்கள்

இரண்டு மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. $\vec{x} \cdot \vec{a} = 0, \vec{x} \cdot \vec{b} = 0, \vec{x} \cdot \vec{c} = 0, \vec{x} \neq \vec{0}$, எனில் $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரு தள வெக்டர்கள் என நிரூபி.
2. $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$, எனில் $(\vec{c} \times \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{0}$ என நிரூபி.
3. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன ஒரு தள வெக்டர்கள் என இருந்தால் இருந்தால் மட்டும் $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}$ என்பவை ஒரு தள வெக்டர்கள் என நிரூபி.
4. $||[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]|| = abc$ என இருந்தால் மட்டும் $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை என நிரூபி.
5. $-12\vec{i} + \lambda\vec{k}, 3\vec{j} - \vec{k}$ மற்றும் $2\vec{i} + \vec{j} - 15\vec{k}$ என்ற விளிம்புகளைக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு 546 எனில் λ மதிப்பு காண்க.
6. $[\vec{a} \vec{a} + \vec{b} \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$ என நிரூபி.
7. ஜேக்கோபியின் முற்றொருமையை எழுதுக.
8. லெக்ராஞ்சியின் முற்றொருமையை எழுதுக.
9. $2x - y + 2z = 5$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தான அலகு வெக்டர் மற்றும் செங்குத்து வெக்டர்கள் ஆகியவற்றின் திசைக் கொசைன்கள் காண்க.
10. ஆய அச்சுக்களுடன் சமகோணங்களை ஏற்படுத்தும் வெக்டரின் திசைக் கொசைன்கள் யாவை?
11. $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = 3$ எனில் $2\vec{a} + \vec{b}, 2\vec{b} + \vec{c}$ மற்றும் $2\vec{c} + \vec{a}$ ஆகிய வெக்டர்களை ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத்திண்மத்தின் கன அளவு காண்க.
12. $(4, 2, 1)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடு தளத்தை $(2, 3, -1)$ ல் சந்தித்தால் தளத்தின் சமன்பாடு காண்க.
13. x-அச்சுக்கு செங்குத்தாகவும் $(3, -6, 9)$ என்ற புள்ளி வழியாகவும் செல்லும் தளத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாடு காண்க
14. $x - 2y + 4z - 5 = 0$ என்ற தளத்திற்கு இணையான ஆதிப் புள்ளியிலிருந்து ஓரலகு தூரத்தில் உள்ள தளத்தின் கார்டீசியன் சமன்பாடு காண்க.
15. $(2, 3, -4)$ வழிச் செல்லும் $x + 2y + 3z - 7 = 0$ என்ற தளத்திற்கு இணையான தளத்தின் சமன்பாடு காண்க.
16. $(-1, 2, -3)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் என்ற $2x + 3y + z + 5 = 0$

தளத்திற்குச் செங்குத்தான கோட்டின் கார்ட்சியன் சமன்பாடு காண்க.

17. $\frac{x}{1} = \frac{y}{k} = \frac{2z-3}{5}$ மற்றும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y}{3} = \frac{2z-3}{5}$ ஆகிய கோடுகள் இணையானவை எனில் k ன் மதிப்பு காண்க.
18. $(1, 6, 3)$ எனும் புள்ளிக்கும் $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ என்னும் கோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட செங்குத்துத் தூரத்தைக் காண்க.
19. $\frac{x-1}{k} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{4}$ மற்றும் $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{k} = \frac{z-1}{2}$ என்ற கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொண்டால் k ன் மதிப்பு காண்க.
20. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-k}$ மற்றும் $\frac{x-1}{k} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{1}$ ஆகிய கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமைந்தால் k ன் மதிப்பு காண்க.

மூன்று மதிப்பெண் வினாக்கள்

- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் நடுப்புள்ளி அதன் உச்சிகளில் இருந்து சம தொலைவில் இருக்கும் என நிரூபி.
- ஓர் இணைகரத்தின் மூலை விட்டங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் அதன் பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்கும் சமம் என நிரூபி.
- முக்கோணம் ABC இன் உச்சிகளான A, B, C யின் நிலை வெக்டர்கள் $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ எனில் முக்கோணம் ABC ன் பரப்பானது $\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}|$ என நிறுவுக.
இதனின்றும் $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ஒரே நேர்க்கோட்டமை வெக்டர்களாயிருக்க நிபந்தனையைக் காண்க.
- ஒரு இணைகரத்தின் மூலைவிட்டங்களை அடுத்துள்ள பக்கங்களாய்க் கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பானது முந்தைய இணைகரத்தின் பரப்பு போல் இருமடங்கு என நிறுவுக.
- $A(3, -1, 3)$ என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து $B(5, 2, 4)$ என்ற புள்ளி வழிச் செயல்படும் $4\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ என்ற விசை யின் திருப்புத்திறன் $\vec{i} + 2\vec{j} - 8\vec{k}$ என்று காட்டுக
- $\vec{a}$ என்ற ஏதேனும் ஒரு வெக்டருக்கு $\vec{i} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + \vec{j} \times (\vec{a} \times \vec{j}) + \vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{k}) = 2\vec{a}$ என நிரூபி.
- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) + (\vec{b} \times \vec{c}) \cdot (\vec{a} \times \vec{d}) + (\vec{c} \times \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{d}) = 0$ என நிரூபி.
- ஆதியிலிருந்து ஒரு தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்து அந்த தளத்தினை $(8, -4, 3)$ என்ற புள்ளியில் சந்திக்கிறது எனில் அதன் சமன்பாடு காண்க.
- $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ மற்றும் $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{-z-1}{1}$ என்ற கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்கின்றன என நிரூபி.

10. $(1, 1, -1)$ மற்றும் $(-1, 0, 1)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழியே செல்லக் கூடிய xy தளத்தைச் சந்திக்கும் புள்ளியைக் காண்க.
11. திசை விகிதங்கள் $(3, 4, 5)$ மற்றும் எண்ணளவு $35\sqrt{2}$ கொண்ட வெக்டர் $\vec{r}$ திசைக்கொசைன்களைக் காண்க.
12. $(\lambda + 1)\vec{i} + \lambda(\lambda + 1)\vec{j} + \vec{k}$, $(\lambda + 2)\vec{i} + (\lambda + 1)(\lambda + 2)\vec{j} + \vec{k}$ மற்றும் $(\lambda + 3)\vec{i} + (\lambda + 2)(\lambda + 3)\vec{j} + \vec{k}$ ஆகிய ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளை கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு காண்க.
13. $a\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} + b\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} + \vec{j} + c\vec{k}$; $(a + b + c \neq 1)$ ஆகியவை ஒரே தள வெக்டர்கள் எனில் $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c}$ ன் மதிப்பு காண்க.
14. $\vec{d} = x(\vec{a} \times \vec{b}) + y(\vec{b} \times \vec{c}) + z(\vec{c} \times \vec{a})$ மற்றும் $[\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{c}] = \frac{1}{8}$ எனில் $x + y + z$ ன் மதிப்பு காண்க.
15. $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ ஆகியவை ஒரே தளத்தில் அமையாத வெக்டர்கள் எனில் $(\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}) \cdot [(\vec{u} - \vec{v}) \times (\vec{v} - \vec{w})]$ ன் மதிப்பு காண்க.
16. $\triangle ABC$ ல் $3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $2\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$ மற்றும் $\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ முறையே A, B மற்றும் C நிலை வெக்டர்கள் எனில் மையக்கோட்டச் சந்தி வழியாகவும் $\overline{BC}$ க்கு இணையானதுமான கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.
17. A, B, C மற்றும் D ன் நிலை வெக்டர்கள் முறையே $3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $4\vec{i} + 5\vec{j} + 5\vec{k}$, $4\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ மற்றும் $6\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ எனில் $\overline{AB}$ மற்றும் $\overline{CD}$ சந்திக்கும் புள்ளியைக் காண்க.
18. $(1,1,1)$, $(1,2,3)$, $(2, -1,1)$ ஆகியவற்றை உச்சிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் $(1,1,1)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் செங்குத்துக் கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.
19. $(3,1,2)$ என்ற புள்ளி வழியாகவும் $\vec{r} \cdot (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = 6$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தானதுமாகிய கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.
20. $\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ மற்றும் $3\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் மையச் செங்குத்துத் தளத்தின் சமன்பாடு காண்க.
21. $\vec{r} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} + t(2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}) = 7$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தின் Sine மதிப்பு காண்க.
22. $(1,5,-9)$ என்ற புள்ளிக்கும் $x - y + z = 5$ உள்ள தூரத்தை $x = y = z$ என்ற கோட்டின் வழியே மதிப்பிடுக.

ஐந்து மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. $\vec{r} \cdot (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = 4$ என்ற தளமும் $(3, 1, 2)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் செங்குத்துக் கோடும் சந்திக்கும் புள்ளியைக் காண்க.
2. $\vec{r} = (\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) + t(2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k})$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{1}$ க்கு இணையானதுமான தளத்தின் துணையலகு சமன்பாடு துணையலகு அல்லாத சமன்பாடு ஆகியவற்றைக் காண்க.
3. $(-1, 2, 0)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் $\vec{r} = (2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}) + t(\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k})$ தளத்தை உள்ளடக்கிய தளத்தின் துணையலகுச் வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டிசியன் சமன்பாடு காண்க.
4. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-6}{1}$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\frac{x+3}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{2z+1}{-3}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையானதுமான தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் மற்றும் கார்டிசியன் சமன்பாடு காண்க.
5. $(5, 2, 6)$ என்ற புள்ளியின் பிம்பத்தினை $x + y + z = 9$ என்ற தளத்தைப் பொறுத்து காண்க.

