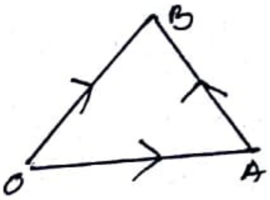
www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

XI Std - Maths T.M. UNIT-VIII TM

வெக்டர்கள் (குறிப்புகள்)

1) முக்கோண கூட்டல் விதி: இரு வெக்டர்கள் அவற்றின் எண்ணளவாலும் திசையாலும் ஒரு முக்கோணத்தின் வரிசையாக எடுக்கப்பட்ட இரண்டு பக்கங்களின் மூலமாக குறிப்பிட்டால் அவற்றின் கூடுதல் அம்முக்கோணத்தின் எதிர் வரிசையில் எடுக்கப்பட்ட மூன்றாவது பக்கத்தினால் குறிக்கலாம்.



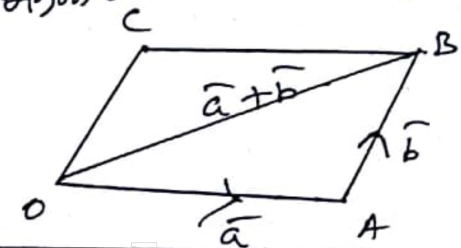
$\vec{OA}+\vec{AB}=\vec{OB}$

$\vec{AB}=\vec{OB}-\vec{OA}$.

(அ) $\vec{OA}+\vec{AB}+\vec{BO}=\vec{OO}$

$=0$.

2) இணைகர விதி: OABC என்ற இணைகரத்தில் $\vec{OA}$ மற்றும் $\vec{OB}$ அடுத்தடுத்த பக்கங்களை குறித்தால் அதன் மூலைவிட்டமான $\vec{OC}$, இவற்றின் கூடுதலை குறிக்கும்.



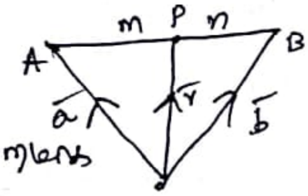
3) கூட்டலின் பல கோண விதி: $\vec{OA}, \vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}$ மற்றும் $\vec{DE}$ ஆகியவை ஏதேனும் 5 வெக்டர்கள் எனக். ஒவ்வொரு வெக்டரும் முந்தைய வெக்டரின் இறுதிப்புள்ளியிலிருந்து ஆரம்பிக்கும்

$\vec{OA}+\vec{AB}+\vec{BC}+\vec{CD}+\vec{DE}=\vec{OE}$

4) O வை ஆதி எனக் கொள்வோம் A மற்றும் B ஐ ஏதேனும் இரு புள்ளிகள் எனக் கொள். $\vec{AB}=\vec{OB}-\vec{OA}$. $\vec{OA}$, $\vec{OB}$ முறையே A, B யின் நிலை வெக்டர்களாகும்.

5) பிரிவு சூத்திரம்: AB என்ற கோட்டை P என்ற புள்ளி m:n என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாக பிரித்தால்

$$\vec{OP}=\frac{m\vec{OB}+n\vec{OA}}{m+n}=\frac{m\vec{b}+n\vec{a}}{m+n}$$



P ஆனது m:n விகிதத்தில் வெளிப்புறமாக பிரித்தால் $\vec{OP}=\frac{m\vec{OB}-n\vec{OA}}{m-n}$.

P ஆனது மையப்புள்ளியானால் m:n = 1:1 எனக்

$$\vec{OP}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

6) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரே புள்ளியில் சந்திக்கும்

நடுக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி மையக்கோட்டுச்சந்தி ஆகும்

$$\overline{OG} = \frac{\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}}{3}.$$

- நடுக்கோட்டுச்சந்தி (G) மையக்கோட்டுச்சந்தி ~~AD~~ நடுக்கோட்டை உட்புறமாக 2:1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும்.

7) $\hat{i}, \hat{j}$ முறையே x மற்றும் y அச்சின் மிகை திசையில் அமைந்த அலகு வெக்டர்கள் $\overline{r}$ என்பது தளத்தில் உள்ள ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் எனில் $\overline{r} = x\hat{i}+y\hat{j}$ ஆகும்.

8) முப்பரிமாணத்தில் $\overline{r} = x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$.

$|\overline{r}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

α, β, γ என்பன OP முறையே OX, OY, OZ உடன் ஏற்படுத்தும் கோணங்கள் எனில் $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ என்பன திசைக்கொசைன்கள் ஆகும். மேலும் $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma = 1$.

திசைகொசைன்கள்: $\cos\alpha = \frac{x}{|\overline{r}|}$, $\cos\beta = \frac{y}{|\overline{r}|}$ $\cos\gamma = \frac{z}{|\overline{r}|}$.

9) $\overline{a}$ ன் திசையிலமைந்த ஓரலகு வெக்டர் $\hat{a} = \frac{\overline{a}}{|\overline{a}|}$.

10) திசையிலிப் பெருக்கம்: $\overline{a}$ மற்றும் $\overline{b}$ என்ற இரு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் θ எனில் $\overline{a}\cdot\overline{b} = |\overline{a}||\overline{b}|\cos\theta$. $0 \leq \theta \leq \pi$

11) $\overline{a}$ ன் மீது $\overline{b}$ ன் வீழல் $= \frac{\overline{a}\cdot\overline{b}}{|\overline{a}|}$.

12) $\overline{a}\cdot\overline{b} = 0$ எனில் $\overline{a}\perp\overline{b}$. (or) $\overline{a}\perp\overline{b}$ எனில் $\overline{a}\cdot\overline{b} = 0$

13) $\overline{a}, \overline{b}$ இணை எனில் $\overline{a} = \lambda\overline{b}$. $\overline{a}\cdot\overline{b} = \overline{b}\cdot\overline{a}$.

14) $\cos\theta = \frac{\overline{a}\cdot\overline{b}}{|\overline{a}||\overline{b}|}$

15) $\overline{a} = a_1\hat{i}+b_1\hat{j}+c_1\hat{k}$ $\overline{b} = a_2\hat{i}+b_2\hat{j}+c_2\hat{k}$ எனில்

$\overline{a}\cdot\overline{b} = a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2$

ஒத்த உறுப்புகளின் கெழுக்களை பெருக்க வேண்டும்

16) $|\overline{a}+\overline{b}| \leq |\overline{a}|+|\overline{b}|$

$(\overline{a}+\overline{b})^2 = |\overline{a}+\overline{b}|^2 = |\overline{a}|^2+|\overline{b}|^2+2\overline{a}\cdot\overline{b}$

$(\overline{a}-\overline{b})^2 = |\overline{a}-\overline{b}|^2 = |\overline{a}|^2+|\overline{b}|^2-2\overline{a}\cdot\overline{b}$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

$$(\bar{a}+\bar{b})\cdot(\bar{a}-\bar{b}) = |\bar{a}|^2-|\bar{b}|^2$$

17) வெக்டர் பெருக்கம்: இரு பூச்சியமற்ற வெக்டர்கள் $\bar{a}, \bar{b}$ ன் வெக்டர் பெருக்கம் $\bar{a}\times\bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}|\sin\theta\,\hat{n}$. $0\le\theta\le\pi$

$\bar{a}, \bar{b}, \hat{n}$ வலக்கை அமைப்புடையது

மேலும் $\hat{n}$ என்பது $\bar{a}$ க்கும் $\bar{b}$ க்கும் செங்குத்தான ஓரலகு வெக்டர்

18) $|\bar{a}\times\bar{b}| = |\bar{a}||\bar{b}|\sin\theta$.

$$\sin\theta = \frac{|\bar{a}\times\bar{b}|}{|\bar{a}||\bar{b}|}.$$

19) $\hat{n} = \pm\dfrac{\bar{a}\times\bar{b}}{|\bar{a}\times\bar{b}|}$, $\lambda\hat{n} = \pm\lambda\dfrac{(\bar{a}\times\bar{b})}{|\bar{a}\times\bar{b}|}$

20). $\bar{a} = a_1 i + a_2 j + a_3 \bar{k}$

$\bar{b} = b_1 i + b_2 j + b_3 \bar{k}$

$$\bar{a}\times\bar{b} = \begin{vmatrix} i & j & \bar{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

21) $\bar{a}\times\bar{b}$ பரிமாற்று விதியை நிறைவு செய்யாது. மேலும் $\bar{a}\times\bar{b} = -\bar{b}\times\bar{a}$.

22) $\bar{a}, \bar{b}$ களை அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பு

$A = |\bar{a}\times\bar{b}|$

23) $\bar{a}, \bar{b}$ அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}|\bar{a}\times\bar{b}|$

24) $|\bar{a}\times\bar{b}|^2 + (\bar{a}\cdot\bar{b})^2 = |\bar{a}|^2|\bar{b}|^2$

25) $\bar{a}, \bar{b}$ கொண்டு $\bar{c} = s\bar{a} + t\bar{b}$ எனில் $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ ஒரு தள வெக்டர்கள்.

T. G. Venkatesan
9444209677.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

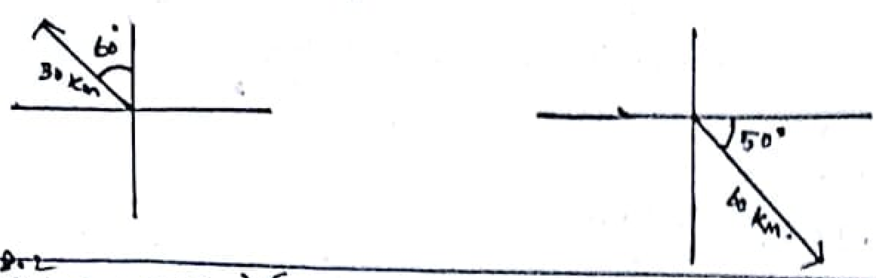
1. வெக்டர் இயற்கணிதம் - பயிற்சி - 1.

எ.கா 8.1 வரைபடத்தின் வாயிலாக கீழ்காணும் இடப்பெயர்ச்சியை குறிக்க.

1) 30 கி.மீ வடக்கிலிருந்து மேற்காக.

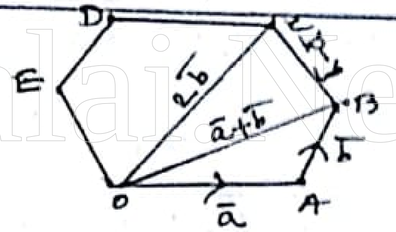
2) கிழக்கிலிருந்து தெற்காக.

வழிமுறை: 1) வடக்கிலிருந்து மேற்காக இரண்டாவது கால்பகுதியில் அமையும்.
2) கிழக்கிலிருந்து தெற்காக இரண்டாவது கால்பகுதியில் அமையும்.



எ.கா 8.2: ஒர் ஒழுங்கு அறுகோணத்தின் இரண்டு அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் $\bar{a}, \bar{b}$ ஆக இருந்தால் பிற பக்கங்களை குறிக்கும் வெக்டர்களை காண்க.

வழிமுறை: எதிரெதிர் பக்கங்கள் சமமாகவும் எதிர் திசையிலும் அமையும். மையம் வழியாக செல்லும் பக்கம் அதன் பக்கத்திற்கு இருமடங்கு. கூட்டல் விதியை பயன்படுத்தி வெக்டர்களை பெறுதல் முறையாகும்.



$\overline{OA} = \bar{a}, \ \overline{AB} = \bar{b}$ — 2

$\therefore \overline{OB} = \bar{a} + \bar{b}$

மேலும் $\overline{OC} = 2\bar{b}$

$\overline{OB} + \overline{BC} = 2\bar{b}$

$\overline{BC} = 2\bar{b} - (\bar{a} + \bar{b})$

$= \bar{b} - \bar{a}$ — 3

$\overline{OA} = -\overline{CD} = -\bar{a}$ — 4

$\overline{DE} = -\overline{AB} = -\bar{b}$ — 5

$\overline{EO} = -\overline{BC} = \bar{a} - \bar{b}$ — 6

எ.கா 8.3: A மற்றும் B என்ற புள்ளிகளின் நிலை வெக்டர்கள் $2\bar{a}+4\bar{b}$, $2\bar{a}-8\bar{b}$ எனக. A மற்றும் B ஐ இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை 1 : 3 என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாகவும், வெளிப்புறமாகவும் பிரிக்கும் புள்ளிகளின் நிலை வெக்டரை காண்க.

வழிமுறை: பிரிவு சூத்திரத்தை பயன்படுத்த:

$\overline{OP} = \dfrac{l\overline{OB} + m\overline{OA}}{l+m}, \quad \overline{OP} = \dfrac{l\overline{OB} - m\overline{OA}}{l-m}$ (A —1— P —3— B)

$\overline{OA} = 2\bar{a} + 4\bar{b} \quad \overline{OB} = 2\bar{a} - 8\bar{b}$ உட்புறமாக 1 : 3

$\overline{OP} = \dfrac{1\cdot\overline{OB} + 3\cdot\overline{OA}}{1+3} = \dfrac{(2\bar{a}-8\bar{b}) + 3(2\bar{a}+4\bar{b})}{4} = \dfrac{8\bar{a}+4\bar{b}}{4} = \dfrac{4(2\bar{a}+\bar{b})}{4}$

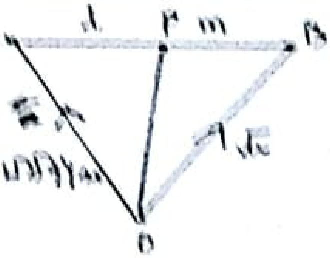
வெளிப்புறமாக 1 : 3 $\overline{OQ} = \dfrac{(2\bar{a}-8\bar{b}) - 3(2\bar{a}+4\bar{b})}{1-3} = \dfrac{-4a-20b}{-2} = \dfrac{-2(2\bar{a}+10\bar{b})}{-2}$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

பிரிவுச் சூத்திரம் உட்புறமாகப் பிரிக்கும் புள்ளியின் நிலைவெக்டர்

$\vec{a}, \vec{b}$ ஐ நிலைவெக்டர்களாகக் கொண்ட A, B என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை l : m என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாக பிரிக்கும் புள்ளி P யின் நிலைவெக்டரைக் காணுதல்

$\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ மேலும் $\vec{OP} = \vec{r}$ என்க.



AB என்ற கோட்டுத்துண்டை P என்ற புள்ளி l : m என்ற விகிதத்தில் உட்புறமாக பிரிக்கிறது

$$\frac{|\vec{AP}|}{|\vec{PB}|} = \frac{l}{m}$$

$$m|\vec{AP}| = l|\vec{PB}|$$

$$m\vec{AP} = l\vec{PB} \quad \text{ஒரே திசையில் இருப்பதால்}$$

$$m(\vec{OP} - \vec{OA}) = l(\vec{OB} - \vec{OP})$$

$$m\vec{OP} - m\vec{OA} = l\vec{OB} - l\vec{OP}$$

$$\vec{OP}(m+l) = l\vec{OB} + m\vec{OA}$$

$$\vec{OP} = \frac{l\vec{OB} + m\vec{OA}}{l+m}$$

குறிப்பு: 1. வெளிப்புறமாக l : m என்ற விகிதத்தில் பிரித்தால்

$\frac{|\vec{AP}|}{|\vec{PB}|} = -\frac{l}{m}$ எனக்கொண்டு $\therefore \vec{OP} = \frac{l\vec{a} - m\vec{b}}{l-m}$

2. P என்பது AB யின் மையப்புள்ளி எனில் 1 : 1 ஆகும்

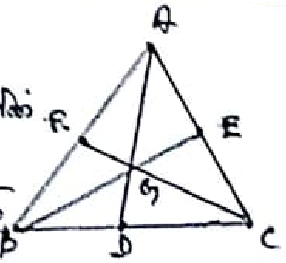
$$\vec{OP} = \frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$$

தேற்றம்: ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒருபுள்ளியில் சந்திக்கும் எனக் காட்டுக.

வழிமுறை: நடுக்கோடுகளின் வெட்டுப்புள்ளியை காண வேண்டும். நடுக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி 2:1 ல் தான் இருக்கும். பிரிவு சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி நடுக்கோடுகளை 2:1 விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளியை கண்டால் மூன்று நடுக்கோடுகளும் ஒரே புள்ளியைத் தருகிறது. எனவே அது ஒருபுள்ளியில்.

$\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$.

D, E, F முறையே BC, CA, AB பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள்.



$$\therefore \vec{OD} = \frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}, \quad \vec{OE} = \frac{\vec{c}+\vec{a}}{2}, \quad \vec{OF} = \frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

AD என்ற கோட்டை G_1 என்பது 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் பிரித்தால்

$$\overline{OG_1} = \frac{2\overline{OD}+1\cdot\overline{OA}}{2+1} = \frac{2\left(\frac{\bar{b}+\bar{c}}{2}\right)+\bar{a}}{3} = \frac{\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}}{3}.$$

இவ்விதமாக மற்ற இரு நடுக்கோடுகளுக்கும் கூட

$$\overline{OG_2} = \overline{OG_3} = \frac{\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}}{3}$$ என கிடைக்கும்.

எனவே G_1, G_2, G_3 என்பன ஒரே புள்ளி ஆகும்.

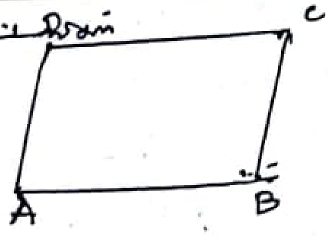
∴ ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்லும்.

தேற்றம்: ஒரு நாற்கரம் இணைகரமாக இருக்கத் தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை அதன் மூலைவிட்டங்கள் இருசமக்கூறிடும் என நிறுவுக.

வழிமுறை: 1) ABCD ஒரு இணைகரம் எனக் கொள்க. இணைகரத்தில் எதிர் எதிர் பக்கங்கள் சமம் எனக் கொண்டு மூலைவிட்டங்கள் இருசமகூறிடும் என நிறுவ வேண்டும்.
2) மூலைவிட்டங்கள் இருசமகூறிட்டால் மூலைவிட்டங்களின் மையப்புள்ளிகள் சமம் எனக் கொண்டு எதிர் எதிர் பக்கங்கள் சமம் என நிறுவ வேண்டும்.

ABCD என்ற நாற்கரத்தில் AC, BD மூலைவிட்டங்கள்

$\overline{OA} = \bar{a}, \overline{OB} = \bar{b}, \overline{OC} = \bar{c}, \overline{OD} = \bar{d}$



I ABCD ஒரு இணைகரம் எனில்

$$\overline{AB} = \overline{DC}$$
$$\overline{OB} - \overline{OA} = \overline{OC} - \overline{OD}$$
$$\bar{b} - \bar{a} = \bar{c} - \bar{d}$$
$$\bar{b} + \bar{d} = \bar{a} + \bar{c}$$
$$\frac{\bar{a}+\bar{c}}{2} = \frac{\bar{b}+\bar{d}}{2}$$

∴ AC, BD மூலைவிட்டங்களின் மையப்புள்ளிகள் சமம். எனவே மூலைவிட்டங்கள் இருசமகூறிடும்.

II நாற்கரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் இருசமகூறிட்டால்

$$\frac{\bar{a}+\bar{c}}{2} = \frac{\bar{b}+\bar{d}}{2}$$
$$\bar{a}+\bar{c} = \bar{b}+\bar{d}$$
$$\bar{c}-\bar{d} = \bar{b}-\bar{a}$$
$$\overline{DC} = \overline{AB}$$

∴ எதிர் எதிர் பக்கங்கள் இணை மற்றும் சமம். எனவே நாற்கரம் ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

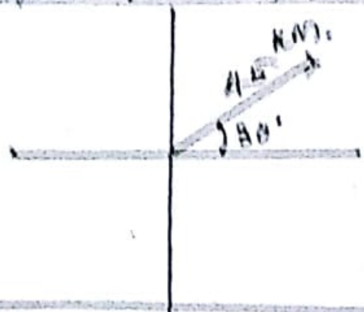
மதிப்பெண் = 4:1

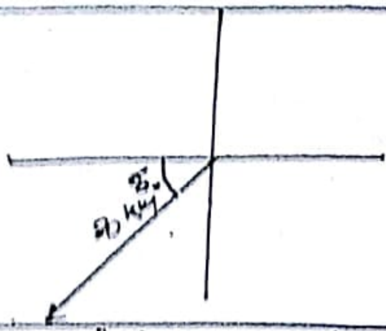
1) கீழ்க்காணும் இடப்பெயர்ச்சிகளை வரைபடம் மூலம் விவரிக்க.

i) 45° கிழக்கிற்கு வடக்காக 40 கி.மீ.

ii) 80 கி.மீ 60° மேற்கிற்கு தெற்காக.

வழிமுறை: சரியாக அளவுகள் காணுதல்

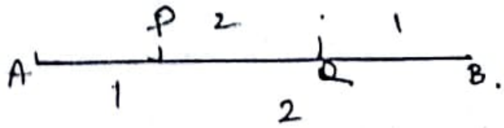




3) A, B என்ற புள்ளிகளின் நிலைவெக்டர்கள் $\bar{a}, \bar{b}$ எனில் AB என்ற கோட்டுத்துண்டை 3 சம பாகங்களாக பிரிக்கும் புள்ளிகளின் நிலைவெக்டர்களை காண்க. அவை $\frac{\bar{a}+2\bar{b}}{3}$, $\frac{\bar{b}+2\bar{a}}{3}$ எனக் காட்டு.

வழிமுறை: AB என்ற கோட்டை P என்ற புள்ளி 1 : 2 விகிதத்தில் பிரிப்பதாகவும் Q என்ற புள்ளி 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் பிரிப்பதாகவும் கொண்டு P, Q நிலைவெக்டர்களை பிரிவு சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி காண்க.

$\overline{OA} = \bar{a}$, $\overline{OB} = \bar{b}$ என்க.



P, ABஐ 1 : 2 விகிதத்தில் பிரித்தால்

$$\overline{OP} = \frac{1\,\bar{b} + 2\bar{a}}{1+2} = \frac{\bar{b}+2\bar{a}}{3}$$

Q, ABஐ 2 : 1 என்ற விகிதத்தில் பிரித்தால்

$$\overline{OQ} = \frac{2.\bar{b} + 1.\bar{a}}{2+1} = \frac{2\bar{b}+\bar{a}}{3}$$ ஆகும்.

4) முக்கோணம் ABC யில் AB மற்றும் AC யின் மையப்புள்ளிகள் முறையே D, E எனில் $\overline{BE} + \overline{DC} = \frac{3}{2}\overline{BC}$ என நிறுவுக.

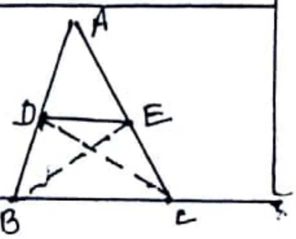
வழிமுறை: முதலில் $\overline{BE}$, $\overline{DC}$ காண்க. இதில் D, E என்பன AB, AC ன் மையப்புள்ளிகள் என்பதை பயன்படுத்து அதாவது $\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{CA}$, $\overline{DB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$. $\overline{BE}$, $\overline{DC}$ ஐ கூட்ட விடை கிடைக்கும்.

$\overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CE}$

$= \overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{CA}$

$\overline{DC} = \overline{DB} + \overline{BC}$

$= \frac{1}{2}\overline{AB} + \overline{BC}$



www.Padasalai.Net
www.TrbTnpsc.com
http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

$\vec{AE} + \vec{BF} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{BC}$

$= 2\vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{CA} + \vec{AB})$

$= 2\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{CB}$

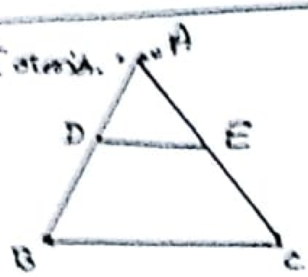
$= 2\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{BC} = \frac{3}{2}\vec{BC}$

5) ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு மூன்றாவது பக்கத்திற்கு இணையாகவும் அதன் நீளத்தில் பாதியாகவும் இருக்கும் என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

கருத்துரை: முக்கோணம் ABC யில் D, E முறையே AB, AC யின் மையப் புள்ளிகள் என்க. OD, OE காண்க. பிறகு DE ஐ BC ன் வாயிலாக எழுதுக.

முக்கோணம் ABC யில் $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ என்க.

D, E முறையே AB, AC யின் மையப்புள்ளிகள்



$\vec{OD} = \frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$, $\vec{OE} = \frac{\vec{a}+\vec{c}}{2}$

$\vec{DE} = \vec{OE} - \vec{OD}$

$= \frac{1}{2}\left[(\vec{a}+\vec{c}) - (\vec{a}+\vec{b})\right]$

$= \frac{1}{2}\left[\vec{c} - \vec{b}\right] = \frac{1}{2}\left[\vec{OC} - \vec{OB}\right]$

$= \frac{1}{2}\vec{BC}$

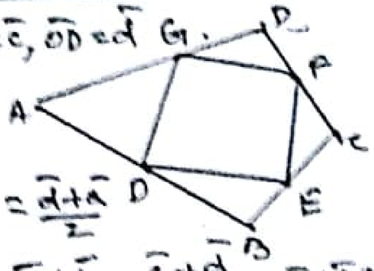
∴ DE, BC இணையானவை மற்றும் DE, BC ல் பாதியளவு இருக்கும்.

6) ஒரு நாற்கரத்தின் பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளை இணைத்தால் கிடைப்பது ஒரு இணைகரம் என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

கருத்துரை: ஏதேனும் நாற்கரத்தின் பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளைக் கொண்ட நாற்கரத்தின் எதிர் எதிர்ப் பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் மையப் புள்ளிகளைக் காண்க. இவை இரண்டும் ஒன்றே எனக் காண்க.

ABCD ஒரு நாற்கரம். $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$, $\vec{OD} = \vec{d}$ என்க.

D, E, F, G என்பன முறையே AB, BC, CD, DA ன் மையப்புள்ளிகள்



∴ $\vec{OD} = \frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$, $\vec{OE} = \frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$, $\vec{OF} = \frac{\vec{c}+\vec{d}}{2}$, $\vec{OG} = \frac{\vec{d}+\vec{a}}{2}$

DF ன் மையப்புள்ளியின் நிலை வெக்டர் : $\frac{\vec{OD}+\vec{OF}}{2} = \frac{\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2} + \frac{\vec{c}+\vec{d}}{2}}{2} = \frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{4}$

GE யின் மையப்புள்ளியின் நிலை = $\frac{\vec{OG}+\vec{OE}}{2} = \frac{\frac{\vec{a}+\vec{d}}{2} + \frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}}{2} = \frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{4}$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

Scanned by CamScanner

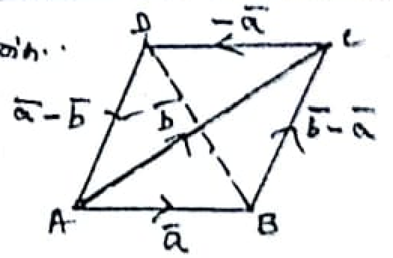
www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

DF, GE யின் மையப்புள்ளிகள் சமம். எனவே மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றையொன்று இருசமக்கூறிடுகின்றன. எனவே DEFG ஒரு இணைகரமாகும்.

7) 8.1 $\bar{a}, \bar{b}$ ஆகியவை இணைகரத்தின் ஒரு பக்கத்தையும் ஒரு மூலைவிட்டத்தையும் குறித்தால் அதன் பிற பக்கங்களையும் மற்றொரு மூலைவிட்டத்தையும் காண்க.

வழிமுறை: இணைகரத்தில் எதிர் எதிர் பக்கங்கள் சமம் மற்றும் எதிர்திசை. இணைகரத்தில் ஒரு பக்கமும் ஒரு மூலைவிட்ட வெக்டரும் கொடுக்கப்பட்டால் முக்கோண கூட்டல் விதிப்படி அவற்றுக்கிடைப்பட்ட பக்கத்தை காணலாம். இன்னொன்றை எதிர்வெக்டராக காணலாம். மற்றொரு மூலைவிட்டத்தையும் மு.கூ.வி. படி காணலாம்.

இணைகரம் ABCD யில் $\bar{AB} = \bar{a}$, $\bar{AC} = \bar{b}$ என்க.



$$\bar{AB} + \bar{BC} = \bar{AC}$$
$$\bar{BC} = \bar{AC} - \bar{AB}$$
$$= \bar{b} - \bar{a} \checkmark$$
$$\bar{CD} = -\bar{a} \checkmark$$
$$\bar{DA} = -(\bar{b} - \bar{a}) = \bar{a} - \bar{b} \checkmark$$
$$\bar{BD} = \bar{BC} + \bar{CD} = (\bar{b} - \bar{a}) - \bar{a}$$
$$= \bar{b} - 2\bar{a} \checkmark$$

8) $\bar{PO} + \bar{OQ} = \bar{QO} + \bar{OR}$ எனில் P, Q, R என்பன ஒரு கோட்டமைப்புள்ளிகள் என நிறுவுக.

வழிமுறை: LHS, RHS இவ்விரண்டு வெக்டர்களாக சுருக்கி இரண்டையும் கூட்டினால் ஒரு வெக்டராக வரும். அதாவது இருவெக்டர்களின் கூடுதல் 3வது வெக்டருக்கு சமம்.

$\bar{PO} + \bar{OQ} = \bar{PQ}$ மேலும்

$\bar{QO} + \bar{OR} = \bar{QR}$ $\quad \bar{PQ} = \bar{QR}$

$$\bar{PQ} + \bar{QR} = \bar{OQ} - \bar{OP} + \bar{OR} - \bar{OQ}$$
$$= \bar{OR} - \bar{OP}$$
$$= \bar{PR}$$

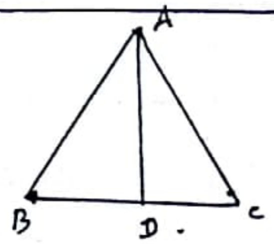
$\therefore$ P, Q, R. ஒரு கோடமைவன.

9) முக்கோணம் ABC யில் பக்கம் BC யின் மையப்புள்ளி D எனில் $\bar{AB} + \bar{AC} = 2\bar{AD}$ என நிறுவுக.

வழிமுறை: $\bar{AB}$, $\bar{AC}$ ஐ மு.கூ.வி. பயன்படுத்தி காண்க. பின் $\bar{AD}$ மேல் இணைக்கவும். D, BC யின் மையப்புள்ளியாகையால் $\bar{DC} = -\bar{DB}$ எனக் கொள்க.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

△ABC யில் D என்பது BC யின் நடுப்புள்ளி.



$\vec{AB} = \vec{AD} + \vec{DB}$ —— ①

$\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC}$ ஆனால் $\vec{DC} = -\vec{DB}$

$= \vec{AD} - \vec{DB}$ —— ②

$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DB} + \vec{AD} - \vec{DB}$

$= 2\vec{AD}$

10) △ABC யின் நடுக்கோட்டுச் சந்தி G எனில் $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ என நிறுவுக.

வழிமுறை: முக்கோணம் ABC யின் நடுக்கோட்டுச்சந்தி $\vec{OG} = \frac{\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}}{3}$ என்பது தெரியும். இதை பயன்படுத்தி $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}$ காண வேண்டும்.

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுச் சந்தி $\vec{OG} = \frac{\vec{OA}+\vec{OB}+\vec{OC}}{3}$.

$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{OA} - \vec{OG} + \vec{OB} - \vec{OG} + \vec{OC} - \vec{OG}$

$= \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} - 3\vec{OG}$

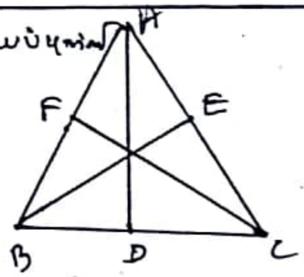
$= (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}) - (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$

$= \vec{0}$

11) A, B, C என்பன முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் மற்றும் D, E, F என்பவை BC, CA, AB ன் மையப்புள்ளிகள் எனில் $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{0}$ என நிறுவுக.

வழிமுறை: $\vec{AD}, \vec{BE}, \vec{CF}$ வெக்டர்களை அனைத்தையும் கடிகாரத் திசையின் எதிர்திசையில் அமையுமாறு காண்க. மேலும் D, E, F என்பன மையப்புள்ளிகள் என்பதையும் பயன்படுத்தி $\vec{AD}, \vec{BE}, \vec{CF}$ கூட்டுவதால் விடை கிடைக்கும்.

△ABC யில் D, E, F முறையே BC, CA, AB ன் மையப்புள்ளிகள்



$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD}$

$= \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC}$

$\vec{BE} = \vec{BC} + \vec{CE} = \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{CA}$

$\vec{CF} = \vec{CA} + \vec{AF} = \vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{AB}$

$\therefore \vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC} + \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{CA} + \vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{AB}$

$= \frac{3}{2}(\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA})$

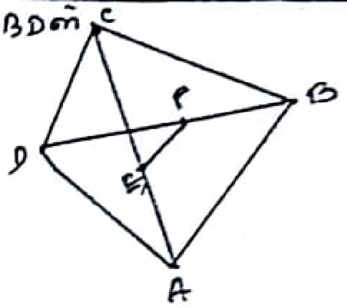
$= \frac{3}{2}(0) = \vec{0}$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

12) ABCD என்ற நாற்கரத்தில் AC, BD யின் மையப்புள்ளிகள் E, F எனில் $\overline{AB}+\overline{AD}+\overline{CB}+\overline{CD}=4\overline{EF}$ எனக் காட்டு.

வழிமுறை: பலகோணவிதியை பயன்படுத்தி $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{CB}, \overline{CD}$ களை வெக்டர் எல்லாவற்றிலும் $\overline{EF}$ உள்ளடக்கியதாக அமையுமாறு எழுது. E, F என்பன AC, BD யின் மையப்புள்ளிகள். $\overline{AE}=-\overline{CE}$, $\overline{FB}=-\overline{FD}$ என்பதை பயன்படுத்த வேண்டும்.

ABCD ஒரு நாற்கரம். E, F முறையே AC, BD ன் மையப் புள்ளிகள்



$$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EF}+\overline{FB}$$
$$\overline{AD}=\overline{AE}+\overline{EF}+\overline{FD}$$
$$\overline{CB}=\overline{CE}+\overline{EF}+\overline{FB}$$
$$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{EF}+\overline{FD}$$
$$\overline{AB}+\overline{AD}+\overline{CB}+\overline{CD}=2(\overline{AE}+\overline{CE})+4\overline{EF}+2(\overline{FD}+\overline{FB})$$
$$=2(0)+4\overline{EF}+2(0) \qquad \because \overline{AE}=-\overline{CE},\ \overline{FB}=-\overline{FD}$$
$$=4\overline{EF}$$

பயிற்சி – 8.2.

எ.கா. 8.4: $5\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}$ ன் திசையில் உள்ள ஓரலகு வெக்டரைக் காண்க.

வழிமுறை: $\overline{a}$ ன் திசையில் அமைந்த ஓரலகு வெக்டர் $\frac{\overline{a}}{|\overline{a}|}=\hat{a}$

தீர்வு: $\overline{a}=5\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}$ $\quad |\overline{a}|=\sqrt{25+9+16}=\sqrt{50}$

$$\hat{a}=\frac{\overline{a}}{|\overline{a}|}=\frac{5\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}}{\sqrt{50}}$$

எ.கா. 8.5. கீழ்காணும் வெக்டர்களுக்கு திசை விகிதங்கள் மற்றும் திசை கொசைன்கள் காண்க.

i) $3\hat{i}+4\hat{j}-6\hat{k}$ $\quad$ 2) $3\hat{i}-4\hat{k}$

வழிமுறை: $\overline{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$ எனில் திசைவிகிதங்கள் $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ வெக்டர்களின் கெழுக்கள். $|\overline{r}|$ காண வேண்டும். $|\overline{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ திசை கொசைன்கள் $\frac{x}{|\overline{r}|}, \frac{y}{|\overline{r}|}, \frac{z}{|\overline{r}|}$

1) $\overline{r}=3\hat{i}+4\hat{j}-6\hat{k}$ திசை விகிதங்கள் 3, 4, −6.

திசை கொசைன்கள் $|\overline{r}|=\sqrt{9+16+36}=\sqrt{61}$

$$\therefore \frac{3}{\sqrt{61}}, \frac{4}{\sqrt{61}}, \frac{-6}{\sqrt{61}}$$

Scanned by CamScanner

ஊ) $3\vec{i}-4\vec{k}$ திசை விகிதங்கள் $3, 0, -4$

$|\vec{r}| = \sqrt{9+16} = 5$ ∴ திசை கொசைன்கள் $\frac{3}{5}, 0, -\frac{4}{5}$

எ.கா: 8.6 1) 2, 3, −6 திசை விகிதங்களை கொண்ட வெக்டரின் திசைக் கொசைன்களை காண்க.

2) 30°, 45°, 60° ஆகியவை ஒரு வெக்டருக்கு திசைக் கோணங்களாகுமா

3) A (2, 3, 1) B (3, −1, 2) எனில் $\overline{AB}$ வெக்டரின் திசைக் கொசைன்களை காண்க.

4) (2, 3, 1) மற்றும் (3, −1, 2) புள்ளிகளைக் இணைக்கும் கோட்டின் திசைக் கொசைன்களை காண்க.

5. 2, 3, 6 திசை விகிதங்களாகவும் எண்ணளவு 5 உடைய வெக்டரை காண்க.

1) $\vec{r} = 2\vec{i}+3\vec{j}-6\vec{k}$ $\quad |\vec{r}| = \sqrt{4+9+36} = 7$

திசைக் கொசைன் $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, -\frac{6}{7}$

2) $\cos^2 30 + \cos^2 45 + \cos^2 60 = \frac{3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4} > 1.$

இது ஒரு வெக்டருக்கு திசை கோணங்களாக இருக்கவியலாது

$\left(\because \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1\right)$

3) $\overline{AB} = \vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$

$|\overline{AB}| = \sqrt{1+16+1} = \sqrt{18}$ திசைக் கொசைன் $\frac{1}{\sqrt{18}}, \frac{-4}{\sqrt{18}}, \frac{1}{\sqrt{18}}$

4) $\overline{AB} = \vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$,, $\frac{1}{\sqrt{18}}, \frac{-4}{\sqrt{18}}, \frac{1}{\sqrt{18}}$

$|\overline{AB}| = \sqrt{1+16+1} = \sqrt{18}$

5) $\bar{a} = 2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$

$|\bar{a}| = \sqrt{4+9+36} = 7$

$$\hat{a} = \frac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = \frac{2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}}{7}$$

$$5\hat{a} = \frac{5}{7}\left(2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}\right)$$

எ.கா. 8.7 $2\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$, $3\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$, மற்றும் $6\vec{i}-5\vec{j}+7\vec{k}$ ஆகியவற்றை நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள் ஒரே நேர்க் கோட்டில் அமையும் எனக் காட்டு.

www.Padasalai.Net

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

<u>வழிமுறை</u> $\overline{AB}, \overline{AC}$ ஆனா வெக்டர்கள் $\overline{AC} = t\overline{AB}$ என்ற நிலையில் இரண்டும் இணை வெக்டர்கள் மேலும் A பொதுவான புள்ளி இருக்க வேண்டும். எனவே 3 புள்ளிகளும் ஒரு கோட்டில் அமைந்து தான் இருக்க வேண்டும். இதை மாற்று முறையிலும் செய்யலாம். இரு கோட்டுத்துண்டுகளின் கூடுதல் மொத்த நீளத்திற்கு சமம் எனில் ஒரு கோடமைவானது ஆகும்.

தீர்வு: $\overline{OA} = 2\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}$, $\overline{OB} = 3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$, $\overline{OC} = 6\hat{i}-5\hat{j}+7\hat{k}$ புள்ளிகள் ஆகியவற்றை நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள்

$\overline{AB} = \overline{OB}-\overline{OA} = \hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$

$\overline{AC} = \overline{OC}-\overline{OA} = 4\hat{i}-8\hat{j}+12\hat{k}$

$\overline{AC} = 4(\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k})$ இங்கு $\overline{AB}, \overline{AC}$ இணை

$= 4\overline{AB}$ $\therefore$ A பொதுப் புள்ளி

எனவே A, B, C ஒரு கோட்டில் அமையும்.

எ.கா. 8.8 எண்ணளவை 5ம் $4\hat{i}-3\hat{j}+10\hat{k}$ க்கு இணையாகவும் நிலை வெக்டராக கொண்ட புள்ளியை காண்க.

வழிமுறை: $5\hat{a}$ கண்டுபிடித்து புள்ளி வழியாக அமைக்க வேண்டும்

$$\hat{a} = \frac{\overline{a}}{|\overline{a}|}$$

தீர்வு: $\overline{a} = 4\hat{i}-3\hat{j}+10\hat{k}$ $|\overline{a}| = \sqrt{16+9+100} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

$$\hat{a} = \frac{\overline{a}}{|\overline{a}|} = \frac{4\hat{i}-3\hat{j}+10\hat{k}}{5\sqrt{5}}$$

$$5\hat{a} = \frac{5(4\hat{i}-3\hat{j}+10\hat{k})}{5\sqrt{5}}$$ $\therefore$ தேவையான புள்ளி

$$\left(\frac{4}{\sqrt{5}}, \frac{-3}{\sqrt{5}}, \frac{10}{\sqrt{5}}\right)$$

எ.கா. 8.9. $2\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k}$, $4\hat{i}+\hat{j}+9\hat{k}$, $10\hat{i}-\hat{j}+6\hat{k}$ என்ற வெக்டர்களை நிலைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை உருவாக்கும் எனக்காட்டு.

வழிமுறை: $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}$ லிருந்து $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ காணக அவற்றின் மட்டு மதிப்புகள் அந்தந்த பக்கங்களின் நீளங்கள். பிதாகரஸ் தேற்றப்படி இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 3 வது வர்க்கத்திற்கு சமமாக இருந்தால் அது ஒரு செங்கோண முக்கோணமாகும்.

$\overline{OA} = 2\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k}$ $\overline{AB} = 2\hat{i}-3\hat{j}+6\hat{k}$ $|\overline{AB}| = \sqrt{4+9+36} = 7$

$\overline{OB} = 4\hat{i}+\hat{j}+9\hat{k}$ $\overline{BC} = 6\hat{i}-2\hat{j}-3\hat{k}$ $|\overline{BC}| = \sqrt{36+4+9} = 7$

$\overline{OC} = 10\hat{i}-\hat{j}+6\hat{k}$ $\overline{CA} = -8\hat{i}+5\hat{j}+3\hat{k}$ $|\overline{CA}| = \sqrt{64+25+9} = \sqrt{98}$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

$AB^2 + BC^2 = AC^2$ $\quad \vec{AB}+\vec{BC}+\vec{CA}=0$ ∴ ஒருங்கமைவு முக்கோணம்

$49 + 49 = 98$ ∴ இது ஒரு செங்கோண முக்கோணம்.

எ.கா: 8.10 $5\hat{i}+6\hat{j}+7\hat{k}$, $7\hat{i}-8\hat{j}+9\hat{k}$, $3\hat{i}+20\hat{j}+5\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒருதள வெக்டர்கள் எனக் காட்டுக

வழிமுறை: ஒரு வெக்டரை மற்ற இரண்டு வெக்டர்களையும் வைத்து எண்ணால் பெருக்கி கூட்டினால் கிடைக்க வேண்டும். அந்த இரண்டு எண்களை கண்டுபிடிக்க வேண்டும்.

தீர்வு: $5\hat{i}+6\hat{j}+7\hat{k}$, $7\hat{i}-8\hat{j}+9\hat{k}$, $3\hat{i}+20\hat{j}+5\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒருதள வெக்டர்கள் எனக் காட்டுக.

$5\hat{i}+6\hat{j}+7\hat{k} = s(7\hat{i}-8\hat{j}+9\hat{k}) + t(3\hat{i}+20\hat{j}+5\hat{k})$ என்க.

ஒத்த உறுப்புகளை ஒப்பிட

$5 = 7s+3t$

$6 = -8s+20t$

$7 = 9s+5t$

தீர்க்க. (1)×5 $\quad 35s+15t=25$

(3)×3 $\quad 27s+15t=21$

$8s = 4$

$s = 1/2$

∴ $5\hat{i}+6\hat{j}+7\hat{k} = \frac{1}{2}(7\hat{i}-8\hat{j}+9\hat{k}) + \frac{1}{2}(3\hat{i}+20\hat{j}+5\hat{k})$ $\quad t = 1/2$

∴ இவை வெக்டர்கள் ஒருதள வெக்டர்கள் ஆகும்.

www.Padasalai.Net

$\frac{1}{8.2}$ கீழ்காணும் விகிதங்களை திசைக் கொசைன்களாக கொண்டு ஒரு வெக்டர் அமையுமா எனச் சரிபார்க்க.

1) $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ 3) $4/3, 0, 3/4$.

வழிமுறை: கொடுக்கப்பட்டவை $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ ஆகும். இவை திசை வெக்டராக அமைய வேண்டுமானால் $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$ ஆகும்.

1) $\cos\alpha = 1/5 \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{25}$

$\cos\beta = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos^2\beta = \frac{9}{25}$

$\cos\gamma = 4/5 \Rightarrow \cos^2\gamma = \frac{16}{25}$

$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma = \frac{1}{25}+\frac{9}{25}+\frac{16}{25} \neq 1$

இவை திசை வெக்டராக அமையாது. தி.கொ.அ.

2) $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{2}$

$\cos\beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2\beta = \frac{1}{4}$

$\cos\gamma = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2\gamma = \frac{1}{4}$

$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4} = 1$

∴ இவை ஒரு வெக்டராக அமையும். தி. கொ. ஆகும்.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

3) $\cos\alpha = 4/3 \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{16}{9}$. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma$

$\cos\beta = 0 \Rightarrow \cos^2\beta = 0$

$= \frac{16}{9} + 0 + \frac{9}{16} \neq 1$.

$\cos\gamma = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos^2\gamma = \frac{9}{16}$. இது ஒரு வெக்டராகாது தி.கொ. ஆ.

---

2) கொடுக்கப்பட்ட திசை விகிதங்களை கொண்ட வெக்டரின் திசைக் கொசைன்களை காண்க.

8.2

1) 1, 2, 3 2) 3, −1, 3 4) 0, 0, 7.

வழிமுறை: திசை விகிதங்களை கொண்டு வெக்டர் அமைக்க $\bar{a}$. $|\bar{a}|$ காண்க. தி.கொ. $\left(\frac{x}{|\bar a|}, \frac{y}{|\bar a|}, \frac{z}{|\bar a|}\right)$ $\bar{a} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$.

---

1) $\bar{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ $|\bar{a}| = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$ தி.கொ. $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}$.

2) $\bar{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ $|\bar{a}| = \sqrt{9+1+9} = \sqrt{19}$ தி.கொ. $\frac{3}{\sqrt{19}}, \frac{-1}{\sqrt{19}}, \frac{3}{\sqrt{19}}$.

3) $\bar{a} = 7\hat{k}$ $|\bar{a}| = 7$ தி.கொ. 0, 0, 1

---

3) கீழ்காணும் வெக்டர்களுக்கு திசைக் கொசைன்கள் மற்றும் தி.வி காண்க

8.2 1) $3\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$ 2) $3\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ 3) $\hat{j}$

4) $5\hat{i} - 3\hat{j} - 48\hat{k}$ 5) $3\hat{i} - 3\hat{k} + 4\hat{j}$ 6) $\hat{i} - \hat{k}$.

வழிமுறை! தி.வி என்பது $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ன் கெழுக்கள்

தி.கொ. என்பது $\frac{x}{|\bar a|}, \frac{y}{|\bar a|}, \frac{z}{|\bar a|}$

தீர்வு 1) $\bar{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$ தி.கொ: $\frac{3}{\sqrt{89}}, \frac{-4}{\sqrt{89}}, \frac{8}{\sqrt{89}}$

$|\bar{a}| = \sqrt{9+16+64} = \sqrt{89}$

தி.வி: 3, −4, 8.

---

2) $\bar{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ தி.கொ. $\frac{3}{\sqrt{11}}, \frac{1}{\sqrt{11}}, \frac{1}{\sqrt{11}}$

$|\bar{a}| = \sqrt{9+1+1} = \sqrt{11}$

தி.வி : 3, 1, 1

---

3) $\bar{a} = \hat{j}$ $|\bar{a}| = 1$ தி.கொ. 0, 1, 0

தி.வி. 0, 1, 0.

---

4) $\bar{a} = 5\hat{i} - 3\hat{j} - 48\hat{k}$ தி.கொ: $\frac{5}{\sqrt{2338}}, \frac{-3}{\sqrt{2338}}, \frac{-48}{\sqrt{2338}}$

$|\bar{a}| = \sqrt{2338}$ தி.வி: 5, −3, −48

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

5) $\bar{a} = 3\bar{i} + 4\bar{j} - 3\bar{k}$ தி.கொ : $\frac{3}{\sqrt{34}}, \frac{4}{\sqrt{34}}, \frac{-3}{\sqrt{34}}$

$|\bar{a}| = \sqrt{9+16+9} = \sqrt{34}$

தி.வி $3, 4, -3$.

b) $\bar{a} = \bar{i} - \bar{k}$ தி.கொ: $\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$|\bar{a}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

தி.வி: $1, 0, -1$

$\frac{4}{8.2}$ புள்ளிகள் $(1,0,0)$ $(0,1,0)$ $(0,0,1)$ ஆகியவற்றை முனைப்புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகளின் திசைகொசைன்களைக் காண்க.

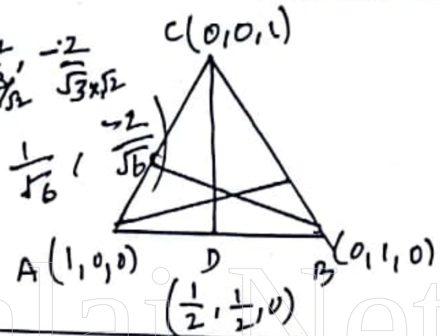
வழிமுறை: முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளைக் காண்க. இவ்வாறு நடுக்கோட்டின் தி.கொ காண்க. பிறகு திசை விகிதம் காண்க.

$\bar{CD} = \frac{1}{2}i + \frac{1}{2}j - k$

$|\bar{CD}| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1} = \sqrt{3/2}$ தி.கொ. $\frac{1/2}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}, \frac{1/2}{\sqrt{3}/\sqrt{2}}, \frac{-2}{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}$

$= \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-2}{\sqrt{6}}\right)$

இதுபோல் $\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}$ $\left(\frac{-2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$



$\frac{5}{8.2}$ $\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, a$ என்பவை ஒரு வெக்டரின் திசைக் கொசைன்கள் எனில் a காண்க.

வழிமுறை: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ (or) திசைக்கொசைன்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 1.

$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + a^2 = 1$

$a^2 = 1 - \frac{3}{4} = 1/4$

$a = \pm 1/2$

$\frac{7}{8.2}$) $2i - j + \bar{k}, 3i - 4j - 4\bar{k}, i - 3j - 5\bar{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டு.

வழிமுறை: கொடுக்கப்பட்டவை கோட்டு வெக்டர்கள் எனவே அதன் மட்டு மதிப்பு கண்டால் பக்கங்களின் நீளங்கள் கிடைக்கும். பிதாகரஸ் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி செங்கோண முக்கோணம் எனக்காண்க.

$\bar{a} = 2i - j + \bar{k}$ $|\bar{a}| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$ $|\bar{a}|^2 + |\bar{c}|^2 = 6 + 35$

$\bar{b} = 3i - 4j - 4\bar{k}$ $|\bar{b}| = \sqrt{9+16+16} = \sqrt{41}$ $= 41$

$\bar{c} = i - 3j - 5\bar{k}$ $|\bar{c}| = \sqrt{1+9+25} = \sqrt{35}$ $= |\bar{b}|^2$

∴ இது செங்கோண முக்கோணம்.

Scanned by CamScanner

8) / 8.2	$\bar{a}=3\hat{i}+2\hat{j}+9\hat{k}$ மற்றும் $\bar{b}=\hat{i}+\lambda\hat{j}+3\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் இணையெனில் λ மதிப்பு காண்க.

வழிமுறை: இரு வெக்டர்கள் இணை எனில் அந்த வெக்டர்களின் கூறுகளின் விகிதம் சமம். $\frac{1}{3}=\frac{2}{\lambda}=\frac{9}{3}$, $\lambda=2/3$

$$\frac{1}{3}=\frac{\lambda}{2}=\frac{3}{9} \Rightarrow \lambda=\frac{2}{3}.$$

9) / 8.2	கீழ்காணும் வெக்டர்கள் ஒருதள வெக்டர்கள் எனக்காட்டு.

1) $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k},\ -2\hat{i}+3\hat{j}-4\hat{k},\ -\hat{j}+2\hat{k}$

2) $5\hat{i}+6\hat{j}+7\hat{k},\ 7\hat{i}-8\hat{j}+9\hat{k},\ 3\hat{i}+20\hat{j}+5\hat{k}$.

வழிமுறை: $\bar{a}=s\bar{b}+t\bar{c}$ என்ற அமைப்பில் எழுதினால் ஒருதளவெக்டர்களாகும். இங்கு s,t காண ஒத்த வெக்டர்களின் கூறுகளை சமன் செய்து காணவேண்டும்.

1) $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}=s(-2\hat{i}+3\hat{j}-4\hat{k})+t(-\hat{j}+2\hat{k})$

$1=-2s \Rightarrow s=-\frac{1}{2}$

$-2=3s-t \Rightarrow -2=3(-\frac{1}{2})-t$

$t=\frac{1}{2}$

$\therefore\ \hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}=-\frac{1}{2}(-2\hat{i}+3\hat{j}-4\hat{k})+\frac{1}{2}(-\hat{j}+2\hat{k})$

2) Same as Ex. 10.

10) / 8.2	$4\hat{i}+5\hat{j}+\hat{k},\ -\hat{j}-\hat{k},\ 3\hat{i}+9\hat{j}+4\hat{k}$ மற்றும் $-4\hat{i}+4\hat{j}+4\hat{k}$ ஆகியவற்றை நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் எனக் காண்க.

வழிமுறை: புள்ளியின் நிலை வெக்டராக இருப்பதை முதலில் கோட்டு வெக்டராக மாற்றவேண்டும். $\bar{OA},\bar{OB}$ கொடுத்தால் $\bar{AB}=\bar{OB}-\bar{OA}$ எனக்காணவேண்டும். கோட்டுவெக்டர்களை $\bar{a}=s\bar{b}+t\bar{c}$ என்ற வழியில் அமைத்தால் போதும்.

$\bar{OA}=4\hat{i}+5\hat{j}+\hat{k}$	$\bar{AB}=\bar{OB}-\bar{OA}=-4\hat{i}-6\hat{j}-2\hat{k}$
$\bar{OB}=-\hat{j}-\hat{k}$	$\bar{BC}=3\hat{i}-6\hat{j}-2\hat{k}$
$\bar{OC}=3\hat{i}+9\hat{j}+4\hat{k}$	$\bar{CD}=7\hat{i}-5\hat{j}$
$\bar{OD}=-4\hat{i}+4\hat{j}+4\hat{k}$	

www.Padasalai.Net

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

$-4\hat{i}-6\hat{j}-2\hat{k} = s(3\hat{i}-6\hat{j}-2\hat{k}) + t(7\hat{i}-5\hat{j})$

$-4 = 3s+7t$

$-6 = 10s-5t$

$-2 = 5s \Rightarrow s = -2/5$

$7t = -4-3(-2/5)$

$= -4+\frac{6}{5} = \frac{-20+6}{5} = -\frac{14}{5}$

$t = -\frac{14}{5\times 7} = -2/5$

$\therefore -4\hat{i}-6\hat{j}-2\hat{k} = -2/5(3\hat{i}-6\hat{j}-2\hat{k}) - 2/5(7\hat{i}-5\hat{j})$

$\frac{11}{8.2}$) $\bar{a} = 2\hat{i}+3\hat{j}-4\hat{k}$, $\bar{b} = 3\hat{i}-4\hat{j}-5\hat{k}$, $\bar{c} = -3\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ எனில் கீழ்காணும் வெக்டர்களின் எண்ணளவையும் தி. கொ. காண்க. 1) $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}$ 2) $3\bar{a}-2\bar{b}+5\bar{c}$

வழிமுறை: முதலில் $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}$, $3\bar{a}-2\bar{b}+5\bar{c}$ காண்க. பிறகு எண்ணளவையும், தி. கொ. காண்க.

1) $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c} = 2\hat{i}+\hat{j}-6\hat{k}$

$|\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}| = \sqrt{4+1+36} = \sqrt{41}$ தி. கொ: $\frac{2}{\sqrt{41}}, \frac{1}{\sqrt{41}}, \frac{-6}{\sqrt{41}}$

2) $3\bar{a}-2\bar{b}+5\bar{c} = 3(2\hat{i}+3\hat{j}-4\hat{k}) - 2(3\hat{i}-4\hat{j}-5\hat{k}) + 5(-3\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})$

$= -15\hat{i}+27\hat{j}+13\hat{k}$

$|3\bar{a}-2\bar{b}+5\bar{c}| = \sqrt{1123}$.

தி. கொ: $\frac{-15}{\sqrt{1123}}, \frac{27}{\sqrt{1123}}, \frac{13}{\sqrt{1123}}$.

$\frac{12}{8.2}$) $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$, $3\hat{i}-4\hat{j}+5\hat{k}$ மற்றும் $-2\hat{i}+3\hat{j}-7\hat{k}$ ஆகியவை முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகள் எனில் அதன் சுற்றளவை காண்க.

வழிமுறை: முனைப்புள்ளிகளைக் கொண்டு கோட்டுத்துண்டுகளை காணவும் ($\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA}$) ஒவ்வொரு கோட்டின் எண்ணளவை காண்க. பின்பு பக்கங்களையும் கூட்டு.

www.Padasalai.Net

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

$\overline{OA} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ $\qquad$ $\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} = 2\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$

$\overline{OB} = 3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ $\qquad$ $\overline{BC} = -5\hat{i} + 7\hat{j} - 12\hat{k}$

$\overline{OC} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 7\hat{k}$ $\qquad$ $\overline{CA} = 3\hat{i} - \hat{j} + 10\hat{k}$.

$$|\overline{AB}| = \sqrt{4+36+4} = \sqrt{44}$$

$$|\overline{BC}| = \sqrt{25+49+144} = \sqrt{218}$$

$$|\overline{CA}| = \sqrt{9+1+100} = \sqrt{110}$$

∴ சுற்றளவு = $\sqrt{44} + \sqrt{218} + \sqrt{110}$

13/8.2) $\bar{a} = 3\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$, $\bar{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$, $\bar{c} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ எனில் $3\bar{a} - 2\bar{b} + 4\bar{c}$ என்ற வெக்டருக்கு இணையான அலகு வெக்டரை காண்க.

வழிமுறை: $3\bar{a} - 2\bar{b} + 4\bar{c}$ காண்க. இதை $\bar{d}$ எனக். பிறகு $\hat{d}$ காண்க. $\hat{d} = \dfrac{\bar{d}}{|\bar{d}|}$.

$3\bar{a} = 9\hat{i} - 3\hat{j} - 12\hat{k}$ $\qquad$ $3\bar{a} - 2\bar{b} + 4\bar{c}$

$-2\bar{b} = 4\hat{i} - 8\hat{j} + 6\hat{k}$ $\qquad$ $\bar{d} = 17\hat{i} + 3\hat{j} + 10\hat{k}$ எனக்.

$4\bar{c} = 4\hat{i} + 8\hat{j} - 4\hat{k}$

$$|\bar{d}| = \sqrt{289 + 9 + 100} = \sqrt{398}$$

$$\hat{d} = \frac{17\hat{i} + 3\hat{j} + 10\hat{k}}{\sqrt{398}}.$$

15/8.2) P, Q, R, S என்ற 4 புள்ளிகளின் நிலை வெக்டர்கள் முறையே $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $2\hat{i}+5\hat{j}$, $3\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$, $\hat{i}-6\hat{j}-\hat{k}$ எனில் PQ மற்றும் RS இணையானவை எனக்காட்டு.

வழிமுறை: $\overline{OP}, \overline{OQ}, \overline{OR}, \overline{OS}$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் $\overline{PQ} = \overline{OQ} - \overline{OP}$, $\overline{RS} = \overline{OS} - \overline{OR}$ காணவேண்டும். $\overline{PQ} = t(\overline{RS})$ எனக்கிடைத்தால் இணையானவை.

$\overline{OP} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ $\qquad$ $\overline{PQ} = \overline{OQ} - \overline{OP} = \hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$

$\overline{OQ} = 2\hat{i} + 5\hat{j}$ $\qquad$ $\overline{RS} = -2\hat{i} - 8\hat{j} + 2\hat{k}$

$\overline{OR} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ $\qquad$ $= -2(\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k})$

$\overline{OS} = \hat{i} - 6\hat{j} - \hat{k}$ $\qquad$ $= -2\overline{PQ}$ ∴ PQ, RS இணை.

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

16) / 8.2 $m(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$ ஓர் அலகு வெக்டர் எனில் m ன் மதிப்பு காண்க.

வழிமுறை: $\hat{a} = \frac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = m(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$ என்பதால் m காண்க.

$$\frac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = \pm\frac{\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}}{1/m} \Rightarrow |\bar{a}| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

$$\pm\frac{1}{m} = \sqrt{3} \quad m = \pm 1/\sqrt{3}$$

17) / 8.2 A(1,1,1) B(1,2,3) C(2,−1,1) ஆகிய புள்ளிகள் ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் என நிறுவுக.

வழிமுறை: புள்ளி வெக்டர்களைக் கொண்டு கோட்டு வெக்டர்களைக் காண்க $(\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA})$. இரு பக்கங்களின் எண் அளவுகள் சமம் எனில் இருசமபக்க முக்கோணம்.

$\overline{OA} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$	$\overline{AB} = \hat{j}+2\hat{k}$	$\lvert\overline{AB}\rvert = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$
$\overline{OB} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$	$\overline{BC} = \hat{i}-3\hat{j}-2\hat{k}$	$\lvert\overline{BC}\rvert = \sqrt{1+9+4} = \sqrt{14}$
$\overline{OC} = 2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$	$\overline{CA} = -\hat{i}+2\hat{j}$	$\lvert\overline{CA}\rvert = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

$$\therefore |\overline{AB}| = |\overline{CA}|$$

∴ இது ஒரு இருசமபக்க முக்கோணம்.

6) / 8.2 $\bar{a}, \bar{a}+\bar{b}, \bar{a}+\bar{b}+\bar{c}$ என்பவை (1,0,0) (0,1,0) ஆகியவற்றை இணைக்கும் கோட்டின் தி.வி. எனில் a, b, c காண்க.

(1,0,0) (0,1,0) இணைக்கும் கோட்டின் தி.வி $= -1, 1, 0$

$$\Rightarrow a = -1 \qquad a+b = 1 \qquad a+b+c = 0$$

$$-1+b = 1 \qquad -1+2+c = 0$$

$$b = 2 \qquad c = -1$$

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

பயிற்சி - 8.3.

எ.கா: 8.11. கீழ்காண்பவைகளுக்கு $\bar{a}\cdot\bar{b}$ காண்க.

1) $\bar{a} = \bar{i} - \bar{j} + 5\bar{k}$ $\bar{b} = 3\bar{i} - 2\bar{k}$.

2) $\bar{a}$ மற்றும் $\bar{b}$ ஆகியவை $(2,3,-1)$ மற்றும் $(-1,2,3)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் புள்ளிகள்.

வழிமுறை: $\bar{a}\cdot\bar{b}$ காண ஒத்த வெக்டர்களின் கெழுக்களை பெருக்கி கூட்டவும். மேலும் புள்ளிகளாக இருந்தால் அதை வெக்டர் வடிவத்திற்கு மாற்றவும்.

1) $\bar{a}\cdot\bar{b} = (\bar{i} - \bar{j} + 5\bar{k})\cdot(3\bar{i} - 2\bar{k})$

$= 3 + 0 - 10 = -7.$

2) $\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$

$\bar{b} = -\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$

$\bar{a}\cdot\bar{b} = -2 + 6 - 3 = 1$

எ.கா: 8.12 $\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$ $\bar{b} = -\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ எனில் $(\bar{a} + 3\bar{b})\cdot(2\bar{a} - \bar{b})$ காண்க.

வழிமுறை: முதலில் $a + 3\bar{b}$, $2\bar{a} - \bar{b}$ ஆகியவற்றின் புள்ளிப்பெருக்கம் காண வேண்டும். ஒத்த வெக்டர்களின் கெழுக்களை பெருக்கி கூட்டவேண்டும்.

$\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{k}$ $\bar{a} + 3\bar{b} = -\bar{i} + 9\bar{j} + 8\bar{k}$

$3\bar{b} = -3\bar{i} + 6\bar{j} + 9\bar{k}$

$2\bar{a} = 4\bar{i} + 6\bar{j} - 2\bar{k}$ $2\bar{a} - \bar{b} = 5\bar{i} + 4\bar{j} - 5\bar{k}$.

$\bar{b} = -\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$

$(\bar{a} + 3\bar{b})(2\bar{a} - \bar{b}) = -5 + 36 - 40.$

$= 9.$

எ.கா. 8.13 $\bar{a} = 2\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ $\bar{b} = -\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$ $\bar{c} = 3\bar{i} + \bar{j}$ மேலும் $\bar{a} + \lambda b$ ஆனது $\bar{c}$ க்கு செங்குத்து எனில் λ ன் மதிப்பு காண்க.

வழிமுறை: $a + \lambda b$ காண வேண்டும் பிறகு $\bar{a} + \lambda\bar{b}$ க்கும் $\bar{c}$ க்கும் புள்ளிப்பெருக்கம் மேலும் 0 எனக் கொண்டு வேண்டும் (செங்குத்து எனவதால்) இதில் λ ன் மதிப்பு கிடைக்கும்.

$\bar{a} = 2\bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ $\therefore \bar{a} + \lambda\bar{b} = (2-\lambda)\bar{i} + (2+2\lambda)\bar{j} + (3+\lambda)\bar{k}$

$\lambda\bar{b} = -\lambda\bar{i} + 2\lambda\bar{j} + \lambda\bar{k}$ $\bar{c} = 3\bar{i} + \bar{j}$.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html Scanned by CamScanner

- $\bar a + \lambda \bar b, \bar c$ செங்குத்து ∴ $(\bar a+\lambda \bar b)\cdot \bar c = 0$

$(\bar a+\lambda\bar b)\cdot\bar c = (2-\lambda)3 + (2+2\lambda)\cdot 1 = 0$

$\lambda = 8$.

எ.கா: 8.14 $|\bar a+\bar b| = |\bar a-\bar b|$ எனில் $\bar a, \bar b$ செங்குத்து என நிறுவுக.

வழிமுறை: $|\bar a+\bar b|^2 = |\bar a|^2+|\bar b|+2\bar a\cdot\bar b$ பயன்படுத்துக

இதேபோல் $|\bar a-\bar b|^2 = |\bar a|^2+|\bar b| - 2\bar a\cdot\bar b$ "

இவை சமம் எனக் கொண்டால் $\bar a\cdot\bar b=0$ கிடைக்கும்

∴ $\bar a\perp\bar b$.

$|\bar a+\bar b| = |\bar a-\bar b|$

$|\bar a+\bar b|^2 = |\bar a-\bar b|^2$

$|\bar a|^2+|\bar b|^2+2\bar a\cdot\bar b = |\bar a|^2+|\bar b|^2-2\bar a\cdot\bar b$

$4\bar a\cdot\bar b = 0 \Rightarrow \bar a\perp\bar b$.

$\bar a\cdot\bar b = 0$

எ.கா. 8.15 எந்தவொரு வெக்டர் $\bar r$-க்கும் $\bar r = (\bar r\cdot i)i + (\bar r\cdot j)j + (\bar r\cdot k)k$

www.Padasalai.Net

வழிமுறை: $\bar r = xi+yj+zk$ எனக் கொள்க. $i\cdot j = i\cdot k = 0$.

$\bar r\cdot i = (xi+yj+zk)\cdot i = x$.

$(\bar r\cdot i)i = xi$. இதேபோல் மற்றவை கண்டுபிடித்து கூட்டவும்.

$\bar r = xi+yj+zk$ என்க. $i\cdot i=1$, $i\cdot j = i\cdot k = 0$.

$\bar r\cdot i = (xi+yj+zk)\cdot i = x$.

$(\bar r\cdot i)i = xi$

இதேபோல் $(\bar r\cdot j)j = yj$, $(\bar r\cdot \bar k)k = zk$

∴ $(\bar r\cdot i)i + (\bar r\cdot j)j + (\bar r\cdot \bar k)\bar k = xi+yj+zk$

$= \bar r$.

எ.கா: 8.16. $5i+3j+4k$, $6i-8j-k$ என்ற வெக்டர்களின் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

வழிமுறை: $\cos\theta = \frac{\bar a\cdot\bar b}{|\bar a||\bar b|}$ என கொள்க. $|\bar a|, |\bar b|, \bar a\cdot\bar b$ இவற்றை தனியாக கண்டு அதற்குப் பின் கிடைக்கும் $\cos\theta$ கிடைக்கும். இதிலிருந்து θ காணலாம். $\cos\theta$ −ve ஆக இருந்தால் $\frac{\pi}{2}$-க்கு மேல் பதிலாக $\pi-\theta$ கோணம் கொள்க.

Scanned by CamScanner

$\cos\theta = \dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}||\bar{b}|}$ $\quad \dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}||\bar{b}|} = \dfrac{30-24-4}{\sqrt{50}\sqrt{101}} = \dfrac{2}{\sqrt{50}\sqrt{101}} = \dfrac{2}{5\sqrt{2}\sqrt{101}}$

$\theta = \cos^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{5\sqrt{101}}\right)$ $\quad = \dfrac{\sqrt{2}}{5\sqrt{101}}$

எ.கா: 8.17 A, B, C, D ஆகியவை $(4,-3,0)$ $(7,-5,-1)$ $(-2,1,3)$ $(0,2,5)$ என்ற புள்ளிகள் எனில் $\bar{CD}$ ன் மீது $\bar{AB}$ ன் வீழல் காண்க.

வழிமுறை: $\bar{OA}, \bar{OB}, \bar{OC}, \bar{OD}$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதில் $\bar{AB}$, $\bar{CD}$ காண்க. $\bar{CD}$ ன் மீது $\bar{AB}$ ன் வீழல் $= \dfrac{\bar{CD}\cdot\bar{AB}}{|\bar{CD}|}$ பயன்படுத்து.

$\bar{OA} = 4i - 3j$ $\quad \bar{AB} = \bar{OB} - \bar{OA} = 3\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$

$\bar{OB} = 7i - 5j - k$ $\quad \bar{CD} = \bar{OD} - \bar{OC} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

$\bar{OC} = -2i + j + 3k$

$\bar{OD} = 2j + 5k$ $\quad \bar{CD}$ ன் மீது $\bar{AB}$ ன் வீழல் $\dfrac{\bar{CD}\cdot\bar{AB}}{|\bar{CD}|}$

$= \dfrac{6-2-2}{\sqrt{4+1+4}} = \dfrac{2}{3}$

எ.கா 8.18 $\bar{a}, \bar{b}$ மற்றும் $\bar{c}$ ஆகிய 3 அலகு வெக்டர்கள் $\bar{a} - \sqrt{3}\bar{b} + \bar{c} = 0$ என்ற சமன்பாட்டை நிறைவு செய்தால் $\bar{a}, \bar{c}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

வழிமுறை $|\bar{a}| = 1 = |\bar{b}| = |\bar{c}|$ என்பதை தெரிந்துகொள். $\bar{a} - \sqrt{3}\bar{b} + \bar{c} = 0 \Rightarrow |\bar{a}+\bar{c}| = |\sqrt{3}\bar{b}|$. இருபுறமும் வர்க்கம் எடுத்து விடை கிடைக்கும்.

$|\bar{a}| = |\bar{b}| = |\bar{c}| = 1$

$\bar{a} - \sqrt{3}\bar{b} + \bar{c} = 0 \Rightarrow |\bar{a}+\bar{c}| = |\sqrt{3}\bar{b}|$

$|\bar{a}+\bar{c}|^2 = 3|\bar{b}|^2$

$|\bar{a}|^2 + |\bar{c}|^2 + 2|\bar{a}||\bar{c}|\cos\theta = 3|\bar{b}|^2$

$1 + 1 + 2\cdot1\cdot1\cdot\cos\theta = 3$

$2\cos\theta = 3 - 2 = 1$

$\cos\theta = 1/2$

$\theta = \pi/3$

www.Padasalai.Net

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

எ.கா: 8.19. $(4,-3,1)$ $(2,-4,5)$ $(1,-1,0)$ என்ற புள்ளிகளைக் கொண்டுள்ள அமைவுப் புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

வழிமுறை: $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}, \overline{OD}$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ காண்க. இவ் வெக்டர்களின் நீளம் (மட்டு மதிப்பு) காண்க. இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 3வது பக்கத்தின் வர்க்கத்திற்கு சமமாக இருக்க வேண்டும்.
(அ). இரு வெக்டர்களின் புள்ளி பெருக்கல் பூஜ்ஜியம்.

$\overline{OA} = 4i-3j+\overline{k}$ $\quad \overline{AB} = \overline{OB}-\overline{OA} = -2i-j+4\overline{k}$

$\overline{OB} = 2i-4j+5\overline{k}$ $\quad \overline{BC} = \overline{OC}-\overline{OB} = -i+3j-5\overline{k}$

$\overline{OC} = i-j$ $\quad \overline{CA} = 3i-2j+\overline{k}$ $\quad \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=0$ ∴ இது ஒரு முக்கோணம்.

$\overline{AB}\cdot\overline{CA} = -6+2+4 = 0$

$\therefore \angle A = 90^\circ$.

∴ இது ஒரு செங்கோண முக்கோணம்.

$\frac{1}{8.3}$ கீழ்க்காணும் $\overline{a}, \overline{b}$ க்கு $\overline{a}\cdot\overline{b}$ காண்க.

1) $\overline{a} = i-2j+\overline{k}$ $\quad \overline{b} = 3i-4j-2\overline{k}$

2) $\overline{a} = 2i+2j-\overline{k}$ $\quad \overline{b} = 6i-3j+2\overline{k}$.

1) $\overline{a} = i-2j+\overline{k}$ $\quad \overline{a}\cdot\overline{b} = 3+8-2 = 9$

$\overline{b} = 3i-4j-2\overline{k}$

2) $\overline{a} = 2i+2j-\overline{k}$ $\quad \overline{a}\cdot\overline{b} = 12-6-2 = 4$.

$\overline{b} = 6i-3j+2\overline{k}$

$\frac{2}{8.3}$) கீழ்க்காணும் வெக்டர்கள் $\overline{a}, \overline{b}$ செங்குத்து எனில் λ ன் மதிப்பு காண்க.

1) $\overline{a} = 2i+\lambda j+\overline{k}$ மற்றும் $\overline{b} = i-2j+3\overline{k}$

2) $\overline{a} = 2i+4j-\overline{k}$ மற்றும் $\overline{b} = 3i-2j+\lambda k$

வழிமுறை: $\overline{a}, \overline{b}$ செங்குத்து எனில் $\overline{a}\cdot\overline{b}=0$ எனக் கொள்க.

1) $\overline{a} = 2i+\lambda j+\overline{k}$ $\quad \overline{a}\cdot\overline{b} = 2-2\lambda+3 = 0$

$\overline{b} = i-2j+3\overline{k}$ $\quad 2\lambda = 5$

$\lambda = 5/2$

2) $\overline{a} = 2i+4j-\overline{k}$ $\quad \overline{a}\cdot\overline{b} = 6-8-\lambda = 0$

$\overline{b} = 3i-2j+\lambda\overline{k}$ $\quad -2 = \lambda$.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

3/8.3 $\bar{a}$ மற்றும் $\bar{b}$ ஆகிய வெக்டர்களுக்கு $|\bar{a}| = 10$ 2) $|\bar{b}| = 15$ மற்றும் $\bar{a}\cdot\bar{b} = 75\sqrt{2}$ எனில் $\bar{a}, \bar{b}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணத்தை காண்க.

வழிமுறை: $\bar{a}\cdot\bar{b}$ வரையறை மூலம் $\bar{a}\cdot\bar{b} = 75\sqrt{2}$ எனக் கொண்டு $\cos\theta$ கிடைக்கும்.

$|\bar{a}| = 10 \quad |\bar{b}| = 15 \quad \bar{a}\cdot\bar{b} = 75\sqrt{2}$

$\bar{a}\cdot\bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}|\cos\theta = 75\sqrt{2}$

$10 \times 15 \cdot \cos\theta = 75\sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{75\sqrt{2}}{150 \cdot 2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta = \pi/4.$

4/8.3) கீழ்க்காணும் வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

1) $2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ மற்றும் $6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$.

2) $\hat{i} - \hat{j}$ மற்றும் $\hat{j} - \hat{k}$.

வழிமுறை: $\cos\theta = \frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}||\bar{b}|}$ பயன்படுத்து. $\cos\theta = -$ எனில் θ II கால்பகுதியில் அமையும்.

1) $\bar{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k} \quad |\bar{a}| = \sqrt{4+9+36} = 7$

$\bar{b} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} \quad |\bar{b}| = \sqrt{36+9+4} = 7$

$\bar{a}\cdot\bar{b} = 12 - 9 - 12 = -9.$

$\cos\theta = \frac{-9}{7} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}(-9/7)$

2) $\bar{a} = \hat{i} - \hat{j} \quad |\bar{a}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\bar{b} = \hat{j} - \hat{k} \quad |\bar{b}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\bar{a}\cdot\bar{b} = -1. \quad \cos\theta = \frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}||\bar{b}|} = \frac{-1}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$

θ, II கால்பகுதியில் அமையும்.

$\theta = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}.$

5/8.3) $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ என்ற 3 வெக்டர்களுக்கு $\bar{a} + 2\bar{b} + \bar{c} = \bar{0}$, $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 4$, $|\bar{c}| = 7$ எனில் $\bar{a}, \bar{b}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணத்தை காண்க.

வழிமுறை: $\bar{a} + 2\bar{b} + \bar{c} = 0 \Rightarrow |\bar{a} + 2\bar{b}|^2 = |-\bar{c}|^2$ எனக் கொண்டு மதிப்புகளை பிரதியிட $\cos\theta$ கிடைக்கும்.

Scanned by CamScanner

- $\bar{a}+2\bar{b}+\bar{c}=0 \Rightarrow \bar{a}+2\bar{b}=-\bar{c}$

$$|\bar{a}+2\bar{b}|^2=|-\bar{c}|^2$$

$$|\bar{a}|^2+4|\bar{b}|^2+4\bar{a}\cdot\bar{b}=|\bar{c}|^2$$

$$9+64+4|\bar{a}||\bar{b}|\cos\theta=49.$$

$$73+4\cdot 3\cdot 4\cdot\cos\theta=49.$$

$$48\cos\theta=-24$$

$$\cos\theta=-\frac{24}{48}=-\frac{1}{2}$$

θ, II காற்பகுதியில் அமையும் $\theta=\pi-\pi/3$

$$=2\pi/3.$$

6/8.3. $\bar{a}=2\bar{i}+3\bar{j}+6\bar{k},\ \bar{b}=6\bar{i}+2\bar{j}-3\bar{k},\ \bar{c}=3\bar{i}-6\bar{j}+2\bar{k}$) ஆகியவை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து எனக் காட்டுக.

வழிமுறை: இரண்டு, இரண்டு வெக்டர்களுக்கு · பெருக்கம் பெறுவது 0 வந்தால் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகும்.

$\bar{a}=2\bar{i}+3\bar{j}+6\bar{k}$ $\qquad \bar{a}\cdot\bar{b}=12+6-18=0$

$\bar{b}=6\bar{i}+2\bar{j}-3\bar{k}$ $\qquad \bar{b}\cdot\bar{c}=18-12-6=0$

$\bar{c}=3\bar{i}-6\bar{j}+2\bar{k}$ $\qquad \bar{c}\cdot\bar{a}=6-18+12=0$

∴ $\bar{a},\bar{b},\bar{c}$ ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகும்.

7/8.3 $-\bar{i}-2\bar{j}-6\bar{k},\ 2\bar{i}-\bar{j}+\bar{k},\ -\bar{i}+3\bar{j}+5\bar{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக்காட்டுக.

வழிமுறை: முதலில் மூன்று வெக்டர்களின் கூடுதல் 0 வரவேண்டும். அப்பொழுது தான் அது ஒரு முக்கோணம் ஆகும். பிறகு ஏதாவது இரு வெக்டர்களின் · பெருக்கம் 0 வந்தால் அது செங்கோணம் ஆகும்.

$\bar{a}=-\bar{i}-2\bar{j}-6\bar{k}$ $\qquad \bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=0$ ∴ இது ஒரு முக்கோணம்

$\bar{b}=2\bar{i}-\bar{j}+\bar{k}$ $\qquad \bar{a}\cdot\bar{b}=-2+2-6\neq 0$

$\bar{c}=-\bar{i}+3\bar{j}+5\bar{k}$ $\qquad \bar{b}\cdot\bar{c}=-2-3+5=0.$

$$\therefore \bar{b}\perp\bar{c}$$

∴ இது ஒரு செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

www.Padasalai.Net

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

8) (8.3) $|\bar{a}|=5$, $|\bar{b}|=6$, $|\bar{c}|=7$ மற்றும் $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=0$ எனில் $\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{c}+\bar{c}\cdot\bar{a}$ காண்க.

வழிமுறை: $|\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}|^2=0$ எனக் கொள்க. விரிவுபடுத்தி மதிப்புகளை பிரதியிடவும்.

$$|\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}|^2=|\bar{a}|^2+|\bar{b}|^2+|\bar{c}|^2+2(\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{c}+\bar{c}\cdot\bar{a})=0$$

$$25+36+49+2(\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{c}+\bar{c}\cdot\bar{a})=0$$

$$2(\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{c}+\bar{c}\cdot\bar{a})=-110$$

$$\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{c}+\bar{c}\cdot\bar{a}=-55$$

9) (8.3) $(2,-1,3)$ $(4,3,1)$ $(3,1,2)$ ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு கோட்டமை புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.

வழிமுறை: கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் இணைத்து கொண்டு வெக்டர்கள் உருவாக்க வேண்டும். $\overline{AB}=t\,\overline{BC}$ எனில் மூன்று புள்ளிகளும் ஒரு கோட்டமைவன ஆகும்.

$\overline{OA}=2\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$

$\overline{OB}=4\hat{i}+3\hat{j}+\hat{k}$

$\overline{OC}=3\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$

$\overline{AB}=\overline{OB}-\overline{OA}=2\hat{i}+4\hat{j}-2\hat{k}$

$\overline{BC}=\overline{OC}-\overline{OB}=-\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$

$\overline{AB}=-2(-\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})$

$\overline{AB}=-2\,\overline{BC}$

∴ மூன்று புள்ளிகள் ஒரு கோட்டமைவன.

10) (8.3) $\bar{a},\bar{b}$ ஆகியவை அலகு வெக்டர்கள் மற்றும் θ அவற்றுக்கிடைப்பட்ட கோணம் எனில் 1) $\sin\theta/2=\frac{1}{2}|\bar{a}-\bar{b}|$ 2) $\cos\theta/2=\frac{1}{2}|\bar{a}+\bar{b}|$ 3) $\tan\theta/2=\frac{|\bar{a}-\bar{b}|}{|\bar{a}+\bar{b}|}$ எனநிறுவுக.

வழிமுறை: $|\bar{a}+\bar{b}|^2$, $|\bar{a}-\bar{b}|^2$ காண வேண்டும். $|\bar{a}|=1$, $|\bar{b}|=1$ எனக் கொண்டு மற்றும் $1-\cos\theta=2\sin^2\theta/2$, $1+\cos\theta=2\cos^2\theta/2$ பயன்படுத்த வேண்டும்.

$$|\bar{a}+\bar{b}|^2=|\bar{a}|^2+|\bar{b}|^2+2\bar{a}\cdot\bar{b}$$
$$=1+1+2|\bar{a}||\bar{b}|\cos\theta$$
$$=2+2\cdot1\cdot1\cdot\cos\theta$$
$$=2(1+\cos\theta)$$
$$=2\cdot2\cos^2\theta/2$$
$$|\bar{a}+\bar{b}|=2\cos\theta/2 \Rightarrow \frac{1}{2}|\bar{a}+\bar{b}|=\cos\theta/2 \quad ①$$

$$|\bar{a}-\bar{b}|^2=|\bar{a}|^2+|\bar{b}|^2-2\bar{a}\cdot\bar{b}$$
$$=1+1-2|\bar{a}||\bar{b}|\cos\theta$$
$$=2-2\cdot1\cdot1\cdot\cos\theta$$
$$=2(1-\cos\theta)$$
$$=2\cdot2\sin^2\theta/2$$
$$|\bar{a}-\bar{b}|=2\sin\theta/2 \quad ②$$
$$\frac{1}{2}|\bar{a}-\bar{b}|=\sin\theta/2$$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

● $\frac{②}{①}$, $\frac{\frac{1}{2}|\bar a-\bar b|}{\frac{1}{2}|\bar a+\bar b|} = \frac{\sin\theta/2}{\cos\theta/2}$

$$\frac{|\bar a-\bar b|}{|\bar a+\bar b|} = \tan\theta/2$$

$\frac{11}{8.3}$) $\bar a, \bar b, \bar c$ என்பன மூன்று வெக்டர்கள் $|\bar a|=3$ $|\bar b|=4$ $|\bar c|=5$ மற்றும் ஒவ்வொரு வெக்டரும் பிற வெக்டர்களின் கூடுதலுக்கு செங்குத்தாக அமைந்தால் $|\bar a+\bar b+\bar c|$ காண்க.

வழிமுறை: $\bar a\cdot(\bar b+\bar c)=0$, $\bar b\cdot(\bar c+\bar a)=0$, $\bar c\cdot(\bar a+\bar b)=0$. $|\bar a|=3, |\bar b|=4$, $|\bar c|=5$.

$(\bar a+\bar b+\bar c)^2 = |\bar a|^2+|\bar b|^2+|\bar c|^2+2(\bar a\cdot\bar b+\bar b\cdot\bar c+\bar c\cdot\bar a)$ பயன்படுத்து.

$\bar a\cdot(\bar b+\bar c)=0$	$\bar b\cdot(\bar c+\bar a)=0$	$\bar c\cdot(\bar a+\bar b)=0$
$\bar a\cdot\bar b+\bar a\cdot\bar c=0$	$\bar b\cdot\bar c+\bar b\cdot\bar a=0$	$\bar c\cdot\bar a+\bar c\cdot\bar b=0.$

கொடுப்பட்டது $|\bar a|=3$ $|\bar b|=4$ $|\bar c|=5$.

$$|\bar a+\bar b+\bar c|^2 = |\bar a|^2+|\bar b|^2+|\bar c|^2+2(\bar a\cdot\bar b+\bar b\cdot\bar c+\bar c\cdot\bar a)$$

$$= 9+16+25+2(0)$$

$$= 50 = 25\times 2$$

$$|\bar a+\bar b+\bar c| = 5\sqrt{2}$$

$\frac{12}{8.3}$) $2\bar i+6\bar j+3\bar k$ ன் மீது $\bar i+3\bar j+7\bar k$ ன் வீழலை காண்க.

வழிமுறை: $\bar a$ ன் மீது $\bar b$ ன் வீழல் $\frac{\bar a\cdot\bar b}{|\bar a|}$ பயன்படுத்தவும்.

$\bar a = 2\bar i+6\bar j+3\bar k$ $\quad$ $\bar a\cdot\bar b = 2+18+21 = 41$

$\bar b = \bar i+3\bar j+7\bar k$ $\quad$ $|\bar a| = \sqrt{4+36+9} = 7$

$\bar a$ ன் மீது $\bar b$ ன் வீழல் $= \frac{\bar a\cdot\bar b}{|\bar a|} = \frac{41}{7}.$

$\frac{13}{8.3}$) $\bar b = 2\bar i+6\bar j+3\bar k$ ன் மீது $\bar a = \lambda\bar i+\bar j+4\bar k$ ன் வீழல் 4 எனில் λ ன் மதிப்பை காண்க.

வழிமுறை: $\bar b$ ன் மீது $\bar a$ ன் வீழல் $= \frac{\bar a\cdot\bar b}{|\bar b|} = 4$ எனக.

$\bar b = 2\bar i+6\bar j+3\bar k$ $\quad$ $\bar b\cdot\bar a = 2\lambda+6+12$

$\bar a = \lambda\bar i+\bar j+4\bar k$ $\quad$ $|\bar b| = \sqrt{4+36+9} = 7$

$\bar b$ ன் மீது $\bar a$ ன் வீழல் $\frac{\bar a\cdot\bar b}{|\bar b|} = \frac{2\lambda+18}{7} = 4 \Rightarrow 2\lambda+18 = 28$

$2\lambda = 10$ $\quad$ $\lambda = 5.$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

14) $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ என்ற வெக்டர்கள் $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{b}| = 3$, $|\bar{c}| = 4$ மற்றும் $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c} = 0$ எனில் $4\bar{a}\cdot\bar{b} + 3\bar{b}\cdot\bar{c} + 3\bar{c}\cdot\bar{a}$ காண்க.

வழிமுறை: $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c} = 0$ [illegible]

$\bar{a}+\bar{b} = -\bar{c}$, $\bar{a}+\bar{c} = -\bar{b}$ $\bar{b}+\bar{c} = -\bar{a}$ [illegible]

[illegible] $\bar{a}\cdot\bar{b}$, $\bar{b}\cdot\bar{c}$, $\bar{c}\cdot\bar{a}$ [illegible]

$\lvert\bar{a}+\bar{b}\rvert = \lvert-\bar{c}\rvert$	$\lvert\bar{a}+\bar{c}\rvert^2 = \lvert\bar{b}\rvert^2$	$\lvert\bar{b}+\bar{c}\rvert^2 = \lvert\bar{a}\rvert^2$
$\lvert\bar{a}+\bar{b}\rvert^2 = \lvert\bar{c}\rvert^2$	$\lvert\bar{a}\rvert^2+\lvert\bar{c}\rvert^2+2\bar{a}\cdot\bar{c} = \lvert\bar{b}\rvert^2$	$\lvert\bar{b}\rvert^2+\lvert\bar{c}\rvert^2+2\bar{b}\cdot\bar{c} = \lvert\bar{a}\rvert^2$
$\lvert\bar{a}\rvert^2+\lvert\bar{b}\rvert^2+2\bar{a}\cdot\bar{b} = \lvert\bar{c}\rvert^2$	$4+16+2\bar{a}\cdot\bar{c} = 9$	$9+16+2\bar{b}\cdot\bar{c} = 4$
$4+9+2\bar{a}\cdot\bar{b} = 16$	$2\bar{a}\cdot\bar{c} = -11$	$2\bar{b}\cdot\bar{c} = -21$
$2\bar{a}\cdot\bar{b} = 3$	$\bar{a}\cdot\bar{c} = -\frac{11}{2}$	$\bar{b}\cdot\bar{c} = -\frac{21}{2}$
$\bar{a}\cdot\bar{b} = 3/2$		

$\therefore 4\bar{a}\cdot\bar{b} + 3\bar{b}\cdot\bar{c} + 3\bar{c}\cdot\bar{a}$

$= 4\cdot\frac{3}{2} + 3\left(-\frac{21}{2}\right) + 3\left(-\frac{11}{2}\right)$

$= \frac{12-63-33}{2} = -42$

www.Padasalai.Net

பயிற்சி - 8.4

எ.கா: 8.20: $\bar{a} = 3\hat{i}+4\hat{j}$ $\bar{b} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ எனில் $|\bar{a}\times\bar{b}|$ காண்க.

வழிமுறை: X பெருக்கலை பயன்படுத்தி அணிக்கோவை மதிப்பிடுக

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

R_1 ல் $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$

R_2 ல் முதல் வெக்டரின் கூறுகள்

R_3 ல் இரண்டாவது வெக்டரின் கூறுகள்

இட்டு அணிக்கோவை மதிப்பு காண வேண்டும்.

$\hat{i}(b_1c_2-b_2c_1) - \hat{j}(a_1c_2-a_2c_1) + \hat{k}(a_1b_2-a_2b_1)$

(அல்லது) $\begin{matrix} b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \end{matrix}$ என பெருக்கி காண்க

$= \hat{i}(b_1c_2-b_2c_1) + \hat{j}(c_1a_2-c_2a_1) + \hat{k}(a_1b_2-a_2b_1)$

இந்த முறையிலும் செய்யலாம். இந்த முறையில் தவறு ஏற்பட வாய்ப்புகள் குறைவு.

$\bar{a} = 3\hat{i}+4\hat{j}$ $\bar{a}\times\bar{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}(4)-\hat{j}(3)+\hat{k}(3-4)$

$\bar{b} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ $= 4\hat{i}-3\hat{j}-\hat{k}$

$|\bar{a}\times\bar{b}| = \sqrt{16+9+1} = \sqrt{26}$.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

எ.கா. 8.21. $\vec{a} = -3\hat{i}+4\hat{j}-7\hat{k}$ மற்றும் $\vec{b} = 6\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ எனில் கீழ்க்காண்பவற்றை சரிபார்க்க.

1) $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{a}\times\vec{b}$ ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து.

2) $\vec{b}$ மற்றும் $\vec{a}\times\vec{b}$ ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து.

வழிமுறை: முதலில் $\vec{a}\times\vec{b}$ காண வேண்டும். பிறகு $\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$ மற்றும் $\vec{b}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$ காண வேண்டும்.

$\vec{a} = -3\hat{i}+4\hat{j}-7\hat{k}$

$\vec{b} = 6\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$.

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -3 & 4 & -7 \\ 6 & 2 & -3 \end{vmatrix} = \hat{i}(-12+14) - \hat{j}(9+42) + \hat{k}(-6-24) = 2\hat{i} - 51\hat{j} - 30\hat{k}$$

$\vec{a}\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) = -6 - 204 + 210 = 0$ $\therefore \vec{a}, \vec{a}\times\vec{b}$ செங்குத்து

$\vec{b}\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) = 12 - 102 + 90 = 0$ $\therefore \vec{b}, \vec{a}\times\vec{b}$ செங்குத்து

எ.கா. 8.22: $\vec{a} = 4\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$, $\vec{b} = -2\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ எனில் இவை இரண்டுக்கும் செங்குத்தான 6 அலகு வெக்டர் காண்க.

வழிமுறை $6\hat{n} = \pm 6\frac{\vec{a}\times\vec{b}}{|\vec{a}\times\vec{b}|}$ சூத்திரத்தை பயன்படுத்து. இங்கு $\hat{n}$ என்பது $\vec{a}, \vec{b}$-க்கு செங்குத்தான ஓரலகு வெக்டர்.

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 4 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \hat{i}(2-3) - \hat{j}(-8+6) + \hat{k}(4-2) = -\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}$$

$|\vec{a}\times\vec{b}| = \sqrt{1+4+4} = 3$

$\hat{n} = \pm \frac{-\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}}{3}$

$6\hat{n} = \pm 6\left[\frac{-\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}}{3}\right]$ (6/3 = 2)

எ.கா. 8.23: $\vec{a} = 2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$ மற்றும் $\vec{b} = 4\hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k}$ ஆகியவைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் சைன் மற்றும் கொசைன் மதிப்பு காண்க.

வழிமுறை: $\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$, $\sin\theta = \frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ பயன்படுத்து.

$|\vec{a}| = \sqrt{4+1+9} = \sqrt{14}$ $\quad \vec{a}\cdot\vec{b} = 8-2+6 = 12$

$|\vec{b}| = \sqrt{16+4+4} = \sqrt{24}$

Scanned by CamScanner

$$\bar{a}\times\bar{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 8i + 8j - 8k$$

$$|\bar{a}\times\bar{b}| = \sqrt{3\times 8^2} = 8\sqrt{3}$$

$$\cos\theta = \frac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}||\bar{b}|} = \frac{12}{\sqrt{14}\sqrt{24}} = \frac{12}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{6}} = \frac{12\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{7}\times\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$\sin\theta = \frac{|\bar{a}\times\bar{b}|}{|\bar{a}||\bar{b}|} = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{14}\sqrt{24}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}\sqrt{12}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}\cdot 2\times\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$

எ.கா: 24) $\bar{a} = 3i + j + 4\bar{k}$, $\bar{b} = i - j + \bar{k}$ ஆகியவற்றை அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பு காண்க.

வழிமுறை: இணைகரத்தின் பரப்பு = $|\bar{a}\times\bar{b}|$.

$$\bar{a}\times\bar{b} = \begin{vmatrix} i & j & \bar{k} \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = i(1+4) - j(3-4) + \bar{k}(-3-1)$$

$$= 5i + j - 4\bar{k}$$

$$|\bar{a}\times\bar{b}| = \sqrt{25+1+16} = \sqrt{42} \text{ ச.அ.}$$

எ.கா: 25: $\bar{a}, \bar{b}$ ஏதேனும் இரு வெக்டர்களுக்கு $|\bar{a}\times\bar{b}|^2 + (\bar{a}\cdot\bar{b})^2 = |\bar{a}|^2|\bar{b}|^2$ எனக் காட்டுக.

வழிமுறை: வரையறையிலிருந்து $|\bar{a}\times\bar{b}|^2$, $(\bar{a}\cdot\bar{b})^2$ ஆகியவற்றைக் கூட்டவும்.

$$|\bar{a}\times\bar{b}| = |\bar{a}||\bar{b}|\sin\theta \qquad \bar{a}\cdot\bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}|\cos\theta$$

$$|\bar{a}\times\bar{b}|^2 = |\bar{a}|^2|\bar{b}|^2\sin^2\theta \qquad (\bar{a}\cdot\bar{b})^2 = |\bar{a}|^2|\bar{b}|^2\cos^2\theta$$

$$\therefore |\bar{a}\times\bar{b}|^2 + (\bar{a}\cdot\bar{b})^2 = |\bar{a}|^2|\bar{b}|^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta)$$

$$= |\bar{a}|^2|\bar{b}|^2$$

எ.கா: 26. $A(1,0,0)$ $B(0,1,0)$ $C(0,0,1)$ ஆகியவற்றை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.

வழிமுறை: முக்கோணத்தின் பரப்பு $\frac{1}{2}|\bar{AB}\times\bar{AC}|$ பயன்படுத்தவும்.

$\bar{OA} = i$ $\quad \bar{AB} = \bar{OB} - \bar{OA} = -i + j$

$\bar{OB} = j$

$\bar{OC} = \bar{k}$ $\quad \bar{AC} = \bar{OC} - \bar{OA} = -i + \bar{k}$

$$\bar{AB}\times\bar{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = i(1) - j(-1) + \bar{k}(1)$$

$$= i + j + \bar{k}$$

$$|\bar{AB}\times\bar{AC}| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

www.Padasalai.Net

Scanned by CamScanner

- முக்கோணத்தின் பரப்பு: $\frac{1}{2}|\overline{AB}\times\overline{AC}|$

$= \frac{1}{2}\sqrt{3}$ ச.அ.

$\frac{1}{8.4}$) $\bar{a} = 2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$, $\bar{b} = 3\hat{i}+5\hat{j}-2\hat{k}$, $\bar{a}\times\bar{b}$ மதிப்பு காண்க.

வழிமுறை: $\bar{a}\times\bar{b}$ = அணிக்கோவை வழியாக மதிப்பு காண்க.

$$\bar{a}\times\bar{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 5 & -2 \end{vmatrix} = \hat{i}(-2-15)-\hat{j}(-4-9)+\hat{k}(10-3)$$
$$= -17\hat{i}+13\hat{j}+7\hat{k}.$$

$\frac{2}{8.4}$) P.T. $\bar{a}\times(\bar{b}+\bar{c})+\bar{b}\times(\bar{c}+\bar{a})+\bar{c}\times(\bar{a}+\bar{b}) = 0$ எனக் காட்டுக.

வழிமுறை: பங்கீட்டு விதியை பயன்படுத்து அதாவது சாதாரண அல்ஜீப்ராவில் பெருக்குவது போல் பெருக்கு. பின் 3 அடிப்படையானவற்றுக்கு எதிர்த்த திசையும் இடம் மாற்றம் செய்து குறியீடுகளை மாற்றிக் கொள்ளவும்.

LHS $\bar{a}\times(\bar{b}+\bar{c})+\bar{b}\times(\bar{c}+\bar{a})+\bar{c}\times(\bar{a}+\bar{b})$

$= \bar{a}\times\bar{b}+\bar{a}\times\bar{c}+\bar{b}\times\bar{c}+\bar{b}\times\bar{a}+\bar{c}\times\bar{a}+\bar{c}\times\bar{b}$

$= \bar{a}\times\bar{b}+\bar{a}\times\bar{c}+\bar{b}\times\bar{c}-\bar{a}\times\bar{b}-\bar{a}\times\bar{c}-\bar{b}\times\bar{c}$

$= 0.$

$\frac{4}{8.4}$) $\bar{a} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\bar{b} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ எனில் $\bar{a}+\bar{b}$, $\bar{a}-\bar{b}$ ஆகியவற்றுக்கு தனித்தனியாக செங்குத்தாக உள்ள வெக்டர்களை காண்க.

வழிமுறை: $\bar{a}+\bar{b}$, $\bar{a}-\bar{b}$ தனித்தனியாக கொடுக்கப்பட்ட வெக்டர்களுக்கு செங்குத்தான வெக்டர் காண்க. $\hat{n} = \pm\frac{\bar{c}\times\bar{d}}{|\bar{c}\times\bar{d}|}$ பயன்படுத்து.

$\bar{c} = \bar{a}+\bar{b} = 2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}$

$\bar{d} = \bar{a}-\bar{b} = -\hat{j}-2\hat{k}$

$$\bar{c}\times\bar{d} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 \end{vmatrix} = \hat{i}(-6+4)-\hat{j}(-4)+\hat{k}(-2)$$
$$= -2\hat{i}+4\hat{j}-2\hat{k}$$

$|\bar{c}\times\bar{d}| = 2\sqrt{1+4+1} = 2\sqrt{6}$

$$\hat{n} = \pm\frac{\bar{c}\times\bar{d}}{|\bar{c}\times\bar{d}|} = \pm\frac{-2(\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})}{2\sqrt{6}} = \frac{\pm(\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})}{\sqrt{6}}$$

www.Padasalai.Net

Scanned by CamScanner

$\frac{3}{8.4}$. $\hat{i}+2\hat{j}+\bar{k}$ மற்றும் $\hat{i}+3\hat{j}+4\bar{k}$ என்பவைகளுக்கு செங்குத்தாகவும் எண்ணளவு $10\sqrt{3}$ எனவும் உடைய திசையன்களைக் காண்க.

வழிமுறை: $\bar{a}\times\bar{b}$, $|\bar{a}\times\bar{b}|$ காண்க. $10\sqrt{3}\,\hat{n}$ காண்க. $\hat{n} = \pm\frac{\bar{a}\times\bar{b}}{|\bar{a}\times\bar{b}|}$

$\bar{a} = \hat{i}+2\hat{j}+\bar{k}$ $\bar{b} = \hat{i}+3\hat{j}+4\bar{k}$

$$\bar{a}\times\bar{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = i(8-3)-j(4-1)+k(3-2)$$

$$= 5\bar{i}-3\bar{j}+\bar{k}$$

$$|\bar{a}\times\bar{b}| = \sqrt{25+9+1} = \sqrt{35}$$

$$\hat{n} = \pm\frac{\bar{a}\times\bar{b}}{|\bar{a}\times\bar{b}|} = \pm\frac{5\bar{i}-3\bar{j}+\bar{k}}{\sqrt{35}}$$

$$10\sqrt{3}\,\hat{n} = \pm 10\sqrt{3}\left(\frac{5\bar{i}-3\bar{j}+\bar{k}}{\sqrt{35}}\right)$$

$\frac{5}{8.6}$) $\hat{i}+2\hat{j}+3\bar{k}$ மற்றும் $3\bar{i}-2\hat{j}+\bar{k}$ ஆகியவற்றை அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பு காண்க.

வழிமுறை: $|\bar{a}\times\bar{b}|$ காண்க.

www.Padasalai.Net

$\bar{a} = \hat{i}+2\hat{j}+3\bar{k}$, $\bar{b} = 3\hat{i}-2\hat{j}+\bar{k}$

$$\bar{a}\times\bar{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = i(2+6)-j(1-9)+k(-2-6)$$

$$= 8\hat{i}+8\hat{j}-8\bar{k}$$

$$= 8(\hat{i}+\hat{j}-\bar{k})$$

$$|\bar{a}\times\bar{b}| = 8\sqrt{1+1+1} = 8\sqrt{3} \text{ ச.அ.}$$

$\frac{6}{8.4}$) $A(3,-1,2)$ $B(1,-1,-3)$ $C(4,-3,1)$ ஆகியவற்றை உச்சிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.

வழிமுறை: கொடுத்தவற்றை $\bar{OA}, \bar{OB}, \bar{OC}$ எனக்கொண்டு $\bar{AB}, \bar{AC}$ காண்க.

முக்கோணத்தின் பரப்பு: $\frac{1}{2}|\bar{AB}\times\bar{AC}|$.

$\bar{OA} = 3\hat{i}-\hat{j}+2\bar{k}$ $\bar{AB} = \bar{OB}-\bar{OA} = -2\hat{i}-5\bar{k}$

$\bar{OB} = \hat{i}-\hat{j}-3\bar{k}$ $\bar{AC} = \bar{OC}-\bar{OA} = \hat{i}-2\hat{j}-\bar{k}$

$\bar{OC} = 4\hat{i}-3\hat{j}+\bar{k}$

$$\bar{AB}\times\bar{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ -2 & 0 & -5 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = \hat{i}(-10)-j(2+5)+k(4)$$

$$= -10\hat{i}-7\hat{j}+4\bar{k}$$

$$|\bar{AB}\times\bar{AC}| = \sqrt{100+49+16} = \sqrt{165}$$

முக்கோணத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}|\bar{AB}\times\bar{AC}|$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{165} \text{ ச.அ.}$$

Scanned by CamScanner

7) (8.4) முக்கோணம் ABC யின் உச்சிகள் A, B, C ன் நிலை வெக்டர்கள் $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ எனில் முக்கோணம் ABC யின் பரப்பு $= \frac{1}{2}|\bar{a}\times\bar{b} + \bar{b}\times\bar{c} + \bar{c}\times\bar{a}|$ என நிறுவுக. மேலும் A, B, C ஒரே கோட்டில் அமைய கட்டுப்பாட்டைக் காண்க.

வழிமுறை: $\bar{OA} = \bar{a}, \bar{OB} = \bar{b}, \bar{OC} = \bar{c}$. எனில் $\bar{AB}, \bar{AC}$ காண்க. முக்கோணத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}|\bar{AB}\times\bar{AC}|$ காண்க. X பெருக்கல் செய்யும்போது அணிக்கோவை முறை பங்கீட்டுப் பண்பைப் பயன்படுத்தி i, j, k இன் பெருக்கலைக் கொண்டு அணிக்கோவை பதிலாக

$\bar{OA} = \bar{a}, \quad \bar{OB} = \bar{b} \quad \bar{OC} = \bar{c}$

$\bar{AB} = \bar{OB} - \bar{OA} = \bar{b} - \bar{a}$

$\bar{AC} = \bar{OC} - \bar{OA} = \bar{c} - \bar{a}$.

$\bar{AB}\times\bar{AC} = (\bar{b} - \bar{a})\times(\bar{c} - \bar{a})$

$= \bar{b}\times\bar{c} - \bar{b}\times\bar{a} - \bar{a}\times\bar{c} + \bar{a}\times\bar{a}^{0}$

முக்கோணத்தின் பரப்பு $= \bar{a}\times\bar{b} + \bar{b}\times\bar{c} + \bar{c}\times\bar{a}$

$\frac{1}{2}|\bar{AB}\times\bar{AC}| = \frac{1}{2}|\bar{a}\times\bar{b} + \bar{b}\times\bar{c} + \bar{c}\times\bar{a}|$.

A, B, C ஒரே கோட்டில் அமைய முக்கோணத்தின் பரப்பு 0

$\therefore \frac{1}{2}|\bar{a}\times\bar{b} + \bar{b}\times\bar{c} + \bar{c}\times\bar{a}| = 0$

$|\bar{a}\times\bar{b} + \bar{b}\times\bar{c} + \bar{c}\times\bar{a}| = 0$.

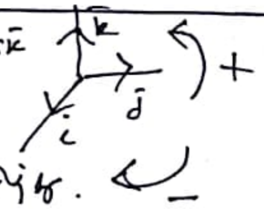
www.Padasalai.Net

8) (8.4) எந்த ஒரு வெக்டர் $\bar{a}$ க்கும் $|\bar{a}\times\bar{i}|^2 + |\bar{a}\times\bar{j}|^2 + |\bar{a}\times\bar{k}|^2 = 2|\bar{a}|^2$ என நிறுவுக.

வழிமுறை: $\bar{a} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$ எனக. $\bar{i}\times\bar{i} = \bar{j}\times\bar{j} = \bar{k}\times\bar{k} = 0$.

$\bar{i}\times\bar{j} = +\bar{k}, \bar{j}\times\bar{k} = \bar{i}, \bar{k}\times\bar{i} = \bar{j}$

$\bar{j}\times\bar{i} = -\bar{k} \quad \bar{k}\times\bar{j} = -\bar{i}, \bar{i}\times\bar{k} = -\bar{j}$ பயன்படுத்தி விடை காண்க.



$\bar{a} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k} \Rightarrow |\bar{a}|^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

$\bar{a}\times\bar{i} = (x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k})\times\bar{i}$

$= -y\bar{k} + z\bar{j} \qquad |\bar{a}\times\bar{i}|^2 = y^2 + z^2$ —— (1)

$(\bar{a}\times\bar{j}) = (x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k})\times\bar{j}$

$= x\bar{k} - z\bar{k} \qquad |\bar{a}\times\bar{j}|^2 = x^2 + z^2$ —— (2)

$\bar{a}\times\bar{k} = (x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k})\bar{k} = -x\bar{j} + y\bar{i}$

$|\bar{a}\times\bar{k}|^2 = x^2 + y^2$ —— (3)

$|\bar{a}\times\bar{i}|^2 + |\bar{a}\times\bar{j}|^2 + |\bar{a}\times\bar{k}|^2 = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2$

$= 2(x^2 + y^2 + z^2) = 2|\bar{a}|^2$.

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

10) $2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ மற்றும் $\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தை வெக்டர் பெருக்கத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

குறிப்பு: $\sin\theta = \dfrac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ பயன்படுத்து.

$\vec{a} = 2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ $\quad |\vec{a}| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$

$\vec{b} = \hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ $\quad |\vec{b}| = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$.

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}(1+2) - \hat{j}(2+1) + \hat{k}(4-1)$$

$$= 3\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k} = 3(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}).$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}| = 3\sqrt{1+1+1} = 3\sqrt{3}$$

$$\sin\theta = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \theta = \pi/3.$$

11) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன அலகு வெக்டர்கள். $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\vec{c} = 0$ மற்றும் $\vec{b}, \vec{c}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம் $\pi/3$ எனில் $\vec{a} = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}(\vec{b}\times\vec{c})$ எனக்காட்டுக.

~~$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a}\perp\vec{b}$~~

~~$\vec{a}\cdot\vec{c} = 0 \Rightarrow \vec{a}\perp\vec{c}$~~ ~~$\Rightarrow \vec{b}\parallel\vec{c}$ ஆகையால் $\vec{b}, \vec{c}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம் $\pi/3$ இருக்க வாய்ப்பில்லை.~~

$$|\vec{b}\times\vec{c}| = |\vec{b}||\vec{c}|\sin\frac{\pi}{3} \qquad |\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$$

$$= 1\cdot 1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{RHS: } \left|\frac{2}{\sqrt{3}}\vec{b}\times\vec{c}\right|^2 = \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{4} = 1 = |\vec{a}|^2$$

$$|\vec{a}|^2 = \left|\frac{2}{\sqrt{3}}\vec{b}\times\vec{c}\right|^2$$

$$\vec{a} = \pm\frac{2}{\sqrt{3}}\vec{b}\times\vec{c}$$

T.G. Venkatesan
9444209677

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

பயிற்சி - 8.5 (1 மதிப்பெண்)

1) $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$ என்பது

1) $\overline{AD}$ 2) $\overline{CA}$ 3) $\overline{0}$ ✓ 4) $-\overline{AD}$.

பலகோண விதிப்படி ஆரம்பப்புள்ளியும் ஒன்றானால் $\overline{AA}=\overline{0}$. இடையில் தொடர்ச்சியாக இருக்க வேண்டும். மேலும் இக்கணக்கில் $\overline{DA}$ இடமாற்றம் செய்ய வேண்டும்.

2) $\bar{a}+2\bar{b}$ மற்றும் $3\bar{a}+m\bar{b}$ இணை எனில் m-ன் மதிப்பு

1) 3 2) $1/3$ 3) 6 ✓, 4) $1/6$.

இணை எனில் $\frac{1}{3}=\frac{2}{m} \Rightarrow m=6$. ஒத்த வெக்டர்களின் கெழுக்களின் விகிதம் சமம்.

3) $\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ மற்றும் $\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்களின் கூடுதலுக்கு இணையாக உள்ள அலகு வெக்டர்.

1) $\frac{\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{5}}$ 2) $\frac{2\hat{i}+\hat{j}}{\sqrt{5}}$ 3) $\frac{2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{5}}$ 4) $\frac{2\hat{i}-\hat{j}}{\sqrt{5}}$ ✓

$\bar{c}=\bar{a}+\bar{b}=2\hat{i}-\hat{j}$ $\quad |\bar{c}|=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$

$$\hat{c}=\frac{\bar{c}}{|\bar{c}|}=\frac{2\hat{i}-\hat{j}}{\sqrt{5}}$$

4) ஒரு வெக்டர் $\overline{OP}$ ஆனது x மற்றும் y அச்சின் மிகைத்திசையில் 60° மற்றும் 45° ஐ ஏற்படுத்தினால் $\overline{OP}$ ஆனது z அச்சுடன் ஏற்படுத்தும் கோணம்.

1) 45° 2) 60° ✓ 3) 90° 4) 30°

$\alpha=60°, \beta=45°, \gamma=?$

$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1 \Rightarrow \cos^2 60+\cos^2 45+\cos^2\gamma=1$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\cos^2\gamma=1$

$\cos^2\gamma=1-\frac{3}{4}$

$=1/4$

$\cos\gamma=1/2$ $\quad \Rightarrow \gamma=\pi/3$

5) $\overline{BA}=3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ மற்றும் B-ன் நிலை வெ. $\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$ எனில் A-ன் நிலை வெக்டர்.

1) $4\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$ 2) $4\hat{i}+5\hat{j}$ ✓ 3) $4\hat{i}$ 4) $-4\hat{i}$.

$\overline{BA}=\overline{OA}-\overline{OB}$

$\Rightarrow \overline{OA}=\overline{BA}+\overline{OB}=4\hat{i}+5\hat{j}$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

5) ஒரு வெக்டர் ஆய அச்சுகளுடன் சம கோணங்களை ஏற்படுத்தினால் அக்கோணம் 1) $\cos^{-1}(1/3)$ 2) $\cos^{-1}(2/3)$ 3) $\cos^{-1}(1/\sqrt{3})$ 4) $\cos^{-1}(2/\sqrt{3})$

$\alpha = \beta = \gamma$. ∴ $\cos^2\alpha + \cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$3\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{3}$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\alpha = \cos^{-1}(1/\sqrt{3})$

7) $\vec{a}-\vec{b}, \vec{b}-\vec{c}, \vec{c}-\vec{a}$ ஆகிய வெக்டர்கள்

1) ஒன்றுக்கொன்று இணையானவை 2) ஒரு கோட்டு வெக்டர்கள்
3) செங்குத்தான வெக்டர்கள் 4) ஒரு தள வெக்டர்கள்.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1(1) - 1(1) = 0$$

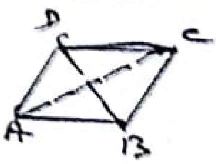
∴ ஒரு தள வெக்டர்கள்.

8) ABCD ஒரு இணைகரம் எனில் $\vec{AB}+\vec{AD}+\vec{CB}+\vec{CD}$ என்பது.
1) $2(\vec{AB}+\vec{AD})$ 2) $4\vec{AC}$ 3) $4\vec{BD}$ 4) $\vec{0}$

$\vec{AB}+\vec{AD} = \vec{AB}+\vec{BC}$

$\vec{CB}+\vec{CD} = -\vec{BC}-\vec{AB}$

∴ $\vec{AB}+\vec{AD}+\vec{CB}+\vec{CD} = 0$.



9) $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ ஐ அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கொண்ட இணைகரம் ABCD யின் ஒரு மூலைவிட்டம் $\vec{a}+\vec{b}$ எனில் மற்றொரு மூலைவிட்டம் 1) $\vec{a}-\vec{b}$ 2) $\vec{b}-\vec{a}$ 3) $\vec{a}+\vec{b}$ 4) $\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

6) ஒரு வெக்டர் ஆய அச்சுகளுடன் சமமான கோணத்தை ஏற்படுத்தினால் அக்கோணம் 1) $\cos^{-1}(1/3)$ 2) $\cos^{-1}(2/3)$ 3) $\cos^{-1}(1/\sqrt{3})$ 4) $\cos^{-1}(2/\sqrt{3})$

$\alpha = \beta = \gamma$. ∴ $\cos^2\alpha + \cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$3\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{3}$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\alpha = \cos^{-1}(1/\sqrt{3})$

7) $\bar{a}-\bar{b}, \bar{b}-\bar{c}, \bar{c}-\bar{a}$ ஆகிய வெக்டர்கள்

1) ஒன்றுக்கொன்று இணையானது 2) அலகு வெக்டர்கள்
3) செங்குத்தான வெக்டர்கள் 4) ஒருதள வெக்டர்கள்.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1(1) - 1(1) = 0$$

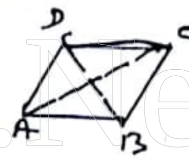
∴ ஒருதள வெக்டர்கள்.

8) ABCD ஓர் இணைகரம் எனில் $\overline{AB}+\overline{AD}+\overline{CB}+\overline{CD}$ என்பது.
1) $2(\overline{AB}+\overline{AD})$ 2) $4\overline{AC}$ 3) $4\overline{BD}$ 4) $\bar{0}$

$\overline{AB}+\overline{AD} = \overline{AB}+\overline{BC}$

$\overline{CB}+\overline{CD} = -\overline{BC}-\overline{AB}$

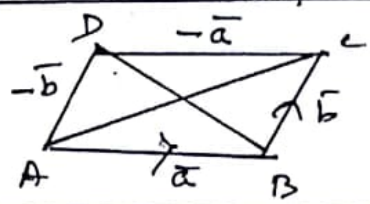
∴ $\overline{AB}+\overline{AD}+\overline{CB}+\overline{CD} = 0$.



www.Padasalai.Net

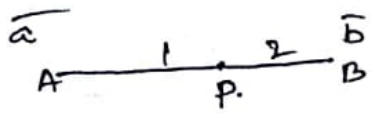
9) $\bar{a}$ மற்றும் $\bar{b}$ யை அடுத்தடுத்த பக்கங்களைக் கொண்ட இணைகரம் ABCD யின் ஒரு மூலைவிட்டம் $\bar{a}+\bar{b}$ எனில் மற்றொரு மூலைவிட்டம் $\overline{BD}$ ஆனது 1) $\bar{a}-\bar{b}$ 2) $\bar{b}-\bar{a}$ 3) $\bar{a}+\bar{b}$ 4) $\frac{\bar{a}+\bar{b}}{2}$

$\overline{BD} = \overline{BC}+\overline{CD}$
$= \bar{b}-\bar{a}$.



10) A, B ன் நிலை $\bar{a}, \bar{b}$ எனில் கீழ்காணும் நிலை வெக்டர்களில் எந்த நிலை வெக்டரின் புள்ளி AB என்ற கோட்டின் மீது அமையும்.
1) $\bar{a}+\bar{b}$ 2) $\frac{2\bar{a}-\bar{b}}{2}$ 3) $\frac{2\bar{a}+\bar{b}}{3}$ 4) $\frac{\bar{a}-\bar{b}}{3}$

$\overline{OP} = \frac{2\bar{a}+\bar{b}}{2+1} = \frac{2\bar{a}+\bar{b}}{3}$.



11) $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ ஆகியவை ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்த மூன்று புள்ளிகளின் நிலைவெக்டர்கள் எனில் கீழ் கண்டவற்றுள் எது சரியானது
1) $\bar{a}=\bar{b}+\bar{c}$ 2) $2\bar{a}=\bar{b}+\bar{c}$ 3) $\bar{b}=\bar{c}+\bar{a}$ 4) $4\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=0$.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

12) P என்ற புள்ளியின் நிலை வெக்டர் $\bar{r} = \frac{9\bar{a}+7\bar{b}}{16}$ எனில். P ஆனது $\bar{a}$ மற்றும் $\bar{b}$ யை நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டை பிரிக்கும் விகிதம்

1) 7 : 9 உட்புறமாக 2) 9 : 7 உட்புறமாக

3) 9 : 7 வெளிப்புறமாக 4) 7 : 9 வெளிப்புறமாக

$$\frac{9\bar{a}+7\bar{b}}{9+7} = \frac{9\bar{a}+7\bar{b}}{16}.$$

13) $\lambda\hat{i}+2\lambda\hat{j}+2\lambda\hat{k}$ என்பது ஓர் அலகு வெக்டர் எனில் λ ன் மதிப்பு.

1) $1/3$ 2) $1/4$ 3) $1/9$ 4) $1/2$.

$$\sqrt{\lambda^2+4\lambda^2+4\lambda^2} = 1.$$

$$9\lambda^2 = 1$$

$$\lambda^2 = 1/9 \quad \lambda = 1/3$$

14) ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு முனைப்புள்ளிகளின் நி.வெ. $3\hat{i}+4\hat{j}-4\hat{k}$, $2\hat{i}+3\hat{j}+4\hat{k}$. மையக்கோட்டு சந்தியின் நி.வெ. $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ எனில் மூன்றாவது புள்ளியின் நி.வெ.

1) $-2\hat{i}-\hat{j}+9\hat{k}$ 2) $-2\hat{i}-\hat{j}-6\hat{k}$ 3) $2\hat{i}-\hat{j}+6\hat{k}$ 4) $-2\hat{i}+\hat{j}+6\hat{k}$.

$$\frac{\bar{OA}+\bar{OB}+\bar{OC}}{3} = \bar{OG} \qquad \bar{OA}+\bar{OB}+\bar{OC} = 3\bar{OG}$$

$$\bar{OC} = 3\bar{OG} - (\bar{OA}+\bar{OB})$$

$$\bar{OC} = (3\hat{i}+6\hat{j}+9\hat{k}) - (5\hat{i}+7\hat{j})$$

$$= -2\hat{i}-\hat{j}+9\hat{k}.$$

15) $|\bar{a}+\bar{b}| = 60$ $|\bar{a}-\bar{b}| = 40$ $|\bar{b}| = 46$. $|\bar{a}|$ ன் மதிப்பு

1) 42 2) 12 3) 22 4) 32

$$|\bar{a}+\bar{b}|^2 + |\bar{a}-\bar{b}|^2 = 2[|\bar{a}|^2+|\bar{b}|^2]$$

$$3600 + 1600 = 2[|\bar{a}|^2+2116]$$

$$\frac{5200}{2} = 2600 = |\bar{a}|^2+2116$$

$$|\bar{a}|^2 = 2600-2116 = 484$$

$$|\bar{a}| = 22$$

46×46: 276, 184, 2116

www.Padasalai.Net

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html Scanned by CamScanner

16) $\bar{a}, \bar{b}$ ஒரே அளவுள்ள வெக்டர்கள். இவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் $60°$ மேலும் அவற்றின் திசையிலி பெருக்கல் $1/2$ எனில் $|\bar{a}|$ ன் மதிப்பு

1) 2 2) 3 3) 7 4) 1.

$$\bar{a}\cdot\bar{b} = |\bar{a}||\bar{b}|\cos 60° = \frac{1}{2}$$

$$|\bar{a}||\bar{a}|\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$|\bar{a}|^2 = 1 \quad |\bar{a}| = 1.$$

17) $\bar{a} = (\sin\theta)\hat{i} + (\cos\theta)\hat{j}$ மற்றும் $\bar{b} = \hat{i} - \sqrt{3}\hat{j} + 2\hat{k}$ ஆகியவை செங்குத்தாக அமைந்தால் $\theta \in [0, \pi/2]$ எனில் θ ன் மதிப்பு

1) $\pi/3$ 2) $\pi/6$ 3) $\pi/4$ 4) $\pi/2$

$$\bar{a}\cdot\bar{b} = \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta = 0$$

$$\sin\theta = \sqrt{3}\cos\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \sqrt{3} \quad \tan\theta = \sqrt{3}.$$

$$\theta = \pi/3.$$

18) $|\bar{a}| = 13$, $|\bar{b}| = 5$, $\bar{a}\cdot\bar{b} = 60$ எனில் $|\bar{a}\times\bar{b}|$ ன் மதிப்பு.

1) 15 2) 35 3) 45 4) 25.

$$|\bar{a}\times\bar{b}|^2 + (\bar{a}\cdot\bar{b})^2 = |\bar{a}|^2|\bar{b}|^2.$$

$$= 169\times 25$$

$$|\bar{a}\times\bar{b}|^2 = 4225 - 3600$$

$$= 625$$

$$|\bar{a}\times\bar{b}| = 25$$

19) $\bar{a}, \bar{b}$ இடைப்பட்ட கோணம் $120°$, $|\bar{a}| = 1$, $|\bar{b}| = 2$ எனில் $[(\bar{a}\times 3\bar{b})\times(3\bar{a} - b)]^2$ ன் மதிப்பு

1) 225 2) 275 3) 325 4) 300.

$$(\bar{a}+3\bar{b})\times(3\bar{a}-\bar{b}) = 3\bar{a}\times\bar{a} - \bar{a}\times\bar{b} + 9\bar{b}\times\bar{a} - 3\bar{b}\times\bar{b}$$

$$= -\bar{a}\times\bar{b} - 9\bar{a}\times\bar{b}$$

$$= -10\,\bar{a}\times\bar{b}$$

$$= -10\cdot|\bar{a}||\bar{b}|\sin 120°$$

$$= -10\cdot 1\cdot 2\cdot \sin 60°$$

$$= -10\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\sin 120 = \sin(180 - 60)$
$= \sin 60°$

$$[(\bar{a}+3\bar{b})\times(3\bar{a}-\bar{b})]^2 = 100\times 3 = 300$$

Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

20). $\bar{a}$ மற்றும் $\bar{b}$ ஆகியவற்றின் எண்ணளவு உ. வெக்டர்களின் இடைப்பட்ட கோணம் 60° எனில் $\bar{a}$, $\bar{a}+\bar{b}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம்

1) 30 2) 60° 3) 45° 4) 90°.

$|\bar{a}\times(\bar{a}+\bar{b})| = |\bar{a}\times\bar{a}+\bar{a}\times\bar{b}| = |\bar{a}\times\bar{b}| = |\bar{a}||\bar{b}|\sin\theta$

$|\bar{a}\times(\bar{a}\times\bar{b})| = |a||\bar{a}\times\bar{b}|\sin\theta = 2\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$2\sqrt{3} = 2\cdot 2\cdot\sqrt{3}\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2}$ $\theta = \pi/6$.

21) $i+3j+\lambda k$ ன் மீது $5i-j-3k$ ன் வீழலும் $5i-j-3k$ ன் மீது $i+3j+\lambda k$ ன் வீழலும் சமம் எனில் λ ன் மதிப்பு

1) ± 4 2) ± 3 3) ± 5 4) ± 1.

$$\frac{(i+3j+\lambda k)\cdot(5i-j-3k)}{|i+3j+\lambda k|} = \frac{(5i-j-3k)\cdot(i+3j+\lambda k)}{|5i-j-3k|}$$

$$\frac{5-3-3\lambda}{\sqrt{1+9+\lambda^2}} = \frac{5-3-3\lambda}{\sqrt{25+1+9}} \Rightarrow 10+\lambda^2 = 35$$

$\lambda^2 = 25$ $\lambda = \pm 5$

22) $i+5j-7k$ என்ற வெக்டரின் ஆரம்ப மற்றும் முடிவுப்புள்ளிகள் $(1,2,4)$ மற்றும் $(2,-3\lambda,-3)$ எனில் λ ன் மதிப்பு.

1) $7/3$ 2) $-7/3$ 3) $-5/3$ 4) $5/3$.

$\bar{OA} = i+2j+4k$ $\bar{AB} = \bar{OB}-\bar{OA}$

$\bar{OB} = 2i-3\lambda j-3k$ $i+5j-7k = i+(-3\lambda-2)j-7k$

$\Rightarrow -3\lambda-2 = 5$

$-3\lambda = 7$

$\lambda = -7/3$

23) $10i+3j$, $12i-5j$ மற்றும் $ai+11j$ ஆகிய நிலை வெக்டர்களின் புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் அமைந்தால் a ன் மதிப்பு

1) 6 2) 3 3) 5 4) 8.

$\bar{OA} = 10i+3j$ $\bar{AB} = \bar{OB}-\bar{OA} = 2i-8j$

$\bar{OB} = 12i-5j$ $\bar{AC} = (a-10)i+8j$ $\frac{2}{a-10} = \frac{-1}{1}$

$\bar{OC} = ai+11j$

$2 = -a+10$

$a = 10-2 = 8$

24) $\bar{a} = i+j+k$ $\bar{b} = 2i+xj+k$ $\bar{c} = i-j+4k$ மற்றும் $\bar{a}\cdot(\bar{b}\times c) = 70$ எனில் x ன் மதிப்பு

1) 5 2) 7 3) 26 4) 10.

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner

www.Padasalai.Net www.TrbTnpsc.com

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & x & 1 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 70 \Rightarrow 1(4x+1) - 1(8-1) + 1(-2-x) = 70$$

$$4x + 1 - 7 - 2 - x = 70$$

$$3x = 78$$

$$x = 26.$$

25) $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$, $|\vec{b}| = 5$ மேலும் $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம் $\pi/6$ எனில் இவ்விரு வெக்டர்களை அடுத்தடுத்த பக்கங்களாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு

1) $7/4$ 2) $15/4$ 3) $3/4$ 4) $17/4$

$|\vec{a}| = \sqrt{1+4+4} = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\theta = \pi/6$.

$$\frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}| \sin\frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 15/4$$

T. G. Venkatesan
9444209677

www.Padasalai.Net

http://www.trbtnpsc.com/2018/07/latest-plus-one-11th-standard-tamil-medium-study-materials-download.html
Scanned by CamScanner