



Padalsalai's Telegram Groups!

(தலைப்பிற்கு கீழே உள்ள லிங்கை கிளிக் செய்து குழுவில் இணையவும்!)

- Padalsalai's NEWS - Group
https://t.me/joinchat/NIfCqVRBNj9hhV4wu6_NqA
- Padalsalai's Channel - Group
<https://t.me/padasalaichannel>
- Lesson Plan - Group
<https://t.me/joinchat/NIfCqVWwo5iL-21gpzrXLw>
- 12th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_12th
- 11th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_11th
- 10th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_10th
- 9th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_9th
- 6th to 8th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_6to8
- 1st to 5th Standard - Group
https://t.me/Padalsalai_1to5
- TET - Group
https://t.me/Padalsalai_TET
- PGTRB - Group
https://t.me/Padalsalai_PGTRB
- TNPSC - Group
https://t.me/Padalsalai_TNPSC

செலக்கள் கணக்கு

10

6. முக்கோணவியல்

நினைவில் கொள்ள வேண்டியவை

முக்கோணவியல் முற்றொருமைகள்

$$(i) \sin^2 + \cos^2 = 1 \quad (ii) 1 + \tan^2 = \sec^2$$

$$(iii) 1 + \cot^2 = \operatorname{cosec}^2$$

பயிற்சி 6.1

1. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

$$(i) \cot + \tan = \sec \operatorname{cosec}$$

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \cot + \tan \\ &= \frac{\cos}{\sin} + \frac{\sin}{\cos} \\ &= \frac{\cos + \sin}{\sin \cos} \\ &= \frac{1}{\cos} \cdot \frac{1}{\sin} \\ &= \sec \operatorname{cosec} \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

$$(ii) \tan^4 + \tan^2 = \sec^4 - \sec^2$$

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \tan^4 + \tan^2 \\ &= \tan^2 (\tan^2 + 1) \\ &= \tan^2 \cdot \sec^2 \\ &= (\sec^2 - 1) \sec^2 \\ &= \sec^4 - \sec^2 \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

2. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

$$i) \frac{1 - \tan^2}{\cot^2 - 1} = \tan^2$$

தீர்வு : LHS =

$$\begin{aligned} &\frac{1 - \tan^2}{\cot^2 - 1} \\ &= \frac{1 - \frac{\sin^2}{\cos^2}}{\frac{\cos^2}{\sin^2} - 1} \\ &= \frac{\frac{\cos^2 - \sin^2}{\cos^2}}{\frac{\cos^2 - \sin^2}{\sin^2}} \\ &= \frac{\cos^2}{\sin^2} \cdot \frac{\sin^2}{\cos^2} - 1 \\ &= \tan^2 \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

$$ii) \frac{\cos}{1 + \sin} = \sec - \tan$$

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு : LHS} &= \frac{\cos}{1 + \sin} \\ &= \frac{\cos}{1 + \sin} \times \frac{1 - \sin}{1 - \sin} \\ &= \frac{\cos (1 - \sin)}{1 - \sin^2} \\ &= \frac{\cos (1 - \sin)}{\cos^2 s} \\ &= \frac{1}{\cos} - \frac{\sin}{\cos} \\ &= \sec - \tan \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

3. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

$$(i) \sqrt{\frac{1 + \sin}{1 - \sin}} = \sec + \tan$$

தீர்வு :

$$\begin{aligned} (i) \text{ LHS} &= \sqrt{\frac{1 + \sin}{1 - \sin}} \\ &= \sqrt{\frac{1 + \sin}{1 - \sin}} \times \frac{1 + \sin}{1 + \sin} \\ &= \sqrt{\frac{(1 + \sin)^2}{1 - \sin^2}} \\ &= \sqrt{\frac{1 + \sin^2}{\cos^2}} \\ &= \frac{1 + \sin}{\cos} \\ &= \frac{1}{\cos} + \frac{\sin}{\cos} \\ &= \sec + \tan \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ii) &\sqrt{\frac{1 + \sin}{1 - \sin}} + \sqrt{\frac{1 - \sin}{1 + \sin}} = 2\sec \\ \text{LHS} &= \sqrt{\frac{1 + \sin}{1 - \sin}} + \sqrt{\frac{1 - \sin}{1 + \sin}} \\ &= \sqrt{\frac{1 + \sin}{1 - \sin}} + \sqrt{\frac{1 - \sin}{1 + \sin}} \\ &= \frac{1 + \sin}{\sqrt{1 - \sin^2}} + \frac{1 - \sin}{\sqrt{1 - \sin^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{\cos^2}} \cdot \frac{2}{\cos} \\ &= 2 \sec = \text{RHS} \end{aligned}$$

4. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

$$(i) \sec^6 = \tan^6 + 3 \tan^2 \sec^2 + 1$$

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sec^6 \\ &= (\sec^2)^3 \\ &= (\tan^2 + 1)^3 \\ &= \tan^6 + 3\tan^4 + 3\tan^2 + 1 \\ &= \tan^6 + 3\tan^2 (\tan^2 + 1) + 1 \\ &= \tan^6 + 3\tan^2 \sec^2 + 1 \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

$$(ii) (\sin + \sec)^2 + (\cos + \operatorname{cosec})^2$$

$$\begin{aligned} &= 1 + (\sec + \operatorname{cosec})^2 \\ \text{LHS} &= (\sin + \sec)^2 + (\cos + \operatorname{cosec})^2 \\ &= \sin^2 + \sec^2 + 2\sin \sec + \cos^2 + \operatorname{cosec}^2 + 2\cos \operatorname{cosec} \\ &= \sin^2 + \cos^2 + \sec^2 + \operatorname{cosec}^2 \\ &= 1 + 2 \left[\frac{\sin}{\cos} + \frac{\cos}{\sin} \right] \\ &= 1 + \sec^2 + \operatorname{cosec}^2 + 2 \left[\frac{\sin^3 + \cos^2}{\cos \sin} \right] \\ &= 1 + \sec^2 + \operatorname{cosec}^2 + 2\sec \operatorname{cosec} \\ &= 1 + (\sec + \operatorname{cosec})^2 \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

5. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

$$(i) \sec^4 (1 - \sin^4) - 2\tan^2 = 1$$

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sec^4 (1 - \sin^4) - 2\tan^2 \\ &= \sec^4 - \sec^4 \sin^4 - 2\tan^2 \\ &= \sec^4 - \frac{\sin^4}{\cos^4} - 2\tan^2 \\ &= \sec^4 - \tan^4 - 2\tan^2 \\ &= (\sec^2)^2 - (\tan^2)^2 - 2\tan^2 \\ &= (\sec^2 + \tan^2) \\ &= (\sec^2 - \tan^2) - 2\tan^2 \\ &= \sec^2 + \tan^2 - 2\tan^2 \\ &= [\sec^2 - \tan^2 = 1] \\ &= \sec^2 - \tan^2 = 1 = \text{RHS} \end{aligned}$$

$$(ii) \frac{\cot - \cos}{\cot + \cos} = \frac{\operatorname{cosec} - 1}{\operatorname{cosec} + 1}$$

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \frac{\cot - \cos}{\cot + \cos} \\ &= \frac{\frac{\cos}{\sin} - \cos}{\frac{\cos}{\sin} + \cos} \\ &= \frac{\cos - \cos \sin}{\cos + \cos \sin} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\cos \left[\frac{1}{\sin} - 1 \right]}{\cos \left[\frac{1}{\sin} + 1 \right]} \\ &= \frac{\operatorname{cosec} - 1}{\operatorname{cosec} + 1} \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

6. பின்வரும் முற்றொருமைகளை நிரூபிக்கவும்.

$$(i) \frac{\sin A - \sin B}{\cos A + \cos B} + \frac{\cos A - \cos B}{\sin A + \sin B} = 0$$

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \frac{\sin A - \sin B}{\cos A + \cos B} + \frac{\cos A - \cos B}{\sin A + \sin B} \\ &= \frac{(\sin A - \sin B)(\sin A + \sin B)}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)} \\ &= \frac{(\cos A - \cos B)(\cos A + \cos B)}{(\sin A + \sin B)} \\ &= \frac{(\sin^2 A - \sin^2 B) + (\cos^2 A - \cos^2 B)}{1 - 1} \\ &= \frac{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}{0} \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

$$(ii) \frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A} = 2$$

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \frac{\sin^3 A + \cos^3 A}{\sin A + \cos A} + \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A - \cos A} \\ &= \frac{(\sin A + \cos A)(\sin^2 A - \sin A \cos A + \cos^2 A)}{(\sin A + \cos A)} \\ &= \frac{(\sin A - \cos A)(\sin^2 A + \sin A \cos A + \cos^2 A)}{(\sin A - \cos A)} \\ &= 1 - \sin A \cos A + 1 + \sin A \cos A \\ &= 2 = \text{RHS} \end{aligned}$$

7. (i) $\sin + \cos = \sqrt{3}$ எனில் $\tan + \cos = 1$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= (\sin + \cos) = \sqrt{3} \\ &= (\sin + \cos)^2 = (\sqrt{3})^2 \\ &= \sin^2 + \cos^2 + 2\sin \cos = 3 \\ &= 1 + 2\sin \cos = 3 \Rightarrow 2\sin \cos = 2 \\ &= \sin \cos = 1 \\ &= \frac{1}{\sin \cos} = 1 \\ &= \frac{\sin^2 + \cos^2}{\sin \cos} = 1 \\ &= \frac{\sin^2}{\sin \cos} + \frac{\cos^2}{\sin \cos} = 1 \\ &= \tan + \cot = 1 \end{aligned}$$

(ii) $\sqrt{3} \sin - \cos = 0$ எனில்,

$$\tan 3 = \frac{3 \tan - \tan^3}{1 - 3 \tan^2} \text{ எனக் நிறுவுக.}$$

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sqrt{3} \sin - \cos = 0 \\ &= \sqrt{3} \sin = \cos \\ &= \frac{\sin}{\cos} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &= \tan = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &= \therefore = 30^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \tan 3 = \tan 3 (30)^\circ \\ &= \tan 90^\circ \\ &= 00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{RHS} &= \frac{3 \tan - \tan^3}{1 - 3 \tan^2} \\ &= \frac{3 \tan 30^\circ - \tan^3 30^\circ}{1 - 3 \tan^2 30^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3 \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) - \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^3}{1 - 3 \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2} \\ &= \frac{\frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3\sqrt{3}}}{1 - 3 \times \frac{1}{3}} \\ &= \frac{\frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3\sqrt{3}}}{0} \end{aligned}$$

$$= 00$$

$$\text{LHS} = \text{RHS}$$

8. (i) $\frac{\cos}{\cos} = m$ மற்றும் $\frac{\cos}{\sin} = n$ எனக் கொண்டு

$(m^2 + n^2) \cos^2 = n^2$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= (m^2 + n^2) \cos^2 \\ &= \frac{\cos^2}{\cos^2} + \frac{\cos^2}{\sin^2} \cos^2 \\ &= \cos^2 + \frac{\cos^2 \cos^2}{\sin^2} \\ &= \cos^2 + \frac{\cos^2 (1 - \sin^2)}{\sin^2} \\ &= \cos^2 + \frac{\cos^2}{\sin^2} - \frac{\cos^2 \sin^2}{\sin^2} \\ &= \cos^2 + \frac{\cos^2}{\sin^2} - \cos^2 \\ &= \frac{\cos^2}{\sin^2} = n^2 = \text{RHS} \end{aligned}$$

(ii) $\cot + \tan = x$ மற்றும் $\sec - \cos = y$ எனில், $(x^2 y)^{\frac{2}{3}} - (xy^2)^{\frac{2}{3}} = 1$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு :

$$\begin{aligned} x &= \cot + \tan \\ &= \frac{\cos}{\sin} + \frac{\sin}{\cos} \\ &= \frac{\cos^2 + \sin^2}{\sin \cos} \\ &= \frac{1}{\sin \cos} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 y &= \frac{1}{\sin^2 \cos^2} \cdot \frac{\sin^2}{\cos^2} \\ &= \frac{1}{\cos^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x^2 y)^{\frac{2}{3}} &= \left[\frac{1}{\cos^3} \right]^{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{1}{\cos^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \sec - \cos \\ &= \frac{1}{\cos} - \cos \\ &= \frac{1 - \cos^2}{\cos} \\ &= \frac{\sin^2}{\cos} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} xy^2 &= \frac{1}{\sin \cos} \cdot \frac{\sin^3}{\cos^2} \\ &= \frac{\sin^3}{\cos^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (xy^2)^{\frac{2}{3}} &= \left(\frac{\sin^3}{\cos^3} \right)^{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{\sin^2}{\cos^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (x^2 y) - (xy^2) &= \frac{1}{\cos^2} - \frac{\sin^2}{\cos^2} \\ &= \frac{1 - \sin^2}{\cos^2} \\ &= \frac{\cos^2}{\cos^2} \\ &= 1 \text{ என நிரூபிக்கப்பட்டது.} \end{aligned}$$

9. (i) $\sin + \cos = p$ மற்றும் $\sec + \operatorname{cosec} = q$ எனில், $q(p^2 - 1) = 2p$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= q(p^2 - 1) \\ &= (\sec + \operatorname{cosec})(\sin + \cos)^2 - 1 \\ &= \left[\frac{1}{\cos} + \frac{1}{\sin} \right] [\sin^2 + \cos^2 + 2\sin \cos - 1] \\ &= \left[\frac{\sin}{\cos} + \frac{\cos}{\sin} \right] [1 + 2\sin \cos - 1] \\ &= \frac{(\sin + \cos)}{\cos \sin} (2\sin \cos) \\ &= 2 = \text{RHS} \end{aligned}$$

(ii) $\sin + (1 + \sin^2) = \cos^2$ எனில், $\cos^2 = 4\cos^4 + 8\cos^2 = 4$ என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sin(1 + \sin^2) = \cos^2 \\ &= \sin(1 + 1 - \cos^2) = \cos^2 \\ &= \sin(2 - \cos^2)^2 = [\cos^2]^2 \\ &= \sin^2 [4 - 4\cos^2 + \cos^4] = \cos^4 \\ &= (1 - \cos^2)(4 - 4\cos^2 + \cos^4) = \cos^4 \\ &4 - 4\cos^2 + \cos^4 - 4\cos^2 + 4\cos^4 - \cos^6 \\ &\quad - \cos^4 = 0 \\ &4 - 8\cos^2 + 4\cos^4 - \cos^6 = 0 \\ &\cos^6 - 4\cos^4 + 8\cos^2 = 4 \end{aligned}$$

$$10. \frac{\cos}{1 + \sin} = \frac{1}{a} \text{ எனில், } \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = \sin$$

என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு :

$$\begin{aligned} \frac{\cos}{1 + \sin} &= \frac{1}{a} \\ a &= \frac{1 + \sin}{\cos} \\ a^2 &= \left[\frac{1 + \sin}{\cos} \right]^2 \\ a^2 &= \frac{1 + \sin^2 + 2\sin}{\cos^2} \\ a^2 - 1 &= \frac{1 + \sin^2 + 2\sin - 1}{\cos^2} \\ &= \frac{1 + \sin^2 + 2\sin - \cos^2}{\cos^2} \\ &= \frac{\sin^2 + \sin^2 + 2\sin}{\cos^2} \\ &= \frac{2\sin^2 + 2\sin}{\cos^2} \\ &= \frac{2\sin(\sin + 1)}{\cos^2} \\ a^2 + 1 &= \frac{1 + \sin^2 + 2\sin + 1}{\cos^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{1 + \sin^2 + 2\sin - \cos^2}{\cos^2}$$

$$= \frac{2 + 2\sin}{\cos^2}$$

$$= \frac{2(1 + \sin)}{\cos^2}$$

$$\text{LHS} \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = \frac{2\sin(\sin + 1)}{\cos^2}$$

$$= \frac{2(1 + \sin)}{\cos^2}$$

$$= \frac{2\sin(\sin + 1)}{\cos^2} \cdot \frac{\cos^2}{2(1 + \sin)}$$

$$= \sin$$

$$= \text{RHS}$$

சிந்தனைக் களம்

1. $\sin$ மற்றும் $\cos$ -வின் மதிப்புகள் எப்போது சமமாக இருக்கும்?

$$(i) = 45^\circ$$

2. $\sin = 2$ எனில், $\cos$ மதிப்பு என்ன?

$$\sin = 2 \text{ என அமையாது. ஏனெனில் } 0 \leq \sin \leq 1$$

3. $\sin$ மதிப்பு 0° லிருந்து 90° வரை அதிகரிக்கிறது எனில், ஆறு முக்கோணவியல் விகிதங்களில் எவை வரையறுக்கப்படாத மதிப்புகளைப் பெற்றிருக்கும்?

$\tan 90^\circ$, $\operatorname{cosec} 0^\circ$, $\sec 90^\circ$, $\cot 0^\circ$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் வரையறுக்கப்படாதது.

4. எட்டு முக்கோணவியல் விகிதங்கள் இருப்பதற்குச் சாத்தியமுண்டா?

எட்டு முக்கோணவியல் விகிதங்கள் சாத்தியமில்லை.

5. 0° 90° எனக் -ன் மதிப்புகளுக்கு பின்வருவனவற்றில் எது உண்மையாகும்?

$$(i) \sin > \cos \quad (ii) \cos > \sin$$

$$(iii) \sec = 2\tan \quad (iv) \operatorname{cosec} = 2\cot$$

Answers

$$(i) = 60^\circ, 90^\circ \text{ எனில் } \sin > \cos$$

$$(ii) = 0^\circ, 30^\circ \text{ எனில் } \cos > \sin$$

$$(iii) = 30^\circ \text{ எனில் } \sec > 2\tan$$

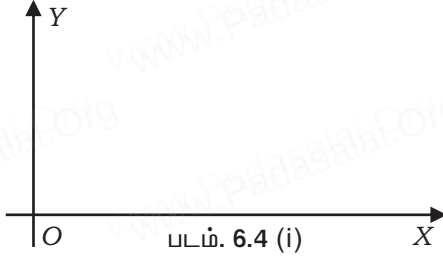
$$(iv) = 0^\circ, 60^\circ \text{ எனில் } \operatorname{cosec} > 2\cot$$

செயல்பாடு - 1

ஒரு வெள்ளைத்தாளில் படம் 6.4 (1) ல் உள்ளவாறு OX , OY என்ற இரு செங்குத்துக் கோடுகள் O ல் சந்திக்குமாறு அமைக்கவும்.

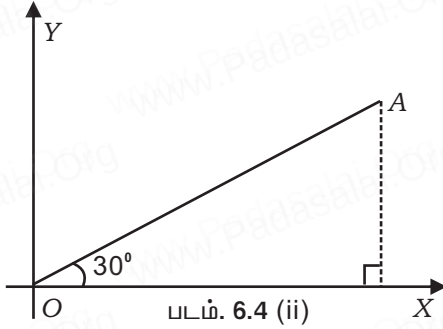
OX என்பதை X அச்சாகவும், OY என்பதை Y அச்சாகவும் எடுத்துக் கொள்வோம்.

ன் குறிப்பிட்ட கோணங்களுக்கு $\sin$ மற்றும் $\cos$ மதிப்புகளைச் சரிபார்க்கலாம்.



இங்கு $\angle AOB = 30^\circ$ என்க.

படம். 6.4 (ii) ல் உள்ளவாறு ஏதாவது ஒரு நீளத்திற்கு கோட்டுத் துண்டு OA, $\angle AOX = 30^\circ$ என்றவாறு அமைக்க. B-யில் சந்திக்குமாறு A-யிலிருந்து OX-க்கு ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைக.

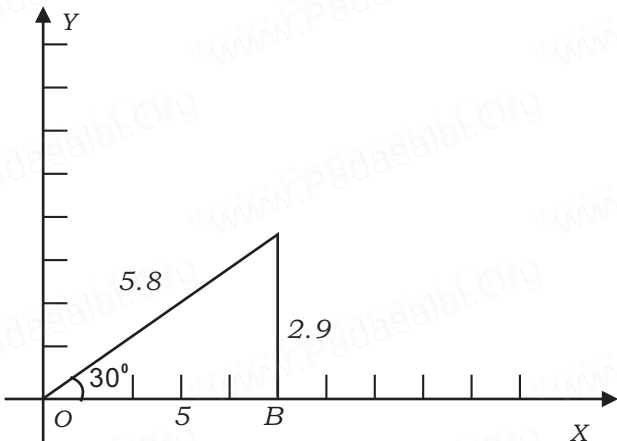


இப்பொழுது அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி, AB, OB மற்றும் OA-வின் நீளத்தை அளக்கவும்.

விகிதங்கள் $\frac{AB}{OA}$, $\frac{OB}{OA}$ மற்றும் $\frac{AB}{OB}$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

இதிலிருந்து என்ன கிடைக்கிறது? இந்த மதிப்புகளை முக்கோணவியல் அட்டவணை மதிப்புகளுடன் ஒப்பிடலாமா? உங்கள் முடிவு என்னவாக இருக்கும்?

இதேபோல, $\angle AOB = 45^\circ$ மற்றும் $\angle AOB = 60^\circ$ ஆகிய கோணங்களுக்கும் மேற்கண்ட மூன்று மதிப்புகளைக் காண்க. இதன் மூலம் நீங்கள் அறிவது என்ன?



$$OA = 5.8 \quad AB = 2.9 \quad OB = 5$$

$$\frac{AB}{OA} = \frac{2.9}{5.8} = \frac{1}{2} \sin 30^\circ$$

$$\frac{OB}{OA} = \frac{5}{5.8} = 0.86 = \frac{3}{2} = \cos 30^\circ$$

$$\frac{AB}{OB} = \frac{2.9}{5} = 0.58 = \frac{1}{3} = \tan 30^\circ$$

இம்மதிப்புகளின் மூலம் முக்கோணவியல் அட்டவணை மதிப்பும் சமம் என அறியலாம்.

முன்னேற்றச் சோதனை

1. முக்கோணவியல் விகிதங்களின் எண்ணிக்கையானது **Ans. 6**

2. $1 - \cos^2 = \dots\dots\dots$ **Ans. $\sin^2$**

3. $(\sec + \tan)(\sec - \tan) = \dots\dots\dots$ **Ans. 1**

4. $(\cot + \operatorname{cosec})(\cot - \operatorname{cosec}) = \dots\dots\dots$ **Ans. -1**

5. $\cos 60^\circ \sin 30^\circ + \cos 30^\circ \sin 60^\circ = \dots\dots\dots$ **Ans. 1**

6. $\tan 60^\circ \cos 60^\circ + \cot 60^\circ \sin 60^\circ = \dots\dots\dots$ **Ans. $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$**

7. $(\tan 45^\circ + \cot 45^\circ) + \sec 45^\circ \operatorname{cosec} 45^\circ = \dots\dots\dots$ **Ans. 4**

8. (i) $\sec = \operatorname{cosec}$ எனில், $\angle = \dots\dots\dots$ **Ans. 45°**

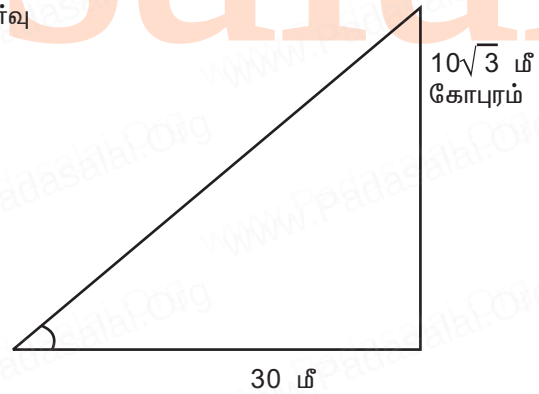
(ii) $\cot = \tan$ எனில், $\angle = \dots\dots\dots$ **Ans. 45°**

பயிற்சி 6.2

1. $10\sqrt{3}$ மீ உயரமள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் காண்க.

முன்னேற்றச் சோதனை

தீர்வு



என்பது ஏற்றக்கோணம் என்க.

$$\tan \theta = \frac{10\sqrt{3}}{30}$$

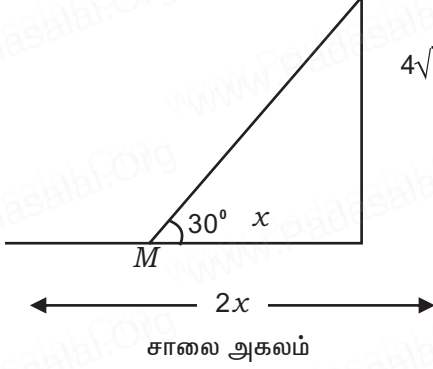
$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \sqrt{3}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \theta = 30^\circ$$

2. ஒரு சாலையின் இருபுறமும் இடைவெளியே இல்லாமல் வரிசையாக வீடுகள் தொடர்ச்சியாக உள்ளன அவற்றின் உயரம் $4\sqrt{3}$ மீ. பாதசாரி ஒருவர் சாலையின் மையப் பகுதியில் நிறுக்கொண்டு வரிசையாக உள்ள வீடுகளை நோக்குகிறார். 30° ஏற்றக்கோணத்தில் பாதசாரி வீட்டின் உச்சியை நோக்குகிறார் எனில், சாலையின் அகலத்தைக் காண்க.

தீர்வு



சாலையின் அகலம் = $2x$ மீ. என்க.

$$\tan 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{x}$$

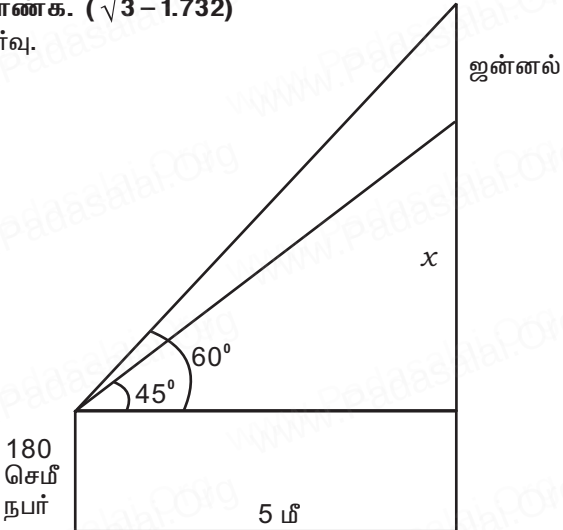
$$x = (4\sqrt{3})(\sqrt{3})$$

$$x = 12 \text{ மீ}$$

எனவே, சாலையின் அகலம் = $2 \times 12 = 24$ மீ

3. ஒருவர் அவருடைய வீட்டிற்கு வெளியில் நின்றுகொண்டு ஒரு ஜன்னலின் உச்சி மற்றும் அடி ஆகியவற்றை முறையே 60° மற்றும் 45° ஆகிய ஏற்றக்கோணங்களில் காண்கிறார் அவரின் உயரம் 180 செ.மீ. மேலும் வீட்டிலிருந்து 5 மீ. தொலைவில் அவர் உள்ளார் எனில், ஜன்னலின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு.



ஜன்னலின் உயரம் = 4 மீ. என்க.

$$\tan 45^\circ = \frac{x}{5}$$

$$\therefore x = 5 \text{ மீ}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{h+x}{5}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h+x}{5}$$

$$h+x = 5\sqrt{3}$$

$$h+5 = 5\sqrt{3}$$

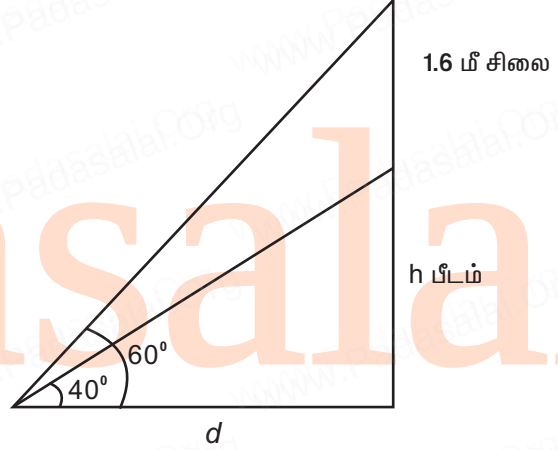
$$h = 5\sqrt{3} - 5$$

$$= 5(\sqrt{3}-1) = 5(1.732-1)$$

$$= 5 \times 0.732 = 3.66 \text{ மீ.}$$

4. 1.6 மீ. உயரமுள்ள சிலை ஒன்று பீடத்தின் மேல் அமைந்துள்ளது தரையிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து 60° ஏற்றக் கோணத்தில் சிலையின் உச்சி அமைந்துள்ளது. மேலும் அதே புள்ளியிலிருந்து பீடத்தின் உச்சியானது. 40° ஏற்றக்கோணத்தில் உள்ளது எனில், பீடத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\tan 40^\circ = 0.8391$, $\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு.



h என்பது பீடத்தின் உயரம் என்க மற்றும் d என்பது கிடைமட்ட தொலைவு என்க.

$$\tan 40^\circ = \frac{h}{d}$$

$$0.8391 = \frac{h}{d}$$

$$h = 0.8391d$$

$$\tan 60^\circ = \frac{1.6+h}{d}$$

$$\sqrt{3} = \frac{1.6+h}{d}$$

$$\sqrt{3}d = 1.6+h$$

$$1.732d = 1.6+0.8391d$$

$$0.8929d = 1.6$$

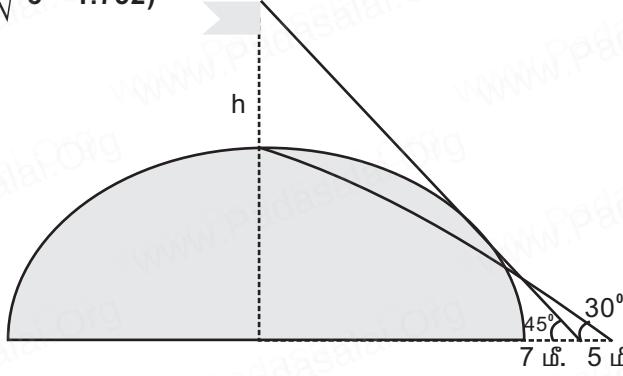
$$d = \frac{1.6}{0.8929} = 1.79$$

$$\therefore \text{பீடத்தின் உயரம்} = 0.8391d$$

$$= 0.8391 \times 1.79$$

$$= 1.5 \text{ மீ.}$$

5. "r" மீ. ஆரம் கொண்ட அரைக்கோளக் குவிமாடத்தின் மீது "h" மீ. உயரமுள்ள ஒரு கொடிக்கம்பம் நிற்கிறது. குவிமாடத்தின் அடியிலிருந்து 7 மீ. தொலைவில் ஒருவர் நிற்கிறார். அவர் கொடிக்கம்பத்தின் உச்சியை 45° ஏற்றக் கோணத்திலும் நிற்குமிடத்திலிருந்து மேலும் 5 மீ. தொலைவு விலகிச் சென்று கொடிக்கம்பத்தின் அடியை 30° ஏற்றக் கோணத்திலும் பார்க்கிறார் எனில் (i) கொடிக்கம்பத்தின் உயரம் (ii) அரைக் கோளக் குவிமாடத்தின் ஆரம் ஆகியவற்றைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)



தீர்வு.

$$(i) \tan 45 = \frac{h+r}{r+7}$$

$$r+7 = h+r$$

$$h = 7 \text{ மீ.}$$

$$(ii) \tan 30 = \frac{r}{12+r}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{r}{12+r}$$

$$12+r = \sqrt{3} r$$

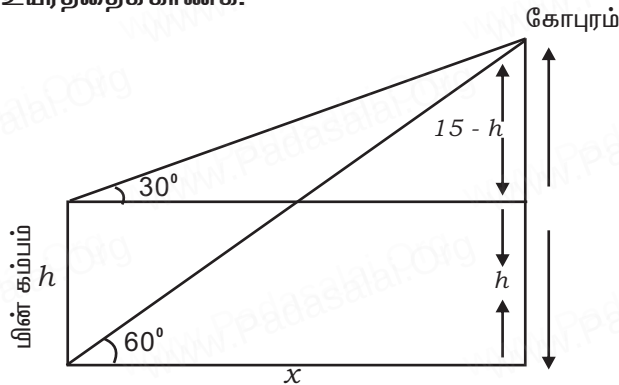
$$12+r = 1.732r$$

$$0.732r = 12$$

$$r = \frac{12}{0.732}$$

$$r = 16.39 \text{ மீ.}$$

6. 15 மீ. உயரமுள்ள ஒரு கோபுரம் உள்ளது. ஒரு மின் கம்பத்தின் அடி மற்றும் உச்சியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியை முறையே 60° 30° என்ற ஏற்றக் கோணங்களில் பார்த்தால் மின் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



தீர்வு.

மின் கம்ப உயரம் h என்க. என்பது கோபுரம் மின்கம்பம் கடைப்பட்டதுாரம் என்க.

$$\tan 60 = \frac{15}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{15}{x} \quad \sqrt{3} x = 15 \quad \text{--- 1}$$

$$\tan 30 = \frac{15-h}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15-h}{x}$$

$$x = (15-h)\sqrt{3} \quad \text{--- 2}$$

2-ஐ 1ல் பிரதியிட

$$\sqrt{3} (15-h)\sqrt{3} = 15$$

$$3(15-h) = 15$$

$$45-3h = 15$$

$$-3h = -30$$

$$h = \frac{30}{3}$$

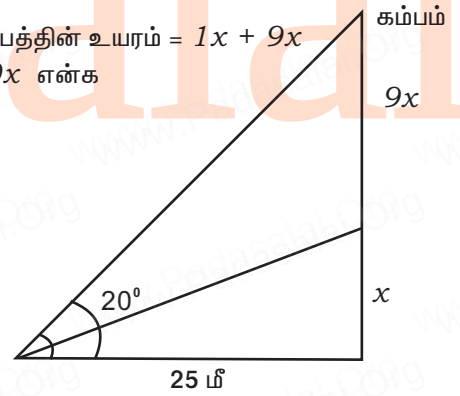
∴ மின் கம்பத்தின் உயரம் h = 10 மீ.

7. தரையில் உள்ள ஒரு செங்குத்து கம்பம் 1 : 9 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. மேற்பகுதியைக் காட்டிலும் கீழ்ப்பகுதி குறைவாக உள்ளது. கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 25 மீ தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து, கம்பத்தின் மேல் பகுதியின் உச்சியின் இருந்தால் கம்பத்தின் உயரம் என்ன?

தீர்வு:

$$\text{கம்பத்தின் உயரம்} = 1x + 9x$$

$$10x \text{ என்க}$$



$$\tan = \frac{x}{25} \quad \tan 2 = \frac{10x}{25}$$

$$\tan 2 = \frac{2 \tan}{1 - \tan^2}$$

$$\frac{10x}{25} = \frac{2x}{25} \times \frac{2x}{1-x^2}$$

$$\frac{10x}{25} = \frac{2x}{25} \times \frac{625}{625-x^2}$$

$$16(625-x^2) = 2 \times 625$$

$$= 625 - x^2 = \frac{2 \times 625}{10}$$

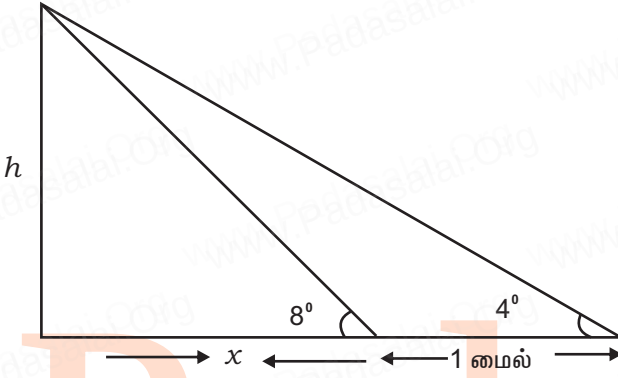
$$-x^2 = 125 - 625 = x^2 = -500$$

$$x = \sqrt{500} = \sqrt{100 \times 5} = 10\sqrt{5} \text{ மீ}$$

ஃகம்பத்தின் உயரம் = $10x = 10(10\sqrt{5}) = 100\sqrt{5} = \text{மீ}$

8. ஒரு பயணி மலையை நோக்கி நெடுஞ்சாலையில் பயணிக்கிறார். ஒவ்வொரு அமைல் கல்லிலிருந்தும் லை உச்சியின் ஏற்றக் கோணத்தை அளவிடுகிறார். இரண்டு தொடர்ச்சியான மைல் கல்லில் இருந்து மலை உச்சிக்கு ஏற்படும் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 4° மற்றும் 8° எனவும், இரண்டு மைல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு 1 மைல் என இருந்தால் மலையின் உயரத்தைக் காண்க. ($\tan 4^\circ = 0.0699$, $\tan 8^\circ = 0.1405$)

தீர்வு.



$$\tan 8^\circ = \frac{h}{x}$$

$$x = \frac{h}{\tan 8^\circ} \dots\dots 1$$

$$\tan 4^\circ = \frac{h}{x+1}$$

$$x+1 = \frac{h}{\tan 4^\circ} \dots\dots 2$$

1 - ஐ 2-ல் பிரதியிட

$$\frac{h}{\tan 8^\circ} + 1 = \frac{h}{\tan 4^\circ}$$

$$\frac{h}{\tan 4^\circ} - \frac{h}{\tan 8^\circ} = 1$$

$$h \left[\frac{\tan 8^\circ - \tan 4^\circ}{\tan 4^\circ \tan 8^\circ} \right] = 1$$

$$h = \frac{\tan 4^\circ \tan 8^\circ}{\tan 8^\circ - \tan 4^\circ}$$

$$= \frac{(0.0699)(0.1405)}{0.1405 - 0.0699}$$

$$= \frac{0.0098025}{0.0706} = 0.14 \text{ மைல் (தோராயமாக)}$$

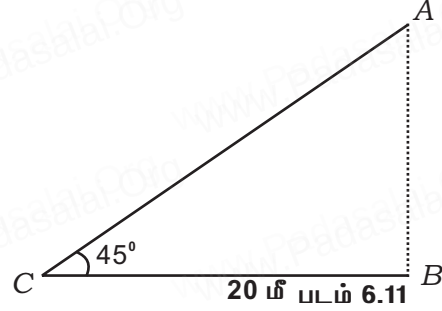
செயல்பாடு - 2

கொடுக்கப்பட்ட சூழ்நிலைக்கு செங்கோண முக்கோணம் வரையவும்.

சூழ்நிலை

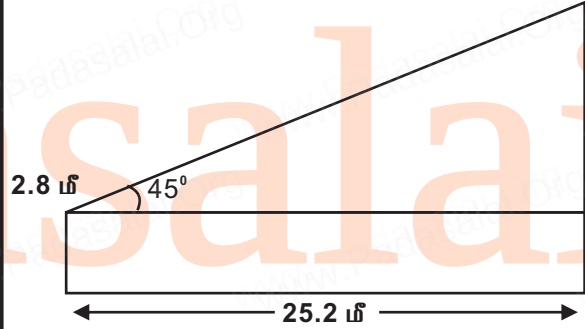
1) ஒரு கோபுரம் தரைக்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. அக்கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 20° மீ. தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுர உச்சிக்கான ஏற்றக்கோணம் 45° ஆக இருக்கிறது.

செங்கோண முக்கோணம்



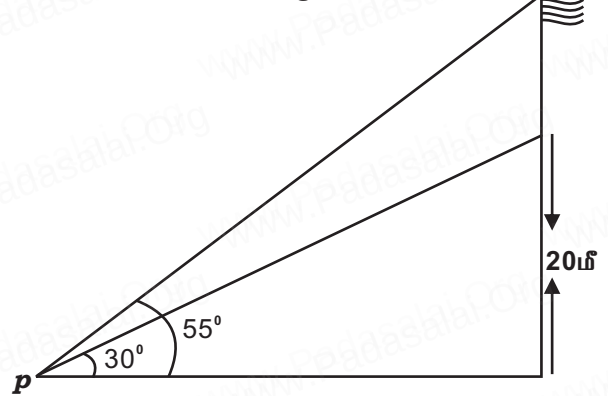
2) 2.8 மீ உயரமுள்ள ஒருவர் 25.2 மீ தொலைவில் உள்ள புகை போக்கியைப் பார்க்கிறார். அவரின் பார்வையிலிருந்து புகை போக்கியினுடைய உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 45° ஆகும்.

செங்கோண முக்கோணம்



3) தரையின் மேல் "P" என்ற புள்ளியிலிருந்து 20 மீ. உயரமுள்ள கட்டத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° ஆகும். கட்டத்தின் உச்சியில் கொடி ஒன்று ஏற்றப்பட்டுள்ளது எனில் புள்ளி P லிருந்து கொடிக்கம்பத்தினுடைய உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 55° ஆகும்.

செங்கோண முக்கோணம்



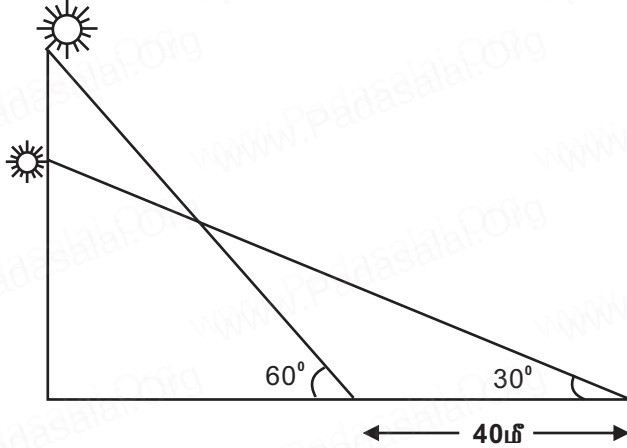
செலக்சன் 10 கணக்கு

181

இயல் -6

4) சூரியனைக் காணும் ஏற்றக்கோணம் 60° லிருந்து 30° ஆக மாறும் போது சமதளத்தில் உள்ள ஒரு கோபுர நிழலின் நீளம் 40 மீ அதிகரிக்கிறது.

செங்கோண முக்கோணம்



சிந்தனைக் களம்

1. உயரங்களையும், தொலைவுகளையும் கணக்கிடுவதற்கு எந்த வகையான முக்கோணத்தைப் பயன்படுத்துகிறோம்?

தீர்வு. செங்கோண முக்கோணத்தைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

2. கட்டத்தின் உயரம் மற்றும் கட்டத்தின் அடியிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு புள்ளிக்குமிடையே உள்ள தொலைவு கொடுக்கப்பட்டிருந்தால், அதன் ஏற்றக்கோணம் காண்பதற்கு எந்த முக்கோணவில் விகிதத்தைப் பயன்படுத்த வேண்டும்?

தீர்வு. $\tan$ - விகிதம் பயன்படுத்த வேண்டும்.

3. பார்வைக்கோட்டின் நீளம் மற்றும் ஏற்றக்கோணம் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்.

(i) கட்டத்தின் உயரத்தைக் காண்பதற்கும்

(ii) கட்டத்தின் அடியிலிருந்து பார்க்கும் இடத்திற்குமிடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்பதற்கும்

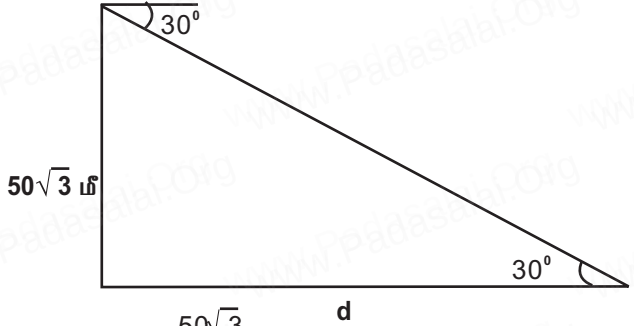
எந்த முக்கோணவியல் விகிதத்தைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

தீர்வு. (i) $\sin$ - விகிதம்

(ii) $\cos$ - விகிதம்

பயிற்சி 6.3

1. $50\sqrt{3}$ மீ உயரமள்ள ஓர பாறையின் உச்சியிலிருந்து 30° இறக்கக் கோணத்தில் தரையிலுள்ள மகிழுந்து ஒன்று பார்க்கப்படுகிறது எனில், மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கம் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க.



$$\tan 30^\circ = \frac{50\sqrt{3}}{d}$$

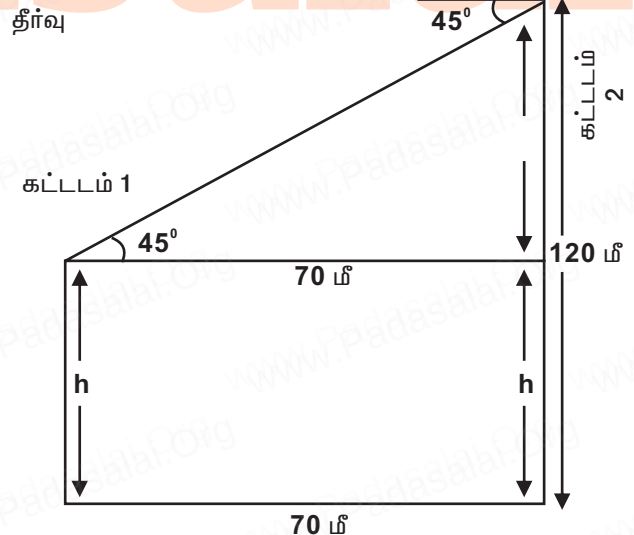
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}}{d}$$

$$d = (50\sqrt{3})\sqrt{3}$$

$$d = 50 \times 3 = d = 150 \text{ மீ}$$

மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தூரம் = 150 மீ

2. இரண்டு கட்டடங்களுக்கு இடைப்பட்ட கிடைமட்டத் தொலைவு 70 மீ ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து முதல் கட்டடத்தின் உச்சிக்கு உள்ள இறக்கக் கோணம் 45° ஆகும். இரண்டாவது கட்டடத்தின் உயரம் 120 மீ எனில் முதல் கட்டடத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



முதல் கட்டடத்தின் உயரம் = h மீ என்க

$$\tan 45^\circ = \frac{120 - h}{70}$$

$$1 = \frac{120 - h}{70}$$

$$70 = 120 - h$$

$$h = 120 - 70 \quad h = 50 \text{ மீ}$$

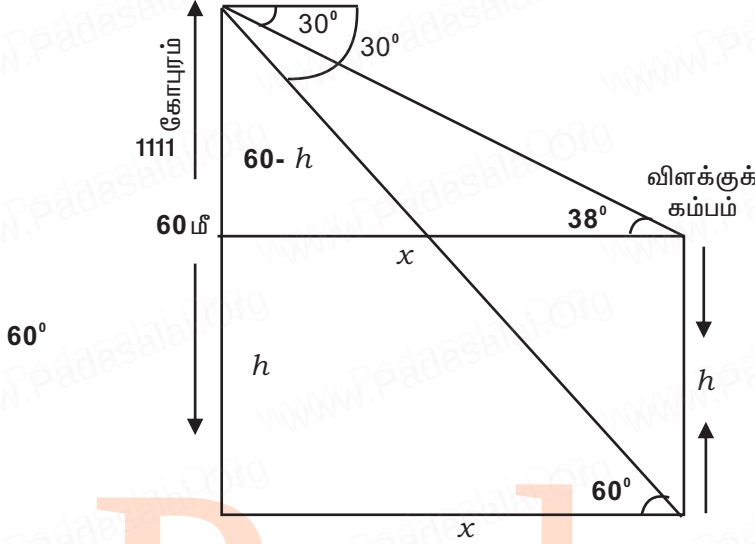
∴ முதல் கட்டடத்தின் உயரம் = 50 மீ

செலக்சன் 10 கணக்கு

182

இயல் -6

3.60 மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து செங்குத்தாக உள்ள ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் இறக்கக் கோணங்கள் முறையே 38° மற்றும் 60° எனில், விளக்குக் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\tan 38^\circ = 0.7813$, $\sqrt{3} = 1.732$) தீர்வு.



விளக்குக் கம்பத்தின் உயரம் = h மீ. என்க.

$$\tan 60^\circ = \frac{60}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{60}{x}$$

$$x = \frac{60}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{60 \times \sqrt{3}}{3}$$

$$x = 20 \times 3$$

$$x = 20 \times 1.732$$

$$x = 34.64 \quad \dots\dots 1$$

$$\tan 38^\circ = \frac{60-h}{x}$$

$$0.7813x = 60-h \quad \dots\dots 2$$

$$x = 34.64 \text{ என } 2\text{ல் பிரதியிட}$$

$$(0.7813)(34.64) = 60-h$$

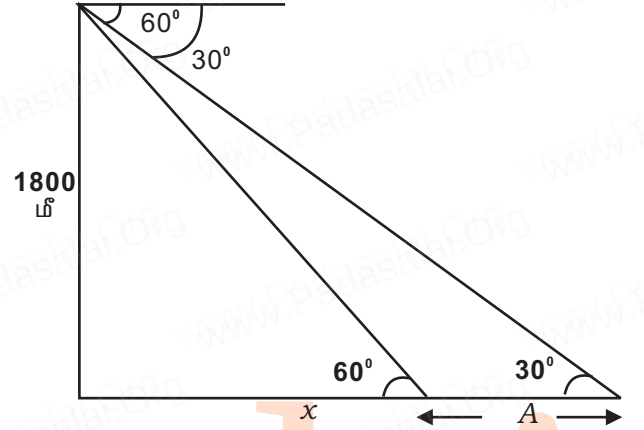
$$27.064 = 60-h$$

$$h = 60 - 27.064$$

$$h = 32.93 \text{ மீ.}$$

∴ விளக்குக் கம்பத்தின் உயரம் = 32.93 மீ.

4. 1800 மீ. உயரத்தில் பறக்கும் ஒரு விமானத்திலிருந்து ஒரே திசையில் விமானத்தை நோக்கிச் செல்லும் இரு படகுகள் பார்க்கப்படுகிறது. விமானத்திலிருந்து இரு படகுகளை முறையே 60° மற்றும் 30° இறக்கக் கோணங்களில் உற்று நோக்கினால், இரண்டு படகுகளுக்கும் இடைப்பட்டத் தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$) தீர்வு.



d என்பது படகுகளுக்கு இடைப்பட்டத் தொலைவு என்க.

$$\tan 60^\circ = \frac{1800}{x}$$

$$\sqrt{3}x = 1800$$

$$x = \frac{1800}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{600 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x = 600\sqrt{3} \quad \dots\dots 1$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1800}{x+d}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1800}{x+d}$$

$$x+d = 1800\sqrt{3} \quad \dots\dots 2$$

$$x = 600\sqrt{3} \text{ என } 2\text{ல் பிரதியிட}$$

$$600\sqrt{3} + d = 1800\sqrt{3}$$

$$d = 1800\sqrt{3} - 600\sqrt{3}$$

$$d = 1200\sqrt{3} \quad d = 1200 \times 1.732$$

படகுகளுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு = 2078.4 மீ

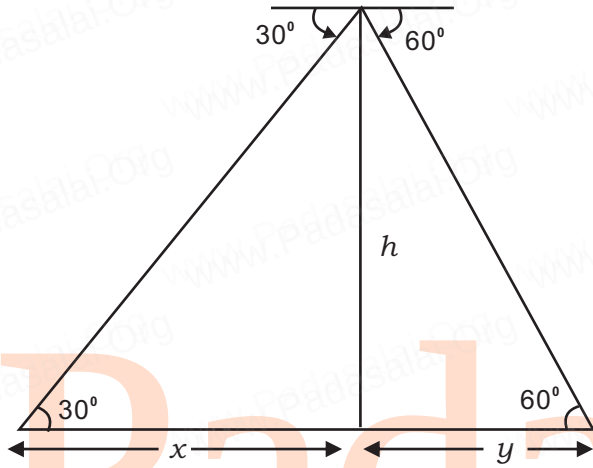
செலக்சன் 10 கணக்கு

184

இயல் -6

5. ஒரு கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியிலிருந்து எதிரெதிர் பக்கங்களில் உள்ள இரண்டு கப்பல்கள் 30° மற்றும் 60° இறக்கக் கோணத்தில் பார்க்கப்படகின்றன. கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் h மீ இரு கப்பல்கள் மற்றும் கலங்கரை விளக்கத்தின் அடிப்பகுதி ஆகியவை ஒரே நேர்கோட்டில் அமைகின்றன. எனில், இரண்ட கப்பல்களுக்கு

இடைப்பட்ட தொலைவு $\frac{4h}{\sqrt{3}}$ மீ என நிரூபிக்க.
தீர்வு.



$$\tan 30^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$$

$$x = 4\sqrt{3} \quad \dots\dots 1$$

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{y}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{y}$$

$$y = \frac{h}{\sqrt{3}} \quad \dots\dots 2$$

கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு = $x + y$

$$= h\sqrt{3} + \frac{h}{\sqrt{3}}$$

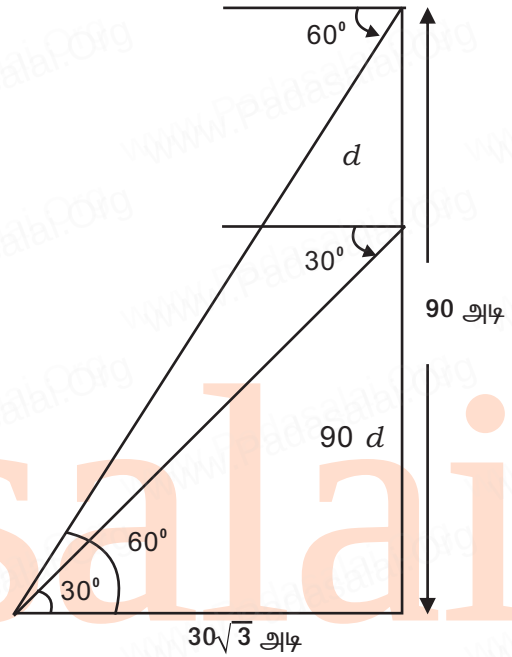
$$= \frac{3h + h}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4h}{\sqrt{3}} \text{ மீ}$$

என நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. 90 அடி உயரமுள்ள கட்டடத்தின் மேலிருந்து ஒளி உருவும் கண்ணாடிச் சுவர் கொண்ட மின் தூக்கியானது கீழ் நோக்கி வருகிறது. கட்டடத்தின் உச்சியில் மின் தூக்கி இருக்கும் போது பூந்தோட்டத்தில் உள்ள ஒரு நீருற்றின் இறக்கக் கோணம் 60° ஆகும். இரண்டு நிமிடம் கழித்து அதன் இறக்கக் கோணம் ஆக 30° குறைகிறது. மின் தூக்கியின் நுழைவு வாயிலிருந்து நீருற்று 30 3 அடி தொலைவில் உள்ளது எனில் மின் தூக்கி கீழே வரும் வேகத்தைக் காண்க.

தீர்வு.



$$\tan 30^\circ = \frac{90 - d}{30\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{90 - d}{30\sqrt{3}}$$

$$30 = 90 - d$$

$$d = 90 - 30$$

$$d = 60 \text{ அடி}$$

$$\text{மின் தூக்கியின் வேகம்} = \frac{\text{தூரம்}}{\text{நேரம்}}$$

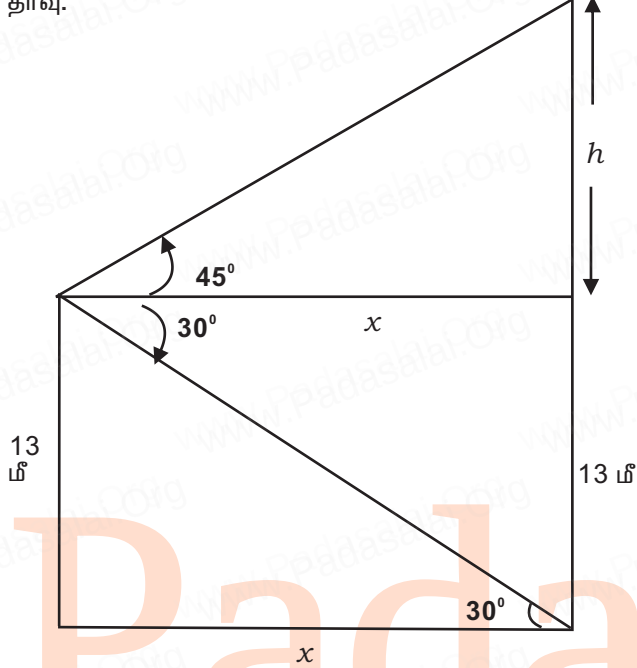
$$= \frac{60 \text{ அடி}}{2 \text{ நிமிடம்}}$$

$$= 30 \text{ அடி / நிமிடம்}$$

$$= 0.15 \text{ மீ / நொடி}$$

பயிற்சி 6.4

1. 13 மீ உயரமுள்ள ஒரு மரத்தின் உச்சியிலிருந்து மற்றொரு மரத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் ஏற்றக்கோணம் மற்றும் இறக்கக் கோணம் முறையே 45° மற்றும் 30° எனில், இரண்டாவது மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$) தீர்வு.



$$\tan 30^\circ = \frac{13}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{13}{x}$$

$$x = 13\sqrt{3} \quad \dots\dots 1$$

$$\tan 45^\circ = \frac{h}{x}$$

$$1 = \frac{h}{x}$$

$$h = x$$

இரண்டாவது மரத்தின் உயரம் = $13 + h$

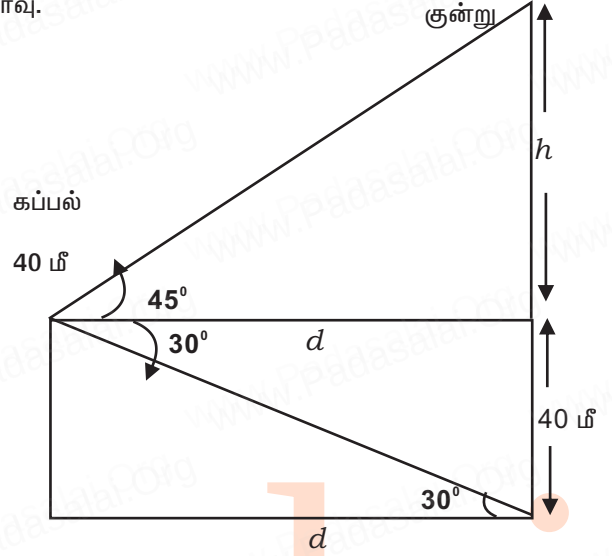
$$= 13 + 13\sqrt{3}$$

$$= 13 (1 + \sqrt{3})$$

$$= 13 (2.732)$$

$$= 35.52 \text{ மீ}$$

2. கடலின் நீர் மட்டத்திலிருந்து 40 மீட்டருக்கு மேலே உள்ள ஒரு கப்பலின் மேல் பகுதியில் நின்று கொண்டிருக்கிற ஒருவர், குன்றின் உச்சியை 60° ஏற்றக்கோணத்திலும் அடிப்பகுதியை 30° இறக்கக் கோணத்திலும் காண்கிறார் எனில், கப்பலிலிருந்து குன்றுக்கு உள்ள தொலைவையும் குன்றின் உயரத்தையும் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$) தீர்வு.



$$\tan 30^\circ = \frac{40}{d}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{40}{d}$$

$$d = 40\sqrt{3} \quad \dots\dots 1$$

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{d}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{d}$$

$$d\sqrt{3} = h \quad \dots\dots 2$$

$$d = 40\sqrt{3} \text{ என } 2 \text{ ல் பிரதியிட } = (40\sqrt{3})\sqrt{3} = h$$

$$h = 40 \times 3 = 120 \text{ மீ}$$

கப்பலிலிருந்து குன்றுக்கு உள்ள தொலைவு = $40\sqrt{3}$

$$= 40 (1.732)$$

$$= 69.28 \text{ மீ}$$

$$\text{குன்றின் உயரம்} = h + 40$$

$$= 120 + 40 = 160 \text{ மீ}$$

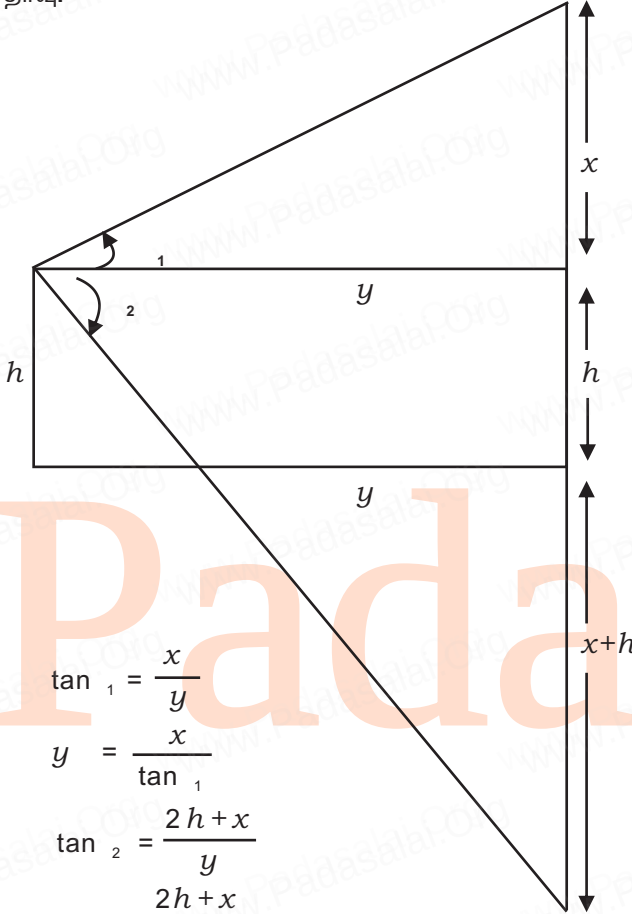
செலக்சன் 10 கணக்கு

186

இயல் -6

3. ஏரியின் நீர் மட்டத்திலிருந்து h மீ, உயரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு மேகத்தின் ஏற்றக்கோணம் 1 மற்றும் ஏரி நீரில் விலும் மேகப் பிம்பத்தின் இறக்கக்கோணம் 2 எனில் தரையிலிருந்து மேகத்தின் உயரம் $\frac{h(\tan_1 + \tan_2)}{\tan_2 - \tan_1}$ நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு.



$$\tan_1 = \frac{x}{y}$$

$$y = \frac{x}{\tan_1}$$

$$\tan_2 = \frac{2h+x}{y}$$

$$y = \frac{2h+x}{\tan_2}$$

$$\therefore x = 2h+x$$

$$\tan_1 \quad \tan_2$$

$$x \tan_2 = 2h + \tan_1 + x \tan_1$$

$$x \tan_2 - x \tan_1 + 2h + \tan_1$$

$$x(\tan_2 - \tan_1) = 2h \tan_1$$

$$x = \frac{2h + \tan_1}{(\tan_2 - \tan_1)}$$

$$\text{மேகத்தின் உயரம்} = h+x$$

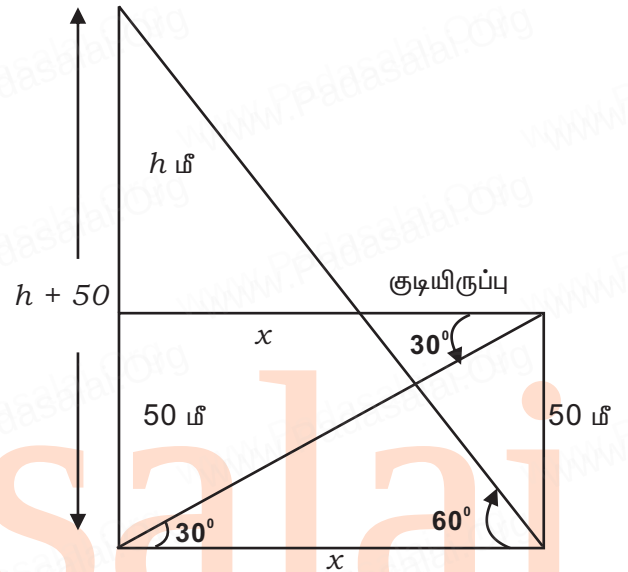
$$x = \frac{2h + \tan_1}{(\tan_2 - \tan_1)}$$

$$= \frac{h \tan_2 - h \tan_1 + 2h \tan_1}{\tan_2 - \tan_1}$$

$$= \frac{h[\tan_2 + \tan_1]}{\tan_2 - \tan_1} \text{ என நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

4. உயரமான அடுக்குமாடிக் குடியிருப்பின் அடியிலிருந்து அலைபேசி கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 60° மற்றும் குடியிருப்பின் உச்சியிலிருந்து கோபுர அடியின் இறக்கக் கோணம் 30° ஆகும். அடுக்குமாடிக் குடியிருப்பின் உயரம் 50 மீ எனில் அலைபேசிக் கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. கதிர்வீச்சுக் கட்டுப்பாடு விதியன் படி அலைபேசிக் கோபுரத்தின் குறைந்தபட்ச உயரம் 120 மீ இருக்க வேண்டும். மேற்கண்ட அலைக்கோபுரம் இந்தக் கட்டுப்பாட்டிற்கு உட்படுகிறதா?

தீர்வு.



$$\tan 60^\circ = \frac{h+50}{y}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h+50}{hx}$$

$$\sqrt{3}x = h+50 \quad \dots\dots\dots 1$$

$$\tan 30^\circ = \frac{50}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50}{x}$$

$$x = 50\sqrt{3} \quad \dots\dots\dots 2$$

$$x = 50\sqrt{3} \text{ என } 1 \text{ ல் பிரதியிட } \sqrt{3} (50\sqrt{3}) = h+50$$

$$150 = h+50$$

$$h = 150 - 50$$

$$h = 100 \text{ மீ}$$

$$\text{அலைபேசிக் கோபுரத்தின் உயரம்} = h+50$$

$$= 100+50 = 150 \text{ மீ}$$

எனவே அலைபேசிக் கோபுரம் கட்டுப்பாட்டிற்கு உட்படுகிறது.

செலக்சன் 10 கணக்கு

187

இயல் -6

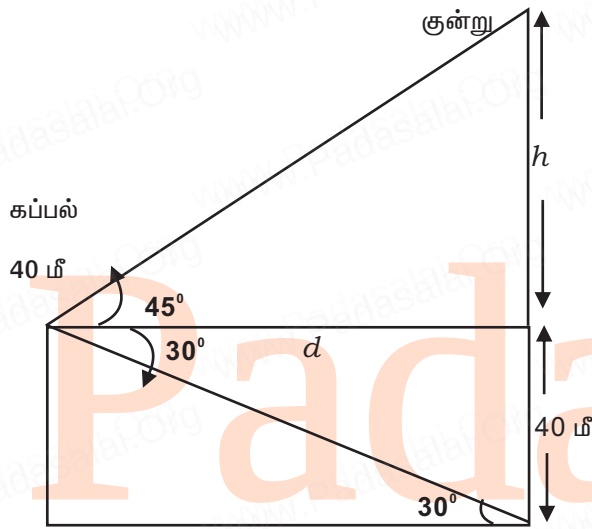
5. 66 மீ உயரமான அடுக்குமாடிக் குடியிருப்பின் உச்சியிலிருந்து ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் ஏற்றக்கோணம் மற்றும் இறக்கக் கோணம் முறையே 60° , 30° எனில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) விளக்குக் கம்பத்தின் உயரம்.

(ii) விளக்குக் கம்ப உயரத்திற்கும் அடுக்குமாடியின் உயரத்திற்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம்.

(iii) விளக்குக் கம்பத்திற்கும் அடுக்குமாடிக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு ($3 = 1.732$)

தீர்வு.



$$\tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

$$\sqrt{3}x = h \quad \dots\dots 1$$

$$\tan 30^\circ = \frac{66}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{66}{x}$$

$$x = 66\sqrt{3} \quad \dots\dots 2 \text{ என } 1 \text{ ல் பிரதியிட}$$

$$\sqrt{3} (66\sqrt{3}) = h$$

$$h = 66 \times 3$$

$$h = 198 \text{ மீ}$$

(i) அலைபேசிக் கோபுரத்தின் உயரம் $= h + 66$
 $= 198 + 66 = 264 \text{ மீ}$

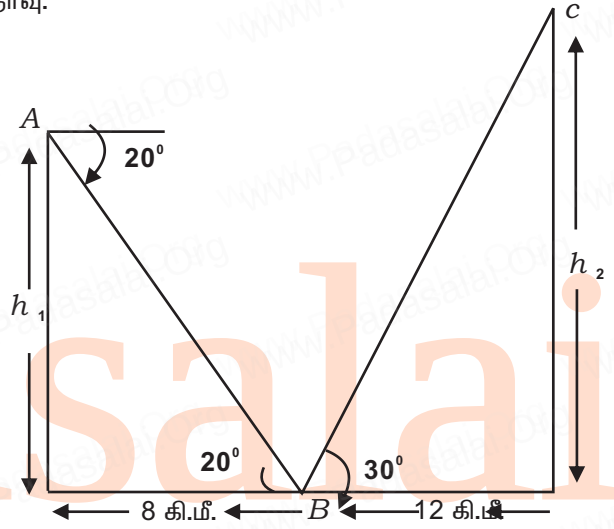
(ii) உயரத்திற்கு இடையேயுள்ள வித்தியாசம் $= 198$

(iii) இடைப்பட்ட தொலைவு

$$x = 66 \times 3 = 66 \times 1.732 = 114.31 \text{ மீ}$$

6. A, B மற்றும் C என்ற மூன்று கிராமவாசிகள் ஒரு பள்ளத்தாக்கில் ஒருவருக்கொருவர் பார்க்குமாறு உள்ளனர். A-க்கும், B-க்கும் இடைப்பட்ட கிடைமட்டத் தொலைவு 8 கி.மீ. மற்றும், B-க்கும், A-க்கும் இடைப்பட்ட கிடைமட்டத் தொலைவு 12 கி.மீ. A-லிருந்து, B-க்கு உள்ள இறக்கக்கோணம் மற்றும் B-லிருந்து 20° மற்றும் B-லிருந்து C-க்கு உள்ள ஏற்றக்கோணம் 30° எனில் பின்வருவனவற்றைக் கணக்கிடுக. (i) A-க்கும், B-க்கும் இடையேயுள்ள செங்குத்து உயரம். (ii) B-க்கும், C-க்கும் இடையேயுள்ள செங்குத்து உயரம் ($\tan 20^\circ = 0.3640$, $3 = 1.732$)

30°
தீர்வு.



(i) A-க்கும், B-க்கும் இடையேயுள்ள செங்குத்து உயரம் h_1 என்க,

$$\tan 20^\circ = \frac{h_1}{8}$$

$$h_1 = 8 \tan 20^\circ$$

$$= 8 \times 0.3640$$

$$h_1 = 2.91 \text{ க்கும்}$$

(ii) B-க்கும், C-க்கும் இடையேயுள்ள செங்குத்து உயரம் h_2 என்க,

$$\tan 30^\circ = \frac{h_2}{12}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h_2}{12}$$

$$h_2 = \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

$$= 4 \times 1.732$$

$$= 6.93 \text{ கி.மீ.}$$

சிந்தனைக்களம்

உயரம், தொலை மற்றும் ஏற்றக்கோணம் காண்பதற்குக் குறைந்தது எத்தனை அளவுகள் தேவை?

தீர்வு. குறைந்தபட்சம் இரு அளவுகள் தேவை.

முன்னேற்றச் சோதனை

1. உற்றுநோக்குபவரின் கண்ணிலிருந்து பொருளின் ஒரு புள்ளிக்கு வரையப்படும் கோடு ஆகும்.

தீர்வு. பார்வைகோடு

2. ஒரு பொருளை உற்று நோக்கும் போது கிடைமட்டக் கோட்டிற்கும் பார்வைக் கோட்டிற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் எக்கருவி மூலம் அளவிடப்படுகிறது?

தீர்வு. தியோடலைட் கருவி மூலம் அளவிடப்படுகிறது.

3. பார்வைக் கோடானது கிடைமட்டக் கோட்டிற்கு மேலே இருக்கும் போது ஏற்படும் கோணம் ஆகும்.

தீர்வு. ஏற்றக்கோணம்

4. செங்குத்தாக உள்ள ஒரு பொருளின் (கோபுரம்) அடியை நோக்கிச் செல்லும் போது அதன் ஏற்றக்கோபுரம்

தீர்வு. அதிகரிக்கும்

5. பார்வைக்கோடானது கிடைமட்டக் கோட்டிற்குக் கீழே இருக்கும் போது ஏற்படும் கோணம் ஆகும்.

தீர்வு. இறக்கக் கோணம்

பயிற்சி 6.5

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. $\sin^0 + \frac{1}{1+\tan^0}$ ன் மதிப்பு

(1) $\tan^2$ (2) 1 (3) $\cot^2$ (4) 0

தீர்வு. (2) 1

குறிப்பு

$$\sin^2 + \frac{1}{1+\tan^0}$$

$$= \sin^2 + \frac{1}{\sec^2}$$

$$= \sin^2 + \cos^2$$

$$= 1$$

2. $\tan \operatorname{cosec}^2 - \tan$ -ன் மதிப்பு

(1) $\sec$ (2) $\cot^2$ (3) $\sin$ (4) $\cot$

தீர்வு. (4) $\cot$

குறிப்பு $\tan \operatorname{cosec}^2 - \tan$

$$= \tan (\operatorname{cosec}^2 - 1)$$

$$= \tan \cot^2$$

$$= \frac{1}{\cot} \cdot \cot^2$$

$$= \cot$$

3. $(\sin + \operatorname{cosec})^2 + (\cos + \sec)^2$

$$= k + \tan^2 + \cot^2 \text{ எனில் } k\text{-ன் மதிப்பு}$$

(1) 9 (2) 7 (3) 5 (4) 3

தீர்வு (2) 7

குறிப்பு.

$$(\sin + \operatorname{cosec})^2 + (\cos + \sec)^2$$

$$= k + \tan^2 + \cot^2$$

$$= \sin^2 + \operatorname{cosec}^2 + 2\sin \operatorname{cosec} + \cos^2 + \sec^2$$

$$+ 2\cos \sec = k + \tan^2 + \cot^2$$

$$= 1 + \operatorname{cosec}^2 + \frac{2\sin}{\sin} + \sec^2 + \frac{2\cos}{\cos}$$

$$- \tan^2 - \cot^2 = k$$

$$= 5 + \operatorname{cosec}^2 - \cot^2 + \sec^2 - \tan^2 = k$$

$$= 5 + 1 + 1 = k$$

$$\boxed{k = 7}$$

4. $\sin + \cos = a$ மற்றும் $\sec + \operatorname{cosec} = b$ எனில் $b(a^2 - 1)$ -ன் மதிப்பு

- (1) $2a$ (2) $3a$ (3) 0 (4) $2ab$

தீர்வு. (1) $2a$

குறிப்பு $b(a^2 - 1) = (\sec + \operatorname{cosec}) [(\sin + \cos)^2 - 1]$

$$\begin{aligned} &= \left[\frac{1}{\cos} + \frac{1}{\sin} \right] [\sin^2 + \cos^2 + \sin \cos - 1] \\ &= \left[\frac{\sin + \cos}{\cos \sin} \right] [1 + 2\sin \cos - 1] \\ &= \left[\frac{\sin + \cos}{\cos \sin} \right] [2\sin \cos] \\ &= 2(\sin + \cos) = 2a \end{aligned}$$

5. $5x^2 = \sec$ மற்றும் $\frac{5}{x} = \tan$ எனில் $x^2 - \frac{1}{x^2}$ -ன் மதிப்பு

- (1) 25 (2) $\frac{1}{25}$ (3) 5 (4) 1

தீர்வு. (2) $\frac{1}{25}$

குறிப்பு. $5x = \sec$ $5x = \tan$
 $x = \frac{\sec}{5}$ $\frac{1}{x} = \frac{\tan}{5}$

$$\begin{aligned} \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) &= \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= \left(\frac{\sec}{5} + \frac{\tan}{5}\right) \left(\frac{\sec}{5} - \frac{\tan}{5}\right) \\ &= \frac{\sec^2 - \tan^2}{25} = \frac{1}{25} \end{aligned}$$

6. $\sin = \cos$ எனில் $2\tan^2 + \sin^2 = 1$ -ன் மதிப்பு

- (1) $\frac{-3}{2}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{-2}{3}$

தீர்வு. (2) $\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} \sin &= \cos = 45^\circ \\ 2\tan^2 45 + \sin^2 45 - 1 &= 2 + \frac{1}{2} - 1 \\ &= 1 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

7. $x = a \tan$ மற்றும் $y = b \sec$ எனில்

$$(1) \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1 \quad (2) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3) \frac{x^2}{a^2} \cdot \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$(4) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

தீர்வு (1) $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$

குறிப்பு. $a \tan y = b \sec$

$$\tan = \frac{x}{a} \quad \sec = \frac{y}{b}$$

$$\sec^2 - \tan^2 = 1$$

$$\left(\frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 = 1$$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$$

8. $(1 + \tan + \sec)(1 + \cot - \operatorname{cosec})$ -ன் மதிப்பு

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) -1

தீர்வு. (3) 2

குறிப்பு. $(1 + \tan + \sec)(1 + \cot - \operatorname{cosec})$

$$\begin{aligned} &= \left[1 + \frac{\sin}{\cos} + \frac{1}{\cos} \right] \left[1 + \frac{\cos}{\sin} - \frac{1}{\sin} \right] \\ &= \left[\frac{\cos + \sin + 1}{\cos} \right] \left[\frac{\sin + \cos - 1}{\sin} \right] \\ &= \frac{(\sin + \cos)^2}{\sin^2 \cos} = \frac{\sin^2 + \cos^2 - 1}{\sin \cos} \\ &= \frac{2\sin \cos}{\sin \cos} = 2 \end{aligned}$$

9. $a \cot + b \operatorname{cosec} = P$ மற்றும் $b \cot + a \operatorname{cosec} = q$

எனில் $p^2 - q^2$ -ன் மதிப்பு

- (1) $a^2 - b^2$ (2) $b^2 - a^2$ (3) $a^2 + b^2$ (4) $b - a$

தீர்வு (2) $a^2 - b^2$

குறிப்பு

$$\begin{aligned} p^2 - q^2 &= (a \cot + b \operatorname{cosec})^2 - (b \cot + a \operatorname{cosec})^2 \\ &= a^2 \cot^2 + b^2 \operatorname{cosec}^2 + 2ab \cot \operatorname{cosec} \\ &\quad - b^2 \cot^2 - a^2 \operatorname{cosec}^2 - 2ab \cos \operatorname{cosec} \\ &= (a^2 - b^2) \cot^2 - (a^2 - b^2) \operatorname{cosec}^2 \\ &= (a^2 - b^2) (\cot^2 - \operatorname{cosec}^2) \\ &= (a^2 - b^2) (-1) \\ &= b^2 - a^2 \end{aligned}$$

செலக்சன் 10 கணக்கு

190

இயல் -6

10. ஒரு கோபுரத்தின் உயரத்திற்கும் அதன் நிழலின் நீளத்திற்கும் உள்ள விகிதம் $\sqrt{3} : 1$, எனில் சூரியனைக் காணும் ஏற்றக்கோண அளவானது.

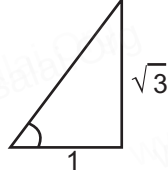
- (1) 45° (2) 30° (3) 90° (4) 60°

தீர்வு. (4) 60°

குறிப்பு

$$\tan = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\therefore = 60^\circ$$



11. ஒரு மின் கம்பமானது அதன் அடியில் சமதளப் பரப்பில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் 30° கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. முதல் புள்ளிக்கு "b" மீ உயரத்தில் உள்ள இரண்டாவது புள்ளியிலிருந்து மின் கம்பத்தின் அடிக்கு இறக்கக் கோணம் 60° எனில் மின் கம்பத்தின் உயரமானது.

- (1) $\sqrt{3}b$ (2) $\frac{b}{3}$ (3) $\frac{b}{2}$ (4) $\frac{b}{3}$

தீர்வு.

(2) $\frac{b}{3}$

குறிப்பு.

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$$

$$x = h\sqrt{3} \quad \text{----- 1}$$

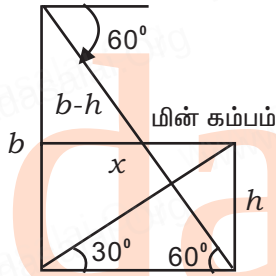
$$\tan 60^\circ = \frac{b}{x}$$

$$\sqrt{3}x = b \quad \text{----- 2}$$

(1) ஐ (2) ல் பிரதியிட $(h\sqrt{3}) = b$

$$3h = b$$

$$h = \frac{b}{3}$$



12. ஒரு கோபுரத்தின் உயரம் 60 மீ. ஆகும். சூரியனை காணும் ஏற்றக்கோணம் 30° லிருந்து 45° ஆக உயரும்போது கோபுரத்தின் நிழலானது x மீ குறைகிறது எனில் x ன் மதிப்பு.

- (1) 41.92 மீ (2) 43.92 மீ (3) 43 மீ (4) 45.6 மீ

தீர்வு (2) 43.92 மீ

குறிப்பு

$$\tan 45^\circ = \frac{60}{d}$$

$$d = 60 \quad \text{----- 1}$$

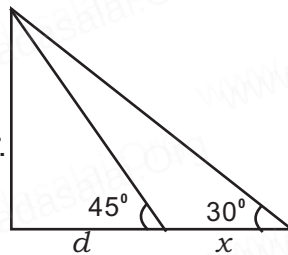
$$\tan 30^\circ = \frac{60}{d+x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{60}{60+x}$$

$$60 + x = 60\sqrt{3}$$

$$x = 60 \times 1.732 - 60 = x = 60(0.732)$$

$$x = 43.92 \text{ மீ}$$



13. பல அடுக்குக் கட்டத்தின் உச்சியிலிருந்து 20 மீ உயரமுள்ள கட்டத்தின் உச்சி, அடி ஆகியவற்றின் இறக்கக் கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 60° எனில் பல அடுக்குக் கட்டத்தின் உயரம் மற்றும் இரு கட்டங்களுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவானது (மீட்டரில்)

- (1) 20, $10\sqrt{3}$ (2) 30, $5\sqrt{3}$ (3) 20, 10 (4) 30, $10\sqrt{3}$

தீர்வு (4) 30, $10\sqrt{3}$

குறிப்பு $\tan 30^\circ = \frac{h}{d}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{d}$$

$$d = h\sqrt{3} \quad \text{----- 1}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{20+h}{d}$$

$$\sqrt{3}d = 20+h \quad \text{----- 2}$$

(1) ஐ (2) ல் பிரதியிட

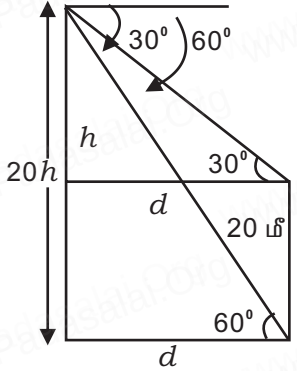
$$\sqrt{3}(h\sqrt{3}) = 20+h$$

$$3h - h = 20$$

$$2h = 20 \quad h = 10$$

$$\therefore \text{கட்டத்தின் உயரம்} = 20 + h = 20 + 10 = 30 \text{ மீ}$$

$$\text{இடைப்பட்ட தொலைவு} = h\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \text{ மீ}$$



14. இரண்டு நபர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு x மீ ஆகும். முதல் நபரின் உயரமானது இரண்டாவது நபரின் உயரத்தைப் போல இரு மடங்காக உள்ளது. அவர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு நேர்கோட்டின் மையப் புள்ளியிலிருந்து இரு நபர்களின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் நிரப்புக்கோணங்கள் எனில், குட்டையாக உள்ள நபரின் உயரம் (மீட்டரில்) காண்க.

- (1) 2x (2) $\frac{x}{2\sqrt{2}}$ (3) $\frac{x}{\sqrt{2}}$ (4) 2x

தீர்வு. (2) $\frac{x}{2\sqrt{2}}$

குறிப்பு

$$\tan = \frac{h}{x}$$

$$\tan = 2h \quad \text{----- 1}$$

$$\tan = \frac{x}{2h}$$

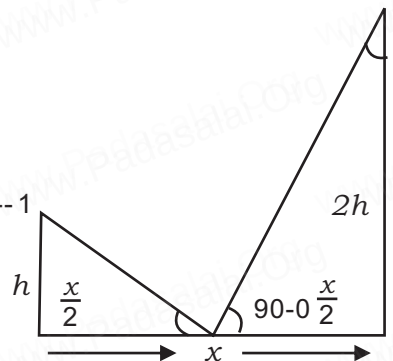
$$\tan = \frac{x}{4h} \quad \text{----- 2}$$

(1) (2) லிருந்து

$$\frac{2h}{x} = \frac{x}{4h}$$

$$8h^2 = x^2 \quad h^2 = \frac{x^2}{8}$$

$$h = \sqrt{\frac{x^2}{8}} = \frac{x}{\sqrt{8}} = \frac{x}{2\sqrt{2}}$$



15. ஓர் எரியின் மேலே h மீ உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து மேகத்திற்கு உள்ள ஏற்றக்கோணம் மேக பிம்பத்தின் இறக்கக்கோணம் 45° எனில், எரியில் இருந்து மேகத்திற்கு உள்ள உயரமானது.

$$(1) \frac{h(1+\tan)}{1-\tan} \quad (2) \frac{h(1-\tan)}{1+\tan}$$

$$(3) h \tan(45^\circ) \quad (4) \text{இவை ஒன்றும் இல்லை}$$

தீர்வு.

$$(1) \frac{h(1+\tan)}{1-\tan}$$

குறிப்பு

$$\tan = \frac{x}{d}$$

$$d = \frac{x}{\tan} \text{ ----- 1}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{2h+x}{d}$$

$$\therefore d = 2h+x \text{ ----- 2}$$

$$(1) = (2) \quad \frac{x}{\tan} = 2h+x$$

$$x = 2h \tan + \tan x$$

$$x = \tan x = 2h \tan$$

$$x = (1-\tan) = 2h \tan$$

$$x = \frac{2h \tan}{1-\tan}$$

$$= h+x$$

$$= h + \frac{2h \tan}{1-\tan}$$

$$= \frac{h - h \tan + 2h \tan}{1-\tan}$$

$$= \frac{h + h \tan}{1-\tan}$$

$$= \frac{h(1+\tan)}{1-\tan}$$

1. நிரூபிக்கவும்.

$$(i) \cot^2 A \left(\frac{\sec A - 1}{1 + \sin A} \right) + \sec^2 A \left(\frac{\sin A - 1}{1 + \sec A} \right) = 0$$

தீர்வு

$$\text{LHS} = \cot^2 A \left(\frac{\sec A - 1}{1 + \sin A} \right) + \sec^2 A \left(\frac{\sin A - 1}{1 + \sec A} \right)$$

$$= \frac{1}{\tan^2 A} \left(\frac{\sec A - 1}{1 + \sin A} \right) + \frac{1}{\cos^2 A} \left(\frac{\sin A - 1}{1 + \sec A} \right)$$

$$= \frac{1}{(\sec^2 A - 1)} \frac{(\sec A - 1)}{1 + \sin A} + \frac{1}{1 - \sin^2 A} \frac{(\sin A - 1)}{1 + \sec A}$$

$$= \frac{1}{(\sec A + 1)(\sec A - 1)} \cdot \frac{(\sec A - 1)}{(1 + \sin A)}$$

$$+ \frac{1}{(1 \sin A)(1 - \sin A)} \frac{(\sin A - 1)}{(1 + \sec A)}$$

$$= \frac{1}{(\sec A + 1)(1 + \sin A)} - \frac{1}{(1 + \sec A)(1 + \sin A)}$$

$$= 0$$

$$= \text{RHS}$$

$$(ii) \frac{\tan^2 - 1}{\tan^2 + 1} = 1 - 2\cos^2$$

தீர்வு

$$\text{LHS} = \frac{\tan^2 - 1}{\tan^2 + 1}$$

$$= \frac{\tan^2 - 1}{\sec^2}$$

$$= \frac{\sin^2}{\cos^2} - 1$$

$$= \frac{1}{\cos^2}$$

$$= \frac{\sin^2 - \cos^2}{\cos^2} \times \frac{\cos^2}{1}$$

$$= 1 - \cos^2 - \cos^2$$

$$= 1 - 2\cos^2$$

$$= \text{RHS}$$

$$(2) \left[\frac{1+\sin - \cos}{1+\sin + \cos} \right]^2 = \frac{1-\cos}{1+\cos}$$

என்பதை நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \left[\frac{1+\sin - \cos}{1+\sin + \cos} \right]^2 \\ &= \frac{1+\sin^2 + \cos^2 + 2\sin - 2\sin \cos - 2\cos}{1+\sin^2 + \cos^2 + 2\sin + 2\sin \cos + 2\cos} \\ &= \frac{2 + 2\sin - 2\sin \cos - 2\cos}{2 + 2\sin + 2\sin \cos + 2\cos} \\ &= \frac{2(1 + \sin - \sin \cos - \cos)}{2(1 + \sin + \sin \cos + \cos)} \\ &= \frac{(1 - \cos) + \sin(1 - \cos)}{(1 + \cos) + \sin(1 + \cos)} \\ &= \frac{(1 - \cos)(1 + \sin)}{(1 + \cos)(1 + \sin)} \\ &= \frac{1 - \cos}{1 + \cos} \\ &= \text{RHS} \end{aligned}$$

3. $x \sin^3 + y \cos^3 = \sin \cos$ மற்றும் $x \sin = y \cos$ எனில் $x^2 + y^2 = 1$ என நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு

$$\begin{aligned} x \sin^3 + y \cos^3 &= \sin \cos \\ (x \sin)(\sin^2) + y \cos^3 &= \sin \cos \\ (y \cos)(\sin^2) + y \cos^3 &= \sin \cos \\ y \cos [\sin^2 + \cos^2] &= \sin \cos \\ y \cos &= \sin \cos \end{aligned}$$

$$\therefore y = \sin$$

$$x \sin = y \cos$$

$$x \sin = (\sin) \cos$$

$$\therefore x = \cos$$

$$x^2 + y^2 = \cos^2 + \sin^2 = 1 \text{ என நிரூபிக்கப்பட்டது.}$$

4. $a \cos - b \sin = c$ எனில் $(a \sin + b \cos) = \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$ என நிரூபிக்கவும்.

தீர்வு

$$a \cos - b \sin = c$$

$$\begin{aligned} (a \cos - b \sin)^2 + (a \sin + b \cos)^2 &= a^2 \cos^2 + b^2 \sin^2 - 2ab \sin \cos + a^2 \sin^2 \\ &+ b^2 \cos^2 + 2ab \sin \cos \\ &= a^2 (\sin^2 + \cos^2) + b^2 (\sin^2 + \cos^2) \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

$$(a \cos - b \sin)^2 + (a \sin + b \cos)^2$$

$$= a^2 + b^2$$

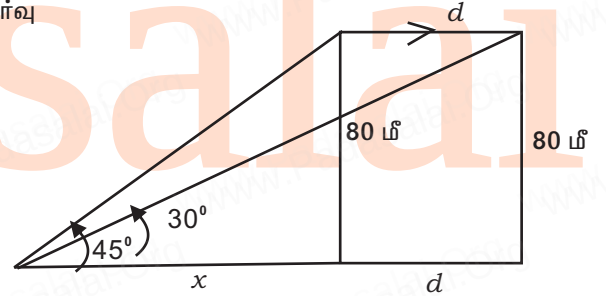
$$c^2 + (a \sin + b \cos)^2 = a^2 + b^2$$

$$(a \sin + b \cos)^2 = a^2 + b^2 - c^2$$

$$(a \sin + b \cos) = \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

5. 80 மீ உயரமுள்ள மரத்தின் உச்சியில் ஒரு பறவை இருக்கிறது. தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பறவையின் ஏற்றக்கோணம் 45° . பறவை ஒரே உயரத்தில் கிடைமட்டத்தில் பறந்து செல்கிறது. 2 வினாடிகள் கழித்த அதே புள்ளியிலிருந்து பறவையின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனில், பறவை பறக்கும் வேகத்தினைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு



$$\tan 45^\circ = \frac{80}{x} \quad x = 80 \quad \text{----- 1} \quad \sqrt{}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{80}{x+d}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{80}{x+d} \quad x+d = 80\sqrt{3} \quad \text{----- 2}$$

$$x = 80 \text{ என (2) ல் பிரதியிட } 80 + d = 80\sqrt{3}$$

$$d = 80\sqrt{3} - 80$$

$$d = 80(\sqrt{3} - 1)$$

$$= 80(1.732 - 1)$$

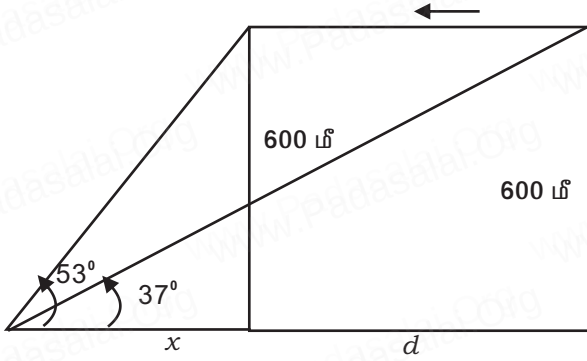
$$= 80 \times 0.732$$

$$= 58.56 \text{ மீ.}$$

$$\text{பறவையின் வேகம்} = \frac{\text{தூரம்}}{\text{நேரம்}} = \frac{58.56 \text{ மீ வினாடி.}}{2 \text{ வினாடி.}}$$

$$= 29.28 \text{ மீ. / நொடி}$$

6. விமானம் ஒன்று புவிப் பரப்பிற்கு இணையாக 600 மீ. உயரத்தில் 175 மீ/வி வேகத்தில் செல்கிறது. புவியின் மீது ஒரு புள்ளியிலிருந்து விமானத்திற்கு உள்ள ஏற்றக்கோணம் 30° . ஆகும். அதே புள்ளியிலிருந்து ஏற்றக்கோணம் 53° . க்கு அதிகரிக்க எவ்வளவு நேரம் தேவைப்படும்? ($\tan 53^\circ = 1.3270$, $\tan 37^\circ = 0.7536$)



தீர்வு

$$\tan 53^\circ = \frac{600}{x}$$

$$1.3270 x = 600 \quad \text{-----1}$$

$$\tan 37^\circ = \frac{600}{x+d}$$

$$0.7536 (x+d) = 600$$

$$0.7536 x + 0.7536 d = 600 \quad \text{-----2}$$

$$1 \text{ லிருந்து } x = \frac{600}{1.327}$$

$$x = 452.148 \text{ மீ}$$

2-ல் பிரதியிட

$$0.7536 (452.148) + 0.7536 d = 600$$

$$340.739 + 0.7536 d = 600$$

$$0.7536 d = 600 - 340.739$$

$$0.7536 d = 259.261$$

$$d = \frac{259.261}{0.7536}$$

$$d = 344.03 \text{ மீ}$$

$$\text{நேரம்} = \frac{\text{தூரம்}}{\text{வேகம்}} = \frac{344.03 \text{ மீ}}{175 \text{ மீ/வி.}}$$

$$= 1.97 \text{ நொடிகள் (தோராயமாக)}$$

7. ஒரு பறவை A என்ற இடத்திலிருந்து 30 கி.மீ. தொலைவில் B என்ற இடத்திற்கு 35° கோணத்தில் பறக்கிறது. B ல் 48° கோணத்தைத் தாங்கி 32 கி.மீ. தொலைவில் உள்ள C என்ற இடத்திற்குச் செல்கிறது. (i) A-ன் வடக்குப் புறமாக B-ன் தொலைவு எவ்வளவு?

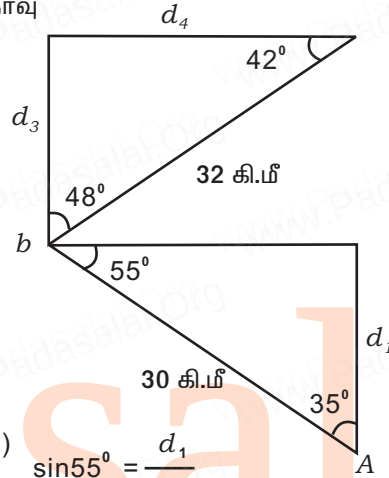
(ii) A-ன் மேற்குப் புறமாக B-ன் தொலைவு எவ்வளவு?

(iii) B-ன் வடக்குப் புறமாக C-ன் தொலைவு எவ்வளவு?

(iv) B-ன் கிழக்குப் புறமாக C-ன் தொலைவு எவ்வளவு?

($\sin 55^\circ = 0.8192$, $\cos 55^\circ = 0.5736$, $\sin 42^\circ = 0.6691$, $\cos 42^\circ = 0.7431$)

தீர்வு



$$(i) \sin 55^\circ = \frac{d_1}{30}$$

$$d_1 = 30 (\sin 55^\circ)$$

$$= 30 \times 0.8192 = 24.58 \text{ மீ.}$$

$$(ii) \cos 55^\circ = \frac{d_2}{30}$$

$$d_2 = 30 (\sin 55^\circ)$$

$$= 30 \times 0.5736 = 17.21 \text{ மீ.}$$

$$(iii) \sin 42^\circ = \frac{d_3}{32}$$

$$d_3 = 32 (\sin 42^\circ)$$

$$= 32 \times 0.6691 = 21.41 \text{ மீ.}$$

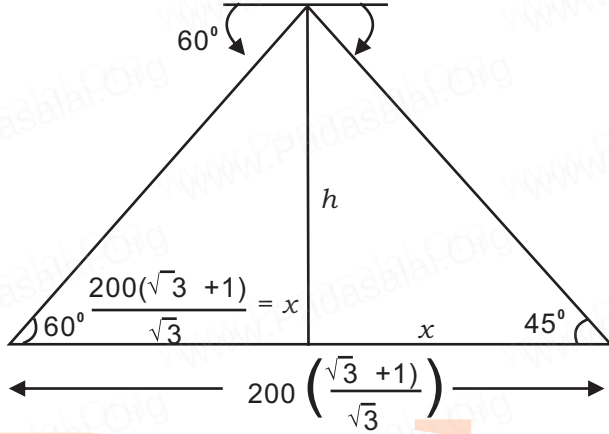
$$(iv) \cos 42^\circ = \frac{d_4}{32}$$

$$d_4 = 32 (\cos 42^\circ)$$

$$= 32 \times 0.7431 = 23.78 \text{ மீ.}$$

8. கலங்கரை விளக்கம் இருக்கும் இடத்திலிருந்து கடலில் எதிரெதிர் திசையில் இரு கப்பல்கள் பயணம் செய்கின்றன. கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியிலிருந்து இரு கப்பல்களின் இறக்கக் கோணங்கள் முறையே 60° மற்றும் 45° கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு

$200\left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ மீ எனில் கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் காண்க.
தீர்வு



$$\tan 45^\circ = \frac{h}{x}$$

$$h = x \quad \text{----- 1}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{200\sqrt{3} + 1 - x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h\sqrt{3}}{200\sqrt{3} + 200 - \sqrt{3}x}$$

$$h = 200\sqrt{3} + 200 - \sqrt{3}x \quad \text{----- 2}$$

$$x = h$$

$$h = 200\sqrt{3} + 200 - \sqrt{3}h$$

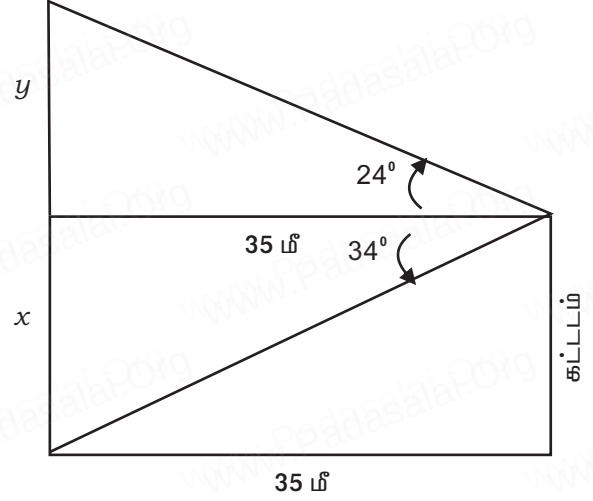
$$\sqrt{3}h + h = 200\sqrt{3} + 200$$

$$h(\sqrt{3} + 1) = 200(\sqrt{3} + 1)$$

$$h = 200 \text{ மீ.}$$

9. ஒரு தெருவில் கட்டடமும், சிலையையும் எதிரெதிர்த் திசையில் 35 மீ. இடைவெளியில் அமைந்துள்ளன. கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து, சிலை உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 24° மற்றும் சிலை அடியின் இறக்கக்கோணம் 34° எனில் சிலையின் உயரம் என்ன? ($\tan 24^\circ = 0.4452$, $\tan 34^\circ = 0.6745$)

தீர்வு



$$\tan 24^\circ = \frac{x}{35}$$

$$y = 35(\tan 24^\circ)$$

$$y = 35 \times 0.4452$$

$$y = 15.582 \text{ மீ.}$$

$$\tan 34^\circ = \frac{x}{35}$$

$$x = 35(\tan 34^\circ)$$

$$= 35 \times 0.6745$$

$$= 23.6075 \text{ மீ}$$

$$\text{சிலையின் உயரம்} = x + y = 23.6075 + 15.582 =$$

$$= 39.1895 \text{ மீ}$$

$$= 39.19 \text{ மீ.}$$

8. புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்

நினைவில் கொள்ள வேண்டியவை

வீச்சு = $L - S$ (L - மிகப்பெரிய எண், S - மிகச்சிறிய எண்)

$$\text{வீச்சுக்கெழு} = \frac{L - S}{L + S}$$

$$\text{விலக்க வர்க்கச் சராசரி}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\text{திட்டவிலக்கம்} = \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

திட்டவிலக்கம் (தொகுக்கப்படாதவை)

$$(i) \text{ நேரடி முறை} = \sqrt{\frac{x_i^2}{n} - \left(\frac{x_i}{n}\right)^2}$$

$$(ii) \text{ சராசரி முறை} = \sqrt{\frac{d_i^2}{n}}$$

$$(iii) \text{ ஊகச் சராசரி முறை} = \sqrt{\frac{d_i^2}{n} - \left(\frac{d_i}{n}\right)^2}$$

$$(iv) \text{ படிவிலக்க முறை} = C \times \sqrt{\frac{d_i^2}{n} - \left(\frac{d_i}{n}\right)^2}$$

முதல் n இயல் எண்களின் திட்டவிலக்கம்

$$= \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{12}$$

திட்டவிலக்கம் (தொகுக்கப்பட்டவை)

$$(i) \text{ சராசரி முறை} = \sqrt{\frac{f_i d_i^2}{N}}$$

$$(ii) \text{ ஊகச் சராசரி முறை} = \sqrt{\frac{f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{f_i d_i}{N}\right)^2}$$

$$(iii) \text{ படி விலக்க முறை} = C \times \sqrt{\frac{f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{f_i d_i}{N}\right)^2}$$

$$\text{மாறுபாட்டுக் கெழு C.V.} = \frac{\overline{x}}{x} \times 100\%$$

மாறுபாட்டுக் கெழுவின் மதிப்பு சிறியதாக இருந்தால், அத்தரவு அதிக நிலைத்தன்மையுடையது. மாறுபாட்டுக் கெழுவின் மதிப்பு பெரியதாக இருந்தால் அத்தரவு குறைந்த நிலைத்தன்மையுடன் இருக்கும்.

ஒரு சம வாய்ப்புச் சோதனையில் அனைத்து வாய்ப்புகளையும் அறிந்து கொள்ள முடியும். ஆனால் குறிப்பிட்ட வாய்ப்புகள் அறியப்படாது.

ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் கிடைக்கப்பெறும் அனைத்து சாத்திய விளைவுகளின் தொகுப்பைக் கூறுவெளி என்கிறோம்.

A, B என்பன ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில் $A \cap B =$

E என்ற நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவானது

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

(i) உறுதியாகக் கிடைக்கப்பெறும் நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவானது 1 மற்றும் இயலாத நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவானது 0 ஆகும்.

(ii) $0 \leq P(E) \leq 1$; (iii) $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$

A மற்றும் B ஆனவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில்,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$(i) P(A \cap B) = P(A \text{ மட்டும்}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$(ii) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(B \text{ மட்டும்}) = P(B) - P(A \cap B)$$

A மற்றும் B ஆனவை ஏதேனும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் எனில்

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

A, B, C என்பன ஏதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள் எனில்,

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) -$$

$$P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$

பயிற்சி 8. 1.

1. கீழ்க்காணும் தரவுகளுக்கு வீச்சு மற்றும் வீச்சுக் கெழுவைக் காண்க.

(i) 63, 89, 98, 125, 79, 108, 117, 68

தீர்வு. வீச்சு = $L - S$

$$\text{வீச்சுக்கெழு} = \frac{L - S}{L + S}$$

$$\text{வீச்சு} = 125 - 63 = 62$$

$$\text{வீச்சுக்கெழு} = \frac{125 - 63}{125 + 63} = \frac{62}{188} = 0.33$$

(ii) 43.5, 13.6, 18.9, 38.4, 61.4, 29.8

$$\text{வீச்சு} = 61.4 - 13.6 = 47.8$$

$$\text{வீச்சுக்கெழு} = \frac{61.4 - 13.6}{61.4 + 13.6} = \frac{47.8}{75} = 0.64$$

2. ஒரு தரவின் வீச்சு மற்றும் மிகச்சிறிய மதிப்பு ஆகியன முறையே 36.8 மற்றும் 13.4 எனில் மிகப்பெரிய மதிப்பைக் காண்க?

தீர்வு.

$$\text{வீச்சு} = L - S$$

$$36.8 = L - 13.4$$

$$L = 36.8 + 13.4 = 50.2$$

3. கொடுக்கப்பட்ட தரவின் வீச்சைக் காண்க.

வருமானம்	400-450	450-500	500-550	550-600	600-650
ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	8	12	30	21	6

தீர்வு.

$$\text{வீச்சு} = L - S$$

$$= 650 - 400 = 250$$

செலக்கன் 10 கணக்கு

215

இயல்-8

4. ஓர் ஆசிரியர் மாணவர்களை, அவர்களின் செய்முறைப் பதிவேட்டின் 60 பக்கங்களை நிறைவு செய்து வருமாறு கூறினார் எட்டு மாணவர்கள் முறையே 32, 35, 37, 30, 33, 36, 35, 37 பக்கங்கள் மட்டுமே நிறைவு செய்திருந்தனர். மாணவர்கள் நிறைவு செய்யாத பக்கங்களின் திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க.
தீர்வு. அவர்களின் நிறைவு செய்யாத பக்கங்கள்
28, 25, 23, 30, 27, 24, 25, 23

x	$d = x - A = x - 25$	d^2
28	3	9
25	0	0
23	-2	4
30	5	25
27	2	4
24	-1	1
25	0	0
23	-2	4
$n = 8$	$d = 5$	$d^2 = 47$

$$\begin{aligned} \text{திட்ட விலக்கம்} &= \sqrt{\frac{d^2}{n} - \left(\frac{d}{n}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{47}{8} - \left(\frac{5}{8}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{47}{8} - \frac{25}{64}} \\ &= \sqrt{\frac{376 - 25}{64}} \\ &= \sqrt{\frac{351}{64}} = \frac{18.73}{8} = 2.34 \end{aligned}$$

5. 10 ஊழியர்களின் ஊதியம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது ஊதியங்களின் விலக்க வர்க்கச் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் காண்க.

D 310, D 290, D 320, D 280, D 300, D 290, D 310, D 280

தீர்வு.

$$\bar{x} = \frac{310+290+320+280+300+290+310+280}{8} = \frac{2700}{8} = 337.5$$

x	$d = x - \bar{x} = x - 337.5$	d^2
310	-27.5	756.25
290	-47.5	2256.25
320	-17.5	306.25
280	-57.5	3306.25
300	-37.5	1406.25
290	-47.5	2256.25
310	-27.5	756.25
280	-57.5	3306.25
$n=9$	$d = 0$	$d^2 = 2000$

$$\begin{aligned} \text{விலக்க வர்க்கச் சராசரி} &= \frac{d^2}{n} \\ &= \frac{2000}{9} = 222.22 \\ \text{திட்ட விலக்கம்} &= \sqrt{\frac{d^2}{n}} = \sqrt{222.22} = 14.91 \end{aligned}$$

6. ஒரு சுவர் கட்டாரம் 1 மணிக்கு 1 முறையும் 2 மணிக்கு 2 முறையும், 3 மணிக்கு 3 முறையும் ஒலி எழுப்புகிறது எனில் ஒரு நாளில் அக்கட்டாரம் எவ்வளவு முறை ஒலி எழுப்பும்? மேலும் கட்டாரம் எழுப்பும் ஒலி எண்ணிக்கைகளின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு: } &2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 24 \\ &= 2(1+2+\dots+12) \\ &= 2\sqrt{\frac{n^2-1}{12}} \\ &= 2\sqrt{\frac{12^2-1}{12}} \\ &= 2\sqrt{\frac{143}{12}} \\ &= 2\sqrt{11.9} \\ &= 2 \times 3.44 = 6.88 = 6.9 \end{aligned}$$

7. முதல் 21 இயல் எண்களின் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு. } &1+2+3+\dots+21 \\ &= \sqrt{\frac{n^2-1}{12}} \\ &= \sqrt{\frac{21^2-1}{12}} \\ &= \sqrt{\frac{441-1}{12}} \\ &= \sqrt{\frac{440}{12}} = \sqrt{\frac{110}{3}} \\ &= \sqrt{36.6} = 6.05 \end{aligned}$$

8. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் 4.5 ஆகும். அதில் இருக்கும் தரவுப் புள்ளி ஒவ்வொன்றிலும் 5 ஐ கழிக்க கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

$$\text{தீர்வு. புதிய தரவின் திட்ட விலக்கம்} = 4.5$$

(ஏனெனில் ஒவ்வொரு மதிப்புடன் ஒரே எண்ணைக் கூட்டினாலும் அல்லது கழித்தாலும் அதன் திட்ட விலக்கம் மாறாது)

9. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் 3.6 ஆகும். அதன் ஒவ்வொரு புள்ளியையும் 3 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் புதிய தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரியைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு. புதிய திட்ட விலக்கம்} &= \frac{3.6}{3} \\ &= 1.2 \\ \text{புதிய விலக்க வர்க்கச் சராசரி} &= 1.2^2 \\ &= 1.44 \end{aligned}$$

செலக்சன் 10 கணக்கு

216

இயல்-8

10. ஒரு வாரத்தில் ஐந்து மாவட்டங்களில் வெவ்வேறு இடங்களில் பெய்த மழையின் அளவானது பதிவு செய்யப்பட்டு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மழையளவு (மி.மீ.)	45	50	55	60	65	70
இடங்களின் எண்ணிக்கை	5	13	4	9	5	4

கொடுக்கப்பட்டுள்ள மழையளவின் தரவிற்கு திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு.

x	f	fx	$d = x - \bar{x}$	fd	fd^2
45	5	225	-11	-55	605
50	13	650	-6	-78	468
55	4	220	-1	-4	4
60	9	540	4	36	144
65	5	325	9	45	405
70	4	280	14	56	784
	40	2240			2410

$$\bar{x} = \frac{fx}{f} = \frac{2240}{40} = 56$$

$$\text{திட்ட விலக்கம்} = \sqrt{\frac{fd^2}{f}} = \sqrt{\frac{2410}{40}} = \sqrt{60.25} = 7.76$$

11. வைரஸ் காய்ச்சலைப் பற்றிய கருத்துக் கணிப்பில், பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வயது (வருடங்களில்)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
பாதிக்கப்பட்ட மக்களின் எண்ணிக்கை	3	5	16	18	12	7	4

இத்தரவின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

தீர்வு.

CI	x	f	$x - A$	$d = \frac{x - A}{c}$	fd	fd^2
0-10	5	3	-30	-3	-9	27
10-20	15	5	-20	-2	-10	20
20-30	25	16	-10	-1	-16	16
30-40	35	18	0	0	0	0
40-50	45	12	10	1	12	12
50-60	55	7	20	2	14	28
60-70	65	4	30	3	12	36
		65			3	139

$$= cx \sqrt{\frac{fd^2}{f} - \left(\frac{fd}{f}\right)^2} = 10 \times \sqrt{\frac{139}{65} - \left(\frac{3}{65}\right)^2} = 10 \times \sqrt{\frac{9035 - 9}{4225}}$$

$$= 10 \times \sqrt{\frac{9026}{4225}} = 10 \times \frac{95.005}{65} = 10 \times 1.461 = 14.6$$

12. ஒரு தொழிற்சாலையில் தயாரிக்கப்பட்ட தட்டுகளின் விட்ட அளவுகள் (செ.மீ-ல்) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதன் திட்ட விலக்கம் காண்க.

விட்டங்கள் (செ.மீ.)	21-24	25-28	29-32	33-36	37-40	41-44
தட்டுகளின் எண்ணிக்கை	15	18	20	16	8	7

தீர்வு.

CI	x	f	$x - A$	$d = \frac{x - A}{c}$	fd	fd^2
20.5 - 24.5	22.5	15	-8	-2	-30	60
24.5 - 28.5	26.5	18	-4	-1	-18	18
28.5 - 32.5	30.5	20	0	0	0	0
32.5 - 36.5	34.5	16	4	1	16	16
36.5 - 40.5	38.5	8	8	2	16	32
40.5 - 44.5	42.5	7	12	3	21	63
		84			5	189

$$= cx \sqrt{\frac{fd^2}{f} - \left(\frac{fd}{f}\right)^2} = 4 \times \sqrt{\frac{189}{84} - \left(\frac{5}{84}\right)^2} = 4 \times \sqrt{\frac{15876 - 25}{7056}}$$

$$= 4 \times \sqrt{\frac{15851}{7056}} = 4 \times \frac{125.9}{84} = 5.99 = 6$$

13. 50 மாணவர்கள் 100 மீட்டர் தூரத்தை கடக்க எடுத்துக் கொண்ட கால அளவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் திட்ட விலக்கம் காண்க.

எடுத்துக்கொண்ட நேரம் (வினாடியில்)	8.5 - 9.5	9.5 - 10.5	10.5 - 11.5	11.5 - 12.5	12.5 - 13.5
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	6	8	17	10	9

தீர்வு.

CI	x	f	$d = x - A$	fd	fd^2
8.5 - 9.5	9	6	-2	-12	24
9.5 - 10.5	10	8	-1	-8	8
10.5 - 11.5	11	17	0	0	0
11.5 - 12.5	12	10	1	10	10
12.5 - 13.5	13	9	2	18	36
		50		8	78

$$= \sqrt{\frac{fd^2}{f} - \left(\frac{fd}{f}\right)^2} = \sqrt{\frac{78}{50} - \left(\frac{8}{50}\right)^2} = \sqrt{\frac{3900 - 64}{2500}}$$

$$= \sqrt{\frac{3836}{2500}} = \frac{61.935}{50} = 1.24$$

14. 100 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு குழுவில் அவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்களின் சராசரி மற்றும் திட்டவிலக்கமானது முறையே 60 மற்றும் 15 ஆகும். பின்னர் 45 மற்றும் 72 என்ற இரு மதிப்பெண்களுக்குப் பதிலாக முறையே 40 மற்றும் 27 என்று தவறாக பதிவு செய்யப்பட்டது தெரிய வந்தது அவற்றைச் சரி செய்தால் கிடைக்கப்பெறும் புதிய தரவின் சராசரியும் திட்ட விலக்கமும் காண்க.

தீர்வு. $n = 100$ $\bar{x} = 60$ $\sum x = 15$ $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\sum x = n\bar{x} = 100 \times 60 = 6000$

சரியான $\sum x = 6000 + 45 + 72 - 40 - 27 = 6050$ சரியான $\bar{x} = 6050 / 100 = 60.5$

விலக்கவாக்க சராசரி

$$s^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = 15^2$$

$$= \frac{\sum x^2}{100} - 60^2 = 225$$

$$= \frac{\sum x^2}{100} = 225 + 3600$$

$$= \frac{\sum x^2}{100} = 3825$$

தவறான $\sum x^2 = 382500$

சரியான $n^2 =$ தவறான n^2
 $-$ (தவறான மதிப்பு)²
 $+ (சரியான மதிப்பு)^2$
 $= 382500 - 40^2 - 27^2 + 45^2 + 72^2$
 $= 382500 - 1600 - 729 + 2025$
 $+ 5184$
 $= 382500 + 7209 - 2309$
 $= 382500 + 4880 = 387380$

சரியான $s^2 =$ சரியான $\frac{\sum x^2}{n}$
 $- (சரியான \bar{x})^2$
 $= \frac{387380}{100} - (60.5)^2$
 $= 3873.8 - 3660.25 = 213.55$
சரியான $s = \sqrt{213.55} = 14.61$

15. ஏழு தரவுப் புள்ளிகளின் சராசரி மற்றும் விலக்க வர்க்கச் சராசரி முறையே 8, 16 ஆகும் அதில் ஐந்து தரவுப் புள்ளிகள் 2, 4, 10, 12 மற்றும் 14 எனில் மீதம் உள்ள இரு தரவுப் புள்ளிகளைக் கண்டறிக.
தீர்வு.

$$\bar{x} = \frac{x}{n} = 8$$

மீதமுள்ள இருதரவுகள் x, y என்க.

$$\frac{2+4+10+12+14+x+y}{7} = 8$$

$$42+x+y=56 \quad x+y=56-42$$

$$x+y=14 \quad \boxed{y=14-x}$$

$$s^2 = \frac{x^2}{n} - \left(\frac{x}{n}\right)^2$$

$$16 = \frac{2^2+4^2+10^2+12^2+14^2+x^2+y^2}{7} - 8^2$$

$$16+64 = \frac{4+16+100+144+196+x^2+y^2}{7}$$

$$7(80) = 460 + x^2 + y^2$$

$$x^2 + y^2 + 460 - 560 = 0$$

$$x^2 + (14-x)^2 - 100 = 0$$

$$x^2 + x^2 - 28x + 196 - 100 = 0$$

$$2x^2 - 28x + 96 = 0$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$(x-6)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ அல்லது } 8$$

$x=6$ எனில் $y=8$, $x=8$ எனில் $y=6$ எனவே மற்ற இரு தரவுகள் 6, 8

சிந்தனைக்களம்

1. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்குச் சராசரி, இடைநிலை மற்றும் முகடு ஆகியவை ஒரே மதிப்பைக் கொண்டிருக்குமா?

தீர்வு. பொதுவாக சராசரி, இடைநிலை மற்றும் முகடு ஒரே மதிப்பைக் கொண்டிருக்காது. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்கள் இயல்நிலை பரவலாக இருந்தால் அவை ஒரே மதிப்பை கொண்டிருக்கும்.

2. கூட்டுச்சராசரிக்கும் சராசரிக்கும் இடையேயான வித்தியாசம் என்ன?

தீர்வு. கூட்டு சராசரிக்கும் சராசரிக்கும் வித்தியாசம் இல்லை.

சிந்தனைக்களம்

n தரவுப் புள்ளிகளின் சராசரியானது $\bar{x}$ மேலும், முதல் உறுப்புடன் ஒன்றையும், இரண்டாம் உறுப்புடன் இரண்டையும் கூட்டி என இவ்வாறு தொடர்ந்து கூட்டிக் கொண்டே போனால் புதிய சராசரி என்னவாக இருக்கும்?

தீர்வு. புதிய சராசரி = பழைய சராசரி + முதல் n இயல் எண்களின் சராசரி.

முன்னேற்றச் சோதனை

1. எல்லாத் தரவுப் புள்ளிகளையும் கூட்டி, தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையினால் வகுத்தால் கிடைப்பது. -----

தீர்வு. 1. கூட்டுச் சராசரி

2. 10 தரவுப் புள்ளிகளின் கூடுதல் 265 எனில் அவற்றின் சராசரியானது-----

தீர்வு 26.5

3. குறிப்பிட்ட தரவுப் புள்ளிகளின் கூடுதல் மற்றும் சராசரி ஆகியவை முறையே 407 மற்றும் 11 எனில் தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையானது -----

தீர்வு. 37

முன்னேற்றச் சோதனை

முதல் பத்து பகா எண்களின் வீச்சு ----- ஆகும்.

தீர்வு. முதல் 10 பகா எண்கள் 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

$$\text{வீச்சு} = L - S$$

$$= 29 - 2 = 27$$

சிந்தனைக்களம்

விலக்க வர்க்கச் சராசரி ஒரு குறை எண்ணாக இருக்க முடியுமா?

தீர்வு. குறை எண்ணாக இருக்க முடியாது. ஏனெனில் அது திட்டவிலக்கத்தின் வர்க்கம் ஆகும்.

சிந்தனைக்களம்

திட்டவிலக்கம், விலக்க வர்க்கச் சராசரியை விடப் பெரிதாக இருக்க முடியுமா?

தீர்வு. இருக்க முடியாது.

முன்னேற்றச் சோதனை

விலக்க வர்க்கச் சராசரி 0.49 எனில் திட்ட விலக்கமானது.

தீர்வு. 0.7

சிந்தனைக்களம்

n -ன் எல்லா மதிப்புகளுக்கும்

(i) $(x_1 - \bar{x})$ (ii) $(x_i - \bar{x})$ ஆகியவற்றின் மதிப்பைக் காண முடியுமா?

தீர்வு. காண முடியும்

$$(i) 0 \quad (ii) (n-1) \bar{x}$$

செயல்பாடு 1

காலாண்டுத் தேர்வு மற்றும் முதல் இடைத் தேர்வு ஆகியவற்றில் ஐந்து பாடங்களில் நீங்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களைக் கொண்டு தனித்தனியாகத் திட்டவிலக்கம் காண்க. விடைகளிலிருந்து நீங்கள் என்ன தெரிந்து கொண்டீர்கள்?

தீர்வு. திட்ட விலக்கத்தின் மதிப்பு சிறியதாக இருந்தால் சீர்மை உடைய மதிப்பெண்ணாகும்.

சிந்தனைக்களம்

(i) ஒரு தரவின் திட்டவிலக்கமானது 2.8 அனைத்தும் தரவுப் புள்ளிகளுடன் 5-ஐக் கூட்டினால் கிடைக்கும் புதிய திட்ட விலக்கமானது.

தீர்வு. 2.8

(ii) p, q, r ஆகியவற்றின் திட்ட விலக்கமானது S எனில், $p-3, q-3, r-3$ -யின் திட்ட விலக்கமானது ஆகும்.

தீர்வு. S

பயிற்சி 8.2

1. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் சராசரி ஆகியன முறையே 6.5 மற்றும் 12.5 எனில் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு. மாறுபாட்டுக் கெழு} &= \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \\ &= \frac{6.5}{12.5} \times 100 \\ &= \frac{13}{25} \times 100 = 52\% \end{aligned}$$

2. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கம் மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு ஆகியன முறையே 1.2 மற்றும் 25.6 எனில் அதன் சராசரியைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு. C.V.} &= \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \\ 25.6 &= \frac{1.2}{\bar{x}} \times 100 \\ \bar{x} &= \frac{1.2}{25.6} \times 100 = \frac{12}{256} \times 100 = 4.69 \end{aligned}$$

3. ஒரு தரவின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு முறையே 15 மற்றும் 48 எனில் அதன் திட்ட விலக்கத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு. C.V.} &= \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \\ 48 &= \frac{s}{15} \times 100 \\ s &= \frac{48 \times 15}{100} = \frac{720}{100} = 7.2 \end{aligned}$$

4. $n = 5$, $\bar{x} = 6$, $\sum x^2 = 765$ எனில் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{தீர்வு.} &= \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{765}{5} - 6^2} \\ &= \sqrt{153 - 36} \\ &= \sqrt{117} = 10.817 \\ \text{C.V.} &= \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \\ &= \frac{10.817}{6} \times 100 \\ &= \frac{1081.7}{6} \\ &= 180.28 \end{aligned}$$

5. 24, 26, 33, 37, 29, 31 ஆகியவற்றின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x}{n} \\ \bar{x} &= \frac{24 + 26 + 33 + 37 + 29 + 31}{6} = \frac{180}{6} = 30 \end{aligned}$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
24	-6	36
26	-4	16
33	3	9
37	7	49
29	-1	1
31	1	1
		112

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{112}{6}} = \sqrt{18.66} = 4.32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C.V.} &= \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \\ &= \frac{4.32}{30} \times 100 = \frac{432}{30} = 14.4\% \end{aligned}$$

6. 8 மாணவர்கள் ஒரு நாளில் வீட்டுப் பாடத்தை முடிப்பதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் கால அளவுகள் (நிமிடங்களில்) பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 38, 40, 47, 44, 43, 49, 53 இத்தரவின் மாறுபாட்டுக் கெழுவைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x}{n} \\ \bar{x} &= \frac{38 + 40 + 47 + 44 + 46 + 43 + 49 + 53}{8} \\ &= \frac{360}{8} = 45 \end{aligned}$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
38	-7	49
40	-5	25
47	2	4
44	-1	1
46	1	1
43	-2	4
49	4	16
53	8	64
		164

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{164}{8}} = \sqrt{20.5} = 4.528 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C.V.} &= \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \\ &= \frac{4.528}{45} \times 100 = 10.06\% \end{aligned}$$

7. சத்யா மற்றும் வித்யா இருவரும் 5 பாடங்களில் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்கள் முறையே 460 மற்றும் 480 ஆகும். மேலும் அதன் திட்ட விலக்கங்கள் முறையே 4.6 மற்றும் 2.4 எனில் யாருடைய செயல்திறன் மிகுந்த நிலைத் தன்மை கொண்டது?

தீர்வு.

சத்யா

$$\begin{aligned} x &= 460 \\ n &= 5 \\ &= 4.6 \\ \bar{x} &= \frac{x}{n} \\ &= \frac{460}{5} = 92 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C.V. &= \frac{\bar{x}}{\bar{x}} \times 100\% \\ &= \frac{4.6}{92} \times 100 \\ &= \frac{460}{92} \\ &= 5\% \end{aligned}$$

வித்யா

$$\begin{aligned} x &= 480 \\ n &= 5 \\ &= 2.4 \\ \bar{x} &= \frac{x}{n} \\ &= \frac{480}{5} = 96 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C.V. &= \frac{\bar{x}}{\bar{x}} \times 100\% \\ &= \frac{2.4}{96} \times 100 \\ &= \frac{240}{96} \\ &= 2.5\% \end{aligned}$$

2.5 % < 5% எனவே வித்யாவின் செயல்திறன் மிகுந்த நிலைத் தன்மை கொண்டது.

8. ஒரு வகுப்பில் உள்ள 40 மாணவர்கள், கணிதம், அறிவியல் மற்றும் சமூக அறிவியல் ஆகிய மூன்று பாடங்களில் பெற்ற மதிப்பெண்களின் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன

பாடங்கள்	சராசரி	திட்ட விலக்கம்
கணிதம்	56	12
அறிவியல்	65	14
சமூக அறிவியல்	60	10

இந்த மூன்று பாடங்களில் எது அதிக நிலைத் தன்மை கொண்டது மற்றும் எது குறைந்த நிலைத் தன்மை கொண்டது?

தீர்வு.

$$C.V. = \frac{\bar{x}}{\bar{x}} \times 100\%$$

கணிதத்தின் மாறுபாட்டுக்கெழு

$$= \frac{12}{56} \times 100 = 21.43\%$$

அறிவியலின் மாறுபாட்டுக் கெழு

$$= \frac{14}{65} \times 100 = 21.54\%$$

சமூக அறிவியலின் மாறுபாட்டுக்கெழு

$$= \frac{10}{60} \times 100 = 16.67\%$$

அதிக நிலைத் தன்மை கொண்ட பாடம் சமூக அறிவியல் குறைந்த நிலைத் தன்மை கொண்ட பாடம் அறிவியல்

9. இரண்டு நகரங்கள் A மற்றும் B - யின் குளிர் காலத்தில் நிலவும் வெப்பநிலை அளவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

நகரம் A ன் வெப்பநிலை (டிகிரி செல்சியஸ்)

18	20	22	24	26
----	----	----	----	----

நகரம் B ன் வெப்பநிலை (டிகிரி செல்சியஸ்)

11	14	15	17	18
----	----	----	----	----

எந்த நகரமானது வெப்பநிலை மாறுபாடுகளில் அதிகமான நிலைத் தன்மை கொண்டது?

தீர்வு.

நகரம் A

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{n} = \frac{18 + 20 + 22 + 24 + 26}{5} \\ &= \frac{110}{5} = 22 \end{aligned}$$

x	d = x - $\bar{x}$	d ²
18	-4	16
20	-2	4
22	0	0
24	2	4
26	4	16
		40

$$= \sqrt{\frac{d^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8} = 2.828$$

$$\begin{aligned} C.V. &= \frac{\bar{x}}{\bar{x}} \times 100 \\ &= \frac{2.828}{22} \times 100 = 12.85\% \end{aligned}$$

நகரம் B

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{n} = \frac{11 + 14 + 15 + 17 + 18}{5} \\ &= \frac{75}{5} = 15 \end{aligned}$$

x	d = x - $\bar{x}$	d ²
11	-4	16
14	-1	1
15	0	0
17	2	4
18	3	9
		30

$$= \sqrt{\frac{d^2}{n}} = \sqrt{\frac{30}{5}} = \sqrt{6} = 2.449$$

$$C.V. = \frac{\bar{x}}{\bar{x}} \times 100$$

$$= \frac{2.449}{15} \times 100 = 16.33\%$$

12.85 % < 16.33% எனவே, நகரம் A அதிக நிலைத் தன்மை கொண்டது.

முன்னேற்றச் சோதனை

(i) மாறுபாட்டுக் கெழுவானது சார்ந்த மாற்றத்தை கணக்கிட உதவும்.

தீர்வு. திட்ட விலக்கம்

(ii) திட்ட விலக்கத்தை, சராசரியால் வகுத்தால் கிடைப்பது

தீர்வு. மாறுபாட்டுக் கெழு

(iii) மாறுபாட்டுக் கெழுவானது மற்றும் ஆகியவற்றைச் சார்ந்து இருக்கும்.

தீர்வு. திட்ட விலக்கம் மற்றும் சராசரி

(iv) ஒரு தரவின், சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கமானது 8 மற்றும் 2 எனில், அதன் மாறுபாட்டுக் கெழுவானது ஆகும்.

தீர்வு. 25%

$$\text{குறிப்பு } \frac{2}{8} \times \frac{25}{4} \times 100 = 25\%$$

(v) இரண்டு தரவுகளை ஒப்பிடும் போது, எந்தத் தரவின் மாறுபாட்டுக் கெழு இருக்குமோ அது சீர்மைத் தன்மையற்றதாக இருக்கும்.

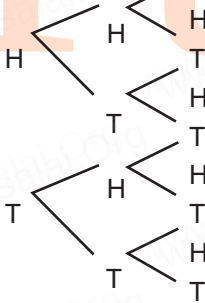
தீர்வு. அதிகமாக

பயிற்சி 8.3

1. மூன்று நாணயங்கள் கண்டப்படும் பொழுது கிடைக்கும் கூறுவெளியை மர வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி எழுதுக.

தீர்வு.

$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$



2. ஒரு பையிலுள்ள 1 முதல் 6 வரை எண்கள் குறிக்கப்பட்ட பந்துகளிலிருந்து இரண்டு பந்துகள் எடுப்பதற்கான கூறுவெளியை மர வரைபடம் மூலமாகக் குறிப்பிடுக.

தீர்வு.



$S = (1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6) (2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6) (3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6) (4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6) (5, 1) (5, 2) (5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6) (6, 1) (6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6)$



3. ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி A என்க. இங்கு $P(A) : P(\bar{A}) = 17:15$ மற்றும் $n(S) = 640$ எனில் (i) $P(\bar{A})$, (ii) $n(A)$ -ஐக் காண்க.

தீர்வு. $\frac{P(A)}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15}$

(i) $P(A) = \frac{17}{32} P(\bar{A}) = \frac{15}{32}$

(ii) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{n(A)}{640} = \frac{17}{32}$

$$n(A) = \frac{17 \times 640}{32 \times 1} = 340$$

4. ஒரு நாணயம் மூன்று முறை கண்டப்படுகிறது. இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு.

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, TTH, THT, HTT, TTT\}$

$A = \{TTH, HTT, TTT\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

5. ஒரு பொது விழாவில், 1 முதல் 1000 வரை எண்களிட்ட அட்டைகள் ஒரு பெட்டியில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. விளையாடும் ஒவ்வொருவரும் ஒரு அட்டையைச் சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கிறார்கள். எடுத்த அட்டை திரும்ப வைக்கப்படவில்லை. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அட்டையில் எண். 500-ஐ விட அதிகமாக உள்ள வார்க்க எண் இருந்தால், அவர் வெற்றிக்கான பரிசைப் பெறுவார். (i) முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெற (ii) முதலாமவர் வெற்றி பெற்ற பிறகு இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் வெற்றி பெற ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு. $23^2 = 529 \dots 31^2 = 961$

23, 24, 25 ... 31

$$(i) \text{ முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெற } = \frac{9}{1000}$$

$$(ii) \text{ இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் வெற்றி பெற } = \frac{8}{999}$$

6. ஒரு பையில் 12 நீல நிறப்பந்துகளும் x சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. (i) அது சிவப்பு நிறப்பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. (ii) 8 புதிய சிவப்பு நிறப்பந்துகள் அப்பையில் வைத்த பின்னர், ஒரு சிவப்பு நிறப்பந்தை தேர்ந்தெடுக்கப்பதற்கான நிகழ்தகவானது (i)-யில் பெறப்பட்ட நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்கு எனில் x ன் மதிப்பினைக் காண்க.

தீர்வு. நீல நிறப்பந்துகள் = 12

சிவப்பு நிறப்பந்துகள் = x

மொத்தப் பந்துகள் = $x + 12$

$$(i) \text{ சிவப்பு நிறப்பந்துகள் கிடைக்க நிகழ்தகவு } = \frac{x}{x + 12}$$

$$= \frac{4}{4 + 12} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

(ii) 8 புதிய சிவப்பு நிறப்பந்துகள் வைத்த பின்னர்

நீல நிறப்பந்துகள் = 12

சிவப்பு நிறப்பந்துகள் = $x + 8$

மொத்தப் பந்துகள் = $x + 20$

தற்போது சிவப்பு நிறப்பந்துகள் கிடைக்க நிகழ்தகவு

$$= \frac{x + 8}{x + 20}$$

(ii) ன் நிகழ்தகவு = $2x$ (i) ன் நிகழ்தகவு

$$= \frac{x + 8}{x + 20} = \frac{2x}{x + 12}$$

$$x^2 + 12x + 8x + 96 = 2x^2 + 40x$$

$$= 2x^2 + 40x - x^2 - 20x - 96 = 0 \quad x^2 + 20x - 96 = 0$$

$$(x + 24)(x - 4) = 0$$

$$= x - 24, 4$$

7. இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன.

(i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க

(ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க.

(iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

(iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1-ஆக இருக்க ஆகிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு. $S = \{(1,1), (1,2), \dots, (16,6)\}$ $n(S) = 36$

$$(i) A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$(ii) B = \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,1), (3,1), (5,1)\}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$(iii) C = \{(1,1), (1,2), (1,4), (1,6), (2,1), (2,3), (2,5), (3,2), (3,4), (4,1), (4,3), (5,2), (5,6), (6,1), (6,5)\}$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

$$(iv) D = \{\}$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{0}{36} = 0$$

8. மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன.

(i) அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க

(ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க.

(iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க

(iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க..

தீர்வு. $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT,$

$TTH, TTT\}$ $n(S) = 8$

$$(i) A = \{HHH\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

(ii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க

$$B = \{HTT, THT, TTH, TTT\}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

(iii) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க

$$C = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH\}$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

9. இரண்டு பகடைகளில் ஒன்றில் 1, 2, 3, 4, 5, 6 என்றும் மற்றொரு பகடையில் 1, 1, 2, 2, 3, 3 என்றும் முக மதிப்புகள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. அவை இரண்டும் உருட்டப்படும் போது கிடைக்கும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 2 முதல் 9 வரை ஒவ்வொரு மதிப்பும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைத் தனித்தனியாகக் காண்க.

தீர்வு. $S = \{(1,1), (1,1), (1,2), (1,2), (1,3), (1,3), (2,1), (2,1), (2,2), (2,2), (2,3), (2,3), \dots, (6,3)\}$

$$n(S) = 36$$

$$A = \{(1,1), (1,1)\}$$

$$\text{கூடுதல் 2 கிடைக்க} = \frac{2}{36}$$

$$B = \{(1,2), (1,2), (2,1), (2,1)\}$$

$$\text{கூடுதல் 3 கிடைக்க} = \frac{4}{36}$$

$$C = \{(1,3), (1,3), (2,2), (2,2), (3,1), (3,1)\}$$

$$\text{கூடுதல் 4 கிடைக்க} = \frac{6}{36}$$

$$D = \{(2,3), (2,3), (3,2), (3,2), (4,1), (4,1)\}$$

$$\text{கூடுதல் 5 கிடைக்க} = \frac{6}{36}$$

$$E = \{(3,3), (3,3), (4,2), (4,2), (5,1), (5,1)\}$$

$$\text{கூடுதல் 6 கிடைக்க} = \frac{6}{36}$$

$$F = \{(4,3), (4,3), (5,2), (5,2), (6,1), (6,2)\}$$

$$\text{கூடுதல் 7 கிடைக்க} = \frac{6}{36}$$

$$G = \{(5,3), (5,3), (6,2), (6,2)\}$$

$$\text{கூடுதல் 8 கிடைக்க} = \frac{4}{36}$$

$$H = \{(6,3), (6,3)\}$$

$$\text{கூடுதல் 9 கிடைக்க} = \frac{2}{36}$$

10. ஒரு பையில் 5 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும், 6 வெள்ளை நிறப் பந்துகளும், 7 பச்சை நிறப்பந்துகளும் 8 கருப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் பையிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பந்து (i) வெள்ளை (ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு (iii) வெள்ளையாக இல்லாமல் (iii) வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு. R சிவப்பு - 5

W வெள்ளை - 6

G பச்சை - 7

B கருப்பு - 8

மொத்தம் - 26

$$(i) P(W) = \frac{6}{26} = \frac{3}{13}$$

$$(ii) \text{கருப்பு அல்லது சிவப்பு} = \frac{8}{26} + \frac{5}{26}$$

$$= \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$$

$$(iii) P(\overline{W}) = 1 - P(w)$$

$$= 1 - \frac{3}{13}$$

$$= \frac{10}{13}$$

$$(iv) \text{வெள்ளை, கருப்பாக இருக்க} = \frac{6}{26} + \frac{8}{26} = \frac{14}{26} = \frac{7}{13}$$

$$\text{வெள்ளை, கருப்பாக இல்லாமலிருக்க} = 1 - \frac{7}{13} = \frac{6}{13}$$

11. ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகளும் ஒரு சில குறைபாடுடைய விளக்குகளும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு விளக்கானது குறைபாடுடையதாக இருப்பதற்கான வாய்ப்பு $\frac{3}{8}$ எனில் குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு. குறைபாடில்லாத விளக்குகள் = 20

குறைபாடுள்ள விளக்குகள் = x என்க

மொத்த விளக்குகள் = $x + 20$

$$\text{குறைபாடுடையதாக இருக்க நிகழ்தகவு} = \frac{x}{x+20}$$

$$\therefore \frac{x}{x+20} = \frac{3}{8}$$

$$8x = 3x + 60 \quad 5x = 60$$

$$x = \frac{60}{5} \quad x = 12$$

குறைபாடுள்ள விளக்குகள் = 12

12. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டில், டைமண்ட் சீட்டுகளிலிருந்து இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகளும், ஹார்ட் சீட்டுகளிலிருந்து, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகளும், ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து, மந்திரி மற்றும் இராசா சீட்டுகளும் நீக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து, ஒரு சீட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகிறது. அந்த சீட்டானது (i) க்ளாவர் ஆக, (ii) சிவப்பு இராணியாக, (iii) கருப்பு இராசாவாக, இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு. மொத்த சீட்டுக்கட்டுகள் = 52

நீக்கப்பட்டவை = $K\spadesuit, Q\spadesuit, Q\heartsuit, J\heartsuit, J\clubsuit, K\clubsuit$

மீதமுள்ள சீட்டுக்கட்டுகள் = $52 - 6 = 46$

$$(i) \text{ க்ளாவர் ஆக} = \frac{13}{46}$$

$$(ii) \text{ சிவப்பு இராணியாக} = \frac{0}{46} = 0$$

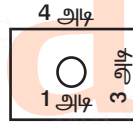
$$(iii) \text{ கருப்பு இராசாவாக} = \frac{1}{46}$$

13. மாணவர்கள் விளையாடும் ஒரு விளையாட்டில் அவர்களால் எறியப்படும் கல்லானது வட்டப்பரிதிக்குள் விழுந்தால் அதை வெற்றியாகவும், வட்டப்பரிதிக்கு வெளியே விழுந்தால் அதை தோல்வியாகவும் கருதப்படுகிறது. விளையாட்டில் வெற்றி கொள்வதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு.

$$\text{வட்டத்தின் பரப்பு} = r^2 (1)^2 =$$

$$\text{செவ்வகத்தின் பரப்பு} = lb = 4 \times 3 = 12$$



$$\text{வெற்றி பெற நிகழ்தகவு} = \frac{12}{12}$$

$$= \frac{3.14}{12} = \frac{314}{1200} = \frac{157}{600}$$

14. இரண்டு நுகர்வோர்கள், பிரியா மற்றும் அமுதன் ஒரு குறிப்பிட்ட அங்காடிக்கு, குறிப்பிட்ட வாரத்தில் (திங்கள் முதல் சனி வரை) செல்கிறார்கள். அவர்கள் அங்காடிக்குச் சமவாய்ப்பு முறையில் ஒவ்வொரு நாளும் செல்கிறார்கள். இருவரும் அங்காடிக்கு, (1) ஒரே நாளில் (2) வெவ்வேறு நாட்களில் (3) அடுத்தடுத்த நாட்களில் செல்வதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு. பிரியா அல்லது அமுதன் கடைக்கு

$$\text{செல்ல நிகழ்தகவு} = \frac{1}{6}$$

$$(i) \text{ ஒரே நாளில் செல்ல} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times 6 = \frac{1}{6}$$

$$(ii) \text{ வெவ்வேறு நாளில் செல்ல} = \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times 6 = \frac{5}{6}$$

$$(iii) \text{ அடுத்தடுத்த நாளில் செல்ல} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times 5 = \frac{5}{36}$$

15. ஒரு விளையாட்டிற்கான, நுழைவுக் கட்டணம் G150 அந்த விளையாட்டில் ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. தனா, ஒரு நுழைவுச் சீட்டு வாங்கினாள், அவ்விளையாட்டில் ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் விழுந்தால் அவள் செலுத்திய நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பக் கிடைத்துவிடும். மூன்று தலைகள் கிடைத்தால் அவளது நுழைவுக் கட்டணம் இரண்டு மடங்காகக் கிடைக்கும். இல்லையென்றால் அவளுக்கு எந்தக் கட்டணமும் திரும்பக் கிடைக்காது. இவ்வாறெனில் (i) இரண்டு மடங்காக (ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற (iii) நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு. $S = \{ HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT \}$

$$n(S) = 8$$

(i) இரண்டு மடங்காக

$$A = \{ HHH \}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

(ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற

$$B = \{ HHH, HTH, THH, HTT, THT, TTH \}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

(iii) நுழைவுக் கட்டணம் இழப்பதற்கு

$$C = \{ TTT \}$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

முன்னேற்றச் சோதனை

1) ஒரு குறிப்பிட்ட விளைவைக் கணிக்க முடியாமல் இருக்கும் ஒரு சோதனையை என்போம்.

தீர்வு. சம வாய்ப்புச் சோதனை

2) அனைத்துச் சாத்தியமானக் கூறுகளின் தொகுப்பையும் என அழைக்கிறோம்.

தீர்வு. கூறுவெளி

முன்னேற்றச் சோதனை

கொடுக்கப்பட்ட எண்களில் எவை நிகழ்தகவாக இருக்க முடியாது?

$$(a) -0.0001 \quad (b) 0.5 \quad (c) 1.001 \quad (d) 1$$

$$(e) 20\% \quad (f) 0.253 \quad (g) \frac{1-\sqrt{5}}{2} \quad (h) \frac{\sqrt{3}+1}{4}$$

தீர்வு $O \quad P(E) \quad 1$

a) -0.0001 நிகழ்தகவு அல்ல

c) 1.001 நிகழ்தகவு அல்ல

g) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ நிகழ்தகவு அல்ல

செலக்சன் 10 கணக்கு

225

இயல்-8

சிந்தனைக் களம்

சாதாரண ஆண்டில், 53 சனிக்கிழமைகள் வருவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு. சாதாரண ஆண்டு = 365 நாட்கள்

$$365 \text{ நாள்} = \frac{365}{7} = 52 \text{ வாரம் } 1 \text{ நாள்}$$

எனவே 52 சனிக்கிழமைகள் + 1 நாள்

S = {ஞா, திங், செ, புத, வியா, வெ, சனி}

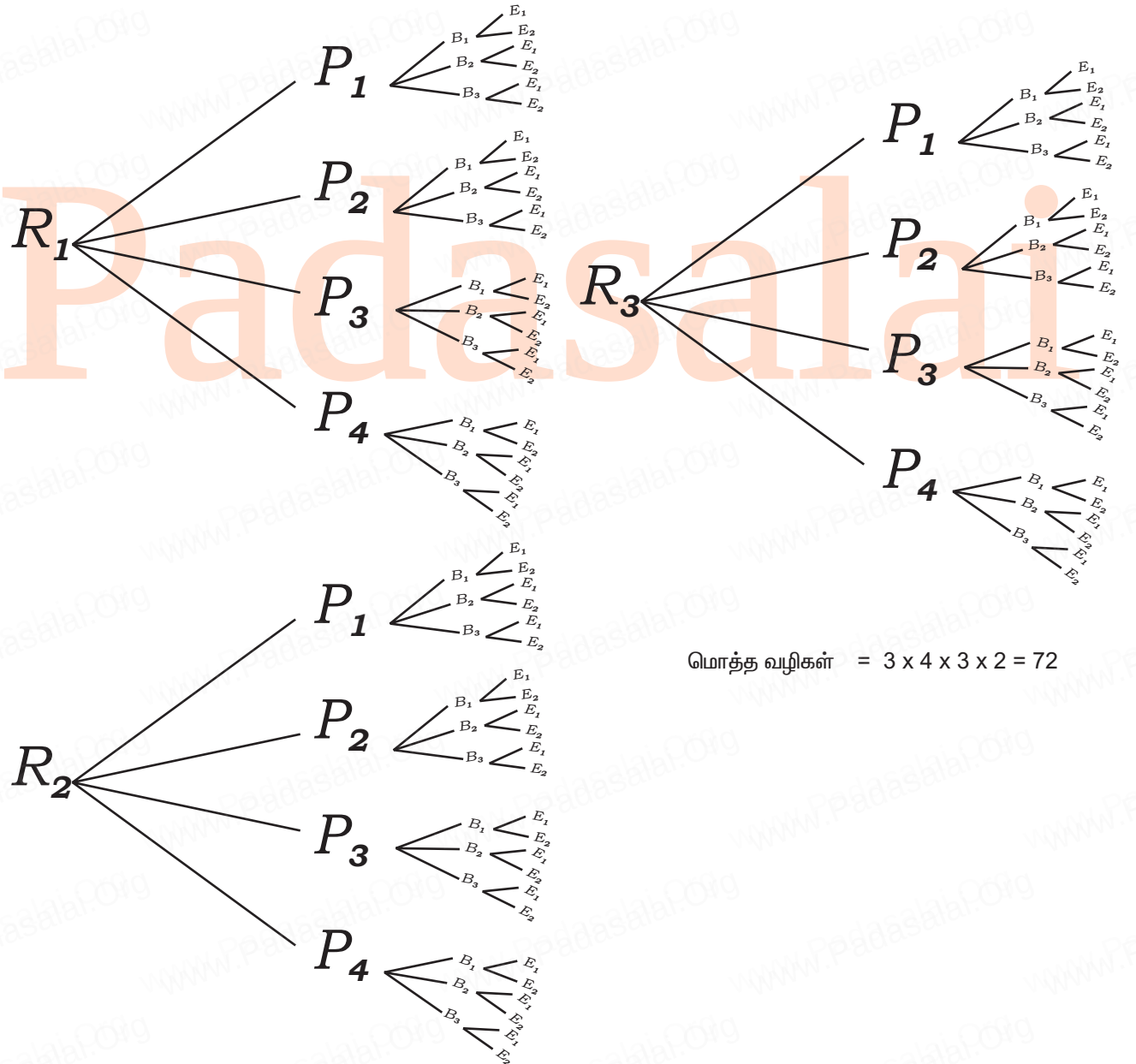
$$n(S) = 7 \quad A = \{\text{சனி}\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{7}$$

குறிப்பு : சாதாரண ஆண்டில் எந்த 53 கிழமை வர நிகழ்தகவு $\frac{1}{7}$ லீப் ஆண்டில் எந்த 54 கிழமை வர நிகழ்தகவு $\frac{2}{7}$

செயல்பாடு 3

மதுவின் வீட்டிலிருந்து அவள் பணியாற்றும் இடத்திற்கு செல்ல மூன்று வழிகள் R_1 , R_2 மற்றும் R_3 உள்ளன. அவளுடைய அலுவலகத்தில் P_1 , P_2 , P_3 , P_4 என்ற நான்கு வாகன நிறுத்துமிடங்களும், B_1 , B_2 , B_3 என்று மூன்று நுழைவாயில்களும் உள்ளன. அங்கிருந்து அவள் பணிபுரியும் தளத்திற்குச் செல்ல E_1 , E_2 என்ற இரண்டு மின் தூக்கிகள் உள்ளன. மர வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி அவளுடைய வீட்டிலிருந்து அலுவலகத்தளத்தை அடைய எத்தனை வழிகள் உள்ளன எனக் காண்க?



$$\text{மொத்த வழிகள்} = 3 \times 4 \times 3 \times 2 = 72$$

செயல்பாடு - 4

தேவையான தகவல்களைச் சேகரித்துக் கீழ்க்கண்டவற்றின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

(i) உன்னுடைய வகுப்பிலுள்ள ஒரு மாணவனைத் தேர்ந்தெடுக்க.

(ii) உன்னுடைய வகுப்பிலுள்ள ஒரு மாணவியைத் தேர்ந்தெடுக்க.

(iii) உனது பள்ளியில் பத்தாம் வகுப்பு பயில்பவர்களில் ஒருவரைத் தேர்வு செய்ய

(iv) உனது பள்ளியில் பத்தாம் வகுப்பில் பயிலும் ஒரு மாணவனைத் தேர்வு செய்ய.

(v) உனது பள்ளியில் பத்தாம் வகுப்பில் பயிலும் ஒரு மாணவியைத் தேர்வு செய்ய.

தீர்வு. எடுத்தக்காட்டாக பள்ளியிலுள்ள மொத்த, மாணவ, மாணவிகள் = 400

பத்தாம் வகுப்பிலுள்ள மாணவ, மாணவிகள் = 100

மாணவர்கள் 60 = மாணவிகள் = 40

உன் வகுப்பிலுள்ள மாணவ, மாணவிகள் = 40

உன் வகுப்பிலுள்ள மாணவர்கள் = 25

உன் வகுப்பிலுள்ள மாணவிகள் = 15 என்க.

$$(i) \text{ மாணவனைத் தேர்ந்தெடுக்க } = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

$$(ii) \text{ மாணவியைத் தேர்ந்தெடுக்க } = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

(iii) உனது பள்ளியிலுள்ள பத்தாம் வகுப்பு

$$\text{பயில்பவரை தேர்வு செய்ய } = \frac{100}{400} = \frac{1}{4}$$

(iv) உனது பள்ளியில் பத்தாம் வகுப்பு மாணவனைத்

$$\text{தேர்வு செய்ய } = \frac{60}{400} = \frac{3}{20}$$

(v) உனது பள்ளியில் பத்தாம் வகுப்பு மாணவியைத்

$$\text{தேர்வு செய்ய } = \frac{40}{400} = \frac{1}{10}$$

சிந்தனைக் களம்

இயலா நிகழ்ச்சியின் நிரப்பு நிகழ்ச்சி எது?

தீர்வு. இயா நிகழ்ச்சியின் நிரப்பு நிகழ்ச்சி 1

பயிற்சி 8.4

1. $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{2}{5}$ $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ எனில், $P(A \cup B)$ காண்க. தீர்வு.

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{2}{5} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{10+6-5}{15} = \frac{11}{15} \end{aligned}$$

2. A மற்றும் B ஆகியவை இரு நிகழ்ச்சிகள். மேலும், $P(A) = 0.42$, $P(B) = 0.48$ மற்றும் $P(A \cap B) = 0.16$ எனில்

(i) $P(\bar{A})$ இல்லை (ii) $P(\bar{B})$ இல்லை

(iii) $P(A \cup B)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு. (i) $P(\bar{A})$ இல்லை

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= 1 - P(A) \\ &= 1 - 0.42 = 0.58 \end{aligned}$$

(ii) $P(\bar{B})$ இல்லை

$$\begin{aligned} P(\bar{B}) &= 1 - P(B) \\ &= 1 - 0.48 = 0.52 \end{aligned}$$

(iii) $P(A \cup B)$

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0.42 + 0.48 - 0.16 \\ &= 0.74 \end{aligned}$$

3. ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் A, B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் மேலும் $P(A \cap B) = 0.45$, $P(A \cup B) = 0.65$ எனில் $P(B)$ - ஐக் காண்க.

தீர்வு. $P(\bar{A}) = 0.45$ $P(A) = 0.55$

A, B ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள்

எனில் $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$0.55 = 0.55 + P(B)$$

$$P(B) = 0.65 - 0.55 = 0.1$$

4. A மற்றும் B-யில், குறைந்தது ஏதாவது ஒன்று நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.6. A மற்றும் B ஒரே நேரத்தில் நடைபெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.2 எனில் $P(\bar{A}) + P(\bar{B})$ - ஐக் காண்க.

தீர்வு. $P(A \cup B) = 0.6$ $P(A \cap B) = 0.2$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.6 = P(A) + P(B) - 0.2$$

$$P(A) + P(B) = 0.8$$

$$P(\bar{A}) + P(\bar{B}) = [1 - P(A)] + [1 - P(B)]$$

$$= 2 - [P(A) + P(B)] = 2 - 0.8 = 1.2$$

5. நிகழ்ச்சி A -க்கான நிகழ்தகவு 0.5 மற்றும் B -க்கான நிகழ்தகவு 0.3 A மற்றும் B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில், A -ம் B -ம் நிகழாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு. $P(A) = 0.5$ $P(B) = 0.3$

A , B என்பன ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில் $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$= 0.5 + 0.3 = 0.8$$

A , B -ம் நிகழாமலிருக்க நிகழ்தகவு $= P(\bar{A} \cap \bar{B})$

$$= 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.8 = 0.2$$

6. இரண்டு பகடைகள் ஒரு முறை உருட்டப்படுகின்றன. முதல் பகடையில் முக மதிப்பு இரட்டைப் படை எண் அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 8 ஆகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு $S = \{(1,1), (1,2), \dots, (6,6)\}$

$$n(S) = 36$$

முதல் பகடையில் இரட்டை எண் கிடைக்க

$$A = \{(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

$$n(A) = 18$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{18}{36}$$

கூடுதல் 8 கிடைக்க

$$B = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}$$

$$n(B) = 5$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

$$A \cap B = \{(2,6), (4,4), (6,2)\}$$

$$n(A \cap B) = 3$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{18}{36} + \frac{5}{36} - \frac{3}{36} \\ = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

7. நன்கு கலைத்து அடுக்கிய 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட கட்டிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது சிவப்பு இராசாவாக அல்லது கருப்பு இராணியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு. $n(S) = 52$

$$\text{சிவப்பு இராசாவாக இருக்க } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \\ = \frac{2}{52}$$

$$\text{கருப்பு இராணியாக இருக்க } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} \\ = \frac{2}{52}$$

A, B என்பன ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள்

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \\ = \frac{2}{52} + \frac{2}{52} \\ = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

8. ஒரு பெட்டியில் 3,5,7,9, ..., 35, 37 என்ற எண்கள் குறிக்கப்பட்ட சீட்டுகள் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் ஒரு சீட்டு ஆனது 7-ன் மடங்காக அல்லது பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு. $S = \{3, 5, 7, 9, \dots, 35, 37\}$

$$n(S) = 18$$

7-ன் மடங்காக இருக்க $A = \{7, 21, 35\}$

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{18}$$

பகா எண்ணாக இருக்க

$$B = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37\}$$

$$n(B) = 11$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{11}{18}$$

$$A \cap B = \{7\}$$

$$n(A \cap B) = 1$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{18}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ = \frac{3}{18} + \frac{11}{18} - \frac{1}{18} = \frac{3}{18}$$

செலக்ஸன் 10 கணக்கு

228

இயல்-8

9. சீரான மூன்று நாணயங்கள் ஒரு முறை சுண்டப்படுகின்றன. அதிகபட்சம் 2 பூக்கள் அல்லது குறைந்தபட்சம் 2 தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு.

$$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

$$n(S) = 8$$

அதிகபட்சம் 2 பூக்கள் கிடைக்க

$$A = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH\}$$

$$n(A) = 7$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

குறைந்த பட்சம் 2 தலைகள் கிடைக்க

$$B = \{HHH, HHT, HTH, THH\}$$

$$n(B) = 4$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{8}$$

$$A \cap B = \{HHH, HHT, HTH, THH\}$$

$$n(A \cap B) = 4$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{4}{8}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{7}{8} + \frac{4}{8} - \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$$

10. ஒருவருக்கு மின்சார ஒப்பந்தம் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 3 மற்றும் குழாய்கள் பொருத்துவதற்கான ஒப்பந்தம் 5 கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 5 ஆகும். மேலும், குறைந்தபட்சம் ஏதாவது ஒரு 8 ஒப்பந்தம் கிடைக்கப்பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 5 எனில் இரண்டு ஒப்பந்தங்களும் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு.

$$P(A) = \frac{3}{5}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{5}{8}$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{7}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{3}{8} - \frac{5}{7}$$

$$= \frac{168 + 105 - 200}{280}$$

$$= \frac{273 - 200}{280} = \frac{73}{280}$$

11. 8000 மக்கள் தொகை கொண்ட ஒரு நகரத்தில் 1300 பேர் 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவர்கள் மற்றும் 3000 பேர் பெண்கள். மேலும் 50 வயதிற்கு மேற்பட்ட பெண்கள் 30% உள்ளனர். எனவும் தெரிய வருகிறது. தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு நபர், பெண்ணாக அல்லது 50 வயதிற்கு மேற்பட்டவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு. $n(S) = 8000$

$$50 \text{ வயதிற்கு மேற்பட்டவர்} = n(A) = 1300$$

$$P(A) = \frac{1300}{8000}$$

$$\text{பெண்கள்} = n(B) = 3000$$

$$P(B) = \frac{3000}{8000}$$

$$50 \text{ வயதிற்கு மேற்பட்ட பெண்கள்} = \frac{30}{100} \times 3000 = 900$$

$$P(A \cap B) = \frac{900}{3000}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1300}{8000} + \frac{3000}{8000} - \frac{900}{8000}$$

$$= \frac{4300 - 900}{8000}$$

$$= \frac{3400}{8000} = \frac{17}{40}$$

12. ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது சரியாக இரண்டு தலைகள் அல்லது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ அல்லது அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு. $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$

$$n(S) = 8$$

சரியாக இரண்டு தலைகள் கிடைக்க

$$A = \{HHT, HTH, THH\}$$

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க

$$B = \{HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

$$n(B) = 7$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{8}$$

அடுத்தடுத்து இரண்டு தலைகள் கிடைக்க

$$C = \{HHH, HHT, THH\}$$

$$n(C) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

$$A \cap B = \{HHT, HTH, THH\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{8}$$

$$A \cap B \cap C = \{HHT, THH\}$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{2}{8}$$

$$B \cap C = \{HHT, THH\}$$

$$P(B \cap C) = \frac{2}{8}$$

$$A \cap C = \{HHT, THH\}$$

$$P(A \cap C) = \frac{2}{8}$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{3}{8} - \frac{3}{8} - \frac{2}{8} - \frac{2}{8} + \frac{2}{8}$$

$$= \frac{8}{8} = 1$$

13. A, B, C என்பன ஏதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள், மேலும் B கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு A-ன் நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்காகவும், C கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு Aஐ விட மூன்று மடங்காகவும் உள்ளன. மேலும்.

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, P(B \cap C) = \frac{1}{4}, P(A \cap C) = \frac{1}{8}$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{9}{10}, P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{15} \text{ எனில்,}$$

$P(A)$, $P(B)$ மற்றும் $P(C)$ -ஐக் காண்க?

தீர்வு. $P(B) = 2 P(A)$

$$P(C) = 3 P(A)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$\frac{9}{10} = P(A) + 2 P(A) + 3 P(A) - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{15}$$

$$6 P(A) = \frac{9}{10} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{15}$$

$$= \frac{108 + 20 + 30 + 15 - 8}{120}$$

$$= \frac{165}{120}$$

$$= \frac{11}{8}$$

$$P(A) = \frac{11}{8 \times 6} = \frac{11}{48}$$

$$P(B) = 2 P(A) = 2 \times \frac{11}{48} = \frac{22}{48} = \frac{11}{24}$$

$$P(C) = 3 P(A) = 3 \times \frac{11}{48} = \frac{33}{48} = \frac{11}{16}$$

14. 35 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில் ஒவ்வொருவருக்கும் 1 முதல் 35 வரை எண்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மாணவர்களுக்கும் மாணவிகளுக்கும் உள்ள விகிதமானது 4 : 3 ஆகும். வரிசை எண்கள் மாணவர்களில் தொடங்கி மாணவிகளில் முடிவடைகிறது. ஒருவர் வகுப்பிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர் பகா எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவராகவோ அல்லது பகு எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட மாணவியாகவோ அல்லது இரட்டை எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்டவராகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு. $n(S) = 35$

மாணவர், மாணவியர் விகிதம் = 4 : 3

$$\therefore \text{மாணவர்} = \frac{4}{7} \times 35 = 20$$

$$\text{மாணவியர்} = \frac{3}{7} \times 35 = 15$$

செலக்கன் 10 கணக்கு

230

இயல்-8

மாணவர் = { 1, 2, 20}

மாணவியர் = { 21, 22, 35}

பகா எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட

மாணவர் $A = \{ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 \}$

$$n(A) = \frac{8}{8}$$

$$P(A) = \frac{8}{35}$$

பகு எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்ட

மாணவியர் $B = \{ 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35 \}$

$$n(B) = \frac{12}{12}$$

$$P(B) = \frac{12}{35}$$

இரட்டை எண்ணை வரிசை எண்ணாகக் கொண்டவர்

 $C = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34 \}$

$$n(C) = 17$$

$$P(C) = \frac{17}{35}$$

 $A \cap B = \{ \}$ $P(A \cap B) = 0$ $B \cap C = \{ 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34 \}$

$$P(B \cap C) = \frac{7}{35}$$

 $A \cap C = \{ 2 \}$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{35}$$

 $A \cap B \cap C = \{ \}$ $P(A \cap B \cap C) = 0$ $P(A \cap B \cap C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) -$ $P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

$$= \frac{8}{35} + \frac{12}{35} + \frac{17}{35} - 0 - \frac{7}{35} - \frac{1}{35} + 0$$

$$= \frac{29}{35}$$

முன்னேற்றச் சோதனை

1. $P(A \text{ மட்டும்}) = \dots\dots\dots$ தீர்வு. $P(A) - P(A \cap B)$ 2. $P(\bar{A} \cap B) = \dots\dots\dots$ தீர்வு. $P(B) - P(A \cap B)$ 3. $(A \cap B)$ மற்றும் $\bar{A} \cap B$ ஆகியவை நிகழ்ச்சிகள்

தீர்வு. ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள்

4. $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \dots\dots\dots$ தீர்வு. $1 - P(A \cap B)$ 5. A மற்றும் B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில் $P(A \cap B) = 0 \dots\dots\dots$

தீர்வு. 0

6. $P(A \cap B) = 0.3$, $P(\bar{A} \cap B) = 0.45$ எனில் $P(B) = \dots\dots\dots$

தீர்வு. 0.75

செயல்பாடு 5

நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றத்தை பின்வரும் முறைகளில் கலப்பமாக எழுதலாம்

$$P(A \cap B) = S_1 - S_2$$

$$P(A \cap B \cap C) = S_1 - S_2 + S_3$$

இங்கே, $S_1 \rightarrow$ ஒரு நிகழ்ச்சி மட்டும் நடப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளின் கூடுதல். $S_2 \rightarrow$ இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் மட்டும் நடப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளின் கூடுதல். $S_3 \rightarrow$ மூன்று நிகழ்ச்சிகள் மட்டும் நடப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளின் கூடுதல்.

$$P(A \cap B) = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cap B)}{S_1 - S_2}$$

$$P(A \cap B \cap C) =$$

$$\frac{P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)}{S_1 - S_2 + S_3}$$

மேற்கண்ட அமைப்பு முறையில் $P(A \cap B \cap C \cap D)$ -யின் நிகழ்தகவைக் காண்க.தீர்வு. $P(A \cap B \cap C \cap D) = [P(A) + P(B) + P(C) + P(D)]$

$$- [P(A \cap B) + P(B \cap C) + P(C \cap D) + P(A \cap D)]$$

$$+ [P(A \cap B \cap C) + P(B \cap C \cap D) + P(A \cap C \cap D)$$

$$+ P(A \cap B \cap D)]$$

$$- [P(A \cap B \cap C \cap D)]$$

$$= S_1 - S_2 + S_3 - S_4$$

சிறந்தனைக்களம்

 $P(A \cap B) + P(A \cap B)$ என்பது.தீர்வு. $P(A) + P(B)$ குறிப்பு: $P(A \cap B) + P(A \cap B)$

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B)$$

செலக்சன் 10 கணக்கு

231

இயல்-8

பயிற்சி 8.5

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்.

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது பரவல் அளவை இல்லை?

- (1) வீச்சு (2) திட்டவிலக்கம் (3) கூட்டுச் சராசரி
(4) விலக்க வர்க்கச் சராசரி

தீர்வு. (3) கூட்டுச் சராசரி

2. 8, 8, 8, 8, 8 8 ஆகிய தரவின் வீச்சு.

- (1) 0 (2) 1 (3) 8 (4) 3

தீர்வு. (1) 0

குறிப்பு $R = L - S$

$$= 8 - 8 = 0$$

3. சராசரியிலிருந்து கிடைக்கப் பெற்ற தரவுப் புள்ளிகளுடைய விலக்கங்களின் கூடுதலானது

- (1) எப்பொழுதும் மிகை எண்
(2) எப்பொழுதும் குறை எண்
(3) பூச்சியம்
(4) பூச்சியமற்ற முழுக்கள்

தீர்வு. (3) பூச்சியம்

4. 100 தரவுப் புள்ளிகளின் சராசரி 40 மற்றும் திட்ட விலக்கம் 3 எனில், விலக்கங்களின் வர்க்கக் கூடுதலானது.

- (1) 40000 (2) 160900 (3) 160000
(4) 30000

தீர்வு. (2) 160900

குறிப்பு. $\sqrt{\frac{(x - \bar{x})^2}{n}}$

$$3 = \sqrt{\frac{(x - 40)^2}{100}}$$

$$900 = (x - 40)^2$$

$$x^2 - 80x + 1600 \times 100 = 900$$

$$x^2 - 80x + 40 \times 100 + 160000 = 900$$

$$x^2 - 320000 + 160000 = 900$$

$$x^2 - 160000 = 900$$

$$x^2 = 160900$$

5. முதல் 20 இயல் எண்களின் விலக்க வர்க்கச் சராசரியானது.

- (1) 32.25 (2) 44.25 (3) 33.25 (4) 30

தீர்வு. (3) 33.25

குறிப்பு : $= \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}}$

$$^2 = \frac{n^2 - 1}{12} = \frac{20^2 - 1}{12} = \frac{400 - 1}{12}$$

$$= \frac{399}{12} = 33.25$$

6. ஒரு தரவின் திட்ட விலக்கமானது 3. ஒவ்வொரு மதிப்பையும் 5-ஆல் பெருக்கினால் கிடைக்கும் புதிய தரவின் விலக்க வர்க்கச் சராசரியானது.

- (1) 3 (2) 15 (3) 5 (4) 225

தீர்வு. (4) 225

குறிப்பு $= 3$

$$\text{புதிய திட்டவிலக்கம்} = 15$$

$$\text{புதிய விலக்க வர்க்கச் சராசரி} = 15^2 = 225$$

7. x, y, z ஆகியவற்றின் திட்டவிலக்கம் P -எனில், $3x + 5, 3y + 5, 3z + 5$ ஆகியவற்றின் திட்டவிலக்கமானது.

- (1) $3P + 5$ (2) $3P$ (3) $P + 5$ (4) $9P + 15$

தீர்வு. (2) $3P$

8. ஒரு தரவின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டுக் கெழு முறையே 4 மற்றும் 87.5% எனில் திட்டவிலக்கமானது.

- (1) 3.5 (2) 3 (3) 4.5 (4) 2.5

தீர்வு. (1) 3.5

குறிப்பு. $CV = \frac{CV}{x} \times 100$

$$87.5 = \frac{CV}{4} \times 100 \quad CV = 3.5$$

9. கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது தவறானது?

- (1) $P(A) > 1$ (2) $0 \leq P(A) \leq 1$ (3) $P(\emptyset) = 0$
(4) $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

தீர்வு. (1) $P(A) > 1$ 10. p சிவப்பு, q நீல, r பச்சை நிறக் கூழாங்கற்கள் உள்ள ஒரு குடுவையில் இருந்து ஒரு சிவப்பு கூழாங்கல் எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது.

- (1) $\frac{q}{p+q+r}$ (2) $\frac{p}{p+q+r}$
(3) $\frac{p+q}{p+q+r}$ (4) $\frac{p+r}{p+q+r}$

தீர்வு.

- (2) $\frac{p}{p+q+r}$

11. ஒரு புத்தகத்திலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பக்கம் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பக்க எண்ணின் ஒன்றாம் இட மதிப்பானது 7ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவானது.

- (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{7}{10}$ (3) $\frac{3}{9}$ (4) $\frac{7}{9}$

தீர்வு. (2) $\frac{7}{10}$

செலக்சன் 10 கணக்கு

232

இயல்-8

12. ஒரு நபருக்கு வேலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது $\frac{x}{3}$ வேலை கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான $\frac{2}{3}$ நிகழ்தகவு

$\frac{2}{3}$ எனில் x -யின் மதிப்பானது.

(1) 2 (2) 1 (3) 3 (4) 1.5

தீர்வு. (2) 1

குறிப்பு.

$$P(A) = \frac{x}{3}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$\frac{x}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

$$x + 2 = 3$$

$$x = 3 - 2 \quad x = 1$$

13. கமலம், குலுக்கல் போட்டியில் கலந்து கொண்டாள். அங்கு மொத்தம் 135 சீட்டுகள் விற்கப்பட்டன. கமலம் வெற்றி பெறுவதற்கான வாய்ப்பு $\frac{1}{9}$ எனில், கமலம் வாங்கிய சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை, 9.

(1) 5 (2) 10 (3) 15 (4) 20

தீர்வு. (3) 15

$$\frac{1}{9} \times 135 = 15$$

14. ஆங்கில எழுத்துக்கள் $\{a, b, \dots, z\}$ -யிலிருந்து ஓர் எழுத்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்வு செய்யப்படுகிறது. அந்த எழுத்து x -க்கு முந்தைய எழுத்துக்களில் ஒன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

(1) $\frac{12}{13}$ (2) $\frac{1}{13}$ (3) $\frac{23}{26}$ (4) $\frac{3}{26}$

தீர்வு. (3) $\frac{23}{26}$

குறிப்பு. $S = \{a, b, \dots, z\}$

$$A = \{a, b, c, \dots, u, v, w\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{23}{26}$$

15. ஒரு பணப்பையில் F. 2000 நோட்டுகள் 10ம், 500 நோட்டுகள், 15ம் F. 200 நோட்டுகள் 25ம் உள்ளன. ஒரு நோட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகின்றது எனில், அந்த நோட்டு F. 500 நோட்டாகவோ அல்லது F. 200 நோட்டாகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

(1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{4}{5}$

தீர்வு. (4) $\frac{4}{5}$

$$\text{குறிப்பு. F 500 நோட்டாக இருக்க } = \frac{15}{50}$$

$$\text{F 200 நோட்டாக இருக்க } = \frac{25}{50}$$

$$500 \text{ அல்லது } 200 \text{ ஆக இருக்க } = \frac{15}{50} + \frac{25}{50}$$

$$= \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

அலகு பயிற்சி - 8

1. பின்வரும் நிகழ்வெண் பரவலின் சராசரியானது 62.8 மற்றும் அனைத்து நிகழ்வெண்களின் கூடுதல் 50. விடுபட்ட நிகழ்வெண்கள் f_1 மற்றும் f_2 ஐக் கணக்கிடுக.

பிரிவு						
இடைவெளி	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
நிகழ்வெண்	5	f_1	10	f_2	7	8

தீர்வு. $\bar{x} = 62.8 \quad f = 50$

CI	x	f	fx
0-20	10	5	50
20-40	30	f_1	$30f_1$
40-60	50	10	500
60-80	70	f_2	$70f_2$
80-100	90	7	630
100-120	110	8	880
		$30 + f_1 + f_2$	$2060 + 30f_1 + 70f_2$

$$30 + f_1 + f_2 = 50$$

$$f_1 + f_2 = 20 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{fx}{f} = 62.8$$

$$\frac{2060 + 30f_1 + 70f_2}{50} = 62.8$$

$$30f_1 + 70f_2 = 3140 - 2060$$

$$30f_1 + 70f_2 = 1080$$

$$3f_1 + 7f_2 = 108 \quad \dots \dots \dots (2)$$

செலக்சன் 10 கணக்கு

234

இயல்-8

5. ஒரு பரவலில் $(x - 5) = 3$, $(x - 5)^2 = 43$, மற்றும் மொத்த தரவுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை 18 எனில் சராசரி, திட்டவிலக்கத்தைக் காண்க.

தீர்வு.

$$(x - 5) = 3$$

$$(x - 5)^2 = 43$$

$$n = 18$$

$$(x - 5) = 3$$

$$x - 5n = 3$$

$$x - 5 \times 18 = 3$$

$$x = 3 + 90$$

$$x = 93$$

$$(x - 5)^2 = 43$$

$$(x^2 - 10x + 25) = 43$$

$$x^2 - 10x + 25n = 43$$

$$x^2 - 10(93) + 25(18) = 43$$

$$x^2 - 930 + 450 = 43$$

$$x^2 - 480 = 43$$

$$x^2 = 43 + 480$$

$$x^2 = 523$$

$$\text{சராசரி} = \frac{x}{n} = \frac{93}{18} = 5.17$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{x^2}{n} - \left(\frac{x}{n}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{523}{18} - \left(\frac{93}{18}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{9414 - 8649}{18^2}} \\ &= \sqrt{\frac{765}{18}} \\ &= \frac{27.65}{18} \\ &= 1.53 \end{aligned}$$

6. இரண்டு நகரங்களின் பல்வேறு இடங்களில் விற்பனை செய்யும் நிலக்கடலை பொட்டலங்களின் விலைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. எந்த நகரத்தில் விலைகளானது மிகவும் நிலையானதாக உள்ளது?

நகரம் A ன் விலைகள்

20	22	19	23	16
----	----	----	----	----

நகரம் B ன் விலைகள்

10	20	18	12	15
----	----	----	----	----

தீர்வு.

நகரம் A

x	$d = x - 20$	d^2
20	0	0
22	2	4
19	-1	1
23	3	9
16	-4	16
100		30

$$\bar{x} = \frac{100}{5} = 20$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{d^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{30}{5}} = \sqrt{6} = 2.44 \\ CV &= \frac{\bar{x}}{\bar{x}} \times 100 \\ &= \frac{2.44}{20} \times 100 \\ &= \frac{244}{20} = 12.2\% \end{aligned}$$

நகரம் B

x	$d = x - 15$	d^2
10	-5	25
20	5	25
18	3	9
12	-3	9
15	0	0
75		68

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{75}{5} = 15 \\ &= \sqrt{\frac{d^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{68}{5}} = \sqrt{13.6} = 3.68 \\ CV &= \frac{\bar{x}}{\bar{x}} \times 100 \\ &= \frac{3.68}{15} \times 100 \\ &= \frac{368}{15} = 24.53\% \end{aligned}$$

12.2 % < 24.53% எனவே, நகரம் A விலைகளானது மிகவும் நிலையானது.

7. ஒரு புள்ளி விவரத்தின் வீச்சு மற்றும் வீச்சுக்கெழு முறையே 20 மற்றும் 0.2 எனில், விவரங்களின் மிகப்பெரிய மதிப்பு மற்றும் மிகச்சிறிய மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு. வீச்சு = 20

வீச்சுக்கெழு = 0.2

$$L - S = 20 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{L - S}{L + S} = 0.2$$

$$\frac{20}{L + S} = 0.2$$

$$L + S = \frac{20}{0.2} = \frac{200}{2}$$

$$L + S = 100 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \quad L - S = 20$$

$$(2) \quad L + S = 100$$

$$2L = 120 \quad L = 60$$

$L = 60$ என (2)ல் பிரதியிட

$$60 + S = 100$$

$$S = 100 - 60 \quad S = 40$$

$$\therefore L = 60 \quad S = 40$$

8. இரண்டு முறையான பகடைகள் உருட்டப்படும் பொழுது முக மதிப்புகளின் பெருக்கல் 6 ஆகவோ அல்லது முக மதிப்புகளின் வித்தியாசம் 5 ஆகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க ?

தீர்வு. $S = \{ (1,1), (1,2), \dots\dots\dots (6,6) \}$

$$n(S) = 36$$

முகமதிப்பு பெருக்கல் 6 ஆக

$$A = \{ (1,6) (2,3), (3,2) (6,1) \}$$

$$n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36}$$

முகமதிப்புகளின் வித்தியாசம் 5 ஆக

$$B = \{ (1,6) (6,1) \}$$

$$n(B) = 2$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{36}$$

$$A \cap B = \{ (1,6), (6,1) \}$$

$$n(A \cap B) = 2 \quad P(A \cap B) = \frac{2}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{4}{36} + \frac{2}{36} - \frac{2}{36}$$

$$= \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

9. இரண்டு குழந்தைகள் உள்ள ஒரு குடும்பத்தில், குறைந்தது ஒரு பெண்ணாவது இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க ?

தீர்வு.

$$S = \{ BB, BG, GB, GG \}$$

$$n(S) = 4$$

குறைந்தது ஒரு பெண்ணாக இருக்க

$$A = \{ BG, GB, GG \}$$

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{4}$$

10. ஒரு பையில் 5 வெள்ளை மற்றும் சில கருப்பு பந்துகள் உள்ளன. பையிலிருந்து கருப்பு பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது வெள்ளைப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் போல் இரு மடங்கு எனில், கருப்புப் பந்துகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு.

$$\text{வெள்ளை பந்து } A = 5$$

$$\text{கருப்பு பந்துகள் } B = x$$

$$\text{மொத்த பந்துகள் } = x + 5$$

$$P(B) = 2 \quad P(A)$$

$$\frac{x}{x+5} = 2 \left(\frac{5}{x+5} \right)$$

$$x = 10$$

11. ஒரு மாணவன் இறுதித் தேர்வில் ஆங்கிலம் மற்றும் தமிழில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு 0.5 ஒன்றிலும் தேர்ச்சி அடையாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.1 ஆங்கிலத் தேர்வில் தேர்ச்சி அடைவதற்கான நிகழ்தகவு 0.75 எனில், தமிழ் தேர்வில் தேர்ச்சி பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன ?

தீர்வு. ஆங்கிலம் $A \quad P(A) = 0.75$

தமிழ் B

$$P(A \cap B) = 0.5$$

$$P(A \cap B)^1 = 0.1$$

$$P(A \cap B) = 1 - P(A \cap B)^1$$

$$= 1 - 0.1 = 0.9$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.9 = 0.75 + P(B) - 0.5$$

$$P(B) + 0.25 = 0.9$$

$$P(B) = 0.9 - 0.25$$

$$P(B) = 0.65$$

தமிழ் தேர்வில் தேர்ச்சி பெற நிகழ்தகவு = 0.65

$$= \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$$

செலக்சன் 10 கணக்கு

236

இயல்-8

12. 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக் கட்டில் ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து இராசா, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகள் நீக்கப்படுகின்றன. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i) ஒரு டைமண்ட் (ii) ஓர் இராணி, (iii) ஒரு ஸ்பேடு (iv) 5 என்ற எண் கொண்ட ஹார்ட் சீட்டு ஆகியனவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு. மொத்த சீட்டுகள் = $52 - \{K, Q, J\}$

$$= 49 \text{ சீட்டுகள்}$$

$$(i) \text{ ஒரு டைமண்ட்} = \frac{13}{49}$$

$$(ii) \text{ ஒரு இராணி} = \frac{3}{49}$$

$$(iii) \text{ ஒரு ஸ்பேடு} = \frac{10}{49}$$

$$(iv) 5 \text{ என்ற எண் கொண்ட ஹார்ட் சீட்டு} = \frac{1}{49}$$

Padasalai

Padasalai

Padasalai

Padasalai



Padasalai

செலக்கள்

எங்கள் வெளியீடுகள் :

3,4,5,6,7,8 - வகுப்புகளுக்கு

5 in 1 (TM & EM)

6,7,8,9,10 - வகுப்புகளுக்கு

தமிழ். ஆங்கிலம்

முழுப்புத்தகம்

6,7,8,9,10 - வகுப்புகளுக்கு

கணக்கு, அறிவியல், சமூக அறிவியல்

முழுப்புத்தகம் - (TM & EM)

(6,7,8) (9,10) - வகுப்புகளுக்கு

தமிழ் கட்டுரைக் கனிகள்

10 & 12 - வகுப்புகளுக்கு

வினா வங்கி (TM & EM)

அன்பு நிலையம்

மதுரை - 625001